

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT
TEXNOLOGIYALARI VA
KOMMUNIKATSIYALARINI RIVOJLANTIRISH
VAZIRLIGI MUHAMMAD AL-XORAZMIY
NOMIDAGI TOSHKENT AXBOROT
TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI
URGANCH FILIALI**

“Tabiiy va umumkasbiy fanlar” kafedrası

“OLIY MATEMATIKANING MAXSUS BO'LIMLARI”

Fanidan

Referat

Мавзу: Skalyar va vektor maydonlar.

Tuzuvchi :

ass., I.I.Husainov

Urganch 2017

Reja:

1. Skalyar maydon.
2. Sath chiziqlari va sirtlar.
3. Yo'nalish bo'yicha hosila.
4. Gradient.
5. Vektor maydon. Vektor chiziqlar.
6. Solenoidli naychasimon maydonlar.

Tayanch iboralar.

Ta'rif. Fazoning biror qismi (yoki butun fazoning) har bir M nuqtasi bilan biror skalyar yoki vektor miqdor bilan bog'langan bo'lsa, bu miqdorning, mos ravishda skalyar yoki vektor maydoni berilgan deyiladi.

Skalyar maydonga, masalan, harorat maydoni, bir jinslimas muhitda zichlik maydoni, kuch maydoni potentsiali, elektrik potentsiali maydoni misol bo'la oladi. Agar u kattalik t vaqtga bog'liq bo'lmasa, bu kattalik statsionar (yoki barqaror) kattalik deyiladi, aks holda maydon nostatsionar (yoki barqaror bo'lmagan) maydon deyiladi. Shunday qilib u kattalik t vaqtga bog'liq bo'lmasdan, balki faqat M nuqtaning fazodagi o'rniga bog'liq bo'ladi, ya'ni u kattalik M nuqtaning funktsiyasi sifatida qaraladi va $u = u(M)$ ko'rinishda belgilanadi. Bu funktsiyani maydon funktsiyasi deb ataymiz.

Agar fazoda $Oxyz$ koordinatalar sistemasini kiritsak, u holda har bir M nuqta ma'lum X, Y, Z koordinatalarga ega bo'ladi va u skalyar funktsiya shu koordinatalarning funktsiyasi bo'ladi $u = u(M) = u(x, y, z)$. Shunday qilib, biz uch o'zgaruvchili funktsiyaning fizik talqiniga keldik. Biz doimo bu funktsiya uchala erkli o'zgaruvchi bo'yicha uzluksiz hosilalarga ega deb faraz qilamiz. Agar bu hosilalar bir paytda nolga aylanmasa

$$u(x, y, z) = c, \quad (c = \text{const})$$

tenglama biror (maxsus nuqtalari bo'lmagan) sirtni aniqlaydi.

2. Sath chiziqlari va sirtlar.

Ta'rif. Skalyar maydonning **sath sirti** deb fazoning shunday nuqtalar to'plamiga aytiladiki, unda maydon funktsiyasi $u = u(x, y, z)$ o'zgarmas qiymatga ega bo'ladi.

Boshqacha aytganda $u = u(x, y, z)$ maydon funktsiyasi o'zgarmas qiymatga ega bo'ladigan fazoning shunday nuqtalar to'plamiga skalyar maydonning sath sirti deb ataladi. Sath sirti deb ataluvchi bu sirt nuqtalarida u o'zgarmas qiymatni saqlaydi.

Bunday sirtlar to'plami qaralayotgan sohani to'ldiradi, ayni paytda sohaning har bir nuqtasidan bitta va faqat bitta sath sirti o'tadi. Ravshanki, bunday sirtlar o'zaro kesishmaydi.

Tekislikning qismida (yoki butun tekislikda) aniqlanadigan skalyar maydonni qarasak, uning har bir M nuqtasiga u skalyar kattalikning son qiymati mos keladi, ya'ni $u = u(M)$.

Ta'rif. Yassi skalyar maydonning **sath chizig'i** deb tekislikning shunday nuqtalar to'plamiga aytiladiki, unda $u = u(x, y)$ maydon funktsiyasi o'zgarmas qiymatga ega bo'ladi.

