

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI



OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
QARSHI DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika-matematika fakulteti
Amaliy matematika va informatika yo`nalishi

III kurs 33-guruh talabasi

Tufliyev Shoxruxning

“Hisoblash usullari” fanidan

**“Mavzu: Chiziqli differensial tenglamalar uchun chegaraviy
masalalarni chekli ayirmalar usuli bilan yechish algoritmini S++ da
dasturlash”**

mavzusida bajargan

Kurs ishi
Kurs ishi

Qabul qildi:

O.Jabborov

Qarshi 2015

**MAVZU: Chiziqli differensial tenglamalar uchun
chegaraviy masalalarni chekli ayirmalar usuli bilan yechish
algoritmini C++ da dasturlash.**

Reja:

- I. Kirish.**
 - 1. C++ tili haqida qisqacha ma'lumot.**
- II. Asosiy:**
 - 1. C++ tilidagi dasturlarning tarkibiy qismlari.**
- III. Differensial tenglamalarga oid asosiy tushunchalar.**
- IV. Chizikli differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarini chekli ayirmalar usuli bilan yechish.**
- V. Xulosa.**
- VI. Foydalanilgan adabiyotlar.**

Kirish

Dastlabki kompyuterlar ikkinchi jahon urushi vaqtida artilleriya snaryadlarining harakat trayektoriyasini hisob-kitob qilish maqsadida qurilgan edi. Oldin dasturchilar eng sodda mashina tilini o'zida ifodalovchi kompyuter komandalari bilan ishlaganlar. Bu komandalar nol va birlardan tashkil topgan uzun qatorlardan iborat bo'lar edi. Keyinchalik, insonlar uchun tushunarli bo'lgan mashina komandalarini o'zida saqlovchi (masalan, ADD va MOV komandalari) assembler tili yaratildi. Shu vaqtlarda BASIC va COBOL singari yuqori sathli tillar ham paydo bo'ldiki, bu tillar tufayli so'z va gaplarning mantiqiy konstruksiyasidan foydalanib dasturlash imkoniyati yaratildi. Bu komandalarni mashina tiliga interpretatorlar va kompilyatorlar ko'chirar edi. Interpretator dasturni o'qish jarayonida uning komandalarini ketma - ket mashina tiliga o'tkazadi.

Kompilyator esa yaxlit programma kodini biror bir oraliq forma - obyekt fayliga o'tkazadi. Bu bosqich kompilyatsiya bosqichi deyiladi. Bundan so'ng kompilyator obyektli faylni bajariluvchi faylga aylantiradigan kompanovka dasturini chaqiradi. Interpretatorlar bilan ishlash osonroq, chunki dastur komandalari qanday ketma - ketlikda yozilgan bo'lsa shu tarzda bajariladi. Bu esa dastur bajarilishini nazorat qilishni osonlashtiradi. Kompilyator esa kompilyatsiya va kompanovka kabi qo'shimcha bosqichlardan iborat bo'lganligi uchun ulardan hosil bo'ladigan bajariluvchi faylni tahlil qilish va o'zgartirish imkoniyati mavjud emas. Faqatgina kompilyatsiya qilingan fayl tezroq bajariladi, chunki bundagi komandalar kompilyatsiya jarayonida mashina tiliga o'tkazilgan bo'ladi.

C++ kabi kompilyatsiya qiluvchi dasturlash tillarini yana bir afzalligi hosil bo'lgan dastur kompyuterda kompilyatorsiz ham bajarilaveradi. Interpretatsiya qiluvchi tillarda esa tayyor dasturni ishlatish uchun albatta mos interpretator dasturi talab qilinadi.

Ayrim tillarda (masalan, VISUAL BASIC) interpretator rolini dinamik bibliotekalar bajaradi. Java tilining interpretatori esa virtual mashinadir (Virtual Machine, yoki VM). Virtual mashinalar sifatida odatda browser (Internet Explorer yoki Netscape) lar qo'llaniladi.

