

Бухарский инженерно-технологический институт

**Реферат на тему:
Анализ
устойчивости
САУ**

Выполнил:

Умаров Д. 1-14 ИКСУТП

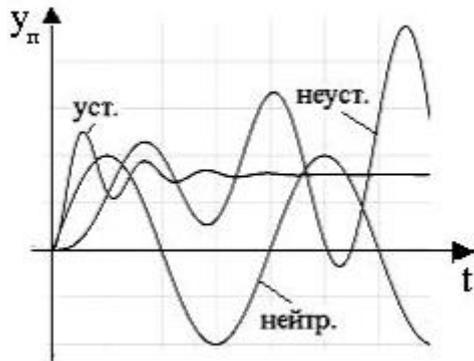
Приняла:

Абдурахманова М.И.

2016

Анализ устойчивости САУ

Практическая пригодность систем регулирования определяется их устойчивостью и приемлемым качеством регулирования. Под **устойчивостью** понимают способность системы возвращаться в исходное состояние при прекращении возмущающего воздействия. Система может быть устойчива при воздействиях любой величины (устойчивость в большом) или при некоторых ограниченных воздействиях (устойчивость в малом).

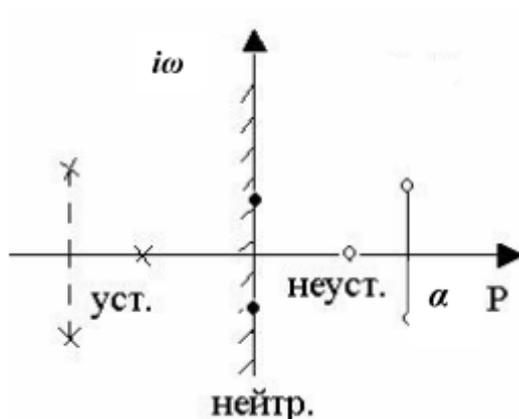


Анализ системы на устойчивость основан на решении однородного дифференциального уравнения, описывающего свободное движение:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{p_i t},$$

Условием устойчивости является:

$$y(t) \rightarrow 0, \text{ при } t \rightarrow \infty$$



Если корни характеристического уравнения вещественные и разные, то выходная величина будет монотонно изменяться, а характер изменения каждой составляющей будет определяться знаком соответствующего корня.

Если $p_i = 0$, то i -я составляющая принимает постоянное во времени состояние. При $p_i > 0$ соответствующая ему составляющая будет с течением времени увеличиваться до

бесконечности. Следовательно, система будет устойчива только в том случае, если все корни характеристического уравнения меньше нуля.

Если корни характеристического уравнения сопряженные комплексные ($p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$), то составляющие переходного процесса будут иметь колебательный характер:

$$y_i(t) = A_i e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t - \varphi_i),$$

где A_i и φ_i – постоянные интегрирования.

В этом случае система будет устойчива, если все вещественные части корней (α_i) будут отрицательными, а амплитуда колебаний будет стремиться со временем к нулю.

Корни характеристического уравнения легко определяются, если его степень не выше второй. Решение уравнений более высоких порядков связано с большими трудностями и выполняется с использованием численных методов. Поэтому были разработаны методы, позволяющие исследовать системы на устойчивость с помощью специальных критериев, не вычисляя при этом корней характеристического уравнения. Одним из таких критериев является **алгебраический критерий Гурвица**, который формулирует условие устойчивости в виде определителей.

Для этого из коэффициентов характеристического уравнения составляют определитель.

По главной диагонали выписывают последовательно все коэффициенты характеристического уравнения, начиная с a_1 . Затем заполняют столбцы коэффициентами: вверх от главной диагонали – по возрастанию индексов до a_n , вниз – по убыванию до a_0 . Оставшиеся пустыми места заполняют нулями. Затем из матрицы выделяют диагональные определители, удаляя последовательно равное количество строк и столбцов.

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-----|-----------|-------|
| a_1 | a_3 | a_5 | ... | 0 | 0 |
| a_0 | a_2 | a_4 | ... | 0 | 0 |
| 0 | a_1 | a_3 | ... | 0 | 0 |
| 0 | ... | ... | ... | a_n | 0 |
| ... | ... | ... | 0 | a_{n-1} | 0 |
| 0 | 0 | ... | 0 | a_{n-2} | a_n |

Рис. Определитель Гурвица

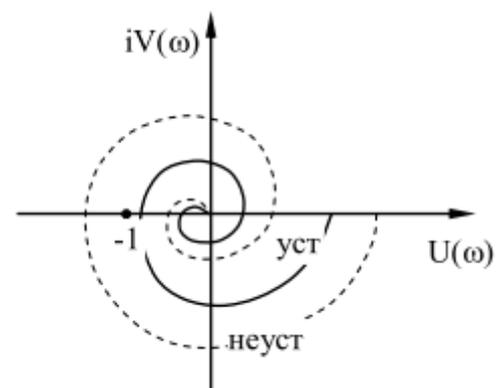
По алгебраическому критерию система n -порядка устойчива, если $a_1 > 0$, а также все диагональные определители больше нуля.

Критерий Гурвица позволяет только установить факт устойчивости, и по полученным значениям невозможно определить, насколько близко к границе устойчивости находится система.

Критерий Найквиста (амплитудно-фазовый) был предложен для исследования устойчивости усилителей с обратной связью. Он позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по поведению соответствующей ей разомкнутой системы, что упрощает расчеты.

