

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
XALQ TA'LIMI VAZIRLIGI
NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

Fizika-matematika fakulteti
“Matematika o'qitish metodikasi” kafedrası

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

MAVZU:” Geometriya kursida ko'pburchaklar va
ko'pyoqlarni o'qitish metodikasi”.

Bajardi: 5140100-Matematika
yo'nalishi 4-kurs “D” guruhi
Raxmonova Oybachin

Ilmiy rahbar: dots. Jalilov A. A

NAVOIY 2016-y

MAVZU: GEOMETRIYA KURSIDA KO'PBURCHAKLAR VA KO'PYOQLARNI O'QITISH METODIKASI

MUNDAREJA:

Kirish.....	2
I bob. KO'PBURCHAKLAR. KO'PBURCHAKLARNI O'QITISH.	
1.1. Ko'pburchaklar, muntazam ko'pburchaklar.....	5
1.2. Muntazam ko'pburchaklarning ichki va tashqi chizilgan aylanalar radiuslari uchun formulalar.....	11
1.3. Ba'zi muntazam ko'pburchaklarni yasash.....	14
1.4. Ko'pburchak ortogonal proyeksiyasining yuzi.....	17
1.5. Ko'pburchaklarga doir masalalar va ularning yechimlari.....	19
II bob. KO'PYOQLAR VA ULARNI O'QITISH METODIKASI	
2.1. Ikki yoqli, uch yoqli va ko'p yoqli burchaklar haqida tushuncha.....	25
2.2. Prizma, parallelepiped, piramida.....	28
2.3. Kesik piramida, muntazam piramida.....	33
2.4. Muntazam ko'pyoqlar.....	38
2.5. Ko'pyoqlarga doir masalalar va ularning yechimlari.....	41
2.6. O'z ish tajribalarimdan natijalar.....	47
XULOSA.....	49
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI...	50

KIRISH

*“Bizning xalqimiz dunyoda
hech kimdan kam bo’lmasligi,
farzandlarimiz esa bizdan
ko’ra kuchli, bilimli,
dono va albatta baxtli bo’-
lishi kerak...”*

Islom Karimov

“Mamlakatimizni modernizatsiya qilish va zamonaviy jamiyat qurish yo’lidagi murakkab va keng ko’lamli vazifalarni hal etishga qodir bo’lgan yangi avlod kadrlarni tayyorlash bundan buyon faoliyatimizning eng muhim yo’nalishi bo’lib qoladi.

Shu maqsadda boshlangan ishlarimizni qat’iyat bilan davom ettirib, ta’lim sohasidagi milliy dasturlarimiz ijrosini to’la yakuniga yetkazish, lo’nda qilib aytganda yoshlarimizni bizning tabiatimizga begona bo’lgan g’arazli oqimlardan asrab, zamonaviy bilim va tajribaga, o’z mustaqil fikriga ega, ma’nan yulsak komil insonlar etib voyaga yetkazish, ularning jamiyatimizda mustahkam va munosib o’rin egallashiga barcha imkoniyatlarni safarbar etishimiz darkor”- deb ta’kidlaydi Prezidentimiz I.A.Karimov.

Shu maqsadda kadrlar tayyorlash milliy dasturini amalga oshirish jarayonida maktab ta’limi, ayniqsa umumta’lim maktablarining moddiy-texnik bazasini mustahkamlashga e’tiborni kuchaytirish eng muhim va jiddiy masalaga aylandi.

1997-yilning 29-avgustida O’zbekiston Respublikasi Oliy Majlisining IX sessiyasida “Ta’lim to’g’risida”gi qonun va “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”

qabul qilindi. Ularda ta'lim-tarbiya va kadrlar tayyorlash tuzimini isloh qilishga oid yo'l-yo'riqlar ko'rsatib berilgan.

Kadrlar tayyorlash milliy dasturining uzviy va mantiqiy davomi bo'lmish 2004-2009 yillarda Maktab ta'limini rivojlantirish umummilliy davlat dasturi qabul qilindi.

Ushbu dasturga muvofiq, yurtimizda mavjud bo'lgan o'n mingga yaqin umumta'lim maktabining moddiy-texnik bazasini mustahkamlash, ta'lim jarayonining mazmunini tubdan takomillashtirish o'qituvchilarning mehnatini moddiy va ma'naviy rag'batlantirish bo'yicha katta ishlar qilinmoqda. Hozirgi vaqtda ta'lim-tarbiya sohasida amalga oshirilgan, ko'lami va mohiyatiga ko'ra ulkan ishlarimiz biz ko'zlagan ezgu niyatimizga erishish, hech kimdan kam bo'lmaydigan, go'zal, tinch-totuv hayot barpo etish, biz yoshlarning, butun xalqimizning ma'naviy yuksalishi yo'lida mustahkam zamin yaratdi desak, hech qanday xato bo'lmaydi.

Bitiruv malakaviy ishi "Geometriya kursida ko'pburchaklar va ko'pyoqlarni o'qitish metodikasi" mavzusida bo'lib, unga

MASALANING QO'YILISHI: Bitiruv malakaviy ishi Geometriya kursida ko'pburchaklar va ko'pyoqlarni, ularning turlarini o'quvchilarga har xil interfaol usullar orqali bilim berish.

MAVZUNING DOLZARBLIGI: Geometriya materiallarini o'rganish jarayonida o'quvchilarda ziyraklik, diqqat rivojlanadi. Har bir o'quvchining qobiliyati, sezgilari va o'zlashtirishi o'ziga xos hamda bir-biriga o'xshamasdir. Biri eshitib mavzuni yaxshi eslab qolsa, yana biri o'qib, boshqasi esa ko'rish orqali xotirasida yaxshi eslab qoladi. Shunday ekan biz darslarni ko'rgazmali va zamonaviy texnologiyalardan foydalanib o'tishimiz zarur.

ISHNING MAQSAD VA VAZIFALARI: Bitiruv malakaviy ishining maqsadi geometriya elementlarini bolalarga nafaqat boshlang'ich sinfdan, balki bog'cha davridanoq tanishtirib borish.

O'quvchilar kesma va siniq chiziqning uzunligini o'lchay olishni, belgilangan uzunlikdagi kesmani yasash, burchaklarni transportirdan foydalanib

yasash, berilgan formula va ma'lumotlarga ko'ra kvadrat, to'g'ri to'rtburchak, kub, to'g'riburchakli parallelepipedning tomonlari uzunligi, perimetri, yuzi va hajmi kabi o'lchovlarini hisoblay olish ko'nikmalarini egallashiga yordam berish. Darslarni hozirgi zamonaviy texnologiyalardan foydalanib o'tish.

ISHNING TUZILISHI: Bitiruv malakaviy ishi: kirish qismi, ikki bob, o'z ish tajribalarimdan natijalar, xulosa va adabiyotlar ro'yxatidan iborat. Ushbu ish matnli sahifalardan tashkil topgan, har bir bob paragraflarga ajratilgan bo'lib, ular o'zining nomerlanishi va belgilanishlariga ega.

Bitiruv malakaviy ishning birinchi bobida Ko'pburchaklar, muntazam ko'pburchaklar haqida asosiy tushunchalar, ularning ichki va tashqi chizilgan aylanalar radiuslari, ba'zi muntazam ko'pburchaklarni yasash, ko'pburchak ortogonal proyeksiyasining yuzi, uni aniqlash uchun kerakli ma'lumot va tushunchalar, ko'pburchaklarga oid masalalar va ularning yechimlari keltirilgan.

Ikkinchi bobda ikki yoqli, uch yoqli va ko'p yoqli burchaklar haqida asosiy tushunchalar, prizma, parallelepiped, piramida, kesik piramida, muntazam piramida, muntazam ko'pyoqlar ularning asosiy formulalari va ko'pyoqlarga doir masalalar yechilgan.

Bitiruv malakaviy ishida ko'pburchaklar, ko'pyoqlarning ta'riflari va ularning isbotlari keltirilgan.

MAVZU: GEOMETRIYA KURSIDA KO'PBURCHAKLAR VA KO'PYOQLARNI O'QITISH METODIKASI.

I bob. KO'PBURCHAKLAR. KO'PBURCHAKLARNI O'QITISH.

1.1 Ko'pburchaklar, muntazam ko'pburchaklar.

Geometriya-geometrik figuralarning xossalari haqidagi fandır. “Geometriya” so'zi grekcha so'z bo'lib, o'zbekcha “yerni o'lchash” degan ma'noni bildiradi.

Geometriya amalda keng qo'llaniladi. Bu fanni ishchi ham, injener (muhandis) ham, arxitektor ham, rassom ham bilishi kerak. Bir so'z bilan aytganda, geometriyani hamma bilishi kerak.

Maktabda o'rganiladigan geometriya matematikadan “Negizlar” degan ajoyib asar yaratgan qadimgi grek olimi Evkled nomi bilan Evkled geometriyasi deb ataladi. Uzoq vaqtlar davomida geometriya shu kitob bo'yicha o'qitilgan.

Geometriya ikki bo'limdan iborat bo'lib, planimetriya va stereometriya bo'limlaridir.

Planimetriya bo'limida tekilikdagi figuralar o'rganiladi.

Biz ko'pburchaklar mavzusini geometriyaning “Planimetriya” bo'limida o'rganamiz.

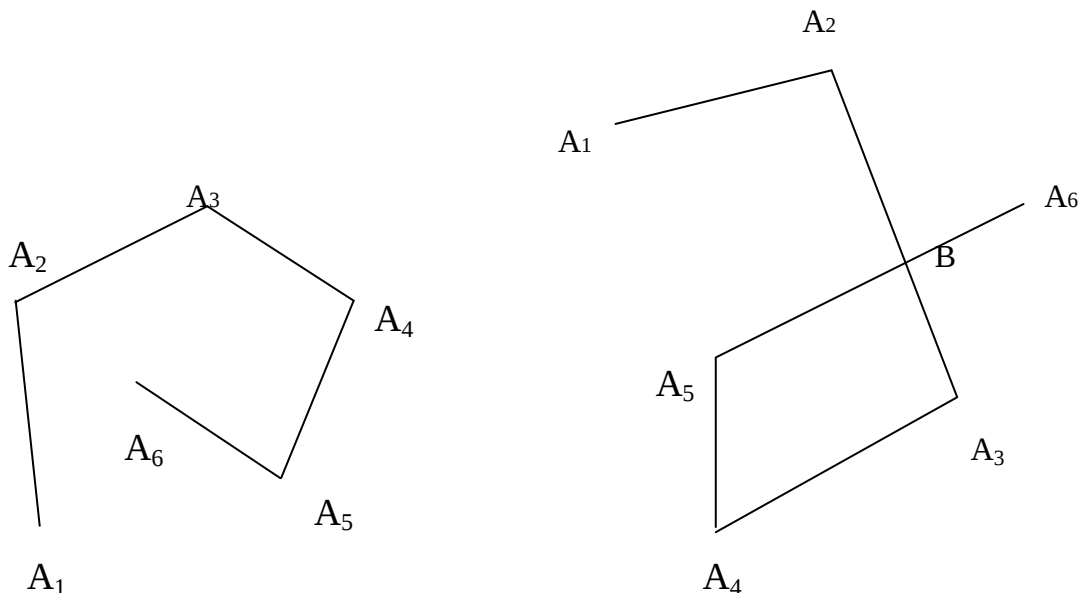
SINIQ CHIZIQ

$A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalaridan va ularni tutashtiruvchi $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesmalardan iborat figura $A_1A_2A_3 \dots A_n$ siniq chiziq deb ataladi.

$A_1, A_2, \dots, A_n$ nuqtalar siniq chiziqning uchlari, $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{n-1}A_n$ kesmalar esa siniq chiziqning bo'g'inlari deb ataladi.

Agar siniq chiziq o'z-o'zi bilan kesishmasa, bunday siniq chiziq sodda siniq chiziq deyiladi.

Siniq chiziqning hamma bo'g'inlari uzunliklarining yig'indisi shu siniq chiziqning uzunligi deyiladi.



QAVARIQ KO'PBURCHAKLAR

Siniq chiziqning oxirlari ustma-ust tushsa, bunday siniq chiziq yopiq deyiladi.

Qo'shni bo'g'inlari bir to'g'ri chiziqda yotmagan sodda yopiq siniq chiziq ko'pburchak deyiladi.

Siniq chiziqning uchlari ko'pburchakning uchlari, siniq chiziqning bo'g'inlari ko'pburchakning tomonlari deb ataladi. Ko'pburchakning qo'shni bo'lmagan uchlarini tutashtiruvchi kesmalar ko'pburchakning diagonallari deyiladi. n uchli ko'pburchak va shu bilan birga n tomonli ko'pburchak n burchak deb ataladi.