Agar, masalan, maydon $u = x^2 + y^2 + z^2$ funktsiya bilan ifodalangan bo'lsa, u holda markazi koordinata boshida bo'lgan $x^2 + y^2 + z^2 = C$, ($C > 0$) sfera sath sirti vazifasini bajaradi.

3. Berilgan yo'nalish bo'yicha hosila

Skalyar maydonning muhim tushunchasi berilgan yo'nalish bo'yicha hosiladir. Faraz qilaylik, skalyar maydonning differentsiallanuvchi funktsiyasi $u = u(x, y, z)$ berilgan bo'lsin. Bu maydondagi biror $M(x, y, z)$ nuqtani va shu nuqtadan chiquvchi biror $\vec{l}$ nurni qaraymiz. Bu nurning Ox, Oy, Oz o'qlari bilan tashkil qilgan burchaklarini a, b, g orqali belgilaymiz. Agar $\vec{l}_0$ birlik vektor bu nur bo'yicha yo'nalgan bo'lsa, u holda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\vec{l}_0 = \vec{i} \cdot \cos a + \vec{j} \cdot \cos b + \vec{k} \cdot \cos g$$

Skalyar maydonning differentsiallanuvchi $u = u(x, y, z)$ funktsiyasining $\vec{l}$ yo'nalish bo'yicha hosilasi $\frac{\partial u}{\partial \vec{l}}$ quyidagi

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{l}} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \cos a + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \cos b + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \cos g$$

formula bilan aniqlanadi.

Agar M nuqta tayinlangan bo'lsa, u holda hosilaning kattaligi faqat $\vec{l}$ nurning yo'nalishigagina bog'liq bo'ladi. $\vec{l}$ yo'nalish bo'yicha hosila xususiy hosilalarga o'xshash u funktsiyaning mazkur yo'nalishdagi o'zgarish tezligini xarakterlaydi.

Hosilaning $\vec{l}$ yo'nalish bo'yicha absolyut miqdori $\left| \frac{\partial u}{\partial \vec{l}} \right|$ tezlikning kattaligini aniqlaydi,

hosilaning ishorasi esa u funktsiya o'zgarishining xarakterini aniqlaydi:

Agar $\frac{\partial u}{\partial \vec{l}} > 0$ bo'lsa, u holda funktsiya bu yo'nalishda o'sadi,

Agar $\frac{\partial u}{\partial \vec{l}} < 0$ bo'lsa, u holda funktsiya bu yo'nalishda kamayadi.

Agar $\vec{l}$ yo'nalish koordinatalar o'qining yo'nalishlaridan biri bilan bir xil bo'lsa, u holda bu yo'nalish bo'yicha hosila tegishli xususiy hosilaga teng, shuning uchun

$$\cos \alpha = 1, \cos \beta = 0, \cos \gamma = 0 \text{ va } \frac{\partial u}{\partial \vec{l}} = \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Misol. $u = xyz$ funktsiyaning $M(-1,2,4)$ nuqtada, shu nuqtadan $M_1(-3,4,5)$ nuqtaga tomon yo'nalishdagi hosilasini toping.

Echish. $\overline{MM_1}$ vektorni topamiz. $\overline{MM_1} = (-3+1)\vec{i} + (4-2)\vec{j} + (5-4)\vec{k} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ va unga mos birlik vektorni topamiz: $\vec{l}_0 = \frac{\overline{MM_1}}{|\overline{MM_1}|} = \frac{-2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2}} = -\frac{2}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} + \frac{1}{3}\vec{k}.$

Shunday qilib, $\vec{l}_0$ vektor quyidagi yo'naltiruvchi kosinuslarga ega

$$\cos \alpha = -\frac{2}{3}, \cos \beta = \frac{2}{3}, \cos \gamma = \frac{1}{3}$$

Endi $u = xyz$ funktsiyaning xususiy hosilalarini topamiz: $\frac{\partial u}{\partial x} = yz, \frac{\partial u}{\partial y} = xz, \frac{\partial u}{\partial z} = xy$ va

ularni $M(-1,2,4)$ nuqtada hisoblaymiz $\frac{\partial u}{\partial \vec{l}} = 8 \cdot (-\frac{2}{3}) - 4 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}(-8 - 4 - 1) = -\frac{26}{3}$

“-“ ishora berilgan yo'nalishda $u = xyz$ funktsiyaning kamayishini ko'rsatadi.