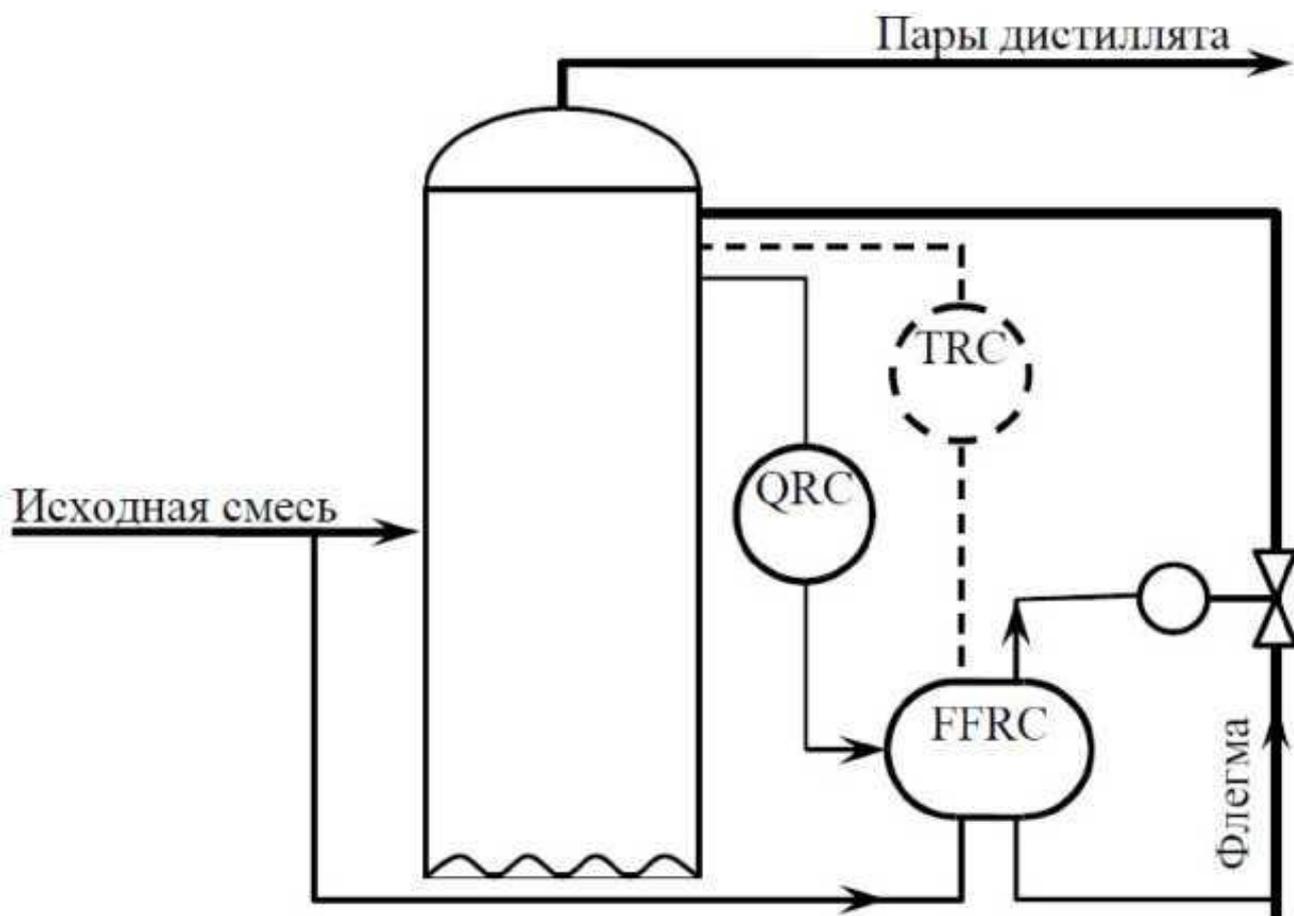
Замкнутая система устойчива, если АФХ соответствующей ей разомкнутой системы $W(j\omega)$ при изменении частоты от 0 до бесконечности не охватывает точки с координатами $-1, i0$.

Достоинством критерия Найквиста является возможность оценить, как близко к границе устойчивости находится система.



Одноконтурная система регулирования концентрации дистиллята.

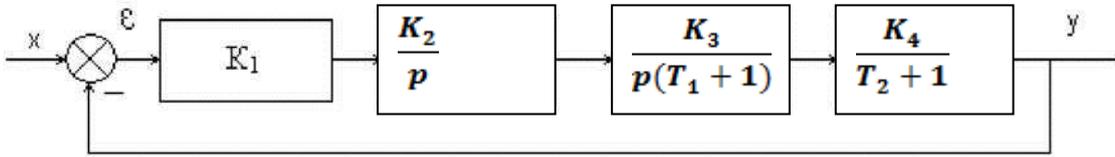
Регулирование работы ректификационной колонны с отбором целевого продукта представлены на рисунке. В среднюю часть колонны поступает исходная смесь (сырая нефть), где она разделяется на две основные фракции (легкие углеводороды и флегма). Пары фракции, выводятся сверху колонны, жидкий продукт выводится из низа колонны. Состав дистиллята регулируют изменением подачи флегмы в колонну. Регулирующий орган установлен на линии подачи флегмы. Задача регулятора, поддержания заданной концентрации дистиллята изменением расхода флегмы, подаваемой в колонну.



Расчет и анализ непрерывной линейной САУ

Исходными данными для расчета являются:

А) Структурная схема



1) $W_1(P) = K_1$ – безинерционное звено. Автоматический регулятор расхода подачи флегмы.

2) $W_2(P) = \frac{K_2}{p}$ – интегрирующее звено. Регулирующий клапан расхода флегмы.

3) $W_3(P) = \frac{K_3}{p(T_1+1)}$ – последовательное соединение интегрирующего и апериодического

звеньев. Объект управления – ректификационная колонна с отбором целевого продукта.

4) $W_4(P) = \frac{K_4}{T_2 p + 1}$ – апериодическое звено 1 порядка – датчик концентрации состава

дистиллята.

Б) Коэффициенты передачи элементов.

$$K_2 = 16 ; K_3 = 8 ; K_4 = 0.11$$

В) Постоянные времени элементов.

$$T_1 = 0.2 ; T_2 = 0.25$$

Г) скорость изменения входного сигнала

$$v = \frac{dx}{dt} = 30 \text{ град/с}$$

Д) требования к синтезируемой системе.

-скоростная ошибка $\varepsilon_{ск} \leq 0,2 \text{ град}$

-перерегулирование $\sigma \leq 26\%$

-время переходного процесса $t_p \leq 0,5$

Определение необходимого коэффициента передачи всей системы и предварительного усилителя в зависимости от заданной точности

Необходимый коэффициент передачи системы $K_{\text{необ}}$ для данного вида структурной схемы определяется по формуле:

$$K_{\text{необ}} = \frac{U}{\varepsilon_{\text{СК}}}$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$K_{\text{необ}} \geq 150$$

Коэффициент передачи усилительного элемента определяется по формуле:

$$K_1 = \frac{K_{\text{необ}}}{\prod_{i=1}^n K_i}$$

Подставляя числовые данные, получим $K_1 = 10,6$

Определение передаточных функций системы и анализ устойчивости на основе частотного критерия устойчивости

Передаточная функция разомкнутой исходной системы равна:

$$W_p(P) = K_1 * \frac{K_2}{p} * \frac{K_3}{p(T_1 + 1)} * \frac{K_4}{T_2 + 1} = \frac{K}{p^2(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Для анализа устойчивости исходной системы строится амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) разомкнутой системы.