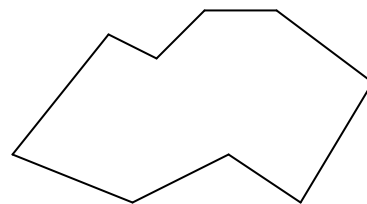
Geometriyaning muhim jihatlaridan biri shundaki, o'rganilga ma'lumotlar o'qitishning keyingi bosqichi uchun tayanch manba hisoblanadi. Masalan, 8-sinfda geometriya kursi ko'pburchaklar mavzusidan boshlanadi. Ushbu mavzuni o'rganish orqali o'quvchi 7-sinfda o'rganilgan siniq chiziq va ko'pburchak haqidagi bilimlarini boyitadi va chuqurlashtiradi. Bunda siniq chiziqning ta'rifiga tayanib

yassi ko'pburchak tushunchasi kiritiladi va bu mavzu o'z navbatiga ko'pburchakning diagonallari haqidagi teorema bilan boyitiladi. Demak, o'quvchining ilgarigi siniq chiziq haqidagi bilimlari endilikda ko'pburchak tushunchasi va ko'pburchakning diagonallari haqidagi teorema orqali rivojlantiriladi.

“Qavariq ko'pburchak ichki va tashqi burchaklarining yigindisi” mavzusini o'tishda darslikda belgilanganidek dastlab mashqni barcha o'quvchilar individual tarzda bajaradilar. So'ngra darslik matni 3 ta qismga ajratilganligiga e'tiborni qaratib, sinf o'quvchilarini 3guruhga ajratib “Bumerang” usulida topshiriqlarni guruhlarga bo'lib berish lozim. Belgilangan vaqtdan so'ng guruhlar tartib raqamiga qarab o'zlariga yuklatilgan topshiriqni taqdim etadilar. Bu jarayonda o'qituvchi kuzatuvchi sifatida ishtirok etadi va o'quvchilar yo'l qo'ygan xato va kamchiliklarni tuzatib, to'ldirib boradi. Ushbu ishga guruhlarni jalb qilish masalasiga to'xtaladigan bo'lsak, birinchi guruhga bilimlari bir oz sayozroq bo'lgan o'quvchilarni jamlash mumkin, chunki birinchi topshiriq qolgan 2 ta topshiriqqa nisbatan o'zlashtirilishi yengil bo'lib, unda qavariq burchak, burchakning ichki va tashqi sohasi, hamda ko'pburchakning ichki burchagining tarafini keltiradilar va bu borada tushunchalar beradilar. Ikkinchi guruh a'zolari qavariq n burchakning ichki burchaklarining yig'indisi, uchinchi guruh esa tashqi burchaklarining yig'indisi haqidagi teoremalarni isbotlab beradilar. Mavzuni o'rganishni bunday innovatsion usulda tashkil etish orqali birinchidan o'quvchida mustaqil o'qib-o'rganish ko'nikmasi shakllantirilsa, ikkinchidan u darslik bilan ishlashni o'rganadi va uning matematik nutqi, fikrlash madaniyati shakllanib boradi. Mavzuning nazariy qismi shu tariqa hamkorlikda o'rganish maqsadga muvofiq bo'ladi. Mavzuni mustahkamlash uchun masalalar yechiladi.

Tekislikning ko'pburchak bilan chegaralangan chekli qismi yassi ko'pburchak yoki ko'pburchakli soha deyiladi.

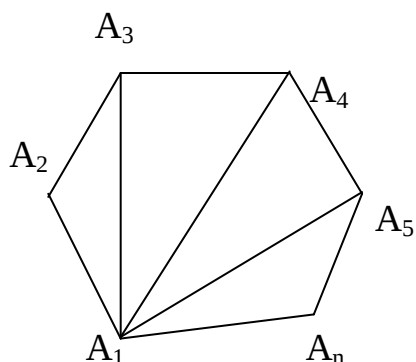
Agar ko'pburchak tomonini o'z ichiga olgan ixtiyoriy to'g'ri chiziqqa nisbatan bitta



yarim tekislikda yotsa, u qavariq ko'pburchak deyiladi.

Teorema; Qavariq n burchak burchaklarining yig'indisi $180^0(n-2)$ ga teng.

Isboti; $n=3$ da teorema o'rinli. $A_1A_2A_3 \dots A_n$ – berilgan qavariq ko'pburchak va $n>3$ bo'lsin. $n-3$ ta diagonalni o'tkazamiz; $A_1A_3, A_1A_4 \dots A_1A_{n-1}$ ko'pbur-



chak qavariq bo'lgani uchun bu diagonalni $n-2$ ta uchburchakka bo'ladi. $A_1A_2A_3, A_1A_3A_4 \dots$

$\dots A_1A_{n-1}A_n$. $A_1A_2 \dots A_n$ ko'pburchak burchaklari yig'indisi hamma uchburchak burchaklarining yig'indisiga teng. Har bir uchburchak burchaklari yig'indisi 180^0 ga teng, bunday uchburchaklar esa $n-2$ ta. Shu sababli qavariq n burchakning burchaklari yig'indisi $180^0(n-2)$ ga teng. (Teorema isbotlandi).

Qavariq ko'pburchakning berilgan tashqi burchagi deb uning shu uchidagi ichki burchagiga qo'shni burchakka aytiladi.

1-masala: Qanday qavariq burchakda uning hamma burchaklari 1). O'tkir, 2). To'g'ri, 3) o'tmas bo'lishi mumkin.

Ushbu masalani yechish uchun yuqorida berilgan ta'rif va teorema haqidagi bilimlardan tashqari 9-sinfda o'rgatiladigan muntazam ko'pburchak haqidagi tushunchalarga ham ehtiyoj seziladi. Masalani yechish: Qavariq burchak ichki burchaklarining yig'indisi $180^0(n-2)$ ga tengligidan foydalanamiz. Uning uchun o'sish tartibida bir nechta qiymatlar qo'yib burchak kattaligining o'zgarishini kuzatamiz.

$$n=3 \text{ da } 180^0(3-2)=180^0 \quad 180^0:3=60^0$$

o'tkir

$$n=4 \text{ da } 180^0(4-2)=180^0 \cdot 2=360^0 \quad 360^0:4=90^0$$

to'g'ri

$$n=5 \text{ da } 180^0(5-2)=180^0 \cdot 3=540^0 \quad 540^0:5=108^0$$

o'tmas

$$n=6 \text{ da } 180^0(6-2)=180^0 \cdot 4=720^0 \quad 720^0:6=120^0 \text{ o'tmas}$$

topilgan qiymatlarga ko'ra xulosa chiqaramiz. Agar qavariq ko'pburchak hamma tomonlari teng, ya'ni muntzam uchburchakdan iborat bo'lsa uning hamma burchaklari (60° li) o'tkir burchakdan iborat bo'ladi. Agar ko'pburchak muntzam to'rtburchakdan (kvadratdan) yoki to'g'ri burchakdan iborat bo'lsa uning to'rttala burchagi ham (90° li) to'g'ri burchakdan tashkil topadi. Agar ko'pburchakning tomonlari muntzam 5, 6, 7, ... va hokazo bo'lsa, uning hamma burchaklari o'tmas (180° , 120° , 135° ...) bo'lar ekan degan xulosaga kelamiz.

2-masala: Qavariq n burchakning har bir uchidan bittadan olingan tashqi burchaklarning yig'indisi nimaga teng?

Yechish: Ko'pburchak ichki burchagining unga qo'shni tashqi burchak bilan yig'indisi 180° ga teng. Ammo hamma ichki burchaklarining yig'indisi $180^\circ(n-2)$ ga teng. Demak, har qaysi uchidan bittadan olingan tashqi burchaklarining yig'indisi $180^\circ \cdot n - 180^\circ(n-2) = 360^\circ$ ga teng ekan.

MUNTAZAM KO'PBURCHAKLAR

Hamma tomonlari teng va hamma burchaklari teng bo'lgan qavariq ko'pburchak muntzam ko'pburchak deyiladi.

Hamma uchlari biror aylanada yotgan ko'pburchak aylanaga ichki chizilgan ko'pburchak deyiladi.

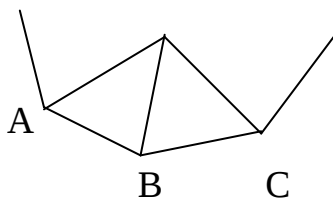
Hamma tomonlari biror aylanaga uringan ko'pburchak aylanaga tashqi chizilgan ko'pburchak deyiladi.

TEOREMA: Muntzam qavariq ko'pburchak aylanaga ichki chizilgan bo'lishi va aylanaga tashqi chizilgan bo'lishi mumkin.

ISBOTI: A, B-muntzam ko'pburchakning ikkita qo'shni uchlari bo'lsin.

A, B uchlardan ko'pburchak burchaklarining

bissektrissalarini o'tkazamiz. O-ularning



kesishish nuqtasi bo'lsin. AOB uchburchak teng yonli uchburchak bo'lib, asosi AB va asosidagi burchaklari $\alpha/2$ ga teng, bunda α -ko'pburchakning burchagi.

O nuqtani B uchga qo'shni bo'lgan C uch bilan birlashtiramiz. Uchburchaklar tengligining birinchi alomatiga ko'ra ABO va CBD uchburchaklar teng. Ularda OB tomon umumiy, AB va BC tomonlar esa ko'pburchakning tomonlari bo'lgani uchun teng. B uchdagi burchaklar esa $\alpha/2$ gat eng. Uchburchaklarni tengligidan OBC uchburchak teng yonli uchburchak bo'lib, C uchidagi burchagi $\alpha/2$ ga tengligi kelib chiqadi. Demak, CO kesma ko'pburchakning C burchagi bissektrissasidir.

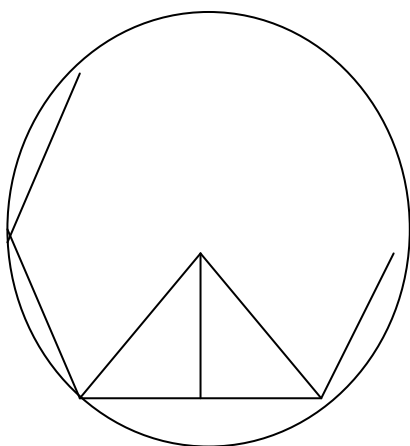
Endi O nuqtani C ga qo'shni D uch bilan tutashtiramiz hamda COD teng yonli uchburchak va DO kesma uchburchakning D burchagi bissektrissasi ekanini isbotlaymiz va hokazo.

Natijada bir tomoni ko'pburchakning tomonidan, shu tomoni qarshisidagi uchi-O nuqtadan iborat har bir uchburchak teng yonli ekani bilinadi. Bu uchburchaklarning hammasining yon tomonlari va asoslariga tushirilgan balandliklari teng. Bundan ko'pburchakning hamma uchlari markazi O nuqtada, radiusi esa uchburchaklarning yon tomonlariga teng bo'lgan aylanada yotadi, ko'pburchakning hamma tomonlari esa uchburchaklarning O uchidan tushirilgan balandliklariga teng bo'lgan aylanaga urinadi degan xulosa chiqaramiz. (Teorema isbotlandi).

Muntazam ko'pburchakning ichki va tashqi chizilgan aylanalari bir xil markazga ega. Bu markazni ko'pburchakning markazi deymiz. Muntazam ko'pburchakning markazidan tomoni ko'rinadigan burchak ko'pburchakning markaziy burchagi deyiladi.

1.2.MUNTAZAM KO'PBURCHAKLARNING ICHKI VA TASHQI CHIZILGAN AYLANALAR RADIUSLARI UCHUN FORMULALAR

Tomoni a ga va tomonlarining soni n ga teng bo'lgan muntazam ko'pburchak uchun tashqi chizilgan aylananing R radiusini va ichki chizilgan aylananing r radiusini topamiz. Biz quyidagilarga egamiz: $\beta = \frac{180^\circ}{n}$



$$R = OB = \frac{CB}{\sin \beta} = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$$r = OC = \frac{CB}{\tan \beta} = \frac{a}{2 \tan \frac{180^\circ}{n}}$$

Muntazam (teng tomonli) uchburchak

$$\text{uchun } n=3 \quad \beta = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ.$$

$$R = \frac{a}{2 \sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$r = \frac{a}{2 \tan 60^\circ} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

Muntazam to'rtburchak (kvadrat) uchun $n=4 \quad \beta = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$

$$R = \frac{a}{2 \sin 45^\circ} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$r = \frac{a}{2 \tan 45^\circ}$$

Muntazam oltiburchak uchun $n=6 \quad \beta = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$

$$R = \frac{a}{2 \sin 30^\circ} = a \quad r = \frac{a}{2 \tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

3-masala: Muntazam n burchakning a_n tomoni uchun shu ko'pburchakka tashqi chizilgan aylananing R radiusini va ichki chizilgan aylananing r radiusi orqali ifodalaymiz.