4. Skalyar maydon gradienti

Ta'rif. $u = u(x, y, z)$ skalyar maydonning gradienti deb $\frac{\partial u}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{k}$ vektorga

aytiladi va u *gradu* kabi belgilanadi.

$u = u(x, y, z)$ funktsiyaning berilgan nuqtadagi gradienti bilan bu nuqtadagi yo'nalish bo'yicha hosila orasidagi bog'lanishni ifodalovchi quyidagi munosabat o'rinli

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{l}} = \text{gradu} \cdot \vec{l} \text{ yoki } \frac{\partial u}{\partial \vec{l}} = n p_{\vec{l}} \text{gradu}$$

Gradient quyidagi xossalarga ega:

a) $\text{grad}(u_1 + u_2) = \text{gradu}_1 + \text{gradu}_2$

b) $\text{grad}Cu = C\text{gradu}$

v) $\text{grad}((u_1 \cdot u_2)) = u_1 \text{gradu}_2 + u_2 \text{gradu}_1$

g) $\text{grad}f(u) = f'(u) \cdot \text{gradu}$

bu xossalar funktsiyaning hosilasini topish qoidalari bilan mos tushadi.

Misol. $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ funktsiyaning $M(x, y, z)$ nuqtadagi gradientini toping.

Echish. Avval xususiy hosilalarni hisoblaymiz:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{x}{u}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2y}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{y}{u}, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{2z}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} = \frac{z}{u}$$

Demak ,

$$\text{gradu} = \frac{x}{u} \vec{i} + \frac{y}{u} \vec{j} + \frac{z}{u} \vec{k}$$

Skalyar maydonning sath sirtlari kontsentrik sferalardan iborat bo'lgani uchun *gradu*

uning radiusi bo'ylab yo'nalgan bo'ladi, shu bilan birga $\text{gradu} = \frac{x}{u} \vec{i} + \frac{y}{u} \vec{j} + \frac{z}{u} \vec{k}$

$|\text{gradu}| = \sqrt{\frac{x^2}{u^2} + \frac{y^2}{u^2} + \frac{z^2}{u^2}} = \frac{u}{u} = 1$, ya'ni $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ funktsiyaning o'sishining eng katta tezligi 1 ga teng.

5.Vektor maydon

Ta'rif. Har bir M nuqtasiga biror $\vec{a}$ vektor mos qo'yilgan fazoning biror qismi (yoki butun fazo) **vektor maydon** deyiladi.

Kuch maydoni (og'irlik kuch maydoni), elektr maydoni, elektromagnit maydoni, oqayotgan suyuqlikning tezliklari maydoni vektor maydoniga misol bo'la oladi. Biz $\vec{a}$ vektor faqat M nuqtaning vaziyatiga bog'liq bo'ladigan va vaqtga bog'liq bo'lmaydigan $\vec{a} = \vec{a}(M)$ statsionar maydonlarni qarab chiqamiz. Agar fazoda $Oxyz$ koordinatalar sistemasi kiritilsa, u holda har bir M nuqta ma'lum x, y, z koordinatalarga ega bo'ladi va $\vec{a}$ vektor bu koordinatalarning funktsiyasi bo'ladi, ya'ni $\vec{a} = \vec{a}(x, y, z)$.

Vektor maydonni o'rganishda vektor chiziqlari muhim rol o'ynaydi.