Ko'p yillar davomida dasturlarning asosiy imkoniyati uning qisqaligi va tez bajarilishi bilan belgilanib kelinardi. Dasturni kichikroq qilishga intilish kompyuter xotirasini juda qimmatligi bilan bog'liq bo'lsa, uning tez bajarilishiga qiziqish protsessor vaqtining qimmatbaholigiga bog'liq edi. Lekin kompyuterlarning narxi tushishi bilan dastur imkoniyatini baholash mezonlari o'zgardi. Hozirgi kunda dasturchining ish vaqti biznesda ishlatiladigan ko'pgina kompyuterlarning narxidan yuqori. Hozirda professional tarzda yozilgan va oson ekspluatatsiya qilinadigan dasturlarga talab oshib bormokda. Ekspluatatsiyaning oddiyligi, konkret masalani yechish bilan bog'liq bo'lgan talabni ozroq o'zgarishiga, dasturni ortiqcha chiqimlarsiz oson moslashtirish bilan izohlanadi.

Shu vaqtgacha dasturlar berilgan ma'lumotlar ustida biror bir amal bajaruvchi protseduralar ketma-ketligidan iborat edi. Protседura yoki funksiya ham o'zida aniqlangan ketma-ket bajariluvchi komandalar to'plamidan iboratdir. Bunda berilgan ma'lumotlarga murojaatlar protseduralarga ajratilgan holda amalga oshiriladi.

Strukturaviy dasturlashning asosiy g'oyasi «bo'laklarni va hukmronlik qil» prinsipiga butunlay mos keladi. Kompyuter dasturini masalalar to'plamidan iborat deb qaraymiz. Oddiy tavsiflash uchun murakkab bo'lgan ixtiyoriy masalani bir nechta nisbatan kichikroq bo'lgan tarkibiy masalalarga ajratamiz va bo'linishni toki masalalar tushunish uchun yetarli darajada oddiy bo'lguncha davom ettiramiz.

Strukturaviy dasturlash murakkab masalalarni yechishda yetarlicha muvofaqiyatli uslub bo'lib qoldi. Lekin, 1980 – yillar oxirlarida Strukturaviy dasturlashning ham ayrim kamchiliklari ko'zga tashlandi.

Birinchidan, berilgan ma'lumotlar (masalan, xodimlar, haqidagi yozuv) va ular ustidagi amallar (izlash, tahrirlash) bajarilishini bir butun tarzda tashkil etilishidek tabiiy jarayon realizatsiya qilinmagan edi. Aksincha, protseduraviy dasturlash berilganlar strukturasi bu ma'lumotlar ustida amallar bajaradigan funksiyalarga ajratgan edi.

Ikkinchidan, dasturchilar doimiy tarzda eski muammolarning yangi yechimlarini ixtiro qilar edilar. Bu situatsiya ko'pincha velosipedni qaytam ixtiro qilish ham deb aytiladi. Ko'plab dasturlarda takrorlanuvchi bloklarni ko'p martalab qo'llash imkoniyatiga bo'lgan hohish tabiiydir. Buni radio ishlab chiqaruvchi tomonidan priyomnikni yig'ishga o'xshatish mumkin. Konstruktor har safar diod va tranzistorni ixtiro qilmaydi. U oddiygina – oldin tayyorlangan radio detallaridan foydalanadi xolos. Dasturiy ta'minotni ishlab chiquvchilar uchun esa bunday imkoniyat ko'p yillar mobaynida yo'q edi.

Amaliyotga do'stona foydalanuvchi interfeyslari, ramkali oyna, menyu va ekranlarni tadbiq etilishi dasturlashda yangi uslubni keltirib chiqardi. Dasturlarni ketma-ket boshidan oxirigacha emas, balki uning alohida bloklari bajarilishi talab qilinadigan bo'ldi. Biror bir aniqlangan hodisa yuz berganda dastur unga mos shaklda ta'sir ko'rsatishi lozim. Masalan, bir knopka bosilganda faqatgina unga biriktirilgan amallar bajariladi. Bunday uslubda dasturlar ancha interaktiv bo'lishi lozim. Buni ularni ishlab chiqishda hisobga olish lozim.

Obyektga mo'ljallangan dasturlash bu talablarga to'la javob beradi. Bunda dasturiy komponentlarni ko'p martalab qo'llash va berilganlarni manipulyatsiya qiluvchi metodlar bilan birlashtirish imkoniyati mavjud.

Obyektga mo'ljallangan dasturlashning asosiy maqsadi berilganlar va ular ustida amal bajaruvchi protseduralarni yagona obyekt deb qarashdan iboratdir.

2.1. C++ tilidagi dasturlarning tarkibiy qismlari.

S++ tilida tuzilgan dastur obyektlar, funksiyalar, o'zgaruvchilar va boshqa elementlardan tashkil topadi. Ushbu mavzuning asosiy qismi ularning har birini to'liq tavsiflashga bag'ishlangan. Lekin bu elementlarni uyg'unlashgan holda qarash uchun biror bir tugallangan ishchi dasturni qarab chiqish kerak.