$n=3, 4, 6$ bo'lganda a_n tomonni hisoblaymiz.

YECHISH: $R = \frac{a_n}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$ shu sababli $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ ekani kelib chiqadi.

Jumladan, $a_3 = R\sqrt{3}$ $a_4 = R\sqrt{2}$ $a_6 = R$ $r = \frac{a_n}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$, shu sababli

$a_n = 2r \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$ jumladan, $a_3 = 2r\sqrt{3}$ $a_4 = 2r$ $a_6 = \frac{2r}{\sqrt{3}}$

1. $S_n = \frac{1}{2} P_n \cdot r$ 2. $a_n = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$ 3. $S_n = \frac{1}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$

S_n - muntazam ko'pburchak yuzi

P_n - muntazam ko'pburchak perimetri

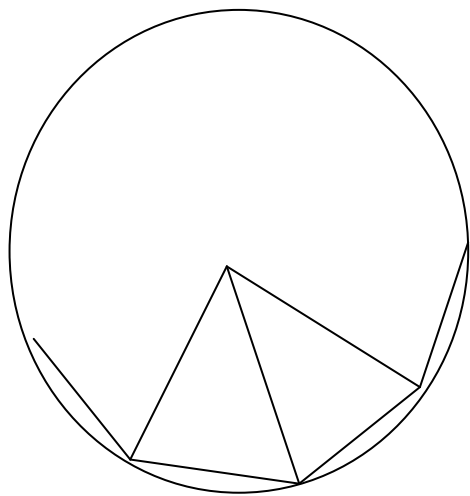
a_n - ko'pburchakning tomoni

R, r - ko'pburchakka ichki va tashqi chizilgan aylanalar radiuslar

4. Aylanaga tashqi chizilgan to'rtburchakning qarama-qarshi tomonlari yig'indilari o'zaro teng.

5. Aylanaga ichki chizilgan to'rtburchakning qarama-qarshi burchaklari yig'indisi 180° ga teng.

4- masala: R radiusli aylanaga ichki chizilgan muntazam 12 burchakning tomonini toping?



YECHISH: Muntazam 12 burchakning tomoni a ga teng bo'lsin. uning ikkita qo'shni burchaklari uchlarini aylana markazi bilan tutashtirib yon tomonlari R (radius)ga, asosi a ga teng bo'lgan uchburchak hosil qilamiz. Bu uchburchakning yon tomonlari orasidagi burchagi $360^\circ : 12 = 30^\circ$ ga teng.

U holda kosinuslar teoremasiga ko'ra:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ ga asosan

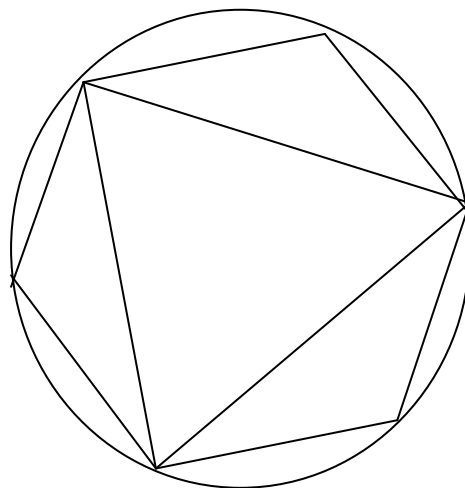
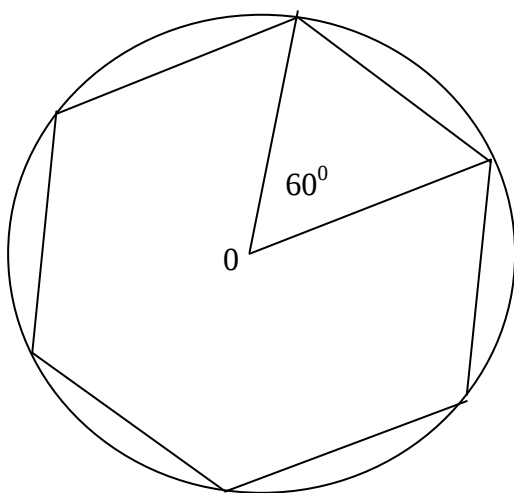
$a^2 = R^2 + R^2 - 2RR \cos 30^\circ = 2R^2 - 2R^2 \cos 30^\circ = R^2 (2 - \sqrt{3})$, bu yerdan

$a = R \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ ekanini hosil qilamiz.

1.3. BA'ZI MUNTAZAM KO'PBURCHAKLARNI YASASH.

Aylanaga ichki chizilgan muntazam ko'pburchakni yasash uchun uning markaziy burchagini yasash yatarli. Muntazam oltiburchak uchun bunday burchak $\frac{360^0}{6} = 60^0$ ga teng. Shu sababli muntazam oltiburchakni yasash uchun uning aylanadagi bir uchini (A_1 ni) ixtiyoriy olamiz. Undan xuddi markazdan qilgandek aylana radiusiga teng radius bilan aylanadan bitta belgilaymiz, bu A_2 nuqta bo'ladi. Shundan keyin boshqa $A_3 A_4 A_5 A_6$ uchlarni shunga o'xshash yasaymiz va ularni kesmalar bilan tutashtiramiz.

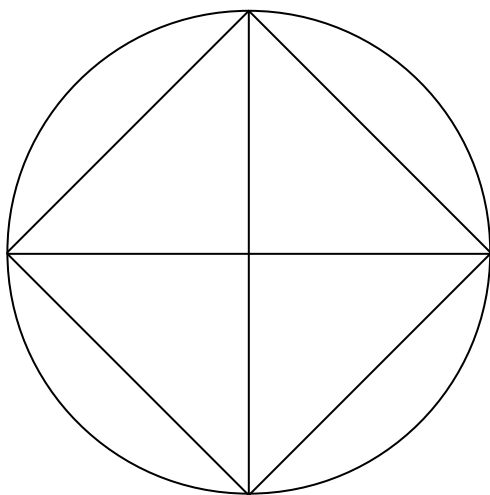
Muntazam ichki chizilgan uchburchakni yasash uchun muntazam ichki chizilgan oltiburchakning tomonlarini bittadan oralatib birlashtirish yetarli.



Pifagor teoremasiga asosan:

$$a_3^2 = 2R^2 - R^2 \quad a_3 = R\sqrt{3}$$

Agar aylanaga o'zaro perpendikulyar diametrlar chizib, ularning uchlarini vatarlar bilan birlashtirsak, muntazam to'rtburchak-kvadrat hosil bo'ladi.



Uning bir tomonini a_4 bilan, aylana radiuslarini R bilan ifodalasak, bu ham Pifagor teoremasiga asosan;

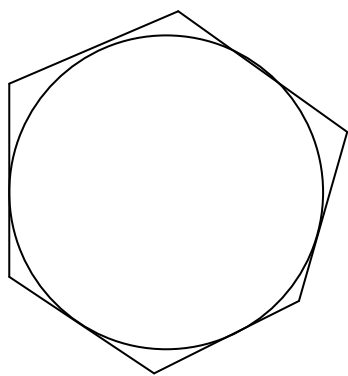
$$a_4^2 = R^2 + R^2 \quad a_4^2 = 2R^2 \quad a_4 = R\sqrt{2} \text{ bo'ladi.}$$

Muntazam tashqi chizilgan ko'pburchakni yasash uchun muntazam ichki chizilgan ko'pburchakning uchlaridan aylanaga urinmalar o'tkazish yetarli.

Muntazam ichki chizilgan ko'pburchakning uchlaridan o'tkazilgan urinmalar tashqi chizilgan muntazam ko'pburchakning uchlarida kesishadi.

Agar aylanaga muntazam n burchak ichki chizilgan bo'lsa, u holda muntazam ichki chizilgan $2n$ burchakni yasash oson.

Masalan: muntazam to'rtburchakdan muntazam sakkizburchak yasaymiz.



n tomonli muntazam ko'pburchakning tomonini hisoblash formulasi:

$$a_{2n} = \sqrt{2R^2 - 2R\sqrt{R^2 - \frac{a_4^2}{4}}}$$

Bu formulani quyidagicha keltirib chiqaramiz. O'tkir burchakli uchburchakning uchburchakning o'tkir burchagi qarshisidagi tomonining kvadrati haqidagi teorema asosan;

$$BC^2 = OB^2 + OC^2 - 2OC \cdot OD \text{ bunda } BC = a_{2n} \quad OC = R \quad AB = a_n$$

$$\triangle BDO \text{ dan } OD^2 = OB^2 - BD^2$$

$$OD = \sqrt{R^2 - \frac{a_n^2}{4}}$$

Bularni o'rniga qo'ysak,

$$a_{2n}^2 = R^2 + R^2 - 2R\sqrt{R^2 - \frac{a_n^2}{4}} \quad \text{bundan}$$

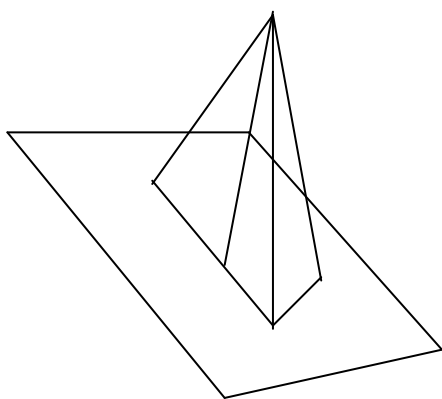
$$a_{2n} = \sqrt{2R^2 - 2R\sqrt{R^2 - \frac{a_n^2}{4}}}$$

hosil bo'ladi.

1.4. KO'PBURCHAK ORTOGONAL PROEKSIYASINING YUZI

TEOREMA: Ko'pburchakning tekislikdagi ortogonal proeksiyasining yuzi ko'pburchak yuzini uning tekisligi bilan proeksiyasi tekisligi orasidagi burchak kosinusiga ko'paytmasiga teng.

ISBOTI: Avval uchburchak va uning tomonidan o'tuvchi tekislikdagi proeksiyasini qarab chiqamiz.



ABC uchburchakning proeksiyasi

α tekislikdagi ABC_1 uchburchakdan iborat.

ABC uchburchakning CD balandligini o'tkazamiz. Uch perpendikulyar haqidagi teoreмага asosan C_1D kesma ABC_1 uchburchakning balandligidir. CDC_1 burchak ABC uchburchak tekisligi bilan proeksiya tekisligi α orasidagi φ burchakka teng. Quyidagilarga egamiz:

$$C_1D = CD \cos \varphi$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} ABCD$$

$$S_{ABC_1} = \frac{1}{2} ABC_1D \text{ bundan}$$

$$S_{ABC_1} = S_{ABC} \cos \varphi$$

Shunday qilib, qaralayotgan holda teorema o'rinli α tekislik o'rniga unga parallel istalgan tekislik olinganda ham teorema o'z kuchini saqlaydi. Haqiqatdan, figurani parallel tekisliklarga proeksiyalanganda uning proeksiyalari proeksiyalash yo'nalishida parallel ko'chirish natijasida ustma-ust keltirilishi mumkin. Parallel ko'chirishda ustma-ust tushadigan figuralar esa bir-biriga tengdir.

Endi umumiy holni qarab chiqamiz. Berilgan ko'pburchakni uchburchaklarga ajratamiz. Proeksiya tekisligiga parallel tomoni bo'lmagan har bir uchburchakni ABCD to'rtburchak uchun qilinganidek umumiy tomoni proeksiya tekisligiga parallel bo'lgan ikkita uchburchakka ajratamiz.

Endi bo'linish natijasida ajratilgan uchburchakning har biri uchun va uning uchburchak proeksiyasi uchun $S_{\Delta 1} = S_{\Delta} \cos \varphi$ tenglikni yozamiz. Bunda chap tomonda ko'pburchak proeksiyasining yuzini hadma-had qo'shamiz. Teorema isbotlandi.