При ручном расчете АФХ рекомендуемая схема последовательности действий следующая:

$$W_p(P) = W_p(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) \begin{cases} U(\omega) \\ V(\omega) \end{cases}$$

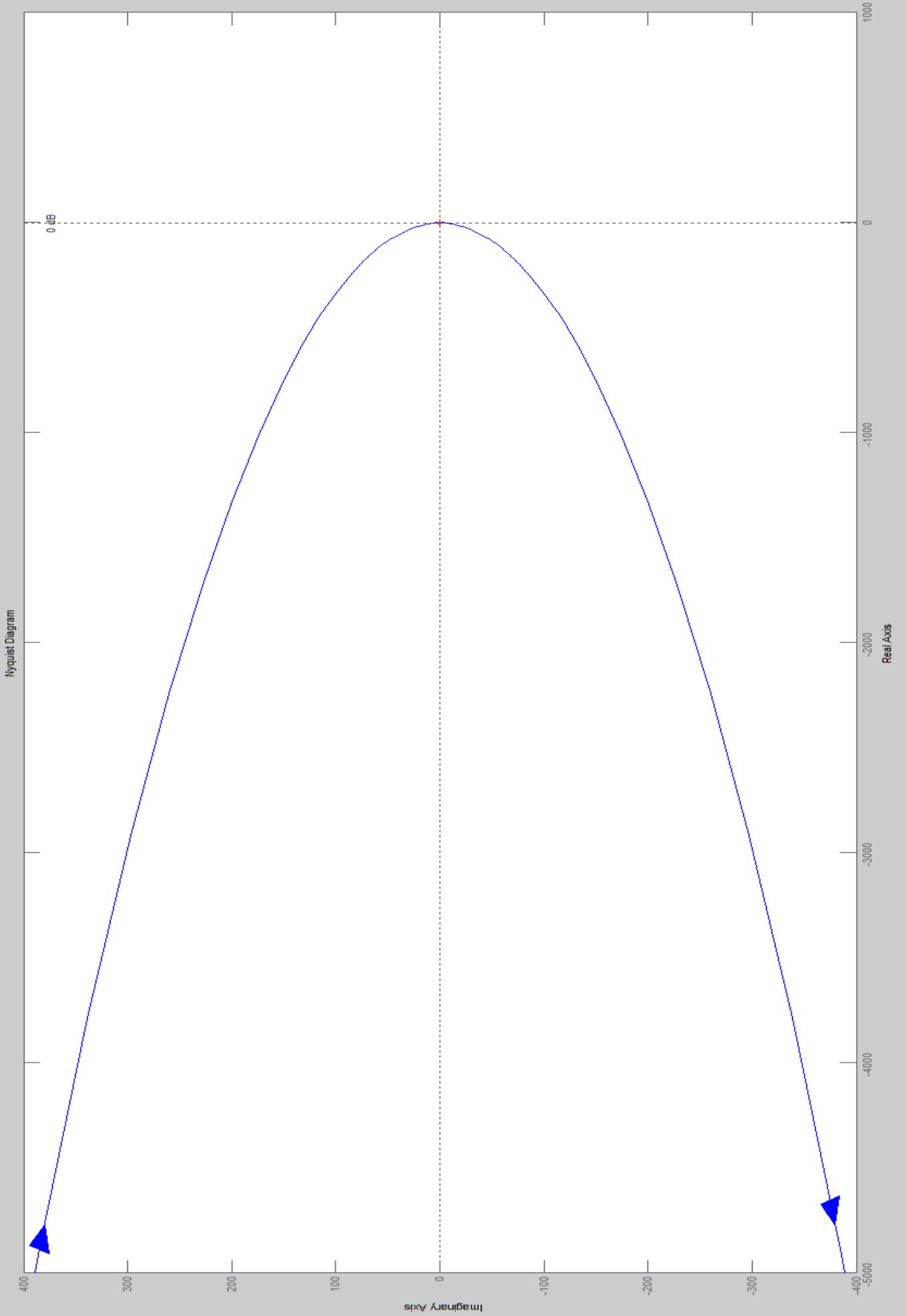
Задаваясь значениями $0 \leq \omega \leq \infty$, строится АФХ, и по ней определяется устойчивость замкнутой системы. Для данной системы имеем:

