

М.А. МИРЗАХМЕДОВ, А.А. РАХИМКАРИЕВ

МАТЕМАТИКА 6

Учебник для 6 классов школ общего среднего образования

*Утвержден Министерством народного образования
Республики Узбекистан*

ИЗДАТЕЛЬСКО-ПОЛИГРАФИЧЕСКИЙ ТВОРЧЕСКИЙ ДОМ
„O‘QITUVCHI“
ТАШКЕНТ – 2013

УДК: 51=811.161.1(075)
ББК 22.14я72
М-63

Специальный редактор

Юсупов Р.Ю.

Рецензент:

Чернякова И.В. — учитель математики высшей категории
школы № 2 Сергелийского района

Дорогой ученик!

Наша Родина Узбекистан дала мировой науке и культуре многих великих ученых, поэтов, государственных деятелей. Знай, что ты — продолжатель их великих дел! На моих страницах ты познакомишься с образцами их творчества. Они говорят с тобой через века — гордись ими!

Молодость — время постижения знаний. Наши великие предки говорили: «Знания, полученные в юности, вечны, словно высечены на камне». Чтобы научиться математике, нужны упорство и настойчивость. Математика действительно требует от тебя творческого подхода к решению задач и примеров. Если ты меня достойно изучишь, я останусь твоим другом навсегда. Бодрости, настойчивости и терпения желаем тебе, наш ученик!

Твой учебник «Математика».

Условные обозначения:

-  — важно знать и полезно запомнить;
-  — активизирующие вопросы и задания;
-  — развивающие упражнения;
- 62, 118, ... — упражнения для повторения;
- 62, 64, ... — упражнения для домашнего задания;
-  — отделение текста от заданий.

**Издано за счет средств Республиканского целевого книжного фонда
для выдачи в аренду**

ISBN 978–9943–02–647–6

© Мирзахмедов М.А.,
Рахимкариев А.А., 2013.
© ИПТД „O‘qituvchi“, 2013.



Наши дети будут сильнее, образованнее, мудрее и, конечно, счастливее нас.

И.А. КАРИМОВ



В 5-м классе вы познакомились с натуральными числами; площадями и объемами; обыкновенными и десятичными дробями, овладели знаниями о процентах. Для повторения полученных знаний решите следующие упражнения.

1. Было запланировано, что в 2013 году — «Году благополучия и процветания» — одна из каждых 8 семей переедет в новый, современный дом со всеми удобствами. Сколько всего семей в кишлаке, если в новые дома переехали 90 семей? Сколько процентов всех семей переехали в новые дома?
2. Каждый год фирма выпускала 54 000 изделий. В год «Малого бизнеса и частного предпринимательства» фирма, разработав новые технологии, достигла ежемесячного увеличения выпуска продукции на 20%. Сколько изделий выпустит фирма к концу второго месяца?
3. Запишите числа, представленные в виде сумм разрядных единиц:

1) $5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 8$;	3) $4 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10 + 7$;
2) $8 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^3 + 5$;	4) $2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^3 + 4$.
4. Вычислите удобным способом:

1) $(38 \cdot 54 + 38 \cdot 42) : 24$;	3) $736 \cdot 983 - 736 \cdot 883$;
2) $2\,416 \cdot 67 + 23 \cdot 2\,416$;	4) $(88 \cdot 89 - 88 \cdot 69) : 440 + 60$.
5. Выполните действия:

1) $614 \cdot 905 + 2\,736 : 76$;	2) $812 \cdot 35 - 2\,436 : (3\,732 - 48 \cdot 27)$.
------------------------------------	---

6. 1) При каких значениях a дробь $\frac{a}{12}$ будет правильной?

2) При каких значениях b дробь $\frac{10}{b}$ будет неправильной?

7. Сравните дроби:

1) $\frac{8}{17}$ и $\frac{9}{17}$; 2) $\frac{31}{40}$ и $\frac{29}{40}$; 3) $\frac{17}{21}$ и $\frac{19}{21}$; 4) $\frac{13}{14}$ и $\frac{13}{15}$.

8. Решите уравнение:

1) $x + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}$; 2) $x - \frac{7}{12} = \frac{1}{12}$; 3) $\left(\frac{19}{15} - \frac{11}{15}\right) + x = \frac{8}{15}$.

9. Запишите дроби в виде десятичных и прочитайте:

1) $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{10}$; $2\frac{7}{10}$; $5\frac{9}{10}$; 2) $\frac{29}{100}$; $\frac{7}{100}$; $1\frac{9}{100}$; $4\frac{27}{100}$.

10. Прочитайте десятичные дроби и запишите их в виде обыкновенных дробей или смешанных чисел:

1) 0,7; 0,5; 0,01; 0,95; 2) 2,4; 1,08; 19,01; 991,2013.

Запишите в виде десятичных дробей (11–12):

11. 1) 3:10; 5:10; 126:100; 2) 12:10; 108:10; 31:1000.

12. 1) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{16}$; 2) $\frac{49}{50}$; $\frac{125}{200}$; $\frac{118}{250}$; 3) $\frac{3}{5}$; $\frac{7}{25}$; $\frac{96}{125}$.

Образец: $\frac{3}{8} = \frac{3}{2^3} = \frac{3 \cdot 5^3}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0,375$.

13. Найдите по три решения каждого неравенства:

1) $3 < x < 4$; 3) $4,5 < x < 4,6$; 5) $0,027 < x < 0,028$;

2) $2,7 < x < 2,8$; 4) $4,51 < x < 4,52$; 6) $0,314 < x < 0,315$.

14. Запишите все десятичные дроби с целой частью 1 и дробной частью, составленной без повторений, из цифр: 1) 2, 3, 4; 2) 0, 1, 6. Расположите их: а) в порядке возрастания; б) в порядке убывания.

15. Между какими последовательно идущими натуральными числами находятся десятичные дроби? Ответы запишите в виде двойных неравенств:

3,8; 4,1; 4,01; 10,99; 6,9; 7,05; 14,15; 1,85.

16. Найдите суммы натуральных чисел, расположенных между следующими десятичными дробями:

- 1) 0,8 и 3,4; 3) 4,5 и 7,81; 5) 3,097 и 8,77;
2) 2,2 и 5,9; 4) 10,1 и 14,07; 6) 5,103 и 9,05.

17. Выразите в метрах:

- 1) 50 см; 2) 10 дм; 3) 3 дм 8 см; 4) 6 дм 45 см 8 мм.

18. Выразите в квадратных метрах:

- 1) 4 га; 2) 5 дм²; 3) 1 м² 1 дм²; 4) 2 га 50 а.

19. Выразите в тоннах:

- 1) 4 т 320 кг; 3) 6 ц 225 кг; 5) 75 ц;
2) 10 т 7 ц 75 кг; 4) 8 ц 75 кг; 6) 78 кг.

20. В 5-м классе вы узнали о конечных десятичных дробях, у которых после запятой конечное число знаков. Запишите дробь в виде десятичной, разделив ее числитель на знаменатель:

$$\frac{1}{2}; \quad \frac{3}{4}; \quad \frac{2}{5}; \quad \frac{9}{25}; \quad \frac{13}{40}; \quad \frac{17}{80}; \quad \frac{8}{125}; \quad \frac{57}{160}; \quad \frac{45}{64}.$$

21. Сколько литров воды поместится в сосуде объемом 1 м³?

22. Выразите в литрах:

- 1) 4 дм³ 400 см³; 2) 1 м³ 2 дм³; 3) 150 см³; 4) 4 м³.

23. (*Старинная задача.*) Глубина реки 5,78 м. Для строительства моста в дно реки забили сваи на глубину 2,1 м, возвышающиеся над уровнем воды на 5,41 м. Чему равна длина свай?

24. Турист в первый день прошел 12,8 км, во второй день — 20,7 км пути. В третий день он прошел на 3,7 км больше, чем в первый. Какой путь прошел турист за 3 дня?

25. Из кишлака *A* в кишлак *B* проводят газопровод. За первую неделю проложили 8,4 км, за вторую — на 2,5 км больше. До кишлака *B* остается проложить еще 11,1 км газопровода. Найдите расстояние между кишлаками *A* и *B*.

26. Фермерское хозяйство засеяло 50,8 га земли пшеницей, а бахчевыми культурами на 40,7 га больше. Оставшиеся 9,5 га отвело под сады. Сколько га земли принадлежит хозяйству?

27. Вычислите удобным способом:

- 1) 21,4 + 8,93 + 71,6; 4) 0,8543 + 3,7689 + 1,1457;
2) 84,36 + 11,64 + 46,75; 5) 24,1245 + 5,3755 + 2,045;
3) 19,08 + 30,78 + 51,92; 6) 3,0625 + 6,9375 + 15,258.

28. Вычислите удобным способом:

- 1) $7,485 - (3,385 - 0,9)$; 3) $(14,73 - 1,73) + 12,55$;
2) $8,435 - (1,111 + 6,324)$; 4) $(29,14 + 15,39) - 28,14$.

29. Я задумал число, прибавил к нему 1,5, сумму разделил на 4,8, к результату прибавил 9,5. Из суммы вычел 4,8, получилось 7,2. Найдите число, которое я задумал.

30. Основание прямоугольника 3,2 дм, высота на 12 см короче. Найдите периметр этого прямоугольника.

31. Миралим купил на рынке 8,5 кг яблок, 6,5 кг груш и 4,8 кг винограда. Килограмм яблок стоит 1 200 сумов, килограмм груш — 1 800 сумов, килограмм винограда — 1 500 сумов. Сколько денег потрачено на покупку фруктов?

32. Турист намеревался пройти 50 км пути. В первый день он прошел 0,4 пути, во второй день он прошел 0,4 оставшегося пути. Сколько километров ему осталось пройти?

33. Сколько километров пройдет поезд со скоростью 60 км/ч за:
1) 0,25 часа; 2) 0,3 часа; 3) 0,6 часа; 4) 1,5 часа; 5) 2,25 часа?
Запишите ответы в виде таблицы.

34. Вычислите удобным способом:

- 1) $12,5 \cdot 0,9 \cdot 4$; 3) $0,125 \cdot 24 \cdot 1,6$; 5) $0,25 \cdot 39,9 \cdot 4$;
2) $3,75 \cdot 6,7 \cdot 8$; 4) $12,5 \cdot 16 \cdot 2,5$; 6) $10 \cdot 28,98 \cdot 0,1$.

35. Вычислите, пользуясь распределительным законом:

- 1) $2,71 \cdot 12,6 + 87,4 \cdot 2,71$; 3) $3,08 \cdot 17,9 - 3,08 \cdot 7,9$;
2) $(29,3 - 8,5) \cdot 17,9 - 20,8 \cdot 7,9$; 4) $7,5 \cdot 8,7 + 2,5 \cdot (11,4 - 2,7)$.

36. Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, имеют длину 14,8 см, 7,5 см и 12,5 см. Найдите для этого параллелепипеда:

- 1) сумму длин всех ребер; 2) площадь поверхности;
3) объем.

37. Поезд за 3,5 часа прошел 212,8 км пути. Найдите его среднюю скорость. Какой путь пройдет поезд за 9,4 часа?

38. Решите уравнение:

- 1) $15,6 : x = 2,6$; 3) $5,12x = 20,48$; 5) $0,405 : x = 1,5$;
2) $8,75 : x = 2,5$; 4) $0,005x = 4,65$; 6) $2,24 : x = 0,14$.

39. Площадь территории независимого Узбекистана составляет 448,9 тысяч км². Горы и предгорья занимают приблизительно 20% его территории. Какова площадь гор и предгорий?
40. В школьных соревнованиях по шахматам принимают участие 12 шестиклассников, или 15% всех учеников 6-х классов. Сколько учеников учится в 6-х классах?
41. Из 600 кг пшеницы на мельнице получили 480 кг муки. Сколько процентов составила мука от доставленного на мельницу пшеницы?
42. В школьной библиотеке 224 000 книг. Из них 140 000 — учебники, остальное — художественная литература. Сколько процентов от общего числа книг приходится на учебники? Сколько процентов составляет художественная литература?
43. Расстояние между двумя кишлаками 18 км. Из них одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Через сколько часов они встретятся, если скорость одного пешехода равна 4 км/ч, другого пешехода — 5 км/ч?
44. Из пункта *A* одновременно в противоположных направлениях выехали две автомашины. Скорость первой — 50 км/ч, скорость второй — 60 км/ч. Найдите расстояние между ними через 3 часа.
45. У прямоугольного параллелепипеда с площадью основания *S*, высотой *H*, объемом $V = SH$ найдите:
- 1) *V*, если $S = 75 \text{ см}^2$, $H = 16 \text{ см}$;
 - 2) *S*, если $H = 20 \text{ см}$, $V = 1200 \text{ см}^3$;
 - 3) *H*, если $S = 540 \text{ дм}^2$, $V = 2700 \text{ дм}^3$.
46. Сумма трех чисел равна 76 800. Если из первого числа вычесть 11 361, из второго числа — 11 480, а из третьего — 8 020, то эти разности будут равны. Найдите эти числа.
47. В прямоугольном параллелепипеде ребра *a*, *b*, *c* и объем *V*.
- 1) Дано: $a = 12 \text{ см}$, $b = 5 \text{ см}$ и $c = 18 \text{ см}$. Найти *V*.
 - 2) Дано: $a = 15 \text{ см}$, $b = 8 \text{ см}$ и $V = 840 \text{ см}^3$. Найти *c*.
 - 3) Дано: $b = 15 \text{ дм}$, $c = 16 \text{ дм}$ и $V = 960 \text{ дм}^3$. Найти *a*.
 - 4) Дано: $a = 25 \text{ дм}$, $c = 40 \text{ дм}$ и $V = 7000 \text{ дм}^3$. Найти *b*.
48. Найдите объем куба ($V = a^3$), если ребро куба равно:
- 1) 6 см;
 - 2) 10 дм;
 - 3) 0,5 м;
 - 4) 9 м.



ГЛАВА I

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

§ 1. Деление натуральных чисел

1

Делители и кратные чисел



- ✎ Делятся ли без остатка:
- ✎ Четное число на нечетное?
- ✎ Нечетное число на нечетное?
- ✎ Четное число на четное?
- ✎ Нечетное число на четное?
- ✎ Приведите примеры.

В равенстве $24 : 6 = 4$ число 24 — делимое, 6 — делитель, 4 — частное.

Если число m делится без остатка на число n , то число m называется *кратным* числа n (*делимым*), а число n — *делителем* m .

Число 24 делится без остатка на 6, следовательно, число 24 — кратное числа 6: «6 раз по 4 равно 24». Выпишем все делители 24:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Число 24 кратно каждому из всех своих делителей.

Число 1 кратно 1. Число 0 кратно любому натуральному числу k , так как 0 делится на любое, отличное от 0, число: $0 : k = 0$, ($k \neq 0$).

Например, для того чтобы найти натуральные числа, кратные 2, надо 2 последовательно умножать на числа 1, 2, 3, 4, 5, ... :

2, 4, 6, 8, 10, ... — каждое из этих чисел кратно 2.

Четные числа — это, по определению, числа, кратные 2 (делящиеся на 2 без остатка). 0 считается четным числом.

0, 2, 4, 6, 8, 10, ... — четные числа.

Каждое четное число заканчивается одной из цифр 0, 2, 4, 6, 8.

Нечетные числа — это числа, не являющиеся кратными 2.

1, 3, 5, 7, 9, 11, ... — нечетные числа.

Каждое нечетное число заканчивается одной из цифр 1, 3, 5, 7, 9.



Ряд натуральных чисел начинается с 1. Следом за 1 идут попеременно в порядке возрастания четные и нечетные числа.

Вообще, для нахождения чисел, кратных натуральному числу n , достаточно умножить n на 1, 2, 3,

Числа $n \cdot 1$, $n \cdot 2$, $n \cdot 3$, ... кратны n .

49. 1) Что такое кратное натурального числа? А делитель?
- 2) Сколько делителей у числа 17? Сколько у него кратных?
- 3) Какое число называется четным? Нечетным? Какими цифрами они могут оканчиваться?
50. Выпишите все делители каждого из следующих чисел:
1) 30; 2) 19; 3) 36; 4) 54; 5) 59; 6) 62; 7) 89; 8) 95.
51. Верны ли следующие утверждения:
1) число 91 кратно 7; 2) 12 является делителем числа 1248?
52. Найдите все общие делители следующих чисел:
1) 36 и 24; 2) 15 и 48; 3) 18 и 42; 4) 76 и 57.
53. Отделите четные решения неравенства от нечетных:
1) $23 < x < 34$; 2) $34 < x \leq 43$; 3) $157 \leq z \leq 166$.
54. Какие из следующих чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20 будут делителями 9; 10; 12; 15; 18; 20? Запишите их по отдельности.
55. Найдите три натуральных числа, которые кратны одновременно:
1) 5 и 9; 3) 8 и 12 среди чисел, больших 100;
2) 16 и 48; 4) 6 и 15 среди чисел, меньших 100.
- 2) Проверьте справедливость свойств делимости чисел на четырех-пяти примерах (56–59):
56. Если один из сомножителей делится на некоторое число, то их произведение также делится на это число (свойство 1).
57. Если первое из чисел делится на второе, второе число делится на третье, то и первое число делится на третье (свойство 2).
58. Если каждое из двух натуральных чисел делится на одно и то же натуральное число, то и их сумма, и их разность делятся на это число (свойство 3).
59. Если одно из двух чисел делится на некоторое число, а второе не делится, то и их сумма и разность не делятся на это число (свойство 4).

60. Объясните на примерах: если число a делится на число b , а c есть произвольное натуральное число, то произведение $a \cdot c$ делится на произведение $b \cdot c$.
61. Объясните на примерах, почему:
- 1) среди делителей данного числа всегда имеются наибольший и наименьший делители;
 - 2) среди чисел, кратных данному числу, всегда найдется наименьшее, а наибольшего не существует?
62. Вычислите:
- 1) $(118 + 232) : 2$; 2) $(630 - 306) : 6$; 3) $(225 + 125) : 25$.
63. Найдите общие делители данных чисел:
- 1) 25 и 60; 2) 32 и 88; 3) 26 и 104; 4) 35 и 56.
64. Будет ли первое из чисел кратным второму:
- 1) 144 и 36; 2) 343 и 8; 3) 4 545 и 9; 4) 3 678 и 24?
65. Будет ли первое из чисел делителем второго:
- 1) 5 и 10; 2) 19 и 24; 3) 8 и 48; 4) 21 и 63?
66. Делится ли сумма чисел 16, 24 и 28 на 4? на 8?
67. Делится ли сумма $100 \cdot a + 10 \cdot b + 5$ на 2? на 5? на 10?
68. Вычислите:
- 1) $(220 + 300) : 10$; 2) $(105 + 510) : 5$; 3) $(770 + 220) : 11$.

2

Признаки делимости чисел на 10, на 5 и на 2



- Будут ли делиться на 5 числа, делящиеся на 10?
 - Будут ли делиться на 10 числа, делящиеся на 5?
 - Будут ли делиться на 5 числа, делящиеся на 2?
 - Будут ли делиться на 2 числа, делящиеся на 5?
- Сумеете ли сделать выводы? Приведите примеры.

Условие, позволяющее определить, делится ли некоторое число на заданное число, называется **признаком делимости**.

1. Признак делимости на 10.

Если число оканчивается на **0**, то такое число делится на **10**.

Натуральные числа, кратные 10



10, 20, 30, ...

Если последняя цифра числа отлична от **0**, то есть равна **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**, то такое число не делится на **10**.

Примеры. 1) Числа 100, 140, 300, 1 950, ... делятся на 10.
2) Числа 11, 12, 23, 34, 105, 316, 717, ... не делятся на 10.

2. Признак делимости на 5.

Если последняя цифра числа 0 или 5, то число делится на 5.

Натуральные числа, кратные 5



5, 10, 15, 20, ...

Если последняя цифра числа отлична от 0 или 5, то число не делится на 5.

Все числа, делящиеся на 10, делятся и на 5.

Примеры. 1) Числа 105, 110, 225, 320, ... делятся на 5;
2) числа 4, 21, 23, 48, 26, 97, 102, 2 019, ... не делятся на 5.

3. Признак делимости на 2.

Натуральные числа, кратные 2



2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...

Отсюда видно, что числа, кратные 2, оканчиваются цифрами 0, 2, 4, 6, 8. Эти цифры называются **четными цифрами**.

Оставшиеся цифры 1, 3, 5, 7, 9 называются **нечетными**.

Если последняя цифра числа — одна из цифр 0, 2, 4, 6, 8, то есть **четная цифра**, то такое число делится на 2.

Если последняя цифра числа — одна из цифр 1, 3, 5, 7, 9, то есть **нечетная цифра**, то такое число не делится на 2.

Натуральные числа, делящиеся на 2, называются **четными**, остальные натуральные числа называются **нечетными числами**.

Примеры. 1) 50, 102, 164, 566, 2 008, ... — **четные числа**, то есть делятся на 2.

2) Все числа, делящиеся на 10, делятся также и на 2.

3) 1, 3, 15, 27, 39, 2 011, 2 013, ... — **нечетные числа**, то есть не делятся на 2.

69. 1) Что вы понимаете под признаком делимости?

2) Какие числа делятся на 10; на 5; на 2? Объясните на примерах.

3) Число, делящееся на 10, делится также на 5 и на 2. Объясните почему.

70. 1) Запишите по четыре трехзначных числа, делящихся: 1) на 2; 2) на 5; 3) и на 2, и на 5.
71. Какие из чисел 58, 125, 180, 462, 1 020 и 2 725:
1) делятся на 2; на 5; на 10;
2) делятся на 2, но не делятся на 5;
3) делятся на 5, но не делятся на 2?
72. Делится ли произведение $51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot 54 \cdot 55 \cdot 56 \cdot 57$ на 10? А на 9?
73. При делении числа a на 2 в частном получилось 15. Покажите, что это число делится на 5, на 10.
74. Не повторяя цифр 2, 5 и 7, запишите все трехзначные числа, кратные: 1) 2; 2) 5.
75. 1) Если число, составленное из двух последних цифр данного числа, записанное без нарушения порядка следования его цифр, делится на 4, то само число также делится на 4.
Пример. Число, составленное из двух последних цифр числа 1 936, делится на 4 ($36 = 4 \cdot 9$), значит, и число 1936 делится на 4.
2) Справедливость этого утверждения проверьте на 4—5 примерах.
76. Сколько среди чисел, заключенных от 1 до 100, имеется чисел, не делящихся ни на 2, ни на 5?
77. Обратите внимание на две последние цифры чисел, кратных 100. Сформулируйте и запишите признак делимости на 100.
78. Из решений неравенств: 1) $125 < x < 140$; 2) $85 < x < 104$; 3) $217 < x < 240$ выпишите те, которые кратны 2; 5; 10.
79. 1) Какой цифрой оканчивается последний разряд произведения $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$? Будет ли произведение кратным 10? 42? 56?
2) Какими цифрами оканчиваются два последних разряда произведения $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11$? Будет ли произведение кратно 100? 99?
80. Каким числом можно заменить звездочку в разности $1\,653 - 78 *$, чтобы эта разность делилась: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10?
81. Какое из следующих выражений будет всегда нечетным, если k четно: 1) $k + 10$; 2) $5k + 11$; 3) $k^2 + 4$; 4) $k^3 + k$?
82. Какой цифрой оканчивается четное число, делящееся на 5? Какому из чисел всегда кратно такое число?
83. Найдите те из решений неравенств, которые кратны 2; 5; 10:
1) $34 < x < 53$; 2) $75 < x < 95$; 3) $115 < x < 132$.

84. Запишите наибольшее и наименьшее четырехзначные числа, которые делятся и на 2, и на 5.
85. Обратите внимание на последние две цифры чисел, кратных 25, и сформулируйте признак делимости на 25.
86. Каким числом следует заменить звездочку (*) для того, чтобы сумма $54* + 271$ делилась: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10?

3

Признаки делимости чисел на 9 и на 3



Верны ли высказывания:

- Нечетные числа кратны 3 и 9;
- Числа, оканчивающиеся на 3, делятся на 3;
- Числа, оканчивающиеся на 9, делятся на 9?
- Объясните на примерах.

Если сумма цифр данного числа делится на 9, то это число делится на 9.

Если сумма цифр данного числа не делится на 9, то это число не делится на 9.

Натуральные числа, кратные 9



9, 18, 27, ...

Пример 1. 1) Числа 3 258, 1 981, 2 025, 3 420, 9 009, 1 089 делятся на 9, так как суммы их цифр делятся на 9. Например, сумма цифр числа 2 025: $2 + 0 + 2 + 5 = 9$.

Но число 9 делится на 9. Точно так же число 3 429 делится на 9, так как сумма его цифр делится на 9: $3 + 4 + 2 + 9 = 18$. Число 18 делится на 9.

2) Числа 89, 1 735, 1991, 373, 2 012, 809, 967, 2 013 не делятся на 9, так как суммы их цифр не делятся на 9.

Если сумма цифр данного числа делится на 3, то это число делится на 3.

Если сумма цифр данного числа не делится на 3, то это число не делится на 3.

Натуральные числа, кратные 3



3, 6, 9, ...

Пример 2. 1) Числа 615, 702, 324, 6 024, 750 делятся на 3, так как суммы цифр этих чисел делятся на 3 (проверьте на примере).

2) Все числа, делящиеся на **9**, делятся также и на **3**.

3) Числа 8, 20, 107, 43, 709, 299, 332, 4 333 не делятся на **3**, потому что суммы их цифр не делятся на **3**.

87. 1) Сформулируйте признаки делимости на 9 и на 3 и приведите примеры.

? 2) Будет ли число, делящееся на 3, делиться также и на 9? Будет ли число, делящееся на 9, делиться также и на 3? Сделайте вывод.

88. Из чисел, меньших 100 и имеющих последнюю цифру, равную 3, выберите те, которые делятся на 3.

89. Делятся ли на 9 числа: 363, 454, 2 340, 5 463, 7 705, 3 777, 4 523? А на 3? Укажите числа, которые не делятся на 3. Почему?

90. Не выполняя деления, выясните, будут следующие числа делиться на 9 или нет:

1) 4 950; 2) 45 321; 3) 456 123; 4) 28 017.

91. Если при делении чисел: 1) на 3; 2) на 9 остатки от деления отличны от 0, будут ли суммы цифр этих чисел кратны 3; 9?

92. Какие из чисел: 1 485; 8 760; 42 033; 27 705; 50 130; 82 440; 37 461 делятся: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 5; 4) на 9? Назовите те из них, которые делятся на 3, но не делятся на 9. Выделите их.

93. 1) На какие еще числа делятся числа, кратные 2 и 3; 2) кратные 5 и 9? Попробуйте найти примеры.

94. Каких чисел больше среди трехзначных чисел: тех, которые кратны 3, или тех, которые кратны 4? На сколько больше?

95. Какие из решений неравенства кратны 9:

1) $453 < x < 500$; 2) $35 \leq y < 70$; 3) $44 < z \leq 72$?

96. Трехзначное число с первой цифрой 8 делится на 5 и на 2, но не делится на 9. Найдите все такие числа.

97. Трехзначное число со второй цифрой 4 делится на 9 и на 2, но не делится на 5. Найдите все такие числа.

98. Замените буквы *a* и *b* такими цифрами, чтобы в результате число $4a3b1$ делилось без остатка на: 1) 9; 2) 3. Найдите все возможные решения.

99. 1) Найдите значение неизвестной цифры (*), для которого сумма: 1) $*23 + 1*7$; 2) $2*0 + 35*$ делится: а) на 3; б) на 9.

- 100.** Воспользовавшись признаками делимости на 2, 3, 5 и 9, определите, делятся ли на них данные числа:
 1) 7 236; 2) 82 740; 3) 74 961; 4) 47 199.
- 101.** Какие цифры заменены звездочками, при которых:
 1) наименьшее значение суммы $(471 + 2 \cdot 3)$ делится на 3;
 2) наибольшее значение суммы $(741 + 2 \cdot 4)$ делится на 9?
- 102.** Какие из решений неравенства кратны 9:
 1) $120 < x < 170$; 2) $81 < y \leq 99$; 3) $63 \leq z \leq 117$?
- 103.** Делится ли на 6 сумма цифр четного числа, делящегося на 3? Поясните на примерах и сделайте вывод.
- 104.** Замените (*) цифрой, при которой сумма $202 + 2 \cdot 2$ делится: на 3; на 9.

4

Решение задач

- 105.** Будет ли первое из чисел делителем второго:
 1) 18 и 162; 3) 35 и 4 545; 5) 101 и 9 595;
 2) 31 и 248; 4) 281 и 566; 6) 327 и 327 327?
- 106.** Будет ли первое из чисел кратным второму:
 1) 864 и 16; 3) 2 418 и 73; 5) 9 828 и 28;
 2) 486 и 19; 4) 648 и 18; 6) 6 868 и 101?
- 107.** Запишите:
 1) 2 трехзначных четных числа, кратных 5;
 2) 2 трехзначных нечетных числа, кратных 5;
 3) 3 четырехзначных четных числа, не делящихся на 5;
 4) 3 четырехзначных нечетных числа, не делящихся на 5.
- 108.** Выпишите все удовлетворяющие неравенству: 1) четные числа; 2) нечетные числа:
 1) $28 < x < 39$; 3) $83 \leq y < 95$; 5) $100 \leq z < 111$;
 2) $42 \leq x \leq 51$; 4) $90 < y \leq 102$; 6) $109 \leq z \leq 121$.
- 109.** 1) Обязательно ли делятся на 10 числа, кратные: 1) 2; 2) 5? Приведите примеры и обоснуйте ваш ответ.
 2) На 10 делятся числа, кратные 2 и 5. Обоснуйте ответ.
- 110.** 1) Из значений x , удовлетворяющих неравенству $0 < x < 50$, найдите числа, кратные 5.

2) Найдите числа, кратные 10, среди решений неравенства $38 \leq x \leq 120$.

111. Найдите суммы цифр приведенных ниже чисел:

- 1) 144, 306, 279, 891, 114, 501, 708, 1 809, 9 081;
- 2) 12 345, 67 896, 9 753, 7 092, 8 604, 2 265, 7 002, 6 363.

Какие из них делятся на 9? Не делятся на 9, но кратны 3?

112. 1) Выпишите 4 пятизначных числа, которые делятся на 3, и прочитайте их.

2) Выпишите 4 трехзначных числа, кратных 9, и прочитайте их.

113. Выпишите все четырехзначные числа, составленные без повторений из цифр 0, 4, 5 и 6, которые делятся на:

- 1) 2; 2) 5; 3) 10.

114. Из задач Абу Али ибн Сино.

Если при делении числа на 9:

- 1) остатки равны 1, 4 или 7, то в таком случае при делении куба этого числа на 9 остаток будет равен 1;
- 2) остатки равны 2, 5 или 8, то в таком случае при делении куба этого числа на 9 остаток будет равен 8;
- 3) остатки равны 3 или 6, то в таком случае при делении куба этого числа на 9 остаток будет равен 0.
- 4) Если из куба вычесть первую степень числа, то число $n^3 - n$ делится на 6 без остатка при любом натуральном n .

Каждое из этих утверждений, доказанных Абу Али ибн Сино, проверьте на 4—5 примерах.

115. 1) Какой цифрой оканчивается четное число, кратное 5?

2) Какой цифрой оканчивается число, кратное 9, если оно:
а) четное число; б) нечетное число?

В каждом случае приведите пример. Решение с объяснениями занесите в свою тетрадь.

116. Для каких значений цифр a и b пятизначное число $3a06b$ кратно: 1) 3; 2) 9?

Запишите все случаи.

117. Верны ли утверждения:

- ❓ если ни одно из двух чисел не кратно числу n , то: 1) их сумма не будет кратной n ; 2) их разность не будет кратной n ? Объясните на примерах. Решение с объяснениями занесите в свои тетради.

118. Решите уравнение:

1) $(50x - 85) : 9 + 48 = 83$; 2) $222 - (560 : y + 43) = 99$.

119. 1) Какой цифрой оканчивается нечетное число, кратное 5?
2) Какой цифрой может оканчиваться число, кратное 3, если оно: а) четное число; б) нечетное число? Приведите примеры. Запишите результаты в тетрадь.
120. 1) Запишите 3 числа, составленных только из цифры 7, которые делятся на 3.
2) Запишите 3 числа, составленных только из цифры 6, которые делятся на 3.
121. При каких значениях цифр a и b четырехзначное число $ba5b$: 1) кратно 3; 2) кратно 9? Рассмотрите все случаи.
122. Составьте все четырехзначные числа, кратные 9, используя без повторений только цифры 0, 4, 6 и 8.
123. Составьте все четырехзначные числа, кратные 3, используя без повторений только цифры 0, 1, 2 и 3.

5

Простые и составные числа

Каждое натуральное число, как известно, делится на 1 и само на себя:

$$n : 1 = n; \quad n : n = 1.$$

Натуральное число 1 имеет только один делитель. Этот делитель есть само число 1:

$$1 : 1 = 1.$$

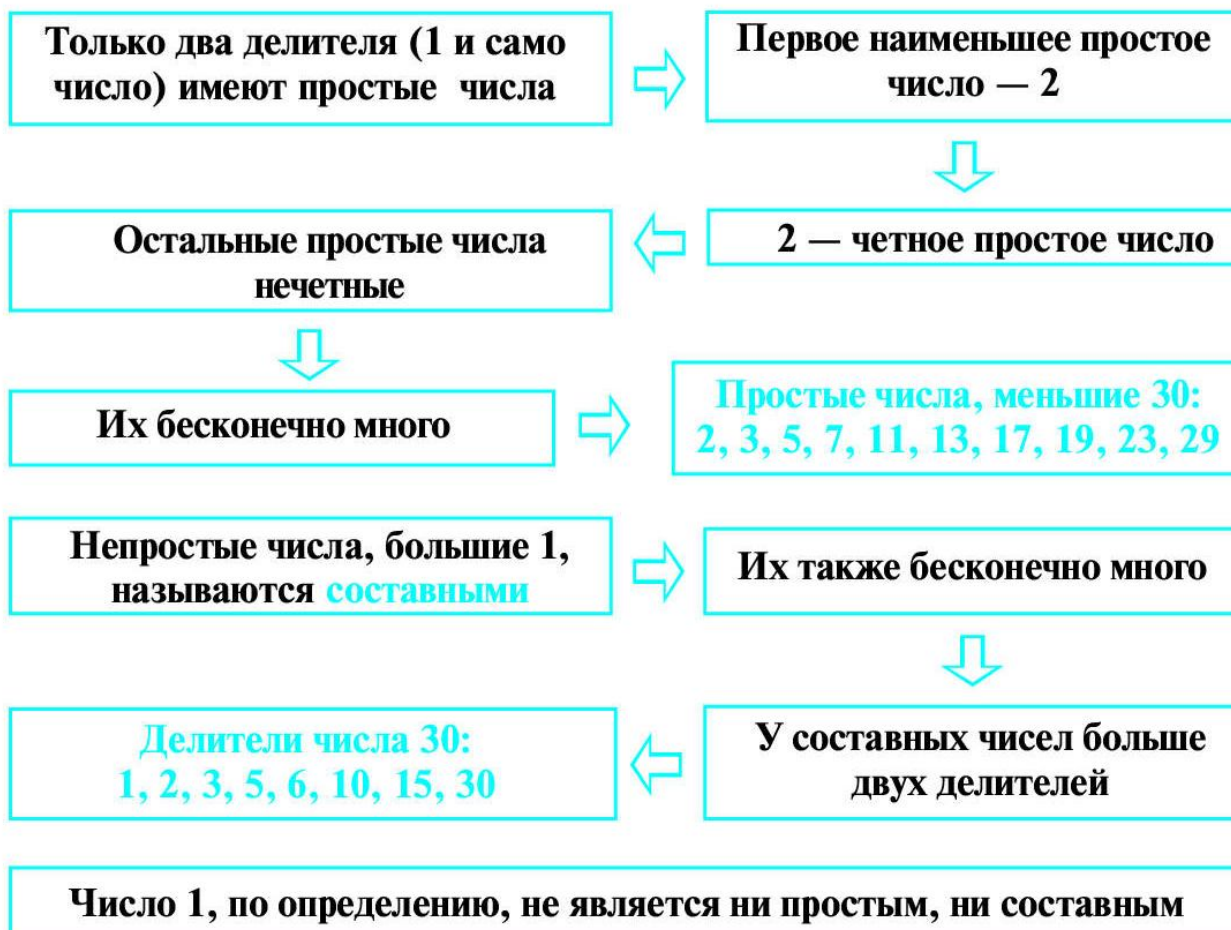
Числа 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... имеют по 2 делителя: 1 и само это число:

$$2 : 1 = 2; \quad 2 : 2 = 1; \quad 13 : 1 = 13; \quad 13 : 13 = 1.$$

Такие числа называются **простыми**.

Но кроме того, натуральное число может иметь и более двух делителей.

У числа 12 больше двух делителей: это числа 1, 2, 3, 4, 6, 12.



124. 1) Какие числа называются простыми?

? 2) Какие числа называются составными?

3) Какое натуральное число не является ни простым, ни составным?

125. Выпишите делители чисел 58, 60, 88, 121, 196.

126. Почему следующие произведения будут составными числами:

1) $490 \cdot 33$; 2) $65 \cdot 29$; 3) $27 \cdot 24$; 4) $105 \cdot 17$?

127. Найдите все простые числа, являющиеся решениями неравенств:

1) $45 < x < 90$; 3) $25 < z \leq 73$; 5) $34 \leq z < 62$;
 2) $28 < y < 60$; 4) $47 \leq k \leq 80$; 6) $59 \leq k \leq 83$.

128. При каких значениях натурального числа a число $83 \cdot a$:

1) будет простым числом; 2) будет составным числом?



-  Будет ли простым числом сумма простого и составного чисел?
-  Будет ли простым числом сумма двух простых чисел?
-  Будет ли составным числом сумма 3 последовательных чисел?

- 129.** Используя признаки делимости на 2, 3 и 5, покажите, что числа: 1) 708; 2) 873; 3) 3 302; 4) 8 415; 5) 111 111 являются составными.
- 130.** В поезде было 936 пассажиров. Мужчин было в 7 раз, а женщин в 5 раз больше, чем детей. Сколько детей ехало в поезде?
- 131.** Число, равное сумме всех своих делителей, кроме самого числа, называется **совершенным числом**.
Например, 6 — совершенное число, так как $6 = 1 + 2 + 3$.
Будут ли числа 28; 496 совершенными числами? Проверьте.
- 132.** Все четные числа от 12 до 20 включительно представьте в виде разностей двух простых чисел.
Образец: $18 = 23 - 5 = 29 - 11 = \dots$
- 133.** Среди чисел: а) 48; б) 192; в) 2; г) 32 найдите наименьшее общее кратное чисел 12 и 16.
- 134.** Выберите из данных ниже чисел простые и составные числа: 17; 22; 31; 35; 41; 47; 222; 241; 308 и 312. Обоснуйте решение.
- 135.** Найдите простые числа, удовлетворяющие неравенствам:
1) $10 < x < 18$; 3) $34 < z \leq 42$; 5) $41 \leq z < 59$;
2) $23 \leq y < 34$; 4) $24 \leq k \leq 32$; 6) $60 \leq k \leq 79$.
- 136.** При каких значениях числа a произведение $29 \cdot a$ будет:
1) простым числом; 2) составным числом?

6

Разложение натуральных чисел на простые множители

Делители числа 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Среди них числа 2 и 3 — простые числа. Если делители натурального числа n — простые числа, то они называются **простыми делителями** числа n .

Каждое составное число может быть представлено в виде произведения простых делителей или степеней простых делителей.

Например, $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$; $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$;

$26 = 2 \cdot 13$; $54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3$.

Правые части этих равенств — это разложения чисел 18, 26; 36, 54 в **произведения простых делителей**.

Если составное число представлено в виде произведения его простых делителей, то говорят, что составное число разложено в **произведение простых делителей**.

Пример. Разложите число 60 в произведение простых делителей.

Решение. 1-й способ. Делим число 60 на простые числа:

1-й шаг. 60 делится на простое число 2: $60 : 2 = 30$.

2-й шаг. 30 делится на простое число 2: $30 : 2 = 15$.

3-й шаг. 15 делится на простое число 3: $15 : 3 = 5$.

4-й шаг. 5 делится на простое число 5: $5 : 5 = 1$.

Значит, $60 = 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

Обычно процесс разложения коротко записывается так:

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

Таким образом,
разложение числа 60
в произведение
простых множителей:
 $60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$

2-й способ: 60 представляем в виде произведения двух составных чисел:

$60 = 4 \cdot 15$

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

У числа 60 число всех делителей равно 12:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

137. 1) Каким образом натуральное число разлагается в произведение простых множителей? Приведите примеры.

2) Можно ли разложить любое натуральное число в произведение простых множителей?

138. Разложите числа 28, 44, 64, 75, 49, 81, 345 и 648 в произведения простых множителей.

139. Найдите для чисел 2 240, 2 178, 7 272, 8 049 и 9 216 разложения в произведения простых множителей.

140. Разложите 4 000 и 10 400 в произведения простых множителей. Какие простые множители участвуют в этих разложениях и сколько раз они повторяются?

141. Какими числами нужно заменить звездочки:

1) $225 = 3 \cdot 3 \cdot * \cdot 5$;

3) $210 = * \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;

2) $308 = 2 \cdot * \cdot 7 \cdot 11$;

4) $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot *$?

142. Выпишите все делители числа a , если:

1) $a = 2 \cdot 5 \cdot 7$;

2) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$.

143. Найдите частное от деления a на b , если:

1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$; $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$;

2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$; $b = 490$.

144. Какие простые делители обязательно будут участвовать в разложении числа, если сумма его цифр кратна: 1) 3; 2) 9?

145. Выпишите общие делители разложений: 1) $2^2 \cdot 5^2$ и $2^2 \cdot 5$; 2) $3^2 \cdot 5$ и $3 \cdot 5^2$. Какие из них — простые числа?

146. Пусть один из простых множителей равен:

1) 7;

2) 17;

3) 19;

4) 31.

Второй множитель является отличным от них двузначным простым делителем. Выпишите все такие множители.

147. Числа: 1) 43; 2) 71 представьте несколькими способами в виде сумм 3 простых слагаемых.

Например, $11 + 43 + 17 = \dots = 71$; $11 + 13 + 19 = \dots = 43$.

148. Существуют ли треугольники, длины сторон которых — натуральные числа, а периметры являются простыми числами? Приведите примеры.

149. Для каких натуральных чисел n числа:



1) $50 + n$;

2) $17 + n$;

3) $35 + n$;

4) $10 + n$

разлагаются в произведения наименьшего числа простых множителей?

150. Объем прямоугольного параллелепипеда равен $1\,001\text{ см}^3$,



длины ребер выражаются простыми числами. Найдите:

1) длины всех ребер;

2) площадь его поверхности.

151. На листе бумаги написано число 606. Что надо сделать для того, чтобы увеличить его в 1,5 раза?

606

152. Покажем, как найти число всех натуральных делителей числа 720.

Решение. 1-й шаг. Представим 720 в виде произведения степеней простых множителей:

$$720 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^1.$$

2-й шаг. Прибавим к показателям степеней каждого из множителей по 1 и найдем произведение: $(4+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1)$.

3-й шаг. Это и есть искомое число делителей:

$$(4+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30.$$

Ответ: Число всех делителей числа 720 равно 30.



Правильно ли выполнено разложение на множители:

-  1) $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$;
-  2) $112 = 4 \cdot 28 = 4 \cdot 4 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^4 \cdot 7$;
-  3) $48 = 4^2 \cdot 3$;
-  4) $84 = 3 \cdot 4 \cdot 7$;
-  5) $216 = 6^3$;
-  6) $200 = 8 \cdot 25$?

153. Найдите число всех натуральных делителей:

- 1) 28; 2) 47; 3) 100; 4) 999; 5) 1 024.

154. Какая цифра должна быть поставлена вместо (*) в записи четырехзначного числа $273*$, для того чтобы это число делилось: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 3; 4) на 9?

155. Разложите на простые множители:

- 1) 512; 2) 686; 3) 666; 4) 5 175; 5) 1 001.

156. 1) Разложите числа: 1) 1 248; 2) 2 235; 3) 10 002; 4) 6 040 на простые множители. Какое из простых чисел 2, 3, 5 присутствует в их разложении? Объясните почему.

157. Найдите все делители числа n , если n — одно из чисел:
1) $n = 3 \cdot 5 \cdot 11$; 2) $n = 2 \cdot 7 \cdot 13$; 3) $n = 2 \cdot 3 \cdot 19$; 4) $n = 5 \cdot 7 \cdot 17$.

158. Периметр треугольника равен 59 см. Длины его сторон выражаются простыми числами. Какими они могут быть?

159. Найдите все натуральные делители числа 56 и выпишите те из них, которые являются простыми числами.

160. Найдите число всех натуральных делителей чисел:

- 1) 20; 2) 31; 3) 120; 4) 333; 5) 1 000.

161. Выполните действия: $85\,470 : 111 + 9\,603 : 97 - 76$.

7

Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа



Для подарков купили 155 конфет, 124 яблока и 93 груши. Все подарки одинаковы. Сколько учеников получили подарки? Сколько конфет, яблок и груш в каждом подарке?



Выпишем все делители чисел 24 и 90 :

24	1	2	3	4	6	8	12	24				
90	1	2	3	5	6	9	10	15	18	30	45	90

Делители **1, 2, 3, 6** будут общими делителями чисел 24 и 90.

Наибольший из них равен **6**. Число **6** называется **наибольшим общим делителем** чисел **24** и **90**.

Наибольший общий делитель натуральных чисел m и n обозначается следующим образом: НОД (m , n).

Наибольшим общим делителем натуральных чисел m и n называется произведение наименьших степеней их общих простых делителей.

Итак, $\text{НОД}(24, 90) = 2 \cdot 3 = 6$.

Пример 1. Найти НОД (84; 96).

Решение.

$$\begin{array}{r|l}
 84 & 2 \\
 42 & 2 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}
 \Rightarrow 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 96 & 2 \\
 48 & 2 \\
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}
 \Rightarrow 96 = 2^5 \cdot 3$$

$\text{НОД}(84, 96) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

На основании этого можно прийти к следующему выводу:

Для нахождения НОД (m , n):

1-й шаг. Находим разложения m и n на простые множители.

2-й шаг. Из двух разложений чисел на простые множители выбирается наименьшая степень каждого общего множителя, после чего эти степени перемножаются.

3-й шаг. Находим результат умножения.

Это произведение и будет НОД (m , n).

Пример 2. $m = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11$ и $n = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 13$, тогда

$\text{НОД}(m, n) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$.

Пример 3. Найти НОД (216, 36).

Решение. 216 делится на 36: $216 = 36 \cdot 6$. $\text{НОД}(216, 36) = 36$.

Если $m > n$ и большее из чисел m и n делится на меньшее, то $\text{НОД}(m, n) = n$.

Пример 4. Найти НОД (15, 46).

Решение.

15	3	46	2
5	5	23	23
1		1	

$15 = 3 \cdot 5$ $46 = 2 \cdot 23$

У чисел 15 и 46 нет общих простых делителей. В таком случае единственным общим делителем 15 и 46 будет 1. Значит,
 $\text{НОД}(15, 46) = 1$.

Натуральные числа, не имеющие общих делителей, кроме 1, называются взаимно простыми. НОД таких чисел равен 1.

Числа 27 и 20; 24 и 25; 36 и 49; 9 и 10 — взаимно простые числа.

Два последовательных натуральных числа всегда взаимно просты.

Например, 20 и 21, 14 и 15 — взаимно простые числа. Их наибольший общий делитель равен 1.

162. 1) Что вы имеете в виду, говоря об общем делителе двух чисел? О наибольшем общем делителе двух чисел? Как он обозначается?

2) Как найти общие делители двух чисел, если известен их наибольший общий делитель?

3) Какие числа называются взаимно простыми? Чему равен их НОД? Приведите примеры.

163. Найдите наибольший общий делитель чисел:

1) 65 и 195; 2) 105 и 28; 3) 1 001 и 1 503.

164. 1) Покажите, что следующие числа взаимно простые:

а) 52 и 711; б) 99 и 91; в) 1 000 и 2 013.

2) Покажите, что числа не являются взаимно простыми:

а) 822 и 711; б) 444 и 185; в) 1 001 и 637.

165. Найдите наибольший общий делитель следующих чисел:

1) 54, 36 и 99; 3) 7, 15 и 38; 5) 324, 286 и 432;

2) 30, 50 и 70; 4) 56, 84 и 126; 6) 215, 435 и 600.

Образец: $\text{НОД}(108, 117, 2\,089)$.

$108 = 9 \cdot 12$; $117 = 9 \cdot 13$; $2\,089 = 9 \cdot 232$.

Таким образом, $\text{НОД}(108, 117, 2\,089) = 9$. Ответ: 9.

166. Найдите $\text{НОД}(a, b)$:

1) $a = 2^2 \cdot 5^3 \cdot 17$; $b = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 13$; 2) $a = 2^5 \cdot 3^2$; $b = 2^3 \cdot 3^4$;



$$3) a = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11; \quad b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11^2;$$

$$4) a = 5^4 \cdot 7 \cdot 11; \quad b = 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13.$$

167. Верно ли, что НОД (56, 224) = 112? Не выполняя вычислений, **?** определите, верно ли найден НОД (56, 224).

168. Заменяя букву A цифрой, звездочки — знаками арифметических действий (не обязательно одинаковыми), расставьте скобки так, чтобы выполнялось равенство $AAA * A * A = 1998$. **?**

169. Для чисел 24 и 60 найдите число их общих делителей.

Решение. 1) НОД (24, 60) = 12; 2) $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^1$.

3) Прибавив к показателю каждой из степеней число 1, составим произведение: $(2 + 1) \cdot (1 + 1) = 3 \cdot 2 = 6$. Ответ: 6.

170. Найдите число общих делителей чисел:

1) 48 и 72; 2) 50 и 150; 3) 18 и 81; 4) 80, 120 и 140.

171. Запишите все правильные дроби со знаменателем 15, числители и знаменатель которых будут взаимно простыми.

172. Запишите все неправильные дроби с числителем 20, числитель и знаменатели которых будут взаимно простыми.

173. Из ряда натуральных чисел от 20 до 30 включительно выпишите по отдельности взаимно простые числа.

174. Представьте числа 20; 38; 54; 49 и 100 в виде сумм нечетных чисел.

175. Найдите НОД для: 1) трехзначных; 2) четырехзначных чисел, составленных из одинаковых цифр.

176. Найдите:

1) НОД (50, 60);

3) НОД (225, 50);

2) НОД (21, 84);

4) НОД (93, 85).

177. Найдите:

1) НОД (35, 55, 45);

3) НОД (102, 216, 444);

2) НОД (62, 74, 212);

4) НОД (522, 555, 75).

178. Сколько чисел, взаимно простых с числом 6, среди первых 30 натуральных чисел? С числом 7? С числом 29?

179. Запишите все правильные дроби со знаменателем 18, числители и знаменатель которых взаимно простые.

180. Пусть:

1) $a = 2 \cdot 3^2 \cdot 5; b = 2^2 \cdot 5^4 \cdot 7;$

3) $a = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5; b = 2 \cdot 3 \cdot 5^3;$

2) $a = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 19; b = 3^2 \cdot 5^3 \cdot 17;$

4) $a = 7 \cdot 11^2; b = 7^2 \cdot 13.$

Найдите НОД (a, b).

Выпишем кратные чисел 36 и 48:

Кратные 36	36	72	108	144	180	216	252	288	...
Кратные 48	48	96	144	192	240	288	336	384	...

Среди этих чисел в каждом ряду имеются равные:

$$144, 288, 432, \dots$$

Они являются общими кратными чисел 36 и 48.

Общие кратные чисел 36 и 48 имеют вид: $144 \cdot k$, где k — произвольное натуральное число.

Однако число **144** является наименьшим среди всех общих кратных чисел 36 и 48. Мы назовем число **144** **наименьшим общим кратным** чисел 36 и 48.

Пусть m и n — натуральные числа. Наименьшее из натуральных чисел, которое делится на каждое из них, называется *наименьшим общим кратным чисел m и n* и обозначается **НОК (m, n).**

Итак, **НОК (36, 48) = 144.**

Опишем два способа нахождения наименьшего общего кратного.

Пример 1. Найти НОК (15, 12).

1-й способ. 15 — большее из этих чисел. Выписывая последовательные кратные этого числа, проверим, делятся ли они на 12:

$$15 \cdot 1 = 15 \text{ — не делится на } 12;$$

$$15 \cdot 2 = 30 \text{ — не делится на } 12;$$

$$15 \cdot 3 = 45 \text{ — не делится на } 12;$$

$$15 \cdot 4 = 60 \text{ — делится на } 12.$$

Таким образом, **НОК (15, 12) = 60.**

2-й способ. Разложим 5 и 12 на простые множители:

$$15 = 3 \cdot 5, \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3.$$

НОК (15, 12) — это число, которое делится и на 15, и на 12. Поэтому в его разложении на простые множители встречаются множители, не являющиеся общими. Общие простые множители берутся по одному.

Значит, **НОК (15, 12) = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.**

3-й способ. 1-й шаг. Найдем произведение 15 и 12:

$$15 \cdot 12 = 180.$$

2-й шаг. Найдем НОД (15, 12); $\text{НОД}(15, 12) = 3$.

3-й шаг. $180 : 3 = 60$. $\text{НОК}(15, 12) = 60$.

3-й способ в общем виде можно описать так:

$$\text{НОД}(m, n) = (m \cdot n) : \text{НОК}(m, n),$$

$$\text{НОК}(m, n) \cdot \text{НОД}(m, n) = m \cdot n.$$

Пример 2. Найти НОК (20, 33).

$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ и $33 = 3 \cdot 11$ — взаимно простые числа, не имеющие общих простых делителей. Тогда $\text{НОК}(20, 33) = 20 \cdot 33 = 660$.

**m и n — взаимно простые числа, то есть $\text{НОД}(m, n) = 1$.
В таком случае, $\text{НОК}(m, n) = m \cdot n$.**

Пример 3. Найти НОК (240, 60).

Решение. $240 = 4 \cdot 60$, т. е. 240 делится на 60. В таком случае, $\text{НОК}(240, 60) = 240$.

Пусть m и n — натуральные числа и $m > n$. Если число m делится на n , то $\text{НОК}(m, n) = m$.

- 181.** 1) Что такое общее кратное двух чисел? Что такое наименьшее общее кратное? Как оно обозначается?
2) Как найти любое общее кратное двух чисел, если известно их наименьшее общее кратное?
3) Чему равно НОК двух взаимно простых чисел?
4) В каком случае одно из двух чисел является их НОК?
- 182.** Ткань продают отрезами по 4 м и 5 м. Укажите наименьшую длину рулона ткани в метрах, чтобы не оставалось кусков ткани.
- 183.** Выпишите по три числа, для которых наименьшее общее кратное равно: 1) 10; 2) 15; 3) 26; 4) 60.
- 184.** Найдите наибольший общий делитель чисел a и b :
1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 7$; $b = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;
2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$; $b = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$;
3) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$; $b = 2 \cdot 3 \cdot 5$;
4) $a = 2 \cdot 2 \cdot 5$; $b = 2 \cdot 5 \cdot 23$.
- 185.** Найдите НОД и НОК для чисел a и b :
1) $a = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 19$; $b = 2^2 \cdot 5^3 \cdot 9^2$; 3) $a = 2^4 \cdot 5$; $b = 5^2 \cdot 7^2$;
2) $a = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 17$; $b = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 17^2$; 4) $a = 3^4 \cdot 5^3$; $b = 2^3 \cdot 3^3$.

186. Заполните таблицу и сделайте вывод:

a	18	45	52	200	312	400
b	27	48	55	80	224	400
НОД (a, b)	9					
НОК (a, b)	54					
$a \cdot b$	486					
НОД (a, b) · НОК (a, b)	486					

187. Покажите, что произведение трех последовательных чисел делится на 6; произведение четырех последовательных чисел делится на 24.

188. Найдите:

1) НОК (720, 324, 360); 3) НОК (106, 159, 530);

2) НОК (22, 110, 330); 4) НОК (28, 70, 140).

5) Произведение двух чисел равно 2 890, их наибольший общий делитель равен 17. Найдите НОК этих чисел.

189. Произведение двух чисел равно 360, их наибольший общий делитель равен 5. Найдите НОК этих чисел.

190. Числа a и b не делятся друг на друга. Найдите эти числа, если НОД (a, b) = 14 и НОК (a, b) = 630.

191. Длина окружности переднего колеса арбы 135 см, а заднего — 225 см. Какое наименьшее расстояние проедет арба, если переднее и заднее колеса совершили целое число оборотов?

192. Для двух, не делящихся друг на друга, чисел: 1) НОК = 432, НОД = 72; 2) НОК = 60, НОД = 4. Найдите эти числа.

193. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

1) 7 и 19; 2) 52 и 39; 3) 12 и 35; 4) 210 и 35.

194. Найдите НОК (a, b), если:

1) $a = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$; $b = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17$; 3) $a = 3^2 \cdot 5^3$; $b = 3^2 \cdot 5^2$;

2) $a = 5^2 \cdot 7 \cdot 19$; $b = 5 \cdot 7^2 \cdot 19$; 4) $a = 3 \cdot 7 \cdot 11$; $b = 3^2 \cdot 7 \cdot 11$.

195. Найдите:

1) НОК (45, 90, 180); 3) НОК (25, 75, 100);

2) НОК (4, 24, 36); 4) НОК (30, 45, 225).

- 196.** Для двух чисел, не делящихся друг на друга:
- 1) НОК равно 420, НОД равен 6;
 - 2) НОК равно 504, НОД равен 36. Найдите эти числа.
- 197.** Ткань продают отрезами по 5 м или 7 м. Найдите наименьшую длину рулона ткани в метрах, чтобы после продажи не оставалось кусков ткани.
- 198.** Шаг Мамуры — 54 см, шаг Рухсоры — 63 см. Через какое кратчайшее расстояние их следы совпадут?

9

Решение задач

- 199.** Какие из следующих чисел: 22; 35; 43; 47; 48; 163; 331; 333; 1 000; 1 001 простые? Какие составные?
- 200.** Найдите решения неравенств, состоящих из простых чисел:
- 1) $2 \leq x \leq 17$;
 - 2) $23 \leq x \leq 37$;
 - 3) $100 < x \leq 113$;
 - 4) $x < 23$.
- Можно воспользоваться таблицей простых чисел.
- 201.** Разложите числа в произведения простых чисел:
- 1) 70;
 - 2) 126;
 - 3) 225;
 - 4) 375;
 - 5) 444;
 - 6) 4 026.
- 202.** Представьте числа в виде произведений простых чисел:
- 1) 148;
 - 2) 196;
 - 3) 256;
 - 4) 729;
 - 5) 621;
 - 6) 999.
- 203.** При разложении чисел в произведения простых напишите все двузначные числа, составленные:
- 1) из двух одинаковых множителей;
 - 2) из трех одинаковых множителей.
- 204.** Приведите по 4—5 примеров чисел, составленных из:
- 1) двух различных множителей;
 - 2) трех различных множителей.
- 205.** Найдите все делители чисел:
- 1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$;
 - 2) $b = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$;
 - 3) $a = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 17$.
- 206.** Какие числа можно поставить вместо звездочек:
- 1) $450 = 2 \cdot 3 \cdot * \cdot * \cdot 5$;
 - 2) $426 = 2 \cdot 3 \cdot *$;
 - 3) $320 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot * \cdot * \cdot * \cdot 5$;
 - 4) $1\,250 = 2 \cdot 5 \cdot * \cdot * \cdot * \cdot *$?
- 207.** Приведите четыре или пять примеров:
- 1) правильных дробей;
 - 2) неправильных дробей, числители и знаменатели которых — взаимно простые числа.

208. Найдите наибольшие общие делители чисел:

- 1) 24 и 36; 2) 25 и 225; 3) 96 и 256; 4) 32 и 48.

209. Найдите:

- 1) НОД (75, 150, 225); 3) НОД (81, 90, 126);
2) НОК (135, 162, 270); 4) НОК (45, 90, 135).

210. Найдите наименьшее общее кратное:

- 1) 8 и 10; 2) 12 и 48; 3) 25 и 12; 4) 75 и 45.

211. Разложите числа в произведения простых чисел:

- 1) 777; 2) 2 448; 3) 612; 4) 9 999; 5) 4 545.

212. Найдите наибольший общий делитель:

- 1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$; $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$;
2) $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$; $b = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 7$.

213. Найдите наименьшее общее кратное:

- 1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$; $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$;
2) $a = 3^2 \cdot 5^3$; $b = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.

214. Найдите НОД числителя и знаменателя каждой из дробей:

$$\frac{5}{10}, \quad \frac{21}{28}, \quad \frac{44}{55}, \quad \frac{26}{39}, \quad \frac{45}{75}, \quad \frac{66}{121}, \quad \frac{90}{324}, \quad \frac{768}{1024}.$$

Тест

1

Проверьте себя!

1. Сколько простых чисел среди данных чисел:

1; 2; 3; 15; 17; 23; 49; 64; 121; 304; 324; 1 001?

- А) 3. Б) 4. В) 5. Г) 7.

2. Сколько делителей у числа 36?

- А) 5. Б) 7. В) 8. Г) 9.

3. Сколько общих делителей у чисел 56 и 16?

- А) 4. Б) 3. В) 2. Г) 5.

4. Выписаны подряд 35 натуральных чисел: 123...3435. Найдите остаток при делении этого числа на 25.

- А) 15. Б) 20. В) 5. Г) 10.

5. На какое из данных чисел делится число 1 782 753?

- А) 3. Б) 10. В) 5. Г) 9.