Ta'rif. $\vec{a} = \vec{a}(M)$ **vektor maydonning har bir nuqtasidagi urinmaning yo'nalishi shu nuqtaga mos kelgan $\vec{a}$ vektorning yo'nalishi bilan mos keladigan egri chiziqqa vektor maydonning vektor chizig'i deyiladi.**

Aniq maydonlarda vektor chiziqlar ma'lum fizik ma'noga ega bo'ladi. Agar $\vec{a}(M)$ oqayotgan suyuqlikning tezliklari maydoni bo'lsa, u holda vektor chiziqlar suyuqlikning oqish chiziqlari bo'ladi, ya'ni suyuqlikning zarrachalari harakatlanayotgan chiziqlar bo'ladi. Agar $\vec{a}(M)$ elektrmaydoni bo'lsa, u holda vektor chiziqlar bu maydonning kuch chiziqlari bo'ladi

Agar l vektor chiziqning tenglamasi ushbu ko'rinishda berilgan bo'lsa,

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$

bu holda uning radius - vektori

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} + y(t) \vec{j} + z(t) \vec{k}$$

ko'rinishga ega.

$$d\vec{r} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}$$

vektor l ga o'tkazilgan urinma bo'yicha yo'naladi.

Vektor chiziqning ta'rifiga asosan $\vec{u}(M)$ va $d\vec{r}$ vektorlar kollinear bo'lgani uchun, ushbu ifodani yozish mumkin:

$$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$$

Bu vektor maydon vektor chizig'ining differentsial tenglamalar sistemasidir. Bu sistemani yechib, vektor maydonning vektor chizig'ini topish mumkin.

Solenoidli naychasimon maydonlar

4-ta'rif. $\vec{a}(M)$ vektor maydonning divergensiyasi ω sohaning har bir nuqtasida nolga teng, ya'ni $\text{div } \vec{a}(M) = 0$ bo'lsa, u holda bu vektor maydon shu sohada **solenoidli** (yoki **naychasimon**) maydon deyiladi.

Solenoidli maydon uchun Ostrogradskiy formulasiga ko'ra

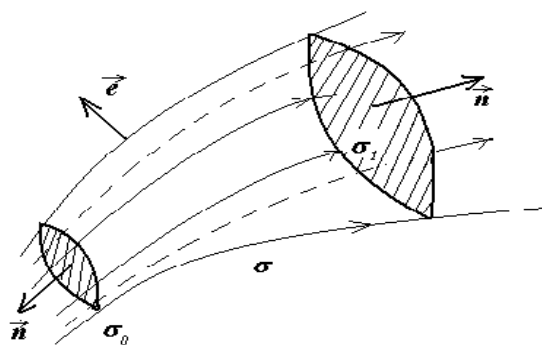
$$\iiint_S \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS = 0 \quad (2.11)$$

bo'ladi, bunda σ -yopiq sirt bo'lib, ω sohani chegaralovchi tashqi normal yo'nalishidagi oriyentirlangan. Bu maydonda biror σ_0 yuzchani olamiz va uning chegarasini har bir nuqtasidan vektor chiziqlar o'tkazamiz (6-chizma). Bu chiziqlar fazoning vektor naycha deb ataluvchi qismini chegaralaydi. Agar $\vec{a}(M)$ vektor oqayotgan suyuqlikning tezliklari maydonini tashkil etsa u holda suyuqlik oqishi davomida bunday naycha bo'ylab uni kesib o'tmasdan harakatlanadi.

σ yuzcha, biror σ_1 kesim va naychani σ yon sirti bilan chegaralangan naychani biror qismini qaraymiz. (2.11) tenglik bunday yopiq sirt uchun

$$\iiint_{S_0} \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS + \iiint_{S_1} \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS + \iiint_S \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS = 0 \quad (2.12)$$

ko'rinishni oladi, bunda $\vec{n}_0$ -tashqi noqmal bo'yicha yo'nalgan birlik vektor.



6-chizma.