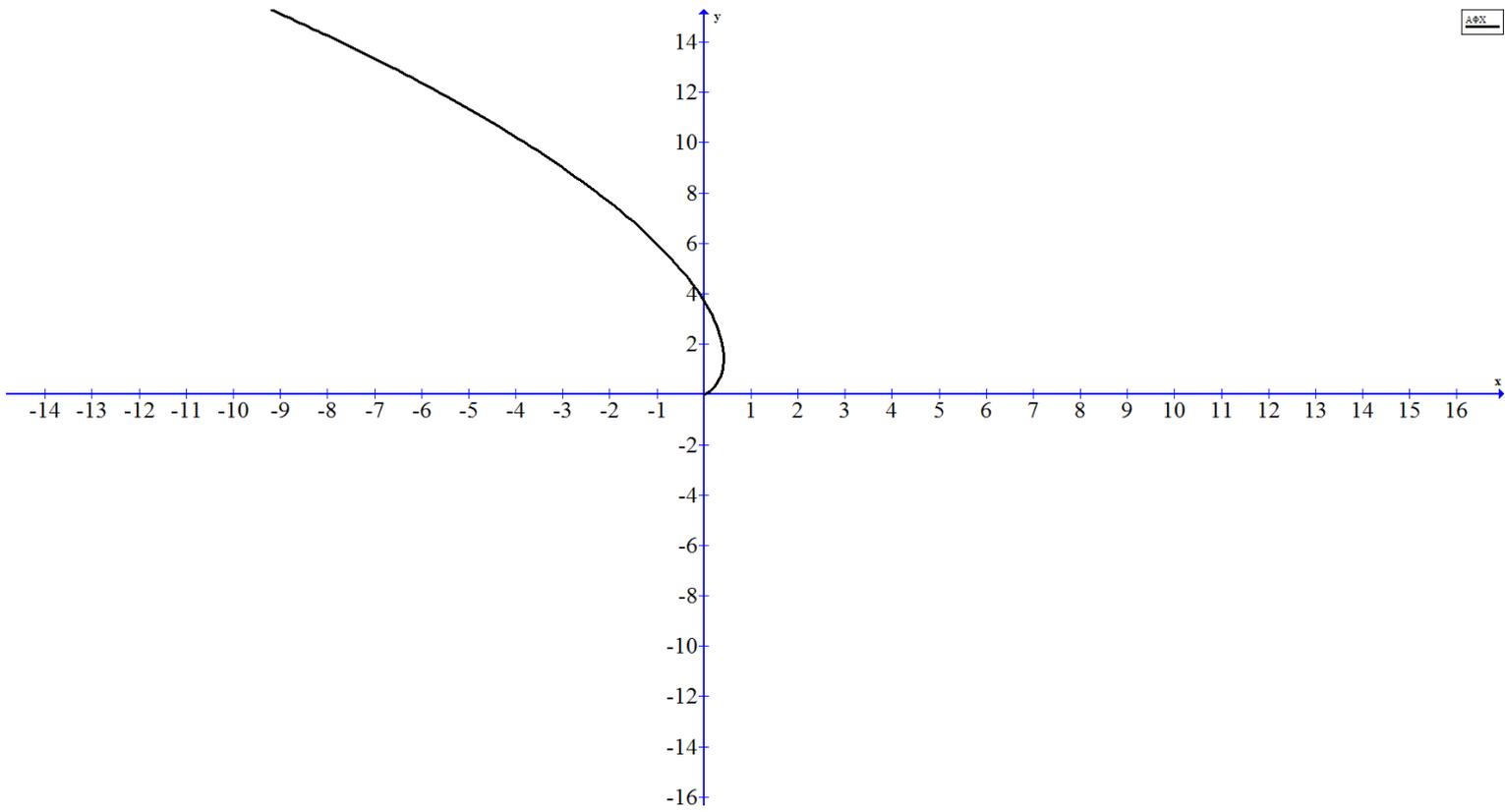
$$W_p(j\omega) = \frac{K}{-\omega^2(T_1 j\omega + 1)(T_2 j\omega + 1)}$$

$$U(\omega) = \frac{150}{0.0025\omega^6 + 0.1025\omega^4 + \omega^2} + \frac{7.5}{0.0025\omega^4 + 0.1025\omega^2 + 1}$$

$$V(\omega) = \frac{67.5}{0.0025\omega^5 + 0.1025\omega^3 + \omega}$$

Задаваясь ω от 0 до ∞ на основе вещественной и мнимой частях построим АФХ. Из рисунка видно, что $W_p(j\omega)$ охватывает точку $(-1, j0)$, поэтому исходная замкнутая система неустойчива согласно частотному критерию Найквиста.





Построение логарифмических частотных характеристик исходной системы

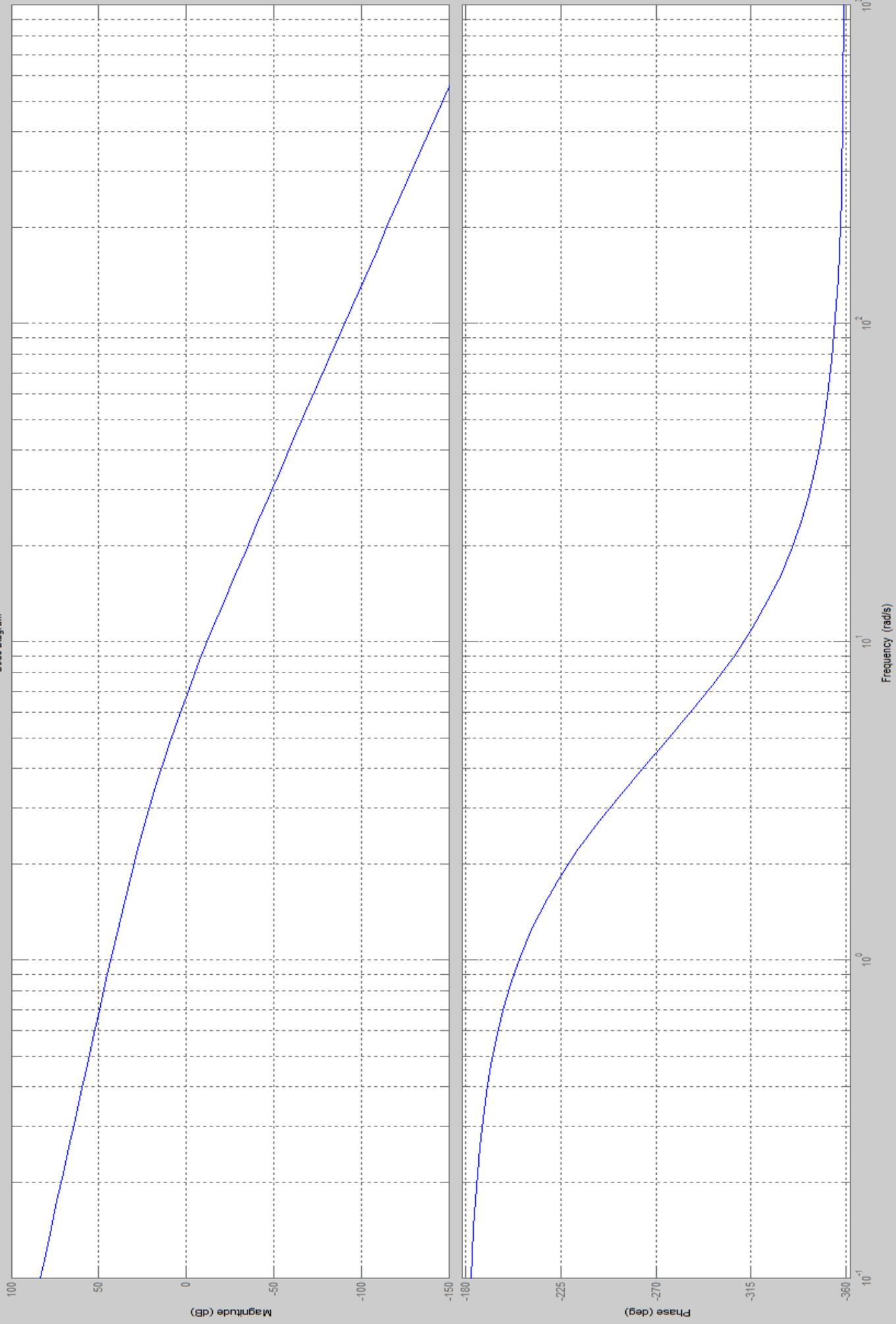
Исходная система состоит из последовательно соединенных типовых динамических звеньев. Построение ЛАЧХ исходной разомкнутой системы $L_{исх}(\omega)$ выполняется следующим образом: через точку с координатами $\omega=1$ и $20 \lg K=20 \lg 150 = 43.52$ дб проводим прямую с наклоном -20 дб/дек до первой сопрягающей частоты $\omega_2 = \frac{1}{T_2} = 4$. Далее – с ω_2 до $\omega_1 = \frac{1}{T_1} = 5$, $L(\omega)$ имеет наклон -40 дб/дек, а начиная с ω_1 наклон -60 дб/дек. ЛФЧХ системы $\varphi(\omega)$ строится суммированием $\varphi(\omega)$ отдельных звеньев, т.е.