1.5. Ko'pburchaklarga doir masalalar va ularning yechimlari

1. Qavariq beshburchakning ichki burchaklari yig'indisi necha gradus?
2. Ikkita o'xshash ko'pburchak perimetrlarining nisbati 2:3 kabi. Katta ko'pburchakning yuzi 27 bo'lsa, kichik ko'pburchakning yuzini toping.
3. Har bir burchagi 135° bo'lgan qavariq ko'pburchakning nechta tomoni bor?
4. Har bir ichki burchagi 120° bo'lgan qavariq ko'pburchakning nechta tomoni bor?
5. Muntazam sakkiz burchakning tashqi burchagi necha gradus?
6. Har bir tashqi burchagi 24° dan bo'lgan muntazam ko'pburchakning nechta tomoni bor?
7. Agar qavariq ko'pburchakning diagonallari 90 ta bo'lsa, uning tomonlari nechta?
8. Tomonlari ayirmasi 4 ga teng bo'lgan arifmetik progressiya tashkil etuvchi ko'pburchakning perimetri 75 ga, eng katta tomoni 23 ga teng, bu ko'pburchakning tomonlari soni nechta?
9. Muntazam oltiburchakning tomoni $4\sqrt{6}$ ga teng, shu ko'pburchakka tengdosh bo'lgan teng tomonli uchburchakning tomonini toping.
10. Qavariq ko'pburchak ichki burchaklarining va bitta tashqi burchagining yig'indisi $\frac{23\pi}{2}$ ga teng. Ko'pburchakning nechta tomoni bor?
11. R radiusli aylanaga ichki chizilgan muntazam 12 burchakning tomonini toping?

12. Muntazam oltiburchakka tashqi chizilgan aylananing radiusi $\sqrt{3}$ ga teng bo'lsa, unga ichki chizilgan aylananing radiusini toping?
13. Muntazam ko'pburchakning perimetri 60 ga, unga ichki chizilgan aylananing radiusi 8 ga teng. Shu ko'pburchakning yuzini toping.
14. ABCD to'rtburchak aylanaga tashqi chizilgan. $AB=6$, $AD=4$, $DC=3$ bo'lsa BC ni toping.
15. Muntazam olti burchakka tashqi chizilgan aylananing radiusi 12 ga teng. Uning kichik diagonalini toping.
16. to'rtburchakning uchta ketme-ket tomonlarining uzunliklari 2, 3 va 4 ga, unga ichki chizilgan aylananing radiusi 1,2 ga teng bo'lsa, to'rtburchakning yuzini toping.

FORMULALAR

Qavariq ko'pburchak ichki burchaklarining yig'indisi:

$$(n-2)180^{\circ} \text{ ga teng}$$

Qavariq ko'pburchak tashqi burchaklarining yig'indisi:

$$360^{\circ} \text{ ga teng}$$

Qavariq ko'pburchak diagonallari soni:

$$\frac{(n-3)n}{2} \text{ ga teng}$$

$$S_n = \frac{1}{2} P_n \cdot r$$

$$a_r = 2R \sin \frac{180^{\circ}}{n}$$

$$S_n = \frac{1}{2} R^2 \sin \frac{360^{\circ}}{n}$$

Masalalarning yechilishi

1. Qavariq ko'pburchak ichki burchaklari yig'indisi $(n-2)180^0$ ga teng. $n=5$ bo'lganda

$$\alpha = (5-2)180^0 = 3 \cdot 180^0 = 540^0 \quad \text{javob: } 540^0$$

2. Berilgan: YECHISH: $\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2$ ekanligidan foydalanib,

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{S_1}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$S_2 = 27$$

$$\frac{S_1}{27} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9S_1 = 4 \cdot 27$$

$$S_1 = ?$$

$$S_1 = \frac{4 \cdot 27}{9} = 4 \cdot 3 = 12 \quad \text{javob: } 12$$

3. Berilgan: YECHISH: $\alpha = \frac{(n-2)180^0}{n}$

$$\alpha = 135^0$$

$$135^0 = \frac{(n-2)180^0}{n} \quad \text{bundan,}$$

$$n = ?$$

$$135^0 n = (n-2)180^0$$

$$135^0 n = 180^0 n - 2 \cdot 180^0$$

$$135^0 n = 180^0 n - 360^0$$

$$180^0 n - 135^0 n = 360^0$$

$$45^0 n = 360^0$$

$$n = \frac{360^0}{45^0} = 8 \quad \text{javob: } 8.$$

4. Berilgan: YECHISH: $120^0 = \frac{(n-2)180^0}{n}$

$$\alpha = 120^0$$

$$120^0 n = (n-2)180^0$$

$$n = ?$$

$$120^0 n = 180^0 n - 360^0$$

$$180^0 n - 120^0 n = 360^0$$

$$60^0 n = 360^0$$

$$n = \frac{360^0}{60^0} = 6 \quad n=6 \quad \text{javob: } 6.$$

5. Ichki burchaklari yig'indisi: $(n-2)180^0$

bitta ichki burchagi: $\alpha = \frac{(n-2)180^0}{n}$, $n=8$ bo'lgani uchun

$$\alpha = \frac{(8-2)180^0}{8} = \frac{6 \cdot 180^0}{8} = 135^0 \quad \alpha = 135^0$$

$$\alpha + \beta = 180^0 \quad \beta - \text{tashqi burchak}$$

$$\beta = 180^0 - 135^0 \quad \text{bundan} \quad \beta = 45^0 \quad \text{javob: } 45^0$$

6. $\alpha = 24^0$ ko'pburchakning tashqi burchaklari yig'indisi $\alpha n = 360^0$
bundan $24^0 n = 360^0$

$$n = \frac{360^0}{24^0} = 15 \quad n = 15 \quad \text{javob: } 15.$$

7. Qavariq ko'pburchakning diagonallari soni: $\frac{(n-3)n}{2} = 90$

$$n^2 - 3n = 180$$

$$n^2 - 3n - 180 = 0 \quad \text{bunda } n > 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 180 = 729 \quad n_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{D}}{2} \quad \text{bundan,}$$

$$n = \frac{3 + \sqrt{729}}{2} = \frac{3 + 27}{2} = 15 \quad \text{javob: } 15 \text{ ta.}$$

8. Berilgan: YECHISH: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_2 - a_1 = 4 \quad d = a_2 - a_1 = 4$$

$$a_n = 23 \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n \quad a_1 = a_n - (n-1)d$$

$$S_n = P = 75 \quad 75 = \frac{a_n - (n-1)d + a_n}{2} n$$

$$n = ? \quad 150 = (2a_n - (n-1)d)n$$

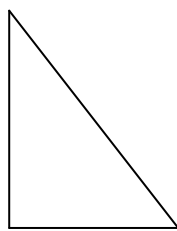
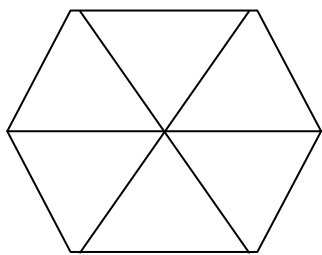
$$150 = (2 \cdot 23 - 4(n-1))n$$

$$150 = (46 - 4n + 4)n$$

$$150 = 50n - 4n^2$$

$$4n^2 - 50n + 150 = 0 \quad \text{bundan } n = 5 \quad \text{javob: } 5$$

9. $a = 4\sqrt{6}$ olti burchakni 6 ga bo'lsak, 6 ta muntazam uchburchak hosil bo'ladi.



Bu muntazam uchburchaklarning biridan balandlik topib olamiz, Pifagor

teoremasidan $h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ $h^2 = \frac{3a^2}{4}$ bundan $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Bitta uchburchak yuzi esa $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}a \frac{\sqrt{3}}{2}a$ $S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ bundan

muntazam oltiburchak yuzini topsak, $S = 6S_{\Delta} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$

$S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot (4\sqrt{6})^2}{2} = 144\sqrt{3}$ tengdosh bo'lgani uchun, $S = S_1$ $S_1 = \frac{1}{2}a_1h$

$\frac{1}{2}a_1 \frac{\sqrt{3}}{2}a_1 = 144\sqrt{3}$ $\frac{1}{4}a_1^2 = 144$ bundan $a_1^2 = 144 \cdot 4$ $a_1 = 24$ javob: 24.

10. Qavariq ko'pburchak ichki burchaklarining yig'indisi $(n-2)\pi$ ga teng.

Masala shartida aytilgan tashqi burchak α gat eng bo'lsin. U holda

shartga ko'ra $(n-2)\pi + \alpha = \left(\frac{23}{2}\right)\pi$. Bu tenglikni π ga bo'lamiz.

$n-2 + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) = 11 + 0.5$ Endi $\alpha < \pi$ ekanidan tenglik chap qismining butun

qismi $n-2$ ga, kasr qismi esa $\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)$ gat eng. Shu sababli $n-2=11$ va $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{1}{2}$.

Bu yerdan $n=13$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ekani hosil bo'ladi. Javob: 13

11. Muntazam 12 burchakning tomoni n ga teng bo'lsin. Uning ikkita

qo'shni burchaklari uchlarini aylana markazi bilan tutashtirib yon

tomonlari R ga, asosi a ga teng bo'lgan uchburchak hosil qilamiz. Bu

uchburchakning yon tomonlari orasidagi burchagi $360^{\circ}:12 = 30^{\circ}$ ga teng.

U holda kosinuslar teoremasiga ko'ra

$$a^2 = R^2 + R^2 - 2R \cos 30^{\circ} = R^2(2 - \sqrt{3}). \text{ Bu yerdan } a = R\sqrt{2 - \sqrt{3}} \text{ ekanini hosil}$$

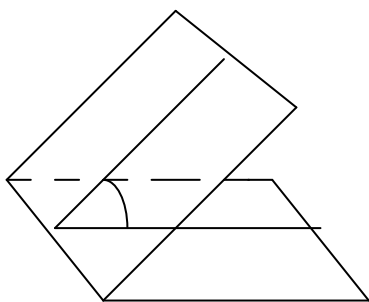
qilamiz. Javob: $R\sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

II-bob. Ko'pyoqlar va ularni o'qitish metodikasi.

2.1 Ikki yoqli , uch yoqli va ko'p yoqli burchaklar haqida tushuncha

O'quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantirishda planimetriya kursining imkoniyati katta. Planimetriya kursini, undagi xossalarni yaxshi bilish stereometriyani oson o'zlashtirishga katta yordam beradi.

Stereometriya – geometriyaning bir bo'limi bo'lib, unda fazodagi figuralar o'rganiladi. Stereometriyada, planimetriyadagi singari geometrik figuralarning xossalari tegishli teoremlarni isbotlash yo'li bilan aniqlanadi. Bunda aksiomalar bilan ifodalanuvchi asosiy geometrik figuralarning xossalari asos bo'lib xizmat qiladi. Fazoda asosiy figuralar nuqta, to'g'ri chiziqli va tekislikdir.



Ikkita yarim tekislikdan va ularni chegaralab turgan umumiy to'g'ri chiziqli tashkil topgan figura ikki yoqli burchak deyiladi. Yarim tekisliklar ikki yoqli burchakning yoqlari, ularni chegaralovchi to'g'ri chiziqli esa ikki yoqli burchakning qirrasini deyiladi.

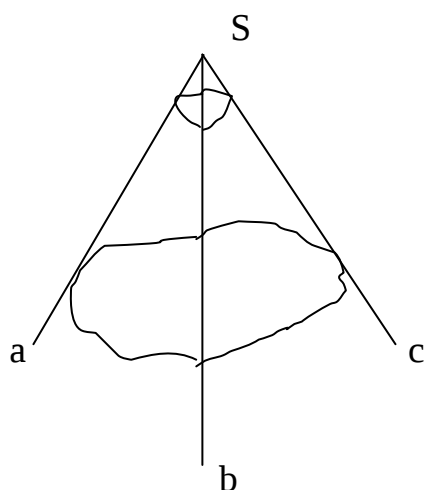
Ikki yoqli burchakning qirrasiga perpendikulyar tekislik uning yoqlarini ikkita yarim to'g'ri chiziqli bo'yicha kesib utadi. Bu yarim to'g'ri chiziqli tashkil etgan burchak ikki yoqli burchakning chiziqli burchagi deyiladi.

Ikki yoqli burchakning o'lchovi uchun unga mos chiziqli burchakning o'lchovi qabul qilinadi. Ikki yoqli burchakning hamma chiziqli burchaklari parallel ko'chirish natijasida ustma-ust tushadi, demak ular teng.

Shuning uchun ikki yoqli burchakning o'lchovi chiziqli burchakning tanlab olinishiga bog'liq emas.

UCH YOQLI VA KO'PYOQLI BURCHAKLAR.

Bir nuqtadan chiquvchi va bitta tekislikda yotmagan uchta a, b, c nurni qarab chiqamiz. Uchta yassi $(ab), (bc)$ va (ac) burchaklardan tashkil topgan figura (abc) uch yoqli burchak deyiladi



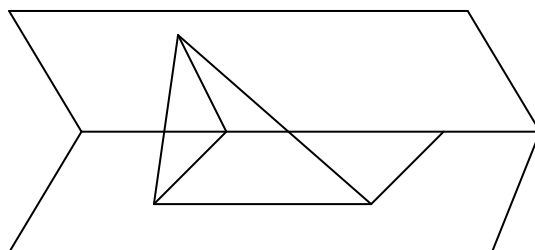
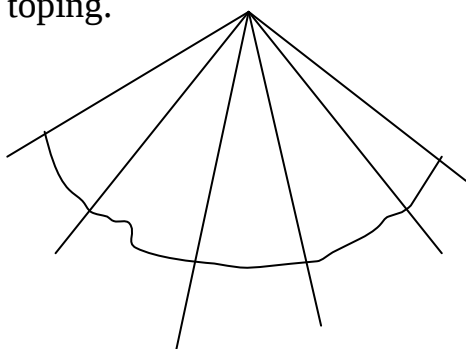
burchakning yoqlari, ularning tomonlari esa uch yoqli burchakning qirralari deyiladi.