6. Какая из пар чисел состоит из взаимно простых чисел?
 А) (6; 8). Б) (9; 25). В) (12; 15). Г) Все.
7. Найдите НОД (168, 234, 60).
 А) 168. Б) 231. В) 60. Г) 6.
8. Найдите наименьшее общее кратное чисел 8 и 10.
 А) 8. Б) 10. В) 40. Г) 18.
9. Пусть a и b — любые натуральные числа. На которое из данных ниже чисел выражение $2a + 8b$ делится без остатка?
 А) 2. Б) 4. В) 3. Г) 10.



Исторические сведения

Признаки делимости чисел, простые числа и вопрос о распределении простых чисел в ряду натуральных привлекали внимание математиков с древнейших времен.

Древнегреческий ученый **Евклид** (III век до н. э.) доказал, что простых чисел бесконечно много, и предложил алгоритм нахождения НОД двух натуральных чисел.

Метод построения таблицы простых чисел предложил древнегреческий математик **Эратосфен** (III век до н. э.). Этот метод заключается в следующем: начиная с 2 до некоторого натурального числа, например, до 100, выписываются подряд все натуральные числа, и из этого списка вычеркиваются составные числа. Оставшиеся невычеркнутыми будут простые числа. Эратосфен записал на папирусе, заключенном в рамку, 100 первых натуральных чисел, выколол все составные и 1, оставшиеся невыколотыми являются простыми числами.

Эратосфен как бы просеивал все 100 натуральных чисел через решето: выпавшие числа были составными, оставшиеся — простыми. Поэтому предложенный им способ называется **«Решето Эратосфена»**.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100					

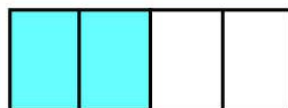
§ 2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

10

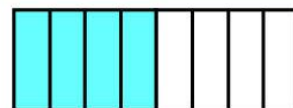
Основное свойство дробей



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{4}{8}$$

Поясните, почему равны окрашенные доли.

Срисуйте в свои тетради данные рисунки. Одинаковые четырехугольники поделены на две, четыре и восемь равных частей.

Иными словами, окрашены их $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ и $\frac{4}{8}$ части.

На рисунке наглядно показано равенство $\frac{1}{2}$ части прямоугольника $\frac{2}{4}$ его частям: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

Точно так же очевидно равенство $\frac{2}{4}$ частей прямоугольника его $\frac{4}{8}$: $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$. Таким образом, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Вместе с тем: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}$; $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$.

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ и $\frac{4}{8}$ — это **различные записи одного и того же числа**.

Если числитель и знаменатель дроби умножены на одно и то же число, то получится дробь, равная данной дроби.

Это свойство называется *основным свойством дроби*.

С помощью этого свойства можно получить дроби, равные произвольной исходной дроби.

Равенство $\frac{k}{n} = \frac{k \cdot m}{n \cdot m}$ выражает основное свойство дроби.

Примеры. 1) $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$; 2) $4 = \frac{4}{1} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 3} = \frac{12}{3}$.

$$3) \frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{15}{35};$$

$$4) 1 = \frac{1}{1} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 3} = \frac{3}{3}.$$

215. 1) Изменится ли значение дроби, если ее числитель и знаменатель умножить на одно и то же число?

2) В чем заключается основное свойство дроби? Объясните на примерах.

216. Объясните, почему верны равенства:

$$1) \frac{1}{4} = \frac{4}{16}; \quad 2) \frac{3}{7} = \frac{15}{35}; \quad 3) \frac{5}{9} = \frac{15}{27}; \quad 4) \frac{1}{10} = \frac{5}{50}.$$

217. На какое число умножены числитель и знаменатель дроби?

$$1) \frac{1}{8} = \frac{3}{24}; \quad 2) \frac{4}{5} = \frac{28}{35}; \quad 3) \frac{1}{2} = \frac{8}{16}; \quad 4) \frac{7}{8} = \frac{49}{56}.$$

218. Данные дроби замените дробями со знаменателем 24:

$$\frac{1}{2}; \quad \frac{2}{3}; \quad \frac{3}{4}; \quad \frac{1}{6}; \quad \frac{7}{8}; \quad \frac{5}{12}; \quad \frac{3}{8}; \quad \frac{11}{12}.$$

219. Разделите прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см на 6 равных частей. Закрасьте его $\frac{5}{6}$ частей. Используя чертеж, покажите, что $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{20}{24}$.

220. Дробь $\frac{2}{7}$ замените дробями со знаменателями 14; 21; 35; 42; 63; 70; 84; 77; 98.

221. Выпишите 4 дроби, равные дроби $\frac{5}{7}$.

222. Подберите 4 дроби, равные: 1) $\frac{4}{9}$; 2) $\frac{5}{12}$, но с числителями и знаменателями, которые больше данных.

223. 1) Сколько $\frac{1}{16}$ частей в каждой из дробей: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$?

2) Сколько $\frac{1}{18}$ частей в каждой из дробей: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$?

224. Объясните равенства дробей:

$$1) \frac{7}{9} \text{ и } \frac{21}{27}; \quad 2) \frac{5}{28} \text{ и } \frac{25}{140}; \quad 3) \frac{1}{5} \text{ и } \frac{13}{65}; \quad 4) \frac{9}{11} \text{ и } \frac{36}{44}.$$

225. Решите уравнение: 1) $\frac{3}{4} = \frac{15}{x+7}$; 2) $\frac{5}{9} = \frac{x-3}{27}$; 3) $\frac{x+1}{24} = \frac{5}{8}$.

226. Дополните записи: $\frac{4}{5} = \frac{*}{10} = \frac{*}{15} = \frac{*}{20} = \frac{*}{25} = \frac{*}{30} = \frac{*}{35} = \frac{*}{40}$.

227. Задача на исследование. Верно ли утверждение: «Если сумма $a + b$ делится на 7, то тогда трехзначные натуральные числа вида $\overline{aba}$ также делятся на 7»? Обоснуйте свой ответ. Если утверждение верно, найдите все решения.

У к а з а н и е . Воспользуйтесь тем, что $a + b = 1 + 6 = 2 + 5 = \dots$.

228. Начертите квадрат 10 см х 10 см. Каждую из его сторон разделите на 10 равных частей одинаковой длины. Точки деления соедините отрезками, параллельными сторонам квадрата, и проверьте справедливость равенств:

1) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$; 2) $\frac{1}{5} = \frac{20}{100}$; 3) $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$; 4) $\frac{1}{25} = \frac{4}{100}$.

229. Какой цифрой может оканчиваться многозначное простое число?

?

А) 1, или 3, или 5, или 7, или 9;

Б) 1, или 3, или 7, или 9; В) любой.

230. Найдите дроби с указанными знаменателями, равные данному:

1) $\frac{4}{3}$ со знаменателем 15; 3) $\frac{16}{25}$ со знаменателем 200;
2) $\frac{8}{9}$ со знаменателем 36; 4) $\frac{7}{10}$ со знаменателем 100.

231. Решите уравнение:

1) $\frac{1}{6} = \frac{x}{36}$; 2) $\frac{3}{14} = \frac{12}{x}$; 3) $\frac{5}{x} = \frac{55}{66}$; 4) $\frac{x}{7} = \frac{24}{56}$.

232. Дополните записи: $\frac{1}{4} = \frac{*}{8} = \frac{*}{12} = \frac{*}{16} = \frac{*}{20} = \frac{*}{24} = \frac{*}{28} = \frac{*}{32}$.

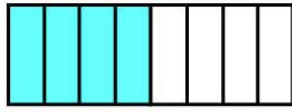
233. Замените дробями со знаменателем 36:

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{7}{18}$.

234. Объясните, почему верны равенства:

1) $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$; 2) $\frac{6}{7} = \frac{12}{21}$; 3) $\frac{8}{9} = \frac{24}{27}$; 4) $\frac{10}{11} = \frac{30}{33}$.

235. Подберите 4 дроби, равные: 1) $\frac{5}{16}$; 2) $\frac{2}{15}$, но с числителями и знаменателями, которые больше данных.



$$\frac{4}{8}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{1}{2}$$

Попробуйте разобраться с равенствами: $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Для дроби $\frac{2}{3}$ запишем равенства: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{16}{24}$. Перепишем их так: $\frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Дроби $\frac{16}{24}$, $\frac{8}{12}$ и $\frac{4}{6}$ равны между собой, но могут быть заменены дробью $\frac{2}{3}$, числитель и знаменатель которой меньше, чем числители и знаменатели данных дробей.

Числитель и знаменатель дроби $\frac{16}{24}$ имеют общий множитель 8:

$$\frac{16}{24} = \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8}; \text{ аналогично, } \frac{8}{12} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4}; \frac{4}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2}.$$

Для того чтобы получить равенство $\frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{2}{3}$, необходимо **разделить числитель и знаменатель дроби $\frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8}$ на их общий множитель 8. Это называется сокращением дроби $\frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8}$.**

Равенство $\frac{30}{48} = \frac{5 \cdot 6}{8 \cdot 6} = \frac{5}{8}$ получается в результате деления числителя и знаменателя дроби $\frac{30}{48}$ на общий множитель 6.

Деление числителя и знаменателя дроби на общий множитель, отличный от 1, называется **сокращением дроби**.

Основное свойство дроби можно переформулировать так:

Если у числителя и знаменателя дроби имеется общий множитель, отличный от 1, то такую дробь можно сократить, при этом значение дроби не изменится, то есть получится дробь, равная первоначальной.

Примеры. Сократите дроби:

$$1) \frac{20}{40} = \frac{1 \cdot 20}{2 \cdot 20} = \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{15}{35} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{3}{7}; \quad 3) \frac{75}{100} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{3}{4}.$$

Существуют дроби, которые **нельзя сократить**.

$\frac{8}{9}, \frac{13}{14}, \frac{27}{100}$ — числители и знаменатели дробей взаимно просты.

Такие дроби называются **несократимыми**.

Для того чтобы из данной дроби получить несократимую дробь:

1-й шаг. Находим НОД числителя и знаменателя дроби.

2-й шаг. Числитель и знаменатель дроби делим на этот НОД.

Пример 1. Сократите дробь $\frac{384}{512}$.

1-й шаг. $384 = 2^7 \cdot 3$, $512 = 2^8$, значит, $\text{НОД}(384, 512) = 2^7 = 128$.

2-й шаг. $\frac{384}{512} = \frac{3 \cdot 128}{4 \cdot 128} = \frac{3}{4}$. Итак, $\frac{384}{512} = \frac{3}{4}$. Ответ: $\frac{3}{4}$.

Пример 2. Сократите дробь $\frac{120}{168}$.

$\frac{120}{168} = \frac{60 \cdot 2}{84 \cdot 2} = \frac{30 \cdot 2}{42 \cdot 2} = \frac{15 \cdot 2}{21 \cdot 2} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{5}{7}$. Ответ: $\frac{5}{7}$.

Такое сокращение называется **последовательным**.

236. 1) Что вы понимаете под сокращением дроби?

2) Какая дробь называется несократимой?

? 3) Какие дроби можно сократить?

237. Сократите дроби:

$$1) \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 3}; \quad 2) \frac{7 \cdot 2}{2 \cdot 15}; \quad 3) \frac{4 \cdot 9}{4 \cdot 11}; \quad 4) \frac{7 \cdot 9}{14 \cdot 18}; \quad 5) \frac{21 \cdot 8}{4 \cdot 70}.$$

238. Разделите на 6 числители и знаменатели дробей: $\frac{6}{12}, \frac{24}{18}, \frac{18}{24}$,

$\frac{30}{36}, \frac{60}{120}, \frac{96}{108}, \frac{54}{78}, \frac{66}{42}$. Запишите результаты.

239. Каждую из дробей обратите в несократимую дробь:

$$\frac{5}{10}, \quad \frac{10}{100}, \quad \frac{15}{55}, \quad \frac{34}{38}, \quad \frac{32}{40}, \quad \frac{33}{110}, \quad \frac{102}{180}, \quad \frac{28}{70}.$$

240. Уменьшите числитель и знаменатель каждой дроби в 7 раз:

1) $\frac{7}{14}$; 2) $\frac{14}{21}$; 3) $\frac{35}{28}$; 4) $\frac{77}{84}$; 5) $\frac{63}{49}$; 6) $\frac{98}{70}$.

241. Для каждой дроби найдите равную ей несократимую дробь:

1) $\frac{24}{63}$; 2) $\frac{33}{99}$; 3) $\frac{98}{490}$; 4) $\frac{18}{48}$; 5) $\frac{66}{45}$; 6) $\frac{303}{505}$.

242. Напишите 4 дроби, числители и знаменатели которых меньше, чем числители и знаменатели дробей: 1) $\frac{24}{36}$; 2) $\frac{24}{36}$.

243. Найдите среди дробей сократимые дроби и сократите их:

$\frac{10}{40}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{72}{90}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{177}{177}$, $\frac{12}{30}$, $\frac{42}{56}$, $\frac{85}{102}$, $\frac{180}{210}$, $\frac{525}{105}$.

244. Сократите дроби: $\frac{60}{54}$, $\frac{21}{35}$, $\frac{140}{150}$, $\frac{12}{40}$, $\frac{30}{9}$, $\frac{24}{72}$, $\frac{65}{105}$, $\frac{90}{70}$.

245. Выделите несократимые дроби: $\frac{7}{9}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{18}{22}$, $\frac{22}{39}$, $\frac{12}{36}$, $\frac{29}{45}$.

246. Сократите дроби и выделите их целые части:

$\frac{40}{16}$, $\frac{72}{60}$, $\frac{1080}{18}$, $\frac{168}{96}$, $\frac{236}{40}$, $\frac{488}{80}$, $\frac{140}{60}$, $\frac{144}{64}$, $\frac{150}{45}$.

247. Для каких значений n дробь $\frac{24}{n}$ будет натуральным числом?

248. Для каких значений n дробь $\frac{12}{n}$ будет: 1) натуральным числом; 2) сократимой дробью; 3) несократимой дробью?

249. Для каких натуральных значений x дроби: 1) $\frac{x+10}{x}$; 2) $\frac{x}{x-12}$ будут натуральными числами?

250. Переложите с места на место одну спичку так, чтобы равенство стало верным:

1) $55+30=65$

2) $9+15+4=25$



Неверно!

$$\frac{5+\cancel{8}^1}{6\cancel{1}^8} = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$



Верно!

$$\frac{5+3}{18} = \frac{\cancel{8}^4}{9\cancel{1}^8} = \frac{4}{9}$$

251. Составьте дробь с числителем 48 и знаменателем, равным НОД (216, 360), и сократите ее.

252. Делимое больше делителя в 6 раз, делитель больше частного в 6 раз. Чему равны делимое, делитель и частное?

253. Сократите дроби:

1) $\frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 4}$; 2) $\frac{6 \cdot 2}{11 \cdot 2}$; 3) $\frac{9 \cdot 5}{18 \cdot 9}$; 4) $\frac{8 \cdot 15}{17 \cdot 15}$; 5) $\frac{21 \cdot 10}{23 \cdot 10}$.

254. Разделите числитель и знаменатель каждой из дробей на 3. Выпишите соответствующие равенства:

$$\frac{3}{6}, \quad \frac{6}{12}, \quad \frac{12}{15}, \quad \frac{15}{18}, \quad \frac{18}{21}, \quad \frac{12}{24}, \quad \frac{45}{60}, \quad \frac{63}{96}, \quad \frac{105}{120}.$$

255. Сократите числитель и знаменатель дроби на их НОД:

$$\frac{15}{20}, \quad \frac{24}{40}, \quad \frac{25}{50}, \quad \frac{45}{75}, \quad \frac{80}{100}, \quad \frac{48}{120}, \quad \frac{100}{150}, \quad \frac{84}{210}, \quad \frac{152}{180}.$$

256. Запишите дробь с числителем 36 и знаменателем НОД (144, 240) и сократите ее.

257. При каких значениях дробь $\frac{6}{n}$: 1) будет натуральным числом; 2) сократится; 3) будет несократимой дробью?

258. Сократите дроби: $\frac{10}{20}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{180}{120}$, $\frac{101}{303}$, $\frac{125}{725}$, $\frac{84}{105}$, $\frac{25}{45}$, $\frac{34}{85}$.

259. Сократите дроби и выделите их целые части:

$$\frac{40}{32}, \quad \frac{75}{50}, \quad \frac{90}{36}, \quad \frac{100}{48}, \quad \frac{125}{100}, \quad \frac{124}{120}, \quad \frac{85}{68}, \quad \frac{192}{144}, \quad \frac{150}{45}.$$

Тест 2

Проверьте себя!

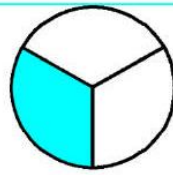
1. Найдите x из равенства $\frac{9}{12} = \frac{x}{4}$.

А) 3. Б) 9. В) 2. Г) Нельзя найти.

2. Найдите x из равенства $\frac{8}{x} = \frac{64}{72}$.

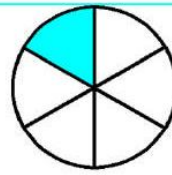
А) 70. Б) 9. В) 36. Г) 18.

3. Сократите дробь $\frac{1305}{2115}$, приведя ее к несократимой.
- А) $\frac{130}{211}$. Б) $\frac{261}{423}$. В) $\frac{29}{47}$. Г) $\frac{145}{235}$.
4. Сократите дробь $\frac{1296}{2052}$, приведя ее к несократимой.
- А) $\frac{648}{1026}$. Б) $\frac{324}{513}$. В) $\frac{144}{228}$. Г) $\frac{12}{19}$.
5. Сократите дробь $\frac{8 \cdot 9 \cdot 30}{18 \cdot 27 \cdot 10}$, приведя ее к несократимой.
- А) $\frac{4}{9}$. Б) $\frac{8 \cdot 9 \cdot 3}{18 \cdot 27}$. В) $\frac{8 \cdot 3}{18 \cdot 31}$. Г) $\frac{8 \cdot 30}{18 \cdot 27}$.
6. Найдите сумму всех значений n , для которых $\frac{36}{n}$ будет натуральным числом:
- А) 91. Б) 90. В) 55. Г) 81.
7. Найдите дробь со знаменателем 24, числителем, равным НОД (84, 120), и сократите ее:
- А) $\frac{6}{24}; \frac{1}{4}$. Б) $\frac{12}{24}; \frac{1}{2}$. В) $\frac{3}{24}; \frac{1}{8}$. Г) $\frac{2}{24}; \frac{1}{12}$.
8. Определите k и n из равенства $\frac{k}{n} = \frac{8}{9}$, если НОД (k , n) = 11:
- А) $k = 86, n = 96$. В) $k = 88, n = 99$.
Б) $k = 80, n = 90$. Г) $k = 87, n = 97$.
9. Найдите НОД (135, 90, 405):
- А) 9. Б) 5. В) 15. Г) 45.
10. Найдите НОК (225, 45, 270):
- А) 1 350. Б) 2 250. В) 2 700. Г) 4 500.
11. Найдите НОК (m , n), если НОД (m , n) = 7, $m \cdot n = 490$:
- А) 49. Б) 70. В) 140. Г) Нельзя найти.
12. Найдите НОД (m , n), если НОК (m , n) = 120, $m \cdot n = 360$:
- А) 15. Б) 5. В) 3. Г) 6.



$$\frac{1}{3}$$

+



$$\frac{1}{6}$$

?

У дробей $\frac{5}{12}$ и $\frac{7}{12}$ знаменатели равны. Такие дроби имеют общий знаменатель. Но у дробей $\frac{14}{15}$ и $\frac{11}{12}$ знаменатели различны.

Согласно основному свойству дробей, дроби с различными знаменателями можно привести к общему знаменателю.

Пример 1. Привести дроби $\frac{14}{15}$, $\frac{11}{12}$ и $\frac{32}{48}$ к общему знаменателю.

1 - й шаг. Надо сократить дроби, если есть такая возможность. Например, дробь $\frac{32}{48}$ можно сократить, т. к. числитель и знаменатель делятся на 16:

$$\frac{32}{48} = \frac{2 \cdot 16}{3 \cdot 16} = \frac{2}{3}.$$

В таком случае требуется привести к общему знаменателю дроби $\frac{14}{15}$, $\frac{11}{12}$ и $\frac{2}{3}$.

2 - й шаг. Найти НОК знаменателей дробей.

Так как $15 = 3 \cdot 5$; $12 = 2^2 \cdot 3$, то НОК $(15, 12, 3) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

3 - й шаг. Надо разделить НОК на каждый из знаменателей: $60 : 15 = 4$; $60 : 12 = 5$; $60 : 3 = 20$.

Числа 4, 5 и 20 называются **дополнительными множителями** дробей $\frac{14}{15}$, $\frac{11}{12}$ и $\frac{2}{3}$.

4 - й шаг. Каждый из числителей и знаменателей данных дробей надо умножить на соответствующий дополнительный множитель:

$$\frac{14}{15} = \frac{14 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{56}{60}; \quad \frac{11}{12} = \frac{11 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{55}{60}; \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 20}{3 \cdot 20} = \frac{40}{60}.$$

Получаем дроби с общим знаменателем, равные данным дробям.

О т в е т: $\frac{56}{60}, \frac{55}{60}, \frac{40}{60}$.

Общий знаменатель дробей — это наименьшее число, кратное каждому из знаменателей, то есть НОК этих знаменателей.

Привести дроби к общему знаменателю — это значит выразить дроби в одинаковых долях.

Пример 2. Привести дроби $\frac{29}{100}$ и $\frac{4}{25}$ к общему знаменателю.

Знаменатель первой дроби делится на знаменатель второй: $100 : 25 = 4$. Тогда больший из знаменателей дробей будет их общим знаменателем. Для второй дроби дополнительный множитель равен 4 — частному от деления большего знаменателя на меньший.

О т в е т: $\frac{29}{100}, \frac{16}{100}$.

Пример 3. Привести дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{4}{5}$ к общему знаменателю.

Знаменатели дробей — взаимно простые числа. В этом случае общий знаменатель равен произведению знаменателей данных дробей: $8 \cdot 5 = 40$.

Значит, $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{15}{40}$; $\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{32}{40}$. О т в е т: $\frac{15}{40}, \frac{32}{40}$.

260. 1) Что значит привести дроби к общему знаменателю?

? 2) Чему равен общий знаменатель, если один из знаменателей кратен всем остальным? А если знаменатели взаимно просты?

261. Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{20}$; 2) $\frac{4}{35}$ и $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{12}$; 4) $\frac{11}{45}$ и $\frac{2}{15}$.

262. Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{3}{10}$ и $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{4}{5}$ и $\frac{4}{9}$; 3) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$; 4) $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{11}$.

263. Выразите в одинаковых долях:

1) $\frac{4}{25}$ и $\frac{9}{10}$; 2) $\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{9}$; 3) $\frac{3}{20}$ и $\frac{2}{15}$; 4) $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{10}$.

264. Сократите дроби и приведите их к общему знаменателю:

1) $\frac{3}{9}$ и $\frac{15}{25}$; 2) $\frac{4}{6}$ и $\frac{6}{8}$; 3) $\frac{2}{4}$ и $\frac{6}{9}$; 4) $\frac{21}{98}$ и $\frac{20}{84}$.

265. Сократите дроби и приведите их к общему знаменателю:

1) $\frac{12}{108}$ и $\frac{70}{180}$; 2) $\frac{14}{35}$ и $\frac{20}{45}$; 3) $\frac{8}{64}$ и $\frac{175}{280}$.

266. Сократите дроби, оставив в знаменателях только степени 10. Затем перепишите их в виде десятичных дробей:

1) $\frac{8}{80}$; $\frac{144}{180}$; $\frac{102}{340}$; $\frac{750}{7500}$; 2) $\frac{75}{500}$; $\frac{45}{900}$; $\frac{48}{1200}$; $\frac{16}{40000}$.

267. Запишите в виде десятичных дробей:

1) $\frac{8}{80}$; $\frac{144}{180}$; $\frac{102}{340}$; $\frac{750}{7500}$; 2) $\frac{27}{135}$; $\frac{72}{90}$; $\frac{117}{936}$; $\frac{121}{44}$; $\frac{77}{154}$.

268. Вначале сократите дроби, а затем запишите их в виде десятичных дробей:

1) $\frac{48}{60}$; $\frac{75}{150}$; $\frac{26}{130}$; $\frac{43}{215}$; $\frac{225}{625}$; 2) $\frac{1717}{1700}$; $\frac{792}{720}$; $\frac{2121}{840}$; $\frac{4545}{4500}$.

269. Сколько дробей со знаменателем 30 находится между $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$?

270. Выразите дроби в одинаковых долях:

1) $\frac{3}{25}$ и $\frac{17}{300}$; 2) $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{20}$ и $\frac{17}{60}$; 3) $\frac{11}{30}$, $\frac{19}{180}$ и $\frac{1}{15}$.

Приведите дроби к общим знаменателям (**271–272**):

271. 1) $\frac{3}{8}$ и $\frac{15}{16}$; 2) $\frac{19}{80}$ и $\frac{13}{16}$; 3) $\frac{5}{9}$ и $\frac{41}{81}$; 4) $\frac{11}{75}$ и $\frac{14}{15}$.

272. 1) $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{10}$; 2) $\frac{6}{25}$ и $\frac{7}{40}$; 3) $\frac{5}{16}$ и $\frac{1}{12}$; 4) $\frac{1}{24}$ и $\frac{5}{18}$.

273. Выразите в одинаковых долях:

1) $\frac{7}{8}$ и $\frac{1}{14}$; 2) $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{10}$; 3) $\frac{7}{12}$ и $\frac{8}{9}$; 4) $\frac{3}{10}$ и $\frac{5}{6}$.



Найдите ошибку, допущенную при сокращении дробей:

$$\frac{132}{180} = \frac{66}{90} = \frac{33}{30} = \frac{11}{10}$$



$$6,25 - 1,25 = 6,25 : 1,25!$$

Вот это да!!!

Если не верите, проверьте!

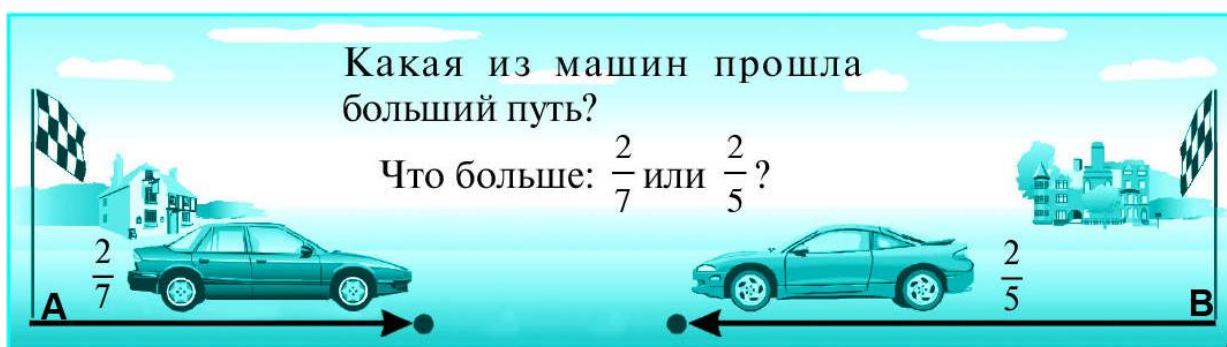
274. Сократите дроби, оставив в знаменателях только степени 10. Затем перепишите их в виде десятичных дробей:

1) $\frac{28}{40}$; $\frac{36}{60}$; $\frac{38}{190}$; $\frac{96}{1200}$; $\frac{143}{11000}$; 2) $\frac{216}{720}$; $\frac{78}{3000}$; $\frac{975}{5000}$; $\frac{1515}{15000}$.

275. Сколько дробей со знаменателем 84 находится между $\frac{1}{12}$ и $\frac{5}{14}$?

13

Сравнение дробей с разными знаменателями



1. Напомним правило сравнения дробей с общими знаменателями.

Из двух дробей с общими знаменателями больше та, у которой числитель больше.

Из двух дробей с общими знаменателями меньше та, у которой числитель меньше.

Для сравнения дробей с общими знаменателями достаточно сравнить их числители.

Пример. а) Сравните дроби $\frac{3}{10}$ и $\frac{7}{10}$. Так как $3 < 7$, то $\frac{3}{10} < \frac{7}{10}$.

б) Сравните дроби $\frac{4}{8}$ и $\frac{2}{8}$. Так как $4 > 2$, то $\frac{4}{8} > \frac{2}{8}$.

Вообще, если $k > m$, то $\frac{k}{n} > \frac{m}{n}$.

2. Напомним правило сравнения дробей с одинаковыми числителями.

Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше.

Из двух дробей с одинаковыми числителями меньше та, у которой знаменатель больше.

Для сравнения дробей с одинаковыми числителями достаточно сравнить их знаменатели.

Пример. а) Сравните дроби $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{4}$. Так как $5 > 4$, то $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$.

б) Сравните дроби $\frac{5}{7}$ и $\frac{5}{9}$. Так как $7 < 9$, то $\frac{5}{7} > \frac{5}{9}$.

Вообще, если $n > m$, то $\frac{k}{m} > \frac{k}{n}$.

3. Сравнение дробей с разными знаменателями.

Для сравнения дробей с разными знаменателями их надо привести к общему знаменателю и применить данные правила.

Пример. Сравните дроби $\frac{3}{10}$ и $\frac{4}{15}$.

Так как НОК (10; 15) = 30 — общий знаменатель, то дополнительными множителями будут $30 : 10 = 3$ и $30 : 15 = 2$.

Тогда $\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$ и $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$. Но $\frac{9}{30} > \frac{8}{30}$, значит, $\frac{3}{10} > \frac{4}{15}$.

276. 1) Как сравнить дроби с общим знаменателем? А дроби с ? одним и тем же числителем? Объясните на примерах.

2) Как сравнить дроби с разными знаменателями?

277. Сравните дроби, запишите результаты, используя знаки «>» или «<»:

1) $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{7}$; 2) $\frac{17}{19}$ и $\frac{20}{19}$; 3) $\frac{2011}{2013}$ и $\frac{2012}{2013}$.

278. Сравните дроби:

1) $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{7}$; 2) $\frac{5}{13}$ и $\frac{5}{11}$; 3) $\frac{67}{99}$ и $\frac{67}{100}$; 4) $\frac{49}{100}$ и $\frac{49}{90}$.

279. Расположите дроби в порядке возрастания:

$\frac{12}{21}$, $\frac{13}{21}$, $\frac{5}{21}$, $\frac{11}{21}$, $\frac{8}{21}$, $\frac{25}{21}$, $\frac{19}{21}$, $\frac{20}{21}$, $\frac{21}{21}$, $\frac{17}{21}$.

Укажите наименьшую и наибольшую дроби.

280. Сократите дроби и сравните их:

1) $\frac{28}{36}$ и $\frac{42}{39}$; 2) $\frac{55}{77}$ и $\frac{25}{80}$; 3) $\frac{26}{78}$ и $\frac{34}{136}$.

281. Сравните дроби. Какая из них ближе к 1:

1) $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{7}$; 2) $\frac{9}{10}$ и $\frac{17}{18}$; 3) $\frac{6}{7}$ и $\frac{8}{9}$; 4) $\frac{20}{21}$ и $\frac{11}{12}$?

282. Приведите дроби к общему знаменателю и сравните их:

1) $\frac{5}{8}$ и $\frac{15}{18}$; 3) $\frac{28}{29}$ и $\frac{7}{8}$; 5) $\frac{2}{13}$ и $\frac{14}{75}$;
2) $\frac{12}{5}$ и $\frac{4}{3}$; 4) $\frac{7}{9}$ и $\frac{28}{35}$; 6) $\frac{65}{79}$ и $\frac{13}{9}$.

283. Расположите дроби вида $\frac{7-a}{a+2}$ в порядке возрастания, если $a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

284. Выпишите все натуральные значения b , для которых удовлетворяются неравенства: 1) $\frac{b}{6} < 1$; 2) $\frac{b}{4} < 2$.

285. Найдите несколько решений двойного неравенства $\frac{1}{36} < a < \frac{1}{6}$. Сколько таких решений?

286. Сравните дроби:

1) $\frac{33}{34}$ и $\frac{34}{35}$; 2) $\frac{17}{18}$ и $\frac{18}{19}$; 3) $\frac{36}{37}$ и $\frac{37}{38}$.

Образец. Вместо того, чтобы сравнивать данные дроби, удобнее сравнивать дроби, «дополняющие их до единицы».

Например: Сравним дроби $\frac{13}{14}$ и $\frac{14}{15}$. Дополним $\frac{13}{14}$ до 1:

$$1 - \frac{13}{14} = \frac{14}{14} - \frac{13}{14} = \frac{1}{14}; \text{ дополнение к } \frac{14}{15} \text{ — это } \frac{1}{15}, \text{ то есть}$$

$$1 - \frac{14}{15} = \frac{15}{15} - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}. \text{ Но } \frac{1}{14} > \frac{1}{15}, \text{ значит, } \frac{13}{14} < \frac{14}{15}.$$

287. Для сравнения дробей $\frac{k}{l}$ и $\frac{m}{n}$ есть еще один способ:

1) если $kn > ml$, то $\frac{k}{l} > \frac{m}{n}$;

2) если $kn < ml$, то $\frac{k}{l} < \frac{m}{n}$.

Используя этот метод, сравните дроби:

1) $\frac{30}{31}$ и $\frac{40}{41}$; 2) $\frac{28}{29}$ и $\frac{27}{28}$; 3) $\frac{100}{101}$ и $\frac{1000}{1001}$.

288. При каких натуральных значениях n наименьшее общее кратное чисел $10+n$ и 10 будет равно 60?

А) 2; Б) 0; В) 5; Г) 2; 0.

289. Сравните и запишите ответ, используя знаки «=», «≠»:

1) $\frac{4}{5}$ и $\frac{8}{10}$; 2) $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{15}$; 3) $\frac{4}{3}$ и $\frac{17}{16}$.

290. Сравните дроби, приведя их к общему знаменателю:

1) $\frac{2}{15}$ и $\frac{4}{25}$; 2) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{4}$.

291. Сравните числа:

1) $\frac{17}{18}$ и $\frac{35}{36}$; 2) $\frac{34}{35}$ и $\frac{44}{15}$; 3) $\frac{99}{100}$ и $\frac{49}{50}$.

292. Сократив обыкновенные дроби, запишите их в виде десятичных дробей:

$$\frac{12}{75}, \quad \frac{21}{28}, \quad \frac{27}{45}, \quad \frac{22}{55}, \quad \frac{65}{104}, \quad \frac{68}{85}.$$

293. Расположите дроби в порядке убывания:

$$\frac{12}{24}, \quad \frac{9}{24}, \quad \frac{22}{24}, \quad \frac{8}{24}, \quad \frac{23}{24}, \quad \frac{10}{24}, \quad \frac{15}{24}, \quad \frac{16}{24}, \quad \frac{20}{24}, \quad \frac{24}{24}.$$

14

Решение задач

294. Почему верны равенства:

1) $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$; 2) $\frac{11}{15} = \frac{33}{45}$; 3) $\frac{7}{9} = \frac{21}{27}$; 4) $\frac{5}{12} = \frac{25}{60}$?

295. Замените дроби равными им дробями со знаменателем 48:

$$\frac{1}{3}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{5}{6}, \quad \frac{3}{8}, \quad \frac{11}{12}, \quad \frac{13}{16}, \quad \frac{23}{24}.$$

296. Решите уравнение:

1) $\frac{3}{5} = \frac{9}{x+6}$; 2) $\frac{2}{7} = \frac{x+5}{28}$; 3) $\frac{15}{x-3} = \frac{3}{5}$; 4) $\frac{x-2}{12} = \frac{2}{3}$.

297. Сократите дроби:

$$\frac{12}{20}, \quad \frac{14}{16}, \quad \frac{28}{35}, \quad \frac{49}{70}, \quad \frac{32}{64}, \quad \frac{33}{132}, \quad \frac{26}{169}, \quad \frac{22}{176}, \quad \frac{45}{150}.$$

298. Запишите в виде десятичных дробей:

$$\frac{3}{5}, \quad \frac{7}{8}, \quad \frac{121}{125}, \quad \frac{17}{25}, \quad \frac{45}{150}, \quad \frac{14}{175}, \quad \frac{84}{280}, \quad \frac{51}{75}, \quad \frac{24}{30}.$$

299. Найдя наибольший общий делитель числителей и знаменателей каждой дроби, сократите их:

$$1) \frac{160}{168}; \quad 2) \frac{198}{9801}; \quad 3) \frac{324}{972}; \quad 4) \frac{2835}{7425}; \quad 5) \frac{125}{1125}.$$

300. Сравните дроби. Какие из них ближе к 1:

$$1) \frac{3}{8} \text{ и } \frac{2}{7}; \quad 2) \frac{9}{11} \text{ и } \frac{17}{20}; \quad 3) \frac{7}{12} \text{ и } \frac{8}{15}; \quad 4) \frac{22}{23} \text{ и } \frac{45}{46}?$$

301. Если $k = 3$; 4 и $n = 2$; 7, найдите значения дробей. Сократите их, если возможно. Отдельно выпишите несократимые дроби.

$$1) \frac{12+k}{n+23}; \quad 2) \frac{k+2}{n+8}; \quad 3) \frac{25-k}{56-n}; \quad 4) \frac{32+k}{56-n}.$$

302. Поменяйте местами две спички так, чтобы получилось верное равенство:

$$1) 55 + 30 = 55 \quad 2) 9 + 15 + 5 = 25$$

303. Сократите дроби:

$$\frac{27}{36}, \quad \frac{40}{45}, \quad \frac{14}{28}, \quad \frac{21}{35}, \quad \frac{13}{91}, \quad \frac{35}{98}, \quad \frac{37}{111}, \quad \frac{14}{196}, \quad \frac{39}{169}.$$

304. Приведите дроби к общему знаменателю:

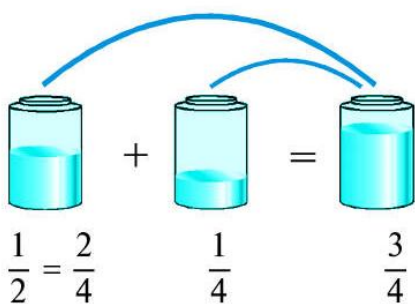
$$1) \frac{14}{15} \text{ и } \frac{31}{45}; \quad 2) \frac{7}{12} \text{ и } \frac{5}{18}; \quad 3) \frac{17}{40} \text{ и } \frac{3}{16}; \quad 4) \frac{71}{72} \text{ и } \frac{83}{90}.$$

305. Сравните дроби, используя знаки «>» или «<»:

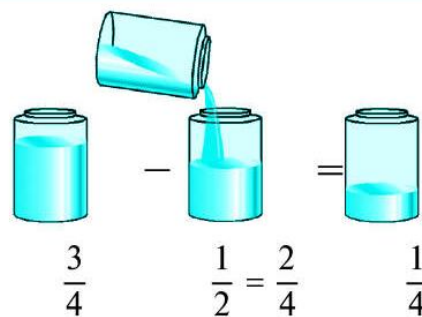
$$1) \frac{4}{7} \text{ и } \frac{5}{7}; \quad 2) \frac{8}{9} \text{ и } \frac{8}{10}; \quad 3) \frac{7}{12} \text{ и } \frac{6}{11}; \quad 4) \frac{17}{20} \text{ и } \frac{37}{40}.$$



Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями



Объясните
рисунки!



Задача 1. Турист в первый день прошел $\frac{3}{10}$ части, а во второй день $\frac{1}{4}$ часть пути. Какую часть пути прошел турист за два дня?

Для решения задачи необходимо найти сумму $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$.

Решение. Турист за два дня прошел $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$ части пути. У дробей $\frac{3}{10}$ и $\frac{1}{4}$ различные знаменатели. Приведем их к одному знаменателю.

Напомним, что общий знаменатель данных дробей будет наименьшим общим кратным их знаменателей.

$10 = 2 \cdot 5$; $4 = 2 \cdot 2$, тогда НОК (10, 4) = $2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

Значит, общим знаменателем дробей $\frac{3}{10}$ и $\frac{1}{4}$ будет число 20.

Для первой дроби дополнительный множитель — $20 : 10 = 2$;
для второй дроби — $20 : 4 = 5$.

Таким образом, $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 2}{20} + \frac{1 \cdot 5}{20} = \frac{6}{20} + \frac{5}{20} = \frac{6+5}{20} = \frac{11}{20}$.

Ответ: турист за два дня прошел $\frac{11}{20}$ частей пути.

Для того чтобы сложить дроби с разными знаменателями:

1 - й шаг. Привести дроби к общему знаменателю.

2 - й шаг. Воспользоваться правилом сложения дробей с общим знаменателем.

Задача 2. Фермер для дынь и овощей отвел $\frac{5}{6}$ га земли. На $\frac{1}{4}$ га были посеяны арбузы. Какую часть земли заняли посевы дынь?

Для решения задачи необходимо найти разность $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$.

Решение. Приведем дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{4}$ к общему знаменателю.

Наименьшее число, кратное и 6, и 4 — это число 12.

$6 = 2 \cdot 3$; $4 = 2 \cdot 2$, НОК (6,4) = $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$.

Дополнительный множитель для 6: $12 : 6 = 2$;

дополнительный множитель для 4: $12 : 4 = 3$.

Значит, $\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 2}{12} - \frac{1 \cdot 3}{12} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{10-3}{12} = \frac{7}{12}$.

Ответ: дыни посеяны на площади $\frac{7}{12}$ га.

Для того чтобы найти разность дробей с разными знаменателями:

1-й шаг. Привести дроби к общему знаменателю.

2-й шаг. Воспользоваться правилом вычитания дробей с общим знаменателем.

306. 1) Как складываются дроби с различными знаменателями?

? 2) Как найти разность дробей с различными знаменателями?

307. Сложите дроби:

1) $\frac{17}{25} + \frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{15} + \frac{1}{4}$; 3) $\frac{7}{12} + \frac{5}{24}$; 4) $\frac{7}{36} + \frac{1}{6}$.

308. Найдите сумму:

1) $\frac{5}{6} + \frac{9}{10}$; 2) $\frac{3}{10} + \frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{12} + \frac{7}{20}$; 4) $\frac{3}{14} + \frac{3}{4}$.

309. Найдите разность:

1) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4}$; 2) $\frac{9}{10} - \frac{3}{5}$; 3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$; 4) $\frac{4}{7} - \frac{5}{28}$.

310. Найдите разность дробей и проверьте результат сложением:

1) $\frac{3}{10} - \frac{2}{25}$; 2) $\frac{2}{9} - \frac{2}{15}$; 3) $\frac{17}{30} - \frac{7}{24}$; 4) $\frac{4}{25} - \frac{4}{35}$.

311. Найдите разность $\frac{29}{30} - b$, если $b = 0$; $\frac{23}{30}$; $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{29}{30}$.

312. Велосипедист за первый час проехал половину пути, за второй час — одну треть всего пути. Какой путь он проехал за 2 часа?

313. Найдите сумму:

1) $\frac{11}{30} + \frac{4}{15} + \frac{3}{10}$; 2) $\frac{17}{40} + \frac{9}{20} + \frac{1}{10}$; 3) $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \frac{7}{10}$.

314. Найдите разность:

1) $\frac{17}{36} - \frac{5}{18}$; 2) $\frac{49}{50} - \frac{14}{25}$; 3) $\frac{18}{16} - \frac{2}{3}$; 4) $\frac{23}{24} - \frac{7}{8}$.

315. Выполните действия:

1) $\frac{11}{12} + \frac{3}{4} - \frac{7}{18}$; 2) $\frac{29}{30} - \frac{2}{15} + \frac{1}{3}$; 3) $\frac{6}{7} - \frac{3}{14} + \frac{11}{35}$.

316. Решите уравнение:

1) $x - \frac{7}{10} = \frac{3}{5}$; 2) $\frac{13}{18} + x = \frac{35}{36}$; 3) $\frac{19}{24} - x = \frac{13}{48}$.

317. Найдите значение выражения $\frac{23}{24} - a$, если $a = 0$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{11}{24}$.

318. Продавец в первый день продал $\frac{1}{6}$ часть товара, во второй день — $\frac{1}{4}$ часть, а в третий — $\frac{5}{12}$ частей. Какую часть всего товара он продал за три дня?

319. Из Ташкента и Самарканда выехали одновременно навстречу друг другу две машины. Машина, выехавшая из Ташкента, за 1 час проходит $\frac{1}{4}$ часть пути, а машина, выехавшая из Самарканда, за 1 час проходит $\frac{1}{5}$ часть пути. На какую часть пути сблизилась машины за 1 час?

320. Игра «Пятый лишний». Какое число может быть «лишним»:

1) 3,444; 4,344; 4,434; 4,343; 4,443; 2) 2; 3; 5; 6; 7?

321. Какими будут последние две цифры произведения $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13$?

322. Найдите значение $a + \frac{17}{48}$, если $a = 0$; $\frac{5}{8}$; $\frac{11}{24}$; $\frac{13}{16}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{12}$.

323. Найдите сумму:

1) $\frac{9}{20} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5}$; 2) $\frac{11}{25} + \frac{13}{50} + \frac{14}{75}$; 3) $\frac{4}{15} + \frac{7}{30} + \frac{19}{75}$.

324. Найдите разность:

1) $\frac{28}{29} - \frac{19}{58}$; 2) $\frac{4}{5} - \frac{1}{6}$; 3) $\frac{11}{15} - \frac{1}{5}$; 4) $\frac{31}{36} - \frac{7}{12}$.

325. Выполните действия:

1) $\frac{19}{24} + \frac{5}{12} - \frac{17}{36}$; 2) $\frac{11}{12} + \frac{5}{6} - \frac{19}{24}$; 3) $\frac{13}{15} - \frac{3}{10} + \frac{7}{30}$.

326. Решите уравнение:

1) $x + \frac{9}{20} = \frac{3}{4}$; 2) $\frac{25}{36} - x = \frac{5}{18}$; 3) $x - \frac{13}{20} = \frac{1}{10}$.

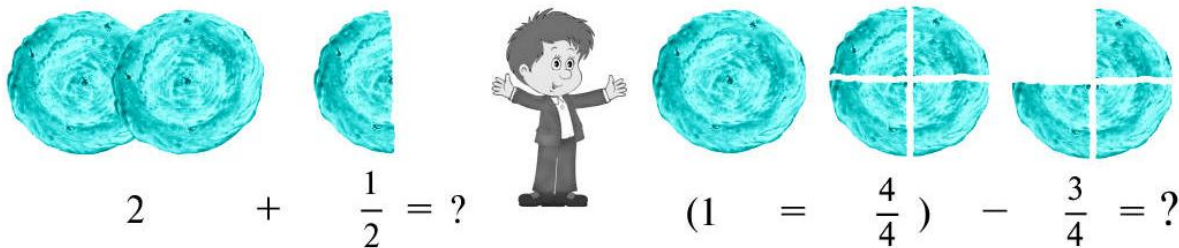
327. В первый день собрали $\frac{1}{4}$ часть, во второй день — $\frac{3}{8}$ частей, в третий день — $\frac{1}{8}$ часть урожая. Какая часть урожая была собрана за эти три дня?

328. $\frac{2}{7}$ части пути преодолели за первый день, $\frac{5}{14}$ частей пути — за второй день. Какую часть пути преодолели за два дня?

16

Сложение и вычитание смешанных чисел

16.1. Сумма и разность целого числа и дроби



Сумма целого числа и дроби называется смешанным числом.

Примеры. 1) $4 + \frac{1}{3} = 4\frac{1}{3}$; 2) $1 + \frac{7}{10} = 1\frac{7}{10}$; 3) $2 + \frac{4}{5} = 2\frac{4}{5}$.

Задача. $\frac{1}{4}$ часть двора засеяна морковью, оставшаяся часть занята картофелем. Какая часть двора занята картофелем?

Решение. Примем площадь двора за единицу площади.

Для решения задачи нужно найти разность $1 - \frac{1}{4}$.

Т. к. знаменатель дроби $\frac{1}{4}$ равен 4, запишем 1 как дробь $\frac{4}{4}$.

В таком случае, $1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$.

Ответ: картофель посеян на $\frac{3}{4}$ частях двора.

Пример. 1) Найдите разность: $7 - \frac{4}{9}$.

1-й способ. $7 - \frac{4}{9} = 6 + 1 - \frac{4}{9} = 6 + \frac{9}{9} - \frac{4}{9} = 6 + \frac{9-4}{9} = 6 + \frac{5}{9} = 6\frac{5}{9}$.

Краткая запись: $7 - \frac{4}{9} = 6\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = 6\frac{5}{9}$.

2-й способ. $7 - \frac{4}{9} = \frac{7 \cdot 9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{63}{9} - \frac{4}{9} = \frac{59}{9} = 6\frac{5}{9}$.

Для того чтобы вычесть из целого числа правильную дробь:

1-й шаг. Натуральное число записываем как дробь со знаменателем, равным знаменателю вычитаемого числа.

2-й шаг. Находим разность, воспользовавшись правилом вычитания дробей с равными знаменателями.

329. 1) Как называется сумма целого числа и дроби?

? 2) Как вычитается из 1 правильная дробь?

3) Как вычесть из натурального числа правильную дробь?

330. Найдите сумму:

1) $1 + \frac{13}{19}$; 2) $15 + \frac{3}{4}$; 3) $\frac{6}{7} + 13$; 4) $100 + \frac{13}{15}$.

331. Запишите смешанное число как сумму целого числа и дроби:

1) $10\frac{1}{3}$; 2) $1\frac{3}{5}$; 3) $30\frac{17}{20}$; 4) $33\frac{8}{33}$; 5) $5\frac{1}{4}$.

332. Найдите разность:

1) $1 - \frac{4}{5}$; 2) $1 - \frac{7}{100}$; 3) $1 - \frac{31}{50}$; 4) $1 - \frac{100}{101}$.

333. Вычислите:

1) $\left(1 - \frac{2}{13}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right)$; 2) $2 + \left(1 - \frac{59}{100}\right)$; 3) $8 - \left(1 - \frac{3}{10}\right)$.

334. Какую дробь надо прибавить к данной, чтобы получилась 1:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{2}{13}$; 5) $\frac{13}{20}$; 6) $\frac{21}{40}$?

335. Выполнив вычитание, проверьте результат сложением:

1) $3 - \frac{11}{15}$; 2) $10 - \frac{17}{20}$; 3) $2013 - \frac{2012}{2013}$.

336. Какое из выражений больше:

1) $1 + \frac{2}{5}$ или $1 + \frac{2}{7}$;

2) $1 - \frac{1}{8}$ или $1 - \frac{1}{6}$?

337. Сложите числа, представив смешанное число в виде суммы:

1) $27\frac{41}{44} + 8$; 2) $7 + 3\frac{79}{80}$; 3) $2\frac{2}{5} + 4$; 4) $13 + 7\frac{3}{7}$.

338. Решите уравнение: 1) $x + \frac{7}{10} = 8$; 2) $x - \frac{13}{14} = 14$; 3) $5 - x = \frac{4}{5}$.

339. При каких значениях x дробь будет правильной: $\frac{x}{12}$; $\frac{x+3}{13}$?

340. Выполните вычитание:

1) $1 - \frac{9}{16}$; 2) $111 - \frac{13}{16}$; 3) $1 - \frac{17}{20}$; 4) $101 - \frac{51}{100}$.

341. Выполните действие:

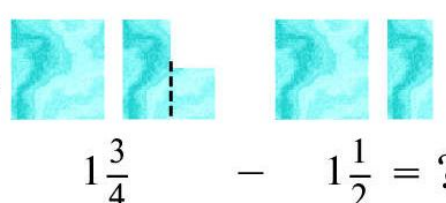
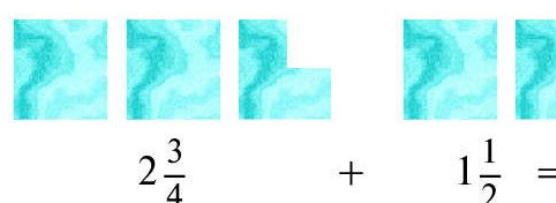
1) $5 - \frac{2}{7}$; 2) $21 + \frac{8}{17}$; 3) $12 - \frac{7}{12}$; 4) $\frac{26}{27} + 8$.

342. Какое из выражений больше:

1) $1 + \frac{11}{40}$ или $1 + \frac{11}{30}$;

2) $1 - \frac{13}{14}$ или $1 - \frac{11}{15}$?

16.2. Сложение смешанных чисел



$2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} = ?$ $1\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} = ?$

Пример 1. Найдите сумму $2\frac{1}{8} + 4\frac{3}{8}$ смешанных чисел.

Решение. При нахождении этой суммы учтем, что смешанное число = целая часть + дробная часть, и, пользуясь свойствами сложения, выполним действия:

$$2\frac{1}{8} + 4\frac{3}{8} = \left(2 + \frac{1}{8}\right) + \left(4 + \frac{3}{8}\right) = (2 + 4) + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right) = 6 + \frac{4}{8} = 6 + \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}.$$

Кратко запишем это так: $2\frac{1}{8} + 4\frac{3}{8} = 6\frac{4}{8} = 6\frac{1}{2}$. **Ответ:** $6\frac{1}{2}$.

Для сложения смешанных чисел:

1 - й шаг. Складывают их целые части.

2 - й шаг. Складывают их дробные части.

3 - й шаг. Складывают найденные выше результаты.

Пример 2. 1) $4\frac{3}{8} + 6 = 10\frac{3}{8}$; 2) $2\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = 2\frac{4}{5}$.

Если при сложении дробных частей получается неправильная дробь, то в этом случае выделяется целая часть этой неправильной дроби и она прибавляется к целой части суммы.

Пример 3. $2\frac{4}{9} + 3\frac{7}{9} = 5 + \frac{11}{9} = 5 + 1\frac{2}{9} = 6\frac{2}{9}$.

Если дробные части смешанных чисел имеют разные знаменатели, то для сложения этих дробей:

1 - й шаг. Сначала дробные части приводят к общему знаменателю.

2 - й шаг. Смешанные числа складывают в соответствии с изложенными выше правилами.

Пример 4. $4\frac{3/7}{10} + 3\frac{2/4}{15} = 7\frac{7 \cdot 3 + 4 \cdot 2}{30} = 7\frac{29}{30}$.

Смешанные числа иногда складывают так:

1 - й шаг. Смешанные числа обращают в неправильные дроби.

2 - й шаг. Складывают полученные неправильные дроби.

3 - й шаг. Неправильные дроби записывают как смешанные числа.

Пример 5.

1) $3\frac{1}{7} + 2\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 7 + 1}{7} + \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{\cancel{22}}{7} + \frac{\cancel{13}}{5} = \frac{110 + 91}{35} = \frac{201}{35} = 5\frac{26}{35}$;

2) $1\frac{3}{8} + 4\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 8 + 3}{8} + \frac{4 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{\cancel{11}}{8} + \frac{\cancel{17}}{4} = \frac{11 + 34}{8} = \frac{45}{8} = 5\frac{5}{8}$.

16.3. Вычитание смешанных чисел

Пример 1. Найдите разность: $5\frac{4}{7} - 2\frac{1}{7}$.

Решение. При вычислении этой разности учтем, что такое смешанное число, и выполним действия:

$$5\frac{4}{7} - 2\frac{1}{7} = \left(5 + \frac{4}{7}\right) - \left(2 + \frac{1}{7}\right) = (5 - 2) + \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{7}\right) = 3 + \frac{3}{7} = 3\frac{3}{7}.$$

Кратко запишем это так: $5\frac{4}{7} - 2\frac{1}{7} = 3\frac{3}{7}$. Ответ: $3\frac{3}{7}$.

Пример 2. $4\frac{4/7}{9} - 2\frac{3/5}{12} = 2\frac{7 \cdot 4 - 5 \cdot 3}{36} = 2\frac{28 - 15}{36} = 2\frac{13}{30}$.

Правильность вычитания проверяется сложением (или вычитанием).

В приведенных примерах дробная часть уменьшаемого больше дробной части вычитаемого.

Если дробная часть уменьшаемого больше дробной части вычитаемого, то в этом случае для нахождения разности смешанных чисел:

- 1 - й шаг. Находят разность их целых частей.
- 2 - й шаг. Находят разность их дробных частей.
- 3 - й шаг. Складывают найденные результаты.

Целые части (или дробные части) смешанных чисел могут быть равными.

Пример 3. 1) $5\frac{3}{10} - 5\frac{1}{10} = (5 - 5) + \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{10}\right) = 0 + \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

Сокращенно можно написать так: $5\frac{3}{10} - 5\frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

2) $4\frac{3}{8} - 1\frac{3}{8} = (4 - 1) + \left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8}\right) = 3 + 0 = 3$.

Пример 4. Найдите разность $5\frac{2}{11} - 2\frac{7}{11}$.

Решение. $\frac{2}{11}$, т. е. дробная часть уменьшаемого, меньше $\frac{7}{11}$ — дробной части вычитаемого: $\frac{2}{11} < \frac{7}{11}$.

В этом случае разность вычисляется так:

1) $5\frac{2}{11} = 4 + 1\frac{2}{11} = 4 + \frac{13}{11} = 4\frac{13}{11}$; 2) $4\frac{13}{11} - 2\frac{7}{11} = 2\frac{6}{11}$.

343. 1) Как складывают смешанные числа?

? 2) Как вычитают смешанные числа? Приведите примеры.

Найдите сумму (**344–347**):

344. 1) $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}$; 2) $3\frac{2}{7} + 4\frac{5}{7}$; 3) $6\frac{3}{10} + 2\frac{1}{10}$; 4) $5\frac{11}{20} + 4\frac{3}{20}$.

345. 1) $3\frac{1}{6} + 2\frac{2}{3}$; 2) $8\frac{5}{7} + 2\frac{1}{14}$; 3) $1\frac{5}{16} + 1\frac{1}{2}$; 4) $6\frac{7}{10} + 9\frac{5}{20}$.
346. 1) $1\frac{2}{3} + 4\frac{1}{5}$; 2) $4\frac{4}{5} + 5\frac{1}{2}$; 3) $3\frac{1}{13} + 2\frac{2}{5}$; 4) $4\frac{1}{6} + 7\frac{2}{7}$.
347. 1) $\frac{7}{9} + 2\frac{2}{9}$; 2) $3\frac{30}{37} + \frac{4}{37}$; 3) $\frac{5}{22} + 3\frac{17}{22}$; 4) $16\frac{13}{16} + \frac{3}{16}$.

Найдите разность (348–349):

348. 1) $6\frac{2}{3} - 5\frac{2}{3}$; 2) $9\frac{47}{50} - 6\frac{41}{50}$; 3) $3\frac{5}{7} - 2\frac{1}{7}$.
349. 1) $7\frac{5}{6} - 2\frac{3}{8}$; 2) $4\frac{7}{8} - 2\frac{3}{10}$; 3) $7\frac{17}{20} - 3\frac{1}{8}$.

350. 1) Вычитаемое равно $8\frac{1}{10}$, разность равна $12\frac{3}{10}$. Найдите уменьшаемое.

2) Уменьшаемое равно $30\frac{7}{12}$, разность равна $10\frac{11}{24}$. Найдите вычитаемое.

351. Точки C и D делят отрезок AB на три части. Найдите:

- 1) AB , если $AC = 4\frac{1}{2}$ см, $CD = 3\frac{1}{4}$ см и $DB = 2\frac{1}{8}$ см;
- 2) CD , если $AB = 27\frac{1}{5}$ см, $AC = 8\frac{3}{4}$ см, $DB = 9\frac{7}{10}$ см.

352. От рулона атласа вначале отрезали $16\frac{1}{5}$ м, затем $13\frac{3}{10}$, после чего в рулоне осталось $11\frac{1}{2}$ м атласа. Сколько метров атласа было в рулоне первоначально?

353. Заполните таблицу:

a	$10\frac{7}{10}$	$9\frac{3}{7}$	$15\frac{9}{10}$		$5\frac{7}{20}$		$4\frac{3}{10}$
b	$3\frac{1}{5}$			$4\frac{3}{5}$	$3\frac{3}{10}$	$1\frac{5}{8}$	
$a + b$		$14\frac{2}{21}$		23			$7\frac{3}{5}$
$a - b$			$2\frac{3}{100}$			$6\frac{3}{4}$	

Выполните действие (354–358):

354. 1) $9\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$; 2) $\frac{3}{23} + 1\frac{20}{23}$; 3) $8\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$; 4) $\frac{2}{11} + 4\frac{3}{11}$.

355. 1) $2\frac{3}{7} + 5\frac{5}{7}$; 2) $3\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5}$; 3) $8\frac{1}{9} + 5\frac{2}{9}$; 4) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$.

356. 1) $3\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$; 2) $5\frac{5}{12} + \frac{5}{6}$; 3) $2\frac{1}{5} + \frac{7}{15}$; 4) $8\frac{1}{3} + 1\frac{4}{9}$.

357. 1) $7\frac{3}{8} - 2\frac{3}{8}$; 2) $5\frac{4}{5} - 3\frac{1}{5}$; 3) $2\frac{6}{7} - \frac{1}{7}$; 4) $5\frac{3}{5} - \frac{3}{5}$.

358. 1) $5\frac{8}{9} - 4\frac{1}{3}$; 2) $4\frac{3}{11} - \frac{5}{22}$; 3) $3\frac{5}{6} - 1\frac{3}{4}$; 4) $9\frac{7}{8} - 1\frac{5}{6}$.

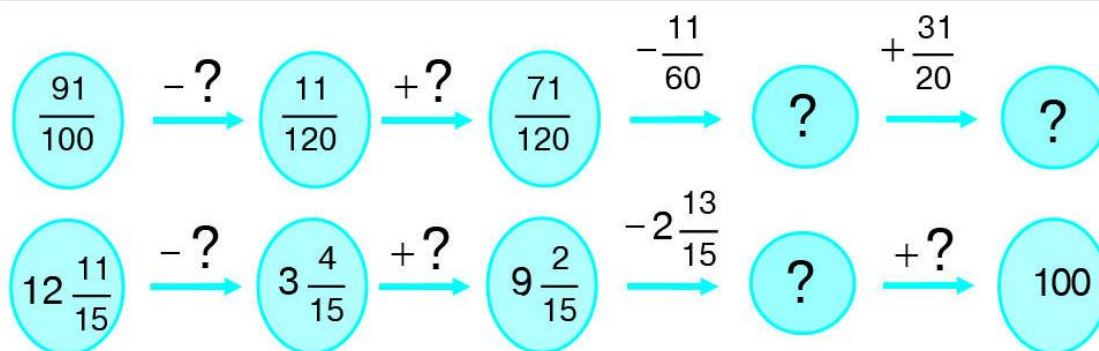
359. В магазин привезли $8\frac{1}{2}$ тонн муки. Из них продали $2\frac{3}{4}$ тонны. Сколько тонн муки осталось?