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg T_2 \omega - \arctg T_1 \omega$$

Задаваясь различными значениями ω по формуле рассчитываем $\varphi(\omega), L(\omega)$

Согласно логарифмическому критерию устойчивости исходная замкнутая система неустойчива, т.к. $\omega_{срез} > \omega_{крит}$. Этот вывод подтверждает правильность вывода, полученного ранее на основе критерия устойчивости Найквиста.

Bode Diagram



Построение желаемой ЛАЧХ и ЛФЧХ системы

Желаемая логарифмическая характеристика разомкнутой системы строится на основе требований, предъявляемых к проектируемой системе: требуемый коэффициент усиления, порядок астатизма системы, допустимое время переходного процесса, допустимая величина перегруппирования. Низкочастотная часть амплитудной характеристики определяется коэффициентом усиления системы в разомкнутом состоянии и порядком ее астатизма. Частотный интервал низкочастотной части характеристики лежит в пределах от минимальных начальных частот до частоты первого сопряжения аппроксимированной характеристики. Наклон начального низкочастотного отрезка характеристики величиной -20 дб/дек .

Указанный начальный отрезок характеристики должен переходить через точку с ординатой, равной $20 \lg K$ и абсциссой $\omega=1$, где K - требуемый коэффициент усиления системы, т.е. эта часть должна совпадать с низкочастотной частью исходной системы, для упрочнения корректирующих средств.

Среднечастотная часть амплитудной характеристики является наиболее существенной частью характеристики, так как ее вид определяет в основном качество переходного процесса системы.

При частоте среза наклон $\omega_{ср}$ определяется требуемым временем переходного процесса и допустимым перерегулированием:

$$\omega_{ср.ж} = \frac{\alpha_0 \pi}{t_p}$$

Среднечастотный участок желаемой ЛАЧХ проводится влево и вправо до достижения модулей равных L_1, L_2 . Выбирается L_1 и L_2 в зависимости от допустимого перерегулирования δ (рис.3). L_1 соответствует $\omega_{2ж}$, а L_2 соответствует $\omega_{3ж}$. В этом случае следует иметь в виду, что чем больше величины интервалов $\omega_{2ж} - \omega_{ср.ж}$ и $\omega_{ср.ж} - \omega_{3ж}$, тем меньше перерегулирование. Поэтому окончательный выбор этих интервалов должен быть согласован с требованием к переходному процессу.

Сопряжение центрального отрезка ЛАЧХ с низкочастотной частью производится прямой с наклоном $-40 \text{ дб/дек} \div -60 \text{ дб/дек}$.

При построении желаемой ЛАЧХ желательно, чтобы она как можно меньше отличалась от исходной ЛАЧХ. Это необходимо для упрощения корректирующих средств. При формировании желаемой ЛАЧХ можно

увеличить, если это необходимо для совпадения асимптот, запасы по модулю L_1 и $|-L_2|$ т.к. такое увеличение только повысит качество системы.

Рекомендуемая схема последовательности построения желаемой ЛЧХ системы:

На основе этих рекомендаций построим $L_{ж}(\omega)$. Через точку $\omega_{ср.ж.} = \frac{\alpha_0 \pi}{t_p} = \frac{3,16 \cdot 3,14}{0,5} = 19,84$ проводим прямую с наклоном -20 дб/дек. Частоты $\omega_{2ж}$ и $\omega_{3ж}$ определим на основе L_1 и L_2

По виду $L_{ж}(\omega)$ запишем передаточную функцию $W_{ж}(P)$

$$W_{ж}(P) = \frac{K(1 + T_{2ж}p)}{p(1 + T_{1ж}p)(1 + T_{3ж}p)}$$

ЛФЧХ желаемой системы вычисляется по формуле :

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \text{arctg}T_{1ж}\omega + \text{arctg}T_{2ж}\omega - \text{arctg}T_{3ж}\omega$$

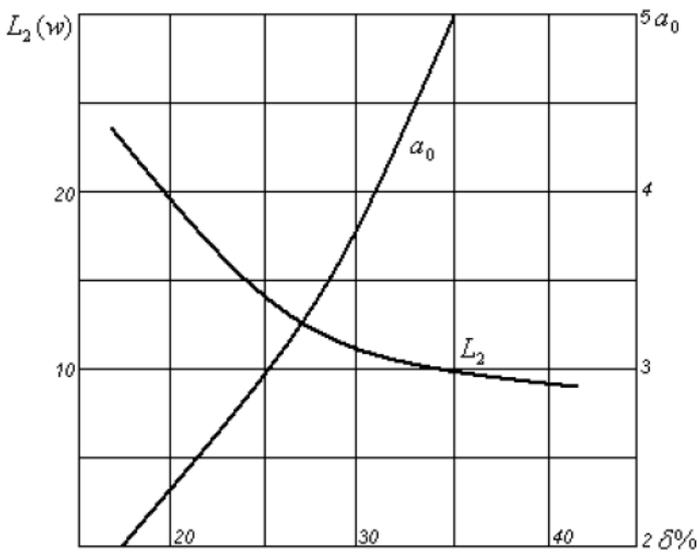


Рис.3. Зависимость L_2 и a_0 от σ .

