

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА ИНФОРМАТИКА КАФЕДРАСИ

Қўлёзма ҳуқуқида
УДК 681. 03

ҲАЙДАРОВА ЛАТОФАТ ЎКТАМОВНА

Фракталларни қуриш усуллари, алгоритмлари ва технологиялари
5А 130202 - Амалий математика ва ахборот технологиялари

Магистр
академик даражасини олиш учун ёзилган
диссертация

Илмий раҳбар:

Техника фанлари номзоди, Н. Эшқороева

Қарши шаҳри, 2016 йил

М У Н Д А Р И Ж А

Кириш

Тадқиқот таҳлили

I боб. Фракталлар назариясининг асосий тушунчалари

1.1 Фракталлар ва уларнинг яратилиш тарихи, асосий тушунчалари

1.2 Фракталларни геометрик, алгебраик ва стохастик турлари

1.3 Фракталларни қўлланиш соҳалари.....

1.4 I-боб бўйича натижалар

II-боб. Фракталлар қуриш усуллари ва алгоритмлари

2.1 Фракталларни қуришда L–тизимлар усули

2.2 Итерацион функциялар тизимлари (Iterated Function Systems-IFS)

усулидан фракталларни қуришда фойдаланиш

.....

2.3 Фракталларни қуришда R–функция усули (RFM)ни қўллаш.....

2.4 II-боб бўйича натижалар

.....

III-боб. Учбурчакли, юлдузсимон ва олтибурчакли фракталларни қуришнинг математик ва дастурий таъминотини ишлаб чиқиш

3.1 Учбурчакли фракталларни қуришнинг геометрик модели, рекурсив алгоритми

3.2 Юлдузсимон фракталларни қуришнинг геометрик модели, рекурсив алгоритми

3.3 Дастурий таъминотнинг тавсифи ва ундан фойдаланиш йўриқномаси.....

3.4 Учбурчакли, юлдузсимон ва олтибурчакли фракталлар қуриш бўйича ҳисоблаш экспериментлари

III боб бўйича натижалар

Хулоса

Илова

Фойдаланилган адабиётлар

Кириш

Республикамизда олиб борилаётган ислохотларнинг тақдирида юқори малакали мутахассисларнинг роли бениҳоя каттадир. Президентимиз таъкидлаганларидек: “Эртанги кун янгича фикрлай оладиган, замонавий билимга эга бўлган юксак малакали мутахассисларни талаб этади”. Шу сабабли халқимизнинг бой интеллектуал мероси ва умумбашарий кадриятлари, замонавий маданият, иқтисодиёт, фан-техника ва технологиялар асосида етук мутахассислар тайёрлаш тизими ишлаб чиқилди ва жадал суръатлар билан ҳаётга татбиқ этилмоқда. Таълим тизимидаги чуқур ва кенг кўламли ислохотларнинг мазмуни ва амалга ошириш муддатлари Ўзбекистон Республикасининг “Таълим тўғрисида”ги қонунида ўз ифодасини топган.

Республиканинг барча олий ва ўрта махсус таълим муассасаларининг замонавий компьютерлар билан таъминланиши ва интернет тармоғига тўғридан-тўғри уланиши ёшларнинг интеллектуал ижодий билим олиш доираси кенгайишига асос яратди. Ҳар бир билим олувчи ўз соҳа йўналиши ва мутахассислигига оид материалларни интернетдан излаб топиш ва уни қайта ишлаш имконига эга бўлди. Ахборот тизимининг кенг тармоқ ёйиши аҳолининг ижтимоий-иқтисодий соҳаларни ривожлантириш борасида ишлаб чиқилган Президент ва Вазирлар Маҳкамасининг қарорлари, фармойишларидан ўз вақтида хабар топишига ва унинг мағзини англашига ҳамда амалда татбиқ этишига кенг йўл очиб бермоқда. Хусусан, Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2012 йил 21 мартдаги “Замонавий ахборот-коммуникация технологияларини янада жорий этиш ва ривожлантириш чоратадбирлари тўғрисида”ги қарори ва ушбу қарорнинг амалдаги татбиғини таъминлаш мақсадида 2012-2014 йилларга мўлжалланган дастурнинг сифатли бажарилишини таъминлаш замон талабидир. Дарҳақиқат, жамиятнинг изчил равнақ топиши ва жадал ривожланишида ахборот технологияларининг аҳамияти беқиёслиги ҳеч кимда шубҳа уйғотмайди. Шу

билан бирга, ахборот технологияларини жамиятнинг турли соҳаларига жорий этиш, амалий кўникмалар ва назарий билимларга эга бўлган мутахассис кадрларни тайёрлаш ҳам долзарб масала ҳисобланади.

Ахборот технологиялари соҳасининг изчил ривожланиши таълим тизимига ҳам ўз таъсирини кўрсатди. Статистик маълумотлар таҳлили шундан далолат берадики, ўқувчи, талабаларнинг ахборот технологиялари кенг жорий этилиши туфайли билим олишга бўлган интеллектуал ижодий ёндашишлари кун сайин ошиб бормоқда. Эътиборга лойиқ томони шундаки, ҳар бир битирувчи илмий изланишлар натижасида эришган ютуқларини бевосита амалиётга татбиқ этишга эришмоқда. Бу ўз навбатида, ахборот технологияларининг жамиятни ривожлантириш ва модернизациялашга кўшаётган муносиб ҳиссасидан далолат беради.

Фракталлар ноёб объектлар бўлиб, хаотик дунёнинг айтиб бўлмайдиган даражадаги ҳаракатларидан пайдо бўлади. Уларни жуда кичик бўлган мембрана ҳужайраларидан тортиб, жуда катта ҳисобланган Қуёш тизимидан ҳам топиш мумкин. Дарахтларнинг барглари, қўлнинг вена қон томирлари, эгилувчан ва тўлқинли дарёлар, қимматбаҳо қоғозларнинг бозори-буларнинг ҳаммаси фракталлардир. Қадимги замон тараққиёти вакиларидан то ҳозирги куннинг тараққиёти вакиллари, олимлар, математиклар ва артистлар, шунингдек ер юзида яшовчи одамлар фракталлар билан ҳайратланганлар ва улардан ўзларининг ишларида фойдаланганлар. Шунингдек, дастурчилар ва компьютер техникаси соҳасидаги мутахассислар фракталлардан чексиз мураккабликдаги гўзалликни оддий формулалар орқали уй компьютерларида қуриши мумкин.

Фракталларнинг ихтиро этилиши фан ва математикада, санъатдаги янги эстетиканинг очилишидир, шунингдек инсоннинг олами идрок қилишдаги кашфиётдир.

“Фрактал” сўзи бу биз яшаб турган кунда кўпчилик инсонлар, физиклардан тортиб мактаб ўқувчисигача гап юритадиган тушунчадир. У кўплаб математика дарсликлари муқоваларида, илмий журналлар

муковаларида ва компьютерларнинг дастурий таъминоти кутиларида пайдо бўлди. Бугун фракталларнинг рангли суратини ҳамма жойда учратиш мумкин: откриткалардан тортиб футболкаларгача. Охирги икки ўн йилликда ойда чиқарилаётган маҳсулотларнинг сони бир неча ўнликлардан кўплаб мингларга ўсди. Шундай қилиб, биз атрофимизда кўриб турган барча рангли шакллар бу нима? Оддийгина тилда айтиш мумкин Фрактал—бу геометрик шакл бўлиб, аниқ бир қисми ўлчамлари ўзгарган ҳолда қайта–қайта такрорланишидир.

Бу ердан ўз-ўзига ўхшашлик тамойили келиб чиқади. Барча фракталлар ўз-ўзига ўхшашдир, улар барча даражаларда ўхшашдир. Бироқ фракталлар—мураккаб шакллар бўлиб қолмай, балки компьютерларда бўғимларга бўлинган. Хулоса шуки, тасодифий ва нотўғрилиқлар фракталлардир. Назарий томондан мавжуд оламдаги барча нарсалар улар булутларми ёки кичкина кислород молекуласи уларнинг ҳаммаси фракталлардир.

Фракталлар хаос сўзи билан доимо боғлангандир. Фракталларни хаоснинг қисми сифатида аниқлаш мақсадга мувофиқдир. Фракталлар тартибсиз ва тасодифий бўлиши билан хаотик ҳатти-ҳаракатларни намоён этади. Агар жуда яқиндан қаралса фракталнинг ичида жуда кўп ўз-ўзига ўхшашлик томонларни кўриш мумкин. Масалан, дарахтга қаранг, битта шохни ажратиб олиб уни яқиндан ўрганинг. Энди бир неча барглари боғламларини ажратиб олинг. Фракталлар билан шуғулланувчи олимлар (хаологлар) учун бу учта объект айнан ўхшаш ифодаланади.

Хаос сўзи кўпчилик одамларнинг хаёлига тартибсиз ва сўз билан ифодалаб бўлмайдиган нарсаларни олиб келади. Аслида бундай эмас. Демак, хаос қанчалик хаотик? Жавоб шундай, ҳақиқатда хаос нима етарлича тартибланган ва аниқ қонуниятга амал қилади. Муаммо шундаки, бу қонунларни қидириб топмоқ жуда мураккаб. Хаос ва фракталларни ўрганишдан мақсад—айтиб бўлмайдиган ва хаотик тизимдаги қонуниятларни башорат қилишдир.

Хаологлар булутли тасвирларни, об-ҳавони, сув оқимини, хайвонларнинг кўчишини, шунингдек она табиат ҳаётидан кўплаб аспектларни ўрганишни ёқтиришади. Тизим-бу буюмлар тўплами, ёки ўрганиш соҳаси. Шундай қилиб, бизни ўраб турган дунё фракталлардан иборатдир.

Кўплаб хаологлар учун хаос ва фракталларни ўрганиш дунёни билишни янги соҳаси бўлиб қолмай, математиклар, назарий физиклар, санъат ва компьютер технология соҳасидаги мутахассисларни бирлаштирувчи инқилобдир. Бу кашфиёт нафакат дарсликларда кўрадиган, балки табиатда ҳамда чексиз оламда бизни ўраб турган дунёни ифодалаб берувчи геометриянинг янги туридир.

Бу янги соҳани ўрганувчи пионерлар фракталлар назариясининг отаси деб Америка математиги профессор Бенуа Б. Мандельброт деб ҳисоблайдилар. 1960 йилларнинг охириги ўн йиллигида Мандельброт ишлаган илмий ижодини фрактал геометрия ёки табиат геометрияси деб атаиди (бу ҳақида у ўзининг Табиатнинг фрактал геометрияси номли асарида ёзади). Фрактал геометриянинг мақсади-синдирилган, буришган ва норавшан шаклларни таҳлил қилишдан иборат. Мандельброт парчаланган ва фракцияланган бу шакллар учун фрактал сўзидан фойдаланган.

Мандельброт бошқа олимлар Клиффорд А. Пикковер (Clifford A. Pickover), Джеймс Глейк (James Gleick) ёки Г.О. Пейтген (H.O. Peitgen) фрактал геометриянинг соҳасини кенгайтиришга ҳаракат қиладилар, яъни бутун дунёда уларни амалий қўллашга, бозордаги қимматли қоғозларни нархларини башорат қилишдан тортиб назарий физиканинг янги кашфиётларини бажаришгача.

Фракталлар фанда кўпдан кўп қўлланилмоқда. Бунинг асосий сабаби у мавжуд борлиқни анъанавий физика ёки математикага нисбатан жуда аниқ баён этади. Бир неча мисол келтирамиз: компьютер тизимлари, суюқлик механикаси, телекоммуникация, сиртлар физикаси, тиббиёт, биология ва бошқаларда.

Фрактал геометриянинг асосий ғояларидан бири борликда ўлчовлар миқдори учун бутун бўлмаган қийматлар ғоясидир. Мандельброт бутун бўлмаган ўлчов 2.76 ни фрактал ўлчов деб номлади. Оддий евклид геометрияси мавжуд борлиқ текис ва силлиқ эканлигини таъкидлайди. Бундай борлиқнинг хусусияти нуқталар, чизиклар, бурчаклар, учбурчаклар, кублар, сфералар, тетраэдрлар ва бошқаларни беради.

Табиатдаги кўплаб объектлар (масалан, инсон танаси) бири иккинчиси билан қўшилган фракталлар тўпламидан ташкил топган бўлиб, ҳар бир фрактал бошқаларининг ўлчамидан фарқ қиладиган ўзининг ўлчамига эга. Масалан, инсоннинг икки ўлчамли сиртидаги томирли тизимлари эгилади, тармоқланади, буралади ва қисилади, унинг фрактал ўлчами 3.0 га тенг. Аммо агар у алоҳида бўлақларга бўлинган бўлса, артерия қон томирининг фрактал ўлчами фақатгина 2.7 га тенг бўлади, унда ўпка бронхиал йўлидиги фрактал ўлчам 1.07 га тенг бўлар эди.

Тадқиқот таҳлили. [1] тадқиқотлар ҳисобидан маслаҳатчилардан узоқлашган ҳолда хирургик операцияларни бошқариш учун имкониятларни яратишга, видеопотокларни фрактал қисишни самарали усулини ишлаб чиқаришга ҳамда татбиқ қилишга бағишланган. Маслаҳатчилар узоқлашган ҳолда одамларда тиббий таъсирларни бошқаришнинг ўзига хос хусусиятлари ва шартларини тиббий видеопотокларни алмаштириш нуқтаи назардан сақлаш ва узатишни таҳлил қилган. Алоҳида тасвирларни кодлаш ва видеопотоклар усуллариининг тавсифлари ҳамда ҳисоблаш мураккабликларининг қиёсий таҳлили бажарилган. Видеопотокларни комбинацияланган фрактал кодлаш ва декодлаш усули ишлаб чиқилган. Тиббий тасвирларнинг носимметрик фрактал алмаштириш камайиши усули ишлаб чиқилган. Маслаҳатчилардан узоқлашган ҳолатдан фойдаланиб видеоэндоскопик операцияларни бошқаришни автоматлашган тизими ишлаб чиқарилган ҳамда амалиётга жорий қилинган.

[2]да фракталлар ва уларни куришга бағишланган тушунчалар берилган бўлиб, фракталларни куриш учун итерацион функциялар тизими усули келтирилган.

Фракталларнинг асосий тушунчалари: фракталларнинг тарихи, фракталларнинг таърифлари, фракталларнинг турлари, фракталларнинг хусусиятлари шунингдек уларнинг қўлланиши [3] да келтирилган.

[4] фракталларни куриш хақидаги назарияларга ва усулларга бағишланган бўлиб, уларни куришнинг бир неча усуллари баён этилган ҳамда мисолларда келтирилган.

[8]да муҳитларнинг геометрик ва электрик характеристикаларнинг математик моделлаштиришга фрактал усулни ривожлантиришнинг тадқиқи келтирилган. Қуйидаги натижалар олинган: ўз-ўзига ўхшашлик аксиомаларининг математик шакли берилган, тармоқланган тузилишларда фрактал ўлчов D ни ўлчашнинг самарали сонли усули ишлаб чиқилган ва таклиф этилган. Математик моделга асосан бир жинсли бўлмаган муҳитларда Кантор тўпламларида ёритиладиган электрик характеристикаларини кўпмасштабли ва ўз-ўзига ўхшаш тарқалиши исботланган.

[9]да фрактал ҳисобларнинг аниқловчи аксиомалар тизими таклиф этилган. Иерархик тузилишлар учун уларни қўллаш кўрсатилган. Фрактал тарқалган тузилиш сифатида дарёнинг тармоқланган мансаби ҳамда стримерли каналлар қаралган. Фрактал интеграллар ва дифференциаллар киритилган ва уларнинг қиймати элементар функциялар учун ҳисобланган. Оддий фракталлар тенгламалари қаралган.

Монография фрактал геометрия асосини математик таърифлашга ва фрактал ҳисоблашларнинг математик аппаратига бағишланган. Тармоқланган тизимларни фрактал ўлчовларини ўлчашнинг Кантор усули баён этилган. Анъанавий материаллар билан бирга табиатда кенг тарқалган бир нечта объектлар қаралган. Асосий эътибор фрактал муҳитлардаги электромагнит жараёнларга қаратилган [10].

Кластер таҳлилнинг замонавий алгоритмлари қайта таҳлил қилинади. Кўп ўлчовли фрактал тузилишнинг бўғинлаш процедураси тақдим этилган ва у “RIFS-Random Iterated Function System” амалий дастур кутубхонаси кўринишда амалга оширилган. Таклиф этилаётган усулнинг амалий масалаларни ечишдаги самараси ва ишлаш қобилияти намоёни қилинган [11].

1988 йили америкалик таниқли мутахассислар Барнсли ва Слоан график маълумотларни қисиш ва сақлаш учун динамик тизимлар назариясига асосланган мулоҳазали фикрларни таклиф этдилар. Улар ўз усулларини ахборотларни фрактал қисиш усули деб номладилар. Бундай номнинг келиб чиқиши бу усулдан пайдо бўлувчи геометрик шакллар билан боғлиқдир. Барнсли ва Слоан ушбу фикрларга асосланиб ахборотларни 500–1000 маротаба қисишга имконият берувчи алгоритм яратдилар [14].

Иш фрактал ва мультифрактал геометриянинг асосий ғояларини баён этишга бағишланган. Турли хилдаги фрактал тузилишдаги мисолларни табиатнинг кўплаб ҳодисаларида учратиш мумкин. Фракталли тимсоллардан нозик динамик ҳамда диссипатив тизимларнинг хаотик ҳаракатини таърифлашда, суюқликларнинг гирдобли ҳаракатида, коинотда борлиқнинг биржинсли бўлмаган тарқалишида муваффақиятли фойдаланилади [15].

Маълумотларни қайта ишлаш тизимида ишлаб чиқарилган график ахборотларни фрактал қисиш усулининг самарасини баҳолаш критерияси таклиф этилган. Мавжуд график маълумотларни қайта ишлаш усуллари келтирилган тизимли таҳлилга асосан уларнинг афзалликлари ва камчиликлари намоёни этилган. График маълумотларни қайта ишлашга мўлжалланган мавжуд моделни хусусий тасвир фрактал характери ва уни шаклланишида юзага келувчи шавқиннинг мультифрактал характери хисобга олмайди. График маълумотларни ташкил этувчи шовқинларнинг фрактал ва мультифрактал хусусиятларини баён этувчи усул ишлаб чиқарилган [16].

[17]да тасвирларни фрактал қисишнинг самарали усуллари ишлаб чиқаришнинг назарий ва амалий масалалари қаралган. Тасвирларни фрактал қисиш ўзида растрли тасвирларнинг қисишга янгича ёндашишни ифодалайди. Фрактал кодловчи тасвирларни ўз-ўзига ўхшашлик хусусиятидан фойдаланишга имкон яратади. Мавжуд табиатдаги тасвирлар нуқталарнинг тасодифий тўплами бўлмай, балки такрорланувчи бир хил блокдаги қисмлардан иборатдир.

Фракталларнинг таниқли синфларидан бири стохастик фракталлар ҳисобланади. Агар итерацион жараёнда тасодифан бирор-бир параметр алмаштирилса ҳосил бўладиган фрактал-стохастик фракталдир. Бунда табиатнинг объектлари носимметрик дарахтлар, нотекис қирғоқлар ва бошқаларга жуда ўхшаш ҳосил бўлади. Икки ўлчовли стохастик фракталлардан ер юзининг рельефи ва денгиз текислигининг моделлаштиришда фойдаланилган. Компьютер графикасида дарахтлар, дарахт пўстлоқлари, саҳролар, қирғоқ чизиқларини тасвирини ҳосил қилишда геометрик фракталлардан фойдаланиш кераклиги таъкидланган. Шунингдек геометрик фракталлар ҳажмий тузилишларини яратишда фойдаланилади [18].

[19]да Евклид фазосида тўплamlарнинг фрактал ўлчамини аниқлаш берилган. Мисол сифатида Контор тўплaмининг, Серпин салфеткасининг ва бошқа тўплamlарнинг фрактал ўлчамлари ҳисобланган. Бундан ташқари аниқ дифференциал тенгламалар тизимининг аттракторлари топилган ҳамда аттрактор тушунчаси киритилган. Бу аттракторларнинг фрактал ўлчамлари келтирилган.

Кристал бўлмаган қаттиқ модданинг аморф кремний мисолида фракталли моделини қуриш усуллари қаралган [20].

[21]да қуйидаги натижаларга эришилган: арифметик ҳамда комбинаторик хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда классик ва янги учбурчакларнинг ва пирамидаларнинг Паскал учбурчаги ўрганилган, рекуррент муносабатлар асосида қурилган биномиал, триномиал ва бошқа

комбинатор сонлар ўрганилган. Олтига модулларга асосланган “Паскал учбурчаги” номли дастурий таъминот C#да ишлаб чиқилган, дастурдан фойдаланиш учун қулай интерфейс ишлаб чиқилган, дастурий таъминотдан турли саноатда кенг фойдаланиш мумкин.

Ишда вариациянинг янги индекси ν киритилган бўлиб, у фрактал ўлчам D билан қуйидагича $\nu = D - 1$ муносабатда бўлади. Бироқ уни ҳисоблаш учун берилганга нисбатан битта кам тартиб талиб этилади. Бу қимматли қоғозлар бозорида таҳлил ўтказишга имкон беради [22].

[23]да табиий пайдо бўлган ўз-ўзига ўхшаш тузилишларнинг фрактал ўлчамларини ҳисоблаш масаласи қаралаган. Реал мавжуд ва абстракт математик фракталларнинг фрактал таҳлилига ёндашишлардаги фарқлар баён этилган. Фракталларнинг сиғимли ўлчамини ҳисоблаш учун сонли алгоритмни қўллаш кераклиги таъкидланган. Ўлчамни топиш усули таклиф қилинган.

Генетик алгоритм тамойиллари ва мантикий лойиҳалашдан фойдаланиб янги 12та биоўхшаш L-тизими яратилган. Бу тизимларнинг график объектлари каби мантикий формулалари (аксиомалар, алмаштиришлар, бурилиш бурчаклари ва қайта ёзишлар) келтирилган. Биологик морфогенез масаласини ҳал этиш учун бу типдаги моделлаштиришнинг муҳимлиги ҳамда биологик ғояларнинг информатикада фойдаланиш муҳокама этилган. Муаллифлар бундай йўналишдаги тадқиқотни “Сунъий ҳаёт” деб таърифлаган [24].

“Серпин учбурчаги” ва “Кох ороллари” типдаги фрактал соҳаларда электродинамиканинг чегаравий масалаларини ечишга сонли-аналитик усул R-функция биринчи бор қўлланилган [25].

Янги тезкор ривожланувчи математика фани талабга тўла жавоб берадиган биринчи ўқув қўлланма бўйича-ҳозирги кунга қадар рус тилида фақат шу монография чиқарилган [26]. Бу монографияда шу соҳада ишловчи илмий ходимлар учун машқлар жуда ўринли танланган бўлиб, барча

соҳадаги тушунчаларга оид биологиядан тортиб лингвистикага қадар иловалар мавжуд.

[27]да биринчи марта детерминаллашган бир текис бўлмаган хаотик-тузилишли фрактал кластерлардан иборат янги типдаги фрактал антенналар тадқиқ қилинган ва таклиф этилган.