360. В одном сосуде было $5\frac{3}{10}$ л масла, в другом было на $4\frac{1}{10}$ л масла больше. Сколько масла было в обоих сосудах?

361. Ширина прямоугольника $3\frac{7}{20}$ м, длина на $2\frac{3}{10}$ м больше. Найдите периметр этого прямоугольника.

17

Решение задач



Какие числа надо поставить вместо знаков вопроса?

Выполните действия (362–365):

362. 1) $\frac{15}{17} + \frac{1}{17} - \frac{7}{17}$; 2) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$; 3) $\frac{49}{100} - \frac{29}{100} + \frac{11}{100}$.

363. 1) $\frac{47}{50} + \frac{3}{50} - \frac{7}{50}$; 2) $\frac{111}{120} - \frac{51}{60} + \frac{7}{30}$; 3) $\frac{69}{100} + \frac{11}{25} - \frac{4}{5}$.

364. 1) $4\frac{7}{15} + 2\frac{7}{30} - 5\frac{1}{30}$;

3) $5\frac{1}{2} + 4\frac{13}{24} - 6\frac{23}{24}$;

2) $3\frac{29}{40} + \frac{11}{20} + 2\frac{9}{20}$;

4) $1\frac{59}{60} + 2\frac{1}{30} - 2\frac{8}{15}$.

365. 1) $6\frac{4}{5} + 2\frac{1}{10} - 3\frac{9}{10}$;

3) $13\frac{11}{12} - 1\frac{3}{4} + 2\frac{5}{6}$;

2) $10\frac{1}{2} + 5\frac{1}{4} - 1\frac{1}{8}$;

4) $4\frac{7}{9} - 1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$.

366. В одном рулоне $40\frac{3}{8}$ м ткани, во втором — на $3\frac{7}{10}$ м меньше. Сколько метров ткани в обоих рулонах?

367. Если из задуманного числа вычесть $\frac{7}{18}$, получится число, равное разности $\frac{13}{18} - \frac{11}{36}$. Какое число задумано?

368. Скорость лодки по течению реки $7\frac{7}{10}$ км/ч, а против течения — $3\frac{1}{5}$ км/ч. Найдите скорость лодки в стоячей воде.

369. Первое число больше второго на $\frac{7}{10}$. Их сумма равна $3\frac{7}{10}$. Найдите эти числа.

370. Пусть $a = 5\frac{1}{8}$ и $b = 3\frac{1}{3}$. Найдите числовое значение выражения $a + b - 2\frac{1}{3}$.

371. Первое число равно $5\frac{3}{7}$. Второе больше на $6\frac{4}{7}$. Третье меньше суммы первых двух чисел на $7\frac{9}{10}$. Найдите сумму всех трех чисел.

372. Длина отрезка AB — $\frac{9}{10}$ дм, а отрезка CD — $\frac{3}{4}$ дм. Который из них длиннее? На сколько?

373. Вычислите сумму удобным способом:

1) $\left(1\frac{15}{23} + 3\frac{17}{22} + 2\frac{7}{15}\right) + \left(\frac{5}{22} + 1\frac{8}{15} + 3\frac{8}{23}\right)$;

2) $\left(2\frac{133}{240} + 1\frac{193}{380} + 2\frac{521}{754}\right) + \left(1\frac{187}{380} + \frac{67}{240} + \frac{233}{754}\right)$.

374. Решите уравнение:

1) $\left(x - 4\frac{17}{35}\right) - 1\frac{11}{28} = 2\frac{1}{140}$; 2) $5\frac{19}{25} - \left(1\frac{4}{5} + x\right) = 2\frac{13}{20}$.

375. Найдите значение выражения удобным способом:

1) $\left(8\frac{7}{25} - 5\frac{19}{35}\right) + 5\frac{18}{25}$; 3) $33\frac{5}{44} + \left(3\frac{8}{13} - 2\frac{5}{44}\right)$;
2) $5\frac{1}{6} + 3\frac{5}{8} + 2\frac{5}{6}$; 4) $3\frac{7}{15} + 2\frac{2}{15} - 1\frac{2}{15}$.

376. 1) Трехзначное число $\overline{abc}$ делится на 37. Сумма $\overline{bca} + \overline{cab}$ также делится на 37. Дайте обоснование.

? 2) Найдите все трехзначные числа, которые после вычеркивания первой цифры уменьшаются в 5 раз.

377. В каких случаях сложение выполнено правильно?

А) $\frac{3}{7} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{7+8}$; В) $\frac{3}{7} + \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 15 + 1 \cdot 15}{7+8}$;
Б) $\frac{3}{7} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{7 \cdot 8}$; Г) $\frac{3}{7} + \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 8 + 1 \cdot 7}{7 \cdot 8}$.

378. Запишите число 7 в виде дроби со знаменателем 5.

А) $\frac{12}{5}$; Б) $\frac{12}{7}$; В) $\frac{35}{5}$; Г) $\frac{5}{35}$.

Выполните действия (**379–380**):

379. 1) $\frac{17}{18} - \frac{11}{18} + \frac{5}{18}$; 2) $\frac{9}{10} + \frac{2}{5} - \frac{1}{10}$; 3) $\frac{13}{18} + \frac{3}{5} - \frac{8}{45}$.

380. 1) $7\frac{5}{8} + 4\frac{1}{8} - 2\frac{13}{16}$; 2) $3\frac{3}{28} + 2\frac{6}{7} - 1\frac{5}{14}$; 3) $3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} + 7\frac{1}{2}$.

381. Решите уравнение: 1) $\left(2\frac{7}{8} - x\right) + 4\frac{1}{6} = 5\frac{3}{4}$; 2) $y + \frac{4}{30} = \frac{2}{3} + \frac{2}{5}$.

382. Длина отрезка AB — $2\frac{3}{5}$ дм, а отрезка CD — $2\frac{14}{25}$ дм. Какой из них длиннее? На сколько?

383. Вычислите удобным способом:

1) $2\frac{7}{8} + 3\frac{4}{4} + 1\frac{1}{8}$; 2) $4\frac{18}{25} + 3\frac{5}{14} - 2\frac{5}{14}$.

384. Пусть $a = 4\frac{3}{10}$ и $b = 2\frac{2}{5}$. Найдите удобным способом значение выражения $a - b + 2\frac{7}{15}$.

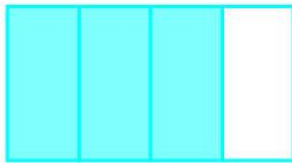
1. Вычислите сумму: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.
А) $\frac{5}{6}$. Б) $\frac{2}{5}$. В) $\frac{1}{5}$. Г) $\frac{1}{3}$.
2. Вычислите сумму: $\frac{1}{8} + \frac{1}{2}$.
А) $\frac{5}{8}$. Б) $\frac{2}{8}$. В) $\frac{1}{5}$. Г) $\frac{1}{2}$.
3. Вычислите разность: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$.
А) $\frac{1}{6}$. Б) $\frac{1}{3}$. В) 1. Г) $\frac{1}{2}$.
4. Вычислите сумму: $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}$.
А) $\frac{10}{6}$. Б) $3\frac{5}{6}$. В) $3\frac{2}{5}$. Г) $1\frac{2}{5}$.
5. Вычислите разность: $2\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$.
А) $2\frac{1}{10}$. Б) $2\frac{1}{5}$. В) $3\frac{1}{10}$. Г) $2\frac{2}{3}$.
6. Выполните действие: $3 - 1\frac{2}{7}$.
А) $1\frac{5}{7}$. Б) $2\frac{2}{7}$. В) $2\frac{5}{7}$. Г) $4\frac{2}{7}$.
7. Турист в первый день прошел половину пути, во второй день — $\frac{3}{14}$ его части, а в третий день — оставшуюся часть пути. Какую часть пути турист прошел в третий день?
А) $\frac{2}{7}$. Б) $\frac{3}{14}$. В) $\frac{3}{7}$. Г) $\frac{5}{14}$.
8. Найдите значение выражения: $\frac{3}{15} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3}$.
А) $\frac{1}{3}$. Б) $\frac{11}{15}$. В) $\frac{1}{15}$. Г) $\frac{1}{5}$.
9. Вычислите: $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 11}$.
А) $\frac{8}{33}$. Б) $\frac{14}{33}$. В) $\frac{10}{33}$. Г) 0.

§ 3. Умножение и деление обыкновенных дробей

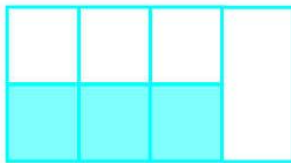
18

Умножение обыкновенных дробей и смешанных чисел

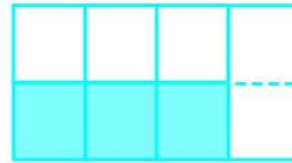
18.1. Умножение обыкновенных дробей



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$$



$$\frac{3}{8}$$

На рисунке проиллюстрировано умножение дробей $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{2}$.

Согласно этому $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$.

Произведение двух обыкновенных дробей считается так:

- числитель равен произведению числителей данных дробей;
- знаменатель равен произведению знаменателей данных дробей:

$$\frac{k}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{k \cdot p}{n \cdot q}.$$

Пример 1. Подсчитайте произведение: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$.

Решение. По правилу умножения обыкновенных дробей:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}.$$

Ответ: $\frac{8}{15}$.

Пример 2. Подсчитайте произведение: $2 \cdot \frac{2}{5}$.

Решение. Вы знаете, что любое натуральное число можно записать в виде дроби со знаменателем 1.

Например, $2 = \frac{2}{1}$; $5 = \frac{5}{1}$; $n = \frac{n}{1}$.

Значит, $2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{4}{5}$.

Ответ: $\frac{4}{5}$.

Для того чтобы умножить натуральное число на дробь:

1-й шаг. Натуральное число умножаем на числитель дроби.

2-й шаг. Сохраняем знаменатель произведения: $m \cdot \frac{k}{n} = \frac{m \cdot k}{n}$.

При перемножении дробей надо, если возможно, сократить дроби.

Пример 3. $\frac{4}{20} \cdot \frac{5}{10} = \frac{\cancel{4}^1 \cdot \cancel{5}_1}{\cancel{20}_{20} \cdot \cancel{10}_2} = \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{1}{10}$.

Для дробных чисел сохраняются свойства умножения: **переместительное, сочетательное, распределительное.**

385. 1) Как умножается дробь на дробь?

? 2) Как умножается натуральное число на дробь?

Выполните умножение (**386–389**):

386. 1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}$; 3) $\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{9}$; 4) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$; 5) $\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{4}$.

387. 1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$; 2) $\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{7}$; 4) $\frac{7}{10} \cdot \frac{9}{14}$; 5) $\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{3}$.

388. 1) $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4}$; 2) $\frac{21}{20} \cdot \frac{5}{7}$; 3) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10}$; 4) $\frac{4}{3} \cdot \frac{15}{16}$; 5) $\frac{5}{6} \cdot \frac{24}{35}$.

389. 1) $5 \cdot \frac{2}{3}$; 2) $4 \cdot \frac{3}{5}$; 3) $6 \cdot \frac{3}{7}$; 4) $\frac{5}{9} \cdot 2$; 5) $\frac{7}{10} \cdot 3$.

390. Вычислите:

1) $\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{3}{8}$; 3) $\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{27}{55}$; 5) $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{15}{28}$;

2) $\frac{10}{21} \cdot \frac{7}{20} \cdot \frac{3}{5}$; 4) $\frac{10}{13} \cdot \frac{39}{100} \cdot \frac{10}{27}$; 6) $\frac{13}{20} \cdot \frac{14}{5} \cdot \frac{5}{26} \cdot \frac{4}{7}$.

391. Найдите значение выражения:

1) $\frac{21}{25} \cdot \frac{15}{28} + 3\frac{4}{5}$; 2) $5\frac{4}{21} - \frac{18}{49} \cdot \frac{7}{9}$; 3) $7\frac{3}{10} + \frac{39}{55} \cdot \frac{11}{13}$.

392. Может ли получиться число, большее данной дроби, при умножении натурального числа на дробь? А меньшее число? Приведите примеры.

393. Выписаны подряд все натуральные числа, начиная с 1. Для какого n произведение будет 2013-разрядным числом?

394. Переложите одну спичку так, чтобы в результате получилось верное равенство:



1) $67-67=30$ 2) $1004+4=7000$

395. Не выполняя сложения, сравните значение суммы $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ с 1.

А) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} < 1$ Б) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} > 1$.

Найдите произведение (**396–398**):

396. 1) $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{7}$; 2) $\frac{2}{13} \cdot \frac{4}{3}$; 3) $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8}$; 4) $\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{5}$; 5) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{7}$.

397. 1) $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{25}$; 2) $\frac{14}{25} \cdot \frac{5}{7}$; 3) $\frac{7}{8} \cdot \frac{16}{35}$; 4) $\frac{4}{15} \cdot \frac{3}{8}$; 5) $\frac{15}{14} \cdot \frac{2}{3}$.

398. 1) $5 \cdot \frac{1}{10}$; 2) $4 \cdot \frac{5}{12}$; 3) $10 \cdot \frac{3}{7}$; 4) $\frac{7}{15} \cdot 2$; 5) $\frac{11}{18} \cdot 6$.

18.2. Умножение смешанных чисел

Пример 1. Перемножьте смешанные числа: $3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{5}$.

Решение. $3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{5} = \frac{13}{1} \cdot \frac{12}{5} = \frac{13}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{39}{5} = 7\frac{4}{5}$. Ответ: $7\frac{4}{5}$.

Для того чтобы перемножить смешанные числа:

1-й шаг. Обратите их в неправильные дроби.

2-й шаг. Перемножьте полученные дроби.

Пример 2. Умножьте смешанное число на дробь: $4\frac{1}{5} \cdot \frac{9}{14}$.

Решение. $4\frac{1}{5} \cdot \frac{9}{14} = \frac{21}{5} \cdot \frac{9}{14} = \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 2} = \frac{27}{10} = 2\frac{7}{10}$.

Ответ: $2\frac{7}{10}$.

Для того чтобы умножить смешанное число на дробь:

1-й шаг. Обратите смешанное число в неправильную дробь.

2-й шаг. Полученную дробь умножьте на данную дробь.

Пример 3. Умножьте смешанное число на целое число: $3\frac{4}{7} \cdot 14$.

Решение. $3\frac{4}{7} \cdot 14 = \frac{25}{7} \cdot 14 = \frac{25 \cdot \cancel{14}^2}{1 \cdot \cancel{7}} = \frac{25 \cdot 2}{1} = 50$.

Ответ: 50.

399. 1) Как перемножаются смешанные числа?

? 2) Как умножается смешанное число на дробь?

3) Как умножается смешанное число на целое число?

Выполните умножение (**400–403**):

400. 1) $2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$; 2) $5\frac{5}{12} \cdot 1\frac{5}{13}$; 3) $4\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{7}$; 4) $4\frac{9}{10} \cdot 3\frac{1}{3}$.

401. 1) $6\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{25}$; 2) $\frac{5}{13} \cdot 9\frac{1}{10}$; 3) $5\frac{1}{5} \cdot \frac{25}{38}$; 4) $\frac{7}{9} \cdot 1\frac{4}{5}$.

402. 1) $12\frac{3}{5} \cdot 5$; 2) $13 \cdot 2\frac{1}{26}$; 3) $1\frac{1}{15} \cdot 3$; 4) $2 \cdot 8\frac{3}{4}$.

403. 1) $7\frac{1}{2} \cdot 12\frac{1}{4} \cdot \frac{8}{49}$; 2) $5 \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}$; 3) $6\frac{1}{8} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot \frac{27}{28}$.

404. Сторона квадрата $2\frac{3}{8}$ дм. Найдите его периметр и площадь.

405. Длина прямоугольника $12\frac{4}{5}$ дм, ширина меньше ее на $3\frac{1}{8}$.
Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.

406. Автомашина двигалась со скоростью $70\frac{5}{8}$ км/ч в течение 1 часа 48 минут. Какое расстояние прошла машина?

407. Ширина прямоугольника $5\frac{2}{5}$ дм, а длина в $2\frac{1}{2}$ раза больше, чем ширина. Найдите его периметр и площадь.

408. Вычислите:

1) $12\frac{5}{6} + 2\frac{7}{9} \cdot \left(15\frac{9}{10} - 12\frac{9}{10}\right)$; 2) $3\frac{4}{17} \cdot 5\frac{2}{3} + 3\frac{4}{17} \cdot 11\frac{1}{3}$.

409. Число, составленное из нескольких единиц 11...11, делится на 7. Покажите, что оно делится и на 13.

410. Вычислите: 1) $6\frac{13}{24} + 5\frac{7}{8} - 10\frac{3}{4}$; 2) $8\frac{7}{15} - \frac{2}{5} + 1\frac{1}{3}$.

Выполните умножение (411–413):

411. 1) $7\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{2}$; 2) $10\frac{1}{22} \cdot 1\frac{1}{3}$; 3) $1\frac{7}{10} \cdot 3\frac{1}{3}$; 4) $8\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{13}$.

412. 1) $3\frac{12}{13} \cdot \frac{13}{17}$; 2) $\frac{11}{28} \cdot 6\frac{4}{11}$; 3) $4\frac{2}{15} \cdot \frac{5}{31}$; 4) $\frac{19}{20} \cdot 3\frac{3}{19}$.

413. 1) $9\frac{1}{9} \cdot 9$; 2) $5 \cdot 7\frac{1}{15}$; 3) $1\frac{1}{18} \cdot 6$; 4) $\frac{24}{25} \cdot 1\frac{1}{4}$.

19

Нахождение части числа

Пример. У Нилуфар было 3 000 сумов. На $\frac{2}{5}$ части этой суммы она купила мороженое. Сколько стоило мороженое?

Решение. 1-й вопрос. На сколько частей надо поделить 3 000 сумов?

Ответ: на 5 равных частей, потому что знаменатель дроби $\frac{2}{5}$ равен 5.

2-й вопрос. Сколько денег приходится на одну часть?

$$3\,000 : 5 = 600 \text{ (сумов).}$$

3-й вопрос. Сколько было равных частей?

Ответ: 2, так как числитель дроби $\frac{2}{5}$ равен 2.

4-й вопрос. Сколько денег приходится на 2 части? (Сколько стоит мороженое?) $600 \cdot 2 = 1200$ (сумов).

Ответ: мороженое стоит 1200 сумов.

Действия, выполненные при решении задачи, можно записать следующим образом:

$$(3\,000 : 5) \cdot 2 = 600 \cdot 2 = 1\,200$$

Итак, для нахождения $\frac{2}{5}$ частей от 3000 нужно:

1) разделить 3 000 на знаменатель дроби, выражающий часть числа;

2) результат надо умножить на числитель дроби.

$$\text{Но } 3000 : 5 \cdot 2 = \frac{3000}{5} \cdot 2 = \frac{3000 \cdot 2}{5} = 3000 \cdot \frac{2}{5}.$$

Значит, для нахождения $\frac{2}{5}$ от 3 000 нужно 3 000 умножить на $\frac{2}{5}$.

Для нахождения данной части от числа нужно умножить число на дробь, выражающую часть числа:

$$a \cdot \frac{k}{n} = \frac{a \cdot k}{n}.$$

Пример 1. Найдите $\frac{5}{7}$ частей от 49.

Решение. $49 \cdot \frac{5}{7} = \frac{49 \cdot 5}{7} = 7 \cdot 5 = 35$. Ответ: 35.

Пример 2. Найдите 0,952 части от числа 125.

Решение. $125 \cdot 0,952 = 119$.

Ответ: 119.

Пример 3. 1 метр ткани стоит 5 000 сумов. Найдите стоимость $2\frac{4}{5}$ метров ткани.

Решение. $5000 \cdot 2\frac{4}{5} = 1000 \cdot \frac{14}{5} = 1000 \cdot 14 = 14000$ (сумов).

Ответ: 14 000 сумов.

Пример 4. Велосипедист проехал $12\frac{3}{4}$ км за 1 час. Какое расстояние он проедет за 1 час 20 минут?

Решение. 1 час 20 минут = 1 ч + 20 мин = 1 ч + $\frac{1}{3}$ ч =

$= 1\frac{1}{3}$ ч = $\frac{4}{3}$ ч. $12\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{17 \cdot 51}{1 \cdot 4} \cdot \frac{4}{3} = 17$ (км).

Ответ: 17 км.

414. 1) Как находится данная часть от числа?

2) Сколько часов составляют четверть суток, одна восьмая суток?

Вычислите (415–417):

415. 1) $\frac{19}{25}$ от 100;

2) $\frac{4}{5}$ от 20.

416. 1) $\frac{2}{7}$ от $5\frac{1}{4}$;

2) $\frac{25}{42}$ от $5\frac{1}{25}$.

417. 1) $1\frac{1}{11}$ от $3\frac{2}{3}$; 2) $3\frac{1}{3}$ от $\frac{13}{20}$.

418. Доля масла в льняном семени составляет $\frac{3}{10}$ (от его массы).

Каков выход масла из $2\frac{1}{2}$ т льняного семени?

419. При варке мясо теряет $\frac{2}{5}$ массы. На сколько килограммов уменьшится масса 5 кг мяса при его варке?

420. В ящик поместили 25 кг яблок. Масса ящика составляет $\frac{3}{25}$ от массы яблок. Найдите массу ящика.

421. В магазине до обеда продали $\frac{3}{8}$ от 400 кг муки, после обеда — $\frac{3}{5}$ оставшейся муки. Сколько муки осталось?

422. В саду собрали 75 кг черешни и засыпали в три корзины. В первую корзинку поместилась $\frac{1}{3}$, во вторую — $\frac{2}{5}$ всей черешни. Сколько черешни засыпали в третью корзину?

423. Крестьянин привез на рынок 3 600 кг картофеля. Он продал до обеда 0,3, а после обеда — $\frac{3}{5}$ картофеля. Сколько картофеля осталось?

424. Ласточка летит со скоростью 1 600 м/мин, скорость полета скворца составляет $\frac{3}{4}$ от скорости ласточки, скорость ястреба — $\frac{7}{10}$ от скорости ласточки. Найдите скорость полета скворца и ястреба.

425. Переложите две спички так, чтобы получилось верное равенство:

1) $13 + 3 - 7 = 100$ 2) $3 - 5 - 5 = 60$

426. Легковая машина покрывает 80 км пути за 1 час. Сколько км пройдет она за $\frac{1}{2}$ ч; $\frac{1}{4}$ ч; $\frac{1}{5}$ ч; $\frac{3}{5}$ ч? Сколько км она пройдет за $1\frac{1}{2}$ ч; $1\frac{1}{4}$ ч; $2\frac{1}{2}$ ч? Ответ дайте в виде таблицы.

427. Найдите:

1) $\frac{5}{6}$ от 30;

3) $\frac{9}{10}$ от 70;

2) $\frac{3}{10}$ от $6\frac{2}{3}$;

4) $\frac{25}{26}$ от $\frac{2}{5}$.

428. В шестом классе 35 учеников. $\frac{4}{7}$ от числа всех учеников — мальчики. Сколько девочек учится в этом классе?

429. Очередное занятие математического кружка продолжалось 1,5 часа. $\frac{1}{3}$ часть этого времени была посвящена знакомству с историей обыкновенных и десятичных дробей. В оставшееся время решали примеры. Сколько на это ушло времени?

430. Крестьянин привез на рынок 3,6 т картофеля. До обеда он продал 0,3 части, после обеда — $\frac{4}{5}$ оставшейся части картофеля. Сколько картофеля осталось?

431. Найдите:

1) $\frac{1}{11}$ от суммы чисел $2\frac{5}{8}$ и $3\frac{9}{16}$;

2) $\frac{1}{19}$ от разности чисел $7\frac{7}{9}$ и $4\frac{11}{18}$.

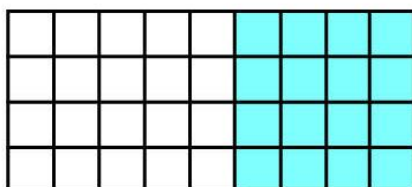
432. Сравните:

1) 0,8 от 15 и $\frac{3}{4}$ от 16;

2) $\frac{5}{6}$ от 24 и $\frac{5}{9}$ от 36.

20

Распределительный закон умножения и его применение



- Сколько белых квадратиков;
- сколько синих квадратиков;
- сколько всего квадратиков?

Что означают выражения: $(5 + 4) \cdot 4$ и $5 \cdot 4 + 4 \cdot 4$?

Пример. Длина прямоугольника равна $2\frac{7}{8}$ дм, ширина — $1\frac{3}{4}$ дм. Найдите периметр этого прямоугольника.

Решение. 1-й способ. Периметр P прямоугольника — это удвоенная сумма длин его сторон, т. е.

$$P = 2 \cdot (a + b) \text{ (рис. 1).}$$

Отсюда:

$$P = 2 \cdot \left(2\frac{1}{7} + 1\frac{2}{3} \right) = 2 \cdot 3\frac{7+6}{8} = 2 \cdot 3\frac{13}{8} = 1\cancel{2} \cdot \frac{37}{\cancel{8}_4} = \frac{37}{4} = 9\frac{1}{4} \text{ (дм).}$$

Ответ: $9\frac{1}{4}$ дм.

2-й способ. Периметр прямоугольника — это сумма длин всех его сторон. Но $AD = BC = a$ и $AB = CD = b$, поэтому:

$$P = a + a + b + b = 2a + 2b.$$

$$P = 2 \cdot 2\frac{7}{8} + 2 \cdot 1\frac{3}{4} = 1\cancel{2} \cdot \frac{23}{\cancel{8}_4} + 2 \cdot \frac{7}{4} = \frac{23}{4} + \frac{14}{4} = \frac{37}{4} = 9\frac{1}{4} \text{ (дм).}$$

Ответ: $9\frac{1}{4}$ дм.

Из обоих способов подсчета периметра видно:

$$2 \cdot \left(2\frac{7}{8} + 1\frac{3}{4} \right) = 2 \cdot 2\frac{7}{8} + 2 \cdot 1\frac{3}{4}.$$

Вообще, для произвольных дробей a , b , c верно равенство:

$$c \cdot (a + b) = a \cdot c + b \cdot c.$$

Это равенство выражает распределительный закон умножения относительно сложения:

Для того чтобы умножить число на сумму, достаточно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

Переход от произведений $m \cdot (n+k)$ и $m \cdot (n-k)$ к сумме $m \cdot n + m \cdot k$ и разности $m \cdot n - m \cdot k$ называется раскрытием скобок.

И наоборот, переход от суммы $m \cdot n + m \cdot k$ к произведению $m \cdot (n+k)$ и от разности $m \cdot n - m \cdot k$ к произведению $m \cdot (n-k)$ называется вынесением множителя за скобки.

- Примеры.** 1) $4 \cdot (25 + 101) = 4 \cdot 25 + 4 \cdot 101 = 100 + 404 = 504$;
 2) $8 \cdot (203 - 78) = 8 \cdot 203 - 8 \cdot 78 = 1624 - 624 = 1000$;
 3) $345 \cdot 69 - 345 \cdot 67 = 345 \cdot (69 - 67) = 345 \cdot 2 = 690$;
 4) $859 \cdot 38 + 859 \cdot 62 = 859 \cdot (38 + 62) = 859 \cdot 100 = 85\,900$.

Распределительный закон применяется и тогда, когда число слагаемых больше двух.

Пример. $238 \cdot 41 + 238 \cdot 38 + 238 \cdot 21 = 238 \cdot (41 + 38 + 21) =$
 $= 238 \cdot 100 = 23\,800$.

Распределительный закон упрощает вычисление.

Пример 1. $4\frac{5}{9} \cdot 18 = \left(4 + \frac{5}{9}\right) \cdot 18 = 4 \cdot 18 + \frac{5}{9} \cdot 18^2 = 72 + 10 = 82$.

Пример 2. $12\frac{10}{17} \cdot 3\frac{5}{19} + 6\frac{7}{17} \cdot 3\frac{5}{19} = 3\frac{5}{19} \cdot \left(12\frac{10}{17} + 6\frac{7}{17}\right) = 3\frac{5}{19} \cdot 19 =$
 $= \left(3 + \frac{5}{19}\right) \cdot 19 = 3 \cdot 19 + \frac{5}{19} \cdot 19^1 = 57 + 5 = 62$.

Пример 3. $18\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{7} - 3\frac{1}{7} \cdot 8\frac{4}{5} = 3\frac{1}{7} \cdot \left(18\frac{4}{5} - 8\frac{4}{5}\right) = 3\frac{1}{7} \cdot 10 =$
 $= \left(3 + \frac{1}{7}\right) \cdot 10 = 3 \cdot 10 + \frac{1}{7} \cdot 10 = 30 + \frac{10}{7} = 30 + 1\frac{3}{7} = 31\frac{3}{7}$.

433. 1) Сформулируйте распределительный закон и разъясните
 ? на примерах.

2) Что означает раскрытие скобок?

3) Что означает вынесение общего множителя за скобки?

434. Вычислите удобным способом:

1) $11\frac{5}{7} \cdot 4\frac{4}{11} - 4\frac{4}{11} \cdot 6\frac{5}{7}$; 2) $3\frac{1}{3} \cdot 15\frac{12}{13} - 3\frac{1}{3} \cdot 6\frac{12}{13}$.

435. Найдите значение выражения:

1) $9\frac{3}{4} \cdot (x + y)$, где $x = 3\frac{1}{3}$; $y = 5\frac{1}{13}$;

2) $11\frac{3}{5}x - 5\frac{1}{3}y$, где $x = 2\frac{1}{2}$; $y = 1\frac{1}{5}$.

436. Вычислите:

1) $1\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{34} + 1\frac{5}{12} \cdot 1\frac{31}{34}$; 2) $10\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{5} - 2\frac{2}{5} \cdot 5\frac{1}{2}$.

437. Вычислите:

1) $\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{7}\right) \cdot 42$; 2) $\left(\frac{14}{15} - \frac{3}{5}\right) \cdot 15$; 3) $18 \cdot \left(\frac{8}{9} - \frac{5}{18}\right)$.

438. Вычислите удобным способом:

1) $6\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9} + 2\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9}$; 3) $21\frac{9}{20} \cdot 10\frac{4}{15} + 21\frac{9}{20} \cdot 9\frac{11}{15}$;
2) $17\frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} - \frac{7}{10} \cdot 7\frac{4}{11}$; 4) $12\frac{13}{19} \cdot 4\frac{3}{5} - 7\frac{13}{19} \cdot 4\frac{3}{5}$.

439. Упростите выражение:

1) $\frac{3}{7}a + \frac{5}{14}a$; 3) $2\frac{7}{12}b + 3\frac{5}{12}b$; 5) $5\frac{17}{20}c + \frac{3}{20}c$;
2) $\frac{7}{9}a - \frac{5}{18}a$; 4) $5\frac{7}{13}b - 1\frac{1}{26}b$; 6) $6\frac{19}{25}c - \frac{2}{5}c$.

Выражения вида $\frac{4}{7}a + \frac{5}{14}a$ и $\frac{3}{4}b - \frac{2}{5}b$ можно упростить вынесением за скобки общего множителя.

Образец:

$$\frac{4}{7}a + \frac{5}{14}a = \left(\frac{4}{7} + \frac{5}{14}\right)a = \left(\frac{8}{14} + \frac{5}{14}\right)a = \frac{13}{14}a;$$
$$\frac{3}{4}b - \frac{2}{5}b = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right)b = \left(\frac{15}{20} - \frac{8}{20}\right)b = \frac{7}{20}b.$$

В простых случаях такие преобразования излишни, напри-

мер: 1) $\frac{3}{5}a + \frac{2}{5}a = a$, так как $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$;

2) $\frac{5}{11}b - \frac{3}{11}b = \frac{2}{11}b$, так как $\frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{5-3}{11} = \frac{2}{11}$.

440. Упростите выражение:

1) $\frac{3}{14}a + \frac{15}{28}a - \frac{11}{35}a$; 3) $\frac{23}{24}c + \frac{5}{6}c - 1\frac{1}{12}c$;
2) $4\frac{5}{6}b - 2\frac{4}{9}b + 3\frac{1}{2}b$; 4) $3\frac{11}{15}d - 2\frac{3}{5}d + 1\frac{9}{10}d$.

441. Размеры одной комнаты: длина $5\frac{2}{5}$ м и ширина $4\frac{1}{5}$ м.

Размеры другой: длина $4\frac{1}{5}$ м и ширина $3\frac{3}{10}$ м.

На сколько площадь первой комнаты больше площади второй?

442. Поезд шел 2 ч 20 мин со скоростью 70 км/ч и столько же времени — со скоростью 65 км/ч. Сколько километров прошел поезд?

443. Выполните действия:

$$\begin{array}{ll} 1) \left(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2} + \frac{5}{8}\right) \cdot 24; & 3) \left(6 + 2\frac{2}{5} + 1\frac{1}{2}\right) \cdot 12\frac{1}{3}; \\ 2) \left(2\frac{3}{5} + 1\frac{7}{10} + \frac{17}{20}\right) \cdot 20; & 4) \left(6\frac{5}{12} + 2\frac{2}{3} - 5\frac{1}{12}\right) \cdot \frac{3}{4}. \end{array}$$

444. Предприниматель Асад привез на рынок n кг яблок. Он продал первому торговцу 30% яблок, второму — 60% оставшихся яблок. Сколько килограммов яблок осталось у Асада? Для решения задачи составьте выражение, при условии, что

$$n = 200 \text{ кг}; 500 \text{ кг}; 1 \text{ т}.$$

445. Туристы должны были пройти l км пути: в 1-й день — $\frac{1}{3}$ часть, во 2-й день — $\frac{2}{5}$ части, а в 3-й день — оставшуюся часть пути. Какая часть пути осталась на 3-й день? Решите задачу, при условии, что $l = 60$ км; 75 км; 120 км.

Решите уравнение (**446–447**):

446. 1) $\frac{3}{5}x + \frac{2}{15}x = 11$; 2) $\frac{9}{7}x - \frac{2}{7}x = 7$; 3) $4\frac{1}{3}x - 2\frac{2}{3}x = 5$.

447. 1) $\left(\frac{3}{5}x - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 15 = 7$; 2) $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{7}x\right) \cdot 21 = 29$.

448. Упростите выражение и найдите его числовое значение:

$$\frac{3}{7}a + \frac{4}{9}a - \frac{50}{63}a, \text{ где } a = 63; 12\frac{3}{5}; 1\frac{4}{5}; 21.$$

449. У Барно было k сумов. На $\frac{7}{15}$ частей своих денег она купила книгу, на 0,6 частей денег, оставшихся от покупки книги, она купила тетрадь. Сколько денег осталось после этого у Барно? Для решения задачи составьте выражение и рассмотрите случаи при $k = 3\,000$; 4 500; 6 000.

450. Переложите две спички так, чтобы равенство было верным:

$$1) \quad \text{III} + \text{II} - \text{III} = \square \quad 2) \quad \text{III} - \text{II} + \text{III} = \square$$



451. Найдите значение выражения:

1) $\left(4\frac{7}{15} - 2\frac{3}{5}\right) \cdot 15$; 2) $\left(1\frac{11}{17} + 2\frac{15}{34}\right) \cdot 34$; 3) $\left(5\frac{1}{6} - 2\frac{2}{3}\right) \cdot 12$.

452. Решите удобным способом:

1) $2\frac{5}{13} \cdot 14\frac{61}{72} - 1\frac{61}{72} \cdot 2\frac{5}{13}$; 2) $7\frac{3}{11} \cdot 4\frac{3}{5} + 2\frac{8}{11} \cdot 4\frac{3}{5}$.

453. Упростите выражение и вычислите его значение для x :

$2\frac{11}{15}x + 1\frac{3}{5}x - \frac{14}{15}x$, где $x = 5$; $\frac{5}{17}$; $2\frac{1}{17}$; 4,5.

454. Решите уравнение:

1) $\frac{11}{12}x + \frac{1}{12}x = 12$; 2) $\frac{10}{9}x - \frac{1}{9}x = 9$; 3) $5\frac{5}{8}x - 2\frac{3}{16}x = 55$.

455. Надо отремонтировать дорогу длиной a км. В первый день рабочие отремонтировали $\frac{4}{15}$ части, во второй день — $\frac{2}{5}$ части дороги. Сколько еще километров осталось отремонтировать?

456. Длина прямоугольника $5\frac{3}{8}$ дм, ширина короче длины на 1,8 дм. Найдите периметр этого прямоугольника. Решите задачу двумя способами.

21

Взаимно обратные числа



$$\frac{k}{n}$$

**мы взаимно
обратны**

$$\frac{n}{k}$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$$

Числитель, освободи место
для знаменателя!
Тогда данная дробь
превратится в обратную!

Два числа, произведение которых равно 1, называются взаимно обратными числами.

Пример 1. 1) $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{5}$ — взаимно обратные числа, так как их произведение равно 1: $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5} = \frac{5 \cdot 7}{7 \cdot 5} = 1$.

2) $2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$, значит, 2 и $\frac{1}{2}$ — взаимно обратные числа.

3) $1 \cdot \frac{1}{1} = \frac{1 \cdot 1}{1} = 1$, т. е. число, обратное 1, есть сама 1.

4) $n \cdot \frac{1}{n} = \frac{n \cdot 1}{n} = 1$, здесь n — натуральное число.

**Для каждого натурального числа существует обратное число.
Для 0 обратного числа не существует.**

Для дроби $\frac{k}{n}$ обратной является дробь $\frac{n}{k}$, так как произведение этих дробей равно 1:

$$\frac{k}{n} \cdot \frac{n}{k} = \frac{k \cdot n}{n \cdot k} = 1, \text{ } k \text{ и } n \text{ — натуральные числа.}$$

Пример 2. Найдите число, обратное дроби $\frac{9}{10}$.

Решение. Искомое число обозначим через x . Тогда $\frac{9}{10} \cdot x = 1$, откуда $x = \frac{10}{9}$. **Ответ:** для дроби $\frac{9}{10}$ обратной будет дробь $\frac{10}{9}$.

Пример 3. Найдите число, обратное дроби $3\frac{1}{8}$.

Решение. Обозначим число, обратное дроби, через x . $3\frac{1}{8} \cdot x = 1$, $\frac{25}{8} \cdot x = 1$; $x = \frac{8}{25}$. **Ответ:** $\frac{8}{25}$. Проверка. $3\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{25} = \frac{25}{8} \cdot \frac{8}{25} = 1$.

Пример 4. Найдите число, обратное 0,85.

Решение. $0,85 = \frac{85}{100} = \frac{17 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{17}{20}$. Для обыкновенной дроби обратной будет дробь, у которой числитель и знаменатель поменялись местами. Значит, дробью, обратной дроби $\frac{17}{20}$, будет дробь $\frac{20}{17} = 1\frac{3}{17}$. **Ответ:** $1\frac{3}{17}$.

Понятием «взаимно обратных чисел» удобно пользоваться при сравнении чисел. Обратите внимание на такое простое правило:

если $a > b$, то в этом случае $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$. Числа a и b могут быть натуральными или дробными числами.

Пример 1. $5 < 7$, но для чисел, обратных им, верно неравенство $\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$, т. е. знак «<» заменяется знаком «>».

Пример 2. Ясно, что $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$, так как $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$. Для дроби $\frac{2}{3}$ обратной будет дробь $\frac{3}{2}$, для дроби $\frac{3}{5}$ обратной будет дробь $\frac{5}{3}$. Они связаны неравенством $\frac{3}{2} < \frac{5}{3}$. Действительно, $\frac{9}{6} < \frac{10}{6}$ (знак «>» сменился на «<»).

Пример 3. Сравните дроби $\frac{2067}{2069}$ и $\frac{2071}{2073}$.

Найдем обратную для каждой из дробей:

$$\frac{2069}{2067} = 1 \frac{2}{2067}; \quad \frac{2073}{2071} = 1 \frac{2}{2071}.$$

По правилу сравнения дробей с одинаковыми числителями:

$$\frac{2}{2067} > \frac{2}{2071}, \text{ т. е. } \frac{2069}{2067} > \frac{2073}{2071}.$$

Между обратными числами имеется знак «>», значит, между самими дробями должен быть знак «<»: $\frac{2067}{2069} < \frac{2071}{2073}$.

Сравните по этому способу дроби:

- | | | |
|--|---|---|
| 1) $\frac{235}{237}$ и $\frac{345}{347}$; | 3) $\frac{19}{42}$ и $\frac{27}{58}$; | 5) $\frac{503}{1002}$ и $\frac{1003}{2002}$; |
| 2) $\frac{110}{123}$ и $\frac{534}{547}$; | 4) $\frac{61}{79}$ и $\frac{83}{101}$; | 6) $\frac{611}{1234}$ и $\frac{1237}{2486}$. |

457. 1) Какие числа называются взаимно обратными?

2) Существует ли для каждого натурального числа число, обратное ему? Существует ли для нуля обратное ему число?

3) Как найти число, обратное смешанной дроби?

4) Какое число равно своему обратному?

458. Для данных чисел напишите обратные им числа:

$$10; \quad 0,25; \quad 1,75; \quad 2,1; \quad 0,125; \quad \frac{3}{14}; \quad 5\frac{1}{5}; \quad \frac{1}{25}.$$

459. Будут ли следующие числа взаимно обратными:

- 1) $\frac{7}{16}$ и $2\frac{2}{7}$; 3) $\frac{1}{37}$ и 37; 5) $6\frac{1}{4}$ и $\frac{4}{25}$;
2) $\frac{9}{13}$ и $1\frac{4}{9}$; 4) 1,25 и 0,8; 6) 3,14 и $\frac{50}{157}$?

460. 1) Найдите число, обратное разности чисел $2\frac{3}{4}$ и $1\frac{3}{10}$.

2) Найдите число, обратное разности чисел 3,75 и 1,55.

461. Будут ли полученные числа взаимно обратными, если к взаимно обратным числам $1\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{7}$: 1) прибавить $\frac{5}{6}$; 2) вычесть $\frac{1}{5}$?

462. Если взаимно обратные числа 1,6 и 0,625: 1) разделить на 2; 2) умножить на 3, то будут ли полученные числа взаимно обратными?

463. Найдите числа, обратные:

- 1) сумме чисел $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{4}$; 3) произведению чисел $\frac{5}{17}$ и $\frac{2}{5}$;
2) разности чисел $\frac{17}{25}$ и $\frac{3}{5}$; 4) частному чисел 0,48 и 0,12.

464. Решите уравнения, приняв неизвестные множители за обратные их сомножителям:

- 1) $\frac{7}{8} \cdot x = 1$; 2) $x \cdot 1\frac{3}{20} = 1$; 3) $5\frac{1}{2} \cdot x = 1$; 4) $0,3 \cdot x = 1$.

465. Выполните действия и найдите числа, обратные результату:

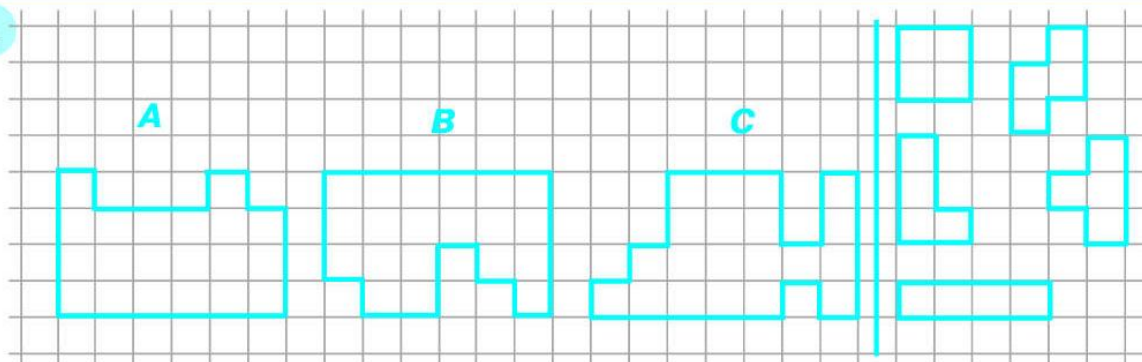
- 1) $9\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{41} + 14\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$; 2) $4\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} - 10\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{9}$.

466. Одно из двух взаимно обратных чисел умножено на целое число k . На какое число следует умножить (или разделить) второе число, чтобы получились взаимно обратные числа?

467. Будет ли несократимой дробь, обратная несократимой дроби?

468. Фигуры A , B и C на рисунке 2 составьте из пяти четырех-
? клеточных фигурок. Решение срисуйте в свою тетрадь и закрасьте фигурки цветными карандашами.

2



469. Запишите число 2011 с помощью 10 двоек и арифметических действий.

470. Для данных чисел найдите обратные:

1) $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{19}$; $\frac{14}{37}$; 2) $1\frac{2}{7}$; $10\frac{1}{3}$; $5\frac{3}{4}$; 3) 0,7; 0,95; 1,01.

471. Будут ли следующие числа взаимно обратными:

1) $5\frac{1}{2}$ и $\frac{4}{11}$; 2) $\frac{4}{23}$ и $1\frac{1}{22}$; 3) 14 и $\frac{2}{11}$; 4) 2,5 и 4?

472. Для данных чисел найдите обратные:

1) $2,5 + \frac{1}{3}$; 2) $4\frac{3}{8} - 2,8$; 3) $4\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}$; 4) $6,29 - 2,04$.

473. Решите уравнение: 1) $1,25 \cdot x = 1$; 2) $3\frac{1}{7} \cdot x = 1$; 3) $2\frac{3}{15} \cdot x = 1$.

474. Решите уравнение:

1) $\left(1\frac{5}{8} + \frac{19}{24} - 1\frac{1}{12}\right) \cdot x = 1$; 2) $\left(2\frac{23}{28} + 1\frac{5}{7} - 1\frac{13}{14}\right) \cdot x = 1$.

22

Решение задач

475. Запишите в виде неправильной дроби:

$2\frac{1}{3}$; $1\frac{8}{9}$; 2,71; 3,14; 2,25; $4\frac{3}{8}$; $5\frac{1}{7}$.

476. Пусть $x = 1$; 5; $\frac{1}{3}$; 2,5; $3\frac{1}{3}$; 4,5. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями выражения $1\frac{4}{5} \cdot x$.

477. Проверьте вычисления:

1) $32 \cdot 2\frac{1}{8} = 32 \cdot 2 + 32 : 8 = 64 + 4 = 68$;

$$2) 45 \cdot 3\frac{1}{9} = 45 \cdot 3 + 45 : 9 = 135 + 5 = 140 ;$$

$$3) 78 \cdot \frac{12}{13} = 78 - 78 : 13 = 78 - 6 = 72 ;$$

$$4) 96 \cdot \frac{15}{16} = 96 - 96 : 16 = 96 - 6 = 90 ;$$

$$5) 2,5 \cdot 1,8 = 2,5 \cdot (2 - 0,2) = 2,5 \cdot 2 - 2,5 \cdot 0,2 = 5 - 0,5 = 4,5 ;$$

$$6) 3,75 \cdot 0,4 = 3 \cdot 0,4 + 0,75 \cdot 0,4 = 1,2 + 0,3 = 1,5.$$

Составьте по 4—5 похожих примеров.

478. Выполните умножение:

$$1) 4\frac{3}{7} \cdot 14 ; \quad 2) 2\frac{5}{9} \cdot 9 ; \quad 3) 3\frac{4}{21} \cdot 7 ; \quad 4) 2\frac{11}{18} \cdot 6.$$

479. Найдите числа, обратные данным:

$$2\frac{7}{34} ; \quad 1\frac{11}{45} ; \quad 2,8 ; \quad 1,05 ; \quad 6,25 ; \quad 4\frac{4}{21} ; \quad 5\frac{19}{25}.$$

480. Найдите значение выражения: $\frac{9}{13} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{11}{8}$.

$$\text{Решение. } \frac{9}{13} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{11}{8} = \frac{9}{13} \cdot \left(\frac{8}{11} \cdot \frac{11}{8} \right) = \frac{9}{13} \cdot 1 = \frac{9}{13}. \text{ Ответ: } \frac{9}{13}.$$

Из этого примера приходим к выводу:

Если число k умножается вначале на число b , а затем на число, обратное числу b , то в результате получится само число k .

Вычислите в соответствии со сказанным:

$$1) 2\frac{1}{4} \cdot \frac{16}{17} \cdot \frac{17}{16} ; \quad 3) \frac{3}{11} \cdot 2,8 \cdot \frac{5}{14} ; \quad 5) \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8} \cdot 3,7 ;$$

$$2) \frac{15}{17} \cdot 2,9 \cdot \frac{17}{15} ; \quad 4) 3,2 \cdot \frac{5}{16} \cdot 2,71 ; \quad 6) \frac{13}{20} \cdot \frac{5}{28} \cdot 5,6.$$

481. Найдите значение выражения:

$$1) 4\frac{87}{91} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{19}{15} ; \quad 3) 1\frac{4}{5} \cdot 3,14 \cdot \frac{5}{9} ; \quad 5) 0,75 \cdot 1,4 \cdot 1\frac{1}{3} ;$$

$$2) \frac{11}{14} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot \frac{14}{11} ; \quad 4) 3\frac{1}{7} \cdot 4,8 \cdot \frac{7}{22} ; \quad 6) 4\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{23} \cdot \frac{23}{9}.$$

482. Автомобиль прошел расстояние 234 км. $\frac{7}{9}$ пути было горизонтальным, подъем составил $\frac{2}{13}$ части пути, остальная часть шла под гору. Сколько километров пути шло под гору?

483. Среднее арифметическое трех чисел равно 9,5. Второе число на 7,5 меньше первого, а третье число в 2 раза больше первого. Найдите эти числа.

484. Турист за три дня прошел d км. В первый день он прошел 40%, во второй день — $\frac{1}{3}$ пути. Сколько километров ему пришлось пройти в третий день?

485. Вычислите, используя свойства сложения и умножения:

1) $1\frac{30}{37} + 2,5 + 3\frac{7}{37}$;

3) $\frac{15}{29} + \left(\frac{14}{29} - \frac{2}{3}\right)$;

2) $\left(1\frac{7}{25} + \frac{8}{9}\right) - \frac{7}{25}$;

4) $\left(8\frac{4}{15} + \frac{11}{20}\right) - \frac{4}{15}$.

486. Решите уравнение:

1) $3\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{13} \cdot 2,5 \cdot x = 1$;

2) $\frac{5}{8}x - \frac{1}{4}x - 2,5 = 0,5$.

487. Переложите две спички так, чтобы равенство было верным:

1) $5 + 4 - 4 = 10$

2) $8 - 4 - 8 \square = 100$

488. Найдите числа, обратные для суммы, разности, произведения и частного чисел $2\frac{4}{5}$ и 1,2.

489. Ширина прямоугольника равна $2\frac{5}{8}$ дм. Длина на 2,1 см больше. Найдите периметр этого прямоугольника двумя способами.

490. Упростите выражение и найдите его числовое значение:

$1\frac{5}{6}a + 2\frac{1}{4}a$, где $a = \frac{6}{11}; \frac{4}{9}; 6; 4; 12$.

491. Решите уравнение:

1) $\frac{7}{8}x + \frac{3}{4}x - 7 = 6$;

2) $2\frac{6}{7}x - 1\frac{6}{7}x - 8 = 7$.

492. Вычислите и найдите число, обратное результату:

1) $3\frac{5}{8} \cdot 0,48 + 3,625 \cdot 0,52$;

2) $17\frac{8}{15} \cdot 3,8 - 7\frac{8}{15} \cdot 3,8$.

Рассмотрим пример, приводящий к операции деления дробей.

Пример. Площадь прямоугольника $\frac{3}{4}$ м², ширина равна $\frac{5}{8}$ м. Найдите длину прямоугольника.

Решение. Примем длину прямоугольника за x . Тогда по условию задачи составим уравнение: $\frac{5}{8} \cdot x = \frac{3}{4}$.

Умножим обе части уравнения на число $\frac{8}{5}$, обратное коэффициенту при x , т. е. дроби $\frac{5}{8}$: $\frac{5}{8} \cdot x \cdot \frac{8}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5}$, но $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5} = 1$, значит, $x = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ (м).

Ответ: длина прямоугольника $1\frac{1}{5}$ м.

Для того чтобы разделить дробь на дробь, надо умножить делимое на число, обратное делителю:

$$\frac{k}{n} : \frac{p}{q} = \frac{k \cdot q}{n \cdot p}.$$

Пример 1. 1) $15 : \frac{3}{4} = \frac{15}{1} : \frac{3}{4} = \frac{15}{1} \cdot \frac{4}{3} = 20$;

2) $0 : \frac{8}{11} = 0 \cdot \frac{11}{8} = 0$.

Пример 2. $\frac{5}{7} : 2 = \frac{5}{7} : \frac{2}{1} = \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 1}{7 \cdot 2} = \frac{5}{14}$.

Приходим к следующему заключению:

Если делимое (или делитель) — натуральное число, то:

1-й шаг. Натуральное число записываем в виде дроби со знаменателем 1.

2-й шаг. Применяем правило деления дроби на дробь.

Пример 3. $3\frac{3}{4} : 2\frac{1}{8} = \frac{15}{4} : \frac{17}{8} = \frac{15}{4} \cdot \frac{8}{17} = \frac{30}{17} = 1\frac{13}{17}$.

Для деления смешанных чисел:

1 - й шаг. Обращаем их в неправильные дроби.

2 - й шаг. Применяем правило деления дробей.

Пример 4. $2\frac{1}{4} : 0,9 = \frac{9}{4} : \frac{9}{10} = \frac{\cancel{9}^1}{4} \cdot \frac{10^5}{\cancel{9}_1} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}.$

Пример 5. $1,2 : \frac{3}{7} = \frac{6}{5} : \frac{3}{7} = \frac{\cancel{6}^2}{5} \cdot \frac{7}{\cancel{3}_1} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 1} = \frac{14}{5} = 2,8.$

Если делимое (делитель) — десятичная дробь, то ее нужно обратить в обыкновенную дробь.

493. 1) Как выполняется деление дроби на дробь?

? 2) Как выполняется деление дроби на натуральное число?

3) Как выполняется деление смешанных чисел? Поясните.

4) Если делимое или делитель — десятичная дробь, то какие действия следует предпринять?

Выполните деление (**494–500**):

494. 1) $\frac{2}{5} : \frac{3}{7};$ | 2) $\frac{1}{8} : \frac{1}{4};$ | 3) $\frac{1}{2} : \frac{4}{5};$ | 4) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4};$ | 5) $\frac{7}{9} : \frac{4}{18}.$

495. 1) $6 : \frac{1}{4};$ | 2) $5 : \frac{5}{6};$ | 3) $10 : \frac{5}{9};$ | 4) $15 : \frac{3}{5};$ | 5) $12 : \frac{3}{4}.$

496. 1) $1 : \frac{1}{5};$ | 2) $1 : \frac{7}{10};$ | 3) $1 : \frac{8}{9};$ | 4) $1 : \frac{9}{10};$ | 5) $1 : \frac{3}{4}.$

497. 1) $\frac{7}{8} : 3;$ | 2) $\frac{4}{5} : 5;$ | 3) $\frac{7}{10} : 4;$ | 4) $\frac{13}{16} : 26;$ | 5) $\frac{7}{9} : 3.$

498. 1) $8 : 20;$ | 2) $10 : 4;$ | 3) $26 : 39;$ | 4) $81 : 54;$ | 5) $18 : 8.$

499. 1) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3};$ | 2) $2\frac{5}{8} : 1\frac{3}{4};$ | 3) $5\frac{1}{9} : 7\frac{2}{3};$ | 4) $10\frac{4}{5} : 5\frac{2}{5}.$

500. 1) $\frac{5}{6} : 1\frac{2}{3};$ | 2) $3\frac{1}{7} : \frac{4}{7};$ | 3) $\frac{15}{38} : 1\frac{1}{19};$ | 4) $7\frac{1}{2} : \frac{3}{4}.$

501. Урожай хлопка с $53\frac{3}{4}$ га — 193 т 5 ц. Сколько хлопка собрали с 1 га?

502. 1) Площадь прямоугольника $62\frac{9}{10}$ дм², длина $8\frac{1}{2}$ дм. Найдите периметр этого прямоугольника.

2) Площадь прямоугольника 52 см^2 , ширина $6\frac{1}{2} \text{ см}$. Найдите периметр этого прямоугольника.

503. Скорость велосипедиста $11\frac{2}{5} \text{ км/ч}$. За какое время он преодолет 19 км? 38 км?

504. Заполните таблицу:

a	$\frac{7}{9}$	$1\frac{3}{5}$		5	$1\frac{24}{25}$	$8\frac{1}{3}$	$\frac{7}{10}$	
b	$\frac{3}{7}$		$\frac{5}{14}$		$1\frac{2}{3}$			$5\frac{1}{3}$
$a \cdot b$			1	10		1	$3\frac{1}{3}$	
$a : b$		$2\frac{1}{2}$						8

505. Выполните действия:

- 1) $\left(12 : 3\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3}$;
- 2) $\left(13\frac{2}{7} - 5\frac{3}{14}\right) : 2\frac{11}{51}$;
- 3) $\left(\frac{19}{21} : 1\frac{1}{21}\right) : \left(\frac{38}{41} : \frac{2}{41}\right)$;
- 4) $\left(5\frac{1}{3} : 3\frac{1}{5}\right) : \left(6\frac{1}{2} : 2\frac{1}{6}\right)$.

506. За 3,5 кг урюка заплатили 3 500 сумов. Сколько стоит 1 кг урюка?

507. Поезд за 3 часа 45 минут прошел путь в 225 км. Сколько километров поезд пройдет за 1 час?

508. Поезд проходит: 1) за $\frac{2}{3}$ часа — $40\frac{1}{2} \text{ км}$; 2) за $\frac{1}{2}$ часа — 25 км. Найдите скорость поезда.

509. Замените буквы a, b, c, d такими цифрами, чтобы в результате получились верные равенства:

- 1) $\overline{aaaa} + \overline{aaaa} = \overline{baaac}$;
- 2) $\overline{aaa} + \overline{bbb} = \overline{cddc}$;
- 3) $\overline{aaa} + \overline{bbb} = \overline{ccc}$;
- 4) $4 \cdot \overline{abcd} = \overline{dcba}$.

510. Найдите значение выражения:

$$3\frac{4}{27} : a, \text{ где } a = 1; \frac{5}{27}; 1\frac{8}{9}; \frac{17}{27}; 2; 5; 17; 0,17.$$

Выполните деление (511–514):

511. 1) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; 2) $\frac{4}{7} : \frac{5}{14}$; 3) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$; 4) $\frac{14}{15} : \frac{2}{5}$.

512. 1) $7 : \frac{1}{7}$; 2) $6 : \frac{3}{5}$; 3) $1 : \frac{2}{7}$; 4) $1 : \frac{24}{25}$.

513. 1) $\frac{5}{7} : 10$; 2) $\frac{3}{5} : 3$; 3) $\frac{8}{11} : 6$; 4) $\frac{12}{35} : 12$.

514. 1) $4\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$; 2) $2\frac{4}{5} : 1\frac{2}{5}$; 3) $\frac{7}{9} : 2\frac{1}{3}$; 4) $8\frac{1}{2} : \frac{19}{20}$.

515. Площадь прямоугольника $31\frac{9}{20}$ дм², его длина $4\frac{1}{4}$ дм. Найдите периметр прямоугольника.

516. Джигит скачет со скоростью $15\frac{3}{4}$ км/ч. За какое время он преодолеет 63 км?

517. Поезд за 2 часа 15 минут прошел 135 км. Какой путь он пройдет за 1 час?

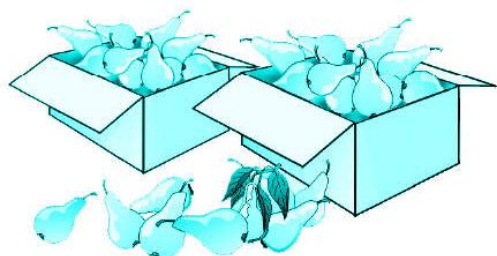


Нахождение числа по его части



Четверть массы груш
в ящике — 10 кг.

Какова общая масса
груш?



Пример. Кобилджан купил книгу за 8 100 сумов. Эти деньги составляли $\frac{3}{5}$ всех его денег. Сколько денег было у Кобилджана?

Решение. 1 - й вопрос. На сколько частей надо разделить сумму всех денег Кобилджана? Сумму всех его денег нужно поделить на 5 частей, т. к. знаменатель дроби $\frac{3}{5}$ равен 5.

2 - й вопрос. Сколько таких долей приходится на книгу?

3 доли, так как числитель дроби $\frac{3}{5}$ равен 3.

3-й вопрос. Сколько денег приходится на одну долю?

$$8100 : 3 = 2700 \text{ (сумов).}$$

4-й вопрос. Сколько денег было у Кобилджана?

$$2700 \cdot 5 = 13500 \text{ (сумов).}$$

Ответ: у Кобилджана было 13 500 сумов.

Действия, выполненные при решении задачи, можно коротко записать так: $(8100 : 3) \cdot 5$.

В точности то же числовое выражение равно следующему:

$$8100 : 3 \cdot 5 = \frac{8100}{3} \cdot 5 = 8100 \cdot \frac{5}{3} = 8100 : \frac{3}{5}.$$

Итак, если $\frac{3}{5}$ части от x сумов составляют 8 100 сумов, то чтобы найти x , надо разделить 8 100 на дробь $\frac{3}{5}$.