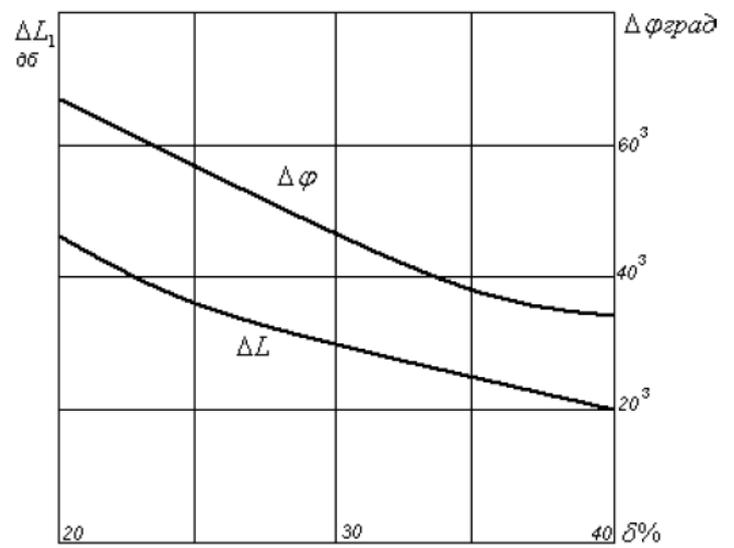


Рис.4. Зависимость запасов ΔL и $\Delta \varphi$ от σ .

Выбор корректирующего устройства при параллельной

коррекции с помощью ЛЧХ

Для обеспечения требуемых динамических показателей к системе применяются следующие виды коррекции: последовательная; параллельная; смешанная. Каждая из этих видов коррекции имеет недостатки и достоинства. Порядок выполнения расчета при параллельной коррекции:

1. Строится ЛАЧХ исходной системы $L_{исх}(\omega)$.
2. По техническим требованиям, предъявляемым к проектируемой системе и переходному процессу в ней, строится ЛАЧХ желаемой системы $L_{ж}(\omega)$.
3. По известным ЛАЧХ строятся соответствующие им логарифмические фазовые частотные характеристики (ЛФЧХ).
4. Вычитанием ЛАЧХ желаемой системы из ЛАЧХ исходной системы получают суммарную ЛАЧХ корректирующего устройства и звеньев, охваченных этим корректирующим устройством, т.е. находят $L_{oc}(\omega) + L_{охв}(\omega)$.
5. Намечают место включения корректирующего устройства, после чего определяют $L_{охв}(\omega)$.
6. Вычитая из суммарной ЛАЧХ, ЛАЧХ соответствующую характеристике охваченного звеньев $L_{охв}(\omega)$, определяют ЛАЧХ корректирующего устройства:

$$[L_{oc}(\omega) + L_{охв}(\omega)] - L_{охв}(\omega) = L_{oc}$$

7. По найденной ЛАЧХ корректирующего устройства находят наиболее простое его техническое исполнение.

Для данного примера осуществляем параллельную коррекцию.

Параллельным корректирующим элементом охватываем звено с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{K_2}{p}$$

Выполняя пункты 1-7, находим ЛАЧХ и схему корректирующего элемента, пользуясь таблицами корректирующих звеньев постоянного тока. При выборе необходимо стремиться к реализации $L_k(\omega)$ одним звеном.

В данном случае передаточная функция корректирующего устройства имеет вид:

$$W_K = \frac{G_0(1 + T_{1ж}p)(1 + T_{3ж}p)}{(1 + T_2p)(1 + T_{2ж}p)}$$

Это корректирующее устройство реализуется последовательно соединенными двумя пассивными типовыми корректирующими звеньями: реальным дифференцирующим и реальным интегрирующим. Расчет резисторов и конденсаторов осуществляется на основе формул,