Аэротасвирларни фрактал таҳлиллаш усуллари ва алгоритмлари таҳлил қилинган [28]. Аэротасвирларни ўқиш масалаларида уларни қайта ишлаш ўтказишни ҳисобга олган ҳолда камчилик ҳамда афзалликлари намоён бўлади. Жойнинг аэрофототасвири қаралаётган масштабларни энг қисқасида фрактал эканлиги қаралган. Олинган натижаларда фрактал ўлчам тасвирлар ва уларнинг дискрет характериға сезиларли таъсир қилганлиги фйтилган.

Фракталлар назариясининг асосчиси таниқли америкалик математик Б.Мандельброт фракталлар ҳақидаги китобини 1977 йилда нашрдан чиқарган ва бу китоб бир неча тилларға таржима қилинган ҳамда бир неча марта нашрдан чиқарилган. Бироқ рус тилидаги бу китобнинг таржимаси бироз кечикиб яъни 2002 йилда нашрдан чиққан. Шу йиллар мобайнида бу китобдаги маълумотлар ҳеч ҳам эскирмаган бўлиб, фракталлар назарияси асосига кириш ҳамда фракталларға оид энг қимматли маълумотлар мавжуддир [29].

[30]да бир қатор классик фрактал функцияларни қуришнинг янги алгоритмлари келтирилган. Фракталлар назариясининг асосий қоидалари тадқиқ қилиниб уларнинг радиофизикада қўлланилиши, унинг қўлланиш соҳалари, классик усуллар билан таққослангандаги камчиликлари ҳамда ютуқлари келтирилган, мос ҳисоблаш экспериментлари ўтказилган.

[31]нинг иши фракталлар назариясининг асосига бағишланган бўлиб, икки қисм ва иловалардан ташкил топган. Биринчи қисмида лойиҳавий фракталлар, иккинчи қисмида эса динамик фракталлар қаралган. Иловаларда ёрдамчи материаллар келтирилган.

0.1. -20 ггц. частотали диапазондаги ягона ҳалқали кейли дарахти каби лойиҳавий антенналар учун янги фрактал тўпламлари таклиф этилган.

Частотали ажратадиган тузилишларли параметрик фракталларни компьютерли моделлаштириш дастур матни ишлаб чиқарилган. Олинган тавсифлар антеннанинг диапазонли хусусиятлари натижаларини олишга имкон беради [32].

Фрактал ва мультифрактал объектларда дифракцион эффектларнинг кенг синфини тадқиқ қилишга имкон берувчи имитацион модел ишлаб чиқарилган. Ишлаб чиқарилган моделга асосан ва уларнинг статик хусусиятларини ифодаловчи янги фазавий тебранишлар кенглиги мультифрактал тузилишлари тадқиқ қилинган ҳамда уларга асосланиб дифракцион оптик элементларнинг яхшиланган таърифи таклиф этилган. Масалага қаратилган лойиҳавий фракталлар ва мультифрактал тузилишни турлича параметрлар билан пайдо бўлишига имкон берувчи модуллар комплекси ишлаб чиқилган. Оптик ва турли усуллар билан тасвирнинг фрактал ўлчамини ҳисоб-китоби олиб борилган [33].

Мазкур [36-37] ларда В.Л. Рвачевнинг R-функцияси ёрдамида баъзи бир фракталларнинг тенгламаларини қуришга бағишланган.

[38] фрактал геометрия объектларининг L-тизим ва итерацияловчи функция тизимлари ёрдамида чизиш алгоритмларини баён этишга ҳамда В.Л. Рвачевнинг R-функция усули билан қатор фрактал геометрик объектларининг тенгламаларини қуришга бағишланган.

[42] ўлчами $d=1$ бўлганда Кантор тўплами, Гильберт ва Госпер ҳамда W эгри чизиқлари тенгламаларини алгебро-мантикий усул ҳисобланган В.Л. Рвачевнинг R-функция усулининг конструктив воситалар ва рекурсив процедуралар ҳамда фигураларининг ўхшашлик хоссалари ёрдамида қуришга бағишланган.

Мазкур иш [43]да айланаларнинг уринишлари ва кесишишларидан ташкил топган фракталларнинг тенгламаларини R-функция усулини конструктив воситалар ва рекурсив процедураси асосида қуришга қаралган. Қурилган тенгламалар асосида итерация сонига нисбатан турлича предфракталларни генерация қилиш мумкинлиги кўрсатилган.

[50]да икки ўзгарувчили текисликда Мандельброт ва Жюлиа тўпламларининг фрактал ўхшашликларини куриш такдим этилган. Олинган тўпламлар фрактал тавсифни намоён қилади. Икки узгарувчили текисликда Мандельброт ва Жюлиа тўпламларининг фрактал ўхшашликларини куришга уринишларни ўзида сақлайдиган ишнинг қисқа таҳлили берилган.

Классик фракталларни куришнинг маълум алгоритмлари ва уларнинг MATLAB пакетида амалга оширишни ўзига хос хоссалари муҳокама этилган ҳамда мос дастурий листинглар келтирилган [51].

Фракталлар назарияси ёрдамида радиотехника ва радиофизикада олинган назарий ҳамда экспериментал тадқиқотларнинг натижалари тизимлаштирилган. Мавжуд радиосигналлар ва электромагнит майдонлар скейлинг эффектлар ҳисобидан математиканинг қасрли операторлари ҳамда қасрли ўлчамлари назарияси берилган. Фрактал радиоэлектрониканинг элементли базасининг олинган натижаларини умумлаштириш ва таҳлиллаш усуллари берилган, частотадаги тавсифлар бўйича тақсимланган қўллаш соҳалари синфлари қаралган [52].

Фракталлар назариясининг асослари баён этилган. Биринчи бўлимда фракталлар назариясининг асослари, фрактал ўлчам тушунчаси, L-тизими ёрдамида моделлаштириш қондаси баён этилган. Кўп сонли лойиҳавий фракталлар (Кох, Минковский, Серпин, Лев, Контор ва бошқалар) мисоллари қаралган. Иккинчи бўлимда тўпламлар назариясидан асосий маълумотлар, хаос назарияси масалалари, ғайри-оддий аттракторлар ўлчамини аниқлаш, итерацион функциялар тизими (ИФТ) ёрдами билан фракталларни моделлаштириш схемаси, шунингдек фрактал ўлчамларни аниқлашнинг ҳисоблаш процедуралари қаралган [53].

Ушбу қўлланма рекурсия тушинчаси, рекурсия тушунчасининг муҳокамасига бағишланган бўлиб, рекурсияларнинг ўзига хос хусусиятлари ҳамда процедуралари қараб чиқилган. Ўқув қўлланмадаги материалларнинг катта қисми масалалар кўринишда талқин қилинган. Масалалар мавзулар бўйича гуруҳларга ажратилган [54].

Табиий ва сунъий қаторларда мультифрактал спектрларнинг асосий хусусиятлари ўрнатилган. Спектрларнинг олинган хусусиятларига асосан тасвирларнинг белгиларини танлаш бўйича тавсиялар ишлаб чиқилган. Таклиф этилган муносабатларга кўра асосан тасвирнинг одам-машина бинар бўғимлари алгоритми ишлаб чиқилган [56].

[58]да фракталларнинг математик хусусиятлари аниқ, содда ва тушунарли баён этилган. Гидродинамика, океанология, гидрологиядаги перколяцион жараёнларни тадқиқидаги фракталлар назариясининг иловалари ёритилган.

Ушбу услубий қўлланмада фракталлар ҳақидаги асосий маълумотлар тақдим этилган. Геометрик ва вақтинчали фрактал объектларни кенг доирадаги синфларининг компьютерли моделлаштиришнинг турли хил усулларининг батафсил баёни берилган. Шунингдек виртуал ва реал фракталларнинг фрактал ўлчамини математик таҳлилининг асосий таниқли усуллари ифодалаб берилган [59].

[60]нинг асосий натижалари қуйидагилар: фракталларнинг ўлчамлари ўрганилган ва тадқиқ қилинган, фракталларнинг асосий синфлари ўрганилган, фракталларнинг тенгламаларини қуриш усули таклиф этилган, R-функция асосида классик фракталларининг рекуррент тенгламалари ҳамда гиламларнинг тенгламалари қурилган, фракталлар расмларини чизишнинг дастурий таъминоти ишлаб чиқилган, қулай фойдаланувчи интерфейси ишлаб чиқилган. Ушбу дастурий таъминотдан турли соҳаларда фойдаланиш мумкин: тўқимачилик саноатида, радиотехникада, компьютер графикасида ва бошқаларда.

Ишнинг долзарблиги. Маълумки ҳозирги вақтда фракталлар компьютер графикаси, физика, ва бошқа турли табиий фанларда кенг қўлланилмоқда, шунингдек радиотехника, телекоммуникация, кино, телевиденияда махсусэфектлар ва визуализация элементлари сифатида ишлатилмоқда. Ишнинг ўрганилганлик даражасидан келиб чиққан ҳолда, геометрик фракталларни қуриш усулларини ўрганиш, геометрик моделини

ишлаб чиқиш, самарали ҳисоблаш алгоритмлари ҳамда дастурий таъминотини яратиш энг муҳим масалалардан ҳисобланади.

Тадқиқотнинг мақсади. IFS усулига асосан *геометрик* фракталларни қуришнинг математик ва дастурий таъминотини ишлаб чиқиш.

Тадқиқотнинг объекти. *Геометрик фракталлар.*

Тадқиқотнинг предмети. Итерацион функциялар тизимлари (Iterated Function Systems-IFS).

Тадқиқотнинг усуллари. *Геометрик* фракталларни Итерацион функциялар тизимлари (Iterated Function Systems-IFS) усули ёрдами билан математик таъминоти ҳамда замонавий дастурий муҳитлар ва тиллар ёрдамида дастурий таъминотини ишлаб чиқиш, растрли тасвирларини яратиш.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги. Итерацион функциялар тизимлари (Iterated Function Systems-IFS) усули асосида геометрик фракталларни қуришнинг математик таъминотини ҳамда замонавий дастурий муҳитлар ва тиллар ёрдамида дастурий таъминотининг яратилганлиги.

Тадқиқотнинг асосий масалалари ва фаразлари.

Асосий масалалар:

Итерацион функциялар тизимлари усулига асосан геометрик фракталларни қуришнинг геометрик моделини ишлаб чиқиш;

Геометрик фракталларни қуришнинг самарали ҳисоблаш алгоритминини ишлаб чиқиш;

Ишлаб чиқарилган ҳисоблаш алгоритми асосида дастурий таъминотини яратиш;

Геометрик фракталларни рекурсиялар сони турли бўлганда чизиш ва таҳлил қилиш.

Фараз: Фракталлар, уларнинг асосий тушунчалари, хусусиятлари, қуриш усулларини ўрганган ҳолда замонавий дастурлаш тили ёрдамида дастурий таъминот яратиш.

Тадқиқотда қўлланилган методиканинг тавсифи. Фракталлар тузилишини ҳосил қилишнинг оддий воситаларидан ҳисобланган IFS (ИФТ) усули 1980-йилларнинг ўрталарида пайдо бўлган. IFS қисилувчи аффин алмаштиришлар тўпламидир. Маълумки аффин алмаштиришлар масштаблаштириш, буриш ва параллел ўтказишни ўз ичига олади. Агар масштаблаштириш коэффиценти < 1 бўлса, аффин алмаштириш қисилувчан ҳисобланади.

Бундай тўпламларнинг тасвири аниқ чизилган чегераларга эга бўлмайди. Фракталларнинг ўзига хос хусусияти шундан иборатки, тасвирнинг энг кичик бўлаги ҳам охир оқибат бутинлигича ўзини ифодалайди. Фракталларнинг бу хусусиятига кўра маълумотларни фрактал қисишга асос солинган.

IFS (ИФТ) бир нечта фиксирланган функциялар тизимини ўзида ифодалайди. Энг оддий IFS (ИФТ) текисликнинг аффин алмаштиришдан ташкил топган:

$$X' = A * X + B * Y + C, Y' = D * X + E * Y + F.$$

Тадқиқот натижаларининг назарий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот ишининг илмий аҳамияти геометрик фракталларни қуришга доир геометрик моделлар ва алгоритмларга оид назарияларни ривожлантиришдан иборат.

Ишлаб чиқилган алгоритм ва дастурлардан:

лойиҳавий-илмий ишлар тан-нарҳини камайтиришда;

лойиҳаларнинг сифатини оширишда;

аниқ натижаларга эришишда;

лойиҳавий ташкилотлар ҳамда илмий-тадқиқот институтларида қўллаш мумкин;

тажрибавий амалий масалаларни ечишда фойдаланиш мумкинлиги тадқиқот натижаларининг амалий аҳамиятидир.

Натижаларнинг жорий қилиниши. Диссертация ишининг натижаларини, ишлаб чиқилган геометрик моделлар, ҳисоблаш алгоритмлари ва дастурий

таъминотнинг лойиҳавий ташкилотлар ҳамда илмий-тадқиқот институтларида қўллаш назарда тутилган.

Геометрик моделларни қуриш, ҳисоблаш алгоритмларини ишлаб чиқиш, дастурий таъминотларни яратиш ва сонли экспериментларни ўтказиш услугиётини Ўзбекистон Республикаси олий ўқув юртларининг махсус факультетларида махсус курс сифатида фойдаланиш тавсия этилади.

Ишнинг синовдан ўтганлиги.

1. TATU ilmiy-texnika va axborot-tahliliy jurnali. 2016, №1 (37), 40-43б.
(Юлдузсимон фракталларни қуришнигеометрик моделлари ва алгоритмлари).
2. Илм – фан инновация журнали. 2016, 14-15 б.
(ФРАКТАЛЛАРНИ ҚУРИШДА L–ТИЗИМЛАР УСУЛИДАН ФОЙДАЛАНИШ АЛГОРИТМЛАРИ).
3. INNOVATION TEXNOLOGIYALAR JURNALI.
(UCHBURCHAKLARDAN TUZILGAN FRAKTALLARNI QURISHNING REKURSIV ALGORITMLARINI ISHLAB CHIQISH).

Ишнинг тузилиши ва ҳажми.

Диссертация кириш, учта боб натижалар билан, хулоса, илова ва адабиётлар.

1 боб. Фракталлар назариясининг асосий тушунчалари

Ишнинг бу бобида фракталлар назарияси, унинг пайдо бўлиш тарихи, фракталларнинг ўзига хос асосий хусусиятлари ўрганилади. Унинг математик таърифи ва физик таърифлари келтирилади.

1.1 Фракталлар ва уларнинг яратилиш тарихи, асосий тушунчалари

Фракталларнинг тарихи. Фрактал сўзи латинча «fractus» сўзидан олинган бўлиб, «бўлакланган», «қисмлардан ташкил топган» деган маънони англатади ва у «fraction, fractional» (бўлув, бўлинма) терминларидан келиб чиққан. Ҳозирги кунга қадар фрактал тушунчаси айнан таърифга эга эмас, бироқ математик нуқтаи назардан фрактал—бу касрли ўлчамлар тўпламидан иборатдир [32].

Фрактал ва фрактал геометрия тушунчаси 20—асрнинг 70–80 йиллари ўрталарида математиклар ҳамда дастурчиларнинг илмий изланишларига қатъий равишда кириб келди.

Фрактал термини америка олими Бенуа Мандельброт томонидан 1975 йили нотекис, лекин ўз-ўзига ўхшаш тузилишларни ифодалаш учун киритилган.

Фрактал геометриянинг пайдо бўлиши 1977 йили нашрдан чиққан, Бенуа Мандельброт томонидан ёзилган «The Fractal Geometry of Nature» (Табиатнинг фрактал геометрияси) номли китоб билан боғлиқдир. Мандельброт ушбу китобида 1875–1925 йилларда шу соҳада ишлаган бир неча олимларнинг (Пуанкаре, Фату, Жюлиа, Кантор, Хаусдорф ва бошқалар) илмий изланишлари натижаларидан кенг фойдаланган [32].

Фракталларнинг таърифлари. Қуйида фракталларга берилган таърифларни келтирамиз.

Юқорида айтиб ўтганимиздек, фрактал аниқ бир таърифга эга эмас, бироқ адабиётларда унга берилган турлича таърифларни учратамиз [18,29,32,34,56].

Фрактал—у геометрик фрактал бўлиб, қисмлардан ташкил топган ҳамда уларнинг ҳар бири бутун фракталнинг нусхасини кичиклаштирган ҳолатини ифодалайди. Фрактал—аниқ бир қисм ўлчамини ўзгартирган ҳолда қайта ва қайта такрорловчи геометрик шаклдир. Фрактал—қисмлардан ташкил топган, қайсидир маънода тўлалигича ўз-ўзига ўхшаш тузилишдир.

Фрактал—бу синган фазовий шакл, текис ёки нотекис, хаотик ёки ботартиб ва ўз-ўзини турли масштабда такрорлайдиган мураккаб тузилиш ҳисобланади. Фрактал масштабига боғлиқ бўлмаган тасвирларнинг ўз-ўзига ўхшаш тузилишларидир. Фрактал—Хаусдорф ўлчами топологик ўлчамидан қатъий катта бўлган тўпلام.

Фрактал—нобутун ўлчамли ўз-ўзига ўхшаш тўпلامлардир, чексиз ўз-ўзига ўхшаш шакллардир, ўлчами касрий тўпلامдир. Бундай таърифлардан яна бир нечасини келтириш мумкин.

Юқоридаги таърифлардан келиб чиқиб уларни қуйидаги иккита гуруҳга ажратиш мумкин:

Фракталларнинг математик таърифи. Фракталлар чексиз рекурсив жараёнлар натижасида ифодаланган функционал ёки ҳосил бўлувчи тўпلام ва қуйидаги хусусиятларга эга:

– ўз-ўзига ўхшаш ёки масштабнинг инвариантлиги (чексиз скейлинг), яъни кичик масштабда ва ўрта масштабда худди катта масштабдаги каби кўринади;

– касрли ўлчами (Хаусдорф ўлчами деб аталувчи) топологик ўлчамидан қатъий катта;

– дифференциалланмайди ва касрли кўпайтмалар ҳамда интегралларда аниқлаштирилади.

Фракталларнинг физик таърифи. Фракталлар–кучли қирқилган тузилишни ифодаловчи ҳамда чегараланган масштабда ўз-ўзига ўхшаш хусусиятини эгалловчи геометрик объектлар (чизик, сирт, жисм) лардир.

Фрактал бу аввало мавҳумлик, назарий модель, реалликда мавжуд бўлмаган чегаравий ўтиш натижалари.

Бироқ фракталларнинг қатъий аниқ таърифи мавжуд эмас. Аммо фрактал геометрия табиат геометриясидир.

Фракталларнинг хусусиятлари. Ўз-ўзига ўхшашлик–фракталларнинг асосий хусусиятларидан бири. Энг оддий ҳолатда фракталларнинг катта бўлмаган қисми улар ҳақидаги барча ахборотларни ўзида сақлайди.

Касрийлик–фракталларни яна бир хусусияти. Фракталларнинг касрийлиги фракталлар нотўғрилигининг ўлчамини математик ифодалаш дейилади.

Фракталларда ўлчам ҳам асосий тушунчалардан бири ҳисобланади. Евклид геометриясида ўлчам тушунчаси мавжуддир. Яъни кесманинг ўлчами бир, айлананинг ўлчами икки, шарнинг ўлчами эса учдир. Масалан, кесма узунлигининг ўлчамини бўлакларга бўлсак, унда кесманинг ўлчами N , кесмани иккига бўлсак $2N$, кесмани ўнга бўлакка бўлсак $10N$ га тенг. Бу ҳолатда тўғри пропорционал боғланиш кузатилади. Биз майдонни ўлчаш вақтида қуйидаги қийматларни оламиз: $4N$, $100N$ яъни бу ерда боғлиқлик квадратикдир. Уч ўлчовли шаклнинг ҳажми кубнинг чизикли ўлчовларига пропорционалдир. Агар бу қонидани фрактал объектларга қўлласак каср сонлардан иборат парадокс ҳолат номаён бўлади.

Доимо ўлчам тушунчасини интуитив равишда тушунарли деб ҳисобланиб, математик жиҳатдан осон аниқланган. Чизикли фазонинг ўлчами тушунчаси элементар геометрия ва чизикли алгебрадан маълумдир. Кўпхиллилик ўлчами–бу евклид шарларидан бириктирилган кўпхиллилик ўлчамидир ва ҳ.к. Бироқ математика, механика ва физикада шундай тўпламлар учрайдики, улар учун ўлчам тушунчаси алоҳида талқин қилиниши зарур ва яна шунингдек, улар учун бир неча турли ўлчамларни аниқлаш

мумкин. Бу ўлчамлар бир-бири билан устма–уст тушмаслиги ҳам мумкин. Катъий равишда айтадиган бўлсак ихтиёрий топологик фазо учун турли ўлчамлар тушунчаларини аниқласа бўлади. Аммо кўпхиллилик тегишли бўлган фазолар учун бу сонлар (ўлчамлар) устма–уст тушади. Бироқ биз мураккаб, экзотик (баъзида қандайдир маънода «патологик» бўлган) объектларни қарайдиган бўлсак, турли ўлчам тушунчалари учун турли сонларга эга бўламиз. Илгари бу асосан амалиётда кам учрайдиган фазолар синфи учун ўринли деб ҳисобланар эди. Ҳозир бундай аномал объектлар математиканинг классик соҳаларида доимо учрайди. Булар фракталлардир.

Қўйида ўлчов тушунчасини кўриб чиқамиз [17,22, 26,29,32,34,38,56,60].

dim Топологик ўлчови. Агар ҳар бир $x \in X (\forall x \in X)$ нукта U_i тўпламларнинг ҳеч бўлмаганда бирортасига тегишли яъни $\forall x \in X \exists U_i \in \{U_i\} | x \in U_i$ бўлса, X топологик фазо $\{U_i\}$ қисм тўпламлар тизимининг қобиғи дейилади.

Қобиклар чекли бўлган ҳолатларни қараймиз. Агар $\{U_i\}$ қобикнинг бўш бўлмаган кесишмасидан иборат бўлмаган n та элемент мавжуд бўлса, шундай $n (n \in \{0\} \cup \mathbb{N})$ –бутун номанфий сонлардан энг каттасига $\{U_i\}$ қобикнинг қарралиги деб айтилади (яъни, қобикнинг n та турли элементларга бир вақтнинг ўзида $\{U_j\} (j = \overline{1, n})$ қобикларнинг барчасига тегишли бўлган ҳеч бўлмаганда битта нуктаси мавжуддир).

Брауэр, Урисона, Менгер ишларига кўтарилувчи топологик ўлчов тушунчасини расмийлаштирамиз.

Ёпиқ чекли тўпламни қараймиз. Ҳар бир компакт $\forall \varepsilon > 0$ да $\mathcal{E}$ –қобикқа эга, яъни уни ҳар бири $\mathcal{E}$ дан кичик диаметрға эга бўлган чекли сондаги ёпиқ тўпламларнинг бирлашмаси кўринишида ифодалаш мумкин (агар $\forall V_j$ ҳеч бўлмаганда битта $U_i \in \{U_i\}$ га тегишли бўлса, $\{V_j\}$ тўпламлар тизими қисмқобик дейилади).