Для того чтобы найти число по данной его части, надо численное значение части числа разделить на дробь, выражающую эту часть.

Вообще, если известна $\frac{k}{n}$ часть от числа x , равная a , то x — решение уравнения $\frac{k}{n}x = a$: $x = a : \frac{k}{n} = \frac{a \cdot n}{k}$.

Пример. Найдите число x , $\frac{2}{5}$ которого равны 10.

Решение. Численное значение $\frac{2}{5}$ числа x равны 10.

$$\text{Тогда } x = 10 : \frac{2}{5} = \cancel{10}^5 \cdot \frac{5}{\cancel{2}_1} = 5 \cdot 5 = 25. \text{ Ответ: } 25.$$

$$\text{Проверка. } \cancel{25}^5 \cdot \frac{2}{\cancel{5}_1} = 5 \cdot 2 = 10.$$

518. 1) Как найти число по данной его части?

② 2) Как найти данную часть числа?

3) Какие действия при этом используются?

519. Найдите число x , если:

$$1) \frac{x}{2} = 25; \quad | \quad 2) \frac{x}{2} = 50; \quad | \quad 3) 0,25 x = 10; \quad | \quad 4) \text{четверть } x = 100.$$

- 520.** Найти x , $\frac{5}{7}$ которого равны 35; $\frac{5}{7}$ которого равны 30.
- 521.** $\frac{3}{4}$ одного числа равны 180. $\frac{4}{5}$ второго числа также равны 180. Которое из чисел больше? На сколько больше?
- 522.** Сад имеет форму прямоугольника. $\frac{2}{3}$ сада занимают яблони, оставшуюся часть — груши. Яблони высажены на площади 900 м². Какую площадь занимают груши?
- 523.** Дети, отправившиеся вдоль сая Шахимардан, прошли 4 км. Этот путь соответствует $\frac{2}{3}$ намеченного маршрута. Какова длина всего маршрута?
- 524.** В фермерском хозяйстве скосили 480 га площади, занятой под пшеницу. Это составляет $\frac{3}{4}$ площади всей пашни. Какова площадь всего хозяйства?
- 525.** Мухаммаджан проехал на велосипеде 12 км за 1 час. Длину пути за $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ часа запишите в таблицу:

Доли 1 часа	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$
Путь (км)							

Используя таблицу, найдите путь, пройденный Мухаммаджаном за 10 мин, за 15 мин, за 20 мин.

- 526.** Бахтияру 16 лет. Его возраст составляет $\frac{2}{5}$ возраста его отца. Возраст отца составляет $\frac{5}{8}$ возраста бабушки Бахтияра. Сколько лет бабушке?
- 527.** $\frac{2}{7}$ длины отрезка AB равны 4 см. Найдите длину отрезка AB в сантиметрах.

- 528.** Число 60 последовательно увеличивали на: 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{11}{12}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{7}{10}$. Во сколько раз увеличилось число?
- 529.** 1) Прибавьте к $\frac{4}{9}$ числа 5 400 $\frac{2}{3}$ числа 900.
2) $\frac{5}{8}$ числа 600 умножьте на $\frac{7}{15}$ числа 360.
- 530.** Два всадника одновременно поскакали навстречу друг другу из двух кишлаков. Первый всадник покрыл за $\frac{2}{3}$ часа 12 км, второй за $\frac{3}{4}$ часа — 15 км. Найдите расстояние между кишлаками, если они встретились через $2\frac{1}{2}$ часа.
- 531.** В хозяйстве $\frac{7}{12}$ пахотной земли отвели под хлопок, $\frac{2}{9}$ — под рис, оставшуюся часть — под пшеницу. На какой площади посеяна пшеница, если хлопок занимает на 1 300 га больше, чем рис?
- 532.** От $\frac{4}{7}$ числа отняли $\frac{1}{4}$ часть, разность равна 18. Найдите это число.
- 533.** Турист прошел $\frac{5}{14}$ пути. Сколько километров осталось ему пройти, если оставшаяся часть больше пройденной на 12 км?
- 534.** 1) 5 кг соли хотят расфасовать в пакеты по $\frac{1}{2}$ кг. Сколько для этого понадобится пакетов?
2) 3 кг чая расфасовали в коробочки по $\frac{1}{10}$ кг. Сколько для этого понадобилось коробочек?
- 535.** На рынок привезли несколько мешков риса. В первый день продали $\frac{4}{9}$ мешков риса, во второй день — $\frac{2}{5}$. После этого осталось 14 мешков. Сколько риса привезли на рынок?

536. У Мехринисо было 7 200 сумов. На $\frac{1}{6}$ денег она купила мороженое, на $\frac{3}{5}$ оставшихся денег она купила тетради. Сколько денег у нее осталось?

537. Мама купила тетради и так распределила их: пятикласснице Наиме досталась $\frac{1}{4}$ часть, семикласснице Назиме — $\frac{1}{3}$ часть всех тетрадей. После этого осталось 15 тетрадей. Сколько тетрадей получила каждая девочка?

538. Решите уравнение:

$$1) 2\frac{3}{5} : \left(x + 1\frac{3}{14}\right) - 1\frac{2}{5} = \frac{1}{3};$$

$$2) \left(x - \frac{3}{8}\right) \cdot \frac{8}{35} + 2\frac{2}{7} = 2\frac{3}{5}.$$

539. Найдите число, если: 1) половина этого числа равна 11; 2) $\frac{1}{3}$ часть — 15; 3) четверть — 5; 4) $\frac{1}{8}$ часть — 12,5.

540. Сад имеет форму прямоугольника, на $\frac{3}{5}$ частях посадили черешню, на оставшихся — инжир. Какова площадь сада, если под черешню отдано на 100 м² больше, чем под инжир?

541. $\frac{5}{9}$ длины отрезка CD — 15 см. Какова длина CD ?

542. $\frac{3}{5}$ основания прямоугольника — 12 см. Найдите периметр прямоугольника, если его высота составляет $\frac{3}{4}$ основания.

543. 1) От $\frac{5}{16}$ числа 4 800 вычитите $\frac{7}{11}$ числа 490;

2) разделите $\frac{11}{17}$ числа 968 на $\frac{4}{11}$ числа 484.

544. В сосуд налили 19,2 л масла. Это составляет $\frac{8}{9}$ массы сосуда с маслом. Найдите массу пустого сосуда.

- 545.** Фермер Расул отвел под пшеницу 180 га земли. Эта площадь составляет $\frac{3}{4}$ пахотной земли его хозяйства. Сколько га земли занимает пашня?
- 546.** В первый день туристы прошли $\frac{5}{24}$ маршрута. Во второй день они прошли 0,8 от пройденного в первый день. Какова общая длина маршрута, если во второй день пройдено 24 км?
- 547.** Собранный виноград разложили в 3 корзины. В первой корзине была треть урожая, во второй — $\frac{2}{5}$ его части, в третью корзину поместили оставшиеся 20 кг винограда. Сколько всего винограда было собрано?

25

Дробные выражения

Частное двух выражений можно записывать с помощью дробной черты.

Пример 1. $4 : 5 = \frac{4}{5}; \quad 3 : 7 = \frac{3}{7}; \quad 0,8 : 0,5 = \frac{0,8}{0,5} = \frac{8}{5}.$

Пример 2. $(2,8 - 1,3) : (3,4 + 4,1) = \frac{2,8 - 1,3}{3,4 + 4,1} = \frac{1,5}{7,5} = \frac{1 \cancel{15}}{7 \cancel{5} 5} = \frac{1}{5}.$

Пример 3. $(a + b) : c = \frac{a+b}{c}; \quad (a - b) : (c + d) = \frac{a-b}{c+d}.$

Пример 4. $(2a + 3,5) : (b - 4,7) = \frac{2a+3,5}{b-4,7}.$

Эти примеры подводят к понятию дробных выражений.

Если частное двух чисел или двух выражений записано с помощью дробной черты, то эта запись называется *дробным выражением*.

Число, записанное над дробной чертой, называется *числителем*, под дробной чертой — *знаменателем* дробного выражения.

Примеры дробных выражений:

$$\frac{3,9 - 2,4}{7,3 + 2,7}; \quad \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{7}}{\frac{4}{9} - \frac{1}{3}}; \quad \frac{0,8 - 0,3}{\frac{5}{7} - \frac{2}{3}}; \quad \frac{7 \cdot a + 4 \cdot b}{2 \cdot a - 3 \cdot b}.$$

Все действия и их свойства, верные для обыкновенных дробей, имеют место и для дробных выражений.

Пример. Найдите значение дробного выражения: $\frac{7\frac{1}{3}}{3\frac{1}{5}}$.

1-й способ. Обращаем числитель и знаменатель выражения в неправильные дроби, затем находим частное по правилам деления:

$$\frac{7\frac{1}{3}}{3\frac{1}{5}} = \frac{\frac{22}{3}}{\frac{16}{5}} = \frac{22}{3} : \frac{16}{5} = \frac{11}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{11 \cdot 5}{3 \cdot 8} = \frac{55}{24} = 2\frac{7}{24}.$$

2-й способ. Числитель и знаменатель дроби умножаем на 15, применяем распределительный закон и находим значение выражения:

$$\frac{7\frac{1}{3}}{3\frac{1}{5}} = \frac{7\frac{1}{3} \cdot 15}{3\frac{1}{5} \cdot 15} = \frac{\left(7 + \frac{1}{3}\right) \cdot 15}{\left(3 + \frac{1}{5}\right) \cdot 15} = \frac{105 + 5}{45 + 3} = \frac{110}{48} = \frac{55}{24} = 2\frac{7}{24}.$$

548. 1) Какое выражение называется дробным? Приведите примеры.

? 2) Как называется выражение над дробной чертой?

3) Как называется выражение под дробной чертой?

549. (Устно.) Назовите числитель и знаменатель выражения:

$$1) \frac{4,9}{5,7}; \quad 2) \frac{1\frac{1}{4}}{2,1}; \quad 3) \frac{5\frac{1}{3}}{6\frac{2}{5}}; \quad 4) \frac{8,4 - 2\frac{1}{3}}{4\frac{6}{7} - 1,8}; \quad 5) \frac{1,3 \cdot a - 2,7 \cdot b}{2\frac{2}{3} \cdot a \cdot b}.$$

550. Найдите значение дробного выражения:

$$1) \frac{2\frac{1}{3}}{4\frac{1}{2}}; \quad 2) \frac{3\frac{4}{7}}{4\frac{2}{3}}; \quad 3) \frac{2,8}{1\frac{3}{4}}; \quad 4) \frac{2\frac{5}{6}}{2,1}; \quad 5) \frac{4,8 - 1,5}{33 : 10}.$$

551. Выполните действия:

$$1) \frac{32,8}{2,8} \cdot 3\frac{1}{2}; \quad 2) \frac{1,21 : 1,1}{3,24 : 1,8}; \quad 3) \frac{4}{0,7} + \frac{5}{1,4}; \quad 4) \frac{3,9 - 2,4}{4,8 + 1,2}.$$

552. Найдите значение дробного выражения:

$$1) \frac{2,4}{3,6} + \frac{8,5}{1,7}; \quad 2) \frac{0,14}{0,084} - \frac{0,035}{0,49}; \quad 3) \frac{1,9 \cdot 4,5 - 0,7}{6,3 : 2,1 - 2,6}.$$

553. Вычислите удобным способом:

$$1) \frac{48 \cdot 2,7 - 5,4}{47 \cdot 5,4 - 5,4}; \quad 2) \frac{7,2 \cdot 38 - 7,2 \cdot 13}{2,4 \cdot 95 - 2,4 \cdot 70}; \quad 3) \frac{3\frac{1}{7} \cdot 3,14 - 3\frac{1}{7} \cdot 1,14}{1\frac{4}{7} \cdot 8,3 - 1\frac{4}{7} \cdot 6,3}.$$

554. Сумма смежных сторон прямоугольника равна 42,2 см. Длина на 17,2 см больше ширины. Найдите площадь этого прямоугольника.

Найдите значение выражения (**555–556**):

$$555. \quad 1) \frac{0,75 : 0,15 - 2,5}{8,4 : 2,1 + 2,25}; \quad 2) \frac{2\frac{1}{9} : 1\frac{1}{6} + 3,5}{4\frac{2}{7} : 2\frac{1}{7} - 0,9}; \quad 3) \frac{3,9 : 1,3 - 1,32}{0,51 : 1,7 + 3,06}.$$

$$556. \quad 1) \frac{8,5 \cdot 3\frac{1}{7} \cdot 3,8}{1,7 \cdot 1\frac{4}{7} \cdot 1\frac{9}{10}}; \quad 2) \frac{4,5 : 0,15 \cdot 0,5}{8,5 \cdot \frac{3}{17} : 0,3}; \quad 3) \frac{0,99 \cdot 0,2 \cdot 10,4}{0,22 \cdot 0,9 \cdot 1,3}.$$

$$557. \text{ Вычислите: } 1) \frac{2 + 1\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{4}}; \quad 2) \frac{3 - 2\frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}}; \quad 3) \frac{3 + 3,25}{4 - 1,5}.$$

558. Сумма трех чисел равна 144. Второе число больше первого в $2\frac{1}{3}$ раза. Третье число на 10 меньше разности второго и первого чисел. Найдите эти числа.

559. Сумма трех чисел равна 110. Второе число больше первого в $1\frac{5}{7}$ раз, третье число составляет $\frac{17}{24}$ второго числа. Найдите эти числа.

560. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{19,2}{4,8} : \frac{1,28}{0,64}; \quad 2) \frac{2\frac{4}{9}}{1\frac{2}{9}}; \quad 3) \frac{7,2}{2\frac{1}{4}}; \quad 4) \frac{0,8 \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 1,25}{1\frac{1}{6} \cdot 2,8 \cdot \frac{5}{14}}.$$

561. В первый день было вспахано $\frac{5}{14}$ пашни, во второй день — 0,4, а в третий день — оставшиеся 136 гектаров земли. Сколько гектаров пахотной земли у хозяйства?

562. Всего в двух сосудах 75 л масла. В первом сосуде масла в 1,5 раза больше. Сколько литров масла в каждом сосуде?

563. Вычислите:

1) $\frac{2,8 \cdot 0,5 + 4,9 \cdot \frac{2}{7}}{3,5 : 0,7 - 2,2}$;

2) $\frac{12,8 \cdot 2,71 + 2,71 \cdot 37,2}{5,42 \cdot 109,3 - 5,42 \cdot 59,3}$.

564. Основание прямоугольника равно $8\frac{4}{7}$ дм. Высота составляет 75% основания. Найдите периметр этого прямоугольника.

565. Решите уравнение:

1) $x : 2\frac{2}{3} = \frac{3}{8}$;

2) $\frac{17}{32} : x = \frac{5}{16}$;

3) $\frac{13}{21}x - \frac{3}{7}x + \frac{2}{3}x = 2$.

566. 1) 0,7 числа 4,9 сложите с $\frac{2}{3}$ числа 4.

2) Из 0,41 от 41 вычитите $\frac{2}{7}$ от 10.

26

Решение задач

Выполните действия (**567–568**):

567. 1) $2,71 + \left(2\frac{1}{3} - \frac{4}{9}\right) : 1\frac{1}{9} + 3\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right)$; 2) $\frac{20}{27} \cdot \frac{9}{10} + 1 : 0,3$.

568. 1) $3 - \left(\frac{3}{7} - \frac{12}{35}\right) : \frac{6}{7}$; 2) $2,5 - \frac{6}{7} \cdot \left(\frac{7}{15} - \frac{3}{10}\right)$.

569. Вычислите:

1) $\left(\left(13 - 2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{10}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} : \frac{4}{9} - 0,5\right) : 3\frac{1}{7}\right) : 3\frac{2}{11}$;

2) $\left(\left(2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{9} \cdot \frac{4}{15} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(9 - \frac{6}{7} : \frac{3}{14}\right) + 2\frac{1}{3}\right) \cdot 17\frac{1}{4}$.

570. У Фархада было несколько орехов. $\frac{1}{4}$ всех орехов он отдал Фатиме, $\frac{1}{3}$ оставшихся — Абдулле, половину оставшихся после этого — Азизу. У него осталось 7 орехов. Сколько орехов было у Фархада первоначально?

571. Периметр прямоугольника 9,6 м. Длина в 1,4 раза больше ширины. Найдите площадь этого прямоугольника.

572. Ширина прямоугольника составляет $\frac{2}{3}$ его длины. Найдите периметр и площадь прямоугольника, если его ширина равна $4\frac{1}{5}$ дм.

573. 1) Сложите $\frac{16}{17}$ от 256 с $\frac{1}{13}$ от 169;

2) вычтите $\frac{1}{101}$ числа 9 999 из $\frac{19}{21}$ числа 361.

574. 1) Умножьте $\frac{11}{15}$ от 132 на $\frac{1}{23}$ от 2 323;

2) разделите $\frac{8}{13}$ от 512 на $\frac{1}{28}$ от 728.

575. Выполните действия и найдите число, обратное результату:

1) $9\frac{1}{6} : \frac{11}{24} - 3\frac{1}{9} \cdot 1\frac{2}{7}$;

2) $2\frac{1}{7} : 1\frac{17}{28} + 4\frac{1}{9} \cdot 2\frac{7}{37}$.

576. Решите уравнение:

1) $\left(1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{10} - 1\frac{1}{7} : 2\frac{2}{7}\right) \cdot x = 1$; 2) $\left(4\frac{2}{9} : 2\frac{1}{9} + 3\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{22}\right) \cdot x = 1$.

577. Каждое из чисел: а) 1,8; б) $1\frac{11}{14}$; в) $\frac{8}{9}$ представьте в виде:

1) суммы; 2) разности; 3) произведения; 4) частного.

578. Сколько цифр после запятой будет у произведения (в скобках указано число цифр последнего множителя):

1) $0,1 \cdot 0,01 \cdot 0,001 \cdot \dots \cdot 0,00\dots01$ (10 цифр);

2) $0,2 \cdot 0,02 \cdot 0,002 \cdot \dots \cdot 0,00\dots02$ (10 цифр);

3) $0,1 \cdot 0,01 \cdot 0,001 \cdot \dots \cdot 0,00\dots01$ (20 цифр)?

Образец: Чтобы найти число цифр после запятой в произведении $0,1 \cdot 0,01 \cdot 0,001 \cdot \dots \cdot 0,00\dots01$ (30 цифр), достаточно сложить число цифр после запятой у каждого сомножителя:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 30 = (1 + 30) \cdot 15 = 31 \cdot 15 = 465.$$

О т в е т : после запятой в произведении будет 465 цифр:

$$0,\underbrace{1}_1 \cdot 0,\underbrace{01}_2 \cdot \dots \cdot 0,\underbrace{0\dots01}_{30} = 0,\underbrace{0\dots01}_{465}.$$

579. Найдите значение выражения:

$$1) \left(\frac{7}{10} - \frac{4}{15} \right) \cdot \frac{4}{13}; \quad 2) \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{15}{22}; \quad 3) \frac{12}{17} \cdot \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{3} \right).$$

580. Площадь прямоугольника 15 дм². Найдите периметр этого прямоугольника, если его основание равно $4\frac{4}{5}$ дм.

581. Какое из чисел больше: $\frac{3}{7}$ от 63 или $\frac{4}{9}$ от 36?

582. 1) Сложите $\frac{8}{9}$ от 180 с $\frac{11}{14}$ от 560;

2) из $\frac{14}{15}$ от 450 вычтите $\frac{3}{11}$ от 550.

583. Выполните действия и найдите число, обратное результату:

$$1) 2,71 - 1,8 \cdot 1\frac{1}{3}; \quad 2) 3,14 + 1,72 : \left(2\frac{1}{7} : 1\frac{1}{14} \right).$$

584. Турист прошел $\frac{8}{21}$ от намеченного пути. Подсчитав, он обнаружил, что пройденный им путь на 15 км меньше оставшегося. Сколько еще остается пройти туристу?

585. От рулона ткани отрезали 9 м, что составляет $\frac{3}{8}$ от всего рулона. Сколько метров ткани было в рулоне?

586. Решите уравнение:

$$1) \left(4\frac{1}{8} \cdot 1\frac{5}{11} - 2\frac{2}{9} : 1\frac{2}{3} \right) \cdot x = 1; \quad 2) \left(5\frac{4}{7} : \frac{13}{28} + 3\frac{1}{6} \cdot 1\frac{5}{19} \right) \cdot x = 1.$$

1. Умножьте число на дробь: $48 \cdot \frac{7}{12}$.
- А) 28. Б) 47. В) 84. Г) 35.
2. Умножьте дробь на число: $\frac{13}{17} \cdot 85$.
- А) 52. Б) 65. В) 78. Г) 55.
3. Вычислите: $\frac{32}{49} \cdot \frac{7}{8}$.
- А) $\frac{21}{49}$. Б) $\frac{16}{56}$. В) $\frac{4}{7}$. Г) $\frac{4}{8}$.
4. Вычислите: $2\frac{7}{8} \cdot 1\frac{1}{23}$.
- А) $\frac{23}{8}$. Б) 2. В) $\frac{1}{8}$. Г) 3.
5. Вычислите: $3\frac{6}{7} : 2\frac{4}{7}$.
- А) 1,5. Б) $\frac{2}{3}$. В) 7 : 4. Г) 1,8.
6. Выполните деление: $\frac{27}{49} : \frac{18}{35}$.
- А) $\frac{14}{15}$. Б) $1\frac{1}{14}$. В) 1,5. Г) 7 : 5.
7. Решите уравнение: $\left(2\frac{8}{9} : 1\frac{4}{9} - \frac{2}{3}\right) \cdot x = 1$.
- А) $2\frac{1}{3}$. Б) 2. В) $1\frac{1}{3}$. Г) 0,75.
8. Площадь прямоугольника равна 32 см^2 , высота — $3\frac{1}{5} \text{ см}$.
Найдите основание этого прямоугольника.
- А) 6,4 см. Б) 10 см. В) 2 см. Г) 96 см.
9. Найдите числовое значение выражения $\frac{2\frac{14}{15} + a}{3\frac{1}{15} - a}$, если $a = 1\frac{2}{3} - 0,6$.
- А) 6. Б) $1\frac{2}{15}$. В) 2,5. Г) 2.

Мы знаем, что для того чтобы определить, на сколько одно число больше второго (какую часть первое число составляет от второго), необходимо первое число разделить на второе.

Например, равенство $36 : 9 = 4$ показывает, что число 36 больше числа 9 в 4 раза (в 4 раза его превышает).

Равенство $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ показывает, что число 15 является $\frac{1}{4}$ частью числа 60.

Частное $36 : 9$ называется также отношением чисел 36 и 9, или **отношением** 36 к 9. При этом числа 36 и 9 называются **членами отношения**.

Вообще, если k и n являются отличными от 0 числами, частное $k : n$ называется *отношением*, а числа k и n называются *членами отношения*.

Например, частное $12 : 18$ — отношение 12 к 18, частное $\frac{2}{3} : \frac{7}{6}$ — отношение дробей $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{6}$. Отношение $12 : 18$ — это дробь $\frac{12}{18}$.

Вообще, отношение записывается в виде

$$k : n = q, \text{ или } \frac{k}{n} = q.$$

Здесь: k — *предыдущий член* отношения, n — *последующий член* отношения, $q = \frac{k}{n}$ — одно и то же *отношение*.

Отношение имеет следующие свойства:

1. Если члены отношения умножить (или разделить) на отличное от 0 число p , то отношение не изменится:

$$k : n = (k \cdot p) : (n \cdot p), \text{ или } \frac{k}{n} = \frac{k \cdot p}{n \cdot p}.$$

Пример 1. $3 : 6 = (3 \cdot 5) : (6 \cdot 5)$, или $\frac{3}{6} = \frac{3 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$.

2. Предыдущий член отношения равен произведению последующего члена и отношения:

$$k = n \cdot q.$$

Пример 2. Из равенства $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$: $6 = 18 \cdot \frac{1}{3}$, или $6 = 6$.

3. Последующий член отношения равен частному от деления предыдущего члена на отношение:

$$n = k : q.$$

Пример 3. Из равенства $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$: $16 = 8 : \frac{1}{2}$, $16 = 8 \cdot \frac{2}{1}$, $16 = 16$.

Пример 4. Найдите неизвестный член отношения: $3\frac{1}{7} : x = 1\frac{4}{7}$.

Решение. Решаем уравнение: $x = 3\frac{1}{7} : 1\frac{4}{7}$, $x = \frac{22}{7} : \frac{11}{7}$,

$$x = \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{11}, \quad x = 2.$$

Ответ: $x = 2$.

587. 1) Что вы понимаете под отношением? Приведите примеры.

? 2) Назовите члены отношения. Поясните на примерах.

3) Назовите свойства отношений. Поясните на примерах.

588. Запишите в виде дроби и сократите, если возможно:

1) $18 : 72$; 2) $14 : 28$; 3) $10 : 13$; 4) $10 : 15$.

589. Запишите в виде отношения и вычислите:

1) 11 к 22; 2) 3 к $\frac{1}{9}$; 3) $\frac{13}{17}$ к $\frac{65}{68}$.

590. Отношения дробей замените отношением натуральных чисел:

1) $\frac{3}{4} : \frac{1}{6}$; 2) $3\frac{1}{7} : \frac{11}{14}$; 3) $1\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$; 4) $0,12 : 0,36$.



Если две величины выражены в разных отношениях, то сначала надо выразить их в одинаковых единицах, а затем найти отношение. Отношение — не именованное число.

Например, $3 \text{ м} : 30 \text{ см} = 300 \text{ см} : 30 \text{ см} = 10$.

Образец: $3\frac{3}{4} : 7\frac{1}{2} = \frac{15}{4} : \frac{15}{2} = \frac{15}{4} \cdot \frac{2}{15} = \frac{1}{2} = 1 : 2.$

591. Найдите неизвестный член отношения:

- 1) $x : 3\frac{1}{5} = 4$; 3) $1\frac{1}{2} : x = \frac{3}{8}$; 5) $x : 0,8 = 2\frac{1}{4}$;
 2) $x : 3\frac{1}{7} = 1\frac{1}{20}$; 4) $12,5 : x = 2,5$; 6) $4,95 : x = 2,25$.

592. Иззат 30 раз бросил баскетбольный мяч и 28 раз попал в корзину. Суннат бросил мяч 36 раз и попал в корзину 34 раза. У кого из ребят результат лучше?

593. Определите всхожесть семян, если из 500 семян взошли 460.

? Указание. Всхожестью семян называют отношение числа посеянных семян к числу взошедших. Например, из 400 семян взошли 380, тогда всхожесть этих семян равна $\frac{380}{400} = 0,95$, т. е. из 100 семян взошли 95.

594. У одного прямоугольника основание равно 12 см, высота — 8 см, у второго — 24 см и 16 см, т. е. его стороны в 2 раза больше сторон первого прямоугольника. Найдите:

1) периметры; 2) отношение площадей этих прямоугольников. Составьте самостоятельно 2—3 задачи и решите их. Сделайте выводы и запишите в свои тетради.

595. Ребро первого куба равно 4 см. Ребро второго куба в 3 раза больше. Найдите: 1) ребра; 2) сумму длин всех ребер; 3) площади поверхностей; 4) отношение объемов этих кубов. Составьте 2—3 похожие задачи и решите их. Сделайте вывод.

596. Отношение массы растворенного вещества к массе раствора называется **концентрацией (остротой) раствора**.

Найдите концентрацию раствора, если: 1) в 3,6 л воды растворено 400 г поваренной соли; 2) в 2 л воды растворено 500 г поваренной соли.



Выражение $10 : 7$ можно прочесть так:

- Отношение числа 10 к числу 7;**
- Отношение чисел 10 и 7;**
- Отношение 10 к 7.**

Образец. В 9 л воды растворен 1 кг поваренной соли. Найдем концентрацию этого раствора: масса растворенного вещества 1 кг, масса всего раствора — $9 + 1 = 10$ (кг) (масса 1 л воды — 1 кг). Тогда $q = \frac{1}{10} = 0,1\%$, здесь q — концентрация раствора. Обычно концентрация выражается в процентах.

597. Запишите отношения в виде дробей и сократите, если можно: $36 : 27$; $128 : 192$; $49 : 35$; $119 : 63$; $25 : 65$.

598. Замените отношения дробей отношениями натуральных чисел:

1) $\frac{51}{63} : \frac{17}{27}$; $1\frac{2}{13} : 2\frac{4}{13}$; $4\frac{1}{3} : 2\frac{5}{6}$; 2) $0,24 : 0,72$; $0,125 : 0,25$.

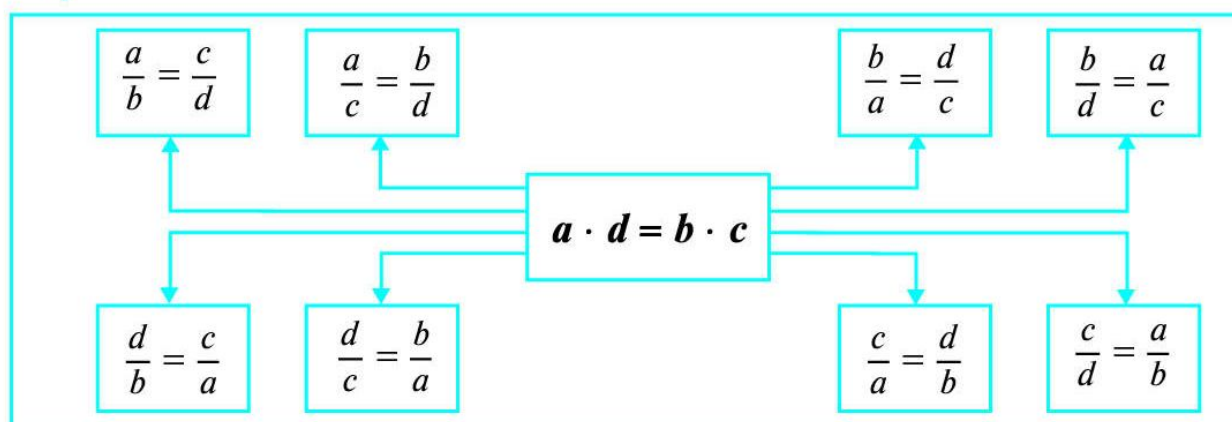
599. Найдите неизвестный член отношения:

1) $x : \frac{5}{7} = 8\frac{3}{4}$; 2) $72 : x = 9$; 3) $8,4 : x = 7$.

600. Из посеяных 700 семян взошли 679. Определите всхожесть семян. Выразите ответ в процентах.

28

Пропорции. Основное свойство пропорций



По основному свойству дробей запишем отношение $\frac{4}{5}$ в виде $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ (или $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$; $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$). Здесь записано равенство двух отношений. Это равенство можно прочитать так: «Отношение 4 к 5 равно отношению 8 к 10».



Отношение — это показатель того, во сколько раз одно число больше второго, или какую часть составляет первое число от второго.

Равенство двух отношений называется пропорцией

Значит, равенство $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ есть пропорция. Ее можно записать также в виде $4 : 5 = 8 : 10$. Отсюда вытекает равенство $4 \cdot 10 = 5 \cdot 8$, т. е. $40 = 40$. Числа 5 и 8 называются **средними членами**, а числа 4 и 10 — **крайними членами пропорции**.

Вообще, для пропорции $a : b = c : d$ (или $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) имеет место равенство $a \cdot d = b \cdot c$.

И наоборот, если для чисел a , b , c и d , отличных от нуля, выполнено равенство $a \cdot d = b \cdot c$, то отсюда вытекает равенство $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, т. е. числа a , b , c и d составляют пропорцию.

Исходя из равенства $a \cdot d = b \cdot c$ можно составить различные пропорции, эти пропорции приведены после заголовка.

средние члены

крайние члены

Произведение средних членов пропорции равно произведению крайних.

Это свойство называется **основным свойством пропорции**.

Пример 1. Крайние члены пропорции $3 : 5 = 9 : 15$ — это 3 и 15, средние члены — 5 и 9. Произведение крайних членов равно $3 \cdot 15 = 45$; произведение средних равно $5 \cdot 9 = 45$; отсюда $45 = 45$, т. е. произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов.

Пример 2. Образуют ли числа 8, 7, 14, 16 пропорцию?

Решение. Так как $7 \cdot 16 = 8 \cdot 14$, то данные числа образуют пропорцию: $\frac{7}{8} = \frac{14}{16}$. **Ответ:** Да, образуют пропорцию.

Пример 3. Образуют ли пропорцию числа 1, 2, 3, 4?

Решение. Так как $1 \cdot 3 \neq 2 \cdot 4$, $1 \cdot 4 \neq 2 \cdot 3$, $1 \cdot 2 \neq 3 \cdot 4$, то данные числа не образуют пропорцию.

Ответ: Числа 1, 2, 3, 4 пропорцию не образуют.

Пример 4. Найдите неизвестный член пропорции: $\frac{x}{6} = \frac{2}{3}$.

Решение. Согласно основному свойству пропорции: $3x = 6 \cdot 2$, $3x = 12$, $x = 4$.

Ответ: $x = 4$.

Нахождение неизвестного члена пропорции обычно называется решением пропорции.

601. 1) Что называется пропорцией? Приведите примеры. Укажите в пропорции средние и крайние члены.

2) Сформулируйте основное свойство пропорции и поясните его на примерах.

3) Что вы понимаете под решением пропорции?

602. Используя основное свойство пропорции, определите, какое из равенств будет пропорцией. Обоснуйте свой ответ:

1) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$; 2) $\frac{17}{3} = \frac{51}{8}$; 3) $\frac{2,4}{0,1} = \frac{5}{0,02}$; 4) $\frac{8,4}{4} = \frac{10,5}{5}$.

603. Составьте четыре пропорции, для которых отношение будет равно: 1) 3; 2) 0,5; 3) $\frac{2}{7}$; 4) $\frac{3}{4}$.

Образец. Для следующих пропорций отношение равно 5:
 $45 : 9 = 50 : 10$; $55 : 11 = 75 : 15$; $0,5 : 0,1 = 3,5 : 0,7$;
 $8,5 : 1,7 = 2,5 : 0,5$ и т. д. Можно составить сколько угодно таких пропорций, используя их основное свойство.

604. Пешеход за 3,5 ч может пройти 14 км пути. За сколько часов он пройдет 8 км, двигаясь с той же скоростью?

605. Крайние члены пропорции равны 28 и 10, один из средних членов равен 35. Найдите другой средний член пропорции.

606. Найдите неизвестный член пропорции:

1) $x : 18 = 68 : 17$; 3) $28 : x = 7 : 9$; 5) $60 : 15 = x : 2$;
2) $18 : 5 = 72 : x$; 4) $x : 9 = 35 : 15$; 6) $55 : x = 5 : 3$.

607. Составьте все возможные пропорции:

1) $7 \cdot 18 = 21 \cdot 6$; 2) $3,5 \cdot 6 = 1,4 \cdot 15$; 3) $6 \cdot 21 = 14 \cdot 9$.

608. Решите уравнение:

1) $\frac{3x}{4} = \frac{9}{20}$; 2) $\frac{8}{7x} = \frac{24}{35}$; 3) $\frac{18}{52} = \frac{2x}{13}$; 4) $\frac{25}{44} = \frac{15}{4x}$.

609. Площади оснований двух прямоугольных параллелепипедов равны. Высота первого параллелепипеда — 6 см, объем — 72 см^3 . Найдите объем второго параллелепипеда с высотой 7,2 см.

610. Найдите неизвестный член пропорции:

$$1) 1\frac{1}{5}x : 1\frac{1}{3} = 5\frac{1}{4} : 2\frac{1}{3}; \quad 2) 1\frac{2}{5} : \frac{5}{6} = x : 1\frac{3}{7}.$$

611. Составьте две пропорции, произведение крайних членов которых равно 36. Сколько можно составить подобных пропорций? Обоснуйте ответ и сделайте вывод.

612. Машина прошла 480 км со скоростью 60 км/ч. Какой путь она покроет за то же время, если ее скорость будет 80 км/ч?

613. 480 г — масса металлического изделия с объемом 60 см^3 . Какой будет масса изделия той же формы с объемом 25 см^3 ?

614. Решите уравнение:

$$1) \frac{7}{24} = \frac{2}{x-1}; \quad 2) \frac{3}{2x-1} = \frac{1}{4}; \quad 3) \frac{9}{2} = \frac{x+3}{4}; \quad 4) \frac{5+x}{3} = \frac{7}{2}.$$

615. Для тройки чисел 4, 12 и 20 найдите такое четвертое число, чтобы эти числа составляли пропорцию. Сколько решений имеет задача?

616. Решите пропорцию:

$$1) \left(\frac{2}{3} + x\right) : 14 = \left(\frac{3}{2} + x\right) : 18; \quad 2) (5x - 12) : \frac{3}{8} = 12,5 : 1\frac{9}{16}.$$

617. Задача Абу Райхана Беруни.

? Сколько прибыли принесут за 3 месяца 8 дирхемов, если 10 дирхемов приносят за 2 месяца 5 дирхемов прибыли?

Решение. Задачу можно решить разными способами. Приведем один из них:

1) Предположим, что 8 дирхемов принесут за 3 месяца x дирхемов прибыли. Сведем данные в таблицу. Обратите внимание на то, что деньги, месяцы и прибыль расположены в столбцах. 2) Так как речь идет об одной и той же сумме вклада, доход от одного дирхема одинаков:

10	8
2	3
5	x

$$\frac{10 \text{ (дир.)}}{8 \text{ (дир.)}} \cdot \frac{2 \text{ (мес.)}}{3 \text{ (мес.)}} = \frac{5 \text{ (приб.)}}{x \text{ (приб.)}}.$$

Из этого уравнения легко находим x : $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$, отсюда $x = 6$

(дир.). Ответ: 6 дирхемов.

Способ решения пропорции, данный выше, Беруни назвал **«правилом пяти величин»**.

Обычно при решении пропорции в тексте задаются три величины и находится неизвестная четвертая величина. Напри-

мер, для пропорции $a : b = c : x$ или таблицы

a	b
c	x

 имеем $ax = bc$, откуда $x = \frac{bc}{a}$.

Это правило Беруни назвал **«правилом трех величин»**.

Аналогично, пусть величина a сумов достаточна для покупки b кг товара, тогда данное выше решение соответствует количеству товара, которое можно приобрести на c сумов.

- 618.** 5 лошадей съедают за 3 дня 60 кг овса. Сколько овса потребуется для 7 лошадей на 8 дней?
- 619.** (Старинная задача.) 100 синиц уничтожают за 100 дней 100 кг зерна. Сколько кг зерна склюют 10 синиц за 10 дней?
- 620.** Для 3 тракторов на 2 дня приготовили 90 л горючего. Сколько горючего понадобится для двух подобных тракторов?

Можно ли составить пропорции из следующих отношений (621–622):

- 621.** 1) $9 : 24$ и $3 : 8$; 2) $1 : 9$ и $4 : 36$; 3) $12 : 22$ и $11 : 6$?
- 622.** 1) $0,1 : 0,05$ и $8 : 0,4$; 2) $4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$ и $13,5 : 10,5$?
- 623.** Пешеход за 3 ч прошел 10,5 км. Сколько километров пути он пройдет за 4,5 ч, двигаясь с той же скоростью?
- 624.** Цена 5 кг винограда 6 000 сумов. Сколько будут стоить 7 кг такого винограда?
- 625.** Средние члены пропорции равны 63 и 54, один из крайних членов равен 42. Найдите второй крайний член пропорции.
- 626.** Крайние члены пропорции равны 12 и 60, один из средних членов равен 24. Найдите другой средний член пропорции.

Найдите неизвестный член пропорции (627–628):

627. 1) $x : 36 = 7 : 35$; 3) $36 : 27 = 3,75 : x$; 5) $18 : 4 = x : 12$;
2) $9 : x = 27 : 4$; 4) $17 : x = 68 : 23$; 6) $38 : x = 19 : 6$.

628. 1) $\frac{3}{4} = \frac{x-1}{20}$; 2) $\frac{x+1}{25} = \frac{4}{5}$; 3) $\frac{7}{x-2} = \frac{14}{28}$; 4) $\frac{22}{34} = \frac{11}{x+3}$.

629. Составьте пропорцию, исходя из равенств:

- 1) $6 \cdot 32 = 3 \cdot 96$; 2) $4 \cdot 30 = 10 \cdot 12$; 3) $1,25 \cdot 16 = 2 \cdot 10$.

630. Можно ли составить пропорцию из следующих чисел:

- 1) 26, 39, 6, 9; 2) 8, 16, 19, 36; 3) 8, 14, 4, 7?

Решите уравнение (631–632):

631. 1) $\frac{3x}{8} = \frac{21}{4}$; 2) $\frac{12}{7x} = \frac{2}{35}$; 3) $\frac{8}{5} = \frac{4x}{15}$; 4) $\frac{16}{5x} = \frac{4}{25}$.

632. 1) $x : 2\frac{2}{7} = 7 : 0,8$; 2) $6\frac{5}{6} : 4,1 = 6,5 : x$.

633. Составьте три пропорции из отношений, равных: 1) 5;
2) 0,25; 3) 0,72.

634. Из посеянных семян взошли 372. Найдите число посеянных семян, если всхожесть равна 0,93.

635. Посеяно 650 семян. Сколько семян взошло, если всхожесть составляла 0,96?



Решение задач

636. Замените отношения дробей отношением целых чисел:

- 1) $8\frac{6}{7} : 17\frac{5}{7}$; 3) $7,25 : 21,75$; 5) $1\frac{5}{8} : 1,3 : 0,39$;
2) $6\frac{14}{15} : 3\frac{7}{15}$; 4) $18,63 : 6,21$; 6) $0,66 : 0,11 : 1\frac{5}{6}$.

637. Сократите отношения:

- 1) $875 : 375$; 3) $144 : 180 : 1080$; 5) $825 : 1815 : 1155$;
2) $196 : 784$; 4) $315 : 357 : 693$; 6) $1560 : 1638 : 2028$.

Образец. Сократите отношения: $819 : 549 : 369$.

Решение. Когда предлагают сократить отношения, имеют в виду деление каждого из членов соотношения на НОД

этих чисел. НОД (819, 549, 369) = 91. Делим все члены данного отношения на 91. Получаем: 9 : 6 : 4.

Ответ: 9 : 6 : 4.

638. Найдите неизвестный член отношения:

$$\begin{array}{lll} 1) x : 11\frac{3}{7} = 1\frac{1}{20}; & 3) x : 4\frac{3}{4} = 2\frac{3}{19}; & 5) 10\frac{2}{13} : x = 1\frac{7}{26}; \\ 2) x : 7\frac{5}{9} = \frac{27}{34}; & 4) 9\frac{2}{7} : x = 1\frac{6}{7}; & 6) 12\frac{1}{7} : x = 2\frac{3}{7}. \end{array}$$

639. Основание одного прямоугольника равно 10,5 см, высота — 7,4 см. У второго: основание — 21 см, высота — 14,8 см. Найдите: 1) отношение периметров; 2) отношение площадей для этих фигур.

640. Можно ли составить пропорции из следующих отношений:

$$\begin{array}{ll} 1) 3,5 : 21 \text{ и } 2\frac{1}{4} : 13\frac{1}{2}; & 3) 4\frac{1}{3} : 2\frac{1}{6} \text{ и } 5,3 : 2,65; \\ 2) 0,4 : 1,6 \text{ и } 1,2 : 4,8; & 4) 5,1 : 0,33 \text{ и } 1,7 : 0,11? \end{array}$$

641. Составьте по две пропорции с отношениями, равными:

$$1) 2; \quad 2) 3; \quad 3) 1,5; \quad 4) \frac{4}{7}.$$

642. Исходя из равенств, составьте все возможные пропорции:

$$1) 3\frac{1}{7} \cdot 2\frac{6}{11} = 1\frac{4}{7} \cdot 5\frac{1}{11}; \quad 2) 1,25 \cdot 0,84 = 1,4 \cdot 0,75.$$

643. К тройкам чисел подберите такие числа, для которых можно составить пропорции:

$$1) 4; 5; 6; \quad 2) 5; 7; 9; \quad 3) 12; 16; 17; \quad 4) 2\frac{1}{3}; 4\frac{1}{2}; 4.$$

Сколько решений у задачи? Ответ обоснуйте.

644. Решите пропорции:

$$1) \frac{3x+4}{28} = \frac{1}{4}; \quad 2) \frac{3,8}{1,9} = \frac{18}{2x+7}; \quad 3) \frac{2}{x-1} = \frac{1}{5}; \quad 4) \frac{3}{4} = \frac{x-4}{8}.$$

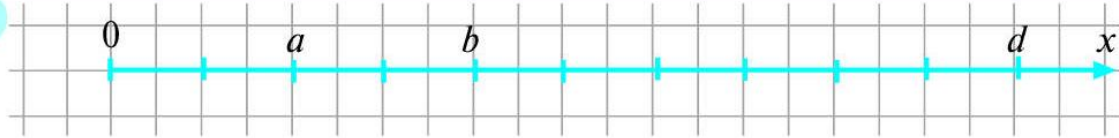
645. Пять насосов в течение 3 часов выкачали из канала 27 м³ воды. Сколько воды выкачают четыре таких насоса в течение 5 часов?

646. Найдите координату точки c , чтобы имела место пропорция

? $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (рис. 3).



3



647. Как найти значение выражения, не выполняя вычислений?

1) $65 \cdot 4 : 4 \cdot 4 : 4 \cdot 4 : 4 \cdot 4 : 4$; 2) $a \cdot b : b \cdot c : c \cdot d : d$.

648. Найдите неизвестный член отношения:

1) $x : 2\frac{1}{7} = 7$; 2) $1\frac{1}{3} : x = \frac{1}{3}$; 3) $x : 0,2 = 20$; 4) $0,9 : x = 3$.

649. Составьте по две пропорции, для которых отношения равны:

1) 10; 2) 8; 3) 2,5; 4) $\frac{2}{7}$.

650. Составьте все возможные пропорции, используя равенства:

1) $3\frac{1}{7} \cdot 7 = 2 \cdot 11$; 2) $15 \cdot 4 = 3 \cdot 20$; 3) $2,5 \cdot 8 = 4 \cdot 5$.

651. Найдите неизвестный член пропорции:

1) $x : 36 = 7 : 35$; 2) $36 : 27 = 3,75 : x$; 3) $18 : 4 = x : 12$.

652. Машина за 3 ч прошла 217,5 км пути. Сколько километров пройдет машина за 5 ч, двигаясь с той же скоростью?

653. За 4 кг черешни заплатили 4 800 сумов. Сколько нужно заплатить за 7 кг такой же черешни?



30

Прямо пропорциональные величины

Среди зависимостей между величинами простейшими являются **прямо пропорциональные и обратно пропорциональные величины**.

Мы рассмотрим понятие прямо пропорциональных величин.

Задача 1. Машина проходит 70 километров пути за 1 час. Сколько километров пути пройдет эта машина, двигаясь с той же скоростью, за 1,5 ч; 2 ч; 3 ч; 4 ч; 4,5 ч; 6 ч; 7,5 ч; 8 ч?

Дадим решение этой задачи в виде таблицы:

Время (ч)	1	1,5	2	3	4	4,5	6	7,5	8
Скорость (км/ч)	70	70	70	70	70	70	70	70	70
Путь (км)	70	105	140	210	280	315	420	525	560

Проанализировав таблицу, приходим к такому выводу:

Вывод 1: Во сколько раз увеличится время, во столько же раз увеличится длина пути, пройденного с данной скоростью.

Машина прошла 105 км за 1,5 часа. Увеличим в два раза время в пути: $1,5 \cdot 2 = 3$ (часа). Тогда и пройденный путь увеличится в два раза: $210 : 105 = 2$ (раза).

Вывод 2: Скорость — это отношение пройденного пути ко времени.

$$\frac{70}{1} = \frac{105}{1,5} = \frac{140}{2} = \dots = \frac{560}{8} = 70.$$

Если с увеличением одной величины в k раз вторая величина также увеличится в k раз, то такие величины называются *прямо пропорциональными величинами*.

Если x и y — прямо пропорциональные величины, зависимость между ними выражается формулой $\frac{y}{x} = k$, или $y = k \cdot x$, где k — **коэффициент** прямой пропорциональности. Число k — натуральное число или дробь.

Задача 2. За 3 м ткани заплатили 5 700 сумов. Сколько стоят 8 м этой ткани?

Решение. **Способ 1.** Решим задачу составлением пропорции.

3 м	—	5 700 сумов	↓	(за 3 м ткани платят 5 700 сумов)
8 м	—	x сумов	↓	(за 8 м платят x сумов)

Составим пропорцию: $\frac{3}{8} = \frac{5700}{x}$ (или $3 : 8 = 5\,700 : x$).

По основному свойству пропорции:

$3x = 5\,700 \cdot 8$, откуда $x = 5\,700 \cdot 8 : 3 = 1\,900 \cdot 8 = 15\,200$ (сумов).

Способ 2. 1-й вопрос. Сколько стоит 1 м ткани?

$5\,700 : 3 = 1\,900$ (сумов).

2-й вопрос. Сколько стоят 8 м ткани?

$1\,900 \cdot 8 = 15\,200$ (сумов).

Ответ: 8 м ткани стоят 15 200 сумов.

Примечание. Обычно знак прямой пропорциональности ($\downarrow\downarrow$) ставится в случае, когда величины прямо пропорциональны.

Задача 3. Разбейте число 48 на два числа, прямо пропорциональных 5 и 11. (Можно сказать, что число 48 надо разделить в отношении 5 : 11.)

Решение. Первое из чисел обозначим через x , тогда второе запишем в виде $48 - x$. По условию задачи составляем пропорцию: $x : (48 - x) = 5 : 11$. Тогда по основному свойству пропорции имеем: $11x = 5 \cdot (48 - x)$, т. е. $11x = 240 - 5x$, $16x = 240$, $x = 15$. Итак, второе число равно $48 - 15 = 33$.

Ответ: 15 и 33.

Задача 4. Данное число a разбейте на два числа, прямо пропорциональных числам k и n (разделите a в отношении $k : n$).

Решение. Правило будет следующим:

1) сложим числа k и n : $k + n$;

2) разделим число a на $k + n$: $\frac{a}{k+n}$;

3) частное умножим вначале на k , потом на n :

$$\frac{a}{k+n} \cdot k; \frac{a}{k+n} \cdot n.$$

Числа $\frac{a}{k+n} \cdot k$ и $\frac{a}{k+n} \cdot n$ пропорциональны числам k и n :

$$\frac{ak}{k+n} : \frac{an}{k+n} = k : n.$$

Деление числа a на части, пропорциональные числам 3, 4, ..., также производится по тому же правилу.

Задача 5. Разбейте число 72 на 3 части, пропорциональные числам 3, 7, 8.

Эту задачу можно сформулировать иначе:

Разделите число 72 в отношении 3 : 7 : 8.

Решение. 1) $3 + 7 + 8 = 18$; 2) $72 : 18 = 4$; 3) $4 \cdot 3 = 12$;

$4 \cdot 7 = 28$; $4 \cdot 8 = 32$, значит, $72 = 12 + 28 + 32$.

При этом $12 : 28 : 32 = 3 : 7 : 8$.

654. 1) Какие величины называются прямо пропорциональными?

2) Приведите примеры.

3) Какие зависимости между величинами вы знаете?

4) Есть ли зависимость между: а) вашим возрастом и ростом;

б) возрастом и весом? Они прямо пропорциональны?

- 655.** Автомобиль за 100 км пути расходует 8,5 л горючего.
 1) Сколько горючего израсходует автомобиль за 250 км пути?
 2) Какой путь пройдет машина, имея в баке 25,5 л бензина?
- 656.** Скорость грузовика 60 км/ч. Какой путь он пройдет за: 1) 15 мин; 2) 20 мин; 3) 45 мин; 4) 2,5 часа; 5) 3,25 часа; 6) 4 часа; 7) 4 часа 15 мин? Решите в виде таблицы.
- 657.** Вычислите площадь квадрата со стороной: 1) 5 см; 2) 8 см; 3) 15 см. Будет ли площадь квадрата прямо пропорциональна длине стороны? Почему?
- 658.** За 2 кг винограда заплатили 2 400 сумов. Сколько будут стоить 3 кг; 4,5 кг; 6 кг?
- 659.** В которой из приведенных таблиц величины a и b связаны прямой пропорциональной зависимостью?

1)

a	1	2	3	4	5
b	5	10	15	20	25

2)

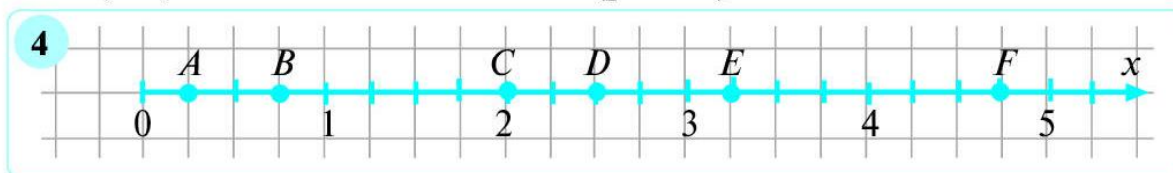
a	60	30	12	6	0,6
b	20	10	4	2	1

- 660.** Для изготовления ювелирного изделия приготовлен сплав золота и серебра в отношении 5 : 8. Найдите массу изделия, если масса золота равнялась 20 г.
- 661.** Масса 15 см³ меди равна 133,5 г. Найдите массу 22 см³ меди.
- 662.** Автомобиль идет со скоростью (v) 80 км/ч, t — время в пути, s — путь, пройденный за это время.
 Заполните таблицу.

t (ч)	0,2	1,2	2,4	3	3,5	4
v (км/ч)	80	80	80	80	80	80
s (км)						

- 663.** В 1 л морской воды растворено 40 г соли. Сколько граммов соли растворено в 2,5 л; 3 л; 0,5 л морской воды?
- 664.** Разделите число 84 в отношении: 1) 5 : 16; 2) 8 : 13; 3) 11 : 10; 4) 2 : 19; 5) 17 : 4; 6) 1 : 6.
- 665.** Веревка разделена на три части в отношении 5 : 7 : 13. Самый длинный из кусков длиннее самого короткого на 2 м 88 см. Найдите длину каждого куска веревки.

666. От куска медной проволоки длиной 35 м и массой 840 г отрезан кусок длиной 24,5 м. Чему равна масса остатка?
667. Чтобы не опоздать на поезд, человек должен пройти 7 км, отделяющих его от станции, за 1,5 часа. Вначале он прошел 2,1 км за 27 минут. Успеет ли он на поезд, идя с той же скоростью?
668. Турист расстояние от города A до города B , равное 105 км, прошел за три дня. Длины отрезков пути, сделанных в каждый из трех дней, пропорциональны числам 7; 6; 8. Сколько километров проходил турист ежедневно?
669. Разделите число 120 в отношении: 1) $4 : 5 : 3$; 2) $15 : 16 : 9$.
670. Разделите число 798 прямо пропорционально числам $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{5}$.
671. На изготовление 27 водопроводных кранов израсходовано 7,56 кг меди. Сколько кранов можно изготовить из 19,6 кг меди?
672. На координатном луче определите координаты точек A , B , C , D , E и F и запишите их (рис. 4):



673. Из 60 кг сахарной свеклы получают 6 кг сахара. Сколько килограммов сахара получится из 1,5 т сахарной свеклы?
674. В которой из таблиц величины a и b связаны прямой пропорциональной зависимостью?
- 1)

a	1	2	3	4	5
b	4	8	12	16	20

 2)

a	30	15	6	3	0,3
b	10	5	2	1	1
675. Веревка разделена на три куска пропорционально $2 : 4 : 10$. Самый короткий кусок веревки короче самого длинного куска на 2 м 40 см. Найдите длину каждого куска веревки.
676. Длины смежных сторон прямоугольника относятся как $3 : 4$. Длина большей стороны равна 16 см. Найдите площадь и периметр этого прямоугольника.
677. Нигора прошла 3 км пути за $\frac{2}{3}$ часа. За сколько времени она пройдет 0,75 км пути?

Существует еще одна зависимость между величинами — **обратная пропорциональность**. Рассмотрим задачу, приводящую к ней.

Задача 1. Расстояние между двумя городами 540 км. Какой должна быть скорость автомашины, для того чтобы она прошла это расстояние: за 4,5 ч; за 5 ч; за 6 ч; за 8 ч; за 9 ч; за 10 ч; за 12 ч?

Решение задачи дано в следующей таблице:

Расстояние (км)	540	540	540	540	540	540	540
Время (ч)	4,5	5	6	8	9	10	12
Скорость (км/ч)	120	108	90	67,5	60	54	45

Проанализировав таблицу, приходим к выводам:

Вывод 1. Во сколько раз увеличится время, во столько же раз уменьшится скорость.

Для того чтобы машина прошла путь 540 км за 4,5 ч, ее скорость должна составить 120 км/ч. Если потраченное время увеличится в 2 раза:

$$4,5 \cdot 2 = 9 \text{ (ч)},$$

то скорость машины будет равна $540 : 9 = 60$ (км/ч). Действительно, $120 : 2 = 60$, то есть скорость уменьшится в 2 раза.

Вывод 2. Произведение времени на скорость постоянно.

На самом деле:

$$4,5 \cdot 120 = 5 \cdot 108 = 6 \cdot 90 = 8 \cdot 67,5 = \dots = 12 \cdot 45 = 540 \text{ (км)}.$$

То есть расстояние 540 км остается постоянным.

Если при возрастании некоторой величины в k раз вторая величина уменьшается в k раз, то такие величины называются *обратно пропорциональными величинами* (здесь $k > 0$).

Если x и y являются обратно пропорциональными величинами, зависимость между ними дается формулой $x \cdot y = k$, при этом число k — **коэффициент** обратной пропорциональности. Число k — натуральное число или дробь.

Задача 2. Чтобы перевезти весь груз, требуется 10 трехтоннок. Сколько пятитоннок потребуется для перевозки этого груза?

Решение. Способ 1. Решим задачу, составляя пропорцию:

$$\begin{array}{lcl} \downarrow 3 \text{ т} & \text{—} & 10 \uparrow \\ \downarrow 5 \text{ т} & \text{—} & x \uparrow \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(трехтоннок потребуется 10)} \\ \text{(пятитоннок потребуется } x\text{).} \end{array}$$

Число автомашин и их грузоподъемность — обратно пропорциональные величины.

Чем выше грузоподъемность машин, тем меньше их потребуется. Принимая это во внимание, составим пропорцию:

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{10} \quad (\text{или } 3 : 5 = x : 10).$$

Отсюда $5x = 3 \cdot 10$, $x = 3 \cdot 10 : 5 = 6$ (автомашин).

Ответ: потребуется 6 пятитоннок.

Способ 2. 1-й вопрос. Какова общая величина груза?

$$3 \cdot 10 = 30 \text{ (т).}$$

2-й вопрос. Сколько потребуется пятитонных автомашин для перевозки всего груза?

$$30 : 5 = 6.$$

Ответ: потребуется 6 пятитоннок.

Примечание. Обычно разнонаправленные стрелки ($\downarrow \uparrow$) используют, обозначая обратно пропорциональную зависимость.

Задача 3. Разделите данное число a обратно пропорционально числам k и n .

Решение. Для того чтобы найти искомую формулу, необходимо разделить число a **прямо пропорционально** числам $\frac{1}{k}$ и $\frac{1}{n}$,

т. е. в отношении $\frac{1}{k} : \frac{1}{n} = n : k$. Это правило следующее:

1) вычисляется сумма $k + n$;

2) составляется отношение числа a к сумме $k + n$: $\frac{a}{k+n}$;

3) отношение $\frac{a}{k+n}$ умножается **вначале на n , затем на k** . Числа

$\frac{an}{k+n}$ и $\frac{ak}{k+n}$ обратно пропорциональны числам k и n .

$$\frac{an}{k+n} : \frac{ak}{k+n} = n : k. \quad \text{О т в е т: } \frac{an}{k+n}; \frac{ak}{k+n}.$$

Задача 4. Разделите число 61 на четыре части, обратно пропорциональные числам 1, 2, 3 и 5.

Решение. Разделим число 61 на четыре части, прямо пропорциональные числам $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$.

$$1) 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{30 + 15 + 10 + 6}{30} = \frac{61}{30}; \quad 2) 61 : \frac{61}{30} = 61 \cdot \frac{30}{61} = 30;$$

$$3) 30 \cdot 1 = 30; \quad 30 \cdot \frac{1}{2} = 15; \quad 30 \cdot \frac{1}{3} = 10; \quad 30 \cdot \frac{1}{5} = 6. \quad \text{Следовательно,}$$

$$61 = 30 + 15 + 10 + 6. \quad \text{При этом } 30 : 15 : 10 : 6 = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{5}.$$

О т в е т: 30; 15; 10; 6.

678. 1) Что понимается под обратно пропорциональными величинами?

2) Как разбить число на две части, обратно пропорциональные двум данным числам? Объясните на примерах.

679. Поезд, идущий со скоростью 60 км/ч, прошел расстояние между двумя городами за 8 часов. Какую скорость имеет поезд, проходящий его за 10 часов?

680. Турист, скорость которого 4,5 км/ч, потратил на свой путь 3,2 часа. С какой скоростью он пройдет этот путь за 2,4 часа?

681. x и y — обратно пропорциональные величины. Найдите коэффициент пропорциональности и заполните таблицу:

x	10		25		8	2,5	20	0,5		
y		40	$1\frac{3}{5}$				8		25	32

682. Разделите числа обратно пропорционально числам: 1) 63 — на части соответственно 5; 4; 2) 72 — на части соответственно 3; 5.

683. Расстояние между Ташкентом и Самаркандом 354 км. С какой скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы пройти весь путь: за 6 ч; 7,5 ч; 8 ч?

684. Разделите числа обратно пропорционально числам: 1) 244 — на части соответственно 1; 2; 3; 5; 2) 485 — на части 1; 4; 5; 6.