Yassi burchaklarning umumiy uchi uch yoqli burchakning uchi deyiladi. Uch yoqli

burchakning yoqlaridan tashkil topgan ikki yoqli burchaklar uch yoqli burchakning ikki yoqli burchaklari deyiladi.

Ko'pyoqli burchak tushunchasi xuddi shunga o'xshash ta'riflanadi.

Masala: Ikki yoqli burchakning yoqlarida yotgan A va B nuqtalardan burchakning qirrasiga AA_1 va BB_1 perpindikulyarlar tushirilgan. Agar $AA_1=a$ ga $BB_1=b$, $A_1B_1=c$ va ikki yoqli burchak α ga teng bo'sa, AB kesmaning uzunligini toping.



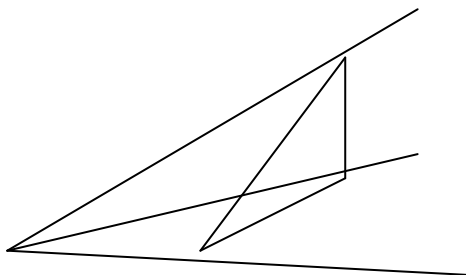
Yechish: $A_1C \parallel BB_1$ va $BC \parallel A_1B_1$ to'g'ri chiziqlarni o'tkazamiz. A_1B_1BC to'rtburchak-parallelogramm demak, $A_1C=BB_1=b$. A_1B_1 to'g'ri chiziq AA_1C uchburchak tekisligiga perpindikulyar, chunki u shu tekislikdagi ikkita AA_1 va CA_1 to'g'ri chiziqqa perpindikulyar. Demak, unga parallel BC to'g'ri chiziq ham shu tekislikka perpindikulyar. Shunday qilib, ABC uchburchak C uchidagi burchagi to'g'ri bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchakdir. Kosinuslar bo'yicha:

$$AC^2 = AA_1^2 + A_1C^2 - 2AA_1A_1C \cos \alpha = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$

Pifagor teoremasiga ko'ra:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha + c^2}$$

Masala: (abc) uch yoqli burchakning c qirrasidagi ikki yoqli burchagi to'g'ri, b qirrasidagi ikki yoqli burchagi φ ga teng, (bc) yassi burchak esa γ gat eng ($\varphi, \gamma < \frac{\pi}{2}$). Qolgan ikkita yassi burchani toping. $\alpha = \angle(ab)$, $\beta = \angle(ac)$



YECHISH: a qirraning ixtiyoriy A nuqtasidan

b qirraga AB perpendikulyar tushiramiz.

Uch perpendikulyar haqidagi teorema ko'ra CB kesma b qirraga o'tkazilgan perpendikulyar.

To'g'ri burchakli OAB , OCB , AOC va ABC

uchburchaklardan hosil qilamiz:

$$\operatorname{tg} \alpha = AB : OB = \frac{BC}{\cos \varphi} : \frac{BC}{\operatorname{tg} \gamma} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\cos \varphi}$$

$$\operatorname{tg} \beta = AC : OC = BC \operatorname{tg} \varphi : \frac{BC}{\sin \gamma} = \operatorname{tg} \varphi \sin \gamma$$

eslatma: $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$ burchaklar orasida hosil qilingan $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\cos \varphi}$ $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \varphi \sin \gamma$

munosabatlar ikki burchakni bilgan holda qolgan ikkitasini topishga imkon beradi.

2.2. PRIZMA, PARALLELIPEPED, PIRAMIDA

Ko'pyoq

Stereometriyada jismlar deb ataluvchi fazodagi figuralar o'rganiladi. Geometrik jismni fazoning tabiiy jism bilan band qilingan va tekislik bilan chegaralangan qismi sifatida yaqqol tasavvur qilish kerak.

Sirti chekli miqdordagi yassi tekisliklardan iborat jism **ko'pyoq** deyiladi. agar ko'pyoqning o'zi uning sirtidagi har bir ko'pburchak tekisligining bir tomonida yotsa, bunday ko'pyoq **qavariq ko'pyoq** deyiladi. Qavariq ko'pyoqning sirti bilan bunday tekislikning umumiy qismi yoq qeyiladi. Qavariq ko'pyoqning yoqlari yassi qavariq ko'pburchaklardan iborat. Ko'pyoq yoqlarining tomonlari uning qirralari, uchlari esa ko'pyoqning uchlari deyiladi.

Bu ta'rifni kub misolida ko'rib chiqamiz. Kub qavariq yoqdir. Uning sirti oltita kvadratdan tashkil topgan. $ABCD$, $BEFC$, Bu kvadratlar kubning yoqlaridir. Bu kvadratlarning AB , BC , BE , ... tomonlari kubning qirralari bo'ladi. Kvadratlarning A , B , C , D , E , ... uchlari kubning uchlari bo'ladi. Kubda 6 ta yoq, 12 ta qirra va 8 ta uch bor.

Ko'p yoqlining bir yog'da yotmagan ikki uchini birlashtiruvchi to'g'ri chiziq ko'p yoqlining diagonali deyiladi.

Hamma uch o'lchovi teng bo'lgan to'g'ri burchakli parallelepiped **kub** deb ataladi. Demak, kubning hamma yoqlari kvadratdan iborat.

Kub sirtining yuzini topish uchun uning bir yog'idagi kvadrayning yuzini topib, hosil bo'lgan sonni 6 ga ko'paytirish kifoya. Masalan: qirrasi a ga teng kub sirtining yuzi $6a^2$ ga teng chunki bir yog'ining yuzi a^2 ga teng.

PRIZMA

Turli yarim tekisliklarda yotuvchi va parallel ko'chirish bilan ustma-ust tushuvchi ikkita yassi ko'pburchakdan hamda bu ko'pburchaklarning mos nuqtalarini tutashtiruvchi hamma kesmalardan iborat ko'pyoq **prizma** deyiladi.

Ko'pburchaklar prizmaning asoslari deyiladi, mos uchlarni tutashtiruvchi kesmalar esa prizmaning yon qirralari deyiladi. Parallel ko'chirish harakat bo'lgani

uchun prizmaning asoslari teng bo'ladi. Parallel ko'chirishda tekislik parallel tekislikka (yoki o'ziga) o'tgani uchun prizmada asoslar parallel tekisliklarda yotadi.

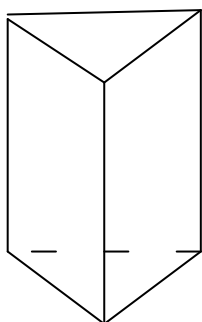
Parallel ko'chirishda nuqtalar parallel (yoki ustma-ust tushuvchi) to'g'ri chiziqlar bo'ylab ayni bir xil masofaga siljigani uchun prizmada yon qirralari parallel va o'zaro teng.

Prizmaning sirti asoslaridan va yon sirtidan iborat. Yon sirti parallelogrammlardan iborat. Bu parallelogrammning har birida ikki tomoni asoslarining mos tomonlari hisiblanadi, qolgan ikki tomoni esa qo'shni yon qirralardir.

Prizma asoslarining tekisliklari orasidagi masofa prizmaning **balandligi** deyiladi. Prizmaning bitta yog'iga tegishli bo'lmagan ikki uchini tutashtiruvchi kesma prizmaning **diagonal** deyiladi.

Agar prizmaning asosi n burchakli bo'lsa, u **n burchakli** prizma deyiladi.

TO'G'RI PRIZMA



Yon qirralari asosiga perpendikulyar bo'lgan prizma **to'g'ri prizma** deyiladi. Aks holda **og'ma** prizma deyiladi. To'g'ri prizmaning yon yoqlari to'g'ri to'rtburchakdir. Agar to'g'ri prizmaning asoslari muntazam ko'pburchaklar bo'lsa, bunday prizma **muntazam prizma** deyiladi.

Prizmaning yon sirti yuzi deb, yon yoqlari yuzlarining yig'indisiga aytiladi. Prizmaning to'la sirti yon sirti bilan asoslari yuzlarining yig'indisiga teng.

TEOREMA: To'g'ri prizmaning yon sirti asosining perimetri bilan balandligining ya'ni yon qirradi uzunligining ko'paytmasiga teng.

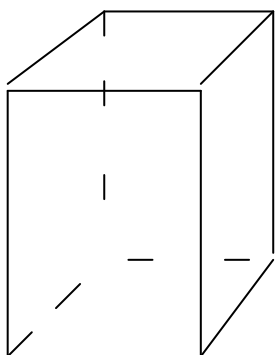
ISBOT: To'g'ri prizmaning yon yoqlari –to'g'ri to'rtburchaklar, bu to'g'ri to'rtburchaklarning asoslari prizmaning asoslarida yotgan ko'pburchakning

tomonlari bo'ladi, balandliklari esa yon qirralarining uzunligiga teng. Bunday prizmaning yon sirti:

$$S = a_1 l + a_2 l + \dots + a_n l = p l \quad \text{ga}$$

Teng degan natija chiqadi, bu yerda $a_1, a_2, \dots, a_n$ - asos qirralarining uzunliklari,
 p - prizma asosining perimetri
 l - yon qirralarining uzunligi. Teorema isbotlandi.

PERALLELEPIPED

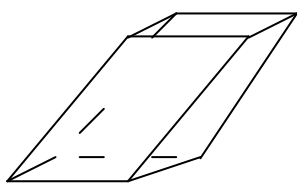


Prizmaning asosi parallelogram bo'lsa, bunday prizma parallelepiped deyiladi.

Parallelepipedning hamma yoqlari parallelogramlardir. Parallelepipedning umumiy uchlarga ega bo'lmagan yoqlari qarama-qarshi yotgan yoqlar deyiladi.

TEOREMA: Parallelepipedning qarama-qarshi yotgan yoqlari parallel va teng.

ISBOT: Parallelepipedning qarama-qarshi yotgan ikkita yog'ini, masalan; $A_1 A_2 A_2^1 A_1^1$ va $A_3 A_4 A_4^1 A_3^1$ yoqlarini ko'zdan kechiramiz. Hamma yoqlari parallelogram bo'lgani uchun $A_1 A_2$ to'g'ri chiziq $A_4 A_3$ to'g'ri chiziqqa parallel, $A_1 A_1^1$ to'g'ri chiziq esa $A_4 A_4^1$ to'g'ri chiziqqa parallel. Bundan, qaralayotgan yoqlarning tekisliklari parallel degan xulosaga kelamiz.



Parallelepipedning yoqlari parallelogrammlar bo'lgani uchun $A_1 A_4$, $A_1^1 A_4^1$, $A_2^1 A_3^1$ va $A_1 A_3$ kesmalar parallel va teng. Bundan $A_1 A_2 A_2^1 A_1^1$ yoqni $A_1 A_4$ (kesmalar), qirra bo'ylab parallel ko'chirsak, u $A_3 A_4 A_4^1 A_3^1$ yoq bilan ustma-ust tushadi deb xulosa chiqaramiz. Demak,

bu yoqlar teng. Parallelepipedning istalgan boshqa ikkita yog'ning parallel va tengligi shunday isbotlanadi (teorema isbotlandi).

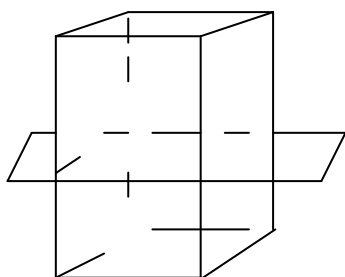
Yon qirralari asos tekisligiga perpendikulyar bo'lgan perellelepipedni to'g'ri parallelepiped deymiz.

Asoslari to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'lgan to'g'ri parallelepipedni to'g'ri burchakli parallelepiped deyiladi. To'g'ri burchakli parallelepipedning bir uchidan chiqqan qirralari uning o'lchovlari deyiladi.

To'g'ri burchakli parallelepipedning sirt yuzi yon sirtining yuzi bilan ikki asosi yuzlarining yig'indisiga teng. Yon sirtining yuzi esa perimetri bilan balandligining ko'paytmasiga teng.

$$S_t = S_{yon} + 2S_a \quad S_{yon} = ph$$

TO'G'RI BURCHAKLI PERALLELEPIPED SIMMETRIYASI.