Таъриф. Агар X фазонинг исталган очик қобиғига, карралиги $n+1$ дан катта бўлмаган ёпиқ қисм қобикни киритиш мумкин бўлса, шундай n та бутун сонларнинг энг каттасига X нинг d_T топологик ўлчови ёки $\dim$ компакти деб айтилади. Агар бундай сонлар мавжуд бўлмаса $\dim X \stackrel{def}{=} +\infty$ деб фараз қилинади. Топологик ўлчов, шунингдек Брауэр ўлчови ёки оддий ўлчов деб ҳам юритилади.

d_H Хаусдорф ўлчови (фрактал ўлчов). Айтиб ўтганимиздек, нуқтанинг ўлчови нолга, кесма, айлана, умуман олганда текисликдаги ёки фазодаги ихтиёрий эгри чизиқнинг ўлчови бирга, доира, сферанинг ўлчови иккига, жисмларнинг ўлчови эса учга тенгдир. Барча келтирилган мисолларда ўлчов қаралаётган объектда нуқтани белгилаш зарур бўлган боғлиқсиз ўзгарувчилар сонига тенгдир. Бироқ «ўлчов» тушунчаси кенгрокдир. У фақат хусусий ҳолларда объектни аниқлаш учун зарур бўлган боғлиқсиз ўзгарувчилар сони билан устма–уст тушади. Бир ўлчовли объектларни узунлик тушунчаси билан, 2 ўлчовли объектларни юзалар тушунчаси билан боғлаймиз ва ҳ.к. Бироқ $3/2$ ўлчовга эга бўлган тўпلامни қандай тасаввур қилиш мумкин? 1919 йили Феликс Хаусдорф ихтиёрий $\alpha \geq 0, (\alpha \in R)$ учун α –ўлчовни аниқлайди ва шу асосда евклид фазосида ҳар бир тўпламга метрик ўлчов деб номланадиган сонни мос қўяди.

Бизга маълум бўлган узунлик, юза ва шарнинг ҳажми тушунчаларини Евклид фазосида кўриб чиқамиз.

R^1 да r радиусли шарнинг диаметри (узунлиги) $2r$ га тенг. R^2 да шарнинг юзаси πr^2 га тенг. R^3 да ҳажм $\frac{4}{3}\pi r^3$ га тенг. Бу формулалар ихтиёрий бутун сон ўлчовли евклид фазосида қуйидагича ифодаланади:

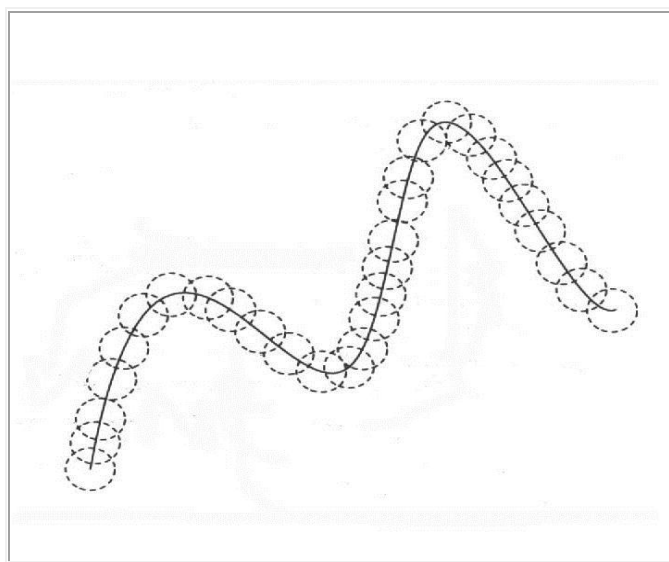
$$V_d = \gamma(d) \cdot r^d, \quad d = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

$$\gamma(d) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)^d}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)}, \quad \text{бу ерда } \Gamma(x) - \text{Эйлер гамма-функцияси:}$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{x-1} dt, \quad x > 0. \quad R^n \text{ да}$$

r радиусли шарнинг d –ўлчовини аниқлаш орқали каср кўринишдаги ўлчов назариясини куришда биринчи кадам қўйилади. Бунда d –ихтиёрий номанфий ҳақиқий сон. Бунга барча ҳақиқий $d > 0$ ларда (1) формула бажарилиши орқали эришилади. Масалан, $3/2$ –ўлчовли фазода шарнинг ўлчови $\gamma(3/2) \cdot r^{3/2}$ га тенг.

Навбатдаги кадамда d –ўлчов тушунчаси шарнинг ихтиёрий $A \subset R^n$ тўплами учун ўтказилади. Бунинг учун $B_\varepsilon(x_i)$ шарлар тўплами орқали A қобикни курамиз (I. 1.1-расм).



I.1.1-расм

Уларнинг ҳажмларини қўшиб чиқамиз:

$$\sum_{i=1}^M \gamma(d) \cdot \varepsilon^d.$$

Таъриф. Тўпламнинг ε –фракталли d –ўлчови деб қуйидаги сонга айтилади:

$$\mu(A, d, \varepsilon) \stackrel{\text{def}}{=} \min\{M\} \cdot \varepsilon^d \equiv N(\varepsilon) \cdot \varepsilon^d \quad (2)$$

ёки A тўпламнинг мумкин бўлган барча қобиклари $\mu(A, d, \varepsilon) = \inf\{\sum \gamma(d) \cdot \varepsilon^d\}$ га айтилади.

Масалан, агар $A_1 = [0,1] \in R^1$, бунда $N(\varepsilon) = \left[\frac{1}{2\varepsilon} \right] + 1$.

$\varepsilon \rightarrow 0$ да $\inf$ фақат ўсиши мумкин. Демак, $\varepsilon \rightarrow 0$ да $\mu(A, d, \varepsilon)$ чегара мавжуд бўлади.

Таъриф. Хаусдорфнинг фракталли d -ўлчовли сферик ўлчови деб қуйидаги сонга айтилади:

$$\mu_F(A, d) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sup \mu(A, d, \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \sup \mu(\varepsilon^d \cdot N(\varepsilon)) \equiv \mu_F(A, d)$$

кўпинча қуйидагича бўлиши ҳам мумкин:

$$\mu_F = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \mu(A, d, \varepsilon).$$

Безикович ҳар бир X учун ҳар доим $d_H \in R$ сони мавжуд эканлигини, X компактнинг d -ўлчовли Хаусдорф ўлчови $d < d_H$ да чексиз, ва аксинча $d > d_H$ да 0 га тенг эканлигини кўрсатди.

Агар $A_1 = [0,1]$ бўлса,

$$d = 1 \text{ да } \mu_F(A_1, 1) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \varepsilon \cdot N(\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \varepsilon \cdot \left(\left[\frac{1}{2\varepsilon} \right] + 1 \right) = \frac{1}{2},$$

$$d > 1 \text{ да } \mu_F(A_1, 1) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \varepsilon^d \cdot \left(\left[\frac{1}{2\varepsilon} \right] + 1 \right) = 0,$$

$$d < 1 \text{ да } \mu_F(A_1, 1) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \varepsilon^d \cdot \left(\left[\frac{1}{2\varepsilon} \right] + 1 \right) = \infty \text{ бўлади.}$$

Умумий ҳолда ёпиқ, агар чегараланган A тўплам учун $\mu_F(A, d^1) > +\infty$ ўринли бўлса, ихтиёрий $d > d^1$ учун $\mu_F(A, d^1) > 0$ ўринлидир. Агар $\mu_F(A, d^1) > 0$ бўлса, у ҳолда $\forall d < d^1 \Rightarrow \mu_F(A, d) = +\infty$. Демак, шундай $d_H \in [0, +\infty)$ сони мавжудки, $d > d_H$ да $\mu_F(A, d) = 0$ ва $\mu_F(A, d) = \infty$ га тенг. $\forall d < d_H$ бўлганда, бунда $\mu_F(A, d)$ сони $[0, +\infty]$ интервалга тегишли бўлган ихтиёрий сон бўлиши мумкин. Равшанки,

$$d_H = \inf\{d\} | \mu_F(A, d) = 0.$$

Таъриф. А тўпламнинг Хаусдорф-Безикович (метрик ёки фрактал ўлчов) ўлчови деб, $d_H = \inf\{d \mid \mu_F(A, d) = 0\}$ муносабатни қаноатлантирувчи d_H сонига айтилади ва у d, d_H кўринишида ёки d_F кўринишида белгиланади.

$$\text{Масалан, } A_1=[0,1] \text{ учун } \mu_F(A_1, d) = \begin{cases} 0, & d > 1; \\ +\infty, & d < 1; \\ \frac{1}{2}, & d = 1. \end{cases}$$

Демак, $d_H(A_1) = 1$.

(2) формулага қайтамыз:

$$\mu(A, d, \varepsilon) = N(\varepsilon) \cdot \varepsilon^d \Rightarrow N(\varepsilon) = \frac{\mu}{\varepsilon^d}.$$

Иккала қисмини логарифмлаймиз:

$$\log N(\varepsilon) = \log \mu - \log \varepsilon^d \Rightarrow d = -\frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln \varepsilon}$$

ёки

$$d = d_H = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln \frac{1}{\varepsilon}}.$$

Кўпчилик «яхши» объектлар, фазолар, тўплamlар учун $\dim$ ва d_H устма–уст тушади, бироқ $\dim < d_H$ бўлган объектлар ҳам мавжуд. Булар фракталлардир.

d_M Минковский ўлчови. Минковский ўлчови Хаусдорф–Безикович ўлчови билан ўхшаш ва амалий масалаларни ечишда жуда қулай ҳисобланади. Бироқ Минковский ўлчовини аниқлаш алгоритми бироз соддароқ. Умуман (фрактал ёки текис) эгри чизик учун d_M Минковский ўлчовини қуйидагича аниқланади. Фараз қилайлик, r радиусли катта бўлмаган евклид шари (айлана)нинг маркази эгри чизик бўйлаб, шар ҳаракати билан ҳосил бўлувчи $S(r)$ Минковский юзасини қоплай туриб ҳаракатланади. $S(r)$ юзани $2r$ га нисбатини оламиз. Текис эгри чизик бўлган

ҳолда эгри чизикнинг узунлигини ҳосил қиламиз, бироқ фрактал эгри чизик учун натижа чексиз бўлади. Ҳақиқатан ҳам, $F(r)/2r$ нисбат $r^1 - d_M$ миқдорга пропорционал, бу миқдор $d_M > 1$ да $r \rightarrow 0$ учун узоқлашади. d_m миқдорнинг қиймати узоқлашиш тезлиги ўлчови бўлади ва Минковский-Булиган ўлчови деб айтилади. Уни қуйидаги:

$$d_M = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln S(r)}{\ln\left(\frac{1}{r}\right)} + 2$$

формула бўйича ҳисобланади. Текис эгри чизик бўлган ҳолда $S(r) \sim r$ ва $d_M = -1+2=1$.

Барча қатъий ўзига ўхшаш фракталлар учун d_M Минковский ўлчови d_H Хаусдорф-Безикович ўлчовига тенг. Агар бу ўлчовлар тенг бўлмаса, у ҳолда

$$d_M > d_H.$$

Бундан келиб чиқадики Минковский ўлчови, Хаусдорф–Безикович ўлчовидан бирмунча «қўполроқдир», чунки у объектнинг баъзи–бир майда тузилишини ҳисобга олмайди [**].

1.2 Фракталларни геометрик, алгебраик ва стохастик турлари

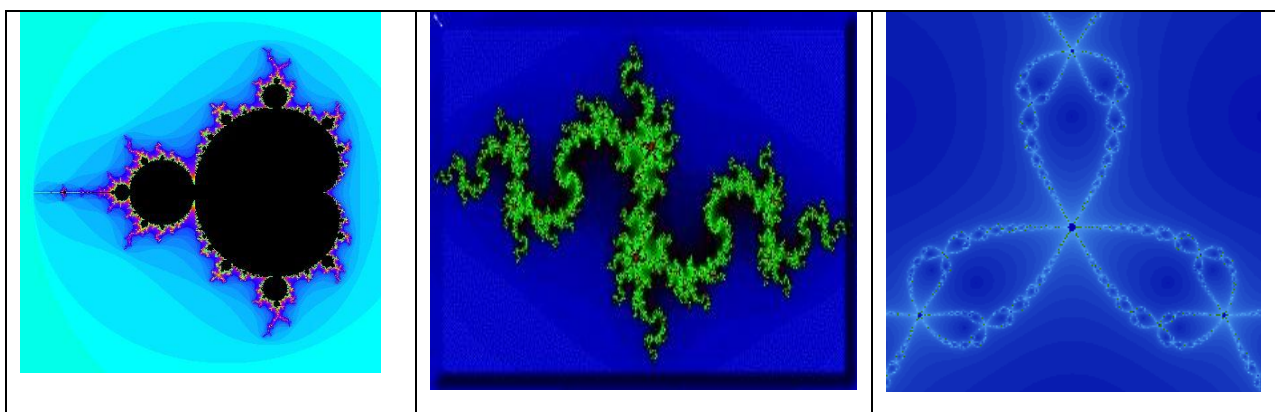
Фракталларнинг турлари. Фракталларни ўрганиш учун уларни аниқ синфларга ажратиш керак бўлади.

Табиатда фракталларнинг бир неча кўринишини (турини) учратиш мумкин: геометрик фракталлар, алгебраик фракталлар, стохастик фракталлар [18,29,32,34,56,60].

Геометрик фракталлар–бу типдаги Кох қор парчаси, Леви эгри чизиғи, Гильберт эгри чизиғи, Хартера-Хейтуэя аждари номли синик чизиклар,

Контор тўплами, Серпин учбурчаги, Серпин гилами, Пифагор дарахти ва хоказо каби фракталлар гуруҳи энг кўргазмали ҳисобланади. Фракталлар тарихи айнан шу фракталлардан бошланади. Геометрик фракталларни лойихавий фракталлар ҳам юритилади. Бу турдаги фракталлар оддий геометрик қуриш йўли билан шунингдек, рекурсив процедуралар, итерацион функциялар тизими, L-тизимлар усули, R-функция усули, Комбинаторика-кўпхадлар назарияси асосида ҳамда тўпламлар назарияси ёрдамида ҳосил қилинади. Одатда бу турдаги фракталларни қуриш учун маълум «кесма–аксиома–бўлақлар йиғиндиси» каби қоида ўринлидир. Масалан, Кох эгри чизиқлари, Серпин учбурчаклари ва бошқалар.

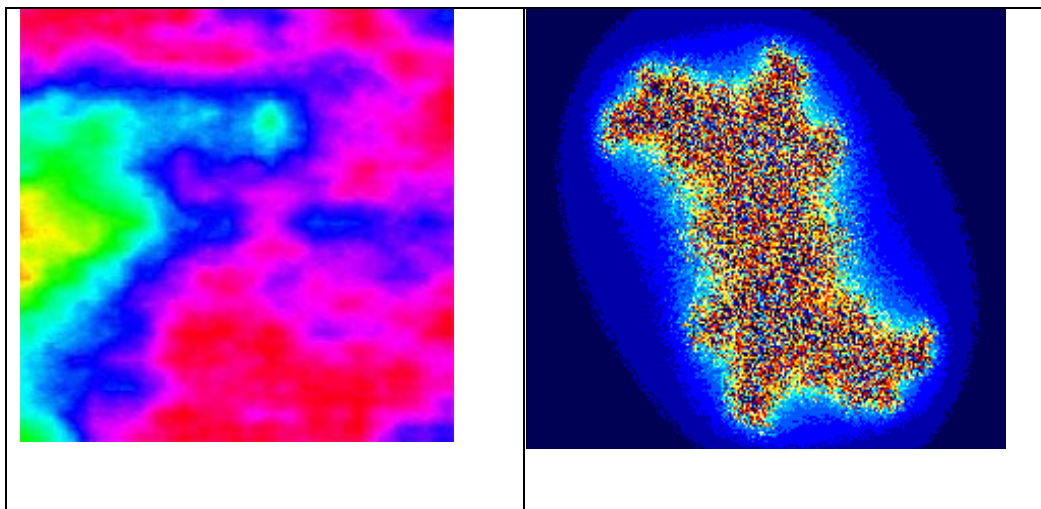
Алгебраик фракталлар–фракталларнинг яна бир катта гуруҳидир. Улар ўз номларига алгебраик формулаларга асосан оддий қурилгани учун эга бўлган. Уларни нозизиқ жараёнлар ёрдами билан n –ўлчовли фазоларда ҳосил қилинади. Маълумки, нозизиқ динамик тизимлар бир неча барқарор ҳолатларни ўзида мужассамлаштиради. Булардан биттаси, бир неча такрорлашлар сонидан кейин бошланғич шартга боғлиқ бўлиб қолади. Шунинг учун ҳар бир барқарор ҳолат, бир неча бошланғич ҳолат соҳаларини ўзида намоён этади. Улардан энг таниқлилари Мандельброт, Жулиа, Ньютон тўпламлари ва бошқалар I.2.1-расм.



I.2.1-расм. Чапдан ўнгга Мандельброт, Жулиа ва Ньютон тўпламлари

Стохастик фракталлар–энг таниқли фракталлар гуруҳи ҳисобланади. Улар итерацион жараёнда тўсатдан бирорта параметрни ўзгартириши

ҳолатидан пайдо бўлади. «Стохастик» термини грек сўзидан келиб чиққан бўлиб, «фараз» (тасаввур)ни англатади I.2.2-расм.



I.2.2-расм. Стохастик фракталлар

1.3 Фракталларнинг қўлланилиш соҳалари

Компьютер графикасида. Фракталлар асосан замонавий компьютер графикасида қўлланилади. Улар ёрдами билан ясси тўпламларни ва жуда мураккаб шакллар текислигини яратиш мумкин. Шунини айтиш мумкинки олимлар табиий шаклларни эслатувчи мураккаб объектларнинг ифодалашни энг оддий усулини аниқлашди. Дарахт ва папоротниклар барглари, сунъий тоғ-адирларни, булут ҳамда табиатда мавжуд бўлмаган планеталарни чизувчи қулай замонавий компьютер дастурлари фракталлар назариясига катта бойлик олиб кирди.

Компьютер тизимлари соҳасида. Компьютер илмида маълумотларни фрактал қисмиш уларни энг фойдали қўллаш деб юритилади. Бу кўринишдаги қисмишга асосланиб қуйидагини фактни келтириш мумкин, яъни ҳақиқий борлиқ фрактал геометрияни яхши ёритади. Бунда расмлар доимий усулларга нисбатан анча қулай қисилади. Фрактал қисмишни яна қулайлиги шундан иборатки расмларни катталаштиргани билан пикселлар таъсирининг самараси кузатилмайди. Шунини айтиш мумкинки фрактал қисмиш ёрдамида расмларни катталаштиргандан кейин олдингисига нисбатан аниқ кўринади.

Суюқликлар ва газлар механикаси соҳасида. Оқимдаги турбулент ҳолатни ўрганиш фракталларда жуда яхши курилади. Турбулент оқимлар хаотик бўлиб, уларнинг моделини куриш жуда мураккаб. Бунда мураккаб оқимларнинг динамикасини тушинишга имкон берувчи фрактал ифодалашга ўтиш муҳандислар ва физикларни ишини анча енгиллаштиради.

Телекоммуникация соҳасида. Масофага маълумотларни узатишда уларнинг ўлчами ва оғирлигини кучли камайтирадиган фрактал шаклларга эга бўлган антенналар ишлатилади. Антенналар тузилишини лойиҳалашда фрактал геометрияни қўллашни биринчилардан бўлиб америкалик муҳандис Натон Кэн ишлатган. У вақтларда бинолар ташқарисида антенналари ўрнатиш тақиқланган. Натон алюминий зар қоғоздан Кох эгри чизиғи шаклидаги фигураларни қирқиб, уларни қоғоз варағига ёпиштиради ва уни приёмникга улайди. Шу юилан Кэн Натон шахсий компаниясига асос солган ҳамда уларни серияли чиқаришни ташкил қилган.

Сиртлар физикаси соҳасида. Сиртлар эгри чизиқларини баён этиш учун фракталлар ишлатилади. Тенг бўлмаган сирт иккита турлича фракталлар комбинациясида тавсифланади. Фракталлар ёрдамида жуда мураккаб физик жараёнларни моделини, шунингдек ёғду тилларининг моделлаштириш мумкин. Жуда мураккаб геометрик тузилишга эга ғовак буюмларни фрактал шакллар яхши узатади. Бу билим нефт ҳақидаги фанда ишлатилади.

Фракталлар назарияси Ершарининг тузилишини ўрганишда ишлатилади.

Биология соҳасида. Бу ерда биосенсор ўзаро таъсир ва юрак уриши, хаотик жараёнларни моделлаштириш, ички органлар тизимини баён этиш учун ҳамда популяциянинг моделини ёзиш кабиларда фракталлардан фойдаланилади.

Санъат соҳасида. Фракталларни қўллашни яна баҳсли соҳаларидан бири компьютер санъати соҳасидир. Фрактал нафақат олимларга хизмат қилади, балки рассомларга ҳам фикрларини, ҳиссиёт ва кайфиятларини, энг

зўр тасаввурларини узатишда ёрдам беради. Шунингдек ҳар бир ноталарни ёзишда айнан фрактал тузилишли алгоритмлар қўлланилади.

Физика ва бошқа табиий фанларда. Фракталлар нозикли жараёнларни яъни ёлқин, суюқликларнинг гирдобли ҳаракати, булут, диффузион-ютилиш (адсорбция) каби мураккаб жараёнларни моделлаштиришда қўлланилади. Ҳовак материалларни моделлаштиришда ҳам фракталлар қўлланилади.

Марказлаштирилган тармоқларда. Netsukuku тармоғида IP-адресни қўллаш тармоқ тугунларидаги маълумотларни компакт сақлаш учун маълумотларни фракталли сиқиш принципларидан фойдаланилади. Netsukuku тармоғининг ҳар қайси тугуни қўшни тугунлар ҳақидаги 4 кб маълумотни сақлайди. Бунда ихтиёрий янги тугун марказлашган IP-адресиз умумий тармоққа уланади, масалан, бу Internet тармоғи учун ҳарakterли. Шундай қилиб, маълумотларни фракталли сиқиш принципи тўлиқ марказлаштирига кафолат, барча тармоқларни максимал барқарор ишлашига имкон беради.

Кинода. Фракталлар визуализация ва махсусэффектлар элементи сифатида қўлланилади. Фракталлар ўзининг гўзаллиги ҳамда чексизлиги билан ўзига жалб қилади ва мафтун этади. Шунинг учун ҳам компьютер графикасида махсусэффектлар, видеоинсталляций, визуализацияларнинг турли авлодларини яратиш учун қўлланилади.

Фракталларнинг хусусиятлари ва уларнинг қўлланиш имкониятларини ўрганиб, ҳаётда учрайдиган турли жараёнларни моделлаштиришда фракталлар хизмати катта эканлигини айтиш мумкин.