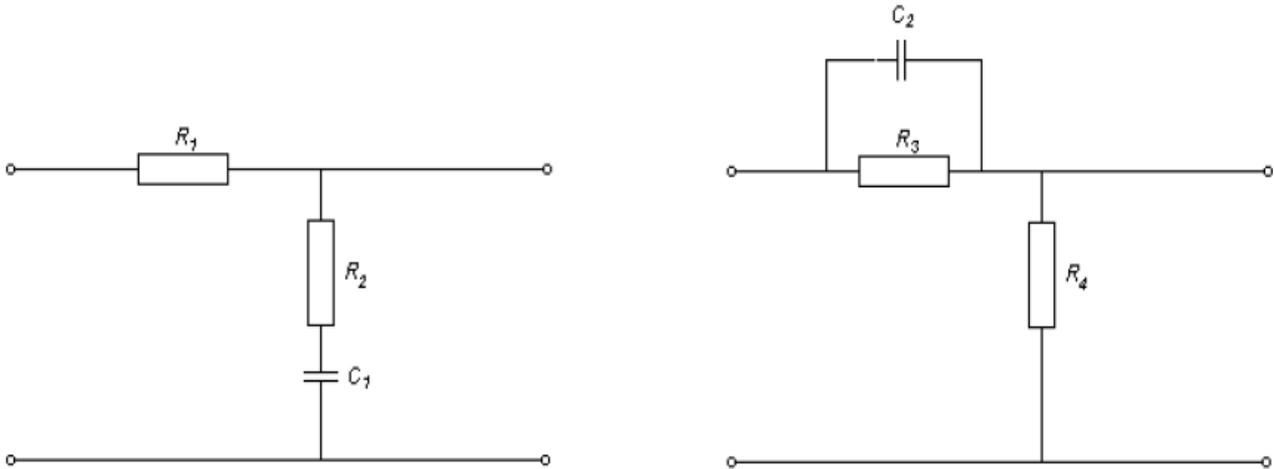
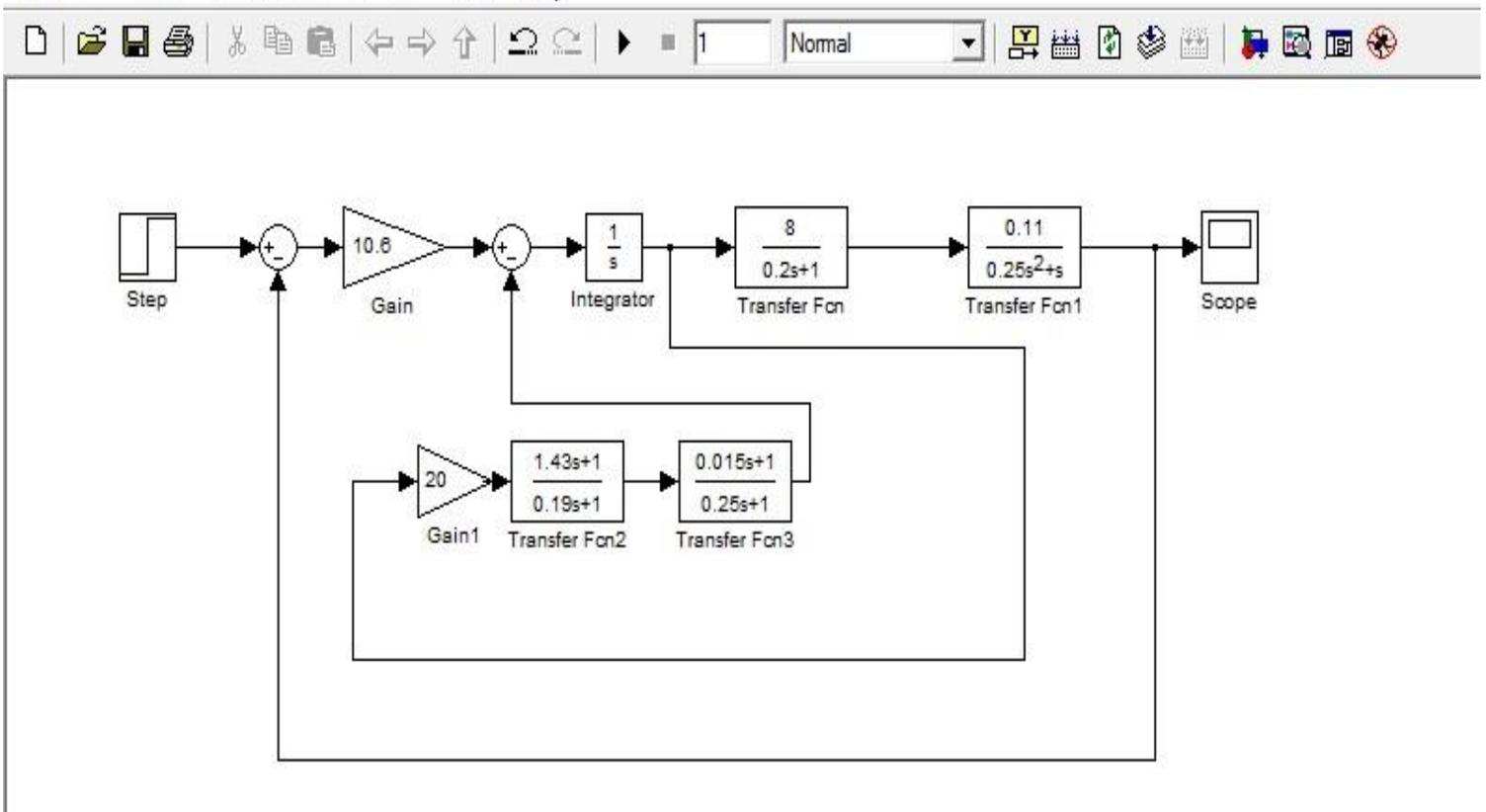


Рис.5. Реальные интегрирующие и дифференцирующие корректирующие цепочки.



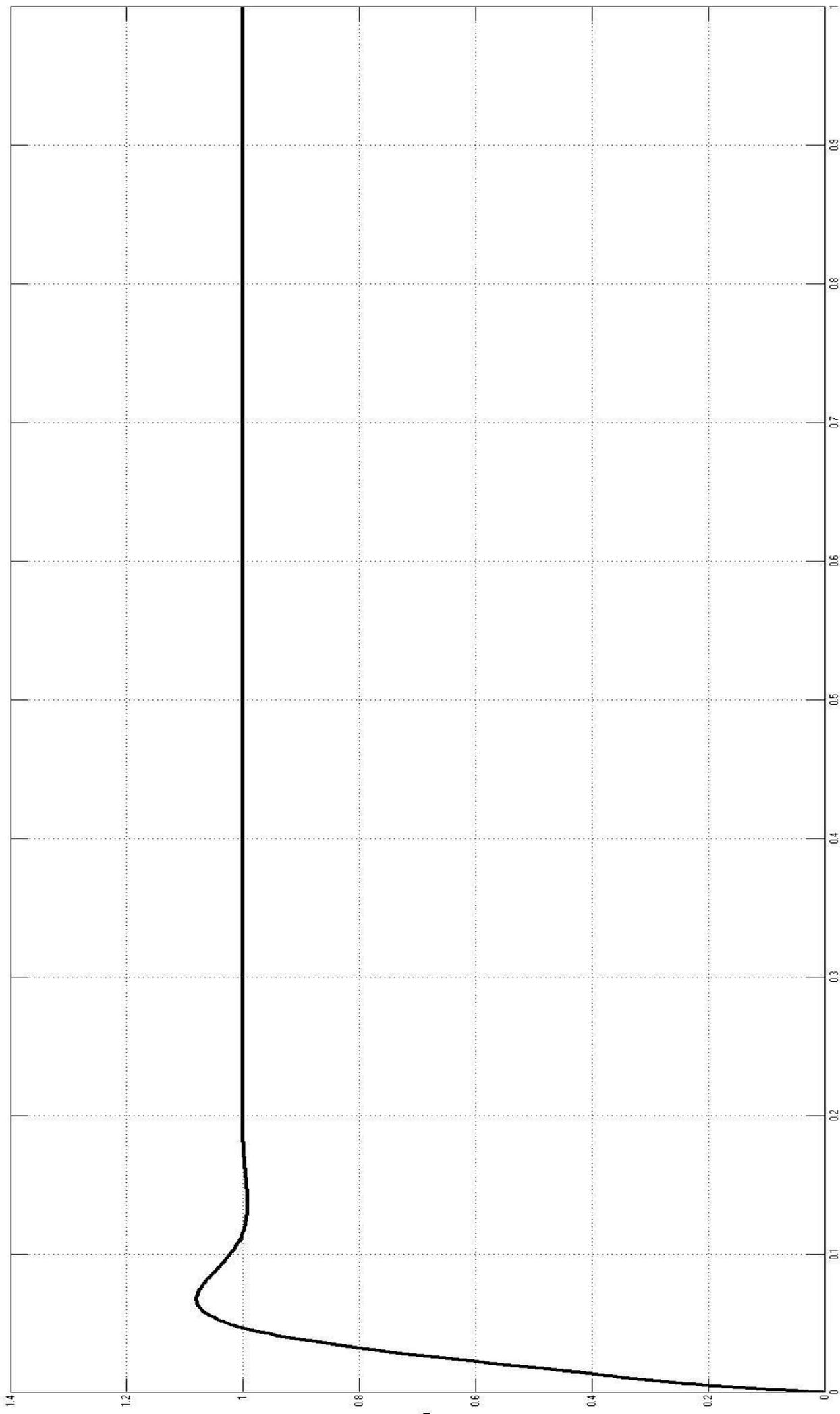
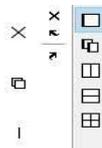
приведенных в таблицах с использованием числовых данных $T_{1ж} = 1.43с$, $T_{2ж} = 0,19с$, $T_{3ж} = 0,015с$, $20\lg G_0 = 20$