To'g'ri burchakli parallelepipedda, har qanday parallelepipeddagi singari simmetriya markazi-uning diagonallari kesishgan nuqtada bor.

Unda yana simmetriya markazidan yoqlariga parallel ravishda o'tuvchi uchta simmetriya tekisligi bor. Rasmda shunday tekisliklardan biri ko'rsatilgan. U parallelepipedning to'rtta parallel qirralarining o'rtalaridan o'tadi.

Qirralarning uchlari simmetrik nuqtalar bo'ladi.

Agar parallelepipedda hamma chiziqli o'lchovlari har xil bo'lsa, u holda unda aytib o'tilganlardan boshqa simmetriya tekisligi yo'q.

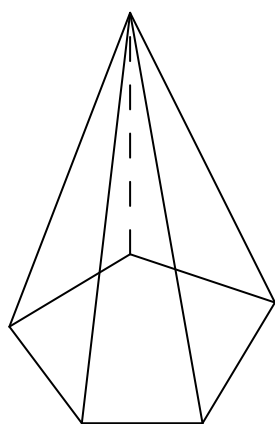
Agar parallelepipedda ikkita chiziqli o'lchovi teng bo'lsa, unda yana ikkita simmetriya tekisligi bo'ladi. Bu diagonal kesimlar tekisliklardir.

Agar parallelepipedda hamma chiziqli o'lchovlari teng bo'lsa, ya'ni u kub bo'lsa, u holda uning istalgan diagonal kesim tekisligi simmetriya tekisligi bo'ladi.

Shunday ekan kubda 9 ta simmetriya tekisligi bor.

PIRAMIDA

Piramida deb shunday ko'pyoqqa aytiladiki, u yassi ko'pburchak-piramida asosidan, asos tekisligida yotmagan nuqta-piramida uchidan va uchni asosining nuqtalari bilan tutashtiruvchi hamma kesmalardan iborat.



Agar ko'pyoqli burchakni uchidan o'tmaydigan tekislik bilan kesilsa, kesuvchi tekislik va ko'pyoqli burchak yoqlari bilan cheklangan jism piramida deyiladi.

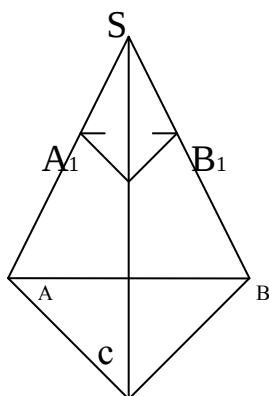
Kesuvchi tekislikning ko'pyoqli burchak yoqlari orasidagi bo'lagi piramidaning asosi deyiladi. Uchidan shu asos tekisligiga tushirilgan perpendikulyar piramidaning balandligi deyiladi.

Piramidaning sirti asosidan va yon yoqlaridan iborat. Har bir yon yoq uchburchak, uning uchlaridan biri piramidaning uchi bo'ladi. Qarshisidagi tomoni esa piramida asosining tomoni bo'ladi.

Piramidaning asosi n burchakdan iborat bo'lsa, u **n burchakli** piramida deyiladi.

2.3. KESIK PIRAMIDA, MUNTAZAM PIRAMIDA

Piramidaning asosi bilan asosiga parallel tekislik bilan kesishdan hosil bo'lgan kesim orasidagi qismi kesik piramida deyiladi.



$ABCA_1B_1C_1$ -kesik piramida.

TEOREMA: piramidaning asosiga parallel va uni kesib o'tadigan tekislik shu piramidaga o'xshash piramida ajratadi.

ISBOT: Faraz qilaylik, S-piramidaning uchi, A-asosining uchi, A^1 -kesuvchi tekislikning SA yon qirra bilan kesishish nuqtasi.

Piramidaning S uchiga nisbatan

$$k = \frac{SA^1}{SA}$$

Gomotetiya koeffisienti bilan gomotetik almashtiramiz.

Bunday gomotetiyada asos tekisligi A^1 nuqta orqali o'tuvchi parallel tekislikka o'tadi, ya'ni kesuvchi tekislikka o'tadi. Demak butun piramida bu tekislik kesib ajratgan qismiga o'tadi. Gomotetik o'xshashlik almashtirishi bo'lgani uchun piramidaning kesib ajratilgan qismi berilgan piramidaga o'xshash piramida bo'ladi (teorema isbotlandi).

Teoremaga ko'ra, asosining tekisligiga parallel bo'lgan va piramidaning yon qirralarini kesib o'tuvchi tekislik piramidadan unga o'xshash piramida ajratadi. Ajratilgan bo'lakning ikkinchi yarmi ham ko'pyoq bo'lib, kesik piramida deb ataladi.

Kesik piramidaning parallel tekisliklarda yotgan yoqlari piramidaning asoslari deyiladi, qolgan yoqlari esa yon yoqlari deyiladi. Kesik piramidaning asoslari o'xshash ko'pburchaklardan, yon yoqlari esa trapetsiyalardan iborat.

Muntazam piramidadan tashkil topgan kesik piramida muntazam kesik piramida deyiladi.

Muntazam kesik piramidaning yon yoqlari o'zaro teng vat eng yonli trapetsiyalardan iboratdir. Bu trapetsiyalar balandligi kesik piramidaning apofemasi deyiladi.

TEOREMA: Muntazam kesik piramidaning yon sirti asoslari perimetrlarining yig'indisining yarmi bilan apofemasining ko'paytmasiga teng.

Agar kesik piramidaning a-pastki asosining tomoni, b-ustki asosining tomoni, l-apofema bo'lsa, uning bir yon yog'ning yuzi:

$$\frac{a+b}{2} \cdot l$$

Hamma yon yoqlarining yig'indisi esa

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot l \cdot n = \frac{an+bn}{2} \cdot l$$

ga teng, n-yon tomonlarining soni, $n \cdot a = P$, $n \cdot b = p$ deb belgilasak,

$$S = \frac{P+p}{2} \cdot l$$

(P-ostki, p-ustki asos perimetrlari)

MUNTAZAM PIRAMIDA

Piramidaning asosi muntazam ko'pburchak va balandligining asosi ko'pburchakning markazi bilan ustma-ust tushsa, bunday piramida muntazam piramida deyiladi. Muntazam piramidaning balandligi yotgan to'g'ri chiziq uning o'qi deyiladi.

Ravshanki, muntazam piramidaning yon qirralari teng, demak, uning yon yoqlari teng yonli uchburchaklar ekan.

Muntazam piramida yon yog'ining uchidan o'tkazilgan, balandligi apofema deyiladi. Piramida yon yoqlari yuzalarining yig'indisi uning yon sirti deyiladi.

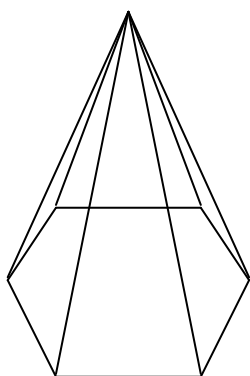
TEOREMA: Muntazam piramidaning yon sirti asosi perimetrining yarmi bilan apofemasining ko'paytmasiga teng.

ISBOT: Agar piramida asosining tomoni a, tomonlar soni esa n ta bo'lsa piramidaning yon sirti:

$$\frac{a \cdot l}{2} \cdot n = \frac{a \cdot n \cdot l}{2} = \frac{p \cdot l}{2} \quad \text{bo'ladi, bunda}$$

l-apofema, p-piramida asosining perimetri (teorema isbotlandi).

Masala: Muntazam kesik piramidaning



yon sirti uning asoslari perimetrlari yig'indisining yarmi bilan apofemasining ko'paytmasiga tengligini isbotlang.

YECHISH: Kesik piramidaning

yon yoqlari yuqori asosi a , pastki asosi b va balandligi (apofemasi) l bo'lgan trapetsiyadan iborat. Shuning uchun bitta yoqning yuzi

$\frac{1}{2}(a+b) \cdot l$ ga teng. Hamma yoqlarning

yuzi, ya'ni yon sirti $\frac{1}{2}(an + bn) \cdot l$ ga teng.

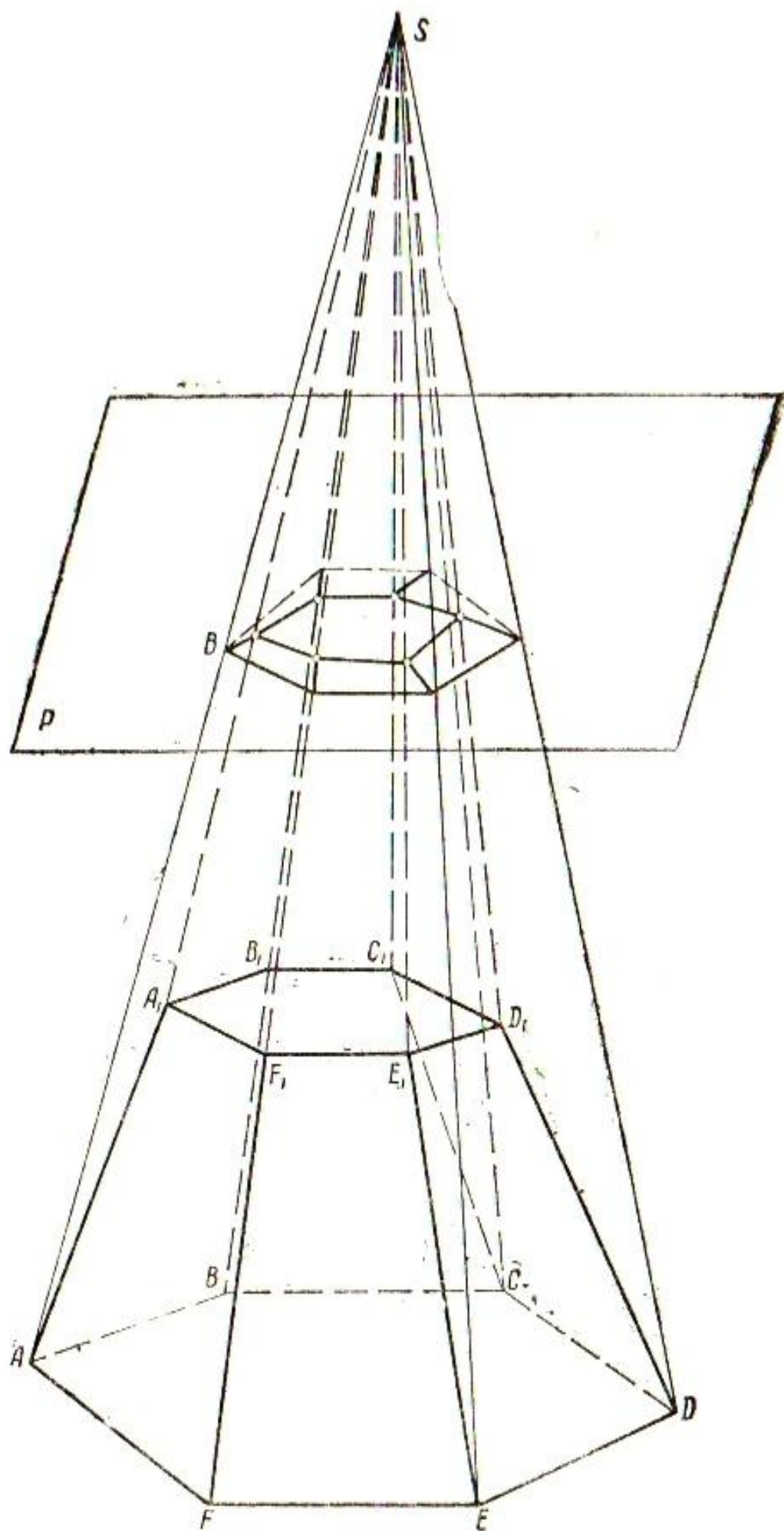
bunda n – piramida asosidagi uchlar soni, $a \cdot n$ va $b \cdot n$ - piramida asoslarining perimetrlari.

Qavariq ko'pyoqlilar haqida Eyler teoremasi:

Har qanday qavariq ko'pyoqlining yoqlari soni bilan uchlari sonining yig'indisi qirralari sonidan 2 ta ortiq.

f -yoqlar soni, l -uchlar soni, k -qirralar soni desak, **$f+l-k=2$** ekanini isbot qilish kerak. Ko'pyoqlining tashqarisidan u ko'pyoqlining yoqlar tekisligiga va diagonal kesimlari tekisligida yotmaydigan biror nuqtasidan uning har bir uchiga va qirralarining har bir nuqtasiga nurlar (to'g'ri chiziqlar) o'tkazaylik. U hamma nurlar S nuqtadan o'tmaydigan bir P tekisligi bilan kesilganda u tekislikdagi chet nuqtalarni birlashtirsak, qavariq ko'pburchak hosil bo'ladi.