Naychani yon sirti σ da normallar $\vec{a}$ vektor maydonga perpendikulyar bo'lgani uchun $\vec{a} \cdot \vec{n}_0 = 0$

bo'ladi va (2.12) tenglikdagi uchinchi qo'shiluvchi nolga teng:

$$\iiint_S \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS = 0.$$

Shuning uchun (2.12) formuladan

$$\iint_{S_0} \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS + \iint_{S_1} \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS = 0.$$

$$\text{yoki } \iint_{S_0} \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS = - \iint_{S_1} \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS$$

tenglikka ega bo'lamiz. σ_0 yuzadagi normalning yo'nalishini tashqaridan ichkariga almashtirib

$$\iint_{S_0} \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS = \iint_{S_1} \vec{a} \cdot \vec{n}_0 \cdot dS$$

munosabatni hosil qilamiz. Bu solenoidli maydonda vektor naychaning har bir qismidan o'tkazilgan vektor chiziqlar yo'nalishidagi vektorlar oqimi bir xil bo'lishini, ya'ni manbasiz va qurdumsiz maydonda (chunki $\text{div } \vec{a}(M) = 0$) vektor naychaning har bir keismidan bir xil miqdorda suyuqlik oqib o'tishini anglatadi.

2.5. Vektor maydondagi chiziqli integral. Kuch maydoni bajargan ish. Vektor maydon sirkulyatsiyasi

Faraz qilaylik, $Oxyz$ fazoning ω sohasida

$$\vec{a}(M) = P(x, y, z) \vec{i} + Q(x, y, z) \vec{j} + R(x, y, z) \vec{k}$$

vektor maydon berilgan bo'lsin. Bu sohada biror L egri chiziq olib unga ma'lum yo'nalish tayinlaymiz.

5-ta'rif. Yo'nalgan L chiziq bo'yicha olingan ushbu

$$\int_L P(x, y, z) dx + Q(x, y, z) dy + R(x, y, z) dz$$

ikkinchi tur egri chiziqli integral yoki vektor shaklidagi

$$\int_L \vec{a} \cdot d\vec{r}$$

integral $\vec{a}(M)$ vektorning L chiziq bo'yicha olingan **chiziqli integrali** deyiladi, bunda

$$d\vec{r} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}.$$

Agar $\vec{a}(M)$ kuch maydonni ifodalasa, $\vec{a}$ vektorning L chiziq bo'yicha chiziqli integrali ma'lum yo'nalishda L chiziq bo'yicha bajarilgan ishni ifodalaydi.

6-ta'rif. Yopiq L kontur bo'yicha chiziqli integral vektor sirkulyatsiyasi deyiladi va Π bilan belgilanadi, ya'ni

$$\Pi = \oint_L \vec{a} \cdot d\vec{r}.$$

Vektor maydon uyurmasi (rotori).

$Oxyz$ fazoning w sohasida

$$\vec{a}(m) = P(x, y, z) \vec{i} + Q(x, y, z) \vec{j} + R(x, y, z) \vec{k}$$

vektor maydon berilgan bo'lsin, bunda P, Q, R funksiyalar w sohada differensiallanuvchi.

1-ta'rif. Ox, Oy, Oz o'qlarda mos ravishda $\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}, \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$

proeksiyalarga ega bo'lgan vektor $\vec{a}(m)$ vektor maydonning uyurmasi (yoki rotori) deb

ataladi va $\text{rot} \vec{a}(m)$ bilan belgilanadi, bunda xususiy hosilalar $m(x, y, z)$ nuqtada hisoblanadi.

Demak ta'rifga binoan:

$$\text{rot} \vec{a}(m) = \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \vec{k}. \quad (3.1)$$

Uyurma tushunchasidan foydalanib Stoks formulasini vektor shaklida

$$\oint_L \vec{a} \cdot d\vec{r} = \iint_S \vec{n} \cdot \text{rot} \vec{a} \, ds \quad (3.2)$$

kabi yozish mumkin.

Uyurma quyidagi xossalarga ega:

- 1) $\text{rot}(\vec{a} + \vec{b}) = \text{rot} \vec{a} + \text{rot} \vec{b}$;
- 2) $\text{rot}(C\vec{a}) = C \text{rot} \vec{a}$, bunda C -o'zgarmas son.
- 3) $\text{rot}(u\vec{a}) = u \text{rot} \vec{a} + (\text{gradu}) \times \vec{a}$ bunda $u = u(m)$ skalyar maydon funksiyasi.

1-misol. Ushbu

$$\vec{a}(m) = z^4 \vec{i} + x^4 \vec{j} + y^4 \vec{k}$$

vektor maydonning uyurmasi topilsin.