I боб бўйича хулоса

Биринчи бобда кириш келтирилган. Киришда тадқиқотга тегишли барча тушунчалар, тадқиқот таҳлили баён этилган. Шунингдек, фракталлар назариясининг пайдо бўлиш тарихи, асосий тушунчалари, таърифлари, турлари, қўлланиш соҳалари ўрганилган ва кенг доирада баён этилган.

II боб. Фракталларни қуриш усуллари ва алгоритмлари

Фракталлар қуриш учун уларнинг тенгламасини қуриш керак. Бунда бир неча усуллардан фойдаланилади, булар IFS(Iterated function systems-Итерацион функциялар тизимлари (ИФТ) усули [5,7,11,13,29,32,34,37,56,57,61], L-тизимлар усули (Lindenmayer номидан) [7,18,27,32,34,37,56,57,61], биномиал базис кўпхадлар ва комбинаторика усули [15,16,24,47-49,56], R-функция (RFM) усули [28,39-46,60,63], тўпламлар назарияси усули [22,56] ва бошқалар.

2.1 Фракталларни қуришда L–тизимлар усули

Фрактал термини (лотинча *fraktus*–касрли, қисмлардан ташкил топган) Бенуа Мандельбротнинг 1975 йилдаги «Фракталлар» номли ишида ўзига ўхшаш тузилишларни ифодалаш учун ишлатилган. Мандельброт томонидан фрактал тушунчасига энг умумий фикр билдирилган: «Фрактал деб қисмлардан ташкил топган, қайсидир маънода тўлалигича ўхшаш тузилишга айтилади». Ўзига ўхшаш объектларни ўрганиш муаммосини оддий бўлмаган хусусиятларини классик математиклар нуқтаи назардан XIX асрнинг охири XX асрнинг бошларида Жюлиа, Пуанкаре, Пеано, Кантора, Хаусдорфа ва бошқа олимлар ўз ишларида кўрганлар. Бироқ, Мандельброт биринчи бўлиб тарқалган илмий ишлар натижаларини бирлаштиришга ва уларни амалий қийматини кўрсатишга муваффақ бўлди. У ўзининг илмий журналлардан бирида нашр қилинган «Буюк Британия қирғоқларининг узунлиги қанча?» номли мақоласида географик картани қуриш ва унинг ўлчамини ўлчаш билан боғлиқ муаммони баён этган. Мақоладан шу нарса маълум бўладики картанинг масштаби қанчалик катта бўлса, қирғоқнинг тасвири шунча аниқ бўлади.

Қуйида фракталларни қуришни кўриб чиқамиз. Фракталларни қуришда асосан 2та усулдан фойдаланилади. Биринчи усул L-тизимларни қўллаш

(Lindenmayer номидан), иккинчи усул IFS (Iterated function systems— Итерацион функциялар тизимлари (ИФТ))ни қўллаш.

1968 йили Аристидом Линденмайер (У маълумоти бўйича биолог) томонидан ишлаб чиқилган L-тизимлар усули геометрик фракталларни куришда энг оддий ҳисобланади. Линденмайер табиатнинг мураккаб объектларини бир нечта қоидалар ҳамда оддий ташкил этувчилар ёрдами билан ифодалаш жараёнлари усулини таклиф қилган. L-тизимлар расмий тилларни ўрганишда киритилган, шунингдек ундан селекциянинг биологик моделларини ишлаб чиқишда фойдаланган. Бунда бўғимлар қоидаларига таянилган ва символли сатрларга алмаштирилган аниқ расмий грамматикадан фойдаланган.

L-тизимлар усули бир неча тилларнинг етарли даражада оддий грамматикаси бўлиб, улар устида турли муҳитлар ёрдамида инициатор ва алмаштиришларни баён этувчи Лого тилининг аналогик воситаларидир (текисликда ва фазода оддий геометрик шаклларни мумкин бўлган алмаштиришларини аксиоматик баён этиш).

L-тизимлар усули ёрдамида кўпгина аниқ ўхшаш фракталларни куриш мумкин, яъни Кох қор томчиси, Серпин учбурчаклари, Пеано эгри чизиқлари ва бошқа мураккаб куришларни ҳам амалга оширилади.

Ф.қ. ихтиёрий символлардан ташкил топган аксиома деб аталувчи қатор ва қоидалар деб аталувчи қаторлар мажмуаси. Ҳар бир қоида қуйидаги кўринишда бўлсин: символ→қатор

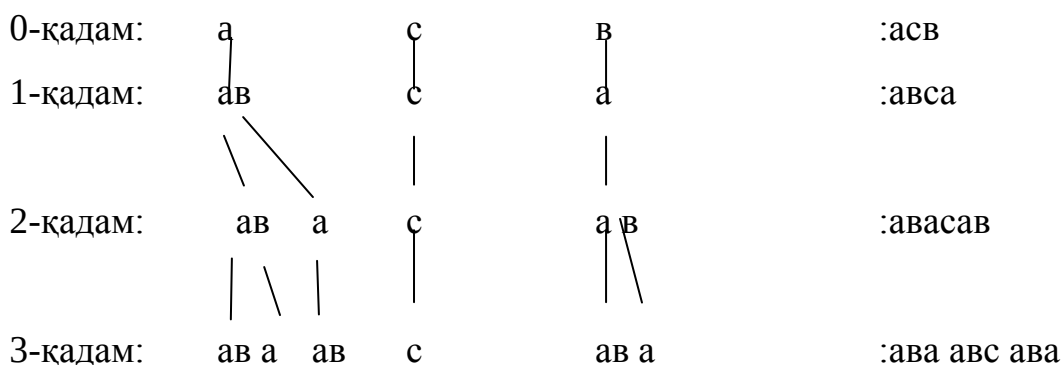
Масалан,

Аксиома: $a \text{ с } b$

Қоида $a \rightarrow av$

$b \rightarrow a$

0–қадамда натижавий қатор «0»га тенг. Кейин қатор чапдан ўнгга қараб бошланади. Агар навбатдаги белги ҳеч қанақа қоида бермаса, уни янги натижавий қаторга ўтказилади. Агар навбатдаги символ бирор қоиданинг биринчи симболи бўлса, унда у мос қоидада қатор билан алмаштирилади.



ва ҳ.к.

Линденмайер L-тизимларни биологик объектлар ривожланишини баён этишнинг расмий усули деб қарайди.

Кейинчалик L-тизимларни компьютер графикасида қўллаш мумкинлиги топилди. Бу тизимлар ёрдамида ўзига ўхшаш тузилишлардан иборат турли фракталларни чизиш жуда қулай экан. Ва албатта L-тизимлар янги фракталларнинг чексиз кўринишларига йўл очади, компьютер графикасида фрактал моделлар қуриш учун улардан кенг фойдаланишга сабабчи бўлиб хизмат қилади.

L-тизимларни қўллаб қўйидагига эга бўлиш мумкин. Умумий қабул қилинган белгилашларда L-тизимлар қанақа кодланади: олдинга ҳаракат F ҳарфи билан белгиланади (Forward – олдинга), соат стрелкаси бўйича бурилишни «+» белгиланади, тескари йўналишни эса «-» билан, чизмасдан орқага қайтишни B (Back – орқага) ҳарфи билан белгиланади. Қаерга қайтиш нуқтаси «[» билан белгиланади, қаердан қайтиш нуқтаси эса «]» билан белгиланади.

L-тизимлар татбиғи учун қисм тизимлари сифатида Turtle (ташбақа алгоритми) графика деб аталувчи тизимлар қўлланилади. Бунда ташбақа нуқтаси экран бўйича, дискрет қадамлар билан қоидадаги каби ўз изини чизиб ҳаракатланади ёки керак бўлса чизмасдан кўчади.

Ф.қ. буйруқлар тўпламини бажарувчилар ташбақа бўлсин. Ташбақа текислик бўйича кўчади. Ташбақанинг бошланғич ҳолатининг координатасини x,y ва ташбақа фойдаланувчи йўналишни аниқловчи бурчак

Ташбақа қуйидаги командаларни бажара оладиган бўлсин:

«F» – α йўналишда h қадам олдинга из қолдириб;

«f» – α йўналишда h қадам олдинга из қолдирмай;

«+» – β бурчак остида (соат стрелкаси бўйича) ўнгга бурилиш;

«-» – β бурчак остида (соат стрелкаси бўйича) чапга бурилиш;

«[» – (x, y, α) бошланғич ҳолатини хотирага сақлаб қолиш;

«]» – охирги сақланганларни ҳолати (x, y, α) ни эслаб қолиш.

4-қадам: F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-

F++F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F-F-

F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-

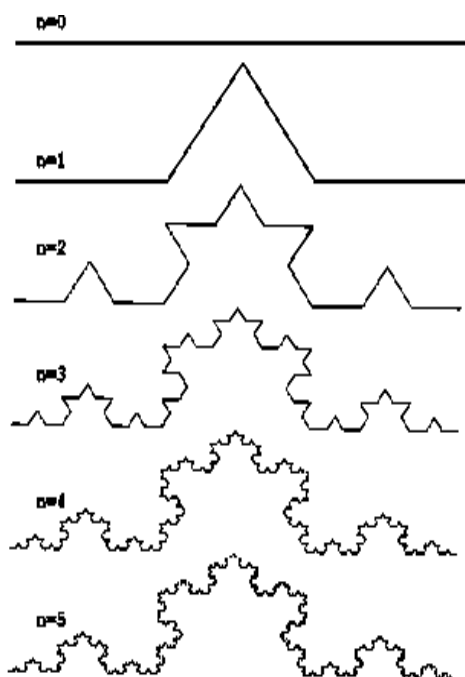
F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-

F++F-F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F++F-

F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F++F-F-F-

F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-F-F-F++F-

кесмадан бошланади. 1-қадам: Бу кесмани тенг учта бўлакка бўламиз ва унинг ўртадагисини иккита боғланган шу узунликдаги кесма билан худди 1-расмда кўрсатилганидек алмаштирамиз. Кейинги қадамда ҳам шу жараён ҳар бир звенолар учун алоҳида қўлланилади. Натижада янги синиқ чизик ҳосил бўлади, ҳамда уларнинг ҳар бирининг учи кейингисининг учи бўлиб келади. 1-расмда эгри чизмқнинг бешта авлоди келтирилган. Бу жараённи чексиз давом эттириб, Кохнинг фрактал эгри чизигини оламиз. Ихтиёрий n -чегарадан n қадамдан олинadиган эгри чизиклар предфрактал деб аталиши қабул қилинган.



II 1.1-расм. Кох триад эгри чизигини куриш

Фрактал объект учун бошқа бир мисол Серпин гиламини қараб чиқамиз. Нолинчи қадамда оддий тенг томонли учбурчак олинади. Биринчи қадамда учбурчакнинг томонларини тенг иккига бўлинади ва томон ўрталарини кесмалар билан туташтирилади. Кейинги қадамда ҳар бир учбурчаклар учун шу жараён алоҳида қўлланилади. Натижада янги учбурчаклар ҳосил бўлади.

Бу жараёни чексиз давом эттириб, Серпин учбурчак фракталини ҳосил қиламиз.



II 1.2-расм. Серпин учбурчаги

Бундай тўпламларнинг тасвири аниқ чизилган чегераларга эга бўлмайди.

2.2 Итерацион функциялар тизимлари (Iterated Function Systems-IFS) усулидан фракталларни қуришда фойдаланиш

Фракталлар тузилишини ҳосил қилишнинг оддий воситаларидан ҳисобланган IFS (ИФТ) усули 1980-йилларнинг ўрталарида пайдо бўлган. IFS қисилувчи аффин алмаштиришлар тўпламидир. Маълумки аффин алмаштиришлар масштабластириш, буриш ва параллел ўтказишни ўз ичига олади. Агар масштабластириш коэффиценти < 1 бўлса, аффин алмаштириш қисилувчан ҳисобланади.

Бундай тўпламларнинг тасвири аниқ чизилган чегераларга эга бўлмайди. Фракталларнинг ўзига хос хусусияти шундан иборатки, тасвирнинг энг кичик бўлаги ҳам охир оқибат бутунлигича ўзини ифодалайди. Фракталларнинг бу хусусиятига кўра маълумотларни фрактал қисишга асос солинган.

IFS (ИФТ) бир нечта фиксирланган функциялар тизимини ўзида ифодалайди. Энг оддий IFS (ИФТ) текисликнинг аффин алмаштиришдан ташкил топган:

$$X' = A * X + B * Y + C, Y' = D * X + E * Y + F.$$

Фракталларнинг ўзига хос хусусияти шундан иборатки, тасвирнинг энг кичик бўлаги ҳам охир оқибат бутунлигича ўзини ифодалайди, айниқса бу самарани Жюлиа тўплами мисолида кузатиш мумкин. Фракталларнинг бу хусусиятига кўра маълумотларни фрактал қисишга асос солинган.

IFS (ИФТ) бир нечта фиксирланган функциялар тизимини ўзида ифодалайди. Энг оддий IFS (ИФТ) текисликнинг аффин алмаштиришдан ташкил топган:

$$X' = A \cdot X + B \cdot Y + C,$$

$$Y' = D \cdot X + E \cdot Y + F.$$

1988 йили америкалик таниқли мутахассислар Барнсли ва Слоан график маълумотларни қисиш ва сақлаш учун динамик тизимлар назариясига асосланган мулоҳазали фикрларни таклиф этадилар. Улар ўз усулларини ахборотларни фрактал қисиш усули деб номлайдилар. Бундай номнинг келиб чиқиши бу усулдан пайдо бўлувчи геометрик шакллар билан боғлиқдир.

Барнсли ва Слоан ушбу фикрларга асосланиб ахборотларни 500–1000 маротоба қисишга имконият берувчи алгоритм яратдилар. Буни қисқача қуйидаги кўринишда баён этиш мумкин. Тасвир бир нечта оддий алмаштиришлар билан кодланади, яъни бу алмаштиришларнинг коэффицентлари бизнинг аффин ҳолатда A, B, C, D, E, F лардан иборат.

Масалан, бирорта тасвирни иккита аффин алмаштириш билан кодланса, уларни 12та коэффицентлар ёрдамида бир қийматли аниқланади. Агар бошланғич нуқта $X = 0, Y = 0$ деб олинса ва итерацион жараён қўлланилса, унда биринчи итерациядан сўнг 2та, иккинчи итерациядан сўнг 4та, учинчи итерациядан сўнг 8та, тўртинчи итерациядан сўнг 16 та ва ҳ.к. бўлади. Бир неча итерациялардан сўнг олинган нуқталар тўплами кодланган тасвирни ифодалайди. Бироқ муаммо шундан иборатки, ихтиёрий тасвирни кодлаган IFS (ИФТ) коэффицентларини топиш жуда қийин.

IFS (ИФТ) қуришда аффин алмаштиришдан бошқа, параметрлар сони катта бўлмаган оддий геометрик алмаштиришлар ҳам қўлланилади.

Масалан, лойиҳавий:

$$X' = (A1 * X + B1 * Y + C1) / (D1 * X + E1 * Y + F1),$$

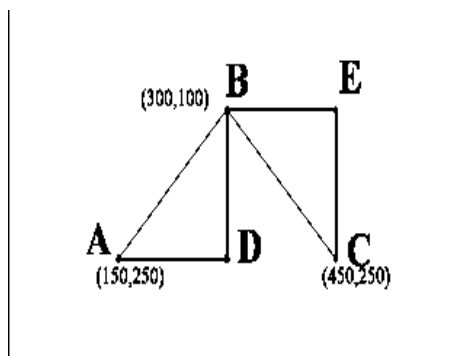
$$Y' = (A2 * X + B2 * Y + C2) / (D2 * X + E2 * Y + F2).$$

Ёки текисликдаги квадратик алмаштиришлар:

$$X' = A1 * X * X + B1 * X * Y + C1 * Y * Y + D1 * X + E1 * Y + F1,$$

$$Y' = A2 * X * X + B2 * X * Y + C2 * Y * Y + D2 * X + E2 * Y + F2.$$

Мисол тариқасида Хартера–Хейтуэя «аждари» (II 2.2-расм) ва Кох эгри чизиғи (II 1.1-расм) фрактал тузилишларини қуриш учун IFS (ИФТ) қўллашни қараймиз. Бу тузилишларда ўхшаш қисмларни белгилаймиз ва уларнинг ҳар бири учун аффин алмаштириш коэффициентларини ҳисоблаймиз. Бутун тасвирга ўхшаш нечта қисм бор бўлса шунча аффин алмаштиришлар аффин коллажига киритилади.



II 2.1-расм. IFS усулида

Хартера-Хейтуэя «аждари» қуриш
учун тайёргарлик

Хартера-Хейтуэя «аждари» учун IFS (ИФТ) қурамиз. Бунинг учун 640x350 дисплей тўрлари координатасида бу фракталнинг биринчи авлодини жойлаштирамиз. Ҳосил бўлувчи синиқ чизиқ нуқталарини А,В,С деб белгилаймиз. Қуриш қондаси бўйича бу фрактал 2та қисмдан иборат бўлиб, расмдаги синиқ чизиқлар ADB ва BEC синиқ чизиқларга тўлалигича ўхшаш.

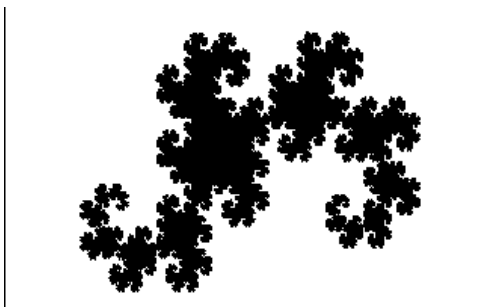
Бу кесмаларнинг четлари координаталарини билиб, ABC синиқ чизиғини ADB ва BEC ўтказувчи иккита аффин алмаштириш коэффициентларини ҳисоблаш мумкин:

$$X' = -0.5 * X - 0.5 * Y + 490;$$

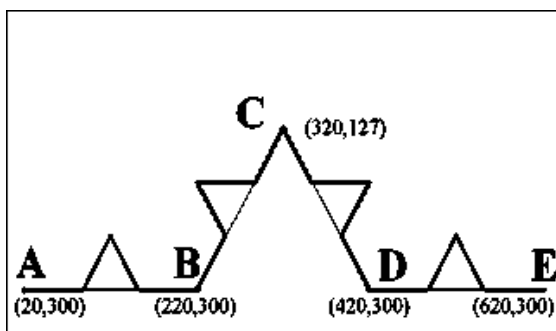
$$Y' = 0.5 * X - 0.5 * Y + 120;$$

$$X' = 0.5 * X - 0.5 * Y + 340;$$

$$Y' = 0.5 * X + 0.5 * Y - 110.$$



II 2.2-расм. 640x350 тўғри бурчагида IFS усули ёрдамида курилган Хартера-Хейтуэя «аждари»



II 2.3-расм. IFS усулида Кох эгри чизиғи куриш учун тайёргарлик

Бошланғич нуқталарини ($X=0$, $Y=0$) деб олиб, уларга IFS итерацион таъсир эттирсак, ўнта итерациядан кейин экранда II 2.2-расмда тасвирланган ўзида Хартера-Хейтуэя «аждари»ни ифодалавчи фрактал тузилишга эга бўламиз. Унинг коди (сиқиб ёзилганда) иккита аффин алмаштиришнинг коэффициентлари тўплами дейилади.

Юқоридагига ўхшаш Кох эгри чизиғи учун IFS қуриш мумкин. Бу эгри чизиқ тўртта қисмдан иборат бўлиб, II 2.1-расмда $n=2$ даги эгри чизиққа бутунлигича ўхшаш. IFSни топиш учун фракталнинг биринчи авлодини 640x350 дисплей тўрлари координатасида жойлаштирилади.

Уни қуриш учун тўртта алмаштиришдан ташкил топган аффин алмаштиришлар тўплами талаб этилади:

$$X' = 0.333 \cdot X + 13.333;$$

$$Y' = 0.333 \cdot Y + 200;$$

$$X' = 0.167 \cdot X + 0.289 \cdot Y + 130;$$

$$Y' = -0.289 \cdot X + 0.167 \cdot Y + 256;$$

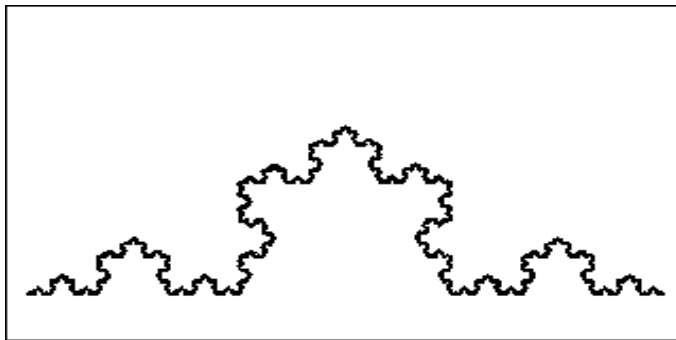
$$X' = 0.333 \cdot X + 413.333;$$

$$Y' = 0.333 \cdot Y + 200;$$

$$X' = 0.167 \cdot X - 0.289 \cdot Y + 403;$$

$$Y' = 0.289 \cdot X + 0.167 \cdot Y + 71.$$

Бу аффин алмаштиришнинг қўллаш натижасини ўнта итерациядан кейин
II 2.4-расмда кўриш мумкин.

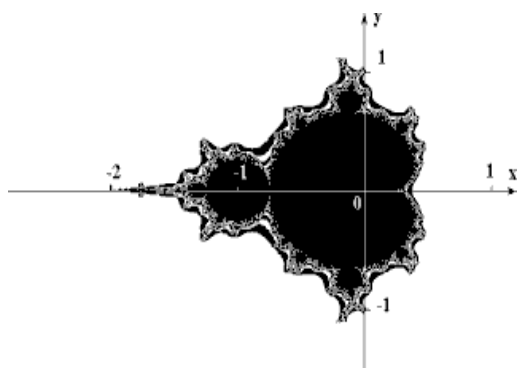


II 2.4-расм. 640x350 тўғри бурчагида IFS усули ёрдами билан қурилган
Кох эгри чизиғи

Фракталларнинг энг катта гуруҳидан бири—алгебраик фракталлардир. Уларни n -ўлчовли фазода ночизик жараёнлар ёрдами билан ҳосил қилинади. Икки ўлчовли жараёнлар энг кўп ўрганилган. Ночизик итерацион жараённи дискрет динамик тизим каби изоҳласак, бу тизим назарияси терминологиясидан фойдаланиш мумкин: фазали портрет, барқарор жараён, тортилиш нуқтаси ва бошқалар.

Маълумки, ночизик динамик тизимлар бир неча турғун ҳолатларга эга. Итерациянинг бир неча сонидан кейин динамик тизимнинг ҳолати унинг бошланғич ҳолатига боғлиқ бўлади. Шунинг учун ҳар бир турғун ҳолат бошланғич ҳолатнинг бир неча соҳасини эгаллайди ва албатта тизим кўрилаётган охирги ҳолатга тушади. Худди шундай фазалар фазоси аттракторлар тортилиш соҳасига бўлинади. Агар икки ўлчовли фазо фазали бўлса, тортилиш нуқталари соҳасини турли ранглар билан бўяб бу тизимларнинг рангли фазалар портретини олиш мумкин. Рангларни танлаш алгоритмини алмаштириб фрактал картиналарни олиш мумкин.