Bu ko'pburchakni ko'pyoqlining markaziy proeksiyasi deb ataladi. Bu n tomonli qavariq ko'pburchakning tomonlari ko'pyoqlining n qirralarining proeksiyalaridir.



Uchlari esa ko'pyoqlining n uchining proeksiyasidan iboratdir.
 . Ko'pyoqlining qolgan k-n qirralari, l-n uchlari B ko'pburchakning ichki tekisligiga proeksiyalangan.

Hozir ko'pyoqlining shu P tekislikdagi, ya'ni B ko'pburchakdagi hamma tekis burchaklarning yig'indisini keltirib chiqarsak: B ko'pburchak ichida ko'pyoqlining l-n uchlarining proeksiyalari bor.

Uning har biri $4d$ ga teng va hamma ichki uchlari burchaklarining yig'indisi $(l-n)4d$ ga teng. B ko'pburchakning o'zining ichki burchaklari yig'indisi $2dn-4d$ ekanligi ma'lum. Lekin uning har bir burchagi ikki qavat, chunki u burchak ko'pyoqlining, ko'pyoqli burchaklarining proeksiyalaridan iboratdir. Shuning uchun ko'pburchakning uchlariga tushirilgan ko'pyoqli uchlarining burchaklari proeksiyalarining yig'indisi $(2dn - 4d)2$ ga teng. Natijada ko'pyoqlining hamma tekis burchaklarining proeksiyalari yig'indisi:

$$4d(l-n) + (2dn-4d)2 = 4dl - 8d = 4d(l-2)$$

Ma'lumki, ko'pyoqlining tekis burchaklari yig'indisi: $4d(k-f)$
 Chunki ko'pyoqlining tekis burchaklari soni uning qirralarining sonidan 2 marta ko'p. Agar ko'pyoqlining yoqlari $n_1, n_2, n_3, \dots$ desak, $n_1 + n_2 + n_3 + \dots = 2$ va u har bir ko'pburchakning ichki burchaklarining yig'indisi: $2dn_1 - 4d$, $2dn_2 - 4d$, $2dn_3 - 4d$ va hokazo, ularni qo'shsak,

$$2d(n_1 + n_2 + n_3 + \dots) - 4d - 4d - 4d - \dots - 2k2d - 4df = 4d(k-f),$$

u holda $4d(l-2) = 4d(k-f)$, chunki ko'pburchak ichki burchaklarining yig'indisi proeksiyalanganda ham o'z holicha qoladi.

$l-2=k-f$, bundan $l+f-k=2$, shu bilan teorema isbot qilindi.

Eslatma: S nuqta ko'pyoqlining biron tekisligiga to'g'ri kelmaydi, ko'pyoqlining har bir yog'i P tekislikka proeksiyalanganda, u ko'pburchakning (yoq)ning shakli o'zgarsa ham ichki burchaklari yig'indisi o'zgarmaydi.

2.4. MUNTAZAM KO'PYOQLILAR

Hamma yoqlari teng muntazam ko'pburchakdan tashkil topgan ko'pyoqlilar muntazam ko'pyoqlilar deyiladi. Muntazam ko'pyoqlining hamma qirralari va hamma ko'pyoqli burchaklari hamda tekis burchaklari o'aro teng bo'ladi.

Agar qavariq ko'pyoqlining tomonlari soni bir xil bo'lgan muntazam ko'pburchakdan iborat bo'lsa va shu bilan birga ko'pyoqning har bir uchida bir xil miqdordagi qirralar uchrashsa bunday qavariq ko'pyoq muntazam ko'pyoq deyiladi.

Muntazam qavariq ko'pyoqning besh turi bor:

Muntazam tetraedr, kub, oktaedr, dodekaedr, ikosaedr.

Muntazam tetraedrning yoqlari muntazam uchburchaklardan iborat: har bir uchida uchtdan qirra birlashadi. Tetraedr hamma qirralari teng bo'lgan uchburchakli piramidadan iborat.

Kubning hamma yoqlari kvadratdan iborat; har bir uchida uchta qirra birlashadi. Ko'p qirralari teng bo'lgan to'g'ri burchakli parallelepipeddir.

Oktaedrning yoqlari muntazam uchburchaklar bo'lib, tetraedrda farqi shundaki, uning har bir uchida to'rttdan qirra birlashadi.

Dodekaedrning yoqlari muntazam beshburchaklardan iborat. Uning har bir uchida uchtdan qirra birlashadi.

Ikosaedrning yoqlari muntazam uchburchaklardan iborat bo'lib, tetraedr va oktaedrda farqi shundaki, uning har bir uchida beshtadan qirra birlashadi.

MASALA: Muntazam tetraedrning ikki yoqli burchaklarini toping.

YECHILISHI: Tetraedrning S uchidan shu nuqtada uchrashuvchi yoqlarning SA , SB , SC balandliklarini va tetraedrning SO balandligini o'tkazamiz. Agar tetraedrning qirrasini a bilan belgilasak, balandliklari $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ga teng bo'ladi. SA , SB , SC balandliklarning tengligidan OA , OB , OC kesmalarning tengligi kelib chiqadi. Bu kesmalar tetraedr asosidagi uchburchakning tomonlari perpendikulyar (uch perpendikulyar haqidagi teorema). Bundan O nuqta tetraedr asosiga ichki chizilgan aylananing markazi

bo'ladi, degan xulosa chiqadi. Demak, OA, OB va OC kesmalar $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ ga teng. A nuqta yotgan qirradagi ikki yoqli burchakni φ bilan belgilaymiz.

U holda

$$\cos \varphi = \frac{OA}{AS} = \frac{a\sqrt{3}}{6} : \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3}, \quad \varphi \approx 70^{\circ}32'.$$

Tetraedrning boshqa qirralaridagi ikki yoqli burchaklarining ham shunday kattalikda ekani ravshan.

MUNTAZAM KO'P YOQLILARNING MODELLARINI TUZISH VA YASASH

Kubning modelini tuzish uchun karton qog'ozdan har qanday o'lchovda 6 dona teng kvadrat tayyorlab chetlarini birlashtirsak, kub hosil bo'ladi.

Tetraedr modelini yasash uchun teng tomonli uchburchaklardan bir xilda 4 donasini tayyorlaymiz. Ulardan uchtasining uchlarini bir qilib, tomonlarini bir-biri bilan tutashtirib to'rtinchisini qopqoq qilib, ularning yoqlari birlashtirilsa, tetraedr hosil bo'ladi. Tetraedrni tutash bir qog'ozga ishlasa ham bo'ladi. Tetraedrni chizmada ko'rsatish uchun kubning bir uchidan yoqlariga diagonal yurgizib, uning uchlarini birlashtirsak kifoya.

Oktaedrning (muntazam sakkiz yoqlining) modelini yasash uchun bir xil sakkiz dona teng tomonli uchburchakni kartondan kesib, ulardan to'rttasini uchlarini birlashtirib, tomonlarini ham birlashtirish kerak. Qolgan to'rttasini ham xuddi shu xilda ishlab, so'ngra ikkovini bir-biriga asoslaridagi qirralarini to'g'rilab birlashtirish kerak. Oktaedrni chizmada ko'rsatish uchun kubning qo'shni yoqlarining markazlarini hammasini bir-birlari bilan birlashtirsak kifoya.

DODEKAEDRNING MODELI. Bir xil muntazam beshburchakdan 12 tasini tayyorlab, ularning qirralarini birlashtirib qavariq ko'pyoqli tayyorlasa, dodekaedr kelib chiqadi. Aarda bu dodekaedrning har bir qo'shni yoqlarining markazlarini to'g'ri chiziqlar bilan birlashtirsak, har bir yog'i teng tomonli uchburchakdan iborat 20 yoqli ikosaedr kelib chiqadi. Hamma uchidan teng

masofada turgan muntazam ko'pyoqlining nuqtasi uning markazi bo'ladi. Uni toppish uchun avvalo kubdan tetraedr, undan oktaedr, oktaedrdan esa dodekaedr, undan ikosaedr yasash mumkin ekanligini e'tiborga olamiz. Shuning uchun usha avvalgi kubning diagonallari kesishgan nuqta kubning markazi bo'ladi va u nuqta hammasiga ham markaz bo'ladi.

Olti tomonli teng muntazam ko'pburchaklardan muntazan ko'pyoqli yasab bo'lmaydi, chunki uning har bir uchidagi burchagi $\frac{4}{3}d$ ga teng bo'lib, unda uch yoqli burchak ham yasab bo'lmaydi. Demak, olti va undan ortiq tomonlaridan muntazam ko'pyoqli yasash mumkin emas.

2.5. KO'PYOQLARGA DOIR MASALALAR VA ULARNING YECHIMLARI

FORMULALAR

PRIZMA, TO'G'RI PRIZMA

YON SIRTI: $S_{yon} = P_a \cdot H$

To'la sirti: $S_t = 2S_a + S_{yon}$

Hajmi: $V = S_a \cdot H$

n- asosining tomonlari

1. asosining diagonallari soni: $\frac{n(n-3)}{2}$

2. prizma diagonallari soni: $n(n-3)$

3. yon yoqlari soni: n ta

4. jami yoqlari soni: n+2 ta

5. jami qirralari soni: 3n ta

6. jami uchlari soni: 2n ta

OG'MA PRIZMA

Yon sirti: $S_{yon} = P_{\perp} \cdot l$

$P_{\perp}$ - perpendikulyar kesimning perimetri

To'la sirti: $S_t = 2S_a + S_{yon}$

Hajmi: $V = S_a \cdot H \quad V = S_{\perp} \cdot l$

$S_{\perp}$ - perpendikulyar kesim yuzi

PERALLELEPIPED. TO'G'RI BURCHAKLI PARALLELEPIPED

Asosi to'g'ri burchak va yon qirralari asosga perpendikulyar.

Yon sirti: $S_y = 2(a+b)c$

Asosining yuzi: $S_a = ab$

To'la sirti: $S_t = 2S_a + S_y$ $S_t = 2(ab+ac+bc)$

Hajmi: $V=abc$

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

5 ta simmetriya tekisligiga ega.

TO'G'RI PARALLELEPIPED

Asosi parallelogram hamda yon qirra asosga perpendikulyar.

$$S_a = ab \sin \alpha \quad S_a = \frac{d_{1a} d_{2a}}{2} \sin \varphi$$

φ -parallelogramm diagonallari orasidagi burchak.

Hajmi: $S_a H$

$$H^2 + d_{1a}^2 = d_1^2 \quad H^2 + d_{2a}^2 = d_2^2$$

$$d_{1a}^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$

$$d_{2a}^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha$$

β -parallelepiped katta diagonali va asos tekisligi orasidagi burchak

$$\sin \beta = \frac{H}{d_1} \quad \cos \beta = \frac{d_{2a}}{d_{1a}} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{H}{d_{2a}}$$

KUB

Asosining yuzi: $S_a = a^2$

Yon sirtining yuzi: $S_y = 4a^2$

To'la sirti: $S_t = 6a^2$

Hajmi: $V = a^3$

$$d_{as} = \sqrt{2} a \quad d = \sqrt{3} a$$

R,r-tashqi va ichki chizilgan sharlar radiuslari

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad r = \frac{a}{2}$$

Kub 9 ta simmetriya tekisligiga ega.

IXTIYORIY PIRAMIDA

To'la sirti: $S_t = S_a + S_y$

Hajmi: $V = \frac{1}{3} S_a H$ $V = \frac{1}{3} S_t r_{sh}$

MUNTAZAM PIRAMIDA

Muntazam uchburchakli piramida.

S-piramida apofemasi

l- yon qirra

asosining yuzi: $S_a = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

yon sirti: $S_y = \frac{1}{2} p \cdot f = \frac{3}{2} a f$

to'la sirti: $S_t = S_a + S_y$

α -yon qirra va asos tekisligi orasidagi burchak.