Из графика переходного процесса скорректированной системы при единичном ступенчатом входном воздействии определяем величину перерегулирования $\delta = \frac{h_{max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} * 100 = \frac{1.07 - 1.0}{1.0} * 100 = 7\%$ и время переходного процесса $0,19с$

Показатели переходного процесса скорректированной системы удовлетворяют поставленным требованиям к проектируемой системе.

Figures - График переданного процесса

File Edit View Insert Tools Debug Desktop Window Help



Расчет установившихся ошибок в замкнутой системе

Одним из важнейших требований, которым должно удовлетворять система автоматического управления, является обеспечение необходимой точности воспроизведения задающего (управляющего) сигнала в установившемся режиме.

Передаточная функция по ошибке замкнутой системы

$$\Phi(p) = \frac{1}{1 + W_p(p)}$$

Передаточную функцию $\Phi(p)$ представим в виде ряда:

$$\Phi(p) = C_0 + C_1 p + \frac{C_2}{2} p^2$$

Сходящегося при малых p ; что соответствует установившемуся режиму или достаточно большим значениям времени t . Коэффициенты этого ряда называются коэффициентами ошибки и определяются с помощью выражений:

$$C_0 = \Phi(p)_{p=0}; C_1 = \dot{\Phi}(p)_{p=0}; C_2 = \frac{1}{2!} \ddot{\Phi}(p)_{p=0}; \dots$$

Ошибку определим при различных входных воздействиях. Находим коэффициенты ошибок:

$$C_0 = \Phi(p)_{p=0} = \frac{p^2(0.2p + 1)(0.25p + 1)}{p^2(0.2p + 1)(0.25p + 1)} = 0$$

$$\begin{aligned} C_1 = \dot{\Phi}(p)_{p=0} &= \frac{p^2(0.2p + 1)(0.25p + 1)(-0.25p^2(2p(0.2p + 1)(0.25p + 1)))}{(p^2(0.2p + 1)(0.25p + 1) + 150)^2} \\ &= \frac{p^2(0.2p + 1)}{4p^2(0.2p + 1)(0.25p + 1) + 600} + \frac{p^2(0.25p + 1)}{5p^2(0.2p + 1)(0.25p + 1) + 750} \\ &+ \frac{2p(0.25p + 1)(0.2p + 1)}{p^2(0.2p + 1)(0.25p + 1) + 150} = \frac{1}{150} = 0.0066 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_2 &= \Phi''(p)_{p=0} \\
&= \frac{1}{p^2(p+4)(p+5)+3000} * \left(\frac{2p^4}{(p^2(p+4)(p+5)+3000)^2} \right. \\
&\quad * (p+4)(p+5) * (p(p+4)+p(p+5)+2(p+4)(p+5))^2 \\
&\quad - \frac{2p^3}{p^2(p+4)(p+5)+3000} (p+4)(p(p+4)+p(p+5)+2(p+4)(p+5)) \\
&\quad - \frac{2p^3}{p^2(p+4)(p+5)+3000} (p+5)(p(p+4)+p(p+5)+2(p+4)(p+5)) \\
&\quad - \frac{2p^2}{p^2(p+4)(p+5)+3000} \\
&\quad * (p+4)(p+5)(p(p+4)+p(p+5)+2(p+4)(p+5)) \\
&\quad - \frac{2p^2}{p^2(p+4)(p+5)+3000} * (p+4)(p+5) \\
&\quad * (p^2+2p(p+4)+2p(p+5)+(p+4)(p+5)) + 2p^2+4p(p+4) \\
&\quad \left. + 4p(p+5)+2(p+4)(p+5) \right) = \frac{1}{3000} = 0.0003
\end{aligned}$$

Итак, $C_0 = 0$; $C_1 = 0.0066$; $C_2 = 0.00033$.

Используя найденные коэффициенты ошибок определим ошибки замкнутой скорректированной системы при различных входных воздействиях:

А) $x(t)=1$; $x'(t)=0$; $x''(t)=0$; $\varepsilon(t) = C_0 x(t) = 0$

Б) $x(t)=t$; $x'(t)=1$; $x''(t)=0$; $\varepsilon(t) = C_1 x(t) = 0.0066$

В) $x(t)=t^2$; $x'(t)=2t$; $x''(t)=2$; $\varepsilon(t) = 0.013t + 0.00033$

Для данной системы при воздействии $x(t)=t^2$ ошибка $\varepsilon(t)$ возрастает с течением времени.

На основе анализа точности системы можно сделать вывод, что данная система является астатической по отношению к входному воздействию, имеющему постоянное значение.

Программы в Matlab для нахождения частотных характеристик устойчивости СИСТЕМЫ

ЛАЧХ и ЛФЧХ

T1=0.2; T2=0.25; k=150

p=tf('p');

w=(k)/(p^2*(1+(T1*p))*(1+(T2*p)));

bode(w);

grid on;

Критерий по Найквисту

T1=0.2; T2=0.25; k=150

p=tf('p');

w=(k)/(p^2*(1+(T1*p))*(1+(T2*p)));

nyquist(w);