Кутилмаганда математиклар учун примитив алгоритмлар ёрдамида жуда мураккаб нотривиал тузилишларни яратиш имконияти пайдо бўлади.



II 2.5-расм.Мандельброт тўплами

Мисол сифатида Мандельброт тўпламини қараймиз (II 2.5-расм).

Уни қуриш алгоритми етарлича оддий оддий итератив (такрорий) ифодага асосланган:

$$Z[i+1] = Z[i] * Z[i] + C,$$

бу ерда Z_i ва C лар комплекс ўзгарувчилар.

Итерация ҳар бир бошланғич нуқта учун бажарилади. Тўғрибурчакли ёки квадратик қисм тўплам комплекс текислигидир. Итерацион жараён $Z[i]$ маркази $(0,0)$ нуқтада ётадиган, радиуси 2га тенг айлана чегарасидан чиқмагунга қадар давом этади, ёки итерациялар сони етарлича катта бўлгандан кейин (масалан, 200-500) $Z[i]$ айлананинг қайсидир бир нуқтасига киради. (агар $Z[i]$ етарлича катта итерациялар сони давомида айлана ичида қолса, итерацион жараён тўхтилади). Юқорида баён этилган алгоритм Мандельброт тўплами деб аталувига яқинлашишни беради. Мандельброт тўпламига итерация сони чексиз бўлган вақтда, чексизликка кетмайдиган нуқталар киради. Тўплам чегараларида ётувчи (кирувчи) нуқталар (айнан шу ерда мураккаб тузилишлар пайдо бўлади) итерациялар сонининг охиридан кейин чексизликка кетади, тўплам ичида ётувчи нуқталар бир неча итерациялардан кейин чексизликка кетади.

2.3 Фракталларни қуришда R-функция усули (RFM)ни қўллаш

Фракталлар тасвирини газламага штамплash учун уларнинг тенгламасини ёзиш керак бўлади, яъни R-функция усулини қўллаб фракталлар соҳаси геометрияси тенгламасини қуришни амалга ошириш мумкин [39-44].

Соҳа геометриялари чегараси тенгламаларини қуриш таянч функциялар каби R-функция тизимларидан мосини танлаб аналитик

тенгламанинг кўринишини чиқаришга имкон берувчи мантикий формулаларни ҳам талаб этади. Бу R-функция усули билан таниш бўлмаган аналитик ҳамда дифференциал геометриянинг муҳандислари ва тадқиқотчилари учун қийин бўлган тизимни бажарадиган қатъий математик билимни ва малакани талаб этади. Бу йўналишдаги истиқбол-ташқил этилган геометрик объектларнинг шакллантиришни ўзида ифодалайди.

Шуни айтиш мумкинки, фракталлар соҳаси геометриясининг аналитик тенгламаларини ёзиш учун имкон берувчи усулларида бири В.Л. Рвачевнинг R-функция (RFM) усули ҳисобланади. R-функция (RFM) усули бўйича асосий тушунчаларни келтирамиз.

R-функция (Рвачёв функцияси) ҳақиқий ўзгарувчи сонли функция бўлиб, унинг ишоралари тўлиқлигича сонлар ўқи интервалари $(-\infty, 0)$ ва $[0, \infty)$ нинг мос бўлакларида аргументлар ишоралари билан аниқланади.

Агар шундай эргашувчи Φ булева функция мавжуд бўлиб унинг аргументлари $sign(z) = \Phi(sign(x), sign(y))$ бўлса, $z = z(x, y)$ сонли функция **R-функция** деб аталади.

Ҳар бир **R-функция** ягона эргашувчи мантиқ функцияга мос тушади.

R-функциялар тўплами **R-функцияларнинг** устма-уст тушиши маъносида ёпиқдир. Агарда H нинг барча устма-уст тушувчи элементлари тўплами **R-функциялар** тўпамининг ҳар бир тармоғи билан бўш бўлмаган кесишишга эга бўлса, **R-функциялар** тизими H етарлича тўлиқ дейилади.

Энг кўп фойдаланиладиган **R-функция** тўлиқ тизими $(-1 < \alpha \leq 1)$ да R_α тизимдир.

$$x \wedge_\alpha y \equiv \frac{1}{1+\alpha} \left(x + y - \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy} \right),$$

$$x \vee_\alpha y \equiv \frac{1}{1+\alpha} \left(x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy} \right),$$

$$\bar{x} \equiv -x.$$

$\alpha = 0$ да R_0 тизимга эга бўламиз:

$$x \wedge_0 y \equiv (x + y - \sqrt{x^2 + y^2}) \quad x \vee_0 y \equiv (x + y + \sqrt{x^2 + y^2}) \quad \bar{x} \equiv -x.$$

$\alpha = 1$ да R_1 тизимга эга бўламиз:

$$x \wedge_1 y \equiv \frac{1}{2}(x + y - |x - y|); \quad x \vee_1 y \equiv \frac{1}{2}(x + y + |x - y|); \quad \bar{x} \equiv -x.$$

R-функцияларнинг охирги ҳолатида конъюнкциялар ва дизъюнкциялари қуйидагилар билан мос тушади:

$$x \wedge y \equiv \min(x, y), \quad x \vee y \equiv \max(x, y).$$

R-функция ёрдамида оддий соҳаларнинг маълум тенгламалари бўйича тузилган соҳаларнинг чегараси тенгламаларини ошқормас шаклини куриш мумкин.

R-функцияларни чексиз қийматли мантиқ ёки тоқмантиқ инструменти сифатида қараш мумкин.

R-функциялар кенг доирадаги математика физика масалалари (эластиклик назарияси, электродинамика, иссиқлик ўтказувчанлик иназарияси ва бошқалар) синфини ҳал қилишда, сигналлар ва тасвирларни кўп ўлчовли рақамли қайта ишлашда, машина графикаси ва бошқа соҳаларда қўлланилади.

Соҳа геометрияси тенгламаларини куриш (яъни нормаллашган тенгламасини) усуллари бу тенгламаларни ташкил қилиш жараёнини автоматлаштириш учун яхши технологик асосни ўзида ифодалайди. Аслида фақат предикат тенгламаларни куриш жараёнини автоматлаштириш керак, бу тенгламалардан соҳа геометриясининг оддий элементар тенгламаларига ўтиш мантиқ функция символларини R-функциянинг мос символлари билан алмаштириш орқали бажарилади, соҳа символлари-уларнинг мос чап қисмларига тенг эмас.

Шундай қилиб, алгоритм учун кирувчи маълумот қуйидагилар:

1. Фойдаланиладиган стандарт примитивларнинг кўриниши: доира, эллипс, тўртбурчак, учбурчак, қавариқ кўпбурчак, айлана, мунтазам

кўпбурчак ва бошқалар (фойдаланувчининг сўровига қараб меню ёки уларнинг кўриниши тўлдирилиб борилади).

2. Стандарт примитивларни ўлчами ва ўрнини аниқловчи геометрик параметрлар.

Бу маълумотлар асосида таянч функциялар автоматик шакллантирилади, чақирилган примитивларнинг нормаллашган тенгламаси ва белгилар бўйича ташкил этилган соҳа геометриясининг “ичкарчи томон”- “ташқари томон” ларининг предикат ҳамда аналитик функциялари шакллантирилади.

Бу ўз навбатида катта ҳажмда пахта ўстирадиган ва улардан пахта толалари олинадиган ҳамда улардан газламалар яратиладиган мамлакат Ўзбекистонда долзарб иш. Албатта, газламанинг сифати бизни қизиқтирмайди, бу билан бошқа мутахассислар шуғулланишади. Бизни газламанинг чиройли, уларнинг гулларидаги штамплари етарли даражада чиройли бўлиши қизиқтиради. Бундан ташқари газламанинг нархини аниқлашда гулларнинг ранглари алоҳида ўрин эгаллайди. Ишлаб чиқиладиган алгоритмик-дастурий муҳитда бу ҳолатларни албатта ҳисобга олиш керак.

Тадқиқот гуруҳларининг баъзи иштирокчилари R-функция усулини назарий ва амалий қўллаш билан 1976 йилдан бери шуғулланиб келишади. Албатта, олинган натижалар тутуш муҳит механикаси, майдонлар ва муҳитларнинг ўзаро таъсири ҳамда бошқа масалаларни ечишга йўналтирилган. Етарлича сондаги илмий мақолалар ва монографиялар таниқли илмий нашриётларда нашр қилинган. Аммо бу ерда доимо марказий масала R-функция усули асосида соҳа геометрияси тенгламасини қуришни автоматлаштириш усуллари ҳисобланган. Жамоада ушбу муаммони ҳал этиш учун етарлича йирик ишлар мавжуд.

Текисликда ва фазода мураккаб геометрик шакллارга эга бўлган фигураларни чизиш бўйича алгоритмлар ва дастурий муҳит ишлаб чиқилган.

Берилган координаталар бўйича (қавариқ ва ботиқ) кўпбурчакларнинг соҳа геометрияси тенгламаларини қуриш алгоритмлари ва дастурий таъминоти ишлаб чиқилган.

Шундай қилиб, лойиҳада кўрсатилган жамоа қўйилган масалани пухта қилиб бажаради, шунингдек ушбу жамоа лойиҳани муваффақиятли бажариш учун керакли барча жиҳозлар, техникалар ва бино билан таъминланган.

Мантиқ алгебраси, R-функция назарияси ва фрактал арифметика усуллари бўйича олиб борилган кўпйиллик назарий тадқиқотлар газлама ва гилам буюмларнинг рангли дизайнини замонавийлаштиришнинг алгоритмик муҳитини ишлаб чиқишда хизмат қилди.

II боб бўйича хулоса

Тадқиқот ишининг иккинчи бобида фракталларни қуриш учун қўлланиладиган мавжуд усуллар, уларнинг тавсифи, қўлланилиш ҳолатлари келтирилган.

III 1.1-расмда учбурчак, унинг баландлиги ва асос ярмидан фойдаланган ҳолда унинг геометрик модели ишлаб чиқилади. Бунда тўрт хил ўзгарувчи олинади. Булар: x, y , $balandlik-h$, $asosyarimi-asya$ ва улар III 1.1-расмда келтирилган.

x –бошланғич учбурчак асоси ярми жойлашган нукта абсиссаси.

y – бошланғич учбурчак асоси ярми жойлашган нукта ординатаси.

$Balandlik(h)$ – бошланғич учбурчак баландлиги.

$Asosyarimi(asya)$ – бошланғич учбурчак асосининг ярми .

Энди рекурсив алгоритмни ишлаб чиқамиз.

1-кадам:

а) Бошланғич мунтазам учбурчак чизиб олинсин.

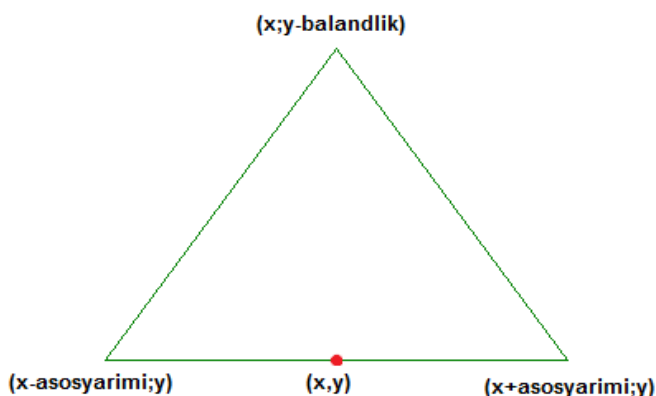
б) Учбурчакнинг асосининг ярми аниқлансин ва бу нуктанинг координатаси (x, y) деб олинсин.

с) Учбурчакнинг баландлиги аниқлансин ва h ҳарфи билан белгилансин III 1.1-расм.

д) Учбурчак учлари жойлашган нукталарнинг координаталари аниқлансин $A(x, y-h)$; $B(x + asya, y)$; $C(x - asya, y)$ (III 1.2-расм).

Бу алгоритм учун дастур тузиб, расм ҳосил қилинганда фақат битта учбурчак чизилади. Бунда дастурга рекурсиялар сонини аниқлаш учун яна битта параметр кириталади яъни уни n деб белгилаймиз.

$n=1$ булганда, фақат битта мунтазам учбурчак чизилади III 1.2-расм.



III 1.2-rasm $n=1$

2-кадам:

а) мунтазам учбурчак ва унинг ҳар бир учида улчами асосий учбурчак улчамидан икки баравар кичик бўлган учбурчаклар чизилсин.

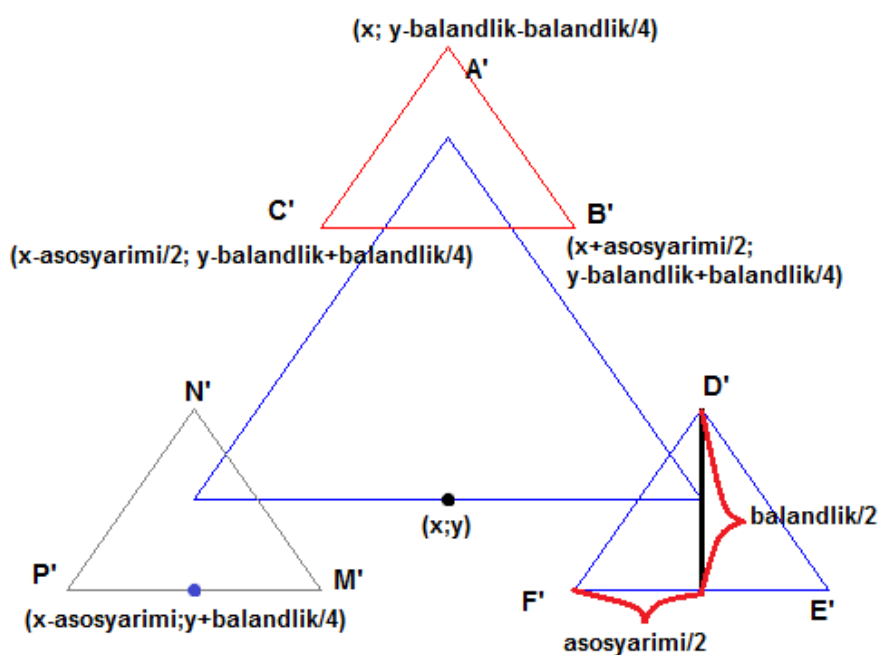
б) Мавжуд мунтазам учбурчакларда

$A^I (x, y - 5 \cdot h/4)$; $B^I (x - asy/2; y + 3 \cdot h/4)$; $C^I (x - asy/2; y + 3 \cdot h/4)$;

$D^I (x + asy; y - h/4)$; $E^I (x + 3 \cdot asy/2; y + h/4)$; $F^I (x - asy/2; y + h/4)$;

$N^I (x - asy; y - h/4)$; $M^I (x - asy/2; y + h/4)$; $P^I (x - 3 \cdot asy/2; y + h/4)$; нукта координаталари аниқлансин.

с) Аниқланган нукталарда учбурчаклар чизилсин III 1.3-расм.



III 1.3-rasm n=2

Ва бу жараёни чексиз давом эттириб мунтазам учбурчаклардан иборат фрактални қуриш мумкин. Ҳосил қилинган фракталлардаги учбурчаклар сони n га боғлиқ геометрик тарзда узгаради. Яни учбурчаклар умумий сонини топиш қуйидаги формулага асосан амалга оширилади

$$UchS = \sum_{k=1}^n (3^{k-1}) \quad (1)$$

бу ерда n рекурсиялар сони.

2-тип учбурчак.

Бу турдаги фракталларни куришда ҳам қуйидаги мунтазам учбурчак ва унинг асосий тушунчаларидан кенг фойдаланилади.

Бу тип мунтазам учбурчакли фракталнинг олдинги тип фракталдан фарқи шундаки уларнинг учбурчакнинг ташқариларида ҳосил қилинади. Бунинг учун аввало учбурчак томонларининг ўрталари, унинг баланлиги топиб олинади ҳамда нуқталар билан белгиланиб координаталари аниқланади.

Бунда 4 хил узгарувчи олинади. Булар x , y , h , tya .

x –бошланғич учбурчак асоси ярми жойлашган нукта абсиссаси.

y – бошланғич учбурчак асоси ярми жойлашган нукта ординатаси.

$Baladlik(h)$ – бошланғич учбурчак баландлиги.

tya –бошланғич учбурчак томонларининг ярми.

Энди рекурсив алгоритмни ишлаб чиқамиз.

1-қадам:

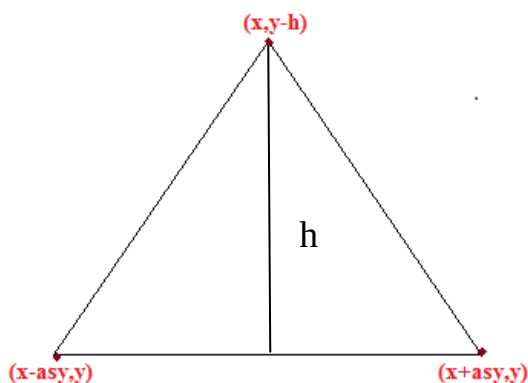
а) Учбурчак учлари жойлашган нуқталарнинг координаталари аниқлансин

$A(x, y-h)$; $B(x + tya, y)$; $C(x - tya, y)$ III 1.4-расм.

б) Бошланғич мунтазам учбурчак чизиб олинсин.

с) Учбурчакнинг баландлиги аниқлансин ва h ҳарфи билан белгилансин 4-расм.

д) Учбурчакнинг томонларининг яримлари аниқлансин ва бу нуқталарнинг координаталари аниқлансин (5-расм).



III 1.4-rasm $n=1$

Бу алгоритм учун дастур тузиб, расм ҳосил қилинганда фақат битта учбурчак чизилади. Бунда дастурга рекурсиялар сонини аниқлаш учун яна битта параметр киритиб, уни n деб белгилаймиз.

$n=1$ бўлганда, фақат битта мунтазам учбурчак чизилади III 1.4-расм.

2-қадам:

а) мунтазам учбурчак ва унинг ҳар бир учида улчами бошланғич учбурчак улчамидан икки баравар кичик бўлган учбурчаклар чизилсин.

б) Мавжуд мунтазам томонлари ўрталарида нукта координаталари аниқлансин, яъни

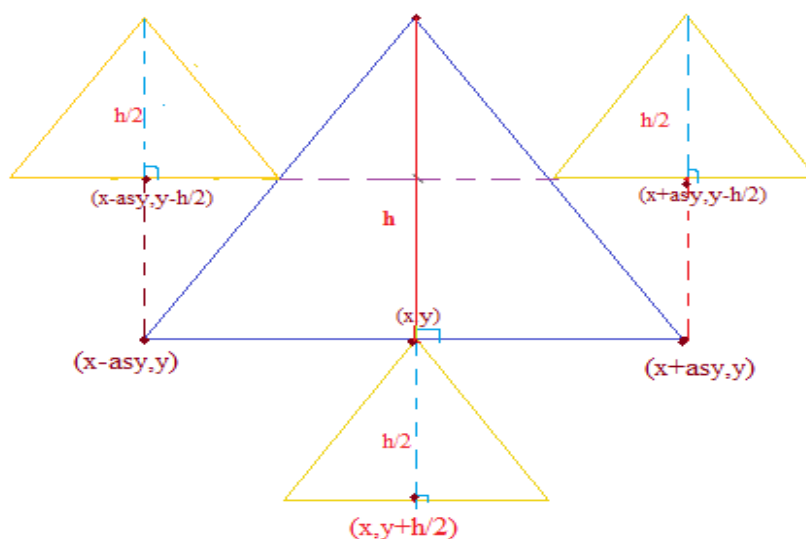
$$A_1(n-1, x - tya, y - h/2, h/2, tya/2);$$

$$B_1(n-1, x + tya, y - h/2, h/2, tya/2);$$

$$C_1(n-1, x, y + h/2, h/2, tya/2);$$

каби

с) Аниқланган нуқталарда учбурчаклар чизилсин 3.1.5-расм.

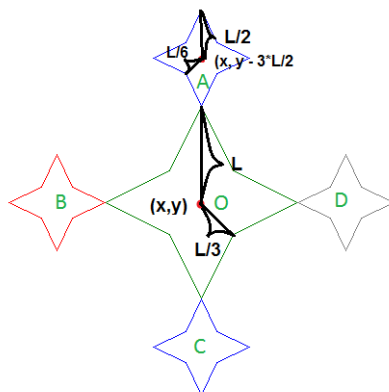


III 1.5-rasm $n=2$

Ва бу жараёни чексиз давом эттириб мунтазам учбурчаклардан иборат 2-тип фрактални куриш мумкин. Ҳосил қилинган фракталдаги учбурчаклар сони n га боглиқ геометрик тарзда узгаради. Эни учбурчаклар умумий сонини топиш (1) формулага асосан амалга оширилади, бу ерда n рекурсиялар сони.

3.2 Юлдузсимон ҳамда олтибурчакли фракталлар қуришнинг геометрик модели, рекурсив алгоритми ва дастурий муҳитини ишлаб чиқиш

Тўрт қиррали юлдузсимон фрактал. Бу турдаги юлдузсимон фракталларни чизишда, қуйидаги алгоритмни кўриб чиқамиз (III 2.1-rasm).



III 2.1-rasm

Бунда 3 хил ўзгарувчи олинади. Булар x , y , L .

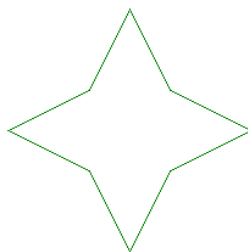
x – асосий нақш маркази жойлашган нуқта абсиссаси.

y – асосий нақш маркази жойлашган нуқта ординатаси.

L – асосий нақш марказидан энг узоқ учларигача бўлган масофа.

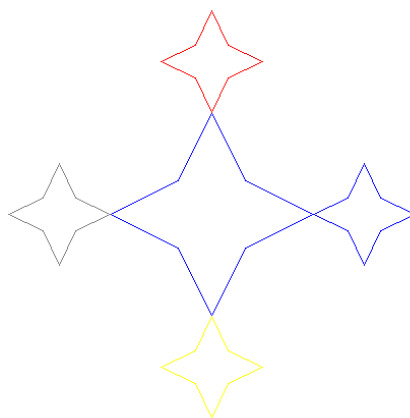
Дастуриимизни ишлашда яна битта ўзгарувчи киритилади. Бу ўзгарувчи (n) фрактал такрорланиши сонини белгилаб беради.

Агар $n=1$ бўлганида, фақатгина асосий нақш чизилади(III 2.2-расм).



III 2.2-rasm

$n=2$ бўлганда бошланғич нақш ва унинг ҳар бир учида ўлчами асосий нақш ўлчамидан икки барабар кичик бўлган нақшлар чизилади (III 2.3-rasm).



III 2.3-rasm

Агар $n=3$ бўлганида асосий нақш ва унинг ҳар бир учида ўлчами асосий нақш ўлчамидан икки баравар кичик бўлган нақшлар чизилади, учинчи циклда эса кичкина нақшлар бурчакларида ўлчами асосий нақш ўлчамидан тўрт баравар кичик бўлган нақшлар чизилади (III 2.4-rasm).