`include` – preprotssessorning komandasi bo'lib, u quyidagicha tarjima qilinadi: «Bu komandani ortidan fayl nomi keladi. Ushbu nomdagi faylni topish va fayldagi mazmunni dasturning joriy kismiga yozish lozim».

Burchakli qavs ichidagi faylni mos fayllar joylashtirilgan barcha papkalardan izlash lozimligini ko'rsatadi. Agarda kompilyator to'g'ri sozlangan bo'lsa burchakli qavslar `iostream.h` faylini sizning kompilyatoringiz uchun muljallangan .h kengaytmali fayllarni o'zida saqlovchi papkadan izlashi kerakligini ko'rsatadi. `iostream.h` (input – output stream – kiritish-chiqarish oqimi) faylida ekranga ma'lumotlarni chiqarish jarayonini ta'minlaydigan `cout` obyekti aniqlangan. Birinchi qator bajarilgandan so'ng `iostream.h` fayli joriy dasturga xuddi uning mazmunini qo'l bilan yozganimizdek biriktiriladi. Preprotssessor kompilyatordan keyin yuklanadi va funt (#) belgisi bilan boshlanuvchi barcha qatorlarni bajaradi, dastur kodlarini kompilyatsiyaga tayyorlaydi.

Dasturning asosiy kodi `main()` funksiyasini chaqirish bilan boshlanadi. S++ tilidagi har bir dastur `main()` funksiyasini o'zida saqlaydi. Funksiya bu bir yoki bir necha amalni bajaruvchi dastur blokidir. Odatda funksiyalar boshqa funksiyalar orqali chaqiriladi, lekin `main()` funksiyasi alohida xususiyatga ega bo'lib u dastur ishga tushirilishi bilan avtomatik tarzda chaqiriladi.

`main()` funksiyasini boshqa funksiyalar kabi qaytaradigan qiymati tipini e'lon qilish lozim. `SALOM.cpp` dasturida `main()` *funksiyasi* `int` (`integer` – butun so'zidan olingan) tipli qiymat qaytaradi, ya'ni bu funksiya

ishini tugatgandan so'ng operatsion sistemaga butun sonli qiymat qaytaradi. Operatsion sistemaga qiymat qaytarish unchalik muhim emas, umuman sistema bu qiymatdan foydalanmaydi, lekin S++ tili standarti main() funksiyasi barcha qoidalarga muvofiq e'lon qilinishini talab qiladi.

Kalit so'zlar. C++ tilida ayrim so'zlar oldindan zahiralanadi. Bular kalitli so'zlar deb aytiladi. Bunday so'zlarni o'zgaruvchilarni nomlashda ishlatish mumkin emas. Ularga `if`, `while`, `for` ba `main` kabi so'zlar kiradi. Kompilyatorning texnik dokumentatsiyasida barcha zahiralangan so'zlarning ruyxati turadi.

O'zgaruvchiga qiymat berish. O'zgaruvchilarga qiymat berish uchun o'zlashtirish operatori qo'llaniladi. Masalan, `Width` o'zgaruvchisiga 5 qiymatni berish uchun quyidagilarni yozish lozim:

```
unsigned short Width;
```

```
Width = 5;
```

Bu ikkala satrni `Width` o'zgaruvchisini aniqlash jarayonida birgalikda yozish mumkin.

```
unsigned short Width = 5;
```

Bir necha o'zgaruvchilarni aniqlash vaqtida ham ularga qiymat berish mumkin:

```
Long width = 5, length = 7;
```

Belgilar. Belgili o'zgaruvchilar odatda bir bayt joyni egallaydi va bu 256 xil belgini saqlash uchun yetarlidir. `Char` tipi qiymatlarini 0..255 sonlar to'plamiga yoki ASCII belgilar to'plamiga interpretatsiya qilish mumkin.

Maxsus belgilar. `S++` kompilyatori tekstlarni formatlovchi bir nechta maxsus belgilardan tashkil topgan. (Ulardan eng ko'p tarqalgani 3.2. - jadvalda keltirilgan). Bu belgilarni dasturda ishlatishda «teskari slesh»dan foydalanamiz. Teskari sleshdan keyin boshqaruvchi belgi yoziladi. Masalan, tabulyatsiya belgiini dasturga qo'yish uchun quyidagicha yozuvni yozish kerak.

```
Char tab = '\\t';
```

Bu misoldagi `char` tipidagi o'zgaruvchi `\\t` qiymatini qabul qiladi. Maxsus belgilar axborotlarni ekranga, faylga va boshqa chiqarish qurilmalariga chiqarishda formatlash uchun qo'llaniladi.