- 685.** Автомобиль, идущий со скоростью 56 км/ч, прошел путь от Ташкента до Бухары за 11 ч. Сколько времени уйдет на тот же путь, если скорость увеличится на 21 км/ч?
- 686.** Отношение трех чисел $2 : 3 : 8$, а их сумма равна 67,6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим числами.
- 687.** Разбейте число 540 на части:
 1) прямо пропорционально числам 4; 5; 9;
 2) обратно пропорционально числам 3; 4; 6.
- 688.** Расстояние между Ташкентом и Гулистаном 118 км. С какой скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы пройти это расстояние за: 1) 2 ч; 2) 2,5 ч?
- 689.** Велосипедист ехал 5 часов со скоростью 12 км/ч. С какой скоростью должен он ехать, чтобы покрыть то же расстояние за: 1) 4 ч; 2) 3 ч?
- 690.** 12 рабочих выполнили определенную работу за 8 ч. Сколько нужно рабочих для выполнения той же работы за 6 ч?
- 691.** 8 рабочих выполнили задание за 6 дней. За сколько дней выполнят подобную работу 12 рабочих?
- 692.** Расставьте скобки так, чтобы получить верное равенство:
 1) $5 \cdot 74 - 70 : 8 - 6 = 10$; 3) $30 - 49 : 42 : 6 \cdot 8 = 184$;
 2) $630 : 7 : 2 \cdot 9 \cdot 25 = 125$; 4) $180 : 300 - 30 \cdot 9 + 199 = 205$.
- 693.** Пешеход, двигаясь со скоростью 3,6 км/ч, потратил на весь путь 2,5 ч. Сколько времени уйдет у него на тот же путь, если его скорость будет равна 5 км/ч?
- 694.** Разбейте числа: 1) 22,4; 2) 36,8 на части, обратно пропорциональные числам 4 и 10; 3 и 5.
- 695.** Для перевозки груза машине с грузоподъемностью 7,5 т понадобится 12 ходок. Сколько ходок нужно для той же работы машине с грузоподъемностью 9 т?
- 696.** Расстояние между Ташкентом и Наманганом 432 км. С какой скоростью должна двигаться машина, чтобы пройти это расстояние за: 1) 6 ч; 2) 8 ч; 3) 9 ч?
- 697.** Из 1 т винограда получится 25% изюма. Сколько винограда нужно для получения 1 т изюма?
- 698.** Решите уравнение:
 1) $3,6 : 2,4 = 9 : x$; 2) $2,8 : 0,7 = x : 8$; 3) $2,7 : x = 1,2 : 0,8$.



- Пусть длина отрезка AB на карте 2,2 см. А на местности?
- Ташкент и Термез разделяют 700 км. Сколько сантиметров на карте соответствуют этому расстоянию?



Еще одно применение пропорций — это понятие **масштаба**.

При построении планов строительства, выполнении машиностроительных чертежей, составлении карт используется масштаб.

Длина произвольно взятого отрезка на чертеже и реального расстояния на практике — прямо пропорциональные величины.

Масштаб — это отношение результата измерения на карте реальному расстоянию на местности.

Масштаб — это число, показывающее отношение размеров.

На карте, на чертеже могут применяться масштабы $M 1 : 100$, $M 1 : 1\,000$, Это масштабы чертежей, карты. Например, $M 1 : 1\,000$ означает, что расстояние на чертеже относится к реальному как $1 : 1000$. Это означает, что для определения реального размера нужно размер на карте умножить на 1000 (увеличить в 1000 раз).

Для того чтобы показать укрупненно малые размеры изделий, используют масштабы $10 : 1$; $100 : 1$; Такой масштаб показывает, что размеры на чертеже увеличены в 10 раз, в 100 раз,

Задача 1. Масштаб чертежа $1 : 400$. Каковы реальные размеры спортплощадки, если на чертеже ее длина 50 см, ширина 40 см?

Решение. Пусть действительная длина площадки x см. Составим пропорцию $50 : x = 1 : 400$, откуда

$$x = 50 \cdot 400 = 20\,000 \text{ (см)} = 200 \text{ (м)}.$$

Пусть реальная ширина площадки y см. Тогда

$$40 : y = 1 : 400, \text{ т. е. } y = 40 \cdot 400 = 16\,000 \text{ (см)} = 160 \text{ (м)}.$$

Ответ: длина спортплощадки 200 м, ширина 160 м.

Задачу можно решить короче.

По определению масштаба измерения на чертеже надо увеличить в 400 раз:

$$50 \cdot 400 = 20\,000 \text{ (см)} = 200 \text{ (м)}; 40 \cdot 400 = 16\,000 \text{ (см)} = 160 \text{ (м)}.$$

Задача 2. Виноградник имеет форму прямоугольника, его длина 360 м, ширина 240 м. Каковы будут измерения виноградника в масштабе 1 : 1 200?

Решение. На плане размеры виноградника показаны уменьшенными в 1200 раз.

$$\text{Значит, } \frac{360 \text{ м}}{1200} = \frac{3 \text{ м}}{10} = \frac{300 \text{ см}}{10} = 30 \text{ см} — \text{длина виноградника.}$$

$$\frac{240 \text{ м}}{1200} = \frac{2 \text{ м}}{10} = \frac{200 \text{ см}}{10} = 20 \text{ см} — \text{ширина виноградника на плане.}$$

Ответ: на плане длина виноградника 30 см, ширина — 20 см. Задачу можно было решить составлением пропорции.

Пусть на плане длина виноградника x см. Составим пропорцию, принимая во внимание, что 360 м = 36 000 см:

$$x : 36\,000 = 1 : 1200, \text{ откуда } 1200x = 36\,000, \text{ т. е. } x = 30 \text{ (см).}$$

Принимая за y ширину виноградника на плане, находим, что $y : 24\,000 = 1 : 1200$, откуда $1200y = 24\,000$, $y = 20$ (см).

Задача 3. Размер насекомого на рисунке — 5 см. Реальная длина насекомого $\frac{1}{20}$ см. Во сколько раз увеличен рисунок?

$$\text{Решение. } 5 : \frac{1}{20} = 5 \cdot 20 = 100 \text{ (раз).}$$

Значит, на чертеже использован масштаб 100 : 1.

Чтобы найти истинные размеры насекомого, нужно разделить на 100 его размер на чертеже.

Ответ: увеличен в 100 раз.

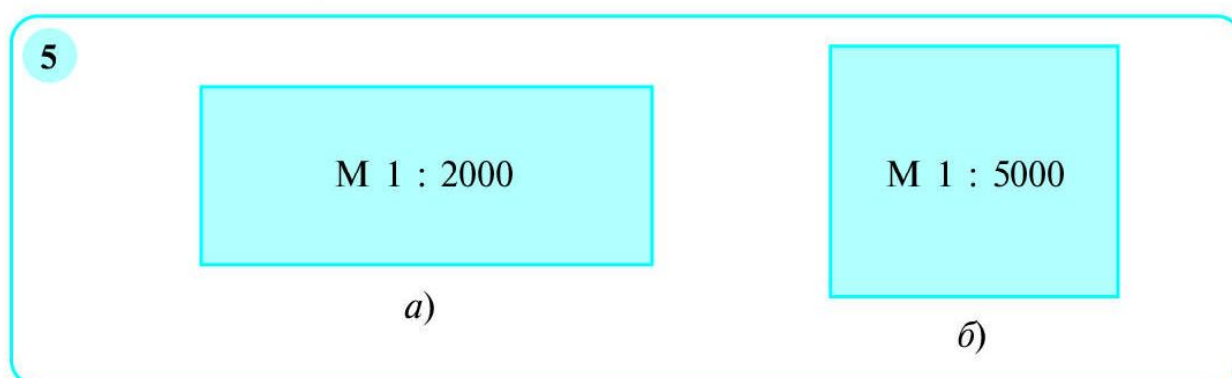
699. 1) Что вы понимаете под масштабом? Приведите примеры.

2) Какие задачи связаны с масштабом?

Какой масштаб вы использовали при решении трех задач в тексте?

3) В чем разница между масштабами 1 : 1, 1 : 100, 1 : 1000, ... и масштабами 10 : 1, 100 : 1, 1000 : 1, ... ?

- 700.** Расстояние между кишлаками A и B — 60 км. Пусть масштаб карты $1 : 500\,000$. Найдите длину отрезка, соответствующего на карте расстоянию между кишлаками.
- 701.** Пусть на карте с масштабом $1 : 1\,500\,000$ отрезок длины 12,8 см соответствует расстоянию между двумя пунктами. Какова скорость мотоциклиста, если он преодолел это расстояние за 2 ч 40 мин?
- 702.** Скорость поезда 60 км/ч. Отрезок длины 16 см соответствует на карте с масштабом $1 : 2\,500\,000$ расстоянию между двумя пунктами. За какое время поезд пройдет этот путь?
- 703.** На карте расстояние между двумя кишлаками 6,5 см, на местности оно равно 13 км. Найдите масштаб карты.
- 704.** На рисунке 5 изображен участок земли в форме прямоугольника. Выполнив необходимые измерения, найдите периметр и площадь участка.



- 705.** Масштаб карты $1 : 3\,000\,000$. Расстоянию между городами A и B на карте соответствует отрезок 3,4 см. Каково (в км) действительное расстояние между этими городами?
- 706.** Масштаб карты $1 : 1\,000\,000$. Расстояние между городами 400 км. Каким будет это расстояние на карте?
- 707.** На чертеже в масштабе $1 : 3$ изображен прямоугольник с основанием 24 см, высотой 19,2 см. Какими будут основание и высота того же прямоугольника на карте с масштабом $1 : 12$? А на чертеже с масштабом $1 : 18$?
- 708.** Расстояние между двумя городами 400 км. Каким будет это расстояние на карте с масштабом $1 : 2\,000\,000$?
- 709.** На карте отрезку 2,7 см соответствуют 54 км на местности. Найдите расстояние между двумя городами, если на карте ему соответствует отрезок длиной 12,6 см.

710. На плане стороны спортзала прямоугольной формы 50 см и 30 см. Определите измерения зала, если масштаб плана 1 : 120.
711. Стороны комнаты прямоугольной формы на плане 5 см и 3 см. Определите измерения комнаты, если масштаб плана 1 : 300.
712. Насекомое на рисунке имеет размер 6 см. Его натуральный размер 0,1 см. Во сколько раз он увеличен на рисунке?
713. Скорость поезда 50 км/ч. За какое время пройдет поезд расстояние, которому на карте с масштабом 1 : 2 000 000 соответствует отрезок длиной 20 см?
714. Масштаб карты 1 : 1 500 000. Отрезок на карте длиной 25,6 см соответствует расстоянию, которое автомобиль прошел за 5 ч 20 мин. Найдите скорость автомобиля.
715. Длина реки Сырдарья 2137 км. Округлите это число до разряда сотен. Чему на карте приближенно соответствует длина реки, если масштаб карты 1 : 2 500 000?
716. На карте расстояние между городами A и B — 7,2 см, на местности это расстояние — 360 км. Найдите масштаб карты.
717. На карте расстояние между кишлаками A и B равно 5 см. Найдите масштаб карты, если на местности этому расстоянию соответствуют: 1) 25 км; 2) 30 км; 3) 40 км; 4) 45 км; 5) 50 км.
718. Масштаб чертежа 1 : 10 000. Найдите действительные размеры поля и его площадь, если оно изображено на плане в форме прямоугольника с размерами 16 см и 12 см.
719. Каков масштаб плана участка земли с площадью 5 га, если он изображен в виде прямоугольника со сторонами 25 см и 20 см?
720. Насекомое на рисунке имеет размер 4 см. Его натуральная величина 0,1 см. Во сколько раз она увеличена на рисунке?
721. Скорость машины 80 км/ч. За какое время машина преодолела путь, которому на карте в масштабе 1 : 1 000 000 соответствуют 24 см?
722. Прямоугольную спортплощадку со сторонами 80 м и 60 м изобразите на плане в масштабе 1 : 200. Каковы будут длины сторон в сантиметрах?

1. Точка C делит отрезок AB на две части так, что $AC = 16$ см и $BC = 8$ см. Найдите отношение $\frac{AC}{AB}$.
- А) $\frac{2}{3}$. Б) $\frac{3}{2}$. В) 2. Г) $\frac{1}{2}$.
2. Какой из ответов соответствует отношению 6 км к 800 м?
- А) 400 : 3. Б) 3 : 400. В) 2 : 15. Г) 15 : 2.
3. Какие отношения соответствуют пропорции?
- 1) 26 : 5,2 и 39 : 7,8; 3) 10,5 : 3 и 31,5 : 9;
2) 7,5 : 2,5 и 2,5 : 1,5; 4) 1 : 2 и 1,6 : 3,5.
- А) 1; 3. Б) 1; 2. В) 3; 4. Г) 2; 4.
4. Найдите неизвестный член пропорции: $22,5 : x = 45 : 6$.
- А) 2,5. Б) 6. В) 3. Г) 4,5.
5. Пешеход идет со скоростью 4 км/ч. Сколько километров он пройдет за 2 ч 45 мин, двигаясь с этой скоростью?
- А) 9,4 км. Б) 8,6 км. В) 10 км. Г) 11 км.
6. Машина за 3 ч 20 мин прошла некоторый путь, двигаясь со скоростью 72 км/ч. С какой скоростью она должна двигаться, чтобы этот же путь пройти за 2 ч 40 мин?
- А) 96 км/ч. Б) 90 км/ч.
В) 85 км/ч. Г) 100 км/ч.
7. Расстояние между городами 480 км. Масштаб карты 1 : 1 000 000. Каким будет на карте это расстояние?
- А) 4,8 см. Б) 24 см. В) 96 см. Г) 48 см.
8. Измерения сада прямоугольной формы на плане с масштабом 1 : 200 равны 50 см и 60 см. Найдите площадь сада.
- А) 1,2 га. Б) 0,6 га. В) 6 га. Г) 1 га.



Исторические сведения

В переводе с латыни слово «proportio» означает «соразмерность».

Великий греческий геометр Евклид в «Началах» много места отвел теории пропорций. Из пропорции $a : b = c : d$ Евклид вывел такие «производные пропорции»:

$$b : a = d : c; \quad a : c = b : d; \quad (a + b) : b = (c + d) : d; \\ (a - b) : b = (c - d) : d; \quad a : (a - b) = c : (c - d).$$

Великий ученый, наш соотечественник, **Абу Райхан Беруни** (973–1048) был автором трудов по математике и многим другим наукам. Его сочинения, посвященные теории отношений, имеют важные практические применения.



Абу Райхан Беруни
(973–1048)

Правило отыскания по трем членам a, b, c пропорции $a : b = c : x$ неизвестного ее члена x известно как «правило трех величин». Это правило приведено в одном из его произведений. Беруни предложил подобные правила и для 5, 7 и даже 15, 17 величин.

Приведем один из таких примеров.

Задача Абу Райхана Беруни. Кирпич имеет три измерения: 5, 4, 3 единицы. Цена 30 штук — 60 дирхемов. Сколько будут стоить 20 таких кирпичей с измерениями 8, 6, 2 единицы?

Решение. Пусть искомая цена равна x дирхемам. Данные задачи запишем в таблице:

Затем выписывается такое уравнение:

$$\frac{60}{x} = \frac{30}{20} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{8}.$$

5	8
4	6
3	2
30	20
60	x

Отсюда находим неизвестную цену: $x = \frac{60 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 8}{30 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$. Значит, $x = 64$.

Ответ: 64 дирхема.

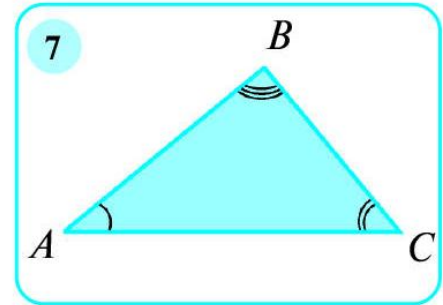
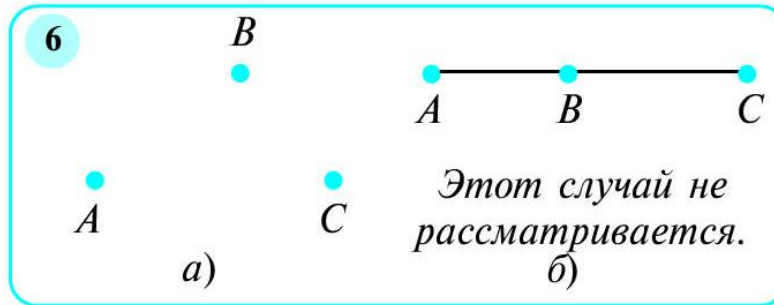
Этот простой и изящный метод решения задачи принадлежит Беруни, который изложен в его труде «Книга об индийском счете».

Решите самостоятельно задачу:

Для того чтобы построить стену длиной 18 м, шириной 0,8 м и высотой 2,1 м, потребуется 16 800 штук кирпичей. Какой высоты будет стена из 12 800 таких кирпичей с длиной 15 м, шириной 0,6 м? (**Ответ:** 1 метр.)

1. Треугольник. С треугольником, понятием его периметра вы познакомились в младших классах. Отметим на плоскости три точки и обозначим их буквами A , B , C (рис. 6 а).

Соединим точки A , B , C отрезками AB , AC , BC (рис. 6 б).



Часть плоскости, ограниченная отрезками AB , BC , AC , называется **треугольником ABC** и обозначается так: $\triangle ABC$.

Точки A , B и C называются вершинами треугольника; отрезки AB , BC , AC называются его *сторонами* (рис. 7).

Длина любой из сторон треугольника меньше суммы длин оставшихся сторон, но больше их разности.



$$\begin{aligned} AC - BC &< AB < AC + BC. \\ AB - BC &< AC < AB + BC. \\ AB - AC &< BC < AB + AC. \end{aligned}$$

2. Виды треугольников. У треугольника имеются три угла. Сумма их градусных мер равна 180° (рис. 7):

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ.$$

В зависимости от величин углов треугольники могут быть: **остроугольными**, **прямоугольными**, **тупоугольными** (см. таблицу 1).

В зависимости от длин сторон треугольники могут быть: **равносторонними (правильными)**, **равнобедренными**, **разносторонними** (см. таблицу 2).

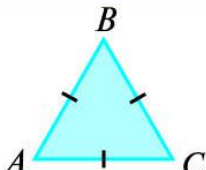
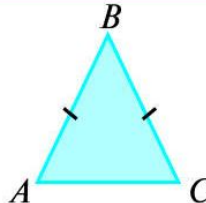
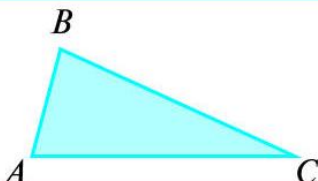
Если треугольник ABC равнобедренный, т. е. $AB = BC$, то сторону AC называют **основанием** треугольника.

3. Периметр треугольника. Сумма длин всех сторон треугольника называется его *периметром*. На рисунке 7 сумма $P = AB + BC + AC$ — периметр $\triangle ABC$.

Таблица 1

Углы треугольника	Название треугольника	Изображение
Все углы острые	Остроугольный треугольник	
Один из углов прямой	Прямоугольный треугольник	
Один из углов тупой	Тупоугольный треугольник	

Таблица 2

Стороны треугольника	Название треугольника	Изображение
Все стороны равны между собой $AB = BC = AC$	Равносторонний или правильный треугольник	
Две стороны равны между собой: $AB = BC$	Равнобедренный треугольник	
Длины всех сторон различны: $AB \neq BC$, $AB \neq AC$, $BC \neq AC$	Разносторонний треугольник	

- 723.** 1) Что называется треугольником? Объясните на рисунках.
 2) Что называется периметром треугольника?
 ? 3) Какие соотношения имеются между сторонами треугольника?
 4) На какие виды подразделяются треугольники: а) по углам; б) по сторонам? Нарисуйте соответствующие треугольники.

- 724.** Найдите градусные меры углов треугольника, если:
- 1) все углы треугольника равны между собой;
 - 2) один угол 120° , оставшиеся равны между собой.
- Определите вид соответствующего треугольника.
- 725.** Существует ли треугольник с данными ниже длинами сторон? Объясните почему.
- 1) 1,3 дм; 2,7 дм; 45 дм;
 - 2) 0,8 дм; 10 см; 0,2 дм;
 - 3) 20 см; 2 дм; 200 мм;
 - 4) 4 см; 0,5 дм; 0,6 дм.
- 726.** Один из углов треугольника равен 40° . Второй угол больше его в 2,5 раза. Найдите третий угол этого треугольника. Каким будет этот треугольник?
- 727.** Заполните таблицу и определите вид треугольника (a , b , c — длины сторон треугольника):

a	b	c	Периметр	Вид треугольника
6,5 см	7,2 см	8,7 см		
	1,4 дм	1,6 дм	5,2 дм	
25 см		2,5 дм	75 см	
1,7 дм	17 см		5,8 дм	

- 728.** 1) Одна из сторон треугольника 6,5 см, вторая сторона a см, третья сторона b см. Найдите выражение для нахождения периметра этого треугольника.
- 2) Найдите значение найденного выражения, если:
- а) $a = 5,8$ см; $b = 4,6$ см;
 - б) $a = 7,3$ см; $b = 8,2$ см.
- 729.** Существуют ли треугольники, один из углов которых равен сумме двух других? Каким будет этот треугольник?
- 730.** Длина стороны правильного треугольника равна 5,8 см. Найдите его периметр.
- 731.** Существуют ли треугольники: 1) с двумя тупыми углами; 2) с двумя прямыми углами? Если нет, то почему?
- 732.** Длина одной из сторон треугольника 8,9 см. При этом вторая сторона на 1,8 см меньше, третья — на 3,6 см больше ее. Найдите периметр этого треугольника.
- 733.** У равнобедренного треугольника длина основания 21,3 см, длина боковой стороны 26,2 см. Найдите его периметр.

- 734.** Один из углов треугольника равен 72° . Другой угол в 2 раза меньше. Найдите углы этого треугольника. Каким будет этот треугольник?
- 735.** Один из углов треугольника прямой. Может ли один из оставшихся углов быть тупым? Объясните почему.
- 736.** 1) Периметр правильного треугольника равен 75,9 см. Найдите длины его сторон.
2) Длина стороны правильного треугольника 23,8 см. Найдите его периметр.
- 737.** Длина основания равнобедренного треугольника 74,7 см. Боковая сторона короче основания в $1\frac{2}{7}$ раза. Найдите периметр этого треугольника.

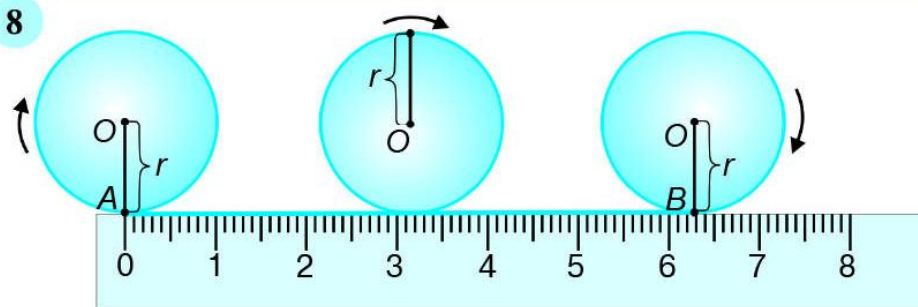
34

Длина окружности и площадь круга

1. Длина окружности. С тем, что такое окружность и круг, вы познакомились в 5 классе. Выполните следующее задание как практическую работу: вырежьте из картона два круга с разными радиусами (например, 3 см и 5 см). Отметьте на окружностях кругов по точке. Нулевую отметку на линейке совместите с этой точкой, обозначив ее буквой A . Затем прокатите этот круг вдоль линейки, начиная с точки A и сделав один полный оборот. Точку на линейке, с которой совместится точка A , обозначьте буквой B . Длина полученного отрезка AB называется длиной окружности. Ту же работу выполните и со второй окружностью (рис. 8).

Теперь длину окружности разделите на ее диаметр (вспомните: длина диаметра равна удвоенной длине радиуса!). Если вы проделали эти подсчеты достаточно аккуратно, вы найдете, что это отношение равно числу, заключенному между числами 3,1 и 3,2.

8



$$C = 2\pi r = \pi d$$

$$\frac{C}{d} = \frac{C}{2r} = \pi$$

Здесь:

$$r = 1 \text{ см}$$

$$AB \approx 6,28 \text{ см}$$

Отношение длины окружности к ее диаметру обозначается греческой буквой π (читается «пи»). Если обозначить длину окружности буквой C , радиус — буквой r , диаметр — буквой d , то

$$d = 2r, C : d = \pi, \text{ то есть } C : (2r) = \pi.$$

Откуда $C = \pi d$, или $C = 2\pi r$.

Чтобы найти длину окружности, надо ее диаметр умножить на число π .

Число π — бесконечная непериодическая десятичная дробь, не связанная с радиусом окружности. В обсерватории Мирзо Улугбека были вычислены 17 знаков после запятой этого числа:

$$\pi = 3,14159265358979325\dots$$

Этот результат привел выдающийся астроном и математик Гийас ад-Дин Джамшид аль-Каши в замечательном сочинении «Трактат об окружности». На практике, для простоты, принимают за приближенное значение π 3,14 ($\pi = 3,1416$ или $\pi = \frac{22}{7}$).

Задача 1. Радиус окружности 3 см. Найдите ее длину.

Решение. На основе формулы $C = 2\pi r$:

$$C = 2 \cdot 3,1416 \cdot 3 = 18,8496 = 18,84 \text{ (с м)}$$

Ответ: 18,84 см.

Задача 2. Длина окружности равна 12,56 см. Найдите ее радиус.

Решение. Из формулы $C = 2\pi r$:

$$r = C : (2\pi) = 12,56 : (2 \cdot 3,14) = 12,56 : 6,28 = 2 \text{ (см)}.$$

Ответ: 2 см.

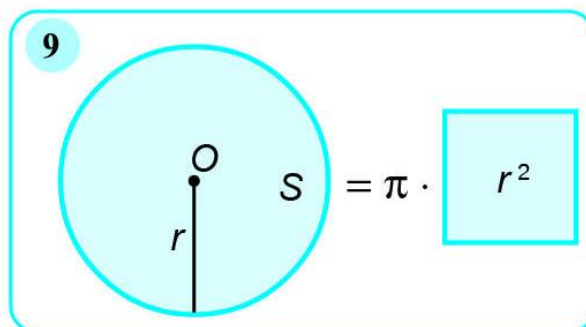
2. Площадь круга. Обозначим площадь круга через S .

Площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi r^2$.

Итак, площадь круга вычисляется как площадь квадрата со стороной, равной r , умноженная на π (рис. 9).

Задача 1. Радиус круга равен 1 см. Найдите его площадь.

Решение. По формуле $S = \pi r^2$: $S = \pi \cdot 1^2 = \pi \text{ (см}^2\text{)}.$



Ответ: $S = \pi \text{ см}^2$.

Задача 2. Площадь круга равна $12,56 \text{ см}^2$. Найдите его радиус.

Решение. В формуле $S = \pi r^2$, $S = 12,56$; приняв $\pi = 3,14$, имеем: $12,56 = 3,14 \cdot r^2$, откуда $r^2 = 4$. Число 4 — это квадрат 2,

$$r \cdot r = 2 \cdot 2, \text{ значит, } r = 2 \text{ (см).}$$

Ответ: $r = 2 \text{ см}$.

738. 1) Что мы имеем в виду, говоря об окружности? О круге? В чем их различие, в чем сходство?

2) Что вы понимаете под длиной окружности? По какой формуле она вычисляется? Приведите примеры.

3) Знаете ли вы формулу площади круга?

739. Найдите длину окружности радиуса r , равного:

1) 0,5 см; 2) 5 дм; 3) 20 см; 4) 0,4 м; 5) 40 мм.

740. Найдите длину окружности с диаметром, равным:

1) 4 дм; 2) 50 см; 3) 0,01 м; 4) 100 см; 5) 200 мм.

741. Чему равен диаметр окружности, если ее длина равна:

1) 31,4 см; 2) 56,52 дм; 3) 0,628 м; 4) 2,512 м?

742. Радиус окружности увеличили на 3 дм. На сколько увеличится ее длина?

743. Сколько раз совершит полный оборот колесо с диаметром 2,4 дм на пути длиной 144,72 м?

744. Найдите радиус колеса, совершившего на расстоянии 2763,2 м 440 полных оборотов.

745. Найдите площадь круга с радиусом r , равным: 1) 5,5 см; 2) 10,8 дм; 3) 15,2 дм. Округлите результаты до сотых долей.

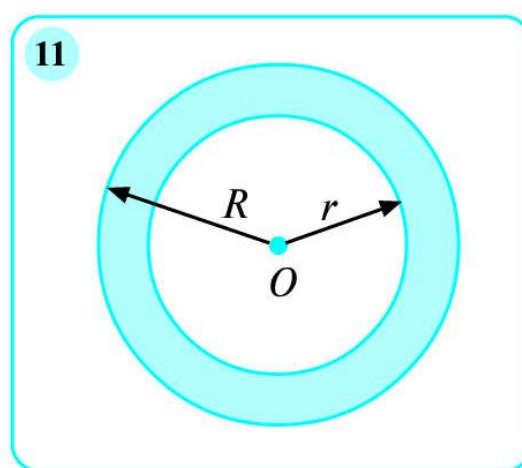
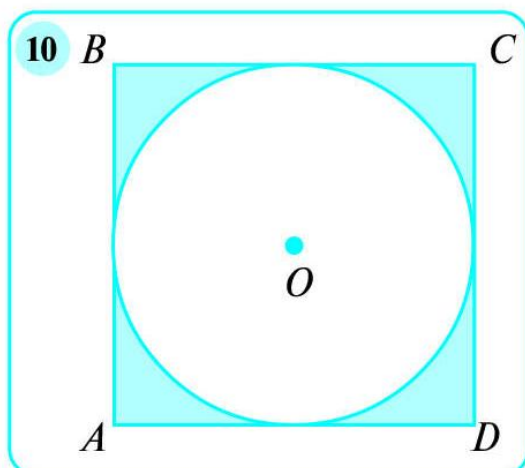
746. Найдите площадь круга, диаметр которого равен: 1) 3,6 дм; 2) 19,4 м. Округлите результаты до целых чисел.

747. Пройдет ли в баскетбольное кольцо мяч с диаметром 26 см, если кольцо изготовлено из куска проволоки длиной:

1) 81 см; 2) 85 см?

748. На сколько увеличится площадь круга, если радиус круга увеличится в 1,2 раза?

749. Сторона квадрата равна 4 см (рис. 10). Сравните площади окрашенных фигур. Сделайте вывод.



- 750.** Площадь круга равна: 1) $36\pi \text{ см}^2$; 2) $16\pi \text{ дм}^2$; 3) $81\pi \text{ дм}^2$. Чему равна длина окружности этого круга?
- 751.** Радиус большего круга (рис. 11) равен 1,3 дм, площадь закрашенного кольца $1,44 \text{ дм}^2$. Найдите радиус меньшего круга.
- 752.** а) Найдите длину окружности с радиусом: 1) 3,6 см; 2) 24 дм. Округлите результат до разряда единиц.
б) Найдите длину окружности с диаметром: 1) 5,8 дм; 2) 42 см. Округлите результат до разряда единиц.
- 753.** Диаметр колеса 68 см. Какое расстояние пройдет оно, совершив 100 полных оборотов?
- 754.** Найдите длину окружности с площадью ограниченного ею круга, равной: 1) $25\pi \text{ дм}^2$; 2) 314 см^2 .
- 755.** Площадь круга равна 314 см^2 . Найдите диаметр этого круга.
- 756.** Выразите в дециметрах длину окружности, ограничивающей круг с площадью $50,24 \text{ см}^2$. Округлите результат до разряда десятков.

35

Решение задач

- 757.** Во сколько раз увеличится длина окружности, если радиус окружности увеличится: а) в 2 раза; б) в 1,5 раза; в) в 3 раза? Составьте примеры.
- 758.** Будет ли радиус окружности прямо пропорциональным ее длине? Чему равен коэффициент пропорциональности?
- 759.** 1) Во сколько раз увеличится площадь круга, если радиус ограничивающей его окружности увеличится: а) в 2 раза; б) в 3 раза; в) в 4 раза? Составьте примеры.
2) Является ли зависимость между радиусом и площадью круга прямой (обратной) пропорциональной зависимостью?

760. Периметр треугольника равен 41,5 см. Одна из его сторон больше второй на 3,8 см, но меньше третьей на 2,4 см. Найдите стороны этого треугольника.

761. Один из углов треугольника больше второго на 15° , но меньше третьего на 9° . Найдите углы этого треугольника.

762. Основание равнобедренного треугольника равно 2,4 дм. Боковая сторона равна $\frac{2}{3}$ длины основания. Найдите периметр этого треугольника.

763. В которой из таблиц величины x и y прямо пропорциональны?

1)

x	2,1	3,2	4	5,5	$2\frac{1}{3}$
y	4,2	6,4	8	11	$4\frac{2}{3}$

2)

x	9	8	10	12	16
y	3	$2\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{3}$	5	4

764. Длины смежных сторон прямоугольника относятся как 3 : 5. Разность их длин равна 8 см. Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.

765. Разделите число 75 на 2 части обратно пропорционально числам 2 и 3.

766. Расстояние между двумя городами 480 км. Найдите скорость прохождения этого пути за: 4 ч; 5 ч; 6 ч; 7,5 ч; 8 ч; 10 ч. Ответы занесите в таблицу. Какой будет зависимость между скоростью и временем?

767. На чертеже в масштабе 1 : 200 длина площади в форме прямоугольника равна 10 см, ширина — 8 см. Какими будут длина и ширина той же площади в масштабе:

1) 1 : 400; 2) 1 : 100?

768. Путь, изображенный на карте с масштабом 1 : 2 000 000 в виде отрезка длиной 24 см, автомобиль прошел за 7,5 часов. Найдите его скорость.

769. 1) Радиус окружности 2,5 см. Найдите ее длину.

2) Длина окружности 21,98 см. Найдите ее диаметр.

770. Радиус круга 1,5 см. Найдите площадь этого круга.

- 771.** Мастеру и двум его помощникам заплатили 615 000 сумов. Эти деньги оба помощника и мастер разделили в отношении $1 : 2 : 3$. Сколько денег получил каждый из них?
- 772.** Длины сторон треугольника пропорциональны числам 3, 4, 5, периметр треугольника равен 96 см. Найдите длины сторон треугольника.
- 773.** Велосипедист ехал 4 часа со скоростью 15 км/ч. С какой скоростью он должен двигаться, чтобы проехать тот же путь за: 1) 3 ч; 2) 5 ч; 3) 6 ч?

Тест 6

Проверьте себя!

- Периметр правильного треугольника 28,8 см. Найдите длину его стороны.
А) 9,6 см. Б) 9,16 см. В) 8,6 см. Г) 9,06 см.
- Периметр равнобедренного треугольника 43,4 см, длина боковой стороны 15,5 см. Найдите длину основания треугольника.
А) 40,1 см. Б) 12,4 см. В) 13,4 см. Г) 13,3 см.
- Периметр треугольника 27,8 см. Одна из его сторон меньше другой на 3,5 см, но больше третьей на 2,7 см. Найдите длину большей из сторон.
А) 18,8 см. Б) 11,7 см. В) 15,3 см. Г) 12,5 см.
- Один из углов треугольника 40° , второй больше в 1,5 раза. Найдите третий угол треугольника.
А) 85° . Б) 110° . В) 80° . Г) 60° .
- Один из углов треугольника меньше второго в 2 раза и меньше третьего в 6 раз. Чему равен наименьший из углов треугольника?
А) 20° . Б) 30° . В) 25° . Г) 40° .
- Радиус окружности 3 см. Найдите длину окружности.
А) 18,624 см. В) 18,84 см.
Б) 18,74 см. Г) 19,84 см.
- Длина окружности 25,12 см. Найдите ее радиус.
А) 6,28 см. Б) 3,5 см. В) 4 см. Г) 4,6 см.
- Найдите площадь круга радиусом 3 см ($\pi = 3,14$).
А) $28,026 \text{ см}^2$. В) $27,126 \text{ см}^2$.
Б) $28,26 \text{ см}^2$. Г) $27,26 \text{ см}^2$.



ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Значение числа π для решения прикладных задач ученые оценили в глубокой древности. Это можно увидеть из приведенной ниже таблицы.

Имя ученого	Век	Страна	Приближенное значение π	Число знаков после запятой
Архимед	III в. до н. э.	Греция	3,14285; 3,14084	2
Витрувий	I в. до н. э.	Рим	3,12500	1
Птолемей	II в. н. э.	Греция	3,14166	3
Чжан Хен	II	Китай	3,16214	1
Ариабхатта	V	Индия	3,14159	5
Си Чун	V	Китай	3,14160	3
Брахмагупта	VII	Индия	3,14234; 3,1428	2
Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми	VIII	Узбекистан	3,14285; 3,14160 $\frac{22}{7}$; $\frac{62832}{20000}$	3
Абу Наср аль-Фараби	IX	Узбекистан	3,14285; 3,14084	2
Леонардо да Винчи	XIII	Италия	3,14183	3
Бхаскара	XII	Индия	3,14160	3
Гийас ад-Дин Джамшид аль-Каши	XV	Узбекистан	3,14159265358979325...	17
Франсуа Виет	XVI	Франция	3,1415926535	10

Наилучший результат в вычислении числа π был получен выдающимся ученым Гийасом ад-Дин Джамшид аль-Каши, работавшим в обсерватории Мирзо Улугбека.



ГЛАВА II РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 5. Положительные и отрицательные числа. Целые числа

36

Положительные и отрицательные числа. Понятие о целых числах

До сих пор мы изучали натуральные числа, обыкновенные и десятичные дроби. На числовой (координатной) оси они откладывались **вправо** от начала отсчета. Началу отсчета — точке O соответствовало число ноль (0). Числа, которыми мы занимались, размещались справа от нуля (рис. 12).

Вы знаете, что на числовой оси то число, которое располагалось правее другого числа, было больше его. Значит, знакомые нам натуральные числа, обыкновенные и десятичные дроби больше 0.



Числа, большие нуля, называются положительными.

Все положительные числа располагаются на числовой оси справа от 0.

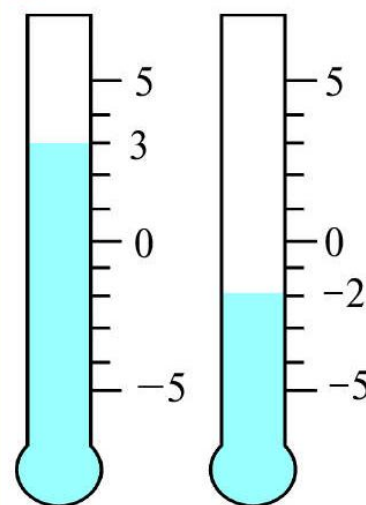
Но во многих прикладных задачах естественно рассматривать числа, отличающиеся от положительных.

Пример 1. При сообщении прогноза погоды по телевидению вместе со словами «температура меняется от 5 градусов мороза до 3 градусов тепла» на экране появляется надпись $-5^{\circ} \dots +3^{\circ}$ (« $^{\circ}\text{C}$ » — обозначение градуса Цельсия).

Прибор, позволяющий измерять температуру воздуха, т. е. термометр, вы видели и знаете его устройство (рис. 13).

На **шкале термометра** выше 0 записаны числа 1, 2, 3, ..., ниже нуля — числа -1 , -2 , -3 , Если столбик окрашенной жидкости опустится до отметки « -2 », то температура воздуха равна -2° мороза.

13



Пример 2. На географических картах: а) уровень поверхности земли, расположенной ниже уровня моря, отмечается знаком «-»; б) возвышенные места, находящиеся выше уровня моря, отмечаются знаком «+». Например, самая большая глубина в Каспийском море -1025 м, горный перевал Камчик на трассе Ташкент — Коканд находится на высоте $+2262$ м над уровнем моря.

Если поставить знак $(-)$ перед положительным числом, получится отрицательное число.

Числа $-1, -2, -3, \dots -0,3; -\frac{1}{2}; -3\frac{1}{7}; -1,8$ — отрицательные.

Число 0 не является ни положительным, ни отрицательным.

Отрицательные числа применяются не только для указания глубин морей и океанов или температур, но и для обозначения долга, ущерба.

Ряд чисел $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ называется рядом *целых чисел*.

В ряду целых чисел те из них, которые располагаются правее 0, называются **натуральными**, или **целыми положительными числами** ($1, 2, 3, \dots$).

Целые числа $-1, -2, -3, \dots$, расположенные на числовой оси левее 0, называются **целыми отрицательными числами**.

Обычно **множество** чисел $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ называется **множеством целых чисел** и обозначается **Z** :

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}.$$

Итак, **множество целых положительных (натуральных) чисел, целых отрицательных чисел и нуля составляет множество Z** .

774. 1) Какие числа называют положительными числами?

? 2) Какие числа называют отрицательными числами?

3) Можно ли назвать число предметов положительным числом?

4) Что вы понимаете под названиями «ряд целых чисел», «множество целых чисел»?

775. Уровень воды в канале за час меняется на a см, но сейчас находится на уровне ноля. На какой отметке будет уровень воды в канале через b часов?

Каким был уровень воды при: 1) $a = 4$, $b = 2$; 2) $a = -4$, $b = 1$; 3) $a = 5$, $b = -3$; 4) $a = -3$, $b = -2$?

776. Чарвакское водохранилище находится на высоте 892 м, перевал Камчик — на высоте 2262 м над уровнем моря. На сколько метров ниже перевала Камчик находится Чарвак?

777. Заполните таблицу, заменив многоточие подходящим знаком «+» или «-»:

Название города	Высота над уровнем моря	Средняя температура в январе в °С	Средняя температура в июне-июле в °С
Маргилан	475 м = ...	3,5 °С мороза = ...	25,5 °С—26 °С тепла = ...
Наманган	450 м = ...	2,3 °С мороза = ...	26,3 °С тепла = ...
Навои	347 м = ...	0,4 °С тепла = ...	28,3 °С тепла = ...
Джизак	460 м = ...	1,5 °С мороза = ...	28,5 °С тепла = ...
Самарканд	695 м = ...	0,2 °С тепла = ...	25,9 °С тепла = ...

778. Днем температура воздуха была +22 °С, вечером понизилась на 10 °С, утром повысилась на 7 °С. Какой была температура утром?

779. Наивысшая точка Узбекистана — 4688 м над уровнем моря (Гиссарская горная цепь, Сурхандарьинская область), наинизшая — 12 м ниже уровня моря (Мингбулак). Найдите разность высот наивысшей и наинизшей точек над уровнем моря.

780. Запишите вместо многоточий соответствующие по смыслу слова:

Высказывание	Слова, подходящие по смыслу
Температура поднялась до -7 °С.	Температура на 7 °С ...
После дождя уровень воды в реке поднялся на 12 см.	После дождя уровень воды в реке ... на 12 см.
Хасан занял у Хусана 100 сумов.	Хасан ... 100 сумов у Хусана.
Товар продали с доходом 50 сумов.	Товар продан с ... 50 сумов.
Прибыль составила 0 сумов.	При продаже не было

- 781.** Начертите шкалу термометра. Обозначьте его показания:
 $+12^{\circ}\text{C}$, $-3,5^{\circ}\text{C}$, $+1^{\circ}\text{C}$, -8°C , $+5,5^{\circ}\text{C}$, $+9^{\circ}\text{C}$, $+5^{\circ}\text{C}$.
- 782.** Убайдулле сейчас a лет. Через сколько лет ему исполнится 21 год? Запишите словесную формулировку решения и объясните смысл ответа для данных значений:
 1) $a = 5$; 2) $a = 12$; 3) $a = 5,5$; 4) $a = 15$.
- 783.** На остановке в автобус сели a человек, а вышли b человек. На сколько человек изменилось число пассажиров?
 1) $a = 5$, $b = 3$; 2) $a = 10$, $b = 12$; 3) $a = 7$, $b = 1$;
 4) $a = 4$, $b = 9$. Объясните ответ.
- 784.** У Фузайлы есть a сумов и он должен другу b сумов. Сколько у него останется денег после выплаты долга, если:
 1) $a = 5000$, $b = 3600$; 2) $a = 2500$, $b = 2500$;
 3) $a = 4000$, $b = 6000$?
 Объясните ответ.
- 785.** Есть ли во множестве всех целых чисел: 1) наибольшее целое число; 2) наименьшее целое число? Почему? Обоснуйте ответ.
- 786.** Сумма и произведение нескольких целых чисел равны 8. Найдите эти числа.
- 787.** Найдите значение выражения:
 ? $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{99}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right).$
- 788.** Отношение числа мужчин к числу женщин в группе туристов $3 : 4$. Которое из приведенных ниже чисел не будет соответствовать числу туристов?
 А) 28. Б) 21. В) 23. Г) 35.
- 789.** Температура воздуха днем была $+32^{\circ}\text{C}$. Вечером температура упала на 15°C , а утром поднялась на 6°C . Какая температура была утром?
- 790.** Нарисовав шкалу термометра, отметьте на ней его показания:
 $+10^{\circ}\text{C}$, $+7^{\circ}\text{C}$, $+3^{\circ}\text{C}$, 0°C , -1°C , -5°C , -10°C .
- 791.** Зумрад сейчас 18 лет. В каком возрасте она была a лет тому назад? Запишите условие задачи словами. Объясните ответ при следующих значениях a :
 1) $a = 10$; 2) $a = 8$; 3) $a = 7$; 4) $a = 11$.

792. На станции метро им. Алишера Навои в поезд сели k , вышли на перрон n человек. На сколько изменилось число пассажиров?

- 1) $k = 70, n = 80$; 2) $k = 50, n = 40$; 3) $k = 65, n = 50$;
4) $k = 72, n = 72$. При нахождении ответов объясните их смысл.

793. У Кумри было a сумов, в магазине изделие, которое она хотела купить, стоило b сумов. При каких значениях a и b она сможет купить желаемый товар, если: 1) $a = 15\,000, b = 11\,000$; 2) $a = 14\,000, b = 14\,000$; 3) $a = 15\,000, b = 17\,000$? А при каких значениях не сможет?

Сколько денег она будет должна, если купит товар в долг?

794. Прогноз погоды запишите с помощью знаков «+» или «-»:

- 1) 36°C тепла; 3) 17°C тепла; 5) 7°C холода;
2) 18°C мороза; 4) 1°C мороза; 6) 1°C мороза.



37 Координатная прямая. Изображение положительных и отрицательных чисел на числовой прямой

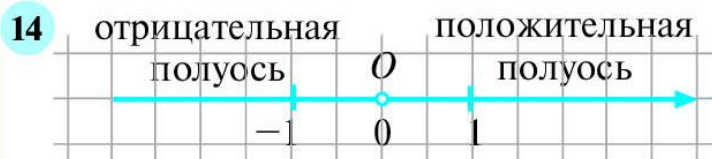
Начертив прямую линию, примем на ней направление, идущее слева направо, за положительное. Положительное направление указывается стрелкой. Отметим на прямой некоторую точку O .

Точку O назовем *началом отсчета*. Точке O сопоставим число 0. Выберем какой-нибудь единичный отрезок.

Таким образом, на прямой выбраны:

- 1-й шаг: направление;
- 2-й шаг: начало отсчета;
- 3-й шаг: единичный отрезок. Такая прямая называется координатной прямой (числовой осью; координатной осью).

Начало отсчета — точка O — разбивает координатную прямую на два луча. Луч, идущий вправо от нуля, называется **положительным координатным лучом (положительной полуосью)**. Луч, идущий от точки O влево — **отрицательный координатный луч (отрицательная полуось)** (рис. 14).

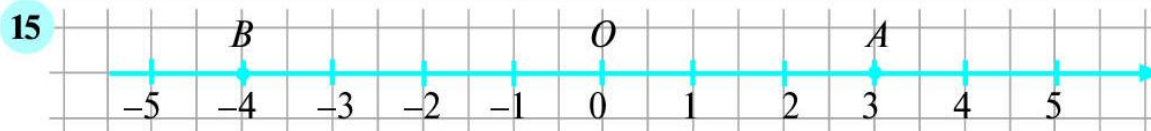


«НОЛЬ» («нуль») от латинского «nullus» — «ничего».

На координатной оси положительные числа располагаются справа от начала отсчета — точки O , отрицательные числа лежат слева от начала отсчета. На координатной оси число ноль разделяет положительные и отрицательные числа.

Точка O , как соответствующая числу 0 , получает координату, равную нулю и записывается как $O(0)$.

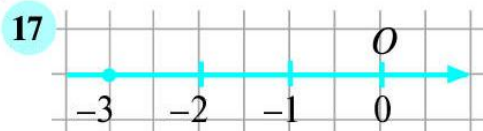
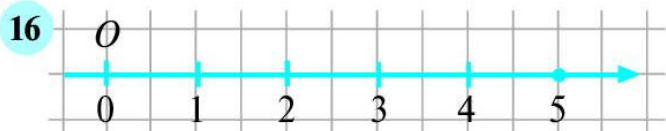
На рисунке 15 точке A соответствует число 3 , точке B — число -4 , так что число 3 — это координата точки A , число -4 — это координата точки B . Для краткости мы пишем $A(3)$, $B(-4)$.



Координатой точки на координатной оси называют число, соответствующее этой точке.

Задача 1. Отметьте на координатной оси точку, соответствующую числу 5 , т. е. точку с координатой, равной 5 .

Решение. Так как число 5 положительное, то от точки O следует отложить единичный отрезок вправо 5 раз (рис. 16). Правый конец пятого единичного отрезка будет соответствовать искомой точке.



Задача 2. Отметьте на оси координат точку с координатой -3 .
Решение. Так как данное число -3 отрицательное, следует отложить единичный отрезок три раза влево от точки O . Левый конец третьего единичного отрезка будет соответствовать искомой точке (рис. 17).

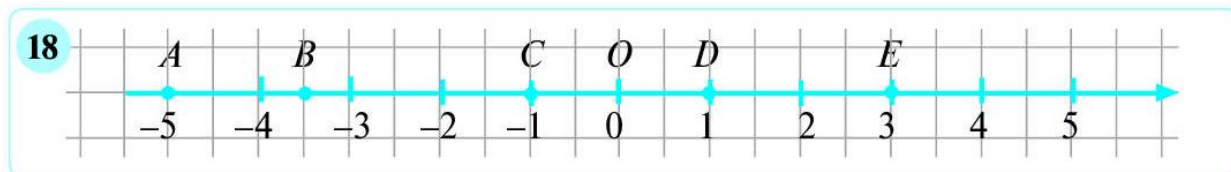
795. 1) Что вы понимаете под координатной осью?

? 2) Что нужно выбрать для того, чтобы прямая линия стала координатной осью?

3) Куда следует поместить на координатной оси точку, соответствующую положительному числу? Отрицательному числу? Покажите на чертеже.

4) Что такое координата точки? Поясните на примерах.

796. Запишите координаты точек A , B , C , D и E на рисунке 18.



797. Отметьте на координатной оси точку A (-4). От точки A :

- 1) отложите справа на расстоянии трех единиц точку B ;
- 2) обозначьте точку C , лежащую слева от точки O на расстоянии, равном 2. Чему равны координаты точек B и C ?

798. Найдите координаты точки, если точка A (7) перенесена на:

- 1) $+2$ единицы; 2) -7 единиц; 3) 0 единиц; 4) $3,5$ единицы; 5) $-2,5$ единицы.

799. На числовой оси обозначьте точки, соответствующие числам:

- 1) -2 и 2 ; 2) 3 и -3 ; 3) -4 и 4 ; 4) $2,5$ и $-2,5$. На каком расстоянии от начала отсчета лежат точки, соответствующие каждой паре чисел?

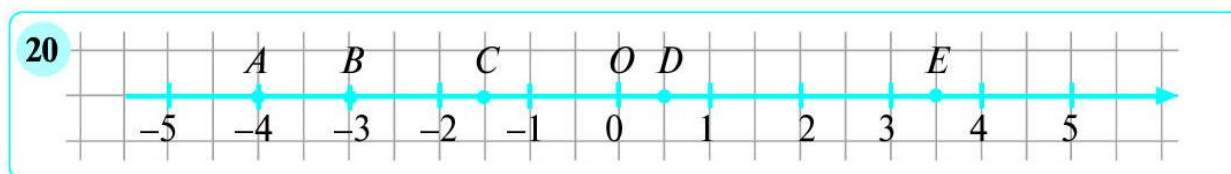
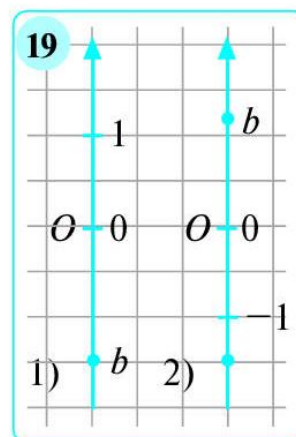
800. Обозначьте точки A , B , C , D , расположенные относительно точки O : 1) точка A слева, $AO = 2$ см 5 мм; 2) точка B справа, $OB = 3$ см; 3) точка C слева, $CO = 4$ см; 4) точка D справа, $OD = 5$ см 5 мм. Найдите их координаты.

801. На числовой оси обозначьте по 3 точки:

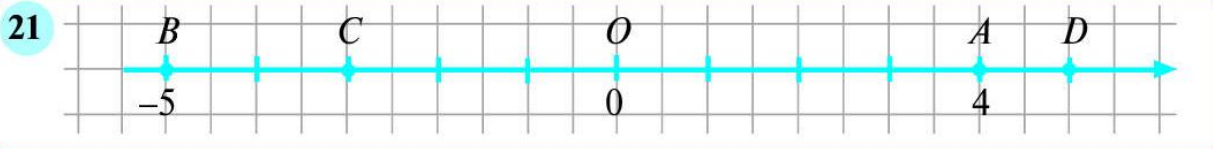
- 1) справа от числа 3 ; 2) справа от числа $-0,5$; 3) слева от числа -2 ; 4) слева от 0 . Найдите их координаты.

802. Число b на координатной оси (рис. 19) положительное или отрицательное?

803. Запишите координаты точек A , B , C , D и E (рис. 20).



804. Точка A расположена справа от точки O , длина $OB = 4$ см, B — слева от O , длина $BO = 5$ см. Как расположены точки C и D относительно точки O (рис. 21)?



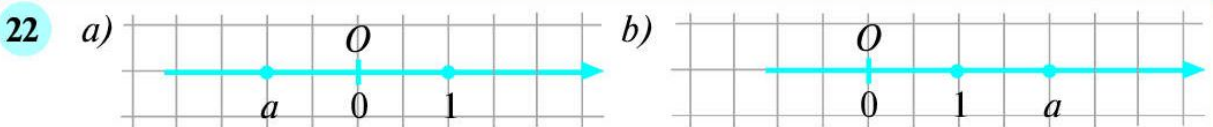
805. На координатной оси обозначьте точки $A(2), \dots$. Данные возьмите из таблицы:

Точка	A	B	C	D	E	F	P	Q
Координата	2	-3,5	4	-2	1	3	-5	5

806. Каким числом нулей заканчивается произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 80 \cdot 81$?

807. Решите уравнение: $8\frac{2}{15} - \left(x + 3\frac{5}{14}\right) : 5\frac{5}{8} = 7\frac{1}{3}$.

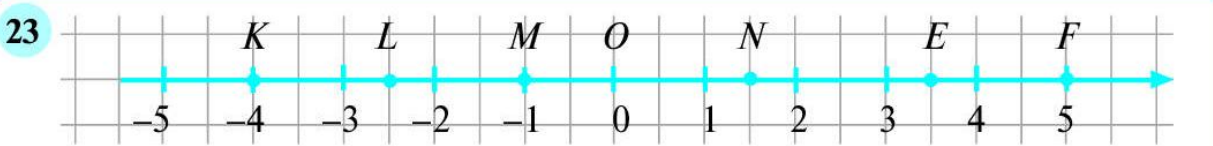
808. На числовой оси отмечена точка a (рис. 22). Это число положительное или отрицательное?



809. Пусть точка $A(1)$ перенесена на: 1) +1 единицу; 2) +0,5 единицы; 3) -2 единицы; 4) -1 единицу; 5) -1,5 единицы. Найдите координаты построенных точек.

810. На числовой оси отметьте по 3 точки: 1) справа от числа 2; 2) справа от числа -1; 3) слева от числа -3,5; 4) слева от числа 0,5, и запишите их координаты.

811. Напишите координаты точек K, L, M, N, E и F на рисунке 23.

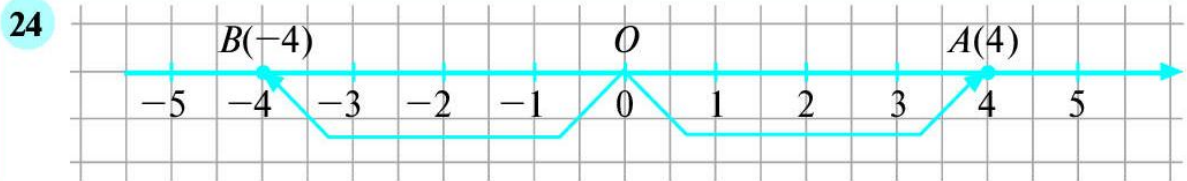


812. На координатной оси обозначьте точки $K(1,5), \dots$. Данные возьмите из таблицы:

Точка	K	L	M	N	E	F	P	Q
Координата	1,5	-1	2,5	-2,5	3	-4	4	-3

Рассмотрим две точки на координатной оси, расположенные на одинаковых расстояниях от начала отсчета (рис. 24). Координата точки A равна 4, точки B равна -4 : $A(4)$, $B(-4)$. Точка A лежит на 4 единицы правее точки O , точка B расположена на 4 единицы левее ее.

Числа 4 и -4 отличаются одно от другого только знаком.



Числа, отличающиеся одно от другого только знаком, называются *противоположными числами*.

Значит, числа 4 и -4 — противоположные числа. Точно так же числа -3 и 3; 2 и -2 ; -1 и 1 и т. д. — это противоположные числа.

Противоположные числа расположены на числовой оси на одинаковых расстояниях от точки начала отсчета.

На оси координат для каждого числа имеется одно и только одно противоположное ему число.

Если перед любым числом поставить знак « $-$ », получится число, противоположное ему.

Число, противоположное 2, есть -2 ; число -7 является противоположным числу $-(-7) = 7$; для 1,8 противоположное число $-1,8$.

Вообще, для числа k противоположное число есть $-k$.

Число 0 противоположно самому себе: $0 = -0 = +0$.

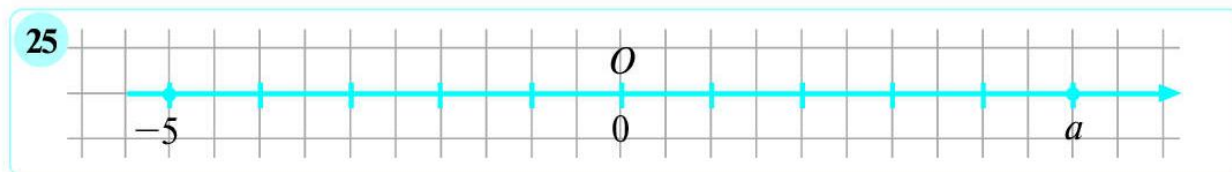
Найдем число, противоположное произведению $3,5 \cdot 2,1$. Имеем $3,5 \cdot 2,1 = 7,35$. Противоположное этому числу — число $-7,35$.

813. 1) Какие числа называются противоположными? Как расположены на оси координат такие числа?



2) Сколько существует чисел, противоположных данному, на оси координат? Чему равно число, противоположное числу 0?

- 814.** На рисунке 25 числа -5 и a — противоположные числа. Чему равно число a ? Обозначьте, по аналогии с данным, числа, противоположные 0 ; 2 ; -2 ; 3 ; -3 . Отметьте эти числа на оси.



- 815.** Заполните таблицу:

Данное число	Противоположное число	Данное число	Противоположное число
a	$-a$	$-a$	$-(-a) = a$
$-4,8$	$-(-4,8) = 4,8$	$+5,5$	
$+16$	$-(+16) = -16$	$-0,5$	
$+1991$		-2013	

- 816.** Будут ли числа: 1) 7 и -7 ; 2) $+5$ и 5 ; 3) -8 и 8 ; 4) 6 и -6 противоположными числами? Объясните свой ответ.

- 817.** Найдите для значения числового выражения:

а) противоположное число; б) обратное число:

- 1) $1,3 \cdot 4,8 + 7,3 \cdot 5,2$; 3) $4,2 \cdot 3,5 + 0,84 : 0,2$;
 2) $5,2 \cdot 9,8 - 3,8 \cdot 5,2$; 4) $16,4 \cdot 15,3 - 16,4 \cdot 5,3$.

- 818.** Пользуясь числовой осью, найдите все целые решения неравенства:

- 1) $12,8 < x < 19,1$; 2) $-3,2 < x < 4,7$; 3) $-9 < x < -2$.

- 819.** Какое число надо записать в скобках, чтобы равенство было верным:

- 1) $-(...) = -76$; 2) $-(...) = 24$; 3) $-(...) = -9,7$?

- 820.** 1) Сколько целых чисел заключено между числами $-12,6$ и $12,6$?
 2) Сколько целых чисел заключено между целыми числами $-a$ и a ? (a — натуральное число.)