III 2.4-rasm

Биринчи циклда 1 та нақш
 иккинчи циклда 5 та нақшлар
 учинчи циклда 21 та нақшлар ҳосил булади
 n -сиклда қуйидаги формула буйича топамиз:

$$\sum_{i=1}^n 4^{(n-1)}$$

n-қадамдаги шаклнинг диоганалини узунлигини ҳисоблаш формуласини аниқлаш:

$$\sum_{i=1}^n \frac{L}{2^{n-1}}$$

Ҳар бир шаклдаги координаталар нуқтаси қуйидагича бўлади:

O нуқта координатаси (x;y) ;

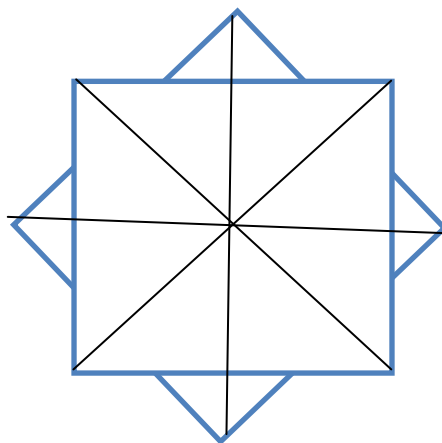
A нуқта координатаси (x;y-(3L/2));

B нуқта координатаси (x-(3L/2);y);

C нуқта координатаси (x;(y+3L/2));

D нуқта координатаси ((x+3L/2);y);

Саккиз қиррали юлдузсимон фрактал. Бу типдаги фракталларни куришда фракталларни чизишда математикага ҳам мурожаат қиламиз. Саккиз қиррали юлдуз чизишда асосан иккита квадратни 45° да устма-уст жойлаштиришлади. Бунда квадратнинг диоганаллари орқали унинг учларига кейинги юлдузни жойлаштирамиз.

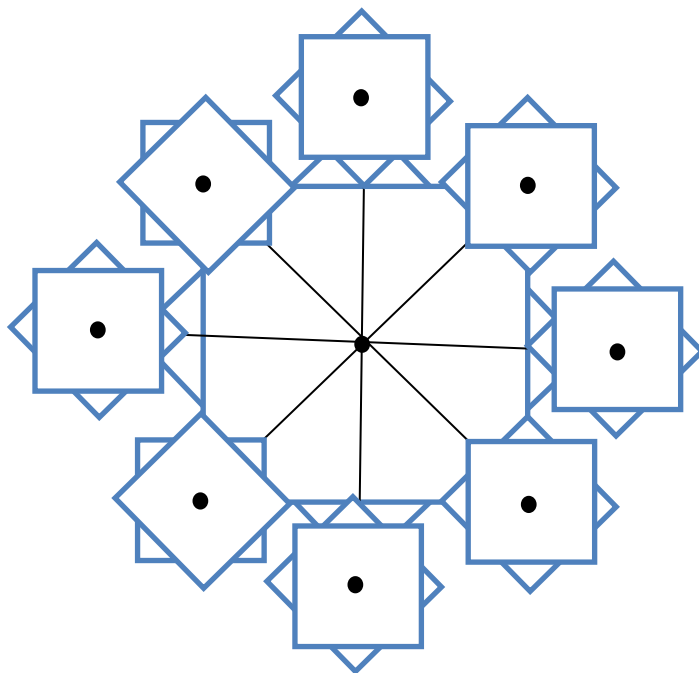


III 2.5-расм

Саккиз қиррани чизиш учун қуйидаги математик формулага мурожаат этамиз:

$$d = a\sqrt{2}$$

Иккинчи қадам учун диоганали биринчи шаклдан уч марта кичик шакл чизамиз.



III 2.6-расм

Иккинчи қадамда кичик шакл марказини топамиз ва биринчи шаклнинг биринчи қиррасига жойлаштирамиз ва бу ҳолатни скизта қиррага жойлаштирамиз.

А нуқта координатасини топиш учун $(n-1, x - r-l, y-l/16, l / 3, r / 3)$; формуладан фойдаланамиз;

В нуқта координатасини топиш учун $(n-1, x - r-l, y +5*l-r/15, l / 3, r / 3)$; формуладан фойдаланамиз;

С нуқта координатасини топиш учун $(n-1, x +3*l-r*3/7, y +5*l-r/15, l / 3, r / 3)$; формуладан фойдаланамиз;

Д нуқта координатасини топиш учун $(n-1, x +3*l-r*3/7, y-l/16, l / 3, r / 3)$; формуладан фойдаланамиз;

Е нуқта координатасини топиш учун $(n-1, x, y - l*10/9, l / 3, r / 3)$; формуладан фойдаланамиз;

Ғ нуқта координатасини топиш учун $(n-1, x, y + 6*l-r/10, l / 3, r / 3)$; формуладан фойдаланамиз;

Г нуқта координатасини топиш учун $(n-1, x+2*l+r, y+ r*2 -l/2, l / 3, r / 3)$; формуладан фойдаланамиз;

H нукта координатасини топиш учун $(n-1, x-2^{*}l-r, y+ r^{*}2 -l/2, l / 3, /3)$; формуладан фойдаланамиз;

Ушбу ҳолат бошқа саккиз қиррали юлдузларда ҳам такрорланади.

Биринчи қадамда 1 та саккиз қиррали юлдуз чизилади;

Икинчи қадамда 9 та саккиз қиррали юлдуз чизилади;

Учинчи қадамда 74 та саккиз қиррали юлдуз чизилади;

Ҳоказо чизилган сонини топиш учун қуйидаги формуладан фойдаланамиз:

Саккиз қиррали юлдуз чизиш учун H –саккиз қиррали юлдуз диоганалини қуйидаги формула билан топамиз:

$$R_n = \sum_{k=1}^n \frac{d}{3^{n-1}}$$

Мунтазам олтибурчакли фракталлар. Бу типдаги фракталларнинг геометрик моделини ишлаб чиқишда геометрик шакл мунтазам олтибурчак ва унинг тегишли тушунчаларидан кенг фойдаланилади. 1-қадам: аввало томони “ a ”га тенг мунтазам олтибурчак чизиб олинсин. 2-қадам: унинг маркази жойлашган нукта ҳамда унинг координаталари $O(x,y)$ аниқлансин III 2.7-расм. III 2.7-расмдан мунтазам олтибурчакнинг учлари жойлашган нукталар (A,B,C,D,E,F) нинг координаталари аниқлансин, ва кичик олтибурчакларнинг марказлари ушбу нукталарда ётсин.

$$A\left(x + \frac{h}{\sqrt{3}}; y - h\right); B\left(x + \frac{2h}{\sqrt{3}}; y\right); C\left(x + \frac{h}{\sqrt{3}}; y + h\right);$$

$$D\left(x - \frac{h}{\sqrt{3}}; y + h\right); E\left(x - \frac{h}{\sqrt{3}}; y - h\right); F\left(x - \frac{h}{\sqrt{3}}; y - h\right).$$

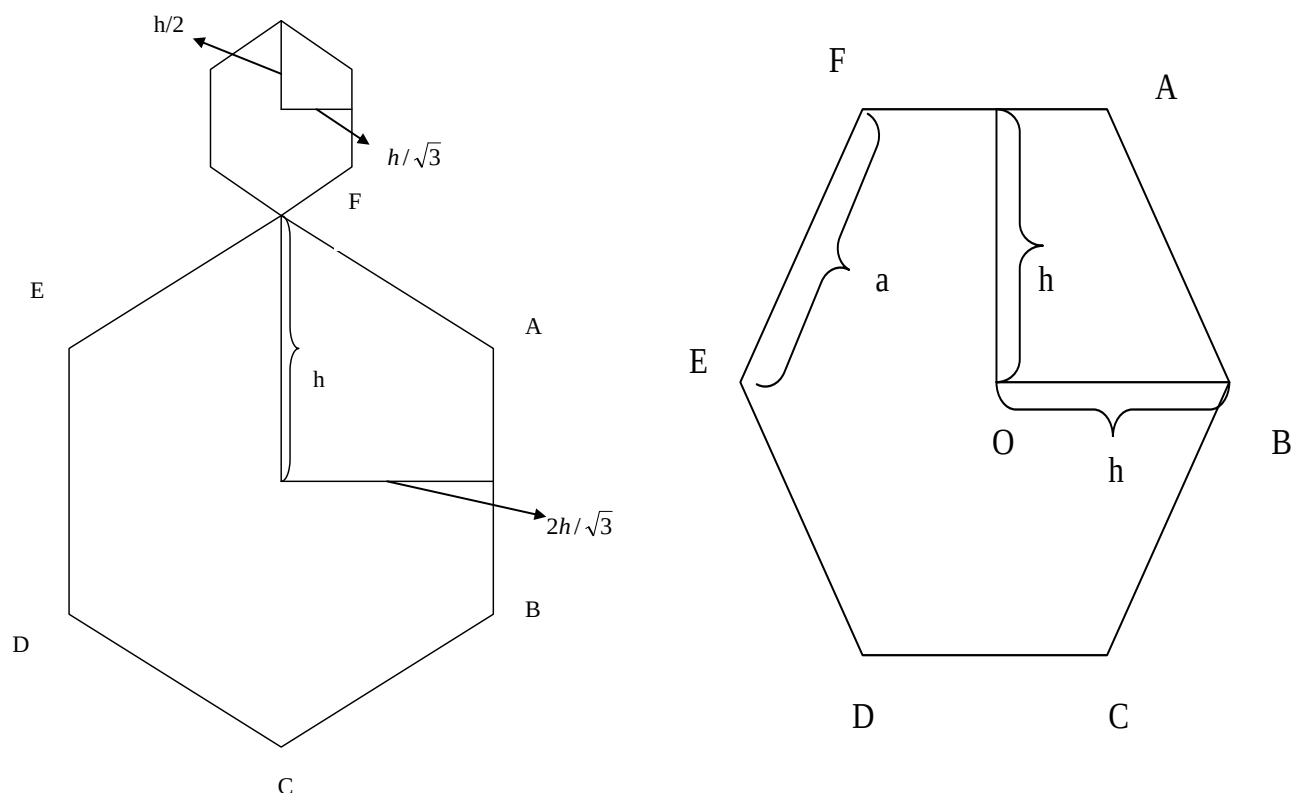
3-қадамда ушбу нукталардан томонлари “ $a/2$ ”га тенг бўлган мунтазам олтибурчаклар чизилсин.

Агар асосий олтибурчакка ташқи чизилган айлани радиуси “ h ”га тенг бўлса, унинг учларидан чизилган мунтазам олтибурчакларга ташқи чизилган айлананинг радиуслари мос равишда “ $h/2$ ”га тенг бўлади.

$$A_1\left(x + \frac{h\sqrt{3}}{2}; y - \frac{3h}{2}\right); B_1(x + h\sqrt{3}; y); C_1\left(x + \frac{h\sqrt{3}}{2}; y + \frac{3h}{2}\right);$$

$$D_1\left(x - \frac{h\sqrt{3}}{2}; y + \frac{3h}{2}\right); E_1(x - h\sqrt{3}; y); E_1\left(x - \frac{h\sqrt{3}}{2}; y - \frac{3h}{2}\right);$$

Чизилган ҳар бир функциядан рекурсив функция ҳосил қилиб бу жараёни чексиз давом эттирилсин.



III 2.7-расм

3.3 Дастурий таъминотнинг тавсифи ва ундан фойдаланиш йўриқномаси

Ишлаб чиқилган алгоритмга асосланган дастурий таъминот яратилиб, итерациянинг турли сонларида учбурчакли, юлдузсимон ҳамда олтибурчакли фракталларни куришда фойдаланилади. Қуйида биз дастурий таъминотдаги асосий процедур-функцияларнинг тафсифини келтириб ўтамыз.

Учбурчакли

1-тип фрактални чизиш учун:

```
private void uchburchak(int n, float x, float y, float h, float a)
{
    if (n == 0) return;
    CreateGraphics();
    //grafik rejimda chiziqlarni chizuvchi funksiya
    g.DrawLine(chiz, x, y - h, x - a, y);
    g.DrawLine(chiz, x + a, y, x, y - h);
    g.DrawLine(chiz, x - a, y, x + a, y);
    //rekursiv funksiya
    uchburchak(n - 1, x, y - h + h / 4, h / 2, a / 2);
    uchburchak(n - 1, x - a, y + h / 4, h / 2, a / 2);
    uchburchak(n - 1, x + a, y + h / 4, h / 2, a / 2);
}
```

2-тип фрактални чизиш учун:

```
private void uchburchak1(int n, float x, float y, float h, float a)
{
    if (n == 0) return;
    //grafik rejimda chiziqlarni chizuvchi funksiya
    CreateGraphics();
    g.DrawLine(chiz, x, y - h, x - a, y);
    g.DrawLine(chiz, x + a, y, x, y - h);
    g.DrawLine(chiz, x - a, y, x + a, y);
    //rekursiv funksiya
    uchburchak1(n - 1, x - a, y - h / 2, h / 2, a / 2);
    uchburchak1(n - 1, x + a, y - h / 2, h / 2, a / 2);
    uchburchak1(n - 1, x, y + h / 2, h / 2, a / 2);
}
```

Тўртқиррали юлдузсимон фракталлар

```
private void turt(int n, float x, float y, float l)
{

```

```

CreateGraphics();
if (n == 0) return;
g.DrawLine(chiz, x, y - l, x - l / 3, y - l / 3);
g.DrawLine(chiz, x - l / 3, y - l / 3, x - l, y);
g.DrawLine(chiz, x - l, y, x - l / 3, y + l / 3);
g.DrawLine(chiz, x - l / 3, y + l / 3, x, y + l);
g.DrawLine(chiz, x, y + l, x + l / 3, y + l / 3);
g.DrawLine(chiz, x + l / 3, y + l / 3, x + l, y);
g.DrawLine(chiz, x + l, y, x + l / 3, y - l / 3);
g.DrawLine(chiz, x + l / 3, y - l / 3, x, y - l);
turt(n - 1, x, y - l - l / 2, l / 2);
turt(n - 1, x - l - l / 2, y, l / 2);
turt(n - 1, x + l + l / 2, y, l / 2);
turt(n - 1, x, y + l + l / 2, l / 2);
}

```

Саккизқиррали юлдузсимон фрактал

```

private void sakkiz(int n, float x, float y, float l, float r)    {
    CreateGraphics();
    if (n == 0) return;
    g.DrawLine(chiz, x, y, x + l, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x + l, y + l, x + r + l, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x + r + l, y + l, x + r + l, y + r + l);
    g.DrawLine(chiz, x + r + l, y + r + l, x + l * 2 + r, y + l * 2 + r);
    g.DrawLine(chiz, x + l * 2 + r, y + l * 2 + r, x + l + r, y + 4 * r - l);
    g.DrawLine(chiz, x + l + r, y + 4 * r - l, x + l + r, y + 6 * l);
    g.DrawLine(chiz, x + l + r, y + 6 * l, x + l, y + 6 * l);
    g.DrawLine(chiz, x + l, y + 6 * l, x, y + 7 * l);
    g.DrawLine(chiz, x, y + 7 * l, x - l, y + 6 * l);
    g.DrawLine(chiz, x - l, y + 6 * l, x - r - l, y + 6 * l);
    g.DrawLine(chiz, x - r - l, y + 6 * l, x - r - l, y + 4 * r - l);
    g.DrawLine(chiz, x - r - l, y + 4 * r - l, x - 2 * l - r, y + l * 2 + r);
    g.DrawLine(chiz, x - 2 * l - r, y + l * 2 + r, x - l - r, y + r + l);
    g.DrawLine(chiz, x - l - r, y + r + l, x - l - r, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x - l - r, y + l, x - l, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x - l, y + l, x, y);
    sakkiz(n - 1, x - r - l, y - l / 16, l / 3, r / 3);
    sakkiz(n - 1, x - r - l, y + 5 * l - r / 15, l / 3, r / 3);
    sakkiz(n - 1, x + 3 * l - r * 3 / 7, y + 5 * l - r / 15, l / 3, r / 3);
    sakkiz(n - 1, x + 3 * l - r * 3 / 7, y - l / 16, l / 3, r / 3);
    sakkiz(n - 1, x, y - l * 10 / 9, l / 3, r / 3);
    sakkiz(n - 1, x, y + 6 * l - r / 10, l / 3, r / 3);
    sakkiz(n - 1, x + 2 * l + r, y + r * 2 - l / 2, l / 3, r / 3);
    sakkiz(n - 1, x - 2 * l - r, y + r * 2 - l / 2, l / 3, r / 3);
}

```

Мунтазам олтибурчакли фракталлар

1-mun:

```
private void olti1(int n, float x, float y, float l)
{
    CreateGraphics();
    if (n == 0) return;
    g.DrawLine(chiz, x, y - l, x - l, y - l / 2);
    g.DrawLine(chiz, x - l, y - l / 2, x - l, y + l / 2);
    g.DrawLine(chiz, x - l, y + l / 2, x, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x, y + l, x + l, y + l / 2);
    g.DrawLine(chiz, x + l, y + l / 2, x + l, y - l / 2);
    g.DrawLine(chiz, x + l, y - l / 2, x, y - l);

    olti1(n - 1, x, y - l - l / 2, l / 2);
    olti1(n - 1, x - l - l / 2, y - l / 2 - l / 4, l / 2);
    olti1(n - 1, x - l - l / 2, y + l / 2 + l / 4, l / 2);
    olti1(n - 1, x, y + l + l / 2, l / 2);
    olti1(n - 1, x + l + l / 2, y + l / 2 + l / 4, l / 2);
    olti1(n - 1, x + l + l / 2, y - l / 2 - l / 4, l / 2);
}
```

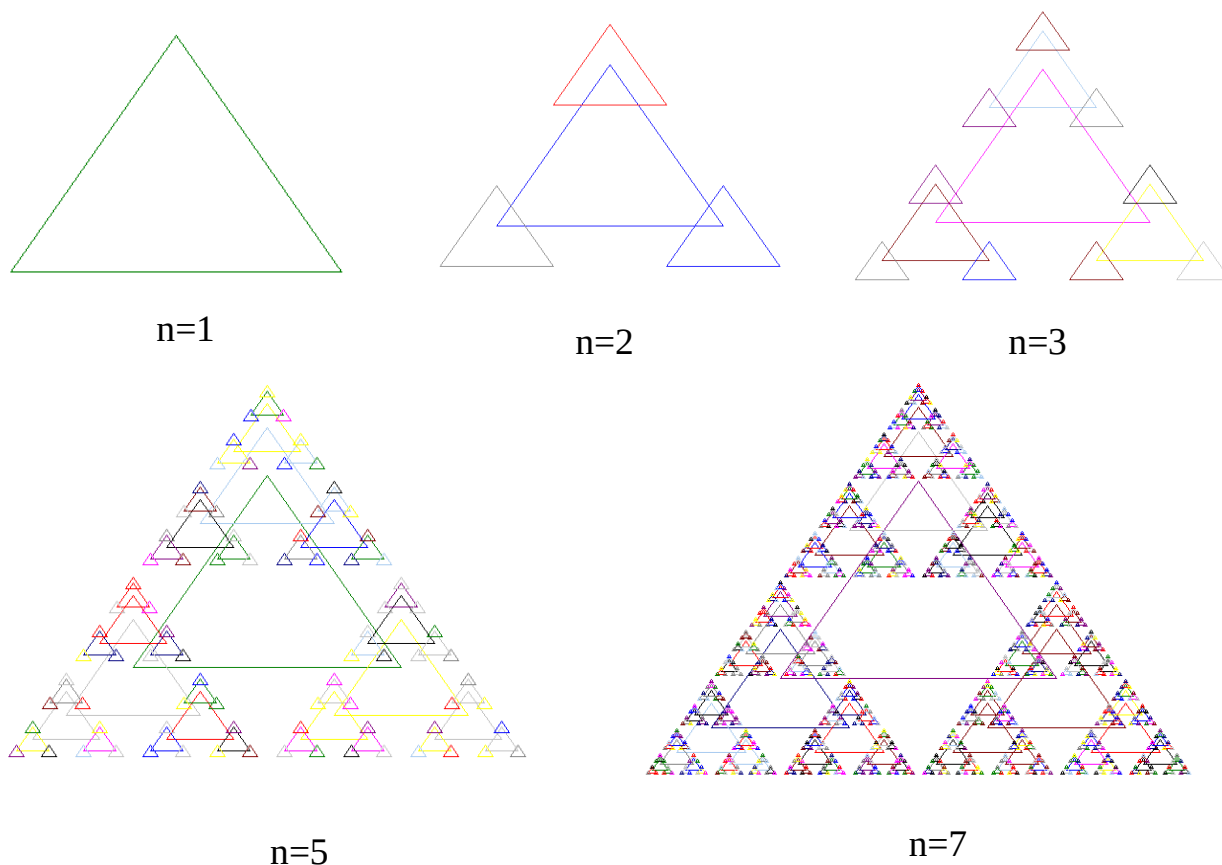
2-mun:

```
private void olti(int n, float x, float y, float l, float r)
{
    CreateGraphics();
    if (n == 0) return;
    g.DrawLine(chiz, x, y, x + r, y);
    g.DrawLine(chiz, x + r, y, x + r * 3 / 2, y + l / 2);
    g.DrawLine(chiz, x + r * 3 / 2, y + l / 2, x + r, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x + r, y + l, x, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x, y + l, x - r / 2, y + l / 2);
    g.DrawLine(chiz, x - r / 2, y + l / 2, x, y);
    olti(n - 1, x - 3 * r / 4, y + l / 4, l / 2, r / 2);
    olti(n - 1, x - r / 4, y - l / 4, l / 2, r / 2);
    olti(n - 1, x + 3 * r / 4, y - l / 4, l / 2, r / 2);
    olti(n - 1, x + 5 * r / 4, y + l / 4, l / 2, r / 2);
    olti(n - 1, x + 3 * r / 4, y + 3 * l / 4, l / 2, r / 2);
    olti(n - 1, x - r / 4, y + 3 * l / 4, l / 2, r / 2);
}
```

3.4 Учбурчакли, юлдузсимон ва олтибурчакли фракталлар бўйича ҳисоблаш экспериментлари

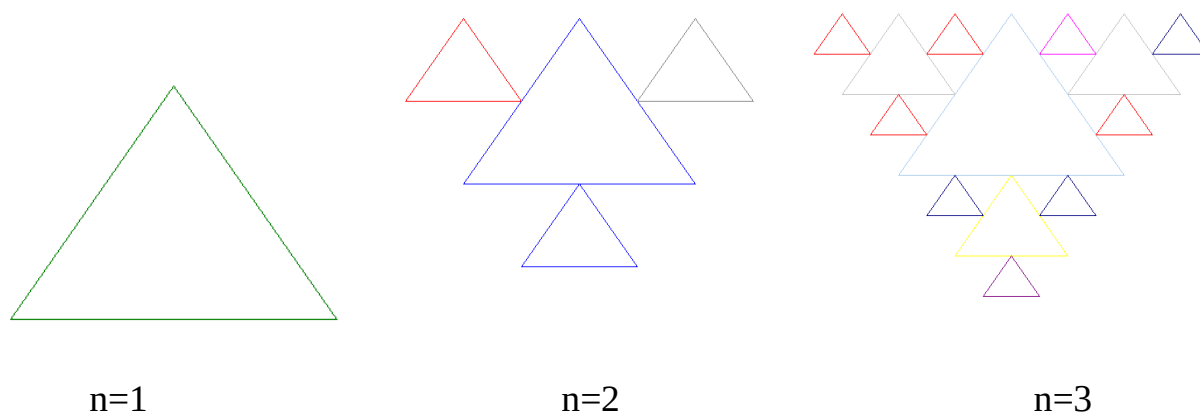
Энди юқорида ишлаб чиқарилган дастурий таъминот ёрдамида n нинг турли қийматларида олинган натижаларни III 4.1-III 4.5-расмларда келтирамиз.