Yechish. $P = z^4$, $Q = x^4$, $R = y^4$ ga egamiz. Hususiy hosilalarni topamiz.

$$\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} = 4y^3, \quad \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} = 4z^3, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 4x^3.$$

Demak, (3.1) ga asosan $\text{rot} \vec{a} = 4y^3 \vec{i} + 4z^3 \vec{j} + 4x^3 \vec{k}$.

Chiziqli integralning integrallash yo'liga bog'liq bo'lmasligi shartlari

Faraz qilaylik $Oxyz$ fazodagi w sohada

$$\vec{a} = P(x, y, z) \vec{i} + Q(x, y, z) \vec{j} + R(x, y, z) \vec{k}$$

vektor maydon berilgan bo'lsin, bunda P, Q, R funksiyalar w sohada differensiallanuvchi.

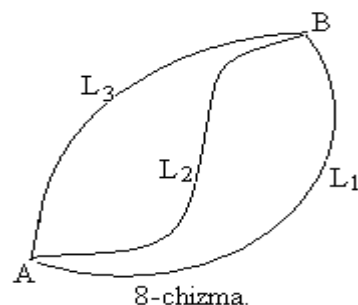
A va B nuqtalar w sohaning ikkita ixtiyoriy har xil nuqtalari bo'lsin. Bu nuqtalarni tutashtiruvchi turli egri chiziqlarni qarab chiqamiz (8-chizma)

Agar

$$\int_L P(x, y, z) dx + Q(x, y, z) dy + R(x, y, z) dz \quad (3.2)$$

chiziqli integral bu yo'llarning barchasi bo'yicha aynan bir xil qiymatlar qabul qilsa, u integrallash yo'liga bog'liq bo'lmaydi deyiladi.

3.1-teorema. (3.2) chiziqli integral w sohada integrallash yo'liga bog'liq bo'lmasligi uchun bu sohada yotgan istalgan yopiq kontur bo'yicha olingan chiziqli integral nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.



Isboti. Faraz qilaylik, w sohada yotuvchi istalgan L yopiq kontur uchun $\oint_L P dx + Q dy + R dz = 0$ bo'lsin. Bu holda chiziqli integralni integrallash yo'liga bog'liq

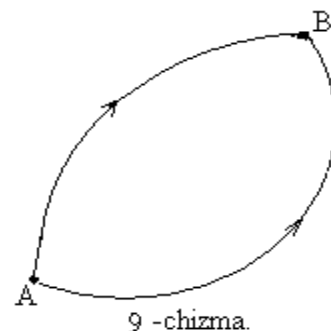
bo'lmashligini ko'rsatamiz.

w sohaga tegishli A va B nuqtalarni olib ularni shu soqada yotuvchi ikkita AmB va AnB egri chiziqlar bilan tutashtiramiz (9-chizma).

AmB va AnB yo'ylar $AmB nB$ yopiq konturni hosil qiladi.

Shartga ko'ra

$$\oint_{AmBnA} Pdx + Qdy + Rdz = 0.$$



Buni egri chiziqli integralning xossalaridan foydalanib

$$\oint_{AmB} Pdx + Qdy + Rdz + \int_{BnA} Pdx + Qdy + Rdz = 0$$

yoki

$$\oint_{AmB} Pdx + Qdy + Rdz - \int_{BnA} Pdx + Qdy + Rdz = 0$$

ko'rinishda yozamiz. Oxirgi tenglikdan

$$\oint_{AmB} Pdx + Qdy + Rdz = \int_{AnB} Pdx + Qdy + Rdz$$

ekani, ya'ni chiziqli integralning integrallash yo'liga bog'liq bo'lmashligi kelib chiqadi.

Zarurligi. Faraz qilaylik w fazoda chiziqli integral integrallash yo'liga bog'liq bo'lmash, ya'ni

$$\oint_{AmB} Pdx + Qdy + Rdz = \int_{AnB} Pdx + Qdy + Rdz$$

bo'lsin. U holda

$$\oint_{AmB} Pdx + Qdy + Rdz - \int_{AnB} Pdx + Qdy + Rdz = 0,$$

$$\oint_{AmB} Pdx + Qdy + Rdz + \int_{BnA} Pdx + Qdy + Rdz = 0,$$

$$\oint_{AmBnA} Pdx + Qdy + Rdz = 0$$

tenglikka ega bo'lamiz. Bu tenglik istalgan yopiq $AmB nA$ yopiq kontur bo'yicha olingan chiziqli integral nolga tengligini ko'rsatadi.