β -asosdagi ikki yoqli (yon yoq va asos tekisligi orasidagi) burchak.

$$\sin \alpha = \frac{H}{l} \quad \cos \alpha = \frac{R}{l} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{H}{R}$$

$$\sin \beta = \frac{H}{f} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{H}{r} \quad \cos \beta = \frac{r}{f} = \frac{S_a}{S_y}$$

MUNTAZAM UCHBURCHAKLI PIRAMIDA

$$S_1 = \frac{a_1^2 \sqrt{3}}{4} \quad S_2 = \frac{a_2^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_y = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) f \quad S_t = S_1 + S_2 + S_y$$

$$V = \frac{1}{3} H (S_1 + \sqrt{S_1 S_2}) + S_2$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2$$

MASALALAR

1. Kub yon yog'ining yuzi 16 ga teng. Kubning hajmini toping.
2. Kubning barcha qirralari yig'indisi 96. Uning hajmini toping.
3. To'g'ri burchakli parallelepiped asosining tomonlari 7sm va 24sm. Parallelepipedning balandligi 8sm. Diagonal kesimining yuzini toping.
4. To'rtburchakli muntazam prizma asosining yuzi 144sm^2 , balandligi 14sm. Shu prizma diagonalini toping.
5. Uchburchakli to'g'ri prizma asosining tomonlari 15, 20 va 25 ga yon qirrasi asosining kichik balandligiga teng. prizmaning hajmini toping.
6. To'g'ri prizmaning balandligi 50 ga, asosining tomonlari 13, 37 va 40 ga teng. prizmaning to'la sirtini toping.
7. Prizmaning asosi tomoni $2\sqrt{5}$ bo'lgan muntazam oltiburchakdan, yon yoqlari kvadratlardan iborat. Prizmaning katta diagonalini toping.
8. Og'ma prizmaning yon qirrasi 20 ga teng va asos tekisligi bilan 30° li burchak hosil qiladi. Prizmaning balandligini toping.
9. Uchburchakli to'g'ri prizma asosining tomonlari 3, 4 va 5 ga teng. Prizmaning hajmi 18 ga teng bo'ladi, uning balandligi qanchaga teng bo'ladi?
10. Uchburchakli muntazam prizmaning balandligi 8 ga, asosining yuzi $9\sqrt{3}$ ga teng. prizma yon tomoni diagonalini toping.
11. Uchburchakli piramida asosining tomonlari 6, 8 va 10 ga teng. Piramidaning yon qirralari asos tekisligi bilan bir xil burchak hosil qiladi. Agar piramidaning balandligi 4 ga teng bo'lsa, yon qirrasi qanchaga teng bo'ladi?

YECHISH

1. $S=a^2$
 $a^2=16$
 $a=4$
 $V=a^3 \quad V=4^3=64$ javob: 64.

2. Kubning barcha qirralari yig'indisi 96. Kubning qirralari soni esa 12 ta, shuning uchun 96 ni 12 ga bo'lib qirrasining uzunligini topib olamiz: $96:12=8$ ya'ni $a=8$. Uning hajmi esa $V=a^3=8^3=512$. javob: 512.
3. Berilgan: diagonal kesimining yuzi to'g'ri to'rtburchakdan $a=7$ $h=8$ iborat. Pifagor teoremasidan asosining diagonalini topib olamiz. $d^2=a^2+b^2$ bundan $d^2=49+576$ $d^2=625$ $d=25$
diagonal kesim yuzi $S=dh$ $S=25 \cdot 8=200$ javob: 200
4. Berilgan: Yechish: $S_a=a^2$ bundan $a^2=144$
 $S_a=144\text{sm}^2$ $a=12$ asosining diagonali Pifagor teoremasidan $H=14$ $d_1^2=2a^2$ $d_1^2=2 \cdot 12^2$ $d_1=12\sqrt{2}$
 $d=?$ endi prizmaning diagonalini quyidagicha topamiz:
 $d^2=H^2+d_1^2$ $d^2=196+288$ $d^2=484$
bundan, $d=22$ javob: 22.
5. Yechish: prizmaning asosi to'g'ri burchakli uchburchak bo'ladi, chunki $20^2+15^2=25^2$ ya'ni Pifagor teoremasi bajarilyapti. Gepotenuzasiga tushirilgan h balandlik uchburchakning eng kichik balandligi bo'ladi. To'g'ri burchakli uchburchak uchun $S=\frac{1}{2}ab$, $S=\frac{1}{2}ch$ formulalari o'rinli ekanidan
 $0.5 \cdot 20 \cdot 15 = 0.5 \cdot 25 \cdot h$ tenglikni, undan esa $h=\frac{20 \cdot 15}{25}=12$
ekanini topamiz. Masalaning shartiga ko'ra prizmaning H balandligi asosining kichik balandligiga, ya'ni $h=12$ ga teng.
 $S_a=0.5 \cdot 20 \cdot 15=150$ bo'lgani uchun
 $V=S_aH=150 \cdot 12=1800$ ni hosil qilamiz. Javob: 1800.
6. Prizmaning to'la sirtini topish uchun, uning asosining yuzi bilan

yon sirti topib olamiz.

$$S_t = 2S_a + S_y \quad S_y = P_a H$$

Asosining yuzi esa Geron formulasidan $P = \frac{13 + 37 + 40}{2} = 45$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$S = \sqrt{45 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 32} = 240$$

$$S_y = P_a H \quad P_a = 90 \quad S_a = 90 \cdot 50 = 4500$$

$$S_t = 2 \cdot 240 + 4500 = 4980 \quad \text{javob: } 4980.$$

7. 11-masalaning yechilishi:

Piramidaning yon qirralari asos tekisligi bilan bir xil burchak hosil qilgani uchun piramidaning balandligi uning asosiga tashqi chizilgan aylana markaziga tushadi. Piramidaning asosi to'g'ri burchakli uchburchak bo'ladi, chunki $6^2 + 8^2 = 10^2$ tenglik (Pifagor teoremasi) bajarilyapti. Ma'lumki, to'g'ri burchakli uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi gepotenuzaning o'rtasida yotadi. Shunday qilib piramidaning H balandligi c gepotenuzaning o'rtasiga tushar ekan, endi piramidaning yon qirradi l ni topamiz. Pifagor teoremasiga ko'ra

$$l^2 = H^2 + (c/2)^2 = 4^2 + 5^2 = 41 \quad \text{demak, } l = \sqrt{41} \quad \text{javob: } \sqrt{41}.$$

O'Z ISH TAJRIBALARIMDAN NATIJALAR

Maktabda asosan Geometriya fani 7-sinfidan o'tiladi. Bitiruv malakaviy ishim "Geometriya kursida ko'pburchaklar va ko'pyoqlarni o'qitish metodikasi" mavzusida bo'lib, bu mavzu bo'yicha 7-sinfda o'quvchilar siniq chiziq, yopiq siniq chiziq va ko'pburchaklar haqida tushuncha hosil qiladilar. 8-sinfni esa "Ko'pburchaklar" mavzusi bilan boshlaydilar. Davlat ta'lim standartlariga asosan bu mavzuning umumiy soati 3 soat bo'lib,

1. Ko'pburchaklar
2. Qavariq ko'pburchak ichki va tashqi burchaklarining yig'indisi
3. Ko'pburchakning yuzi

mavzulari berilgan.

9-sinfda esa "Ko'pburchaklar" mavzusi "Ko'pburchaklarning o'xshashligi" mavzusi bilan boshlanib

1. Ko'pburchaklarning o'xshashligi
2. O'xshash ko'pburchaklar va ularning xossalari
3. O'xshash ko'pburchaklarni yasash, o'xshash ko'pburchaklarning xossalari
4. Aylanaga tashqi va ichki chizilgan ko'pburchaklar
5. Muntazam ko'pburchaklar
6. Muntazam ko'pburchakka tashqi va ichki chizilgan aylanalar
7. Muntazam ko'pburchaklarning tomoni bilan tashqi va ichki chizilgan aylanalarning radiuslari orasidagi bog'lanish

kabi mavzu bilan "Ko'pburchaklar" mavzusi tugatilgan.

Darslarni har xil interfaol metodlar orqali o'tish, o'quvchilarda yaxshi natija berishiga o'z amaliyot davrimda amin bo'ldim. Menga bu metodlarni qo'llashda malakali o'qituvchilar Bobomirzayeva S, Sodiqova V hamda Otaqulov M domlalar katta yordam berdilar. Biz 9^{A,B}-sinflarida "Muntazam ko'pburchaklar" mavzusi bo'yicha

tajriba-sinovlarni o'tkazdik, bunda 9^A-sinfga men taklif etgan "Bumerang" metodini qo'llagan holda dars o'tdik. 9^B-sinfga esa doimgidek dars otildi. Nazorat

ishi vaqtida bu tajriba-sinovning natijalari sezilarli darajada bilindi. Tajribadan shu ma'lum bo'ldiki, bu mavzuni 9^A-sinf o'quvchilari a'lo darajada o'zlashtirganliklari ayon bo'ldi. "Bumerang" metodi bo'yicha dars quyidagicha bo'ladi: mavzu matni uchga bo'linganiga e'tibor berib, sinf o'quvchilari ham uch guruhga ajratib olinadi. Mavzu matnlari guruhlariga berilib, ularga tayyorlanishlari uchun vaqt belgilanadi. Belgilangan vaqt tugagandan so'ng har bir guruh o'quvchilari o'z navbati bilan mavzuni tushuntiradilar. Dars o'qituvchi nazoratida bo'lib, kamchiliklar o'qituvchi tomonidan to'ldirib boriladi. Dars shu tariqa o'tiladi.

Nazorat ishi natijalaridan 9^B-sinf o'quvchilaridan Aslonova H, Toirov R, Mustafoyeva S, Hamroqulov U va Qahhorova O.lar past baho oldilar, 9^A-sinf o'quvchilaridan past o'zlashtiruvchi Nazirov Abdullo, Ibrohimova Gulchehra, Murodova Malika, Muhammadov Namozlar mavzuni yaxshi o'zlashtirishlari natijasida yaxshi baho oluvchilar safiga qo'shildi va yaxshi baho oldilar. Tajriba-sinov natijasida "5" bahoga o'qiydiganlar soni oshdi.

Shunday ekan biz o'quvchilarga darslarni har xil interfaol metodlar va zamonaviy texnologiyalardan foydalanib o'tsak ko'zlagan maqsadimizga yetamiz.

XULOSA

Ushbu bitiruv malakaviy ishining 1-bobi “Ko’pburchaklar, ko’pburchaklarni o’qitish”. Bunda ko’pburchak, ularning xossalari, ko’pburchak haqidagi teoremlar va teoremlar isbotlari keltirilgan. Mavzuni o’qitishda “BBB”, “Zig-zag”, “Bumerang”, “Kubik” va “Klaster” metodlaridan foydalanish juda yaxshi natija berishi aniqlandi.

2-bob “Ko’pyoqlar va ularni o’qitish metodikasi” bo’lib, bunda ikki yoqli, uch yoqli, ko’p yoqli burchaklar haqida tushunchalar, ta’riflar va chizmalarni keltirdim. Prizma, parallelepiped, piramida, kesik piramida, muntazam piramida, muntazam ko’pyoqlar (tetraedr, oktaedr,..) ularning xossalari, teoremlari isbotlari bilan keltirilgan.

Bitiruv malakaviy ishiga xulosa qilib aytganda, o’quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantirishda planimetriya kursining imkoniyatlari bisyor. Geometriyani o’rganishda o’tilgan materiallardan biror materialni bilmaslik yangi materialni tushunmaslikka sabab bo’ladi. Shunday ekan biz geometriyani o’qitishda har xil noan’anaviy darslarni tashkil etishimiz kerak. Ayniqsa o’quvchilar mavzuni yaxshi eslab qolishi uchun ko’proq ko’rgazmali qurollar masalan: geometrik shakllarning rasmlari tushirilgan plakatlari, geometrik jismlarning maketlari va shunga o’xshash ko’rgazmalardan foydalanish maqsadga muvofiq bo’ladi. O’quv materiallarini slaydlar shaklida mavzuni proektor orqali tushuntirish jarayonida evristik metodlarni qo’llash, ya’ni mavzuni savol-javob tarzida o’tish o’quvchilarni bilim va ko’nikmalarini oshirishga, rivojlantirishga va mustahkamlashda yaxshi samara beradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Karimov I. A. Yuksak ma'naviyat- yengilmas kuch-T.: "Ma'naviyat" - 2008
2. Karimov I. A. Vatanimiz va xalqimizga sadoqat bilan xizmat qilish-oliy saodatdir-T.: "O'zbekiston"-2007
3. Karimov I. A. O'zbekisto mustsqqillikka erishish ostonasida-T.: "O'qituvchi"-2003
4. S. Alixonov "Matematika o'qitish metodikasi". Toshkent-2011
5. Pogorelov A. V. Geometriya 7-11 sinflar uchun. Toshkent-1991
6. "Geometriya" 7-sinf uchun darslik. A. Azamov, B. Haydarov va boshqalar. T.: "Yangiyo'l polegraf servis"-2013
7. "Geometriya" 9-sinf uchun darslik. B. Haydarov va boshqalar. T.: "O'zbekiston milliy ensiklopediyasi" davlat ilmiy nashriyoti-2010
8. A. A. Rahimqoriyev. "Geometriya" 8-sinf uchun darslik.T.: "Yangiyo'l polegraf servis"-2010
9. A. Xodjaboyev. I. Husanov "Kasbiy ta'lim metadologiyasi" T.: "Fan va texnika"-2007
10. w.w.w.google.uz.
11. w.w.w.ziynet.uz.