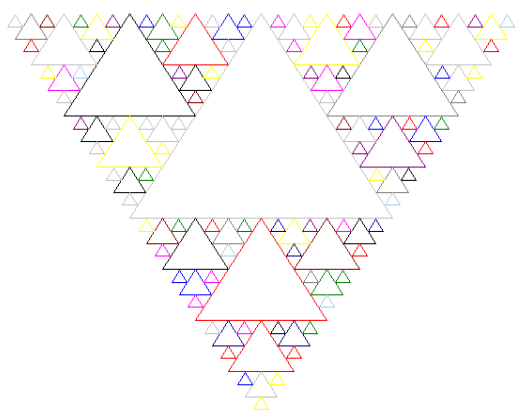
Мунтазам учбурчаклардан иборат 1-тип фракталлар.



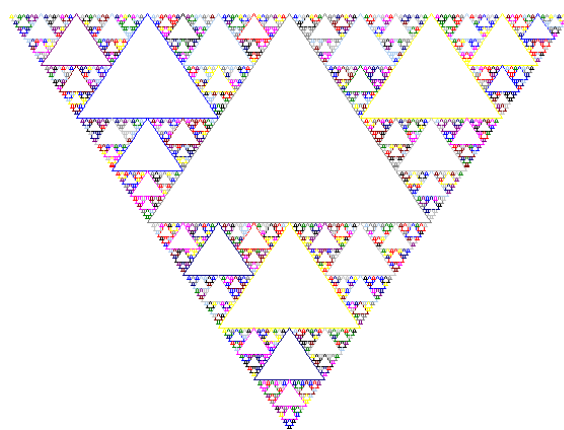
III 4.1-расм. n -нинг турли қийматларида ҳосил бўлган фракталларнинг растрли графикаси.

Мунтазам учбурчаклардан иборат 2-тур фракталлар.





n=5

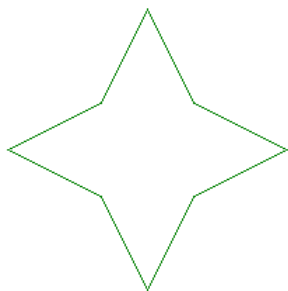


n=7

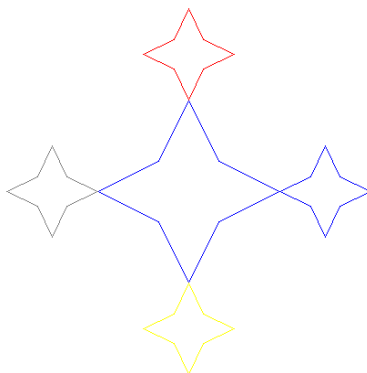
III 4.2-расм. n -нинг турли кийматларида хосил бўлган фракталларнинг растрли графикаси.

Тўртқиррали юлдузсимон фракталлар.

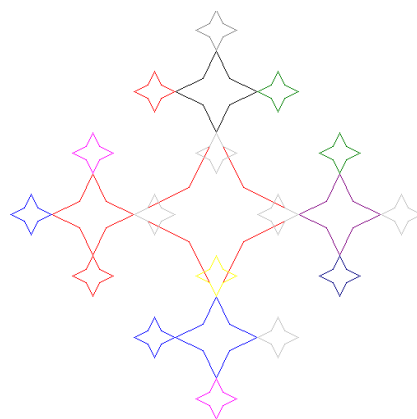
n=1



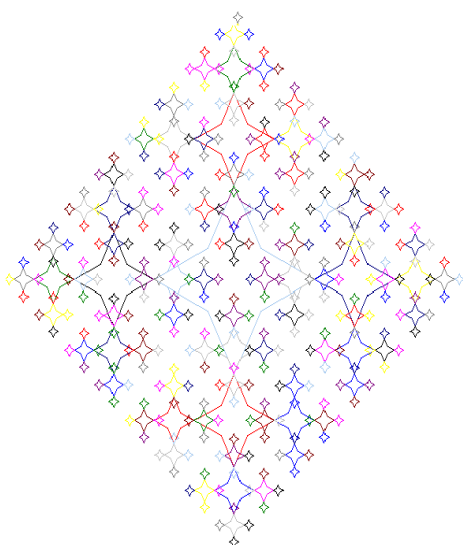
n=2



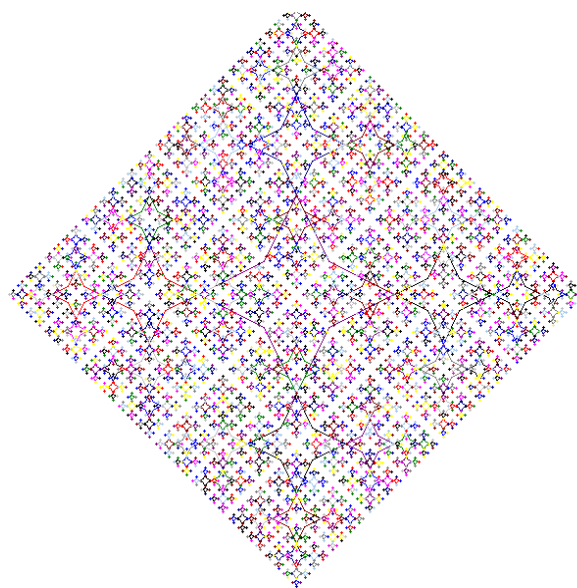
n=3



n=5

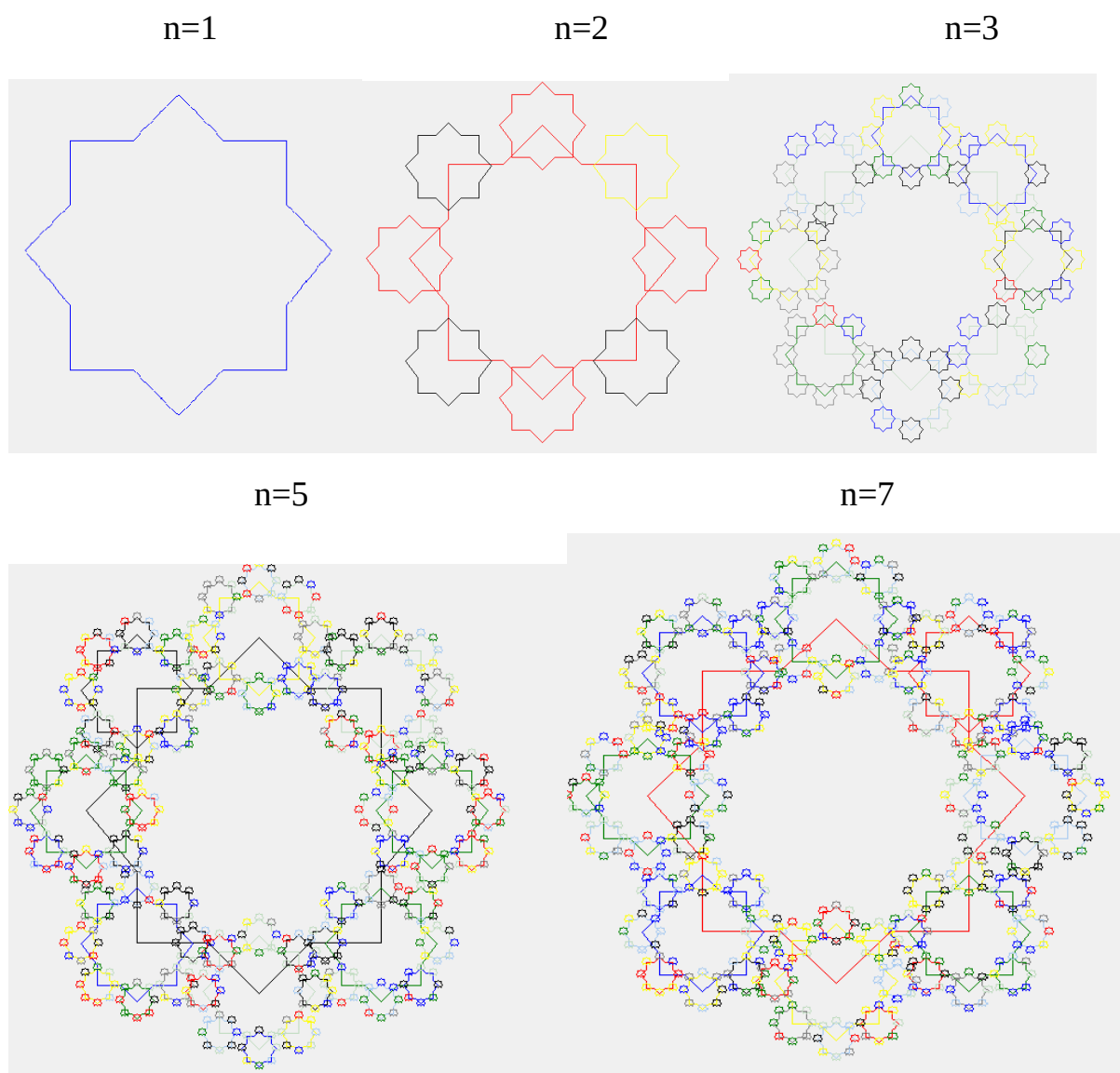


n=7



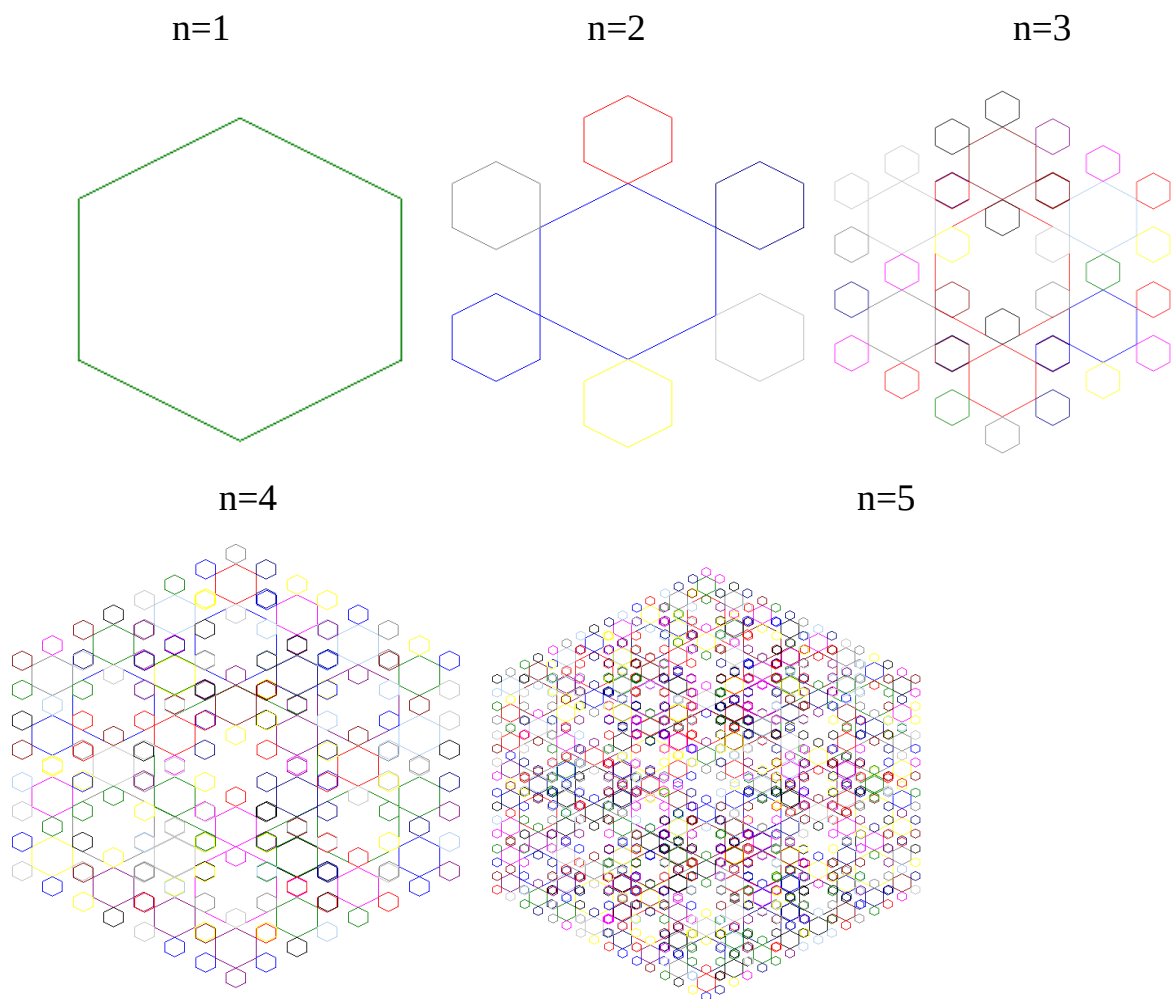
III 4.3-расм. n -нинг турли қийматларида ҳосил бўлган тўртқиррали
юлдузсимон фракталлар

Саккизқиррали юлдузсимон фракталлар



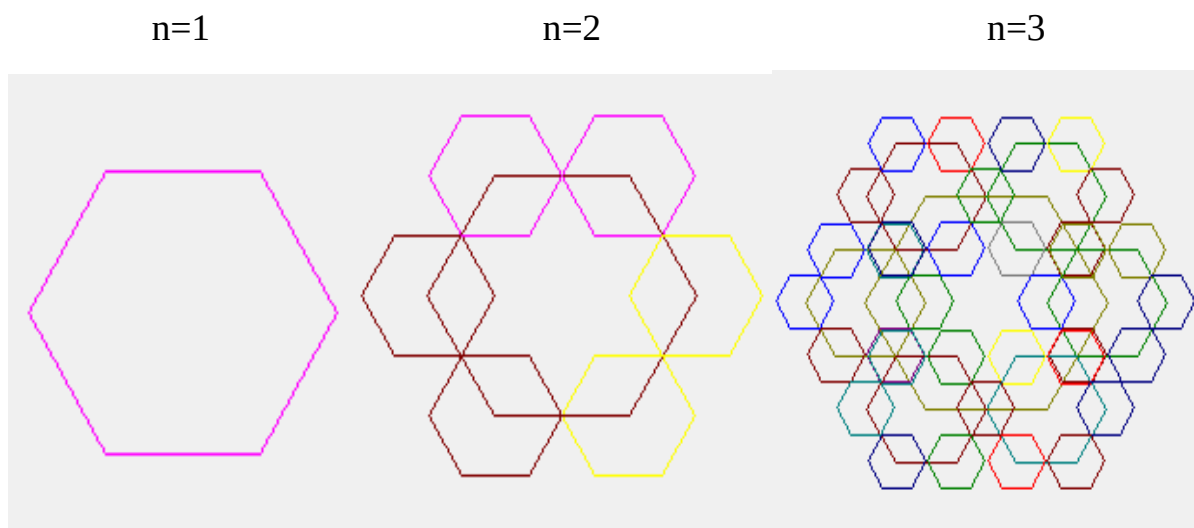
III 4.4-расм. n -нинг турли қийматларида ҳосил бўлган саккизқиррали
юлдузсимон фракталлар

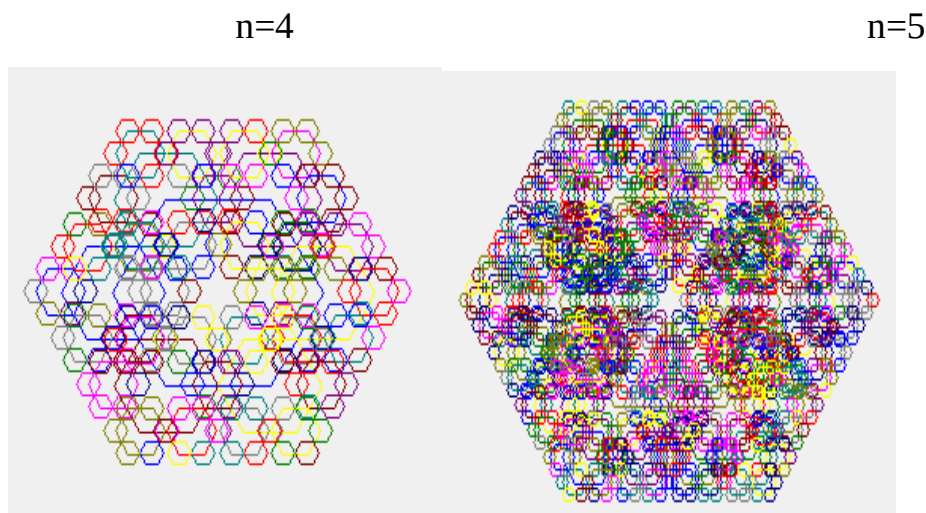
Мунтазам олтибурчакли фракталлар(1-тин)



III 4.5-расм. n -нинг турли қийматларида ҳосил бўлган олтибурчакли фракталлар

Мунтазам олтибурчакли фракталлар(2-тин)





III 4.6-расм n -нинг турли қийматларида ҳосил бўлган олтибурчакли
фракталлар

Бу ерда n рекурсиялар сони.

III бўйича хулоса

Ушбу бобда геометрик шакллардан фойдаланиб учбурчакли, юлдузсимон ва олтибурчакли фракталларни қуриш учун геометрик модел ва рекурсив алгоритм ишлаб чиқарилди. Шунингдек, ишлаб чиқарилган геометрик модел ва рекурсив алгоритм ёрдамида замонавий дастурлаш тили C#да дастурий таъмино яратилди. Дастурий таъминот учбурчаклардан иборат, тўтқиррали ҳамда саккизқиррали юлдузсимон фракталларни қурадиган процедура-функцияларни ўз ичига олади. Бу дастурий воситадан фойдаланиб рекурсиянинг турли сонларида, турли рангларни танлаб керакли масштабда фракталларни чизиш мумкин.

Хулоса

Ушбу магистрлик ишининг асосий натижалари қуйидагилар:

Фракталлар назариясининг асосий тушунчалари ўрганилди ва тадқиқ қилинди. Булар:

-фракталларнинг тарихи, таърифлари, ўз-ўзига ўхшашлик, ўлчам тушунчаси, масштаблаштириш, турлари, қўлланиш соҳалари.

Фракталларни қуриш учун қўлланиладиган усуллар ўрганилди ва тадқиқ қилинди.

Булар: L–тизимлар усули, Итерацион функциялар тизими, R–функция усули ва бошқалар. Уларнинг тафсифи, қўлланилиш ҳолатлари ўрганилди ва баъзи фракталлар учун математик формулалар қурилди.

- Оддий геометрик шакллар ва уларнинг асосий тушунчаларидан фойдаланиб фракталлар учун математик таъминот ишлаб чиқилди.

- Ишлаб чиқилган математик таъминотга асосан фракталларни чизиш учун C# (C++) да дастурий таъминот яратилди.

- Қулай фойдаланувчи интерфейси ишлаб чиқилди.

- Дастурий таъминотдан турли соҳаларда кенг фойдаланиш мумкин:

а) Радиотехникада–фракталлар антенналарда, антеннали қурилмаларни лойиҳалашда;

б) Компютер графикасида–табиатда мавжуд табиий расмларни чизиш, расмларни фрактал қисиш.

в) Гилам ҳамда турли газламаларга фракталлардан иборат шаклларни штамплашда ва бошқалар.