Endi chiziqli integralni integrallash yo'liga bog'liq bo'lish-bo'lmashligini tekshirishni osonlashtiruvchi teoremani isbotsiz keltiramiz.

3.2-teorema. Ushbu

$$\int_L Pdx + Qdy + Rdz$$

chiziqli integral bir bog'lamli (ichida bo'shliq bo'lmagan) sohada integrallash yo'liga bog'liq bo'lmashligi uchun shu sohaning har bir nuqtasida

$$\frac{\partial R}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial z}, \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.3)$$

munosabat bajarilishi zarur va yetarli.

2-misol. Ushbu

$$\int_L (2xy + z^2)dx + (x^2 + z)dy + (y + 2xz)dz$$

chiziqli integral integrallash yo'liga bog'liq bo'lish-bo'lmasligini aniqlang.

Yechish. $P = 2xy + z^2$, $Q = x^2 + z$, $R = y + 2xz$ ga egamiz.

(3.3) shartlarni bajarilish-bajarilmasligini aniqlash uchun xususiy hosilalarni topamiz:

$$\frac{\partial R}{\partial y} = 1, \quad \frac{\partial Q}{\partial z} = 1, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = 2z, \quad \frac{\partial R}{\partial x} = 2z, \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = 2x, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 2x.$$

(3.3) shartlarning bajarilishi ko'rinib turibdi. Demak berilgan chiziqli integral integrallash yo'liga bog'liq bo'lmaydi.

Asosiy darsliklar va o'quv qo'llanmalar:

1. Claudio Caruto, Anita Tabecco "Mathematical Analysis". Italy, Springer, I-part, 2008, II-part, 2010.
2. Soatov YO. "Oliy matematika" T. O'qituvchi, 1-5 qismlar.
3. Azlarov T.A., Mansurov X.T. "Matematik analiz" Toshkent o'qituvchi 2-qism 1989y.
4. Vensel E.S. "Teoriya sluchaynix prosessov i ee injenernie"
5. Vensel E.S. Ovcharov L.A. "Прикладные задача теории вероятностей". "Родино и связь" 1991.
6. Badalov F.B. "Optimallashtirish nazariyasi va matematik programmalashtirish" Toshkent O'qituvchi 1989.
7. Babadjonov SH.SH. "Математическое программирование" Tashkent Iqtisod – moliya 2006
8. Safaeva Q. Matematik dasturlash Toshkent Ibn Sino 2004.

Qo'shimcha

1. Abdalimov B. "Oliy matematika". T. "O'qituvchi" 1994 y.
2. Fadeev D.K., Sominskiy I.S. "Sbornik zadach po visshey algebre". M. "Nauka" 1977 y.
3. TSuberbiller O.N. «Zadachi i uprajneniya po analiticheskoy geometrii». M. "Nauka" 1966 y.
4. Sadullaev A., Xudoyberganov G., Mansurov SH., Vorisov A., G'ulomov R. "Matematik analizdan misol va masalalar to'plami" T. "O'zbekiston" 1992 y.
5. Filippov L.B. «Sbornik zadach po differentsialnom uravneniyam» M. «Nauka» 1979 y.
6. Sirajiddinov S.X., Mamatov M.M. "Extimollar nazariyasi va matematik statistika" T. "O'qituvchi" 1980 y.
7. Kurganov K.A. va boshqalar "Tabiiy fakultetlar uchun oliy matematika" O'zMU 2003 y.
8. Jabborov N. "Oliy matematika". Ximiya va biologiya fakultetlari uchun o'quv qo'llanma. O'zMU 2005 y.
9. Piskunov N.S. «Differentsial va integral hisob» T. "O'qituvchi nashriyoti" 1972 y.