Belgilar	Qiymati
<code>\\n</code>	Yangi satrga o'tish
<code>\\t</code>	Tabulyatsiya
<code>\\b</code>	Bitta pozitsiyaga o'tish
<code>\\"</code>	Ikkitalik qavscha
<code>\\'</code>	Bittalik qavscha
<code>\\?</code>	So'roq belgisi
<code>\\</code>	Teskari slesh

`C++` tilida ikki turdagi, literal va belgili o'zgarmaslar aniqlangan.

Literal o'zgarmaslar. Literalli o'zgarmaslar to'g'ridan-to'g'ri dasturga kiritiladi. Masalan:

```
Int myAge =39;
```

Bu ifodada `MyAge` `int` tipidagi o'zgaruvchi, 39 soni esa literal o'zgarmasdir.

w_i (omera) ($i=1, \overline{m}$) bilan i -xil vositaning bir birligini baxosini belgilaymiz. U xolda barcha j -xil maxsulotlarni ishlab chikarish uchun sarf kilinadigan ishlab chikarish vositalarining baxosi

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} w_i \text{ birlikni tashkil kiladi.}$$

Sarf kilinadigan barcha vositalarning baxosi ishlab chikarilgan maxsulot baxosidan oshmasligi kerak, yaoni

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} w_i > c_j$$

Shunday kilib berilgan 1-va 2-masalaga ikkilangan masalaning matematik modeli kuyidagi kurinishga ega buladi.

$$\begin{aligned} a_{11}w_1 + a_{21}w_2 + \dots + a_{m1}w_m &> c_1 \\ a_{21}w_1 + a_{22}w_2 + \dots + a_{m2}w_m &> c_2 \\ \dots & \\ a_{1n}w_1 + a_{2n}w_2 + \dots + a_{mn}w_m &> c_n \end{aligned} \quad (4)$$

$$w_i > 0, \quad i=1, n \quad (5)$$

$$Z = b_1w_1 + b_2w_2 + \dots + b_mw_m \quad (6)$$

Berilgan masala va unga ikki taraflama masala iktisodiy nuktai-nazardan kuyidagicha taoriflanishi (interpretatsiya) mumkin.

Berilgan masala. Chegaralangan bi vositalardan foydalanib kaysi maxsulotdan kancha x_j ishlab chikarilganda xamda maxsulotning c_j baxosi berilganda ishlab chiqarilgan barcha maxsulotlarning pul ifodasi maksimal bo'ladi.

Ikkilangan masala: Chegaralangan b_i vositalardan foydalanib, maksimal bir birligining c_j baxosi berilganda umumiy xarajatning pul ifodasi minimal bo'lishi uchun xar birlik vositaning baxosi w_i qanday bo'lishi kerak?

Ikkilangan masaladagi w_i o'zgaruvchilar i-vositaning baxosi bo'ladi. Ko'rinadiki berilgan va ikkilangan masalalarning matematik modellarida o'zaro bog'lanish bor. Berilgan masaladagi koeffitsientlardan tashkil topgan A matritsa ikkilangan masalada transpanerlangan masala bo'ladi. Berilgan masaladagi chiziqli funksiyaning c_j koeffitsientlari ikkilangan masalada berilgan masala shartidagi ozod xadlar ikkilangan masalaning chiziqli funksiyasining koeffitsientlaridan iborat bo'ladi.

Simmetrik bo'lmagan ikki taraflama masala.

Masalalar berilishiga qarab simmetrik va simmetrik bo'lmagan ikki taraflama masalalarga bo'linadi. Bu xolda masalalardagi chegaralovchi shartlar tenglamalardan, ikkilangan masaladagi chegaralovchi shartlar esa tengsizliklardan iborat bo'ladi. Simmetrik bulmagan ikki taraflama masalalarning matritsaviy ifodasi quyidagicha buladi:

$$AX=b \quad (7)$$

$$x \geq 0 \quad (8)$$

$$Y_{\min}=CX \quad (9)$$

(1) va (2) shartlarni qanoatlantiruvchi yoki yukoridagi (7) va (8) shartlarni taominlovchi shunday X vektor ustunini topish kerakki u (9) ga minimal qiymat bersin.