- 821.** Найдите высказывания, которые являются истинными:

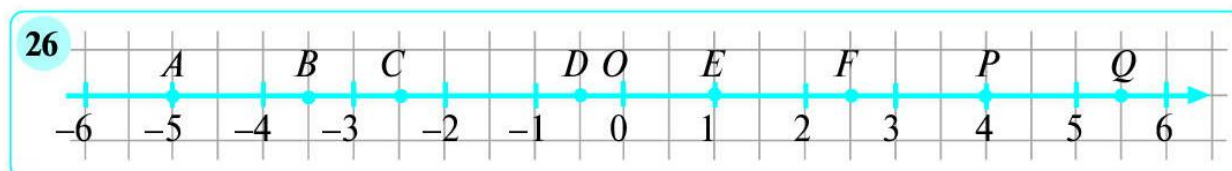
- ? 1) Каждое число равно своему противоположному.
 2) Существует число, противоположное самому себе.
 3) Никакое число не равно своему противоположному.
 4) Если $a = -b$, то $b = -a$.
 5) Если $a = -b$ и $b = c$, то $a = c$.

822. (Старинная китайская задача.) Во дворе гуляют кролики и куры. Число их голов равно 30, а ног — 84. Сколько кроликов и сколько кур во дворе?

823. Куплено 9 м одинаковой ткани. Могут ли расходы составить 36 700 сумов?

824. Решите уравнение: $640 : (5k + 4 + 7k) = 16$.

825. Найдите координаты точек A, B, C, D, E, F, P и Q (рис. 26):



826. Которое из равенств верно:

- | | | |
|-------------------|-----------------------|--------------------|
| 1) $-(-7) = 7$; | 3) $+9,8 = -(+9,8)$; | 5) $-8 = -(+8)$; |
| 2) $-(+9) = -9$; | 4) $-(+11) = -11$; | 6) $-(-32) = 32$? |

827. Заполните таблицу:

a	$-4,5$		$-7,2$		$-5\frac{3}{4}$		$0,28$		67	
$-a$		$0,8$		-24		$-\frac{24}{25}$		-180		$\frac{19}{23}$

39

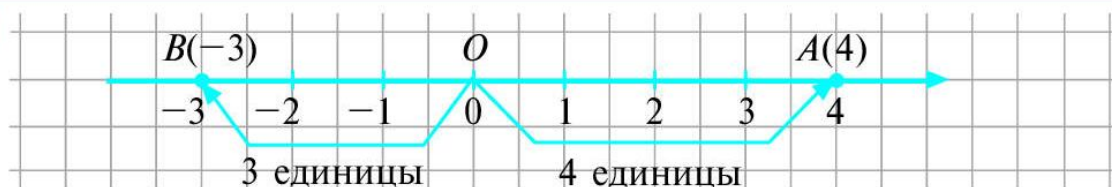
Модуль числа

Модулем числа называется на оси координат расстояние от начала отсчета до точки, соответствующей этому числу.

На рисунке 27 координата точки A равна 4, и эта точка расположена от начала отсчета на расстоянии 4. Длина отрезка OA , т. е. расстояние от начала отсчета O до точки A , соответствующей числу 4, также равна 4: $OA = 4$. Значит, по определению, модуль числа 4 равен 4.

Координата точки B на этом рисунке равна -3 , она расположена на 3 единицы слева от начала отсчета. Длина отрезка OB , т. е. расстояние от начала отсчета O до точки B , соответствующей числу -3 , также равна 3: $OB = 3$. Значит, по определению, модуль числа -3 равен 3.

27



Модуль числа называется также его **абсолютной величиной**. Модуль числа a обозначается $|a|$. Таким образом: $|4| = 4$; $|-3| = 3$.

Модуль положительного числа равен самому этому числу.

Например: $|5| = 5$; $|7| = 7$; $|100| = 100$; $|0,1| = 0,1$; $|\frac{3}{4}| = \frac{3}{4}$.

Модуль отрицательного числа равен противоположному ему положительному числу.

$$|-8| = -(-8) = 8; \quad |-15| = -(-15) = 15.$$

Таким образом, $|-10| = 10$; $|-0,01| = 0,01$.

Модуль числа 0 равен 0: $|0| = 0$.

Модули противоположных чисел равны между собой.

Например, $|-6| = |6| = 6$; $|-1| = |1| = 1$.

Из рисунка 24 видно: $OB = OA = 4$, т. е. $|-4| = |4| = 4$.

828. 1) Что называется модулем числа?

2) Каким числом будет модуль положительного числа? А модуль отрицательного числа?

3) Чему равен модуль числа 0?

4) Может ли модуль числа быть отрицательным числом?

829. Найдите модули следующих чисел, запишите ответ в виде равенства и прочитайте его:

1) -6 ; 44 ; -150 ; 75 ; -78 ; 2) $-5,2$; $3,9$; $-\frac{3}{4}$; $-1\frac{5}{7}$; $-0,45$.

830. Найдите расстояние от начала отсчета O до точек:

1) $A(4)$; 2) $B(-7)$; 3) $C(-2\frac{1}{2})$; 4) $D(-4\frac{2}{5})$.

831. Пусть $a = -3,05; 10,5; -0,73; 55$; найдите $-a$ и $|a|$.

832. Вычислите:

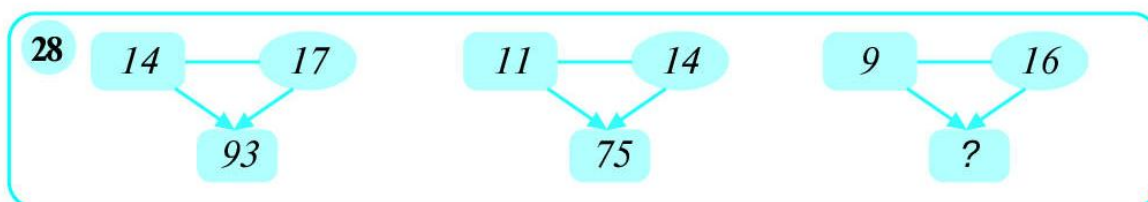
1) $|-15| + |-20| - |-3| \cdot |-5|$; 2) $|-32| + |-32| : |-8| - |-4|$.

Решите уравнение (**833–834**):

833. 1) $|x - 8| = 0$; 2) $|-x| = 9$; 3) $|x| - 4 = 0$; 4) $|x| = -16$.

834. 1) $-x = 3,14$; 2) $-x = -3,14$; 3) $-18,09 = -x$; 4) $-18,09 = x$.

835. Найдите пропущенные числа, разобравшись в закономерности расположения чисел (рис. 28).



836. Найдите модули чисел и запишите ответы в виде равенств:

1) $-52; 43; -35; -100; -65$; 2) $-9,8; 5,7; -4\frac{3}{7}; -\frac{14}{29}; -6,7$.

837. Вычислите:

1) $|-6| + |19|$; 2) $|19| - |-81|$; 3) $|-5,6| + |-5,9|$.

838. Решите уравнение:

1) $|x| = 0$; 2) $|x - 2| = 0$; 3) $|x + 2| = 0$; 4) $|x| = -1$.

40

Сравнение чисел

Из двух чисел больше то, которое расположено правее на числовой прямой.

Из двух целых чисел больше то, которое правее в ряду целых чисел.

Например, $2 > 1, 1 > 0, 0 > -1, -1 > -2, -3 > -6$, так как
... $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

В ряду целых чисел число 2 следует за 1; 1 — за 0; 0 — за (-1) , (-1) — за (-2) ; (-3) — за (-6) (см. рис. 24).

Вообще, если число k больше числа n , то это записывают так: $k > n$ или $n < k$.

Сравнение целых чисел, согласно вышеприведенному правилу, приводит к выводам:

- 1) положительное число больше: а) 0 ; б) отрицательного числа;
2) любое отрицательное число меньше 0.

На числовой оси из двух отрицательных чисел меньше то, у которого модуль больше, т. е. то, которое расположено левее. Итак,

из двух отрицательных чисел больше то, у которого модуль меньше.

Например, $-1,3 > -1,5$, так как $|-1,3| < |-1,5|$.

Неравенство $a > 0$ означает, что число a положительно, неравенство $a < 0$ означает, что число a отрицательно.

839. 1) Как сравниваются целые числа?

- ?** 2) Как записать, что число положительно или отрицательно?
3) Существуют ли: а) наибольшее положительное число;
б) наименьшее отрицательное число?
4) Существует ли наименьшее отрицательное число? А наибольшее целое число?
5) Какие числа больше 0? Какие числа меньше 0?

840. Запишите следующие числа: 1) -8 ; 6 ; -9 ; 0 ; 7 ; $-1,1$; 2) -3 ; 8 ; 0 ; $-2,2$; $1,2$; 5 : а) в порядке возрастания; б) в порядке убывания.

841. 1) Существуют ли целые числа, большие 3 и меньше 6;
2) существуют ли целые числа, меньше 0 и меньше -4 ?

842. Существуют ли числа: 1) меньше 0, но больше -1 ? 2) меньше 0 и одновременно больше 0? Используйте чертеж.

843. Запишите 4 последовательных числа, наибольшее из которых равно: 1) 8 ; 2) -5 ; 3) 0 ; 4) 3 .

844. Между какими последовательными целыми числами расположены данные числа? Ответы запишите в виде двойных неравенств.

1) 0 ; | 2) $-3,2$; | 3) 1991 ; | 4) $-20,08$; | 5) $20,12$; | 6) -2013 .

845. Сравните числа и соедините их знаком неравенства:

1) $-1,2$ и 0 ; | 2) -6 и 1 ; | 3) -3 и -5 ; | 4) 500 и -500 .

846. Какая из двух точек расположена на числовой оси левее:

1) $A (-4)$ и $B (0)$; 2) $C (22)$ и $D (11)$; 3) $E (-6)$ и $F (-1)$?

847. Сравните значения выражений:

1) $|-43| + |-4|$ и $|43| - |-4|$; 2) $|-5,4| + |15|$ и $|-5,4| - |-15|$.

848. Запишите наименьшее: 1) двузначное; 2) трехзначное; 3) четырехзначное; 4) пятизначное целое число.

849. Найдите целые решения неравенства, используя числовую ось:

1) $-1 \leq x \leq 2$; 2) $-8 < x \leq 5$; 3) $-4 \leq x < 3$.

850. При каких значениях a равенство будет верным:

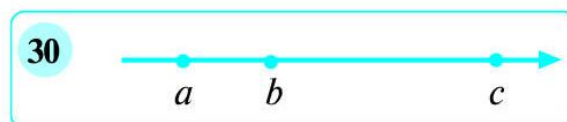
1) $|a| = a$; 2) $|a| = -a$?

851. Числам a и b на числовой оси соответствуют точки (рис. 29).

- Ⓢ 1) Которое из данных чисел можно назвать большим?
2) Можно ли определить число, имеющее больший модуль? Дайте обоснование.

852. Числа a и c — противоположные числа (рис. 30).

- Ⓢ Можно ли сказать, которое из данных чисел имеет наибольший модуль; имеет наименьший модуль? Обоснуйте ответ.



853. Вычислите: 1) $2\frac{1}{7} \cdot 1\frac{2}{5} + 3\frac{1}{8} \cdot 1\frac{3}{5}$; 2) $3\frac{13}{15} \cdot 1\frac{1}{29} - 1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$.

854. Расположите числа в порядке: а) возрастания; б) убывания:

1) -4 ; 10 ; -5 ; 3 ; -7 ; 9 ; -10 ; 2) -6 ; 6 ; 0 ; -11 ; $1,9$; $-1,4$; 18 .

855. Запишите 4 последовательных числа, наименьшее из которых равно: 1) 5 ; 2) -2 ; 3) -4 ; 4) 2 .

856. Между какими двумя последовательными целыми числами расположены следующие числа:

1) 18 ; 2) $-9,5$; 3) $-20,5$; 4) -2012 ; 5) -1 ; 6) $0,1$?

857. Какая из двух точек расположена левее на числовой прямой:

1) $A(-3)$ и $B(-1)$; 2) $C(1,8)$ и $D(-2,1)$; 3) $E(-1)$ и $F(1)$?

858. Сравните числа и соедините их знаком неравенства:

1) -1 и $-0,1$; 2) $-0,01$ и 0 ; 3) -4 и -6 ; 4) $-0,2$ и 1 .

859. Сравните значения выражений:

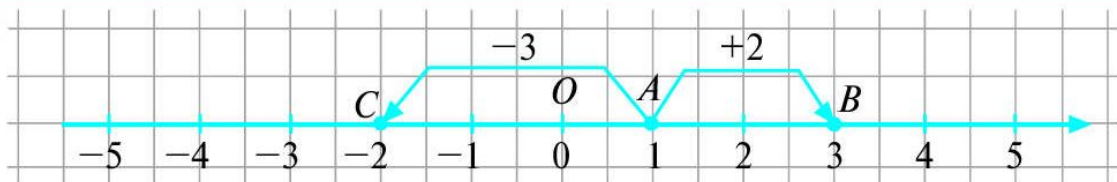
1) $|-20| + |-1|$ и $|20| - |-1|$; 2) $|-5| + |-2|$ и $|-5| - |-2|$.

Величины бывают постоянными (число π) и переменными: температура воздуха; температура тела; масса человека; его рост; скорость машины; уровень воды в реке; урожайность; количество осадков и т. д. Утром температура воздуха была 10°C , в полдень 18°C , к вечеру 5°C . В первой половине дня температура **поднялась** на 8°C , во второй половине **упала** на 13°C . Подъем температуры будем выражать положительным числом, падение температуры будем выражать отрицательным числом. Таким образом, в первой половине дня температура, по сравнению с утренней, изменилась на $+8^\circ\text{C}$; изменение температуры во второй половине дня составило -13°C .

Вдоль оси координат точка может сдвигаться влево или вправо. Сдвиг точки **вправо** обозначается положительным числом. Сдвиг точки **влево** обозначается **отрицательным числом**.

Пример. Если точка $A(1)$ сдвинется вправо на 2 единицы, то ее координата будет равна $1 + 2 = 3$, точка $A(1)$ перейдет по оси координат в точку $B(3)$. Если точка $A(1)$ сдвинется на 3 единицы влево, то ее координата будет равна -2 , т. е. точка $A(1)$ перейдет в точку $C(-2)$ (рис. 31).

31



Возрастание любой величины можно охарактеризовать положительным числом, убывание — отрицательным числом.

860. 1) Приведите примеры изменения величины.
 ? 2) Какие бывают изменения, связанные с природой, семьей, а также изменения в школьной жизни?
 3) В каком случае изменение температуры положительно, в каком случае отрицательно?
 4) Каким числом выражается сдвиг точки вдоль оси координат вправо (влево)?
861. Отметьте на оси координат точку $A(3)$.
 Запишите координату точки, в которую перейдет точка A при сдвиге на: 1) -5 ; 2) $+4$.

- 862.** Расход l литров бензина на прохождение автомобилем s километров пути дан в таблице:

l (л)	1	2	4	5,5	6	10	12	15	18
s (км)	10	20	40	55	60	100	120	150	180

Как связаны между собой величины l и s ? Найдите отношение $s:l$.

- 863.** Если изменится радиус окружности R , то изменится связанная с ним величина C — длина окружности. Заполните таблицу:

R (см)	1	1,5	2,5	3	4	5	8	10	12
$C=2\pi R$ (см)	2π								

Какая связь существует между величинами R и C ? Найдите отношение $C:(2R)$. Связано ли число π с радиусом R ?

- 864.** Вы знаете, что площадь S квадрата со стороной a см равна a^2 . Если величина a изменится, то соответствующим образом изменится и величина S . Заполните таблицу:

a (см)	1	2	2,5	3	3,5	4	5	7	10
$S = a^2$ (см ²)	1	4							

Являются ли величины a и S прямо (обратно) пропорциональными величинами?

- 865.** В каком направлении и на сколько единиц сдвинется точка $K(2)$, переходя в точку: 1) $L(-1)$; 2) $M(5)$; 3) $O(0)$; 4) $N(-2)$?

- 866.** 1) Часы с боем за 4 секунды пробьют три раза. Сколько секунд будут бить часы в 9 часов утра?

2) Как можно превратить число 188 в единицу?

188

- 867.** Вычислите: $\left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{8}\right) \cdot \left(3\frac{1}{2} - \frac{3}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{3}$.

А) 4; Б) 8; В) $4\frac{1}{2}$; Г) 3.

- 868.** Обозначьте на оси координат точку $A(-2)$. Если точка A сдвинется на: 1) $+2$; 2) -3 ; 3) $+4$, обозначьте точку, в которую она перейдет, и найдите ее координату.

869. В каком направлении и на сколько единиц сдвинется точка $L(-1)$, перемещаясь в точку:

- 1) $N(1)$; 2) $M(-5)$; 3) $O(0)$; 4) $F(-2)$?

870. Какой будет температура сегодня, если вчера утром температура воздуха была -3°C и за 1 сутки изменилась на:

- 1) -7°C ; 2) 5°C ; 3) 1°C ; 4) 0°C ?

42

Решение задач

871. Среди данных чисел найдите: 1) положительные; 2) отрицательные; 3) числа, которые не являются ни теми, ни другими, и запишите их:

15; -7 ; 1,8; $-2,5$; $-0,9$; 0,8; 2; -2 ; 0; $7\frac{1}{3}$.

872. Положительна или отрицательна температура, если термометр показывает температуру: 1) выше нуля; 2) ниже нуля?

873. Лед тает при 0°C . Вода кипит при $+100^\circ\text{C}$, спирт — при $+78^\circ\text{C}$, жидкий азот — при -196°C , жидкий водород — при -260°C , ртуть — при $+39^\circ\text{C}$. Кислород замерзает при -219°C . Примите 20°C за единицу температуры и отметьте указанные температурные измерения на вертикальной оси.

874. Объясните смысл выражений:

- 1) уровень воды изменился на: $+8$ см; $+10$ см; -5 см; -12 см;
2) уровень дохода: $+50\,000$ сумов; 0 сумов; $-3\,600$ сумов;
3) изделие продано с выгодой: $20\,000$ сумов; $-12\,000$ сумов.

875. На улице температура -16°C , дома $+22^\circ\text{C}$. На сколько градусов температура в доме выше уличной? Сделайте чертеж.

876. На координатной оси отметьте буквами: 1) точку 0; 2) точку -3 ; 3) точку правее 2 на три единицы; 4) единичную точку слева, и запишите их координаты.

877. Сколько целых чисел находится между числами: 1) -10 и 10 ; 2) $-14,5$ и $16,5$; 3) $-2\,013$ и $2\,013$?

878. Для числового значения выражения найдите: а) противоположное ему число; б) число, обратное ему:

- 1) $2,8 \cdot 7,1 + 2,9 \cdot 2,8$; 2) $3\frac{13}{15} \cdot 1\frac{1}{29} - 1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$.

879. Какое число надо заключить в скобки, чтобы равенство было верным:

- 1) $-(...) = -10$; 3) $-(...) = 18$; 5) $-(...) = 4,8$;
 2) $-(...) = -7,2$; 4) $-(...) = a$; 6) $-(...) = -b$?

880. Вычислите:

- 1) $|-30| \cdot |-3| + |-4| \cdot |-1|$; 2) $|-40| : |-8| - |-12| : |-3|$.

881. Решите уравнение:

- 1) $|x| = 7$; 2) $|-x| = 8$; 3) $|7 - x| = 7$; 4) $|x - 3| = 3$.

882. Расположите числа в порядке: а) возрастания; б) убывания:

-10 ; 8 ; $7,5$; $-3\frac{1}{3}$; 4 ; $-2\frac{2}{3}$; 6 ; 0 ; -12 ; 11 ; -25 ; 17 .

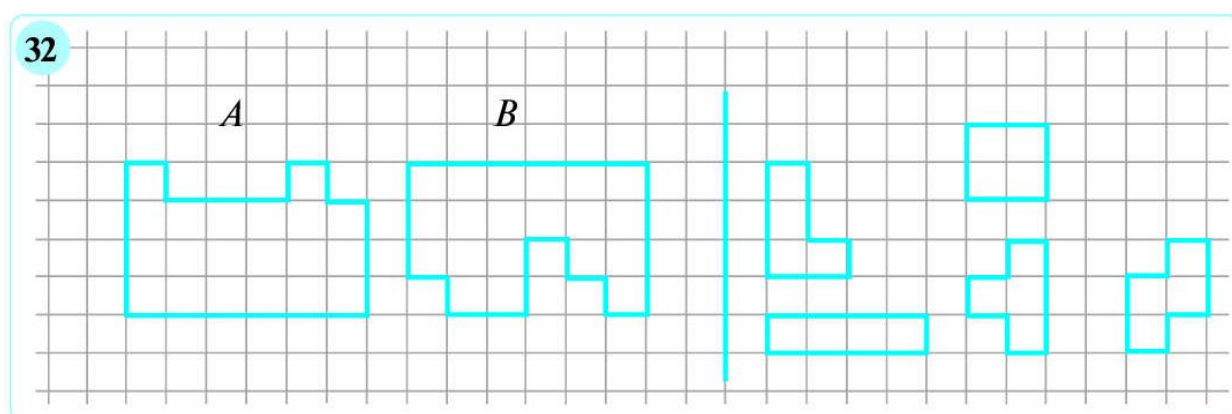
883. Между какими последовательными целыми числами находятся данные числа? Запишите ответ в виде двойного неравенства:

- 1) 0 ; 2) -1 ; 3) -11 ; 4) 1 ; 5) -3 ; 6) -10 ; 7) $-8,5$.

884. Какая из точек лежит левее (правее)? Отложите их на оси:

- 1) $A (-3)$ и $B (-1)$; 3) $E (-2)$ и $F (1,5)$;
 2) $C (-2,5)$ и $D (2,5)$; 4) $M (-4,5)$ и $N (5)$.

885. Начертите в тетради фигуры A и B (рис. 32). Разбейте их на ? такие пять фигурок, состоящих из 4 клеток, чтобы они совпали с теми же фигурками, что и справа.



886. Какая из данных точек расположена на оси координат дальше всех остальных точек от начала отсчета?

- 1) $A (-14)$; 2) $B (40)$; 3) $C (-39)$; 4) $D (12)$.

887. От начала отсчета O на оси координат отмечены: 1) слева — точка A ; 2) справа — точка B . Координата какой из них положительна? Какой из них отрицательна?

888. Найдите целые решения неравенства, пользуясь осью координат:

1) $-7,3 < x < 1,4$; 2) $-6,8 < x < -1,5$; 3) $-8,7 < x \leq -2$.

889. На оси координат была дана точка $A(-2)$, которая сдвигом вдоль оси перешла в точку $B(3)$. На сколько единичных отрезков и в какую сторону была сдвинута точка A ?

890. Вычислите:

1) $|-12| \cdot |-4| + |-5| \cdot |-3|$; 2) $|-15| : |-5| - |-12| : |-6|$.

891. Сравните числа и свяжите их знаком неравенства:

1) -2 и 2 ; 2) -8 и $0,8$; 3) π и $3,14$; 4) $-0,1$ и 0 .

892. Выпишите целые решения неравенства:

1) $0 \leq x \leq 5$; 2) $-5 \leq x \leq 0$; 3) $-4 \leq x \leq -1$.

Тест 7

Проверьте себя!

1. Найдите число, противоположное значению выражения:

$$(28 - 3,5) : 1,4 + 7,2 \cdot 2\frac{1}{12}.$$

А) $-32,5$. Б) $17,5$. В) -15 . Г) не существует.

2. На оси координат найдите целые числа, лежащие между $-3\frac{1}{7}$ и 1 :

А) $-3, -2, -1$. Б) $-3, -2, -1, 0$. В) $-4, -3, -2$. Г) $0; 1$.

3. Между какими целыми числами на оси координат лежит число $-\frac{2}{3}$?

А) 0 и 1 . Б) $-0,9$ и 0 . В) -1 и 0 . Г) -2 и -1 .

4. Найдите значение выражения: $|-81| + |-19| - 50$.

А) 40 . Б) 150 . В) -150 . Г) 50 .

5. Найдите значение выражения: $|-2,8| - |-1,4| + |-3,6|$.

А) 5 . Б) -5 . В) $1,4$. Г) 50 .

6. Найдите значение выражения: $\left|-3\frac{4}{9}\right| + \left|-2\frac{2}{9}\right| - \left|-1\frac{2}{3}\right|$.

А) $-4\frac{2}{3}$. Б) 4 . В) $5\frac{5}{9}$. Г) $6\frac{8}{9}$.

7. Решите уравнение: $|x - 1| = 4$.

А) Нет корней. Б) -3 и 4 . В) -3 и 5 . Г) 5 .

§ 6. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел

43

Сложение чисел с помощью оси координат

Рассмотрим, для простоты, сложение целых чисел. Предположим, что температура воздуха утром была 18°C . К полудню температура **изменилась** на $+7^{\circ}\text{C}$, т. е. температура, по сравнению с прежней, возросла до $18^{\circ} + 7^{\circ} = 25^{\circ}$. Это изменение температуры по сравнению с предыдущей равно сумме температур. К вечеру температура изменилась на -10°C , т. е. упала, по сравнению с температурой в полдень, до 15°C . Эта изменение температуры также равно сумме температур в полдень и вечером:

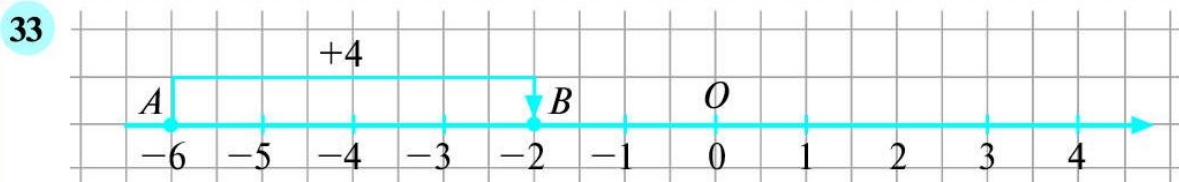
$$25^{\circ}\text{C} + (-10^{\circ}\text{C}) = 15^{\circ}\text{C}.$$

Вообще, сложение числа k с числом n — это **изменение** числа k на n единиц.

Каждое число увеличится, если к нему прибавить положительное число, и уменьшится, если к нему прибавить отрицательное число.

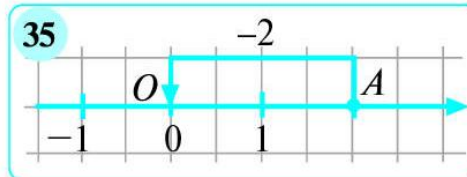
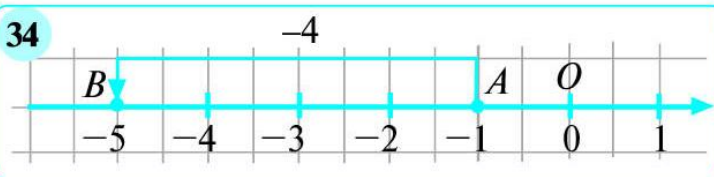
Пример 1. Найдите сумму чисел -6 и 4 .

Решение. Отметим на оси координат точку $A(-6)$ и сдвинем ее на 4 единицы вправо. В результате точка $A(-6)$ перейдет в точку $B(-2)$. Таким образом, $(-6) + 4 = -2$ (рис. 33).



Пример 2. Найдите сумму чисел -1 и -4 .

Решение. Отметим на оси координат точку $A(-1)$ и сдвинем ее влево на 4 единицы. Тогда точка $A(-1)$ перейдет в точку $B(-5)$. Значит, $(-1) + (-4) = -5$ (рис. 34).



Пример 3. Найдите сумму чисел 2 и -2 .

Решение. Обозначим на оси координат точку $A(2)$ и сдвинем ее влево на 2 единицы. В результате точка $A(2)$ перейдет в начало отсчета или начало координат $O(0)$. Итак, $2 + (-2) = 0$ (рис. 35).

Сумма противоположных чисел равна 0: $n + (-n) = 0$.

Пример 4. Найдите сумму чисел -4 и 0 .

Решение. Отметим на оси точку $A(-4)$. Сумма $-4 + 0$ соответствует точке, на которую надо сдвинуть на 0 единиц точку A , независимо, влево или вправо. Но число 0 состоит из 0 единиц, следовательно, точка $A(-4)$ останется на месте: $(-4) + 0 = -4$.

Сумма $n + 0$ чисел n и 0 не меняет числа n : $n + 0 = n$.

893. 1) Как вы понимаете фразу: к числу k прибавить число n ?

? 2) Как изменится число k , если к нему прибавить положительное число n ?

3) Как изменится число k , если к нему прибавить отрицательное число n ?

4) Изменится ли число k при сложении его с нулем?

5) Чему равна сумма противоположных чисел?

К каждому вопросу составьте по 2–3 примера.

Найдите суммы, используя ось координат (**894–895**):

894. 1) -1 и 3 ; 2) 3 и -5 ; 3) -3 и 7 ; 4) 1 и -6 .

895. 1) 5 и 0 ; 2) 0 и -3 ; 3) 4 и -4 ; 4) $-\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{2}$.

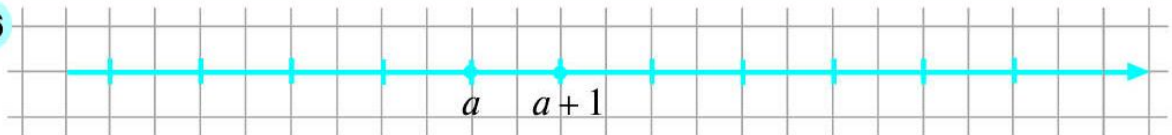
896. Найдите значение выражения:

1) $((-8) + 8) + 3,2$; 3) $0 + (4,5 + (-4,5))$;

2) $(-4,5) + ((-7) + 7)$; 4) $\left((-2\frac{1}{3}) + 2\frac{1}{3}\right) + 0$.

897. На оси координат отмечены точки a и $a+1$ (рис. 36):

36

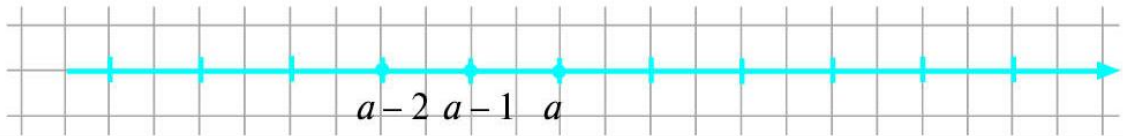


На оси найдите точки: 1) $a + 3$; 2) $a + (-2)$; 3) $a + (-1)$;

4) $a + (-2,5)$; 5) $a + \left(-\frac{1}{3}\right)$; 6) $a + 1\frac{3}{4}$.

898. На оси координат сравнили числа a и $a - 2$ (рис. 37).

37



На этой оси сравните числа: 1) $a + 2$; 2) $a + (-3)$;
3) $a + (-1,5)$; 4) $a + \left(-\frac{2}{3}\right)$; 5) $(a - 2) + 2,5$; 6) $(a - 2) + (-1,5)$.

899. На оси координат точке A соответствует число $a + 5$, точке B соответствует число $a + (-5)$. Какое число соответствует середине отрезка AB ?

900. Температура воздуха была -5°C . Чему будет равна температура воздуха, если она изменится на: 1) 5°C ; 2) -2°C ; 3) 6°C ; 4) -7°C ; 5) 0°C ? Сложение чисел выполните на оси координат.

901. Какие числа удалены:

- 1) от числа 0 на 3 единицы; 3) от числа -5 на 5 единиц;
2) от числа -1 на 7 единиц; 4) от числа -2 на 2 единицы?
Найдите их на оси координат.

902. На оси координат точке C соответствует число $a + 7$, точке D — число $a + (-1)$. Какая точка соответствует середине отрезка CD ?

903. Могут ли быть числа 1) $-a$; 2) $-(-a)$: а) положительными; б) отрицательными; в) равными нулю?

904. В каком из случаев числа $-0,01$; $0,001$ и $-0,101$ расположены в порядке возрастания?

- А) $-0,01$; $-0,101$; $0,001$; В) $-0,101$; $-0,01$; $0,001$;
Б) $0,001$; $-0,101$; $-0,01$; Г) $0,001$; $-0,01$; $-0,101$.

905. Найдите значение частного кратчайшим способом:

- 1) $(2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7) : (2 \cdot 7)$; 2) $(2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13) : (5 \cdot 5 \cdot 13)$.

На оси координат найдите значение суммы (**906–907**):

906. 1) -2 и 4 ; 2) 4 и -5 ; 3) -2 и -4 ; 4) $-1\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3}$.

907. 1) 0 и 3 ; 2) -2 и 2 ; 3) 0 и -7 ; 4) $-\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{3}$.

908. Найдите значение выражения:

- 1) $((-4) + 4) + 5,8$; 2) $(-3,7) + ((-6) + 6)$.



909. Сколько целых чисел заключено между числами: 1) $-28,5$ и $28,5$; 2) -100 и 100 ; 3) -99 и 199 ?

910. От какого числа находятся на равных расстояниях числа:

1) -5 и 5 ; 2) $-\frac{2}{7}$ и $\frac{2}{7}$; 3) $-4,8$ и $4,8$?

911. Какие числа находятся:

1) от числа 0 на расстоянии 1 единицы; 2) от числа 1 на расстоянии 1 единицы; 3) от числа -2 на расстоянии 5 единиц; 4) от числа -3 на расстоянии 3 единиц? Покажите их на оси координат.

44

Сложение отрицательных чисел

Пример 1. Найдите сумму: $(-3) + (-5)$.

Решение. Очевидно, что $-3 < 0$, $|-5| = 5$.

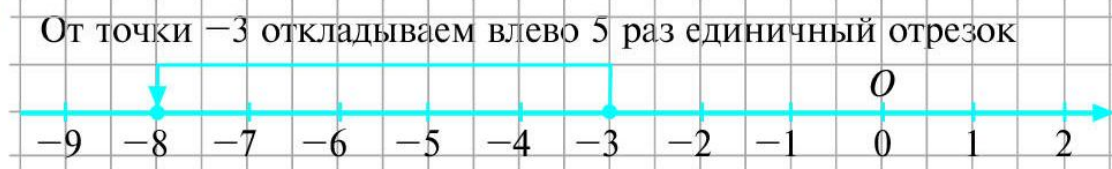
..., -9 , -8 , -7 , -6 , -5 , -4 , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , ...

5 чисел

В ряду целых чисел отсчитаем в направлении **справа налево** пять целых чисел, начиная с числа -4 . Подсчет закончится на числе (-8) , значит, $(-3) + (-5) = -8$.

Этот процесс можно показать и на числовой прямой (рис. 38). На числовой прямой отметим точку, соответствующую числу (-3) . Отложим единичный отрезок, начиная от этой точки в направлении **справа налево**, т. е. в направлении, противоположном оси, 5 раз, придем к числу -8 .

38



Пример 2. Температура воздуха была -7°C , она снизилась еще на -3°C , т. е. температура упала. Тогда температура будет равной $(-7) + (-3)$. Для того чтобы сложить числа на оси координат, надо точку A (-7) сдвинуть влево на 3 единичных отрезка. Придем в точку B (-10) . Следовательно, $(-7) + (-3) = -10$. Обратите внимание на то, что $7 + 3 = 10$ и $|-7| = 7$, $|-3| = 3$.

Приходим к выводу:

Для сложения двух отрицательных чисел:

1-й шаг: сложить их модули;

2-й шаг: поставить перед полученным числом знак «-».

Сумма отрицательных чисел — отрицательное число.

912. 1) Сформулируйте правило сложения отрицательных чисел.

? 2) Может ли в результате сложения отрицательных чисел появиться число 0?

3) Объясните правило сложения отрицательных чисел, используя понятия числовой оси и ряда целых чисел.

913. В процессе вычисления от числа -3 перешли к числу -8 . С какой стороны от начала отсчета находится полученное в результате число? Чему равно расстояние от начала отсчета до этого числа? Чему равна сумма чисел -3 и -8 ?

914. В первой половине одной из зимних ночей температура упала до -8°C , во второй ее половине она упала еще на -6°C . На сколько градусов изменилась температура?

Выполните сложение (**915–917**):

915. 1) $-12 + (-8)$; 2) $-21 + (-11)$; 3) $-17 + (-13)$.

916. 1) $-1,7 + (-1,3)$; 2) $-2,8 + (-3,2)$; 3) $-8,4 + (-1,6)$.

917. 1) $-\frac{7}{8} + \left(-\frac{1}{8}\right)$; 2) $-1\frac{4}{9} + \left(-2\frac{2}{3}\right)$; 3) $-1\frac{2}{3} + \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

918. Каким из знаков неравенства ($>$ или $<$) надо заменить звездочку $*$, чтобы получилось верное неравенство:

1) $-12 + (-15) * -29$; 2) $-18 + (-17) * -34$?

919. Найдите значение выражения $x + y - 9$, если:

1) $x = -28$, $y = -12$; 2) $x = -4\frac{3}{14}$, $y = -2\frac{8}{35}$; 3) $x = -8,3$, $y = -2,5$.

Найдите значение выражения (**920–922**):

920. 1) $\left(-2\frac{3}{7} + \left(-7\frac{4}{7}\right)\right) + \left(-1\frac{4}{9} + \left(-3\frac{5}{9}\right)\right)$;

2) $\left(-11\frac{1}{8} + \left(-3\frac{1}{4}\right)\right) + \left(-10\frac{7}{11} + \left(-4\frac{4}{11}\right)\right)$.

921. 1) $(-8 + (-12)) + (-1 + (-9))$; 2) $(-38 + (-11)) + (-2 + (-29))$.

922. 1) $(-2,375 + (-3,625)) + (-0,8 + (-3,2))$;

2) $(-0,324 + (-0,48)) + (-0,3 + (-0,623))$.

923. Мамура и Фузаил нашли сумму всех различных простых делителей выбранного ими шестизначного числа. У Мамуры получилось число 70, у Фузаила 80. Сумеете ли найти, кто совершил ошибку? Сделайте вывод.

924. Какое из равенств ложно?

А) $-(-5) = 5$. Б) $+(-5) = -5$. В) $-(+5) = -5$. Г) $+(-5) = 3$.

Выполните сложение (925–927):

925. 1) $-54 + (-16)$; 2) $-9 + (-31)$; 3) $-55 + (-45)$.

926. 1) $-4,5 + (-3,5)$; 2) $-1,5 + (-7,3)$; 3) $-2,76 + (-1,24)$.

927. 1) $-1\frac{3}{7} + (-3\frac{4}{7})$; 2) $-7\frac{1}{6} + (-2\frac{5}{6})$; 3) $-4\frac{3}{14} + (-1\frac{2}{7})$.

928. Найдите значение выражения $x + y - 5$, если:

1) $x = -10, y = -5$; 2) $x = -1\frac{11}{21}, y = -2\frac{5}{14}$; 3) $x = -4,5, y = -3,5$.

Найдите значение выражения (929–930):

929. 1) $(-92 + (-8)) + (-2 + (-8))$; 2) $(-73 + (-17)) + (-3 + (-97))$.

930. 1) $(-1\frac{5}{11} + (-6\frac{6}{11})) + (-\frac{3}{7} + (-1\frac{4}{7}))$;

2) $(-5\frac{9}{17} + (-4\frac{8}{17})) + (-\frac{4}{15} + (-4\frac{14}{15}))$.

45

Сложение чисел с разными знаками

Пример 1. Найдите сумму: $(-4) + (+6)$.

Решение. Ясно, что $+6 > 0$, $|+6| = 6$ и $|-4| = 4$.

В ряду целых чисел, начиная с числа (-3) , отсчитаем **вправо** шесть чисел. При этом счет завершится на числе $+2$, значит, $(-4) + (+6) = +2 = 2$. **Ответ:** 2.

..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...



6 чисел

В этом примере модуль положительного числа оказался больше, чем модуль отрицательного числа, поэтому сумма будет положительным числом.

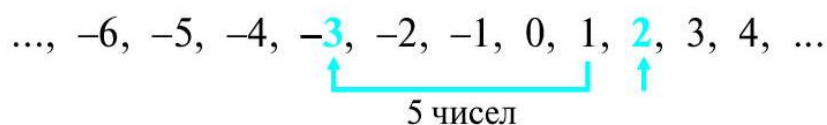
Нахождение суммы $(-4) + (+6)$ на числовой оси предлагаем вам выполнить самостоятельно.

При этом единичный отрезок откладывается от точки (-4) в направлении оси 6 раз.

Пример 2. Найдите сумму $(+2) + (-5)$.

Решение. Так как $-5 < 0$ и $|-5| = 5$, то от числа 1 в левую сторону откладываются пять единичных отрезков. Подсчет заканчивается на числе (-3) , значит, $(+2) + (-5) = -3$.

Ответ: -3 .



Во втором примере модуль отрицательного числа был больше модуля положительного, поэтому и сумма будет отрицательным числом.

Из примеров 1 и 2 следует, что:

Для того чтобы сложить два числа с разными знаками, модули которых не равны, нужно:

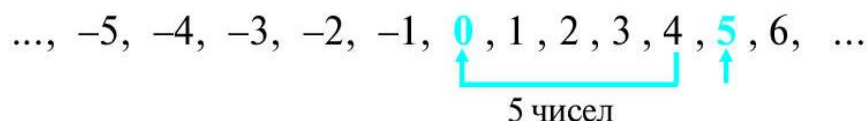
1 - й шаг: вычесть из большего модуля меньший;

2 - й шаг: перед разностью поставить знак числа с большим модулем.

В примерах 1 и 2 мы видели, что вначале определяется знак суммы, затем находится разность модулей и перед ней пишется нужный знак.

Пример 3. Найдите сумму: $(+5) + (-5)$.

Решение. $-5 < 0$ и $|-5| = 5$



В ряду целых чисел, начиная с числа 4, отсчитываем влево 5 чисел. Подсчет завершается на числе 0, значит, $(+5) + (-5) = 0$.

Ответ: 0.

Приходим к выводу:

Сумма противоположных чисел равна нулю.

Для любого числа n : $n + (-n) = 0$.

- 931.** 1) Сформулируйте правила сложения чисел с разными знаками. Поясните эти правила на числовой прямой.
 ? 2) Чему равна сумма противоположных чисел?
 3) Чему равна сумма числа и нуля?

Выполните сложение (**932–934**):

- 932.** 1) $(+3) + (-3)$; 3) $(-4) + (-6)$; 5) $(+18) + (-17)$;
 2) $(-10) + (+10)$; 4) $(-9) + (+9)$; 6) $(+1) + (-6)$.
- 933.** 1) $(-8,5) + (+1,5)$; 3) $(+4,8) + (-5,2)$; 5) $(-9,2) + (+1,8)$;
 2) $(-7,5) + (+2,5)$; 4) $(+7,3) + (-1,3)$; 6) $(-9,5) + (+5,5)$.
- 934.** 1) $\left(-2\frac{11}{13}\right) + \left(+1\frac{11}{13}\right)$; 3) $\left(+3\frac{1}{9}\right) + \left(-2\frac{5}{18}\right)$;
 2) $\left(-5\frac{3}{7}\right) + \left(+4\frac{1}{7}\right)$; 4) $\left(+4\frac{7}{12}\right) + \left(-5\frac{13}{24}\right)$.

- 935.** Разъясните на примерах, когда сумма двух чисел:
 1) а) всегда положительна; б) всегда отрицательна;
 2) может быть и положительной, и отрицательной.

- 936.** Запишите число в виде суммы: 1) двух отрицательных чисел;
 2) двух чисел с разными знаками: -2 ; -8 ; -100 ; $-9,5$; $4\frac{2}{9}$; $-3\frac{1}{7}$.

Образец: 1) $-28 = (-8) + (-20) = (-21) + (-7) = \dots$

2) $-2 = (-3) + (+1) = (+43) + (-45) = \dots$

- 937.** Заполните таблицу:

Числовое выражение	Сумма положительных слагаемых	Сумма отрицательных слагаемых	Значение числового выражения
$20 + (-13) + (-7) + 10$	30	-20	10
$25 + (-18) + 3 + (-15)$			
$(-40) + 48 + (-15) + 12$			
$(-17) + (-20) + 10 + 14$			
$(-175) + 75 + (-100) + 50$			

938. Заполните таблицу:

Числовое выражение	Сумма положительных слагаемых	Сумма отрицательных слагаемых	Значение числового выражения
$2,8 + (-7,5) + (-3,8) + 1,2$	4	-11,3	-7,3
$(-9,2) + (-7,8) + 18,4 + 2,6$			
$\left(-3\frac{6}{11}\right) + 4\frac{9}{11} + \left(-2\frac{5}{11}\right) + 2\frac{7}{11}$			
$2\frac{3}{7} + \left(-4\frac{3}{14}\right) + \left(-1\frac{15}{28}\right) + 4\frac{4}{7}$			

939. Найдите сумму:

- 1) $(-7) + (-8) + (+7) + (+7)$; 3) $(-8) + (-6) + (-4) + (+28)$;
 2) $(-1) + (+2) + (+1) + (-2)$; 4) $(+19) - (-20) - (-39) + (-5)$.

Указание. Для того чтобы запись была короче, знак «+» перед положительным слагаемым не пишется.

Если первое слагаемое отрицательно, его не обязательно заключать в скобки.

Например, $(-8) + (+4)$ записывают как $-8 + 4$; $(-31) + (-9)$ записывают как $-31 + (-9)$.

940. Найдите сумму:

- 1) $-6,5 + (-7,3) + 7,3 + 3$; 3) $4,8 + (-5,8) + 5,2 + (-4,2)$;
 2) $-3\frac{6}{7} + \left(-1\frac{1}{7}\right) + 5 + (-7)$; 4) $8\frac{9}{11} + \left(-7\frac{2}{11}\right) + \left(-9\frac{9}{11}\right) + 1\frac{2}{11}$.

941. Найдите целую часть числа: $-3\frac{1}{7}$; $-2\frac{3}{4}$; $-0,5$; $-\frac{2}{3}$; $-1,1$.

Образец. Найдите целую часть числа $(-3,14)$. Целая часть числа — это наибольшее целое, не большее, чем данное число. Наибольшее целое, не большее, чем число $(-3,14)$ — это число (-4) . **Ответ:** -4 .

942. Вместо звездочки подставьте нужный знак: $>$, $<$, $=$.

- 1) $-10 + 10 * 0$; 3) $51 + (-54) * 0$; 5) $7 + (-8) + (-7) * 0$;
 2) $-90 + 99 * 8$; 4) $27 + (-69) * -10$; 6) $12 + (-10) + (-1) * 0$.

943. Заполните таблицу:

p	2,8	-1,5	-3,14	-4,91	8,93	$-7\frac{2}{3}$	$18\frac{3}{7}$	$7\frac{11}{23}$
q	-3,8	0	2,71	14,91	-11,83	$9\frac{5}{6}$	$-19\frac{2}{7}$	$-9\frac{10}{23}$
$p + q$	-1	-1,5						

944. Сравните числовые значения:

- 1) $(-11) + (-9)$ и $-(11 + 9)$; 3) $-((-17) + 3)$ и $17 - 7$;
 2) $(-7) + (-5)$ и $-(7 + 5)$; 4) $-((-32) + 12)$ и $32 - 12$.

945. Число 37 записано с помощью пяти троек: $37 = 33 + 3 + \frac{3}{3}$.

? Найдите другие способы записи числа 37 с помощью пяти троек, используя скобки и арифметические действия.

946. Вычислите по образцу:

- 1) $-202 + (-198)$; 3) $-38 + (-162)$; 5) $-279 + (-586)$;
 2) $-338 + (-62)$; 4) $-75 + (-125)$; 6) $-729 + (-731)$.

Образец: $-875 + (-936) = -(875 + 936) = -1811$.

947. Укажите наибольшее из чисел: -39, -13, -18, -41.

А) -39. Б) -13. В) -18. Г) -41.

Найдите сумму (**948–950**):

- 948.** 1) $23 + (-21)$; 3) $(-23) + 19$; 5) $(-75) + 70$;
 2) $(-21) + 40$; 4) $4 + (-54)$; 6) $78 + (-70)$.

- 949.** 1) $4,7 + (-5,7)$; 3) $18,7 + (-21,5)$; 5) $-9,8 + 7,2$;
 2) $-8,3 + 17,3$; 4) $-7,9 + 11,2$; 6) $1,8 + (-4,5)$.

- 950.** 1) $3\frac{1}{6} + (-4\frac{1}{8})$; 3) $-6\frac{3}{7} + 2\frac{4}{7}$; 5) $-3\frac{5}{7} + 6\frac{9}{14}$;
 2) $-6\frac{2}{3} + 3\frac{1}{3}$; 4) $4\frac{5}{9} + (-6\frac{1}{9})$; 6) $1\frac{8}{11} + (-7\frac{8}{11})$.

951. Вместо звездочки подставьте знак $>$, $<$, или $=$.

- 1) $-160 + 60 * -100$; 3) $3,8 + (-10,8) * -7$; 5) $-9,1 + 12 * 3$;
 2) $-80 + (-60) * 0$; 4) $-70 + 70 * 0$; 6) $2\frac{4}{9} + (-2\frac{5}{9}) * 0$.

952. Сложите числа:

- 1) $-23, -7, +28$; 3) $-71, 0, -29$; 5) $-30, -27, +50$;
2) $+18, -22, +13$; 4) $-83, -17, 100$; 6) $-65, +15, -40$.

953. Запишите число в виде суммы: 1) двух отрицательных чисел;
2) положительного и отрицательного чисел, если это возможно:

-10 ; -9 ; $-7,8$; $-\frac{4}{9}$; $-2\frac{4}{15}$; $4\frac{8}{11}$; 20 ; 17 ; $-3,14$.

46

Вычитание чисел

Разностью двух чисел называется такое число, которое в сумме с вычитаемым дает уменьшаемое.

Разность чисел k и n ($k - n$) — это такое число, которое в сумме с n дает k :

$$(k - n) + n = k.$$

Пример: $12 - (-4) = 16$, так как $16 + (-4) = 12$; вместе с этим $12 + (+4) = 16$.

Приходим к такому выводу:

Для того чтобы вычесть из одного числа второе, к уменьшаемому надо прибавить число, противоположное вычитаемому, то есть:

$$k - n = k + (-n).$$

Действительно, $(k + (-n)) + n = k + ((-n) + n) = k + 0 = k$.

Разность двух целых чисел есть целое число.

Примеры: 1) $(-20) - (+3) = (-20) + (-3) = -23$;
2) $19 - (-10) = 19 + (+10) = 29$.

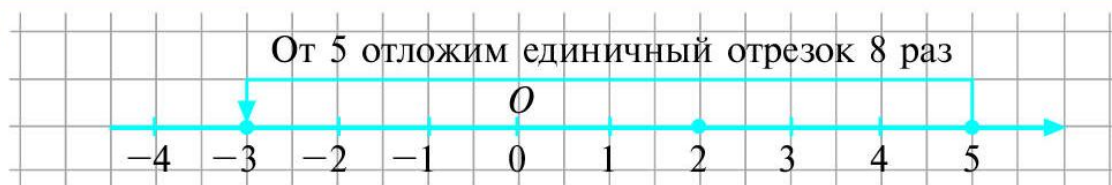
Покажем на примерах, как на числовой прямой выполняется действие вычитания.

Пример 1. Найдите разность: $5 - 8$. Эта разность равна $5 + (-8)$.

Решение. Отметим на числовой прямой точку, соответствующую числу 5. От этой точки в сторону, противоположную направлению оси, отложим 8 единичных отрезков. Приходим к числу (-3) (рис. 39). Итак, $5 - 8 = 5 + (-8) = -3$.

Ответ: -3 .

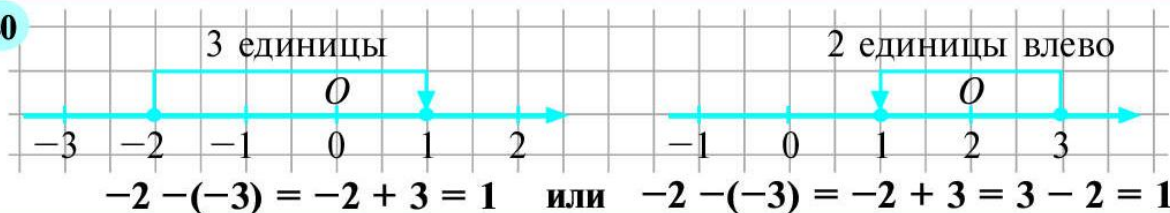
39



Пример 2. Найдите разность $-2 - (-3)$.

Решение. Известно, что $-(-3) = 3$. В таком случае $-2 - (-3) = -2 + 3 = 1$ (рис. 40). **Ответ:** 1.

40



Пример 3. Найдите расстояние между точками $A(1)$ и $B(6)$.

Решение. Ясно, что расстояние между двумя точками на оси координат равно длине отрезка с концами в этих точках. Иными словами, в этой задаче требуется найти длину отрезка AB .

На оси координат, отложив от точки $A(1)$ n раз единичный отрезок, придем в точку $B(6)$. В этом случае $1 + n = 6$, откуда $n = 6 - 1$, $n = 5$.

Таким образом, если, начиная с точки $A(1)$ отложить 5 раз в положительном направлении единичный отрезок, придем в точку $B(6)$, т. е. $AB = 5$ (рис. 41).

41



В нашем примере точка B — правый конец отрезка AB , имеет координату 6, начало отрезка — точка A , имеет координату 1. Тогда длина отрезка $AB = 6 - 1 = 5$. **Ответ:** 5.

Приходим к следующему заключению:

Длина отрезка на числовой оси равна разности между координатами правого и левого концов отрезка.

Пример 4. Найдите расстояние между точками:

1) $A(-1)$ и $B(4)$; 2) $C(-3)$ и $D(0)$; 3) $M(-8)$ и $N(-2)$.

Решение. 1) $AB = 4 - (-1) = 4 + 1 = 5$.

Ответ: 5.

2) $CD = 0 - (-3) = 0 + 3 = 3$. Ответ: 3.

3) $MN = -2 - (-8) = -2 + 8 = 6$. Ответ: 6.

954. 1) Что называется разностью двух чисел?

? 2) По какому правилу выполняют вычитание?

3) Как находят длину отрезка на оси координат?

955. Замените вычитание сложением и вычислите:

1) $-84 - 16$;

2) $-16 - 14$;

3) $-36 - (-30)$;

4) $-80 - (-80)$.

Образец: $-17 - 8 = (-17) + (-8) = -(17 + 8) = -25$.

956. Замените вычитание сложением и вычислите:

1) $30 - (-5)$;

2) $-7 - (-6)$;

3) $90 - (-10)$;

4) $-83 - (-23)$.

Указание: воспользуйтесь равенством $-(-a) = a$.

957. Вместо * напишите соответствующее число:

1) $15 - * = 0$;

2) $16 - * = -1$;

3) $-5 - * = 0$;

4) $* - (-3) = 4$.

958. Заполните таблицу:

k	15	-20	8	12	0	1	-31	-17	-12	37	-40
n	20	-10	-3	15	-1	-2	0	-17	24	-3	-50
$k - n$	-5		11								

959. Выполните действия:

1) $-9 + (-28) - (-27)$;

3) $-16 - (-30) + (-30)$;

2) $20 - (-9) - 9$;

4) $-12 - 8 + (-10)$.

Выполните действия (**960–961**):

960. 1) $-3,8 - 2,2$;

3) $-0,45 - 0$;

5) $-9,31 - (-9,31)$;

2) $-4,9 - (-4,8)$;

4) $0 - (-4,1)$;

6) $-8,3 - (-9,3)$.

961. 1) $-\frac{8}{15} - \left(-\frac{7}{15}\right)$;

3) $\frac{7}{13} - \left(-\frac{5}{26}\right)$;

5) $-\frac{8}{17} - \left(-\frac{9}{17}\right)$;

2) $-\frac{2}{9} - \left(-\frac{4}{9}\right)$;

4) $0 - \left(-1\frac{2}{3}\right)$;

6) $-\left(-\frac{7}{9}\right) - 1\frac{5}{9}$.

962. Найдите разность, заменив вычитание сложением с числом, противоположным вычитаемому:

- 1) $28 - (-1)$; 3) $(-63) - (-42)$; 5) $(-35) - (-85)$;
 2) $30 - (-5)$; 4) $(-19) - (-11)$; 6) $(-34) - (-34)$.
 Образец: $(-25) - (-35) = (-25) + (+35) = 10$.

963. Вычислите:

- 1) $-13 - (-7) + (-7)$; 3) $72 - (-12) - 104$;
 2) $-3 + (-8) - (-13)$; 4) $-15 - (-14) + (-24)$.

964. Вычислите по образцу:

- 1) $-374 - (-352)$; 3) $-958 - (-838)$; 5) $-120 - (-280)$;
 2) $-474 - (-364)$; 4) $-381 - (-470)$; 6) $-480 - (-370)$.
 Образец: $-874 - (-461) = -874 + 461 = -(874 - 461) = -413$.

965. На числовой оси найдите расстояние между точками с координатами:

- 1) $A (-2)$, $B (2)$; $C (0)$, $D (4)$; $E (3)$, $F (5)$; $M (-3)$, $O (0)$;
 2) $K (-4)$, $L (-1)$; $P (-1)$, $Q (1)$; $M (-5)$, $N (-2)$; $S (-5)$, $T (-1)$.

Начертите соответствующие отрезки.

966. Дробная часть числа равна разности между числом и его целой частью. Найдите дробную часть чисел $-2\frac{5}{9}$; $-3\frac{3}{4}$; $-0,8$; $-\frac{5}{7}$; $-2,1$; $-1\frac{7}{11}$.

Образец. $-3,14 - (-4) = -3,14 + 4 = 0,86$. Ответ: $0,86$.

967. Запишите суммы без скобок и вычислите:

- 1) $(-45) + (-55)$; 3) $51 + (-11)$; 5) $(-35) + (-45 + 10)$;
 2) $(-54) + (-16)$; 4) $72 + (-22)$; 6) $-35 + (-25 + 75)$.

Образец: $(-16) + (-24) = -16 - 24 = -40$.

Решите уравнение (**968–969**):

- | | | |
|---------------------------------|---|------------------------------------|
| 968. 1) $x + 10 = 3$; | 3) $-1 - x = -10$; | 5) $-5 + x = -30$; |
| 2) $-1 - x = -1$; | 4) $x + 17 = 0$; | 6) $x - 23 = -43$. |
| 969. 1) $x - 2 = -3,5$; | 3) $x - 1\frac{1}{3} = -2\frac{1}{3}$; | 5) $-x = 3,5 + (-4\frac{2}{3})$; |
| 2) $-1,5 - x = -2$; | 4) $x + 2\frac{1}{7} = -1\frac{6}{7}$; | 6) $-x = -7,2 - (-6\frac{1}{3})$. |

Образец: $4,8 - x = -1,8$; $x = 4,8 - (-1,8)$; $x = 4,8 + 1,8$; $x = 6,6$.

970. Если сложить цифры двузначного числа, получится число, в

? 5 раз меньшее исходного числа.

Найдите это число.

971. Сколько целых чисел заключено между числами -5 и 7 ?

- А) 13; Б) 12; В) 11; Г) 10.

972. Вычислите:

- 1) $(15 - 30) - (10 - 20)$; 3) $(1 - 19) - (31 - 41)$;
2) $(40 - 70) - (15 - 45)$; 4) $(-45 + 10) - (-8 - 0)$.

973. Выполните вычитание:

- 1) $89 - 99$; 3) $713 - 843$; 5) $2009 - 2010$;
2) $108 - 228$; 4) $100 - 200$; 6) $782 - 982$.

974. Замените вычитание сложением и вычислите:

- 1) $-17 - 43$; 2) $-69 - 41$; 3) $-150 - 50$; 4) $-160 - 40$.

975. Заполните таблицу:

k	3	-15	-20	-5	25	38	52	-45	-47	80	-70
n	7	-8	10	15	29	48	68	15	-33	95	-80
$k - n$	-4										

976. Решите уравнение:

- 1) $30 - x = 42$; 3) $62 - x = -1$; 5) $-18 - x = 0$;
2) $x - 0 = -19$; 4) $82 - x = -18$; 6) $-10 - x = 10$.

977. Вычислите:

- 1) $-27 - (-10) + (-10)$; 3) $85 - (-15) - 105$;
2) $-6 + (-15) - (-16)$; 4) $-24 - (-14) + (-40)$.

978. Найдите расстояние между точками:

- 1) $A(-5)$ и $B(-1)$; 4) $K(-3)$ и $L(2)$;
2) $C(-4,5)$ и $D(-1,5)$; 5) $E(-3)$ и $F(-2)$;
3) $M\left(-\frac{5}{6}\right)$ и $N\left(\frac{5}{6}\right)$; 6) $P\left(-2\frac{5}{9}\right)$ и $Q\left(1\frac{4}{9}\right)$.

47

Решение задач

Сложите числа на оси координат (**979–980**):

979. 1) -7 и 2 ; 2) -3 и -5 ; 3) 1 и -1 ; 4) -3 и 0 .

980. 1) $-2,5$ и $1,5$; 3) $-4,5$ и $-2,5$; 5) 0 и $-3,5$;
2) $-5,5$ и $5,5$; 4) $4,7$ и $-9,7$; 6) $-8,5$ и 0 .

981. Может ли число: 1) $-4a$; 2) $-(-1,5a)$ быть: а) положительным; б) отрицательным; в) нулем? Вы можете придавать a произвольные числовые значения.

982. Выполните сложение:

1) $-42 + (-8)$; 3) $-2,6 + (-2,4)$; 5) $-3,7 + (-1,2)$;
2) $-31 + (-14)$; 4) $-\frac{2}{11} + \left(-\frac{9}{22}\right)$; 6) $-1\frac{4}{13} + \left(-3\frac{9}{13}\right)$.

983. Какое из чисел: $-3,5$; $3,5$; -4 ; 3 ; 0 ; 1 ; -1 ; $-1\frac{1}{3}$ будет корнем уравнения:

1) $-5 + x = -8,5$; 2) $3 - x = 7$; 3) $-1\frac{1}{3} + x = -2\frac{1}{3}$?

984. Выполните сложение:

1) $-6 + (-12) + 26$; 3) $-9 + (-1,7) + (4 + 6,7)$;
2) $-5 + (-14) + 9$; 4) $12 + (-7,5) + (-2,3) + (-3,2)$.

985. Найдите числовое значение выражения $(a + b) - c$, если:

1) $a = 2,9$, $b = -2,3$, $c = 3,4$; 3) $a = b = 5$, $c = -11,5$;
2) $a = 2\frac{5}{6}$, $b = -1\frac{1}{6}$, $c = -3\frac{4}{15}$; 4) $a = c = -3,14$, $b = 2,71$.

