



СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЕ ЦИФРОВЫЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ВОЗВЕДЕНИЯ ЧИСЕЛ В КВАДРАТ

Магистрант М22-15 группы Б.Б.Караходжаев
Научный руководитель к.т.н., А.А.Каххоров

Куйида келтирилган мақолада иккилик сонларни махсулаштирилган квадратга оширувчи қурилмани лойихалаштириши усули келтириб ёритилиб берилган. Иккинчи ҳамда учинчи даражали полиномларни Шаудер асоси усули ёрдамида рақамли элементларда моделлаштириши самарали ҳамда мақсадга мувофиқдир.

The following article binary numbers square specialized method of designing the device covered. The second and third degree polynomials Shaudar digital elements using the method of modeling the basis of an effective and desirable in order.

При разложении функции $f(x)=x^2$ в ряд Шаудера амплитуды треугольных функций в пределах группы постоянны, но при переходе от одной группы к другой происходит уменьшение амплитуды в четыре раза:

$$C_j = -2^{-2j} . \tag{1}$$

Амплитуда треугольных функций имеет отрицательное значение, поэтому алгоритм возведения в квадрат представляется частичной суммой ряда Шаудера как:

$$x^2 = x - \sum_{j=1}^m 2^{-2j} \varphi_j(x) \tag{2}$$

Как видно из последнего выражения частичная сумма ряда Шаудера состоит из суммы произведений треугольных функций с единичной амплитудой и двоичных чисел. Учитывая, что области определения треугольных функций постоянны в пределах группы, а их амплитуды изменяются по двоичному закону при переходе от группы к группе, генерирование групповых функций Шаудера реализуется относительно просто.

Структура устройства реализующая функцию $y=x^2$ (рис.1) состоит из генератора импульсов Г, двоичного счетчика C_n , генератора треугольных функций (ГТФ) и сумматора. На рисунке 2 показана блок-схема устройства, состоящая из генератора импульсов Г, двоичного счетчика C_n , формирующего аргумента, линии задержки ЛЗ, вентильных групп V_1, V_2, \dots, V_m и накапливающего сумматора НС [1, 2].

Возрастающие и убывающие участки треугольных функций формируются на выходах вентильных групп V_1, V_2, \dots, V_m соответственно в прямом и обратном коде.

Рассмотрим подробно работу генератора квадратичной функции по функциональной схеме, приведенной на рисунке 2. Благодаря равенству весов коэффициентов Шаудера весам двоичного представления отсутствует необходимость в генераторе коэффициентов разложения, так как треугольные функции с соответствующим весом формируются с помощью вентильных групп, управляемых соответствующими разрядами входного регистра (счетчика). Так старший по весу n -й разряд управляет работой 3-й – 4-й вентильных групп, формирующих треугольную функцию первой группы. n -й -1-й разряд управляет формированием треугольных функций второй группы и т.д. Прямые и обратные коды управляющих разрядов разрешают прохождение на сумматор соответственно обратных и прямых кодов аргумента. В накапливающий сумматор заносится код аргумента (то есть код линейной функции), из которого последовательно вычитаются значения групповых треугольных функций (q - разряды накапливающего сумматора).

Количество вентильных групп для рассматриваемого устройства в зависимости от разрядности входного кода определяется выражением:

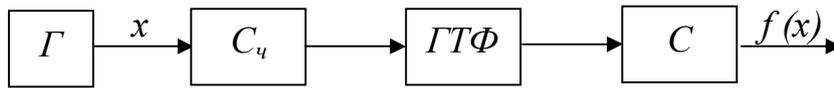


Рисунок. 1 Структура устройства функции $y=x^2$

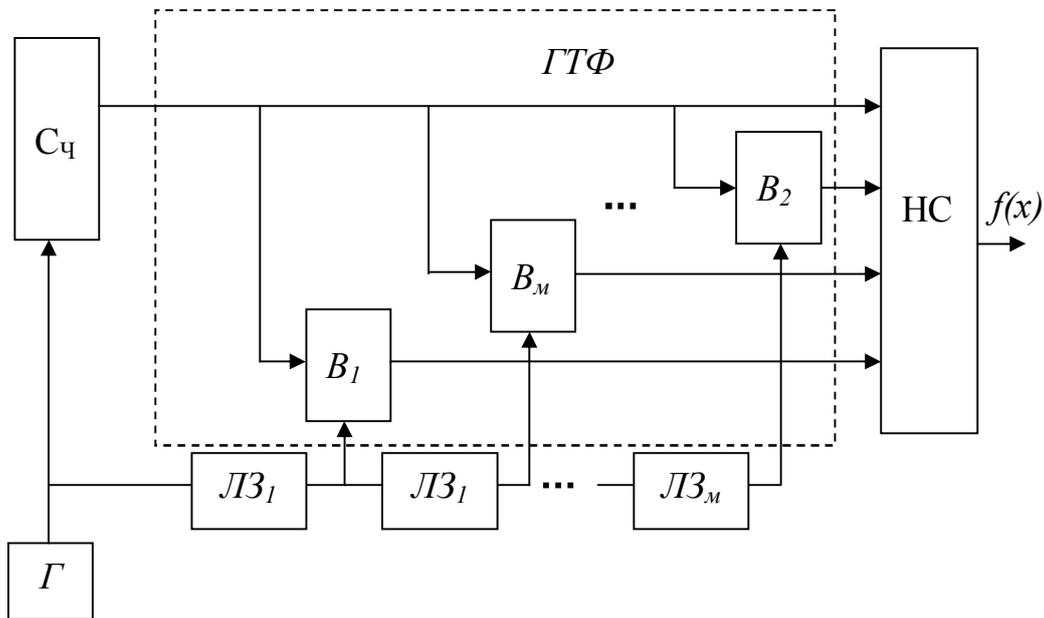


Рисунок. 2 Блок-схема устройства

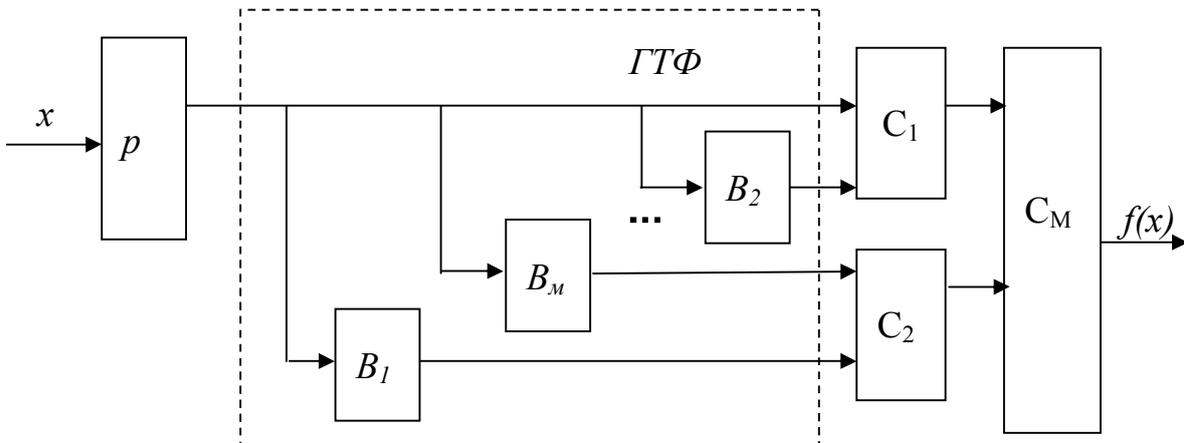


Рисунок. 3 Вариант преобразования цифрового кода

$$B_m = \begin{cases} \frac{n-1}{2} - 1 \\ \frac{n}{2} - 1 \end{cases} \quad (\text{для нечетных } n) \quad (3)$$

Между количеством вентилях в группах и разрядностью аргумента существует следующая зависимость:

$$B = 2(n-2j)$$

Количество линий задержки и количество тактов Т занесения в накапливающем сумматоре равно количеству групп m .

Время преобразования квадратора (t_n) определяется по формуле:

$$t_n = \tau_{Cq} + \tau_B + \tau_{L3} + \tau_c \quad (4)$$

где τ_{Cq} - время задержки счетчика,
 τ_B - время задержки вентиля,



$\tau_{ЛЗ}$ - время задержки ЛЗ,

τ_c - время задержки сумматора.

Максимальная относительная погрешность кусочно-линейной аппроксимации в зависимости от количества групп разложения равна:

$$\delta_{\max} = 2^{-2(j+1)} \cdot 100\% \quad (5)$$

Рассмотренный цифровой квадратор обладает рядом преимуществ по сравнению с квадратором, моделирующим ряд Уолша. Так например, при одинаковой методической погрешности $\delta_{\max} = 0,4\%$ и 8-ми разрядном коде аргумента требуется всего 25 корпусов интегральных схем (ИС) серии К155 и потребляется 4,6 Вт энергии, в то время как при построении квадратуры по функциям Уолша потребуется 42 корпуса ИС серии К155 и потребление энергии увеличится до 7,2 Вт. Кроме того увеличится быстродействие, так как количество тактов уменьшится на единицу. Однако при малой разрядности линейного кода (порядка 2-6 разрядов) метод построения квадраторов, моделирующих ряд Уолша, оказывается более предпочтительным из-за упрощения принципиальных схем устройства и сокращения объема оборудования.

Быстродействие цифрового квадратора, реализующего выражение (2), может быть увеличено в несколько раз если использовать параллельный принцип организации вычислительного процесса.

На рисунке 3 показан вариант преобразования цифрового кода по квадратичному закону с использованием комбинационного сумматора. В этом случае быстродействие увеличивается, благодаря отсутствию линий задержки.

Рассмотренный метод приближенного представления степенных функций позволил выявить ряд свойств, определяющих преимущества базиса первого порядка в сравнении с кусочно-постоянными базисами. Однако построение ЦПА выше второго порядка вызывает необходимость ввода в вычислительное устройство генераторов групповых функций, сложность которых растет с увеличением степени полинома, так как возрастают групповые функции. Из вышеизложенного можно сделать следующие основные выводы:

1. При кусочно-линейной аппроксимации степенных полиномов второго и третьего порядков одним из наиболее удобных и легко моделируемых цифровыми элементами является базис Шаудера, обеспечивающий достаточную сходимость, и, также как и базис Уолша, тесно связанный с двоичным разложением.

2. Принцип группирования в базисе Шаудера сводится к формированию огибающей весовых членов, которая для полиномов второго порядка имеет вид константы, параллельной оси абсцисс, а для полиномов третьего порядка имеет вид линейной функции, наклон которой определяется коэффициентом при старшей степени полинома.

Литературы

1. А.с. 780005 Квадратор / Мусаев М.М., Каххоров А.А., Дорошенко О.Н.-Опубл. в Б.И., 1990, №42, -С 78-82.

2. Мусаев М.М. Принцип группового упорядочения весовых членов в задачах аппроксимации функций. – В кн.: Проблемы создания преобразователей формы информации: Тез. докл. Симп. Киев, 1996, С 108-110.