Ikkilangan masala:

$$WA \leq C \quad (10)$$

$$Z_{\max}=Wb \quad (11)$$

(10)- shartni kanoatlantiruvchi shunday W vektor katorni topish kerakki y
 (11) chizikli funksiyaga maksimal qiymat bersin. Ikkala masalada ham c vektor qator, b - vektor ustun, A - chegaralovchi shartlarning koeffitsientlaridan tashkil topgan. Bu masalaning optimal yechimlari o'zaro quyidagi teorema asosida bo'lgan.

Teorema: Agar berilgan masala yoki unga ikkilangan masaladan birortasi optimal yechimga ega bo'lsa, u xolda ikkinchisi xam yechimga ega bo'ladi. Xamda bu masalalardagi chiziqli funksiyaning ekstremal qiymatlari o'zaro teng bo'ladi, yani

$$Y_{min} = Z_{max}$$

Agar bu masalalardan birining chiziqli funksiyasi chegaralanmagan bo'lsa ikkinchi masala ham xech qanday yechimga ega bo'lmaydi.

Simmetrik ikki taraflama masala.

Simmetrik ikki taraflama masalalarning simmetrik bo'lmagan ikki taraflama masalalardan farqi shundan iboratki berilgan va ikkilangan masalalardagi chegaralovchi shartlar tengsizliklardan iborat bo'ladi va ikkilangan masaladagi noma'lumlarga manfiy bo'lmaslik sharti quyiladi.

$$AX = b \quad (12)$$

$$x = 0 \quad (13)$$

$$Y_{min} = CX \quad (14)$$

Bu yerda (12) va (13) shartlarni bajaruvchi shunday x vektorni topish kerakki (14) minimal qiymatga erishsin.

Ikkilangan masala:

$$WA = C \quad (15)$$

$$W > 0 \quad (16)$$

$$Z_{max} = Wb \quad (17)$$

Bu yerda (15) va (16) chi shartlarni qanoatlantiruvchi W ni topish kerakki u (17) ga maksimal qiymat bersin.

Ikki taraflamalik prinsipiga asoslangan va ikki taraflama simpleks usuli bilan berilgan va ikkilangan masalalarni yechish mumkin, buning afzalligi oddiy simpleks usuliga asosan quyidagi xollarda quriladi:

1. Bu xolda bo'lar musbat bo'lmasligi mumkin.
2. Berilgan va ikkilangan masalalarning yechimlari topiladi.
3. Xisoblashlar kamayadi.
4. Zarur ma'lumotlarni izoxini olish mumkin.

Belgili o'zgarmaslar. Belgili o'zgarmas – bu nomga ega bo'lgan o'zgarmasdir. C++ tilida belgili o'zgarmasni aniqlashning ikki usuli mavjud:

1. `# define` direktivasi yordamida o'zgarmasni aniqlash.
2. `const` kalitli so'zi orqali o'zgarmasni aniqlash.

2.2. Differensial tenglamaga oid asosiy tushunchalar.

1-Ta'rif. Differensial tenglama deb erkli o'zgaruvchi x , noma'lum funksiya y va uning turli tartibli hosilalari qatnashgan tenglamaga aytiladi. Differensial tenglamani umumiy shaklda quyidagicha yozish mumkin: $F(x; y; y^1; y^{11}; \dots; y^{(n)})=0$ (1). Agar (1) tenglamada noma'lum funksiya y bir argumentli bo'lsa oddiy differensial tenglama, deyiladi. Differensial tenglamani tartibi deb unga kiruvchi yuqori hosilaning tartibiga aytiladi. Masalan, $y'-2xy''+5=0$, $y^1+xy=0$ birinchi tartibli, $y^{11}+7y=0$ ikkinchi tartibli differensial tenglamalardir.

2-Ta'rif. Differensial tenglamani yechimi yoki integral egri chizig'i deb, differensial tenglamaga qo'yganda uni ayniyatga aylantiruvchi xar qanday $y=f(x)$ funksiyaga aytiladi.

Misol. $y^1=2x$ differensial tenglamani yechimi $y=x^2+c$ bo'lib, integral egri chiziqlari parabolalar oilasidan iborat bo'ladi. Topilgan $y=f(x, c)$ umumiy yechimidan, $x=x_0$ bo'lganda $y/x=x_0/y_0$ shartni qanoatlantiruvchi yechimiga differensial tenglamani xususiy yechimi deyiladi.

Birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajralgan va ajraladigan differensial tenglamalar.

a) Birinchi tartibli eng sodda differensial tenglamalarga o'zgaruvchilarga ajralgan $f_1(x)dx+f_2(y)dy=0$ hol kiradi. Bu tenglamani yechimi bevosita integrallash orqali topiladi $\int f_1(x)dx+\int f_2(y)dy=c$.

Misol. $x dx+y dy=0$, integrallaymiz: $\int x dx+\int y dy=c$, $x^2/2+y^2/2=c$, $x^2+y^2=c_1^2$ bo'lib, integral egri chiziqlari konsentrik aylanalarni beradi.

b) O'zgaruvchilarga ajraladigan differensial tenglamani umumiy ko'rinishi quyidagicha bo'ladi: $f_1(y)f_2(y)dx+f_3(x)f_4(y)dy=0$. Bu tenglama $f_2(y) \cdot f_3(x) \neq 0$ shartda, shu $f_2(y)f_3(x)$ ga bo'lish natijasida o'zgaruvchilarga ajralgan differensial tenglamaga keltirilib, integrallash yordamida umumiy imi topiladi:

$$(f_1(x)/f_3(x))dx+(f_4(y)/f_2(y))dy=0;$$

$$\int (f_1(x)/f_3(x))dx+\int (f_4(y)/f_2(y))dy=c.$$

Oliy matematikaning muxim yunalishlaridan biri bo'lgan differensial tenglamalar turli sohalarga, tegishli amaliy masalalarni yechishda keng qo'llaniladi. Jumladan qishloq xo'jaligida o'simliklarni o'sish jarayonlari ma'lum bir differensial tenglamani yechimi sifatida aniqlanishi ko'rsatilgan.

Differensial tenglamaga olib keluvchi masalalar.

A) Radioaktiv yemirilish masalasi. Elementar atomlarning yadrolari α, β, γ nurlar chiqarib boshqa elementlar yadrolariga o'z-o'zidan aylanishi radioaktiv yemirilish deyiladi. Ma'lumki, atomlarni yadrolari birdaniga yemirilmay balki izotopning butun mavjud bo'lish davrida yemiriladi va har bir izotop uchun bu jarayon o'zgarmas bo'ladi. ($\lambda = \text{const}$).

Shunday qilib dt vaqtda yemirilgan dN atomlar soni $\lambda N dt$ ga teng bo'lib, y quyidagi tenglamani qanoatlantiradi: $dN = -\lambda N dt$. Manfiy ishora vaqt o'tishi bilan yemirilmagan atomlar soni N kamayib borishini bildiradi. Hosil bo'lgan sodda o'zgaruvchilarga ajraladigan differensial tenglamani yechimi quyidagicha bo'ladi: $dN/N = -\lambda dt$, $dN/N = -\lambda dt + \ln c$, $\ln N = -\lambda t + \ln c$, $N(t) = ce^{-\lambda t}$.

Agar boshlan'ich vaqtda $t=0$ da atomlar soni N_0 bo'lsa, $c=N_0$ bo'lib $N=N_0 e^{-\lambda t}$ bo'ladi. Tabiiy savol tug'iladi, necha yildan keyin boshlan'ich radioaktiv modda miqdori N_0 , $N_0/2$ ga teng bo'ladi, ya'ni ikki marta kamayadi? Aniqlanganki radiy uchun $T=1590$ yil, uran uchun $T=4,6$ mlrd yil kerak ekan. Demak, 1590 yildan keyin radiy atomi 50% ga yemirilar ekan.

B) Qishloq xo'jaligidagi hayvonlar va o'simliklarni o'sish jarayonlari quyidagi murakkab Gompers tenglamasi yordamida ifodalanilishi aniqlangan $dw/dt = \Delta W \ln(W_1/W)$ bu yerda Δ har-bir o'simlik, hayvon uchun aniqlanadigan o'zgarmas miqdor, $W=W(t)$ o'sish funksiyasi Gompers tenglamasi yechilib, o'sish integral egri chiziqlari aniqlanadi. Xuddi shuningdek reaktiv harakat, jismlarni sovush jarayonlari ham differensial tenglamalarga keltirilib yechiladi.