986. Найдите расстояние CD между точками $C(a)$ и $D(b)$, если:

1) $a = 3$, $b = 7$; 3) $a = -8$, $b = -6$; 5) $a = -2$, $b = 8$;
2) $a = -4$, $b = -3$; 4) $a = -2,5$, $b = 0$; 6) $a = -1\frac{1}{3}$, $b = 1\frac{1}{3}$.

987. Замените вычитание сложением и вычислите:

1) $-30 - 31$; 3) $-50 - 50$; 5) $-2,8 - 4,2$;
2) $-40 - 60$; 4) $-2\frac{2}{11} - 7\frac{9}{11}$; 6) $-1\frac{3}{7} - 4\frac{4}{7}$.

988. Решите уравнение:

1) $-x = -0,7$; 4) $x + 3 = -1$; 7) $x + 4,8 = -2,2$;
2) $-x = 1$; 5) $-x = -8,1 + 9,1$; 8) $5,4 - x = 7$;
3) $-x - 1 = -2,5$; 6) $x - 2\frac{1}{7} = -3\frac{1}{7}$; 9) $-x + 1 = -4\frac{1}{3}$.

989. Представьте число в виде суммы:

- 1) двух отрицательных чисел;
2) положительного и отрицательного чисел:

-16 ; -7 ; -2013 ; -5 ; 0 ; 13 ; $1,5$; $-3,5$; 27 ; $2\frac{2}{7}$; $-4\frac{4}{9}$.

990. Заполните таблицу:

k	7	-2,5	$2\frac{1}{3}$	-8	-9	12,4	-11,6	$2\frac{5}{6}$	$3\frac{4}{9}$
n	-5	4,1	$-2\frac{2}{3}$	-6	-11	-7,6	8,4	$-1\frac{1}{6}$	$-3\frac{2}{9}$
$k - n$	12	-6,6	5						

991. Запишите число 1997 с помощью: 1) 10 двоек; 2) 11 четвёрок и арифметических действий.

992. Вставьте между некоторыми цифрами 8 8 8 8 8 8 8 8 такие знаки действий, чтобы в результате получилось выражение, значение которого равно 1 000.

993. Решите уравнение:

? 1) $\frac{x-3}{15} = \frac{2}{3}$; 2) $\frac{3}{x+1} = \frac{2}{5}$; 3) $\frac{5}{3} = \frac{x-4}{12}$; 4) $\frac{7}{22} = \frac{28}{3x+4}$.

994. Предприниматель доставил на рынок 223 кг мёда в сосудах вместимостью 10 кг и 17 кг. Сколько сосудов он использовал для доставки мёда?

995. Сравните числа и соедините их знаками равенства или неравенства:

1) $(-14) + (-9)$ и $-(14 + 9)$; 3) $(-180) + (-19)$ и $-(180 + 20)$;

2) $-((-3,5) + 7)$ и $3,5 + 7$; 4) $-((-1\frac{4}{13}) - 8)$ и $4\frac{1}{3} - 8$.

996. На числовой оси найдите расстояние между двумя точками с координатами:

1) $A(-1)$, $B(0)$; 4) $K(-3,5)$, $L(-2,5)$;

2) $C(-2)$, $D(2)$; 5) $E(-4)$, $F(-2)$;

3) $M(-1,5)$, $N(1,5)$; 6) $P(-2\frac{1}{3})$, $Q(-4\frac{1}{3})$.

997. Решите уравнение:

1) $-8 + x = -7$; 3) $-4,8 + x = -5$; 5) $-2\frac{1}{9} + x = -1\frac{1}{3}$;

2) $-10 - x = -11$; 4) $-x - 3,4 = 6,6$; 6) $-x - 3\frac{2}{7} = 4\frac{5}{7}$.

1. Найдите сумму: $(-51 + 40) + (-78 + 47)$.
А) 42. Б) -42. В) -11. Г) -31.
2. Найдите сумму: $(200 + (-206)) + (46 + (-51))$.
А) -9. Б) -11. В) -20. Г) 20.
3. Найдите сумму: $89 + (-(-61)) + (-170)$.
А) 70. Б) -90. В) -111. Г) -20.
4. Найдите сумму: $(3,8 - 5,4) + (-6,3 + 4,3)$.
А) -3,6. Б) 3,6. В) -0,4. Г) -1,4.
5. Найдите сумму: $3\frac{1}{7} + \left(-\left(-4\frac{3}{14}\right)\right) + \left(-10\frac{5}{14}\right)$.
А) $3\frac{5}{14}$. Б) $17\frac{5}{14}$. В) -3. Г) 3.
6. Выполните действия: $(-13 + 11) - (-4 + 7)$.
А) -5. Б) -2. В) -3. Г) 3.
7. Выполните действия: $-29 - (88 - 98)$.
А) 19. Б) -19. В) -10. Г) -39.
8. Выполните действия: $-108 - (-41 - 53)$.
А) -47. Б) -35. В) -14. Г) 14.
9. Выполните действия: $(-3,14 + 2,71) - (-4,7 + 1,8)$.
А) -2,47. Б) 2,47. В) 3,33. Г) -0,14.
10. Выполните действия: $-8,9 - (7,8 - 10,8)$.
А) -8,6. Б) -11,9. В) -5,9. Г) 11,9.
11. Выполните действия: $-8\frac{2}{11} - \left(-3\frac{5}{22} + 7\frac{6}{11}\right)$.
А) -12,5. Б) $-4\frac{5}{11}$. В) $4\frac{5}{11}$. Г) $11\frac{9}{22}$.

§ 7. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел

48

Умножение чисел

1. Для того чтобы найти произведение двух чисел одного знака, надо перемножить их модули и перед произведением поставить знак «+».

Пример 1. Найдите произведение $(-8) \cdot (-6)$.

Решение. Так как $|-8| = 8$, $|-6| = 6$, то, согласно правилу,
$$(-8) \cdot (-6) = + (8 \cdot 6) = + 48 = 48.$$

Пример 2. Найдите произведение $(-2,5) \cdot (-2,4)$.

Решение. $(-2,5) \cdot (-2,4) = + (2,5 \cdot 2,4) = + 6 = 6.$

2. Для того чтобы найти произведение двух чисел разных знаков, надо перемножить их модули и перед произведением поставить знак «-».

Пример 3. Найдите произведение $12 \cdot (-3)$.

Решение. Так как $|12| = 12$, $|-3| = 3$, то, согласно правилу,
$$12 \cdot (-3) = -(12 \cdot 3) = -36.$$

Пример 4. Найдите произведение $15 \cdot (-2,5)$.

Решение. $15 \cdot (-2,5) = -(15 \cdot 2,5) = -37,5.$

3. Произведение любого числа и числа 0 равно 0:

$$n \cdot 0 = 0; \quad 0 \cdot n = 0.$$

Например, $(+5) \cdot 0 = 0$; $0 \cdot (+5) = 0$; $(-3) \cdot 0 = 0$; $0 \cdot (-3) = 0$.

4. Если умножить любое число n на (-1) , получится число, противоположное n , т. е. чтобы умножить на (-1) , достаточно изменить знак числа n :

$$n \cdot (-1) = -n; \quad (-1) \cdot n = -n.$$

Например, $(-1) \cdot 8 = -8$; $(-6) \cdot (-1) = +6 = 6$.

Можно ввести понятие степени так же, как это делается для натуральных чисел.

Пример 5. Найдите произведение $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$.

Решение. $-2 = (-1) \cdot 2$; $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$
$$= (-1) \cdot 2 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot (-1) \cdot 2 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot 2^3 = -8.$$

Вообще, произведение k (k — натуральное число) сомножителей, каждое из которых равно n , называется k -й степенью числа n и записывается в виде n^k :

$$n^k = \underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k \text{ раз } n}.$$

5. Для любого числа n его первая степень равна самому этому числу:

$$n^1 = n.$$

Например, $(-10)^1 = -10$, $(-2,5)^1 = -2,5$, $(+16)^1 = 16$.

998. 1) Как находится произведение чисел: а) с одинаковыми знаками; б) с разными знаками? Объясните на примерах.

?

2) Чему равно произведение числа на 0?

3) Чему равна четвертая степень числа (-3) ? Что это значит?

4) Что изменится при умножении любого числа на (-1) ?

5) Чему равна первая степень числа?

999. Заполните таблицу:

k	15	-4	-5	-4	18	27	-15	19	-13	-1	1
n	8	-3	8	12	-6	-3	-12	-8	7	-1	-1
$k \cdot n$	120	12									

1000. Заполните таблицу:

k	-1	-8	10	3	1	-7	10	-5	12	-9	25
m	-2	3	-2	5	-10	2	5	-4	11	-5	-10
n	-3	5	4	-1	-8	-3	-2	-8	-4	-10	-8
$k \cdot m \cdot n$	-6										

1001. Найдите числовое значение выражения:

1) $-7 \cdot 8 - (-10) \cdot (-2)$; 3) $-7 \cdot (-5) - (-16) \cdot (-3)$;

2) $3 \cdot (-9) - 4 \cdot (-5)$; 4) $-15 \cdot 4 - 20 \cdot 9 \cdot (-1)$.

1002. Определите знак степени:

1) $(-1)^{10}$; 2) $(-1)^7$; 3) $(-3)^8$; 4) $(-2)^7$; 5) $(-1)^{2013}$.

Сделайте вывод. Запишите вывод в тетради.

1003. Заполните таблицу:

k	-4	3	-3	3	-8	8	-8	8	-4	10
$n - 10$	10	10	-10	-12	-12	12	12	-5	-7	0
$k \cdot n$	-80		0							

1004. Произведение трех чисел положительно. Можно ли сказать, что каждое из трех чисел также положительно? Какие случаи возможны? Приведите примеры.

1005. Произведение трех чисел отрицательно. Можно ли сказать, что каждое из трех чисел отрицательно? Какие случаи возможны? Приведите примеры.

1006. Вычислите:

$$1) 3 \cdot (-2)^4 + 5 \cdot (-3)^3; \quad 2) (-1)^5 \cdot (-2)^3 - (-4)^3 \cdot 2.$$

1007. Какое из произведений: а) положительно; б) отрицательно; в) равно нулю:

$$1) (-1) \cdot (-2) \cdot \dots \cdot (-99) \cdot (-100);$$

$$2) (-2) \cdot (-4) \cdot (-6) \cdot \dots \cdot (-100);$$

$$3) (-1) \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot \dots \cdot (-99);$$

$$4) (-20) \cdot (-1) \cdot 0 \cdot 20 \cdot 100?$$

1008. Найдите произведение всех целых решений неравенства:

$$1) -5 \leq n \leq 0; \quad 2) -100 \leq n \leq 100; \quad 3) -5 \leq n \leq -1.$$

1009. Найдите произведение:

$$1) -3,75 \cdot 0; \quad 3) -0,9 \cdot (-0,8); \quad 5) -3,14 \cdot (-2);$$

$$2) -2\frac{4}{9} \cdot \left(-1\frac{7}{11}\right); \quad 4) 1\frac{2}{7} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right); \quad 6) \left(-3\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-1\frac{3}{11}\right).$$

1010. Найдите значение x^2 , если $x = -5$; $-9,3$; $-0,8$; -8 ; $-1\frac{1}{3}$; $-2\frac{2}{7}$.

1011. Найдите значение y^3 , если $y = -4$; -2 ; $0,1$; $-1,1$; $0,7$; $-1\frac{1}{7}$; $1\frac{1}{7}$.

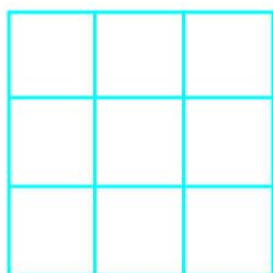
1012. Вычислите:

$$1) (-1)^{13} - (-1)^{15} + (-1)^{17}; \quad 3) (-2)^3 - (-3)^3 + (-3)^2;$$

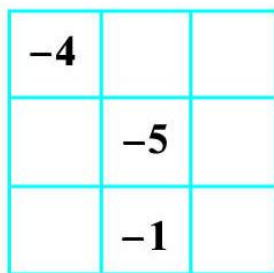
$$2) (-1)^6 - (-1)^8 - (-1)^4; \quad 4) (-1)^2 + (-1)^5 + (-1)^4.$$

- 1013.** 1) Расположите в клетках числа $-1, +2, -3, +4, -5, +6, -7, +8, -9$ так, чтобы произведения по строкам, столбцам и диагоналям было отрицательным числом (рис. 42 а).
- 2) Даны числа: $-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9$. Часть из них размещена в клетках (рис. 42 б). Остальные числа поместите в клетки по строкам, столбцам и диагоналям так, чтобы их суммы были равны -15 .
- 3) В квадрате разместите числа $-2, -2, -2, -3, -3, -3$ так, чтобы их суммы по строкам и столбцам были равны -6 (рис. 42 в).

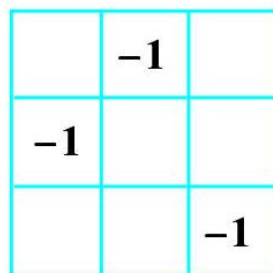
42



а)



б)



в)

- 1014.** В каком из вариантов ответов числа $25, -39, -52$ и 9 расположены в порядке убывания?

- А) $-52, -39, 9, 25$. В) $25, 9, -39, -52$.
 Б) $-39, -52, 9, 25$. Г) $25, 9, -52, -39$.

- 1015.** Найдите произведение:

- 1) $(-8) \cdot (-5)$; 2) $(-11) \cdot (-12)$; 3) $7 \cdot (-28)$; 4) $10 \cdot (-81)$.

Вычислите (**1016–1017**):

- 1016.** 1) $4 \cdot 7 \cdot (-2)$; 3) $(-7) \cdot (-10) \cdot (-5)$;
 2) $-1 \cdot (-2) \cdot 8$; 4) $(-3) \cdot (-1) \cdot (-4)$.

- 1017.** 1) $(-28) \cdot (-5) - 7 \cdot 8$; 3) $-15 \cdot (-22) - (-3) \cdot (-24)$;
 2) $(-29) \cdot 3 - (-10) \cdot 12$; 4) $-31 \cdot (-11) - (-14) \cdot (-12)$.

- 1018.** Заполните таблицу:

k	28	-31	-40	14	-45	-52	-35	48	-75	-2	-6
n	-5	4	9	-10	-8	-5	-8	-11	4	2	-6
$k \cdot n$	-140	-124									

1019. Пусть произведение четырех чисел: а) положительно; б) отрицательно. Что можно сказать о знаках сомножителей? Приведите примеры.

1020. Найдите произведение:

$$1) -2,15 \cdot 0; \quad 2) -3,14 \cdot 1; \quad 3) -6 \cdot (-0,5); \quad 4) -2\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right).$$

49

Деление чисел

Пусть числа k и n отличны от нуля и число $|k|$ делится на число $|n|$ без остатка.

1. Деление чисел с одинаковыми знаками.

Для того чтобы разделить число на другое число того же знака, надо разделить их модули и поставить перед частным знак «+».

Пример 1. Найдите частное $(-28) : (-4)$.

Решение. Так как $|-28| = 28$, $|-4| = 4$, то, согласно правилу:

$$(-28) : (-4) = +(28 : 4) = +7 = 7.$$

Ответ: 7.

2. Деление чисел с разными знаками.

Для того чтобы разделить число на другое число с противоположным знаком, надо разделить их модули и поставить перед частным знак «-».

Пример 2. Найдите частное $(-18) : 3$.

Решение. Так как $|-18| = 18$, $|3| = 3$, то по правилу:

$$(-18) : 3 = -(18 : 3) = -6. \text{ Ответ: } -6.$$

Пример 3. Найдите частное $(-21,7) : 0,7$.

Решение. Так как $|-21,7| = 21,7$, $|0,7| = 0,7$, то по правилу:

$$(-21,7) : 0,7 = -(21,7 : 0,7) = -31. \text{ Ответ: } -31.$$

В результате деления 0 на число, отличное от 0, получаем 0:

$$0 : n = 0.$$

Например, $0 : (-8) = 0$; $0 : 7 = 0$.

На ноль делить нельзя! $a : 0$

Например, записи $(-6) : 0$ и $3 : 0$ лишены смысла!

1021. 1) Знаете ли вы правило деления: а) чисел одного знака;
? б) чисел разных знаков? Объясните на примерах.

2) Можно ли разделить 0 на число, отличное от 0?

3) Можно ли разделить на 0 любое число?

1022. Выполните деление. Проверьте правильность деления делением и умножением:

1) $84 : (-4)$; 2) $-75 : 3$; 3) $-48 : (-6)$; 4) $-36 : (-4)$.

1023. Найдите неизвестное число x :

1) $25x = -100$; 2) $-x : 3 = -5$; 3) $5x + 70 = -40 : 8$.

1024. Вычислите:

1) $(-8 + 10 - 7) : (-5)$; 3) $(-90 - 40 - 20) : 15$;

2) $(-37 + 15 - 24) : 2$; 4) $(-96 - 48 - 72) : 12$.

1025. Найдите числовое значение выражения:

1) $(-48) \cdot (-9) : (-8) \cdot (-3)$; 3) $(-49) \cdot 8 : (-7) \cdot 4$;

2) $(-42) \cdot (-14) : (-7) \cdot 4$; 4) $(-125) \cdot 15 : (-25) \cdot (-3)$.

1026. Заполните таблицу:

k	-1	1	-1	15	20	-28	-32	-45	-72	18	-24
n	1	-1	-1	-3	-4	-7	8	-15	4	-2	6
$k + n$	0										
$k - n$	-2										
$k \cdot n$	-1										
$k : n$	-1										

1027. Пользуясь тем, что $864 : 48 = 18$, найдите числовое значение выражения:

1) $-864 : 18$; 2) $-48 \cdot 18$; 3) $864 : (-48)$; 4) $864 : (-18)$.

1028. Представьте следующие числа в виде частного (отношения) двух целых чисел:

1; 5; -10; -3; -7; -15; 18; 40; 0; -12; 5; -40.

Образец: 1) $6 = \frac{-16}{-2} = \frac{16}{2} = \dots$; 2) $-6 = \frac{-18}{3} = \frac{18}{-3} = \frac{-12}{2} = \dots$.

1029. Выполните действия:

1) $(-85) : (-17) + (-42) \cdot (-3) - (-96) : 24$;

2) $(-70) : (-2) - (-84) : 4 + 63 : (-9)$.

1030. Разделите наименьшее из решений неравенства на наибольшее его решение:

1) $-2,5 \leq x \leq -0,5$; 2) $-6 \leq x \leq -2,4$; 3) $-4\frac{2}{9} \leq x \leq -2\frac{1}{9}$.

1031. Решите уравнение:

1) $(4 - x) : (-1) = (-11) : 11$; 3) $(2 - x) : (-2,5) = (-0,8) : 2$;

2) $3\frac{1}{7} : (-x) = -6\frac{2}{7} : (-1)$; 4) $(4,8 + x) : (-1,2) = (-16) : 8$.

1032. Заполните таблицу:

k	6	18	-12	-15	9	21	27	-45	48	-3
n	-4	-16	-8	-20	14	36	30	22	-24	-2
$k : (-3) + n : (-2)$	0									2

Вычислите (**1033–1034**):

1033. 1) $((1 - 3) + (5 - 7) + (9 - 11) + \dots + (97 - 99)) : (-5)$;

2) $((2 - 4) + (6 - 8) + (10 - 12) + \dots + (98 - 100)) : (-10)$.

1034. 1) $(-9,8 + 5,6 - 8,4) : (-1,4)$; 3) $(-3,6 + 2,7 - 7,2) \cdot 1,8$;

2) $(7\frac{1}{5} - 11\frac{1}{9} - 2\frac{4}{9}) : (-4)$; 4) $(-6\frac{4}{15} - 3\frac{2}{5} + 4\frac{2}{3}) : (-2)$.

1035. Найдите 10 натуральных чисел, сумма и произведение которых равны 20.

1036. Выполните деление:

1) $-100 : 25$; 3) $-56 : (-8)$; 5) $99 : (-3)$; 7) $-78 : (-6)$;

2) $75 : (-25)$; 4) $56 : (-8)$; 6) $-93 : 3$; 8) $-78 : 6$.

1037. Вычислите:

1) $-54 : (-3) - 52$; 3) $(89 - 69) : 2$; 5) $-48 : (12 - 6)$;

2) $54 : (-3) + 52$; 4) $(9 - 39) : (-2)$; 6) $-48 : (6 - 9)$.

1038. Используя равенство $420 : 28 = 15$, вычислите:

1) $-420 : (-15)$; 3) $-420 : (-28)$; 5) $(-15) \cdot (-28)$;

2) $-420 : 15$; 4) $-420 : 28$; 6) $(-15) \cdot 28$.

1039. Заполните таблицу:

:	-144	-720	-2160	-1080	648	792	2376	-1188
-3	48							
-6	24							
18	-8							
36	-4							

1040. Решите уравнение:

1) $3 \cdot (-x) + 51 = 6 - 12$;

2) $-3x - 21 = 81 - 84$.

1041. Вычислите:

1) $-2,7 : (-0,3) - 11$;

3) $2,7 : (-3) + 1,1$;

2) $\left(5\frac{3}{11} - 7\frac{3}{11}\right) : (-2)$;

4) $\left(-8\frac{7}{13} + 2\frac{4}{13}\right) : (-3)$.

50

Рациональные числа

Числа, которые можно представить в виде дроби $\frac{k}{n}$, называются рациональными числами, здесь k — целое число, n — натуральное число.

Произвольное целое число k является рациональным, так как его можно записать в виде $k = \frac{k}{1}$.

Например, $-5 = \frac{-5}{1}$; $10 = \frac{10}{1}$; $0 = \frac{0}{1}$.

Положительные и отрицательные числа: обыкновенные дроби, смешанные числа, десятичные дроби — рациональные числа.

Пример. 1) $-\frac{2}{7}$; 2) $-2\frac{2}{3}$; 3) $-0,3$; 4) $3\frac{1}{7}$; 5) $2,743$; 6) $-7\frac{1}{3}$.

1) $-\frac{2}{7} = \frac{-2}{7}$; 2) $-2\frac{2}{3} = \frac{-8}{3}$; 3) $-0,3 = \frac{-3}{10}$;

4) $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$; 5) $2,743 = 2\frac{743}{1000} = \frac{2743}{1000}$; 6) $-7\frac{1}{3} = -\frac{22}{3} = \frac{-22}{3}$.

Каждое из этих чисел записывается в виде $\frac{k}{n}$, где k — целое, n — натуральное число. Значит, все эти числа — рациональные.

Так как рациональное число $\frac{k}{n}$ является дробью, оно обладает всеми свойствами дробей.

Сумма, разность, произведение и частное рациональных чисел являются рациональными числами.

Например: 1) $-\frac{4}{9} + \frac{6}{7} = \frac{\cancel{7}^1 4}{9} + \frac{\cancel{9}_3 6}{7} = \frac{-28+54}{63} = \frac{26}{63}$;

2) $\frac{\cancel{2}^1 9}{11} - \frac{\cancel{1}^1 19}{22} = \frac{18-19}{22} = \frac{-1}{22} = -\frac{1}{22}$; 3) $\frac{2}{-3} = \frac{2}{-3} \cdot \frac{(-1)}{(-1)} = \frac{-2}{3}$;

4) $-2\frac{1}{7} \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{-15}{\cancel{1}^1 7} \cdot \frac{\cancel{7}^1 1}{3} = \frac{-15}{3} = -5$.

Если деление возможно, то частное двух рациональных чисел также является рациональным числом.

Например: 1) $-0,8 : \frac{4}{7} = -\frac{8}{10} : \frac{4}{7} = -\left(\frac{4}{5} : \frac{4}{7}\right) = -\left(\frac{\cancel{1}^1 4}{5} \cdot \frac{7}{\cancel{4}_1}\right) = -\frac{7}{5} = -1,4$;

2) $4\frac{1}{6} : \left(-2\frac{1}{12}\right) = \frac{25}{6} : \left(-\frac{25}{12}\right) = -\left(\frac{25}{6} : \frac{25}{12}\right) = -\left(\frac{\cancel{1}^1 25}{\cancel{6}_2} \cdot \frac{\cancel{12}^2}{\cancel{25}_1}\right) = -\frac{2}{1} = -2$.

1042. 1) Какие числа называются рациональными?

2) Покажите, что конечная десятичная дробь является рациональным числом.

3) Какими числами будут сумма, разность и произведение рациональных чисел? Покажите на примерах.

4) Когда отношение двух рациональных чисел будет рациональным числом?

1043. Запишите числа в виде $\frac{k}{n}$, где k — целое, n — натуральное число:

5; 1; 0; -1; -2,19; 3,21; $-\frac{2}{7}$; $\frac{1}{-3}$; $2\frac{4}{9}$; $-1\frac{3}{7}$.

1044. Запишите сумму в виде $\frac{k}{n}$, где k — целое, n — натуральное число:

1) $-5 + 2$; 3) $-2,8 + (-1)$; 5) $2,8 + (-1,2)$;

2) $-\frac{5}{7} + \frac{8}{21}$; 4) $2\frac{9}{13} + \left(-3\frac{4}{13}\right)$; 6) $1,8 + \left(-3\frac{1}{3}\right)$.

1045. Запишите произведение в виде $\frac{k}{n}$:

- 1) $-5 \cdot (-2)$; 3) $0 \cdot (-4)$; 5) $0,8 \cdot (-0,3)$;
2) $\frac{3}{9} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$; 4) $-2\frac{2}{3} \cdot \left(-1\frac{1}{8}\right)$; 6) $0,9 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

1046. Запишите в виде $\frac{k}{n}$:

- 1) $-8 : (-2)$; 2) $-0,84 : (-2,1)$; 3) $\frac{2}{3} : \left(-\frac{5}{9}\right)$.

1047. Найдите значение выражения. Ответ представьте в виде $\frac{k}{n}$, где k — целое число, n — натуральное число:

- 1) $(2,6 : (-13) + 1,2) : (-0,1)$; 2) $\left(-4\frac{3}{7}\right) \cdot 1\frac{4}{31} + \left(-6\frac{2}{3}\right) : 3\frac{1}{3}$.

- 1048.** 1) Можно ли звездочки заменить знаками «+» и «-» так, чтобы равенство $1 * 2 * \dots * 10 = 0$ было верным?
2) Дано число 321321321321. Какие из цифр надо удалить, чтобы получить наибольшее число, кратное 9? Чему равно это наибольшее число?

1049. Найдите выражение, равное -7 :

- А) $-6 + 13$; Б) $-5 + (-9)$; В) $8 + (-15)$; Г) $9 - (-2)$.

1050. Запишите в виде $\frac{k}{n}$, где k, n — целые числа, $n > 0$:

- 7 ; -11 ; $2,81$; $-2,43$; $-1,01$; 21 ; $-\frac{2}{3}$; $\frac{3}{-4}$; $3\frac{5}{9}$.

В примерах **1051–1053** k — целое, n — натуральное число.

1051. Запишите сумму в виде $\frac{k}{n}$:

- 1) $-8 + (-2)$; 2) $-1,8 + (-2)$; 3) $-\frac{5}{42} + \frac{10}{21}$.

1052. Запишите произведение в виде $\frac{k}{n}$:

- 1) $-15 \cdot (-2)$; 3) $0 \cdot (-8)$; 5) $0,7 \cdot (-0,4)$;
2) $-0,2 \cdot (-5)$; 4) $-2\frac{2}{5} \cdot \left(-3\frac{1}{8}\right)$; 6) $0,4 \cdot \left(-1\frac{4}{5}\right)$.

1053. Запишите отношение в виде $\frac{k}{n}$:

- 1) $-10 : (-3)$; 2) $0 : (-3,1)$; 3) $3,6 : (-0,1)$; 4) $-4,8 : 1\frac{1}{15}$.

Пусть a , b и c — произвольные рациональные числа.

Имеют место следующие свойства действий:

Свойство 1. Сложение рациональных чисел перестановочно и обладает сочетательным свойством, т. е.

$$a + b = b + a; \quad a + (b + c) = (a + b) + c.$$

Свойство 2. Сумма любого числа a и числа 0 равна числу a :

$$a + 0 = a.$$

Свойство 3. Сумма противоположных чисел равна 0:

$$a + (-a) = 0.$$

Свойство 4. Умножение рациональных чисел перестановочно и обладает сочетательным свойством, т. е.:

$$a \cdot b = b \cdot a; \quad a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c.$$

Свойство 5. Умножение любого рационального числа a на число 1 равно числу a :

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

Свойство 6. Произведение рационального числа на 0 равно 0:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Свойство 7. Произведение взаимно обратных чисел равно 1:

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1, \text{ где } a \neq 0.$$

Свойство 8. Если $a \cdot b = 0$, то тогда или $a = 0$, или $b = 0$, (или $a = b = 0$).

Свойство 9. Умножение рациональных чисел обладает распределительным свойством относительно сложения, т. е. для рациональных чисел a , b , c :

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Так как любое рациональное число может быть представлено в виде дроби $\frac{k}{n}$, где k — целое, n — натуральное число, то рациональное число обладает всеми свойствами дробей.

- 1054.** 1) Сформулируйте свойства сложения рациональных чисел.
2) Сформулируйте свойства умножения рациональных чисел.
3) Произведение двух рациональных чисел равно 0 тогда и только тогда, когда хотя бы один из сомножителей равен 0.
4) Запишите распределительное свойство умножения относительно сложения.
5) Поясните свойства рациональных чисел на примерах.
- 1055.** Проверьте выполнение равенства $a \cdot b = b \cdot a$ для:
1) $-15 \cdot (-4)$; 2) $-25 \cdot (-9)$; 3) $-94 \cdot 2$; 4) $-100 \cdot 6$.
- 1056.** Используя сочетательное свойство умножения, вычислите удобным способом:
1) $-25 \cdot 28 \cdot (-4)$; 3) $18 \cdot (-25) \cdot 5 \cdot (-4)$; 5) $-75 \cdot (-9) \cdot 4$;
2) $125 \cdot (-49) \cdot 8$; 4) $-25 \cdot (-23) \cdot (-8)$; 6) $80 \cdot (-7) \cdot 5$.
- 1057.** Вынесите общий множитель за скобки и вычислите:
1) $48 \cdot (-7) + 24 \cdot 14$; 3) $12 \cdot (-9) - 6 \cdot 8$;
2) $48 \cdot (-54) - 38 \cdot (-54)$; 4) $125 \cdot (-3) + 250 \cdot 2$.
- 1058.** Вынесите общий множитель за скобки и вычислите:
1) $25 \cdot 16 - 25 \cdot 14$; 2) $-73 \cdot 57 + (-73) \cdot (-27)$.
- 1059.** В понедельник уровень воды в реке изменился на $-3,3$ см, во вторник — на $+3,5$ см, в среду — на $-1,5$ см. Как изменился уровень воды в реке за три дня?
- 1060.** В кассе имеется 50 000 сумов. Сколько денег осталось в кассе, если выдача и прием вкладов записаны у кассира в виде:
 -14000 сумов; -10000 сумов; $+2500$ сумов; $+5000$ сумов;
 -6300 сумов; -4000 сумов; $+2000$ сумов; -500 сумов;
 $+1200$ сумов; -3000 сумов?
- 1061.** Проверьте выполнение равенства $a + b = b + a$ для:
1) $a = -27,3$, $b = -12,5$; 2) $a = -54,8$, $b = 65,9$.

Вычислите удобным способом (**1062–1063**):

- 1062.** 1) $14,3 + 41,2 + 15,7 - 6,2$; 3) $-25,9 - 13,4 - 24,1 - 16,6$;
2) $\frac{4}{13} + \frac{3}{13} + \frac{5}{13} - \frac{4}{13} - \frac{8}{13}$; 4) $-3\frac{2}{3} + \left(-2\frac{5}{6}\right) + 3\frac{3}{4} + \left(-3\frac{3}{8}\right)$.

- 1063.** 1) $4,4 + (-2,3) + 2,5 + (-1,7)$; 2) $0,4 + (-4,1) + (-3,4) + (-5,9)$.

Вычислите удобным способом (**1064–1067**):

- 1064.** 1) $-15 \cdot 37 + 14 \cdot 37 - 19 \cdot 37 + 17 \cdot 37$;

- 2) $26 \cdot 45 - 45 \cdot 27 + 31 \cdot 45 - 30 \cdot 45$.

- 1065.** 1) $-18,3 + 25,9 + (-11,7) + 24,1 + 17,2$;

- 2) $42,5 + (-24,5) + (-32,3) + 23,3 + (-9)$.

- 1066.** 1) $7\frac{13}{28} - \left(3\frac{9}{28} - 5\frac{3}{13}\right)$; 2) $\left(5\frac{9}{10} - 7\frac{4}{5}\right) - (-2,8)$.

- 1067.** 1) $\left(6\frac{2}{7} - 2\frac{1}{2}\right) - \left(-3\frac{5}{7}\right)$; 2) $16\frac{9}{10} - \left(3\frac{11}{24} - 1\frac{1}{10}\right)$.

Сформулируйте сочетательный закон умножения и примените его для вычисления произведений (**1068–1069**):

- 1068.** 1) $-\frac{1}{8} \cdot \left(8 \cdot \left(-\frac{3}{11}\right)\right)$; 2) $-\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{9}{5}\right)$; 3) $2\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{3}{17}\right) \cdot 16$.

- 1069.** 1) $\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{3} \cdot \left(-7\frac{1}{2}\right)$; 3) $\frac{4}{7} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot 21$; 5) $-8\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$;
2) $-3\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{11} \cdot \frac{1}{4}$; 4) $-\frac{7}{8} \cdot 6\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{8}{7}\right)$; 6) $-\frac{7}{11} \cdot (-8) \cdot \left(-1\frac{4}{7}\right)$.

Сформулируйте распределительный закон умножения относительно сложения и, используя его, вычислите (**1070–1072**):

- 1070.** 1) $-0,9 \cdot 4,6 - 4,1 \cdot 0,9$; 3) $-8,9 \cdot 43 + 57 \cdot (-8,9)$;

- 2) $7,6 \cdot 6,9 - 7,6 \cdot (-3,1)$; 4) $6,2 \cdot 8,4 - 8,4 \cdot (-3,8)$.

- 1071.** 1) $-\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{8} + \left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{5}{8}$; 3) $-\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)$;

- 2) $\left(-0,3 - 1\frac{2}{3}\right) \cdot (-6)$; 4) $-12 \cdot \left(-0,5 - 2\frac{1}{12}\right)$.

- 1072.** 1) $\frac{5}{6} \cdot (-4,7) + \frac{5}{6} \cdot (-1,3)$; 3) $\frac{7}{9} \cdot (-3,7) + (-5,3) \cdot \frac{7}{9}$;

- 2) $\frac{4}{3} \cdot (-3,4) + (1,6) \cdot \frac{4}{3}$; 4) $-\frac{5}{13} \cdot 16,32 + \frac{5}{13} \cdot (-3,32)$.

1073. Сформулируйте распределительный закон умножения относительно сложения: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ и проверьте его справедливость, если:

1) $a = 0,3$, $b = -0,2$, $c = -1,2$; 2) $a = -\frac{4}{11}$, $b = -\frac{5}{11}$, $c = -1\frac{2}{9}$.

1074. Найдите значение выражения, складывая отдельно положительные числа и отдельно отрицательные числа:

1) $3,45 - 7,35 - 2,65 + 2,65 - 7,1 + 8,3$;

2) $-4\frac{1}{3} - 7\frac{2}{3} + 2\frac{5}{9} - 3\frac{4}{9} + 1\frac{2}{9} + 3\frac{5}{18}$;

3) $1,8 - 1\frac{3}{7} - 2\frac{13}{14} + 2,2 - 3,5 + 2\frac{17}{28}$.

1075. 1) Найдите такое трехзначное число N , для которого сумма его цифр в 11 раз меньше его самого.

2) Запишите 1997 с помощью 10 двоек и арифметических действий.

1076. На числовой оси найдите числа, расположенные на расстоянии 2 или 3 единиц от числа -4 .

А) $-6,3$; Б) $-6,3$ и $-1,7$; В) $-6,3$ и $1,7$; Г) $-1,7$.

1077. Сложите сначала противоположные числа, а затем найдите значение выражения:

1) $269 - 345 - 309 - 269 + 345$; 3) $3,5 + 2,7 - 4,3 - 3\frac{1}{2} + 4,3$;

2) $-5,7 + 2,7 - 4,87 + 5,7 - 2,7$; 4) $3\frac{4}{7} + 2\frac{7}{15} - 5\frac{8}{19} - 2\frac{7}{15} - 3\frac{4}{7}$.

1078. Вычислите удобным способом:

1) $5,9 + 3\frac{3}{7} - 2,9 - 2\frac{3}{7}$; 3) $2\frac{14}{15} - 3\frac{4}{9} + 5\frac{1}{15} + 2\frac{4}{9}$;

2) $4\frac{5}{7} - 2\frac{8}{9} - 10\frac{6}{7} + 6\frac{1}{7}$; 4) $7,8 - 3,2 + 2,2 - 6,8 + 1$.

1079. Вычислите, пользуясь сочетательным законом:

1) $-2 \cdot (-25) \cdot 4 \cdot (-1,8)$; 2) $2,1 \cdot (-4) \cdot (-2,5) \cdot 7$;

3) $-0,2 \cdot 8 \cdot (-5) \cdot (-1,25)$; 4) $-\frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{5}{14}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \frac{7}{25}$;

5) $-0,4 \cdot 1\frac{1}{4} \cdot (-0,8) \cdot 3\frac{1}{3}$; 6) $-2\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right) \cdot (-9) \cdot 1\frac{10}{27}$.

1080. Проверьте справедливость перестановочного свойства умножения: $a \cdot b = b \cdot a$, если: 1) $a = 0,8$, $b = -3,5$;

2) $a = -3\frac{4}{7}$, $b = -2\frac{6}{25}$; 3) $a = -2\frac{1}{7}$, $b = -2,8$.

Вычислите, используя распределительное свойство умножения относительно сложения (**1081–1082**):

1081. 1) $3,8 \cdot (-0,5) - 1,8 \cdot (-0,5)$; 3) $-\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{7}$;

2) $-3\frac{2}{9} \cdot 2,7 - 3\frac{2}{9} \cdot (-6,3)$; 4) $\frac{9}{17} \cdot 2,1 - 2,1 \cdot \left(-\frac{8}{17}\right)$.

1082. 1) $\left(-2\frac{3}{7} - 1\frac{5}{7}\right) \cdot 28$; 3) $3\frac{1}{7} \cdot \left(1\frac{3}{11} - 2\frac{5}{22}\right)$;

2) $\left(2\frac{3}{5} - 4\frac{1}{4}\right) \cdot 20$; 4) $2\frac{7}{9} \cdot \left(-2\frac{4}{25} + 4\frac{8}{25}\right)$.

1083. Найдите значение выражения, сложив по отдельности положительные числа, а затем отрицательные числа:

1) $23 - 47 + 29 - 33 + 8$;

2) $7,42 - 2,12 + 8,38 - 7,78 + 0,9$;

3) $4\frac{5}{7} + 2\frac{3}{14} - 6\frac{5}{9} - 2\frac{4}{9} + 6\frac{11}{14}$;

4) $1,85 - 1\frac{5}{6} - 2\frac{1}{6} - 2,85 + 6,75$.

Выполните действия (**1084–1087**):

1084. 1) $\left(\frac{5}{6} - \frac{7}{8} - \frac{1}{12}\right) \cdot 2\frac{2}{3} \cdot 1,05$; 3) $\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{4}\right) \cdot 1\frac{1}{5} + \frac{3}{4} : \left(-1\frac{7}{8}\right)$;

2) $\left(\frac{3}{5} - \frac{4}{5} - \frac{1}{3}\right) : 1\frac{1}{3} \cdot 5 + 0,9 : 1,8$; 4) $\left(0,25 - 4\frac{3}{4}\right) : 0,4 - 1\frac{2}{3} : \frac{5}{18}$.

1085. 1) $(4,059 - 10,881) : 0,9 - 0,2$;

2) $(0,3 \cdot 15,8 - 3,8 \cdot 2,3) : 0,2 - 24$.

1086. 1) $(-8,6 \cdot 0,8 - 4,3) \cdot (-20) - 4,5$;

2) $-5,08 \cdot 12,5 - 5,6 \cdot (-3,5) + 15,8$.

1087. 1) $28,2 + (-6,3) \cdot 5 - (-37,8) : (-4,2)$;

2) $-15,6 : (3,9 - 1,5) + (-7,2) : 0,9$.

Вычислите удобным способом (1088–1091):

1088. 1) $\frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-3\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right)$; 2) $-\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{9} \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-\frac{8}{15}\right)$.

1089. 1) $2,6 \cdot \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot (-1,4) \cdot \left(-\frac{3}{13}\right)$; 2) $-3,6 \cdot \frac{5}{11} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot (-2,2)$.

1090. 1) $1\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{7}{10}\right)$; 2) $-\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{7} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$; 3) $\frac{5}{23} \cdot \left(-\frac{7}{16}\right) \cdot \left(-4\frac{3}{5}\right)$.

1091. 1) $\frac{8}{13} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{5}{13} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)$; 3) $\left(-0,2 - 1\frac{1}{9}\right) \cdot 9$;

2) $-7,2 \cdot 39 + 39 \cdot (-2,8)$; 4) $-8,3 \cdot 71 + 29 \cdot (-8,3)$.

Выполните деление (1092–1095):

1092. 1) $-34,5 : (-5)$; 3) $-6,3 : 7$; 5) $-22,5 : (-7,5)$;

2) $-\frac{3}{7} : \left(-\frac{9}{14}\right)$; 4) $-\frac{4}{9} : \frac{8}{15}$; 6) $-\frac{2}{55} : \left(-\frac{4}{11}\right)$.

1093. 1) $-\frac{8}{21} : (-4)$; 2) $-3\frac{1}{25} : (-8)$; 3) $18 : \left(-\frac{9}{25}\right)$.

1094. 1) $-4\frac{2}{7} : \left(-2\frac{1}{7}\right)$; 2) $-1\frac{3}{4} : 2\frac{1}{3}$; 3) $1\frac{7}{12} : \left(-6\frac{1}{3}\right)$.

1095. 1) $-3\frac{1}{8} : \left(-\frac{5}{12}\right)$; 2) $-\frac{13}{32} : 3\frac{1}{8}$; 3) $7\frac{1}{7} : \left(-\frac{5}{7}\right)$.

Вычислите (1096–1097):

1096. 1) $\left(\frac{22}{29} - \left(-\frac{7}{29}\right)\right) : \left(-\frac{5}{8} + \left(-\frac{13}{32}\right)\right)$; 2) $1\frac{5}{16} \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) : \left(-1\frac{3}{4}\right)$.

1097. 1) $\frac{9}{10} : \left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right)$; 2) $-3\frac{3}{7} : \frac{9}{14} \cdot \left(-2\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$.

1098. Заполните таблицу:

x	-1,5	-0,8	0	-9	-8,7	0,45	-1
y	0,5	-1,6	-8,5	1,8	0,6	-0,9	10
$x \cdot y$							
$x : y$							

1099. Расстояние между Ташкентом и Термезом 708 км. Автобус, выехавший из Ташкента, прошел этот путь за $14\frac{3}{4}$ часа. На обратном пути он двигался со скоростью 52 км/ч. Когда скорость автобуса была выше? На сколько выше?

1100. Среднее арифметическое двух чисел равно $-2\frac{8}{9}$. Первое число составляет $\frac{5}{8}$ от второго числа. Найдите эти числа.

1101. Среднее арифметическое трех чисел $-6,5$, а двух других чисел равно 8. Найдите среднее арифметическое этих пяти чисел.

1102. Первое из 5 чисел есть $-2,5$, каждое следующее больше предыдущего на 0,5. Найдите произведение этих 5 чисел.

1103. Решите уравнение:

1) $\frac{8}{15}x = -3\frac{5}{9}$;

3) $-5\frac{1}{3}x = -1$;

5) $2\frac{1}{4}x = -4$;

2) $1\frac{1}{10} : x = -2\frac{2}{10}$;

4) $\frac{7}{9} : x = -4\frac{2}{3}$;

6) $1\frac{2}{3}x = -8 : 1\frac{2}{5}$.

1104. Фермер наметил завершить посев хлопчатника за 14 дней. Но ежедневную норму посева превысили на 20 га и закончили посев за 10 дней. Сколько га заседало хозяйство ежедневно?

1105. В первом элеваторе было в 1,7 раза больше зерна, чем во втором. После доставки в первый элеватор 134 т, а во второй элеватор 540 т зерна в обоих элеваторах зерна стало поровну. Сколько зерна было в каждом элеваторе первоначально?

1106. Сумма всех чисел в квадратах равна -10 . Какие числа надо разместить в свободных клетках?

?

$-2\frac{1}{7}$	$-5\frac{4}{7}$
$-\frac{3}{7}$	

$-1\frac{4}{5}$	$-5\frac{3}{5}$
	$-2\frac{4}{7}$

$-\frac{5}{9}$	
$-2\frac{7}{9}$	$-1\frac{2}{9}$

	$-6\frac{8}{11}$
$-\frac{2}{11}$	$-2\frac{5}{11}$

1107. Запишите число 2013: 1) одиннадцатью двойками; 2) девятью тройками и скобками, используя знаки арифметических действий.

1108. Основание прямоугольника равно 5,6 дм. Ширина составляет 75% его длины. Найдите площадь прямоугольника.



Выполните действия (1109–1113):

- 1109.** 1) $(93,5 \cdot 0,14 - 1,83 : 6,1 - 14,21) : 7,1 : (-0,5)$;
2) $(-3,264 + 276,736 : (-9,2) \cdot 4,2) : (-14,4) - 0,4$.
- 1110.** 1) $(-5,3 \cdot 2,1 \cdot 0,3 \cdot 0,01 : 0,63 + 0,653) : 0,2$;
2) $8,51 : (-3,7) + (-1,84) : (-0,8) : 2,3 + 0,7$.
- 1111.** 1) $-\frac{7}{44} : \left(-\frac{14}{33}\right)$; 2) $2\frac{2}{3} : \left(-\frac{8}{21}\right)$; 3) $\frac{33}{35} : \left(-6\frac{3}{5}\right)$.
- 1112.** 1) $-1 : \left(-\frac{9}{14}\right)$; 2) $-2,5 : \left(-1\frac{1}{4}\right)$; 3) $-2,6 : \left(-\frac{13}{20}\right)$.
- 1113.** 1) $\left(1\frac{2}{3} - 3\frac{2}{5} + 1\frac{1}{10}\right) : 0,8 + 0,4$; 2) $-\left(1\frac{1}{3} \cdot 1,05 - 3\right) : 2\frac{2}{3} - (-2,6)$.
- 1114.** Расстояние между Ташкентом и Карши 558 км. Автобус, выехавший из Ташкента, прошел этот путь за $10\frac{1}{3}$ часа. На обратном пути он двигался со скоростью 62 км/ч. Когда скорость автобуса была выше? На сколько выше?
- 1115.** Среднее арифметическое четырех чисел равно $-7,2$. Первое число равно 6,9, второе в 3 раза меньше его, а третье число равно $-11,2$. Найдите четвертое число.

Тест

9

Проверьте себя!

- Выполните умножение: $(-25) \cdot 3 \cdot 4$.
А) 75. Б) 100. В) -100 . Г) -300 .
- Выполните умножение: $125 \cdot (-5) \cdot 8$.
А) -5000 . Б) 5000. В) -625 . Г) 1000.
- Выполните умножение: $3,9 \cdot (-0,5) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$.
А) 0,65. Б) $-0,65$. В) 0,6. Г) $-0,6$.
- Выполните действия: $(-8) \cdot 5 + (-3) \cdot 6 - (-28)$.
А) 30. Б) -30 . В) -584 . Г) 86.
- Выполните действия: $(-69 + 44) : (-5)$.
А) -3 . Б) -5 . В) 5. Г) 3.
- Выполните действия: $(-15) \cdot 4 + (-48) : (-3) - 150 : (-6)$.
А) -44 . Б) 44. В) 69. Г) -19 .

7. Выполните действия: $(-12) \cdot 5 + (-54) : 3 - (-84) : (-14)$.
А) -84. Б) -78. В) 90. Г) -24.
8. Выполните деление: $(-128) : (-4) : (-8) : 2$.
А) -4. Б) -128. В) 2. Г) -2.
9. Вычислите: $(-3)^3 : (-3)^2 + (-2)^3 : (-1)^4 - (-1)^8 : (-1)^7$.
А) 10. Б) -10. В) -11. Г) 12.
10. Вычислите: $-72 \cdot 18 + 36 \cdot 16 + 36 \cdot (-4)$.
А) -720. Б) 864. В) -864. Г) -144.
11. Вычислите: $(54 \cdot (-25) + 44 \cdot 25) : 50$.
А) 150. Б) -3. В) 5. Г) -5.
12. Вычислите: $(28 \cdot (-12) - 28 \cdot (-2)) : 14$.
А) -40. Б) 280. В) -280. Г) -20.
13. Вычислите: $72,09 : (-9) + (-3,2) \cdot 5$.
А) -240. Б) -2,401. В) 2,401. Г) -24,01.



Исторические сведения

Люди использовали отрицательные числа с древнейших времен. Отрицательные числа именовали «долгом», а положительные числа — «имуществом». Китайский ученый **Джан Сан** за 3 века до н. э. писал: «Если к долгу добавится долг, в результате снова получится долг». Чтобы отличать положительные числа от отрицательных, их записывали чернилами разных цветов. В трудах древнегреческого ученого **Диофанта**, индийского ученого **Брахмагупты** (598–660) появляются отрицательные числа. В нашей стране понятия «положительное число» и «отрицательное число» приводятся в трактате замечательного ученого **Али Кушчи**, соратника Мирзо Улугбека. Али Кушчи пишет: «**Надо знать, что каждое число может быть положительным или отрицательным**».

Определив умножение, Али Кушчи показал, что имеют место равенства:

$$(+a) \cdot (-b) = -ab; \quad (-a) \cdot (+b) = -ab; \quad (-a) \cdot (-b) = +ab.$$

Располагать отрицательные числа на числовой прямой слева от начала отсчета стали французы **А. Жирар** (1595–1632) и известный ученый **Р. Декарт** (1596–1650).

Пример 1. Упростите выражение: $5 \cdot a \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot b \cdot 7$.

Решение. Когда предлагается упростить выражение, имеется в виду, что надо выполнить указанные действия и представить выражение в более кратком виде.

Для того чтобы упростить выражение:

1 - й шаг: сгруппировать по отдельности числовые множители и вычислить их произведения;

2 - й шаг: сгруппировать буквенные множители (в данном случае это a и b);

3 - й шаг: числовой множитель записать перед буквенным.

Таким образом,

$$5 \cdot a \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot b \cdot 7 = \left(5 \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot 7\right) \cdot (a \cdot b) = -\frac{28}{3} \cdot a \cdot b.$$

Ответ удалось записать в более кратком виде.

О т в е т: $-\frac{28}{3} \cdot a \cdot b$.

Числовой множитель, стоящий впереди буквенного, называется коэффициентом.

Значит, в выражении $-\frac{28}{3} \cdot a \cdot b$ число $-\frac{28}{3}$ — числовой коэффициент.

Перед числом a коэффициент равен 1, так как $1 \cdot a = a$.

Перед числом $-a$ коэффициент равен -1 , так как $-1 \cdot a = -a$.

Чтобы сделать запись более краткой, обычно:

- 1) не пишут коэффициент выражения, равный 1;
- 2) перед выражением ставят знак «-», если коэффициент выражения равен -1 ;
- 3) не пишут знака умножения « $\cdot$ » между коэффициентом и буквой, между буквами.

Например, вместо $1 \cdot a \cdot b \cdot (-1) \cdot d$ пишут $-abd$,
то есть $1 \cdot a \cdot b \cdot (-1) \cdot d = -abd$.

§ 8. Решение уравнений

53

Правило раскрытия скобок

Введение отрицательных чисел дает возможность выражения вида $-8 - 3$; $18 - 5$; $-3 + 8 - 9$ записывать в виде сумм. Действительно,

$$-8 - 3 = (-8) + (-3); 18 - 5 = 18 + (-5); -3 + 8 - 9 = (-3) + 8 + (-9).$$

Каким бы ни было число n , при умножении его на 1 в результате получится то же число n :

$$n \cdot 1 = 1 \cdot n = n.$$

Так как $+1 = 1$, выражение $-3 + 8 - 9$ можно переписать следующим образом: $-3 + 8 - 9 = (+1) \cdot (-3) + (+1) \cdot 8 + (+1) \cdot (-9) =$

$$= (+1) \cdot (-3 + 8 - 9) = +1 \cdot (-3 + 8 - 9) = +(-3 + 8 - 9).$$

Таким образом, $+(-3 + 8 - 9) = -3 + 8 - 9$.

Слагаемые в левой части равенства взяты в скобки. Однако в правой части равенства нет знака «+» перед скобками и нет самих скобок, они опущены. Такие преобразования мы называем **раскрытием скобок**. Обратите внимание на то, что значение выражения не изменилось.

Если сумма заключена в скобки и перед скобками стоит знак «+», то в этом случае после раскрытия скобок знаки слагаемых не изменяются. Если перед раскрытием скобок перед слагаемым не поставлен знак, то это слагаемое надо писать со знаком «+».

Например: 1) $+(-10 + 8 - 12) = -10 + 8 - 12 = -14$;

$$2) -2,8 + (2,8 - 7,63) = -2,8 + 2,8 - 7,63 = -7,63$$
;

$$3) +(-5 + 7) + (3,2 - 0,8) = -5 + 7 + 3,2 - 0,8 = 4,4.$$

Если перед заключением суммы в скобки перед скобкой поставить знак «-», то в этом случае знаки, стоящие перед отдельными слагаемыми, остаются прежними.

Например: $-13 + 8 - 2 = +(-13 + 8 - 2)$.

Пользуясь распределительным законом и равенством $-n = (-1) \cdot n$, скобки, перед которыми стоит знак «-», также можно раскрывать.

Примеры: 1) $-(3 - 9) = (-1) \cdot (3 - 9) = (-1) \cdot 3 + (-1) \cdot (-9) = -3 + 9$;

$$2) -(18 - 5) = (-1) \cdot (18 - 5) = (-1) \cdot 18 + (-1) \cdot (-5) = -18 + 5.$$

Приходим к следующему выводу:

Если перед суммой, заключенной в скобки, стоит знак «-», то после раскрытия скобок знаки перед каждым из слагаемых заменяются на противоположные.

Например: $-(-7 + 8 - 14) = 7 - 8 + 14$.

Если взять сумму в скобки, поставив перед ней знак «-», то знаки перед каждым из слагаемых внутри скобок заменяются на противоположные.

Например: $11 - 18 + 16 - 23 = -(-11 + 18 - 16 + 23)$.

1116. 1) Что вы понимаете под раскрытием скобок?

- ② 2) Как раскрывать скобки, перед которыми стоит знак «+»?
3) Как раскрывать скобки, перед которыми стоит знак «-»?
4) Если перед взятием суммы в скобки поставить перед ними знак «-», то как изменятся знаки перед стоящими в скобках слагаемыми? А если перед скобкой поставить знак «+»?

1117. Вычислите:

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| 1) $-(83 + 51) + 51$; | 3) $+(-23 - 510) + 23$; |
| 2) $-(79 - 19) - 19$; | 4) $-(-31 + 40) + 40$. |

Указание. Обычно знак «+» перед скобками не пишется, но при раскрытии скобок он принимается во внимание.

1118. Вначале раскройте скобки, а затем вычислите:

- | | |
|-------------------------|---------------------------------------|
| 1) $+(65 + 35 - 101)$; | 3) $-(8 \cdot 9 + 3 \cdot 7 - 68)$; |
| 2) $-(65 + 53 - 38)$; | 4) $-(8 \cdot 12 - 4 \cdot 9 - 56)$. |

1119. Заключите в скобки первые два слагаемые, поставив перед скобками: а) знак «+» ; б) знак «-»:

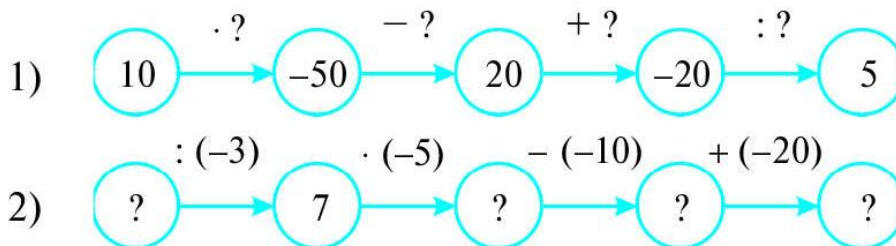
- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| 1) $65 + 94 - 45 - 23$; | 3) $617 + 313 - 514 - 722$; |
| 2) $-97 + 83 - 42 + 120$; | 4) $-397 + 248 - 324 + 201$. |

Образец (б): $-17 + 23 - 33 + 50 = -(17 - 23) - 33 + 50$.

1120. Раскройте скобки и вычислите:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 1) $(219 + 511) - (-89 + 219)$; | 3) $(218 - 425) - (18 - 435)$; |
| 2) $(625 + 139) - (325 + 139)$; | 4) $-(29 + 109) - (378 - 78)$. |

1121. Вместо знака «?» запишите соответствующие числа:



1122. Вычислите значения выражений, раскрыв скобки:

- 1) $(20 - (-6)) - (15 - (-12))$; 3) $-(-65) - (-55 - 39) - (-34)$;
 2) $-29 - (18 - 74) - (74 - 19)$; 4) $-48 - (-22) - (-34 - (-3))$.

1123. Раскройте скобки и вычислите значения выражений:

- 1) $4,8 + (13,5 - 4,8)$; 5) $-(-4,5 - 3,14)$;
 2) $-9,7 + (-1,8 + 9,7)$; 6) $-\left(-\frac{5}{7} - \frac{2}{7}\right)$;
 3) $(4,71 - 8,9) + (8,9 - 4,71)$; 7) $(5,9 + 3,1) - (5,9 - 3,1)$;
 4) $-8\frac{11}{13} - \left(\frac{2}{3} - \frac{11}{13}\right)$; 8) $\left(6\frac{13}{18} - 4,2\right) - \left(2\frac{7}{18} - 1,2\right)$.

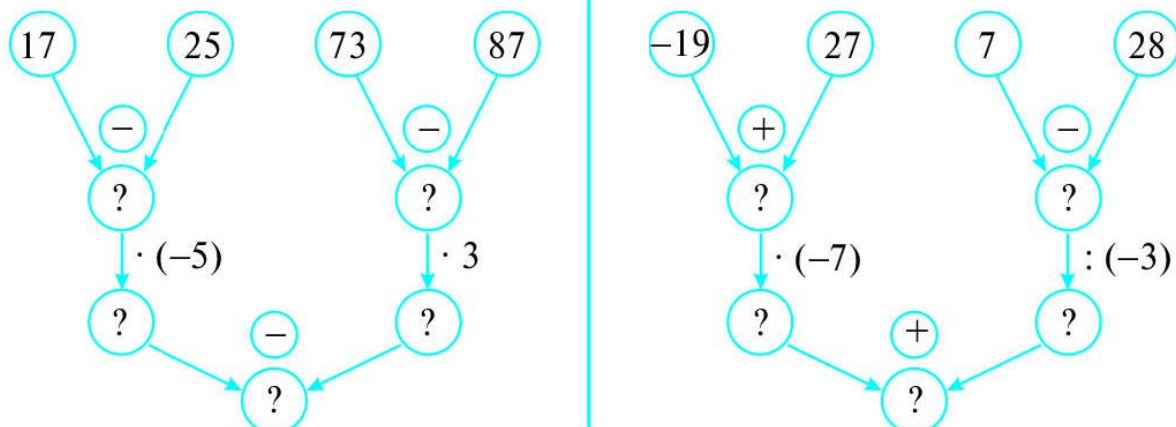
1124. Решите уравнение:

- 1) $8,5 - (6,5 - x) = 3,8$; 3) $\frac{14}{15} - \left(\frac{2}{3} - x\right) = 1,8$;
 2) $\left(x + \frac{12}{13}\right) - 1\frac{11}{13} = 1\frac{1}{13}$; 4) $-(9,8 - x) - 10,5 = -20,8$.

1125. Вычислите удобным способом:

- 1) $18 \cdot 52 - 18 \cdot 37 - 18 \cdot 13$; 3) $21 \cdot 74 + 21 \cdot 11 - 85 \cdot 10$;
 2) $42 \cdot 31 - 38 \cdot 42 + 21 \cdot 16$; 4) $-128 \cdot 39 + 78 \cdot 32 + 64 \cdot 61$.

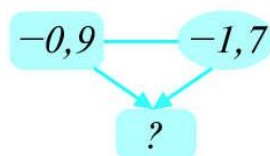
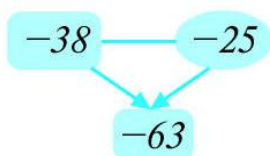
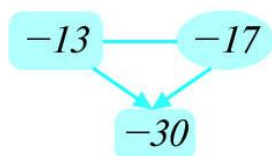
1126. Запишите в кружочки соответствующие числа:



Запишите соответствующее числовое выражение.

- 1127.** Найдите пропущенное число, разобравшись с правилом, согласно которому выполнены вычисления.

?



- 1128.** Расставьте скобки так, чтобы равенства были верными:

- 1) $180 : 5 + 4 \cdot 5 = 100$; 3) $3600 - 480 : 12 + 50 \cdot 2 = 3460$;
2) $180 : 5 + 4 \cdot 5 = 200$; 4) $3600 - 480 : 12 + 50 \cdot 2 = 3420$.

- 1129.** Найдите произведение чисел, обратных данным: $-\frac{11}{25}$ и $-4\frac{6}{11}$.