Илова

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
using System.Windows.Forms;

namespace Fraktallar
{
    public partial class Form1 : Form
    {
        public Form1()
        {
            InitializeComponent();

            int n;
            static Pen pen1;
            static Graphics g;
            static Pen pen2;
            Pen chiz = new Pen(Color.Black, 1);
            bool rang = false;

            private void uchburchak(int n, float x, float y, float h, float a)
            {
                if (n == 0) return;
                CreateGraphics();
                g.DrawLine(chiz, x, y - h, x - a, y);
                g.DrawLine(chiz, x + a, y, x, y - h);
                g.DrawLine(chiz, x - a, y, x + a, y);

                uchburchak(n - 1, x, y - h + h / 4, h / 2, a / 2);
                uchburchak(n - 1, x - a, y + h / 4, h / 2, a / 2);
                uchburchak(n - 1, x + a, y + h / 4, h / 2, a / 2);
            }

            private void uchburchak1(int n, float x, float y, float h, float a)
            {
                if (n == 0) return;
```

```

CreateGraphics();
g.DrawLine(chiz, x, y - h, x - a, y);
g.DrawLine(chiz, x + a, y, x, y - h);
g.DrawLine(chiz, x - a, y, x + a, y);

uchburchak1(n - 1, x - a, y - h / 2, h / 2, a / 2);
uchburchak1(n - 1, x + a, y - h / 2, h / 2, a / 2);
uchburchak1(n - 1, x, y + h / 2, h / 2, a / 2);

}
private void turt(int n, float x, float y, float l)
{
    CreateGraphics();
    if (n == 0) return;
    g.DrawLine(chiz, x, y - l, x - l / 3, y - l / 3);
    g.DrawLine(chiz, x - l / 3, y - l / 3, x - l, y);
    g.DrawLine(chiz, x - l, y, x - l / 3, y + l / 3);
    g.DrawLine(chiz, x - l / 3, y + l / 3, x, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x, y + l, x + l / 3, y + l / 3);
    g.DrawLine(chiz, x + l / 3, y + l / 3, x + l, y);
    g.DrawLine(chiz, x + l, y, x + l / 3, y - l / 3);
    g.DrawLine(chiz, x + l / 3, y - l / 3, x, y - l);

    turt(n - 1, x, y - l - l / 2, l / 2);
    turt(n - 1, x - l - l / 2, y, l / 2);
    turt(n - 1, x + l + l / 2, y, l / 2);
    turt(n - 1, x, y + l + l / 2, l / 2);
}

private void sakkiz(int n, float x, float y, float l, float r)
{
    CreateGraphics();
    if (n == 0) return;

    g.DrawLine(chiz, x, y, x + l, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x + l, y + l, x + r + l, y + l);
    g.DrawLine(chiz, x + r + l, y + l, x + r + l, y + r + l);
    g.DrawLine(chiz, x + r + l, y + r + l, x + l * 2 + r, y + l * 2 + r);
    g.DrawLine(chiz, x + l * 2 + r, y + l * 2 + r, x + l + r, y + 4 * r - l);
    g.DrawLine(chiz, x + l + r, y + 4 * r - l, x + l + r, y + 6 * l);
    g.DrawLine(chiz, x + l + r, y + 6 * l, x + l, y + 6 * l);
    g.DrawLine(chiz, x + l, y + 6 * l, x, y + 7 * l);
    g.DrawLine(chiz, x, y + 7 * l, x - l, y + 6 * l);
    g.DrawLine(chiz, x - l, y + 6 * l, x - r - l, y + 6 * l);
    g.DrawLine(chiz, x - r - l, y + 6 * l, x - r - l, y + 4 * r - l);
}

```

```

g.DrawLine(chiz, x - r - l, y + 4 * r - l, x - 2 * l - r, y + l * 2 + r);
g.DrawLine(chiz, x - 2 * l - r, y + l * 2 + r, x - l - r, y + r + l);
g.DrawLine(chiz, x - l - r, y + r + l, x - l - r, y + l);
g.DrawLine(chiz, x - l - r, y + l, x - l, y + l);
g.DrawLine(chiz, x - l, y + l, x, y);

```

```

sakkiz(n - 1, x - r - l, y - l / 16, l / 3, r / 3);
sakkiz(n - 1, x - r - l, y + 5 * l - r / 15, l / 3, r / 3);
sakkiz(n - 1, x + 3 * l - r * 3 / 7, y + 5 * l - r / 15, l / 3, r / 3);
sakkiz(n - 1, x + 3 * l - r * 3 / 7, y - l / 16, l / 3, r / 3);
sakkiz(n - 1, x, y - l * 10 / 9, l / 3, r / 3);
sakkiz(n - 1, x, y + 6 * l - r / 10, l / 3, r / 3);
sakkiz(n - 1, x + 2 * l + r, y + r * 2 - l / 2, l / 3, r / 3);
sakkiz(n - 1, x - 2 * l - r, y + r * 2 - l / 2, l / 3, r / 3);
}

```

```

private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel1.CreateGraphics();
    rang = true;
    n = System.Convert.ToInt16(textBox1.Text);
    if (n > 12)
    {
        n = 0;
        textBox1.Text = "";
        MessageBox.Show("");
    }

    if (radioButton1.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 320, h = 200, a = 140;
        uchburchak(n, x, y, h, a);
    }
    else
    {
        if (radioButton2.Checked == true)
        {
            float x = 300, y = 260, h = 200, a = 140;
            uchburchak1(n, x, y, h, a);
        }
    }
}

```

```

private void button2_Click(object sender, EventArgs e)
{

```

```

Refresh();
textBox1.Text = "";
}

private void button4_Click(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel4.CreateGraphics();
    n = System.Convert.ToInt16(textBox2.Text);
    if (n > 12)
    {
        n = 0;
        textBox2.Text = "";
        MessageBox.Show("");
    }
    if (radioButton5.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 230, l = 100, r = 80;
        romb(n, x, y, l, r);
    }
    else
    if (radioButton3.Checked == true)
    {
        float x1 = 250, y1 = 150, x2 = 400, y2 = 300, t = 40;
        kvadrat(n, x1, y1, x2, y2, t);
    }
    else
    if (radioButton4.Checked == true)
    {
        float x1 = 250, y1 = 200, x2 = 350, y2 = 300, h = 100, l = 120;
        kvadrat1(n, x1, y1, x2, y2, l, h);
    }
    else
    if (radioButton6.Checked == true)
    {
        float x = 250, y = 160, l = 160, h = 100, r = 70;
        parallel(n, x, y, l, r, h);
    }
}

private void button3_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Refresh();
    textBox2.Text = "";
}

```

```

private void button6_Click(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel6.CreateGraphics();
    n = System.Convert.ToInt16(textBox3.Text);
    if (n > 12)
    {
        n = 0;
        textBox3.Text = "";
        MessageBox.Show(" ");
    }
    if (radioButton8.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 300, l = 100;
        besh1(n, x, y, l);
    }
    else
    if (radioButton7.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 300, l = 100;
        besh(n, x, y, l);
    }
}

```

```

private void button5_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Refresh();
    textBox3.Text = "";
}

```

```

private void button8_Click(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel8.CreateGraphics();

    n = System.Convert.ToInt16(textBox4.Text);
    if (n > 12)
    {
        n = 0;
        textBox4.Text = "";
        MessageBox.Show(" ");
    }
    if (radioButton9.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 150, l = 150, r = 100;
        olti(n, x, y, l, r);
    }
}

```



```

    }
    else
        if (radioButton10.Checked == true)
        {
            float x = 300, y = 250, l = 80;
            olti1(n, x, y, l);
        }
    }

private void button7_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Refresh();
    textBox4.Text = "";
}

private void button10_Click(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel10.CreateGraphics();

    n = System.Convert.ToInt16(textBox5.Text);
    if (n > 12)
    {
        n = 0;
        textBox5.Text = "";
        MessageBox.Show(" ");
    }
    if (radioButton12.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 250, l = 80;
        turt(n, x, y, l);
    }
    else
        if (radioButton13.Checked == true)
        {
            float x = 300, y = 90, l = 40, r = 60;
            sakkiz(n, x, y, l, r);
        }
    }

private void button9_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Refresh();
    textBox5.Text = "";
}

private void button72_Click(object sender, EventArgs e)

```

```

{
    g = panel12.CreateGraphics();

    n = System.Convert.ToInt16(textBox6.Text);
    if (n > 12)
    {
        n = 0;
        textBox6.Text = "";
        MessageBox.Show(" ");
    }
    if (radioButton15.Checked == true)
    {
        float x = 200, y = 150, r = 200, a = 50;
        aylana1(n, x, y, r, a);
    }
    else
    {
        if (radioButton14.Checked == true)
        {
            float x = 200, y = 150, r = 200, a = 30;
            aylana(n, x, y, r, a);
        }
    }
}

private void button71_Click(object sender, EventArgs e)
{
    Refresh();
    textBox6.Text = "";
}

private void trackBar1_Scroll(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel1.CreateGraphics();
    this.Refresh();
    int f = 100;
    f = f + 10 * trackBar1.Value;
    label14.Text = Convert.ToString(f + " %");
    if (radioButton1.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 320, h = 200 + 20*trackBar1.Value, a = 140 + 20*
trackBar1.Value;
        uchburchak(n, x, y, h, a);
    }
    else
    {
        if (radioButton2.Checked == true)
        {

```

```

        float x = 300, y = 260, h = 200+20*trackBar1.Value, a =
140+20*trackBar1.Value;
        uchburchak1(n, x, y, h, a);
    }
}
private void trackBar2_Scroll(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel4.CreateGraphics();
    this.Refresh();
    int f = 100;
    f = f + 10 * trackBar2.Value;
    label15.Text = Convert.ToString(f + " %");
    if (radioButton5.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 230, l = 100 + 20 * trackBar2.Value, r = 80 + 20 *
trackBar2.Value;
        romb(n, x, y, l, r);
    }
    else
        if (radioButton3.Checked == true)
        {

            float x1 = 250 - 10 * trackBar2.Value, y1 = 150 - 10 *
trackBar2.Value, x2 = 400 + 10 * trackBar2.Value, y2 = 300 + 10 *
trackBar2.Value, t = 40 + 10 * trackBar2.Value;
            kvadrat(n, x1, y1, x2, y2, t);
        }
        else
            if (radioButton4.Checked == true)
            {
                float x1 = 250 - 10 * trackBar2.Value, y1 = 200 - 10 *
trackBar2.Value, x2 = 350 + 10 * trackBar2.Value, y2 = 300 + 10 *
trackBar2.Value, h = 100 + 10 * trackBar2.Value, l = 120 + 10 * trackBar2.Value;
                kvadrat1(n, x1, y1, x2, y2, l, h);
            }
            else
                if (radioButton6.Checked == true)
                {
                    float x = 250, y = 160, l = 160 + 20 * trackBar2.Value, h = 100 +
20 * trackBar2.Value, r = 70 + 20 * trackBar2.Value;
                    parallel(n, x, y, l, r, h);
                }
            }
}

private void trackBar3_Scroll(object sender, EventArgs e)

```

```

{
    g = panel6.CreateGraphics();
    this.Refresh();
    int f = 100;
    f = f + 10 * trackBar3.Value;
    label17.Text = Convert.ToString(f + " %");
    if (radioButton8.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 300, l = 100 + 20 * trackBar3.Value;
        besh1(n, x, y, l);
    }
    else
        if (radioButton7.Checked == true)
        {
            float x = 300, y = 300, l = 100 + 20 * trackBar3.Value;
            besh(n, x, y, l);
        }
}

private void trackBar4_Scroll(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel8.CreateGraphics();
    this.Refresh();
    int f = 100;
    f = f + 10 * trackBar4.Value;
    label19.Text = Convert.ToString(f + " %");

    if (radioButton9.Checked == true)
    {
        float x = 300, y = 150, l = 150 + 20 * trackBar4.Value, r = 100 + 20 *
trackBar4.Value;
        olti(n, x, y, l, r);
    }
    else
        if (radioButton10.Checked == true)
        {
            float x = 300, y = 250, l = 80 + 20 * trackBar4.Value;
            olti1(n, x, y, l);
        }
}

private void trackBar5_Scroll(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel10.CreateGraphics();
    this.Refresh();
    int f = 100;
    f = f + 10 * trackBar5.Value;

```

```

label21.Text = Convert.ToString(f + " %");
if (radioButton12.Checked == true)
{
    float x = 300, y = 250, l = 80 + 20 * trackBar5.Value;
    turt(n, x, y, l);
}
else
    if (radioButton13.Checked == true)
    {
        float x = 300 - 3 * trackBar5.Value, y = 90 - 3 * trackBar5.Value, l =
40 + 12 + trackBar5.Value, r = 60 + 3 * trackBar5.Value;
        sakkiz(n, x, y, l, r);
    }
}
private void trackBar6_Scroll(object sender, EventArgs e)
{
    g = panel12.CreateGraphics();
    this.Refresh();
    int f = 100;
    f = f + 10 * trackBar6.Value;
    label23.Text = Convert.ToString(f + " %");

    if (radioButton15.Checked == true)
    {
        float x = 200 - 10 * trackBar6.Value, y = 150 - 10 * trackBar6.Value, r =
200 + 20 * trackBar6.Value, a = 50 + 5 * trackBar6.Value;
        aylana1(n, x, y, r, a);
    }
    else
        if (radioButton14.Checked == true)
        {
            float x = 200 - 10 * trackBar6.Value, y = 150 - 10 * trackBar6.Value, r
= 200 + 20 * trackBar6.Value, a = 30 + 4 * trackBar6.Value;
            aylana(n, x, y, r, a);
        }
    }
}
}

```

Адабиётлар руйхати

1. Абу Айаш Т.А. Разработка метода фрактального сжатия видеопотоков в автоматизированных системах управления хирургическими операциями. // Автореф. дис. к.т.н. Одесса–2005. 19с.
2. Анарова Ш.А., Адилова Г.П., Эржонов М.О. Фракталы и метод системы итерируемых функций. // В сб. Вопросы вычислительной и прикладной математики. Ташкент. 2012 , вып 127. С. 75-86.
3. Анарова Ш.А., Умарова Г.Э. Фракталлар назариясининг асосий тушунчалари. //Ҳисоблаш ва амалий математика масалалари, илмий изланишлар тўплами. Тошкент, 2012, №128, 155-166 б.
4. Анарова Ш.А., Рустамова М.Я., Умарова Г.Э. Фракталлар ва уларни қуриш технологиялари. //Ҳисоблаш ва амалий математика масалалари, илмий изланишлар тўплами. Тошкент, 2014 №131, 103-112 б.
5. Анарова Ш.А., Мулламухамедова М.А. Айланалардан иборат фракталларни қуриш алгоритми. // Материалы международная научная конференция «Радиоэлектроника, информационные и телекоммуникационные технологии: проблемы и развитие». Ташкент, 21–22 мая 2015. С.187-189.
6. Эшқороева Н.Г., Хайдарова Л.Ў. <<ФРАКТАЛЛАРНИ ҚУРИШДА L–ТИЗИМЛАР УСУЛИДАН ФОЙДАЛАНИШ АЛГОРИТМЛАРИ>>
//Илм – фан ва инновация журнали. 2016 , 14-15б.
7. Анарова Ш.А., Эшқороева Н.Г., Хайдарова Л.Ў., Султонов Д.У. Юлдузсимон фракталларни қуришнинг геометрик моделлари ва алгоритмлари. // ТАТУ хабарлари журнали. 2016 №1(37). 40-43 б.
8. Балханов В.К. Моделирование математических и электрических характеристик физико–технических сред фрактальном методом. //Автореферат., дис... к.т.н. РАН, г.Улан–Удэ, 20с.
9. Балханов В.К. Основы фрактального исчисления. Дельта реки Селенга. //Горный информационно–аналитический бюллетень, 2003.№5. С.

21–25.

10. Балханов В.К. Фрактальная геометрия и основы фрактальных вычислений. АНР, г.Улан–Удэ, 2013. с-224.

11. Бирючинская Т.Я. Моделирование фрактальных структур в задачах многомерной классификации // Автореф. дис к.ф.-м.н. Воронеж, 2013, 18с. б.

12. Бондаренко Б.А. Обобщенные треугольники Паскаля, их фракталы, графы и приложения. Ташкент: Фан, 1990. 192 с.

13. Bondarenko B.A. Generalized Pascal Triangles and Pyramids, their Fractals, Graphs, and Applications – USA, Santa Clara: Fibonacci Associations, The Third Edition. – 2010. – 296 p.

14. Бондаренко В.А., Дольников В.Л. Фрактальное сжатие изображений по Барнсли–Слоану. //Автоматика и телемеханика. –1994.–N5.–с.12–20.

15. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. – М., Ижевск: РХД, 2001.

16. Велигоша Д.А. Разработка метода фрактального сжатия графической информации в системах обработки данных. // Автореф. дис... к. т.н. Ставрополь–2012. 22 с.

17. Винокуров С.В. Математическое и программное обеспечение методов повышения временной эффективности фрактального сжатия изображений. Диссертация кандидатская. Москва. 2007, 126 стр.

18. Витолин Д. Применение фракталов в машинной графике. //Computerworld–Россия.–1995.–N15.–с.11.

19. Вишик М.И. Фрактальная размерность множеств. Соросовский образовательный журнал 1998, №1, С.122–127.

20. Голоденко А.Б. Оценка адекватности фрактальной модели атомной структуры аморфного кремния// Физика и техника полупроводников, 2010, том 44, вып. 1. С. 87-91.

21. Голощاپов И.В. Исследование фрактальных структур из комбинаторных чисел их компьютерная реализация и приложение. // Магист. дис. 2014-йил, 88 с.
22. Дубовиков М.М, Старченко Н.В. Индекс вариации и его приложение к анализу фрактальных структур. //УФН. 2007. №5. С. 34–39.
23. Иванов А.В., Короновский А.А., Минюхин И.М., Яшков И.А. Определение фрактальной размерности овражно-балочный сети города Саратова. Изв. вузов. «ПНД». Т.14. №2 С. 64-74.
24. Кальмиков А.В., Кальмиков Л.В., Кешелова А.В. Несколько новых биоподобных L-систем. - МКО-10, 2002, стр.50-63
25. Кравченко В.Ф., Басариб М.А. Решение краевых задач электродинамики в областях фрактальной геометрии методом R–функций. Москва: ЖТФ, 2003, том 29, вып.№24 стр.89–94.
26. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. – М.: Постмаркет, 2000.
27. Крупенин С.В. Крупенин С.В. Фрактальные излучающие структуры и аналоговая модель фрактального импеданса. // Автореф. дис... к.ф.–м.н. Москва–2009.
28. Леготкин Р.Л. Исследование методов фрактального анализа для целей тематического дешифрирования аэрофотоизображений. // Автореф. дис... к.т.н. Москва–2002.
29. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002.–656 с.
30. Масюк В.М. . Компьютерное моделирование физических процессов на основе нового класса атомарных и фрактальных функций в теории антенн// Автореф. дис... к.ф.–м.н. Москва–2004.
31. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов. – Нижний Новгород: НижГУ, 1999.

32. Матвеев Е.Н. Многодиапазонные и широкополосные свойства фрактальных антенн и частотно-избирательных структур на их основе. // Автореф. дис... на соиск. учен. степ. к.ф.–м.н. Москва, 2009. 23 с.

33. Музиченко Я.Б. Имитационное моделирование дифракции света на мультифрактальных объектах. // Автореф. дис... на соискание ученой степени к.т.н. Санкт-Петербург.-2010. 18с.

34. Назиров Ш.А., Анарова Ш.А., Адилова Г.П., Эржанов М.О. Технология построения фракталов. // Фан, таълим ва ишлаб чиқариш интеграциясини ахборот коммуникация технологиялари асосида ривожлантириш муаммолари. Республика илмий – амалий анжуман материаллари тўплами. Қарши 2012 й. 60-64 б.

35. Назиров Ш.А., Анарова Ш.А., Адилова Г.П., Эржанов М.О. Размерность фракталов. // Фан, таълим ва ишлаб чиқариш интеграциясини ахборот коммуникация технологиялари асосида ривожлантириш муаммолари. Республика илмий–амалий анжуман материаллари тўплами. Қарши 2012 й. 64-71 б.

36. Назиров Ш.А., Эржанов М.О. Метод R-функций во фрактальной геометрии. // Сборник докладов Республиканской научно-технической конференции «Проблемы информационных технологий и телекоммуникаций». Том I., 15-16 март Ташкент 2012., С.60-62.

37. Назиров Ш.А., Эржонов М.О. Применение метода R–функций в фрактальной геометрии // В сб. Вопросы вычислительной и прикладной математики. Ташкент. 2012, вып 127. С. 51-61.

38. Назиров Ш.А., Эржонов М.О., Ташмухамедова Г.Х. Методы построения уравнений объектов фрактальной геометрии // В сб. Вопросы вычислительной и прикладной математики. Ташкент. 2014, вып 130. С. 11-38.

39. Назиров Ш.А., Эржонов М.О. Алгебро-логический метод R-функции в приложениях фракталов. //Ахборот технологиялари ва телекоммуникация тизимларини самарали ривожлантириш истиқболлари. Республика илмий-техник анжумани. 2014 йил 13-14 март.

40. Назиров Ш.А., Эржонов М.О. Метод R-функций во фрактальной геометрии. // Сборник докладов Республиканской научно-технической конференции «Проблемы информационных технологий и телекоммуникаций». Том I, 15-16 март Ташкент 2012., С.60-62.

41. Назиров Ш.А., Эржанов М.О. Алгебро-логический метод построения объектов фрактальной геометрии. // Вестник ТУИТ Ташкент, 2014, №1.С. 21-31.

42. Назиров Ш.А., Эржонов М.О. Построение уравнение детерминированных фракталов. //Узб. журнал Проблемы информатики и энергетики. 2014 №1-2, С. 57-65.

43. Назиров Ш.А., Рахманов Қ.С., Эржонов М.О., Юлдашев М.О. Айланалардан иборат фракталларнинг тенгламаларини куриш. //ТАТУ хабарлари журнали. 2014 №4, 98-110 б.

44. Нуралиев Ф.М., Голощапов И.Г. Исследование фрактальных структур из комбинаторных чисел, их компьютерная реализация и приложения. Сборник докладов Республиканской научно-технической конференции «Информационные технологии и проблемы телекоммуникаций». Часть 4, 14 марта 2013 г., Ташкент. С. 270-272.

45. Нуралиев Ф.М., Голощапов И.Г. Исследование фрактальных структур из комбинаторных чисел. Сборник докладов Республиканской научно-технической конференции «Перспективы эффективного развития информационных технологий и телекоммуникационных систем». Часть 4, 14 марта 2013 г., Ташкент. С. 270-272.

46. Нуралиев Ф.М., Голощапов И.Г. Исследование фрактальных структур из комбинаторных чисел. Материалы XIII ежегодной международной научно-практической конференции «Социально-экономическое развитие общества будущего: тенденции, точки роста, эффективные решения». Этюды молодых. Выпуск 13, Том 3, 27-28 февраля 2014 г. Алматы-Барнаул. С. 379-382.

47. Нуралиев Ф.М., Анарова Ш.А., Мулламухамедова М.А. Фракталларни куриш муаммолари. //Математика ва уни замонавий педагогик технологиялар ёрдамида ўқитиш муаммолари” мавзусидаги Республика илмий-амалий конференцияси материаллари. Навоий, 2015 йил 25- апрель.

48. Нуралиев Ф.М., Анарова Ш.А., Мулламухамедова М.А. Тўртбурчакли фракталларни куриш учун рекурсив алгоритмларни ишлаб чиқиш. //Материалы Республиканская научно-техническая конференция «Современное состояние и перспективы применения информационных технологии в управлении» Ташкент, 7–8 сентября 2015. С.59-65.

49. Нуралиев Ф.М., Анарова Ш.А., Мулламухамедова М.А., Султонов Д.У. Айланалардан ва тўртбурчаклардан иборат фракталларни куришнинг рекурсив алгоритмлари. // ТАТУ хабарлари журнали. 2015 №4(36). С. 82-88.

50. Павлов Д.Г., Панчелюга М.С., Малыхин А.В., Панчелюга В.А. О фрактальности аналогов множеств Мандельброта и Жюлиа на плоскости двойной. //Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, 1(11), ТОМ 6, 2009.-С.135-145.

51. Паршнев С.В. Реализация в MATLAB алгоритмов построения фрактальных объектов. // Мастерская решений (Россия). №3(3), 2003.-С. 72-82.

52. Патопов А.А., Гильмутдинов А.Х., Ушаков П.А. Системные принципы и элементная база фрактальной радиоэлектроники. Этапы становления и состояние. // Радиотехника ва электроника, 2008. Том 53, №9, С. 1033-1080.

53. Перерва Л.М., Юдин В.В. Фрактальное моделирование. // Учебное пособие. // под общ. ред. В.Н. Гряника. – Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2007. – 186 с.

54. Пильщиков В.Н., Горячая И.В., Бордаченкова Е.А. Решение задач с использованием рекурсии. Учебно-методическое пособие, М.: МГУ, 2012. - 38 с.

55. Рахманов Қ.С., Юлдашев Ш.А. Метод построения уравнений объектов фрактальной геометрии. //Радиотехника, телекоммуникация ва ахборот технологиялари: муаммолари ва келажак ривожи. Халқаро илмий-техник конференция. Тошкент, 2015 йил 21–22 май, 161–165 б.

56. Спиридонов К.Н. Применение спектра обобщённых фрактальных размерностей Реньи для сравнения текстур изображений. // Автореф. дис. на соиск. учён. степ. к.т.н. Титрозаводск-2008. 19 с.

57. Ташмухамедова Г.Х. // Разработка логические метод построение фракталов. // Магист. дис. 2014-йил, 98 б.

58. Федер Е. Фракталы. Пер. с англ.—М.: Мир,1991.—254с. (Jens Feder, Plenum Press, NewYork, 1988).

59. Шишкин Е.И. Моделирование и анализ пространственных и временных фрактальных объектов. Уральский государственный университет, 2004. 88с.

60. Эржонов М.О. Разработка алгоритмов и программного обеспечения построение геометрические фракталов на базе R-функции. // Маг. дис. 2012-йил, 100 с.