2.3.Chizikli differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarini chekli ayirmalar usuli bilan yechish

Differensial tenglamaning eng sodda turi bu uzgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamalardir.

$$P(x)dx + Q(y)dy \quad (1)$$

Bu tenglamani yechimini topish uchun tenglikning chap tomonini va ung tomonini integrallash natijasida topiladi:

$$\int (P(x)dx + Q(y)dy) = \int 0dx$$

$$\int P(x)dx + \int Q(y)dy = C$$

Ixtiyeriy uzgarmasni berilgan tenglama uchun kulay bulgan istal-gan kurinishda olish mumkin.

Misol-1. $x dx + y dy = 0$

Integrallab differensial tenglamaning umumiy yechimini topamiz:

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C \quad | \cdot 2$$

$$x^2 + y^2 = 2C$$

Agar $2C = C_1^2$ desak, $x^2 + y^2 = C_1^2$ ra ega bulamiz. Bu markazi koordinata boshida yetuvchi, radiusi C_1 ga teng bo'lgan konsentrik aylanalar oilasidan iborat.

$$P_1(x) \cdot Q_1(y)dx + P_2(x) \cdot Q_2(y)dy = 0 \quad (2)$$

Ko'rinishdagi differensial tenglamani noma'lumlari ajraladigan differensial tenglama deyiladi.

Bu tenglamani umumiy integralini topish uchun tenglikni ikka-la qismini $Q_1(y) \cdot P_2(x) \neq 0$ ga bulib, uni noma'lumlarini ajratib olamiz:

$$\frac{P_1(x)}{P_2(x)}dx + \frac{Q_2(y)}{Q_1(y)}dy = 0$$

Buni integrallab umumiy integral topiladi.

Eslatma: $y' = f_1(x)f_2(y)$ (3)

tenglama xam uzgaruvchilari ajraladigan tenglama deyiladi. Buni

umumiy integralini topish uchun $y' = \frac{dy}{dx}$ shaklida ifodalab,

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x)f_2(y)$$

kurinishdagi differensial tenglama xosil kilamiz. Tenglikni $\frac{dx}{f^2(y)}$ ga

kupaytrish natijasida uzgaruvchilarni ajratiladi:

$$\frac{dy}{f_2(y)} = f_1(x)dx$$

Endi xar ikkala tomonini integrallab, umumiy integralini topamiz:

$$\int \frac{dy}{f_2(y)} = \int f_1(x)dx + c$$

1-m isol:

$$x(1+y_2)dx - y_2(1+x_2)dy = 0$$

$$x(1+y_2)dx = y_2(1+x_2)dy$$

$$\frac{y^2}{1+y^2} dy = \frac{x}{1+x} dx$$

Integrallab,

$$\int \frac{y^2 + 1 - 1}{1 + y^2} dy = \int \frac{d(\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2})}{1 + x^2}$$

$$\int dy - \int \frac{dy}{1 + y^2} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 1)}{1 + x^2}$$

$$y - \arctgy = \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + c$$

3-misol: $y'y = \frac{e^x}{1 + e^x}$; differensial tenglamani $y_{x=0} = \sqrt{2}$ boshlangich shartni

kanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping.

$$y \frac{dy}{dx} = \frac{e^x}{1 + e^x}$$

$$y dy = \frac{e^x}{1 + e^x} dx$$

$$\frac{y^2}{2} = \ln|1 + e^x| + \ln c$$

$$y = \sqrt{2 \ln[c \cdot (1 + e^x)]} - \text{umumiy yechimdir}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2 \ln[c(1 + e^0)]}; c = \frac{e}{2} \quad \text{ni topamiz.}$$

$$\text{U holda } y = \sqrt{2 \ln \frac{e}{2} (1 + e^x)} - \text{xususiy yechimdir.}$$

Bir jinsli differensial tenglamalar.

Ta'rif: Agar $f(x,y)$ funksiyada x va y uzgaruvchilarni mos ravishda tx va ty ga almashtirilganda, t^n ga ko'paytirilgan yana usha funksiyani xosil bo'lsa, ya'ni

$$f(tx,ty) = t^n f(x,y) \quad (4)$$

shart bajarilsa, $f(x,y)$ funksiyani n ulchovli bir jinsli funksiya deyiladi. Bu yerda t ixtiyoriy parametr.

Ta'rif: Agar birinchi tartibli $y' = f(x,y)$ differensial tenglamaning ung tomoni x va y ga nisbatan nol ulchovli bulsa, bunday tenglama bir jinsli tenglama deyiladi.

$$y' = \varphi\left(\frac{y}{x}\right) \quad (5)$$

Bir jinsli differensial tenglamani yechish uchun $\frac{y}{x} = u$ deb belgilash kiritiladi.

$$y = u \cdot x; \text{ ni hosil qilamiz } y' = u'x + u$$

y va y' ni (5) tenglamaga kuyib, uzgaruvchilari ajraladigan tenglama xosil kilamiz:

$$\frac{du}{\varphi(u) - u} = \frac{dx}{x};$$

Tenglamani yechimini topuvchi dastur.

```
#include <iostream.h>
```

```
#include <stdlib.h>
```

```
#include <stdio.h>
```

```
#include <conio.h>
```

```
#include <math.h>
```

```
float a, b, x, y, x0, y0, z, h, P[100];
```

```
int n, i;
```

```
float Eyler()
```

```
{ return x-y;
```

```
}
```

```
int main()
```

```
{ clrscr();
```

```
cout << "Marhamat quyidagi o`zgaruvchilarning qiymatini kiriting:
```

```
\n";
```

```
cout << "A = "; cin >> a;
```

```
cout << "B = "; cin >> b;
```

```
cout << "N = "; cin >> n;
```

```
cout << "X0 = "; cin >> x0;
```

```
cout << "Y0 = "; cin >> y0;
```

```
h=(b-a)/n; x=x0; y=y0;
```

```
cout << "h = " << h;
```

```
for (i=1; i<=n; i++)
```

```
{ z=Eyler();
```

```
cout << i << " z = " << z;
```

```
P[i]=y + h*z;
```

```
cout << "Y [" << i << "] = " << P[i] << "\n";
```

```
y=P[i]; x=x+h;
```

```
}
```

```
return 0;
```

```
}
```

Natija:

A=0

$$\mathbf{B=1}$$

$$\mathbf{N=5}$$

$$\mathbf{X0=0}$$

$$\mathbf{Y0=0.8}$$

$$\mathbf{Y[1] = 1}$$

$$\mathbf{Y[2] = 2.15}$$

$$\mathbf{Y[3] = 3.346}$$

$$\mathbf{Y[4] = 4.5145}$$

Xulosa.

Biz xulosa urnida shuni ta'kidlashimiz mumkinki oliy matematika va dasturlashtirish fanlaridan olgan bilimlarimiz asosida chizikli differensial tenglamalarni uchun chegaraviy masalalarni chekli ayirmalar usuli bilan yechish algoritmi asosida yukoridagi dasturiy maxsulotni tuzdik. Bu dasturiy maxsulotni tuzish jarayonida S++ dasturlash tili imkoniyatlarini o'rganib chiqdik. Bundan kelib chiqqan holda quyidagi xulosaga keldik. Zamonaviy dasturiy maxsulotlarni ishlab chiqarish uchun albatta oddiy dasturiy ta'minotlarni tuzish kelajak uchun katta asos bo'lib hisoblanadi. So'zim oxirida shuni aytib o'tmoqchimanki, S++ tili zamonaviy dasturlash texnologiyalarining takomillashgan ko'rinishi bo'lib, u zamonaviy dasturlashni rivojlantiradi. Vaqt o'tishi bilan dasturchilar oldiga quyilgan masalalar o'zgarib boryapti. Bundan yigirma yil oldin dasturlar katta hajmdagi ma'lumotlarni qayta ishlash uchun tuzilar edi. Bunda dasturni yozuvchi ham, uning foydalanuvchisi ham kompyuter sohasidagi bilimlar bo'yicha professional bo'lishi talab etilardi. Hozirda esa ko'pgina o'zgarishlar ro'y berdi. Kompyuter bilan ko'proq uning apparat va dasturiy ta'minoti, haqida tushunchalarga ega bo'lmagan kishilar ishlashyapti. Kompyuter odamlar tomonidan uni, chuqur o'rganish vositasi emas, ko'proq o'zlarining oldilariga qo'yilgan, o'zlarining ishlariga tegishli bo'lgan muammolarini yechish instrumenti bo'lib qoldi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Жесс Либерти, “Освой самостоятельно C++ за 21 день”, Санкт Петербург 2000, 815 с.
2. Либерти Д. Освой самостоятельно C++: 10 минут на урок. Пер с англ. Вильямс, 374 стр, 2004 г.
3. Шмидский Я.К. Программирование на языке C++: Самоучитель. Учебное пособие. Диалектика. 361 стр, 2004 г.