- А) $\frac{1}{2}$. Б) $-\frac{1}{2}$. В) $\frac{3}{4}$. Г) 1.

Вначале раскройте скобки, а затем вычислите (**1130–1131**):

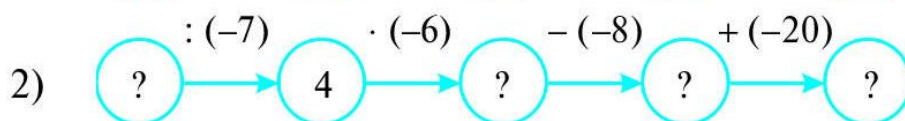
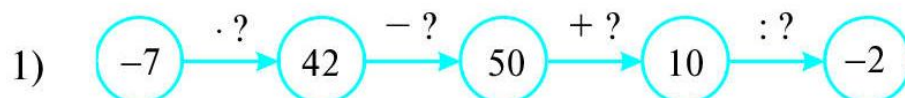
- 1130.** 1) $+(84 - 208 + 25)$; 2) $-(45 - 69 - 21)$; 3) $-(284 - 49 - 244)$.

- 1131.** 1) $(119 + 141) - (-59 + 119)$; 3) $(228 - 215) - (28 - 315)$;
2) $(325 + 219) - (125 + 119)$; 4) $-(82 + 98) - (186 - 86)$.

- 1132.** Вычислите:

- 1) $+(86 - 98) + 42$; 2) $-(59 - 69) - 29$; 3) $+(-38 - 410) + 38$.

- 1133.** Замените знаки «?» соответствующими числами:



- 1134.** Раскройте скобки и вычислите:

- 1) $246 - (46 + 48)$; 2) $-95 - (33 - 75)$; 3) $350 + (47 - 340)$.

- 1135.** Раскройте скобки и вычислите значения выражений:

- 1) $4,95 + (3,275 - 4,95)$; 4) $\left(3\frac{5}{7} + 1\frac{2}{9}\right) - \left(2\frac{1}{7} + \frac{4}{9}\right)$;
2) $9,75 - (8,05 - 1,3)$; 5) $1\frac{7}{8} - (0,125 - 0,75 + 1,8)$;
3) $-\left(\frac{7}{12} + 2,73\right) - \left(-7,27 - \frac{1}{12}\right)$; 6) $-\left(9,78 - 6\frac{2}{3}\right) - \left(0,22 - 3\frac{1}{3}\right)$.

Пример 1. Упростите выражение: $5 \cdot a \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot b \cdot 7$.

Решение. Когда предлагается упростить выражение, имеется в виду, что надо выполнить указанные действия и представить выражение в более кратком виде.

Для того чтобы упростить выражение:

1 - й шаг: сгруппировать по отдельности числовые множители и вычислить их произведения;

2 - й шаг: сгруппировать буквенные множители (в данном случае это a и b);

3 - й шаг: числовой множитель записать перед буквенным.

Таким образом,

$$5 \cdot a \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot b \cdot 7 = \left(5 \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot 7\right) \cdot (a \cdot b) = -\frac{28}{3} \cdot a \cdot b.$$

Ответ удалось записать в более кратком виде.

О т в е т: $-\frac{28}{3} \cdot a \cdot b$.

Числовой множитель, стоящий впереди буквенного, называется коэффициентом.

Значит, в выражении $-\frac{28}{3} \cdot a \cdot b$ число $-\frac{28}{3}$ — числовой коэффициент.

Перед числом a коэффициент равен 1, так как $1 \cdot a = a$.

Перед числом $-a$ коэффициент равен -1 , так как $-1 \cdot a = -a$.

Чтобы сделать запись более краткой, обычно:

- 1) не пишут коэффициент выражения, равный 1;
- 2) перед выражением ставят знак «-», если коэффициент выражения равен -1 ;
- 3) не пишут знака умножения « $\cdot$ » между коэффициентом и буквой, между буквами.

Например, вместо $1 \cdot a \cdot b \cdot (-1) \cdot d$ пишут $-abd$,
то есть $1 \cdot a \cdot b \cdot (-1) \cdot d = -abd$.

- 1136.** 1) Что вы подразумеваете, говоря об упрощении выражения?
 2) Что называется коэффициентом? Поясните на примерах.
 3) Какой знак вы напишете перед выражением, если коэффициент выражения равен -1 ? А если он равен 1 ?
 4) Ставится ли знак умножения « $\cdot$ » между буквами в выражении?
 5) Назовите коэффициент:

$$-2,1a; \quad 5,5b; \quad -9c; \quad -1,8d; \quad -4\frac{1}{3}x; \quad \frac{5}{8}q.$$

- 1137.** Упростите выражение и назовите коэффициенты:

$$1) 1,3x - 4,2x + 5,3x; \quad 2) 3\frac{3}{7}d + 2\frac{1}{14}d - 6,2d.$$

- 1138.** Напишите выражение без скобок:

$$\begin{array}{ll} 1) 6 \cdot (-2a) - 5b; & 3) -9 \cdot (-b) + 4 \cdot (-c); \\ 2) -8 \cdot (-x) - 3 \cdot (-y); & 4) -x \cdot (-3,2) + y \cdot (-7). \end{array}$$

- 1139.** Найдите числовое значение выражения:

$$a) -0,4a, \text{ где: } 1) a = -0,08; \quad 2) -1,5; \quad 3) -4; \quad 4) 0,05;$$

$$б) 1,2b, \text{ где: } 1) b = 1\frac{7}{12}; \quad 2) -1\frac{1}{6}; \quad 3) -1\frac{1}{3}; \quad 4) -0,04.$$

- 1140.** Скорость поезда 60 км/ч. Найдите путь поезда, пройденный за t ч. Какой путь он пройдет за время: $t = \frac{2}{3}; 1,4; 3; 3,5; 6\frac{1}{6}; 7,2$? Составьте таблицу.

- 1141.** Велосипедист ехал 3 ч со скоростью v км/ч. Какое расстояние он проехал, если: $v = 10,5; 12; 15$?

- 1142.** Найдите коэффициент выражения:

$$1) 0,8a \cdot 1,5; \quad 3) -4,5 \cdot (-1,2x); \quad 5) -2y \cdot (-3,54);$$

$$2) \frac{2}{3}a \cdot \left(-1\frac{2}{7}b\right) \cdot \left(-1\frac{3}{4}\right); \quad 4) -a \cdot (-b) \cdot (-c); \quad 6) \frac{14}{15}x \cdot \frac{3}{28}y.$$

- 1143.** Упростите выражение и подчеркните его коэффициент:

$$1) -3,8a \cdot (-1,5b) \cdot (-1,6c); \quad 3) -1\frac{1}{3}x \cdot \left(-2\frac{1}{4}y\right) \cdot 3,5;$$

$$2) -2a \cdot (-2,5b) \cdot 2\frac{3}{5}c; \quad 4) \frac{5}{8}a \cdot \left(-\frac{8}{15}b\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}c\right).$$

1144. Найдите числовое значение выражения:

- 1) $\frac{3}{8} \cdot a + 1\frac{1}{5} \cdot b$, где $a = -5\frac{1}{3}$ и $b = -4\frac{1}{6}$;
2) $-\frac{2}{7} \cdot x - \frac{3}{4} \cdot y$, где $x = -3\frac{1}{2}$ и $y = -1\frac{1}{3}$.

Решите уравнение (**1145–1146**):

1145. 1) $0,9 \cdot (-4x) \cdot (-0,5) = -6,3$; 2) $-0,24 \cdot (-0,5y) \cdot (-10) = -1,2$.

1146. 1) $-2,4 : 2,3 = x : 6,9$; 2) $y : (-3,5) = 4 : 1,4$.

1147. Сумма лет трех братьев Рахмана, Азиза и Рауфа равна 74 годам. 10 лет назад сумма их лет составляла 47. Сколько лет Рахману, если он на 28 лет старше Рауфа?

1148. Какими цифрами надо заменить буквы *A*, *B*, *C* и *D*, чтобы равенство $AAAA + BBBB - CC + D = 1995$ было верным? Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры.

1149. Вычислите: $-1\frac{3}{4} \cdot 6,5 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) - 3,75$.

А) 2,75. Б) -10,25. В) 10,25. Г) -2,75.

1150. Упростите выражение и выделите его коэффициент:

- 1) $-0,1a \cdot (-10b)$; 3) $-0,7c \cdot 0,4d$; 5) $-1,6xy \cdot (-0,5)$;
2) $1,2a \cdot (-b) \cdot 0,5c$; 4) $5cd \cdot (-0,2)$; 6) $0,18a \cdot (-10b)$.

1151. Упростите выражение и подчеркните его коэффициент:

- 1) $-7,5 \cdot 10 \cdot x$; 3) $1\frac{4}{9} \cdot a \cdot \left(-1\frac{5}{13}b\right)$;
2) $6 \cdot (-8,5)y$; 4) $-1\frac{5}{7}x \cdot \left(-1\frac{1}{13}y\right) \cdot 2,6$.

1152. Упростите выражение и подчеркните его коэффициент:

- 1) $2a \cdot (-3b) \cdot (-5c)$; 3) $2\frac{4}{9}x \cdot \left(-1\frac{7}{11}y\right) \cdot (-2,5z)$;
2) $-1,85a \cdot (-2,4b) \cdot (2,5c)$; 4) $-\frac{2}{3}a \cdot 1\frac{1}{14}b \cdot \left(-1\frac{1}{6}c\right)$.

1153. Найдите числовое значение выражения:

- 1) $-2,8a$, где $a = -1,5$; 2,65; -5,5; $-1\frac{1}{14}$;
2) $5,1b$, где $b = -10$; -0,01; $1\frac{8}{17}$; $-2\frac{2}{3}$.

Пример. Упростите выражение $8a - 6a - 4a$.

Решение. Это выражение можно записать в виде суммы:

$$8a - 6a - 4a = 8a + (-6a) + (-4a),$$

следовательно, его члены можно назвать слагаемыми.

В этом примере слагаемые $8a$, $-6a$, $-4a$ являются множителями при одной и той же букве, т. е. **они различаются только коэффициентами. Такие слагаемые называются подобными членами.**

Согласно распределительному закону умножения, общий множитель a можно вынести за скобки:

$$8a - 6a - 4a = (8 - 6 - 4)a = -2a.$$

Ответ: $-2a$.

Таким образом, запись данного выражения $8a - 6a - 4a$ удалось сократить до выражения $-2a$, т. е. заменить его более кратким. Для этого следует:

- 1 - й шаг: сложить коэффициенты подобных членов;
2 - й шаг: умножить результат на общий буквенный множитель.

Такое упрощение выражения называется **приведением подобных членов**.

Вы знаете распределительный закон умножения относительно сложения: $(a + b) \cdot c = ac + bc$, какими бы ни были числа a , b и c .

Выражение $(a + b) \cdot c$ можно заменить выражением $ac + bc$, выражение $c \cdot (a + b)$ можно заменить выражением $ca + cb$. Эти замены также называются раскрытием скобок.

Замена выражения $ac + bc$ выражениями $(a + b) \cdot c$ или $c \cdot (a + b)$ называется вынесением общего множителя c за скобки.

1154. 1) Какие члены выражения называются подобными?

- 2) Что вы понимаете под приведением подобных членов?
3) Назовите подобные члены $4x - 2x + 3x + 7$ и приведите их.

Раскройте скобки и приведите подобные члены (**1155–1157**):

- 1155.** 1) $-(-7a + 5) - 4,5a + 2,8$; 3) $(3b - 2) \cdot (-5) + 4$;
2) $-8(c - 3) + 9c$; 4) $(2,4x - 1) \cdot (-0,5) - 0,5x$.

- 1156.** 1) $3(a - 1) - 2(4 - 2a) - a$; 3) $0,4(b - 5) - 1,4 + b$;
2) $-(1 - c) - 1,1c$; 4) $-1,7y - 6(9 + 0,7y)$.

- 1157.** 1) $-(5 - 0,1x) + 1,9x - 1,3$; 3) $-7,1y - 2(2 - 3,55y)$;
2) $-6z - (3 + 2z)$; 4) $-2,4y - 3(4 + 1,2y)$.

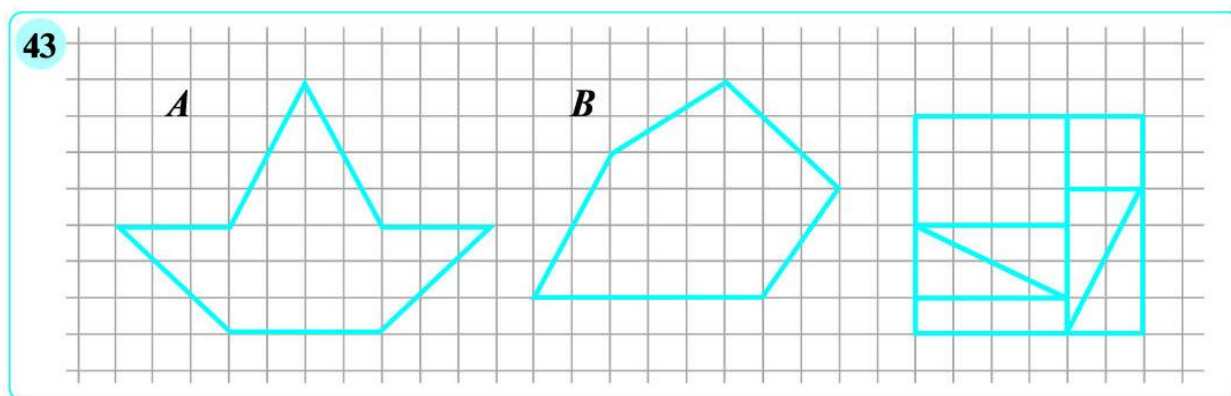
Приведите подобные члены (**1158–1161**):

- 1158.** 1) $-8a - 5a + 7a + 2a$; 3) $21b - 10b + 9b - 12b$;
2) $-5x + 6x - 3x + 7x$; 4) $15x - 7x + 9x - 3x$.
- 1159.** 1) $-1,8m + 2,8m - 4,5m - 2,9m$; 3) $1\frac{4}{9}z - 3\frac{5}{9}z + 2\frac{7}{9}z - 2\frac{2}{9}z$;
2) $1,3n - 4,3n - 5,7n - 2,9n$; 4) $2\frac{1}{7}y + 1\frac{4}{7}y - 4\frac{5}{7}y - 3\frac{5}{7}y$.
- 1160.** 1) $18a - 13b + 2a + 3b$; 3) $-8x + 3,5y + 3x + 1,5y$;
2) $6a + 7a - 9,24b + 2,24b$; 4) $\frac{5}{7}x - \frac{7}{11}y - \frac{4}{7}x + \frac{3}{11}y$.
- 1161.** 1) $-a + b + 1,4a - 1,4b$; 3) $\frac{2}{3}a - b - \frac{3}{5}a + 1\frac{1}{4}b$;
2) $-3,8a - 4,2b + 1,9a + 2,3b$; 4) $3a + 27 + 2a - 22$.
- 1162.** Раскройте скобки и приведите подобные члены:
1) $5(2a - 7) - 2(3a - 5)$; 3) $-7(3c - 5) + 4(2c - 7)$;
2) $1,8d + (-1,5d + 4) \cdot 3 + 2,7d$; 4) $-2(5b - 4) + 3(-2b - 7)$.
- 1163.** Упростите выражение и найдите его числовое значение:
1) $7x - 4y + 5x - 6y + 9y$, где $x = 1\frac{1}{12}$, $y = -1,8$;
2) $-8,7y + 15 - 2,3y - 7,5$, где $x = 2\frac{3}{11}$; $1\frac{3}{22}$.
- 1164.** Решите уравнение:
1) $3 \cdot (3x + 5) - 4 \cdot (3x - 5) = 0$;
2) $-7 \cdot (2x - 3) + 5 \cdot (3x - 2) = 0$.
- 1165.** Найдите значение выражения, пользуясь распределительным законом:
1) $17 \cdot 679 + 17 \cdot 321$; 3) $9,76 \cdot 3,41 + 6,59 \cdot 9,76$;
2) $2\frac{1}{7} \cdot 3\frac{5}{9} + 6\frac{6}{7} \cdot 3\frac{5}{9}$; 4) $4\frac{7}{11} \cdot 3\frac{8}{13} - 4\frac{7}{11} \cdot 2\frac{8}{13}$.
- 1166.** Упростите выражение и подчеркните коэффициенты:
1) $-7a \cdot (-3,5b) - 4,5a \cdot (-4,5b)$;
2) $4,4a \cdot (-3b) \cdot (-2,5c) - 3,2a \cdot (-8,5b) \cdot (-2c)$;

$$3) 12x \cdot (-3y) \cdot 1\frac{5}{18} - 4x \cdot (-7y) \cdot 2\frac{5}{28};$$

$$4) 2,7x \cdot (-1\frac{5}{9}y) \cdot 1\frac{3}{14}z - 3,9y \cdot (-1\frac{2}{13}x) \cdot 1\frac{1}{15}z.$$

1167. Перерисуйте фигуры A и B (рис. 43) и разбейте их на такие фигурки, из которых можно составить квадрат.



1168. Вычислите: $(2\frac{3}{4} - 0,25) \cdot 0,8 - 1\frac{2}{3} \cdot 1,8$.

А) 1; Б) -1; В) -1,5; Г) 1,5.

Приведите подобные члены (**1169–1170**):

1169. 1) $5a + 3a - 7a - 2a$;

3) $2,8x + 3,5x - 1,8x - 2,5x$;

2) $-4b + 5b - 6b + 3b$;

4) $3\frac{2}{11}x + 2\frac{3}{7}x - 1\frac{2}{11}x - 1\frac{3}{7}x$.

1170. 1) $19a - 12b - 7a + 24b$;

3) $7,5x - 9,4y - 3,5x + 4,4y$;

2) $6a - 5a - 6b + 5b$;

4) $\frac{6}{7}x - \frac{5}{13}y - \frac{2}{7}x - \frac{1}{13}y$.

1171. Раскройте скобки и приведите подобные члены:

1) $4(a - 3) - 3(a + 2)$;

3) $1,8(5x - 4) - 2,5(4x - 3)$;

2) $-3(2a - 4) + 2(4a + 7)$;

4) $-2\frac{1}{9}\left(1\frac{8}{19}y - 3\right) + 6\frac{2}{3}(1 - y)$.

1172. Упростите выражение и найдите его значение:

1) $5a - 7b + 3a - 2b$, где $a = -1,75$; $b = 1\frac{1}{9}$;

2) $3,5x - 1\frac{1}{7}y - 1,2x + 2\frac{3}{7}y$, где $x = -1,5$; $y = 0,7$.

1173. Решите уравнение:

- 1) $5 \cdot (2x - 1) - 3 \cdot (3x + 2) = 0$;
- 2) $-8 \cdot (3x - 2) + 5 \cdot (5x - 3) = 0$;
- 3) $-9 \cdot (2x - 7) + 17 \cdot (x - 1) = 0$;
- 4) $7 \cdot (2 - 3x) - 5 \cdot (3 - 4x) = 14$.

1174. Вычислите значение выражения, используя распределительный закон умножения:

- 1) $19 \cdot 761 + 19 \cdot 239$;
- 2) $87 \cdot 324 - 37 \cdot 324$;
- 3) $4\frac{5}{9} \cdot 3\frac{10}{11} + 5\frac{1}{11} \cdot 4\frac{5}{9}$;
- 4) $6,25 \cdot 17,83 - 7,83 \cdot 6,25$;
- 5) $7,68 \cdot 19,91 + 7,68 \cdot 80,09$;
- 6) $5\frac{7}{13} \cdot 13\frac{9}{14} - 5\frac{7}{13} \cdot 12\frac{9}{14}$.

1175. Упростите выражение и подчеркните коэффициенты:

- 1) $-2x \cdot (-3,6y) \cdot 1\frac{1}{9} + 4x \cdot (-3y) \cdot 1\frac{1}{6}$;
- 2) $2,8x \cdot (-0,5y) \cdot 3,5 - 2y \cdot (-2,5x) \cdot 0,2$.

56

Решение уравнений

С понятиями «уравнение», «решение уравнения» и «корень уравнения» вы познакомились в 5-м классе. Рассмотрим теперь пример составления уравнения.

Задача 1. Одна из сторон треугольника меньше другой его стороны на 3 см, но больше третьей его стороны на 2 см. Найдите длины сторон треугольника, если его периметр равен 52 см.

Решение. Обозначим длину первой стороны треугольника через x (см). Тогда длина второй стороны треугольника составит $(x + 3)$ (см), а третьей стороны — $(x - 2)$ (см). Согласно условию задачи:

$$x + (x + 3) + (x - 2) = 52.$$

Приведя подобные члены, приходим к уравнению $3x + 1 = 52$, где x — неизвестное число, а именно — длина первой стороны треугольника.

Величины $3x$, 1 , 52 называются **членами уравнения**. Члены уравнения, не содержащие x , т. е. 1 и 52 , называются **свободными членами**.

Это уравнение решается так:

- 1) К обеим частям уравнения $3x + 1 = 52$ прибавим число (-1) :

$3x + 1 + (-1) = 52 + (-1)$, откуда $3x = 52 - 1$, так как $1 + (-1) = 0$.

Уравнение $3x = 52 - 1$ соответствует тому, что получится, если к обеим частям уравнения $3x + 1 = 52$ прибавить -1 . В результате приходим к уравнению $3x = 51$.

2) Разделим обе части уравнения $3x = 51$ на 3:

$3x : 3 = 51 : 3$, откуда $x = 17$.

Тогда длины сторон треугольника равны 17 (см), 20 (см), 15 (см).

Проверка: $17 + 3 = 20$, $15 + 2 = 17$, $17 + 20 + 15 = 52$.

Ответ: 17 см, 20 см, 15 см.

В процессе решения уравнения, соответствующего условию задачи 1, приходим к следующим выводам:

Свойство 1. Любой член уравнения можно перенести из одной части уравнения в другую, изменив при этом его знак на противоположный.

Свойство 2. Все члены уравнения можно умножить или разделить на число, отличное от нуля.

Эти свойства называются *основными свойствами уравнения*. Использование этих свойств не меняет корней уравнения.

Задача 2. Решить уравнение $5(-2x + 3) = 10 - 4x$.

Решение. **Этапы решения** уравнения следующие:

1) раскрываем скобки: $-10x + 15 = 10 - 4x$;

2) в соответствии со свойством 1 члены уравнения, содержащие неизвестное число x , переносим в левую часть уравнения, свободные члены переносим в правую часть: $-10x + 4x = 10 - 15$;

3) приводим подобные члены: $-6x = -5$;

4) согласно свойству 2, обе части уравнения делим на (-6) :

$-6x : (-6) = -5 : (-6)$, откуда $x = \frac{5}{6}$.

Проверка. 1) $5 \cdot \left(-2 \cdot \frac{5}{6} + 3\right) = -\frac{25}{3} + 15 = \frac{20}{3}$ (левая часть);

2) $10 - 4 \cdot \frac{5}{6} = 10 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3}$ (правая часть).

Следовательно, уравнение решено правильно.

Ответ: $\frac{5}{6}$.

1176. 1) Что понимается под решением уравнения? Что такое корень уравнения?

2) Сформулируйте основные свойства уравнения.

3) Уравнение $2(x - 3) = 6 - x$ решите с объяснениями. Назовите этапы решения.

Решите уравнение (**1177–1179**):

1177. 1) $4x + 3 = x - 9$; 3) $42 - x = 2x + 9$; 5) $7x + 3 = 3x + 27$;
2) $2x - 19 = 8 - x$; 4) $3x - 7 = 2x + 3$; 6) $20 + 3x = 4 - x$.

1178. 1) $5(x + 4) = 9x + 12$; 3) $6 - x = 3(x - 2)$;
2) $8 - 5(4 - 3x) = 18$; 4) $17 - x = 4(2 - x)$.

1179. 1) $0,25x + 0,4x = 7 - 0,35x$; 3) $0,3x - 0,8x + 5 = x - 4$;
2) $4(2,5 - x) - 4,5 = 12,5$; 4) $2,5x + 9,5 = 3 - x$.

1180. Которое из чисел 1; 2; -1; 3; 0,5 будет корнем уравнения $4(2x + 3) = 7(x + 2)$?

Решите задачи (**1181–1190**) различными способами (составляя уравнение, арифметическим способом):

1181. Сумма двух последовательных натуральных чисел равна 821. Найдите эти числа.

1182. Сумма двух последовательных нечетных чисел равна 452. Найдите эти числа.

1183. Сумма двух последовательных четных чисел равна 4026. Найдите эти числа.

1184. Сумма двух последовательных чисел, кратных 3, равна 1 569. Найдите эти числа.

1185. Одно число на 30 больше другого. 10% первого числа составляют 15% второго. Найдите эти числа.

1186. Одно число на 60 меньше другого. 20% первого числа на 4 больше 10% второго. Найдите эти числа.

1187. Муяссар задумала число. Она умножила его на 5 и разделила на 4. Из результата вычла 10. 30% полученного числа разделила на 3, получилось 8. Найдите это число.

1188. Сумма трех чисел равна 270. Эти числа относятся как 3 : 2 : 4. Чему равно каждое число?

- 1189.** Всего в трех шкафах 253 книги. В первом шкафу на 11 книг больше, чем во втором, но на 6 меньше, чем в третьем. Найдите, сколько книг в каждом шкафу.
- 1190.** Сумма длин смежных сторон прямоугольника равна 52 см, его длина в 1,6 раза больше ширины. Найти его длину и ширину.
- 1191.** Сумма трех последовательных целых чисел равна -630 . Найдите эти числа.
- 1192.** (*Задача аль-Хорезми.*) Если вычесть из числа его треть и его четверть, останется 8. Найдите это число.
- 1193.** Сумма четырех последовательных целых чисел, кратных 9, равна -414 . Найдите эти числа.
- 1194.** Сумма: 1) 3; 2) 5; 3) 10; 4) 1001 последовательных целых чисел равна 0. Найдите эти числа.
- 1195.** Четырехзначное число оканчивается цифрой 0. Если зачеркнуть 0, данное число уменьшится на 8 883. Чему равно это число?
- 1196.** Как можно найти значение выражения, не вычисляя его:
- 1) $125 + 79 - 79 + 79 - 79 + 79 - 79 + 79 - 79 + 79 - 79$;
 2) $1\,500 - 49 + 65 + 49 - 65 - 208 + 72 + 208 - 72$;
 3) $25 \cdot 11 : 11 \cdot 11 : 11 \cdot 11 : 11 \cdot 11 : 11 \cdot 11 : 11 \cdot 11 : 11 \cdot 11 : 11$;
 4) $1\,050 : 49 \cdot 49 \cdot 54 \cdot 3 : 54 \cdot 75 : 75 : 3$?
- 1197.** Подставьте вместо звездочек такие цифры, чтобы в результате получилось верное равенство:
- 1) $(**)^3 = ***7$; 2) $(**)^3 = ***8$.
- 1198.** Вычислите: $-\frac{8}{9} \cdot 12,25 \cdot 1\frac{1}{8} - (-2,25)$.
 А) 10; Б) -10 ; В) $-14,5$; Г) 14,5.
- Решите уравнение (**1199–1201**):
- 1199.** 1) $x + 2 = -x + 14$; 3) $45 - 2x = 3x + 5$; 5) $4x - 7 = 2x - 3$;
 2) $2x - 3 = x + 1$; 4) $9x - 32 = 2 + 5x$; 6) $8x - 3 = x + 11$.
- 1200.** 1) $7x + 14 = 35$; 2) $2x : 9 = 4$; 3) $\frac{1}{2}x : 7 = 8$.
- 1201.** 1) $5(x - 1) + 7 = 3(x + 1) + 1$; 3) $3(4 - x) + 1 = 2(3 - x) + 6$;
 2) $2(x + 1) + 3 = 3(x - 1) + 6$; 4) $7(5 - x) + 2 = 5(6 - x) + 1$.
- 1202.** Одно число меньше другого на 10. 20% первого числа больше 15% второго на 2. Найдите эти числа.



1203. Которое из чисел -3 ; -2 ; 0 ; 1 ; 2 будет корнем следующих уравнений?

1) $6x + 7 = 3x + 10$; 3) $2x + 7 = 6x - 1$; 5) $8x - 5 = 3x - 5$;

2) $5x + 7 = x - 1$; 4) $2x - 7 = 4x + 3$; 6) $5x + 3 = 6x + 1$.

1204. Сумма трех последовательных натуральных чисел равна 336. Найдите эти числа.

1205. Сумма трех последовательных чисел, кратных 3, равна 2178. Найдите эти числа.

1206. Сумма трех последовательных целых чисел равна -30 . Найдите эти числа.

57

Решение задач

1207. Приведите подобные члены:

1) $5a + 3a + 7a$;

3) $8b - 3b + 7b - 13b$;

2) $-4a - 7a + 10a$;

4) $-1\frac{1}{3}b - 2\frac{2}{3}b + 3b - 1\frac{1}{7}b$.

1208. Раскройте скобки и приведите подобные члены:

1) $2a - (3a - 4) + (5a - 1)$;

3) $0,7(2 - b) - (3 - 2b) + 1,1b$;

2) $-3(a - 3) - (2a + 8) + 4a$;

4) $1\frac{5}{7}\left(7 - \frac{7}{12}a\right) - 2\frac{2}{3}\left(9 - \frac{3}{8}b\right)$.

1209. Решите уравнение:

1) $4(x - 3) - 3(x + 2) = -19$;

3) $-5(7 - x) - 4(x - 8) = 3$;

2) $2,5(4 - 2x) - 5(1 - 3x) = 5$;

4) $\frac{2}{3}(3x - 1) - \frac{1}{9}\left(9x - 2\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$.

1210. Длина отрезка AB на 5 см больше длины отрезка CD . Отрезки AB и CD будут иметь равные длины, если длину AB увеличить на 9 см, а длину CD увеличить в 3 раза. Найдите длину отрезка AB .

1211. В первой машине зерна на 0,8 т больше, чем во второй. Если груз первой машины увеличить в 1,2 раза, а второй машины в 1,4 раза, то они будут загружены поровну. Сколько зерна было в каждой машине первоначально?

1212. Три предприятия получили заказ на изготовление изделий.

Первое предприятие изготовило 0,48 заказа, второе — $\frac{1}{5}$ заказа, а третье — 320 оставшихся изделий. Сколько изделий изготовило каждое предприятие?

1213. В банке вклад первого коммерсанта в 3,6 раза больше, чем второго. Если первый возьмет из банка 9,6 млн сумов, а вклад второго составит еще 84 млн сумов, то денег в банке у каждого будет поровну. Сколько денег на счету у каждого?

1214. Решите уравнение, используя основное свойство пропорции:

$$1) \frac{2,3}{x+4,4} = \frac{4,2}{3x+5,1}; \quad 2) \frac{4,2}{x-2} = \frac{6,3}{7-x}; \quad 3) \frac{2\frac{2}{7}}{x-3} = \frac{4\frac{4}{7}}{x-2}.$$

1215. Решите уравнение:

$$1) 2x + 1 + 3(x - 2) = 14; \quad 3) -(x - 5) - 1,2(5 - 4x) = 2,8;$$
$$2) 2(x - 4) - 5(x - 6) = 1; \quad 4) -1\frac{1}{3}(x - 3) - \frac{2}{3}(x + 1,5) = 5.$$

1216. Упростив выражение, найдите его числовое значение:

1) $(3c + 5d) - (c - 3d)$, где $c = 0,4$; $d = 1\frac{1}{8}$;

2) $(7a - 4,5b) - (2,5a + 1,5b)$, где $a = 1\frac{4}{11}$; $b = 1\frac{1}{3}$;

3) $\left(7\frac{1}{7}x + 8y\right) - \left(2\frac{1}{7}x - 3y\right)$, где $x = -1,2$; $y = -1\frac{7}{11}$.

1217. 1) Удалите из таблицы три таких числа, чтобы сумма по столбцам и по строкам была одной и той же (рис. 44 а).

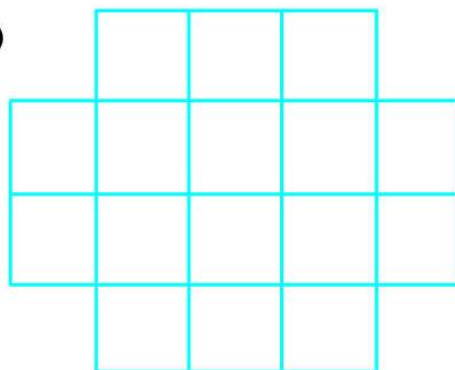
2) Разделите фигуру на три такие части, чтобы из них можно было составить квадрат (рис. 44 б).

44

а)

-7	-8	-3	-5
-2	-9	-4	-7
-3	-4	-5	-6
-6	-2	-3	-7

б)



- 1218.** Разместите в кружках цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, чтобы получилось верное равенство:

$$\bigcirc\bigcirc \cdot \bigcirc\bigcirc = \bigcirc\bigcirc \cdot \bigcirc\bigcirc\bigcirc = 5\,568.$$

Составьте подобные примеры самостоятельно.

- 1219.** Вычислите: $5,8 - \frac{3}{7} \cdot 2,2 \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

А) 3,6. Б) -8. В) -3,6. Г) 8.

- 1220.** Раскройте скобки и приведите подобные члены:

1) $-2(4a - 3) + 3(2a - 5)$; 3) $-4(x + 3) + 2(5 - 2x)$;

2) $3,5(x - 2) - \frac{5}{7}(7x - 1,4)$; 4) $-(3b - 1) - 4(b + 2)$.

- 1221.** Решите уравнение:

1) $4(3x - 2) = 10x + 15$; 3) $-2(x - 3) = 4x - 12$;

2) $2,8(3 - x) = 1,5(2 - x)$; 4) $-\frac{4}{7}\left(1\frac{3}{4}x - 2\right) = 2,5(x - 2) + 1\frac{1}{7}$.

- 1222.** Проволоку длиной 84 м разделили на два мотка. Длина 0,4 проволоки из первого мотка равна длине 0,3 проволоки второго мотка. Сколько метров проволоки было в каждом мотке?

- 1223.** Периметр треугольника 80 см. Длина одной из его сторон на 4 см больше длины второй, но короче третьей на 3 см. Найдите длины сторон треугольника.

- 1224.** Сумма трех последовательных четных чисел равна 3 000. Найдите эти числа.

- 1225.** Сумма трех последовательных нечетных чисел равна 3 003. Найдите эти числа.

- 1226.** Периметр прямоугольника 56 см. Найдите длины его сторон и площадь, если основание в 1,8 раза больше высоты.

- 1227.** Решите уравнение, используя основное свойство пропорции:

1) $\frac{x+3}{4} = \frac{4x-1}{3}$; 2) $\frac{x-7}{4} = \frac{x-3}{5}$; 3) $\frac{6,4}{x+3} = \frac{8}{6-x}$.

1. Решите уравнение: $3(x + 1) = 5(x + 1) + 4$.
А) 2. Б) -3. В) 1. Г) -1.
2. Решите уравнение: $-2x + 3 = 3x + 8$.
А) 1. Б) -1. В) 0. Г) 2.
3. Сумма двух чисел равна 140. Найдите эти числа, если 8% первого числа равны 6% второго.
А) 60; 80. Б) 75; 65. В) 50; 90. Г) 70; 70.
4. Сумма двух чисел равна 140, их разность равна 60. Найдите эти числа.
А) 70; 70. Б) 110; 30. В) 100; 40. Г) 80; 60.
5. На одной полке в 3 раза больше книг, чем на другой. Сколько книг на каждой полке, если всего на обоих полках 108 книг?
А) 81; 27. Б) 75; 33. В) 28; 80. Г) 72; 36.
6. Сумма трех последовательных целых чисел равна -3. Найдите эти числа.
А) -3, 0, 3. Б) -2, -1, 0. В) -1, 1, 2. Г) 10, -1, 2.
7. Найдите значение выражения: $-0,1 - 0,1 - 0,1$.
А) -0,1. Б) -0,01. В) -0,001. Г) -0,3.
8. Решите уравнение, используя основное свойство пропорции:

$$\frac{5}{4x-1} = \frac{2}{2x-1}.$$

- А) 2,5. Б) -1,5. В) 1. Г) 1,5.



Исторические сведения

Уравнение вида $ax + b = 0$ называется **линейным уравнением**. Способы решения линейных уравнений и уравнений, которые называются **квадратными уравнениями** (с ними вы познакомитесь позже), изложил наш соотечественник, великий математик Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми в своем произведении «Китаб аль-джебр валь-мукабала» (Книга о восстановлении и противопоставлении). Книга была переведена на латынь, на европейские языки и выдержала несколько изданий.

Начиная с XIV века во всем мире стала изучаться наука **алгебра**, основы которой заложил аль-Хорезми. По этой книге изучали начала алгебры в средневековых университетах. Термин «алгебра» происходит от передачи названия «аль-джебр» в латинской транскрипции.

Подчеркивая важность решения прикладных задач, аль-Хорезми пишет: «... я посвятил решению простых и сложных задач арифметики написанное мною сочинение **«Книга о восстановлении и противопоставлении»**, так как при разделе наследства, составлении завещания, разделе скота и в юридических вопросах, в торговле, при заключении сделок, а также в землемерии, при прокладывании арыков, в инженерии и других подобных делах эти знания необходимы людям».

Термин «аль-джебр» означает **«восстановление, восполнение»**. Например, при решении уравнения его члены со знаком «минус» могут быть перенесены в другую часть уравнения со знаком «плюс».

«Валь-мукабала» — **«противопоставление»**, с его помощью приводятся подобные члены уравнения, отбрасываются равные члены уравнения, находящиеся в обеих его частях.

Пример 1. При решении уравнения $4x - 15 = 6 - 2x$ применим **метод аль-Хорезми**. Согласно правилу «аль-джебр», выражение $-2x$ в правой части уравнения перенесем, изменив его знак, в виде $+2x$ в левую часть, а свободный член -15 перенесем, изменив его знак, в правую часть в виде $+15$: $4x + 2x = 6 + 15$, откуда, после приведения подобных членов, придем к уравнению $6x = 21$. Тогда $x = 21 : 6$, т. е. $x = 3,5$. Ответ: 3,5.

Пример 2. Решите уравнение $5(x - 1) - 10 = 4(x - 2)$.

Решение. Раскроем скобки: $5x - 5 - 10 = 4x - 8$. Перепишем уравнение в следующем виде: $x + 4x - 5 - 2 - 8 = 4x - 8$.

По правилу «валь-мукабала» отбросим члены $4x$, -8 . Придем к уравнению $x - 5 - 2 = 0$. По правилу «аль-джебр», $x = 5 + 2$, $x = 7$.

Ответ: $x = 7$.

§ 9. Координаты на плоскости

58

Перпендикулярные прямые. Параллельные прямые

1. Перпендикулярные прямые. Вы познакомились в 5 классе с понятием угла, развернутым и прямым углами.

На рисунке 45 *a* прямые *a* и *b* пересекаются под прямым углом. В этом случае прямые *a* и *b* называются **перпендикулярными** или, точнее, **взаимно перпендикулярными прямыми**. Перпендикулярность прямых *a* и *b* обозначается так: $a \perp b$ (или $b \perp a$).

Ч и т а е т с я : прямые *a* и *b* взаимно перпендикулярны.

45



Отрезки или лучи, лежащие на взаимно перпендикулярных прямых, называются **перпендикулярными отрезками (лучами)**. Например, смежные стороны прямоугольника (квадрата) — взаимно перпендикулярные отрезки.

2. Параллельные прямые. Две непересекающиеся прямые, лежащие в одной плоскости, называются **параллельными прямыми** (рис. 45 б).

Параллельность прямых *a* и *b* обозначается так: $a \parallel b$ (или $b \parallel a$).

Ч и т а е т с я : прямые *a* и *b* (взаимно) параллельны.

Отрезки или лучи, лежащие на параллельных прямых, называются **параллельными отрезками или лучами**.

Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести одну и только одну прямую.

Противоположные стороны прямоугольника, квадрата — параллельные отрезки.

1228. 1) Какие прямые называются перпендикулярными прямыми? Нарисуйте соответствующий рисунок и покажите на нем перпендикулярность прямых значком $\perp$.

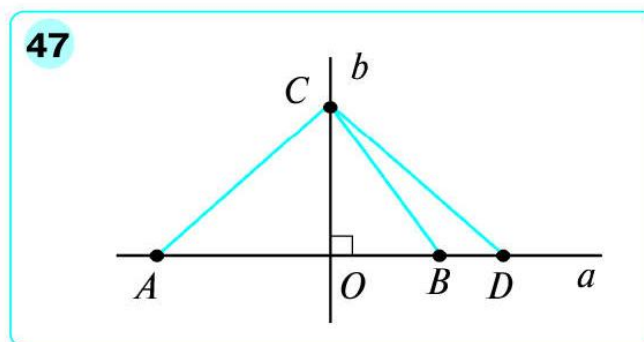
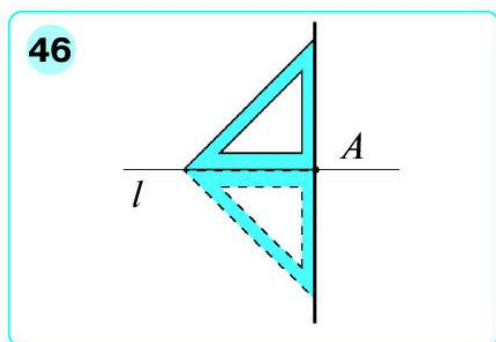
2) Какие прямые называются параллельными? Покажите на рисунке. Параллельность прямых обозначьте значком параллельности.

3) Приведите примеры перпендикулярных и параллельных прямых.

1229. Встречались ли вы в классе или дома с примерами перпендикулярных или параллельных отрезков? Покажите и назовите их.

1230. Начертите квадрат и прямоугольник. Обозначьте их вершины буквами. Обозначьте значками: 1) их перпендикулярность; 2) параллельность.

1231. Основываясь на рисунке 46, покажите, как с помощью чертежного треугольника можно провести через точку A прямую, перпендикулярную прямой l .



1232. Начертите некоторую прямую l . Обозначьте на ней точки A и B . С помощью транспортира или чертежного треугольника проведите через точки A и B прямые, перпендикулярные прямой l . Что можно сказать об этих прямых? Запишите в тетради свои соображения.

1233. Прямые a и b взаимно перпендикулярны (рис. 47). Они пересекаются в точке O . $CO \perp a$. Который из отрезков AC , OC , BC , DC кратчайший? Который самый длинный?

1234. Начертите окружность радиуса 3. На сколько частей разбилась окружность двумя взаимно перпендикулярными диаметрами?

1235. Начертите куб и прямоугольный параллелепипед. Обозначьте их вершины. Значками покажите перпендикулярность и параллельность их ребер.

1236. Начертите прямой угол. Отметьте на его сторонах по точке. Проведите из этих точек перпендикуляры к сторонам угла. Найдите их точку пересечения. Когда эта фигура будет квадратом?

1237. На рисунке 48 показано, как с помощью линейки и чертежного треугольника провести через точку A прямую, параллельную данной прямой l .

1238. Опустите из точек A , B , C и D перпендикуляры на прямые a и b (рис. 49).

1239. Начертите правильный треугольник. Из его вершин опустите перпендикуляры на противоположные стороны и найдите их длины. Сделайте выводы.

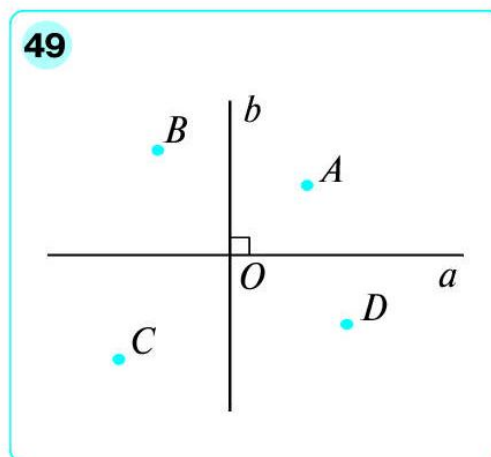
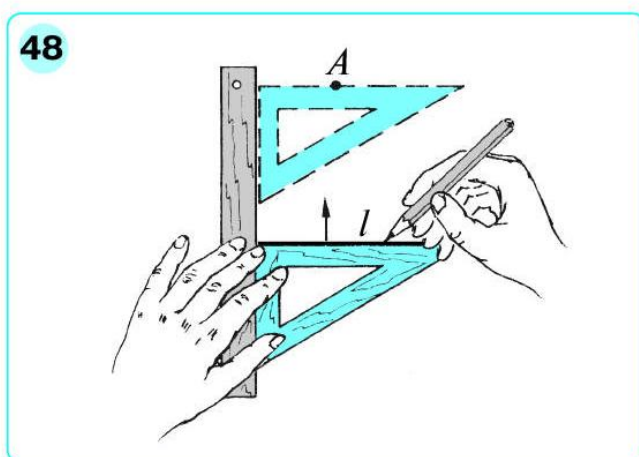
1240. Внутри двух пересекающихся треугольников обозначьте шесть точек, пять из которых лежат внутри одного треугольника, четыре — внутри второго. Начертите соответствующий чертеж.

1241. Начертите прямую a . Обозначьте на ней точки A , B , C . Через эти точки проведите перпендикуляры к прямой a . Обозначьте на этих перпендикулярах параллельные отрезки. Запишите их параллельность соответствующими значками.

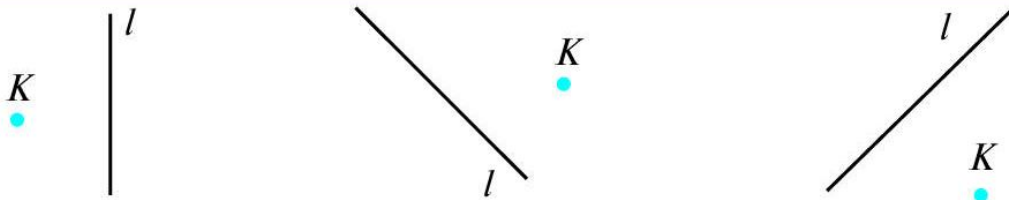
1242. Начертите произвольный треугольник. Обозначьте внутри него некоторую точку. Проведите через эту точку прямые, параллельные сторонам треугольника. На сколько четырехугольников и треугольников разобьется этот треугольник?

1243. Начертите прямую a и обозначьте вне ее точки A и B . Через эти точки проведите прямые, параллельные прямой a .

1244. 1) Начертите прямоугольный треугольник ABC . Через каждую его вершину проведите прямую, параллельную его противоположной стороне. Назовите построенные треугольники.
2) Решите такие же задачи для случаев, когда треугольник ABC остроугольный или тупоугольный.



50



1245. Начертите угол AOB , равный 60° . На его стороне OA обозначьте точку C . Через точку C проведите прямую, параллельную OB , а также прямую, перпендикулярную OB .

1246. Скопируйте в тетрадь рисунок 50. Через точку K проведите прямую: а) параллельную прямой l ; б) перпендикулярную прямой l .

59

Координатная плоскость

На плоскости проведем две взаимно перпендикулярные прямые. Обозначим точку их пересечения через O и отложим от точки O на каждой прямой единичные отрезки, превратив прямые в числовые оси. Горизонтальную числовую ось назовем осью Ox , вертикальную — осью Oy . Точка O называется **началом координат**. Положительное направление на оси Ox — это направление слева направо, на оси Oy — снизу вверх (рис. 51). Говорят, что на плоскости введена **прямоугольная система координат** xOy . Ее ввел французский математик Рене Декарт, поэтому она называется также **декартовой прямоугольной системой координат**.

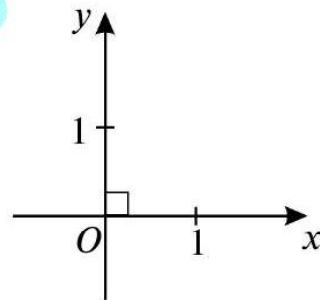
Ось Ox называется **осью абсцисс**, ось Oy — **осью ординат**.

Плоскость, на которой введена система координат, называется **координатной плоскостью**.

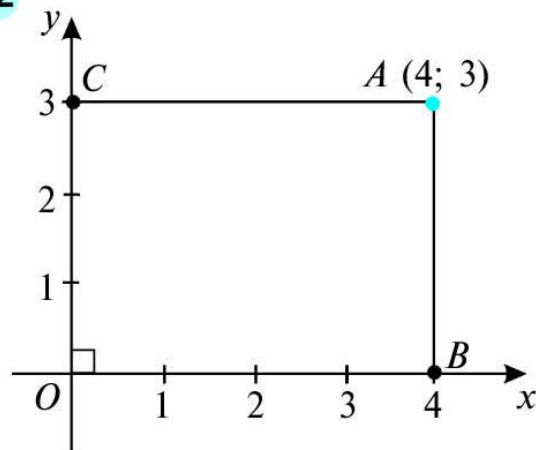
Пусть A — произвольная точка на координатной плоскости. Из точки A опустим перпендикуляры AB и AC на оси Ox и Oy (рис. 52).

Пусть длина $OB = x$, длина $OC = y$. Число x называется **абсциссой** точки A , число y — **ординатой** точки A .

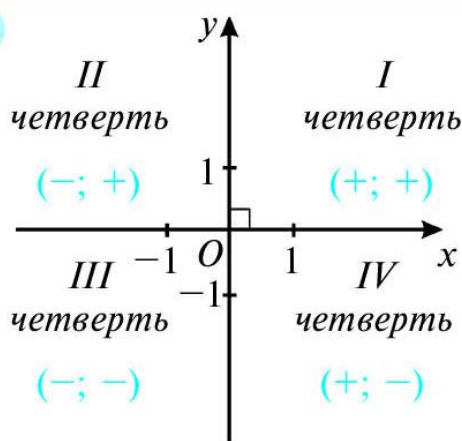
51



52



53



Числа x и y называются **координатами** точки A , которая обозначается $A(x; y)$. На первом месте записывается абсцисса точки, на втором — ордината точки.

На рисунке 52 точка A имеет абсциссу $x = 4$, ординату $y = 3$.

В этом случае точка A на координатной плоскости записывается в виде $A(4; 3)$.

Таким образом, на координатной плоскости: 1) каждой точке A сопоставляются два числа $(x; y)$; 2) произвольно выбранным числам $(x; y)$ можно сопоставить некоторую точку $A(x; y)$ на координатной плоскости; 3) если $x \neq y$, то $(x; y)$ и $(y; x)$ являются координатами **различных точек** на координатной плоскости.

Начало координат O записывается как $O(0; 0)$. Точка B на оси Ox записывается как $B(x; 0)$; точка C на оси Oy записывается как $C(0; y)$. Оси Ox и Oy разбивают координатную плоскость на четыре прямых угла, которые называются **координатными четвертями**.

Расположение координатных четвертей показано на рисунке 53. Имеют место следующие свойства:

Для точки $(x; y)$ в I четверти координаты $x > 0; y > 0$;

Для точки $(x; y)$ во II четверти координаты $x < 0; y > 0$;

Для точки $(x; y)$ в III четверти координаты $x < 0; y < 0$;

Для точки $(x; y)$ в IV четверти координаты $x > 0; y < 0$.

Знаки координат точек в различных координатных углах указаны в скобках на рисунке 53.

Для точек оси Ox ординаты всех точек равны 0: $y = 0$.

Для точек оси Oy абсциссы всех точек равны 0: $x = 0$.

1247. 1) Как вводится на плоскости система координат?

2) Что такое абсцисса? Что такое ордината? Что вы понимаете под координатами точки на плоскости?

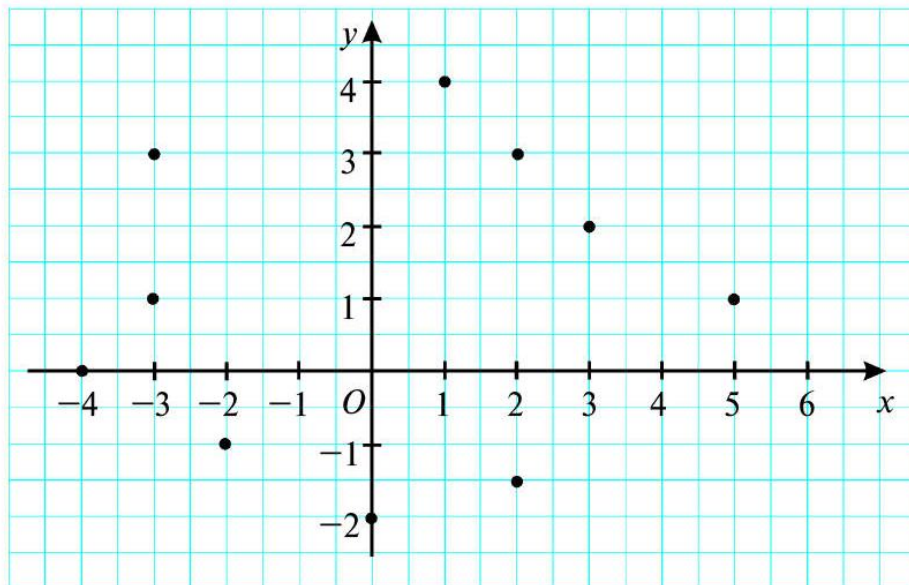
3) Что вы понимаете под координатными четвертями? Знаете ли вы знаки координат точек в каждой координатной четверти?

1248. 1) Где лежат точки, абсциссы которых равны 0?

2) Где лежат точки, ординаты которых равны 0?

Приведите примеры.

54



- 1249.** В каких четвертях лежат точки с отрицательными абсциссами? А точки с положительными ординатами?
- 1250.** Найдите координаты точки пересечения отрезков AB и CD , если: 1) $A(-3; 4)$, $B(2; -1)$, $C(-2; 0)$, $D(4; 3)$; 2) $A(-1; 1)$, $B(1; 2)$, $C(-3; 0)$, $D(2; 1)$.
- 1251.** Запишите координаты точек, отмеченных на рисунке 54. Назовите их абсциссы и ординаты.
- 1252.** Постройте четырехугольник с вершинами в точках: 1) $(1; 1)$, $(-1; 1)$, $(-1; -1)$, $(1; -1)$; 2) $(1; 0)$, $(0; 1)$, $(-1; 0)$, $(0; -1)$. Каким будет этот четырехугольник? Почему?
- 1253.** Начертите окружность с центром в начале координат O и радиусом 2 см. Запишите координаты точек пересечения окружности с осями Ox и Oy .
- 1254.** Начертите прямую, проходящую через точки $(-3; 4)$ и $(2; -1)$. С какими четвертями эта прямая имеет общие точки?
- 1255.** 1) Начертите прямую, проходящую только через две четверти.
2) Может ли прямая проходить только через одну четверть?
- 1256.** Пусть 1 кг изюма стоит 900 сумов. Масса изюма и деньги, заплаченные за него, приведены в таблице. Какова зависимость между этими величинами?

Изюм x (кг)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Плата y (сум.)	0	900	1800	2700	3600	4500	5400	6300	7200	8100	9000

Указание: На оси Ox откладываем массу купленного изюма, на оси Oy — соответствующую ей плату. Обозначьте точки $(x; y)$ и соедините их отрезками.

- 1257.** Постройте на координатной плоскости треугольник с вершинами в точках: 1) $A(1; 1)$, $B(3; 1)$, $C(1; 5)$; 2) $M(0; 0)$, $N(2; 0)$, $K(5; 6)$; 3) $P(2; 2)$, $Q(5; 2)$, $L(3; 6)$. Сможете ли вы определить вид треугольника?
- 1258.** На координатных осях задайте четыре точки, которые могут служить вершинами квадрата. Что можно сказать о координатах этих точек?
- 1259.** Даны три вершины прямоугольника $ABCD$: $A(1; -1)$, $B(1; 3)$, $C(6; 3)$. 1) Найдите координаты его четвертой вершины D ; 2) найдите середины сторон прямоугольника; 3) найдите периметр и площадь прямоугольника $ABCD$.
- 1260.** Постройте квадрат, диагонали которого пересекаются в начале координат, а стороны параллельны осям координат. Сторона квадрата равна 4 см. Найдите координаты вершин этого квадрата.
- 1261.** Найдите на координатной плоскости точки $A(-3; 0)$, $B(-3; 2)$, $C(1; -1)$. 1) Лежат ли они на одной прямой? 2) Найдите координаты середины отрезка AB .
- 1262.** Постройте на координатной плоскости треугольник с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 0)$, $O(0; 0)$ и определите его вид.
- 1263.** В каких четвертях лежит прямая, проходящая через точки: 1) $A(1; 1)$, $B(2; 2)$; 2) $C(-1; -1)$, $D(-2; -2)$; 3) $E(-3; 4)$, $F(2; -1)$? Начертите соответствующий чертеж.
- 1264.** 1) Начертите четырехугольник с вершинами в точках $A(1; 5)$, $B(5; 5)$, $C(1; -1)$, $D(5; -1)$.
2) Начертите четырехугольник с вершинами $A(2; 3)$, $B(6; 3)$, $C(6; 5)$, $D(2; 5)$.
Какими будут эти четырехугольники? Найдите периметры, площади и координаты середин сторон четырехугольников.
- 1265.** $A(2; 1)$, $B(2; 5)$ — вершины стороны AB квадрата $ABCD$. Какими могут быть координаты вершин C и D ?
- 1266.** Докажите, что $A(2; 2)$, $B(-2; 2)$, $C(-2; -2)$, $D(2; -2)$ являются вершинами квадрата. Соедините середины сторон квадрата. Полученный четырехугольник также будет квадратом. Почему? Найдите координаты вершин этого квадрата.
- 1267.** Проведите четыре таких прямых, которые: 1) не пересекаются; 2) пересекаются в трех точках; 3) пересекаются в 6 точках.

Для более наглядного представления о числах, полученных в результате измерения различных величин, о полученных сведениях, о составленных в соответствии с этим таблицах, о практических выводах пользуются **диаграммами**.

Диаграммы могут быть трех видов: *круговые, линейные и столбчатые*. С круговыми диаграммами вы познакомились в 5-м классе.

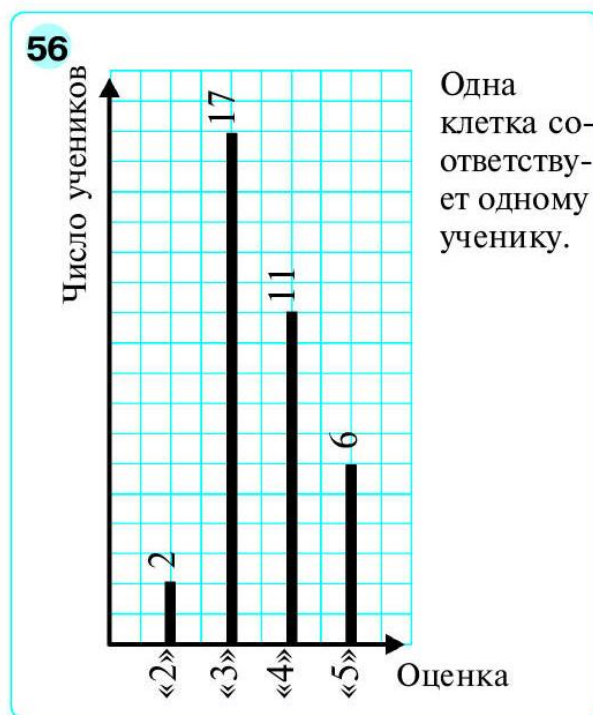
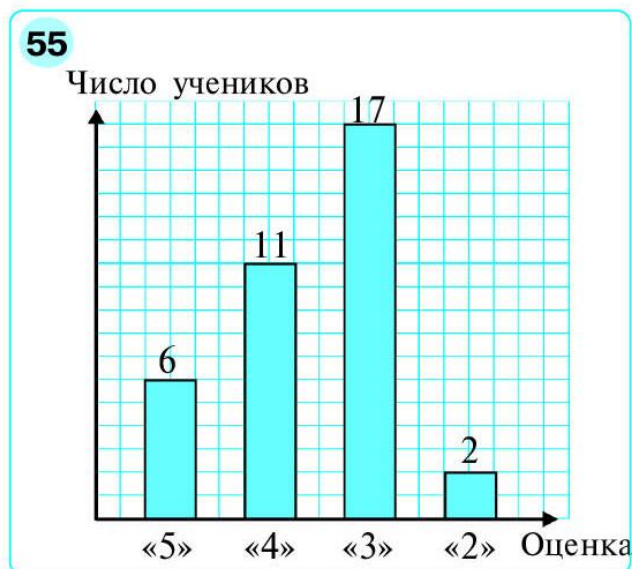
Пример. Результаты проверочной работы по математике в шестом классе даны в следующей таблице:

Оценки	«5»	«4»	«3»	«2»
Число учащихся	6	11	17	2

Выразим эти сведения в виде **столбчатой диаграммы**.

Начертим прямоугольники с равными основаниями и высотами, равными соответствующим данным о числе учеников: 6, 11, 17, 2 (рис. 55). Полученный чертеж дает представление о столбчатой диаграмме. Кроме столбчатых диаграмм существуют линейные диаграммы. Выразим полученные сведения в виде **линейной диаграммы**.

Оценкам «5», «4», «3», «2» соответствуют отрезки длиной 6, 11, 17, 2 (рис. 56). Полученный чертеж соответствует **линейной диаграмме**.



1268. 1) Какие диаграммы вы знаете?

- 2) Что такое столбчатая диаграмма? Покажите на примере.
3) Что такое линейная диаграмма? Покажите на примере.

Для задач постройте соответствующие столбчатые и линейные диаграммы (1269–1271):

1269. В составе земной атмосферы доля азота составляет 78%, кислорода — 21%, аргона и других газов — 1%.

1270. В составе используемого в авиации дюралюминия 95% приходится на алюминий, на медь 4%, на марганец 0,5% и на магний 0,5%.

1271. Металлические зубные протезы состоят на 58% из золота, на 14% из серебра, на 28% из меди.

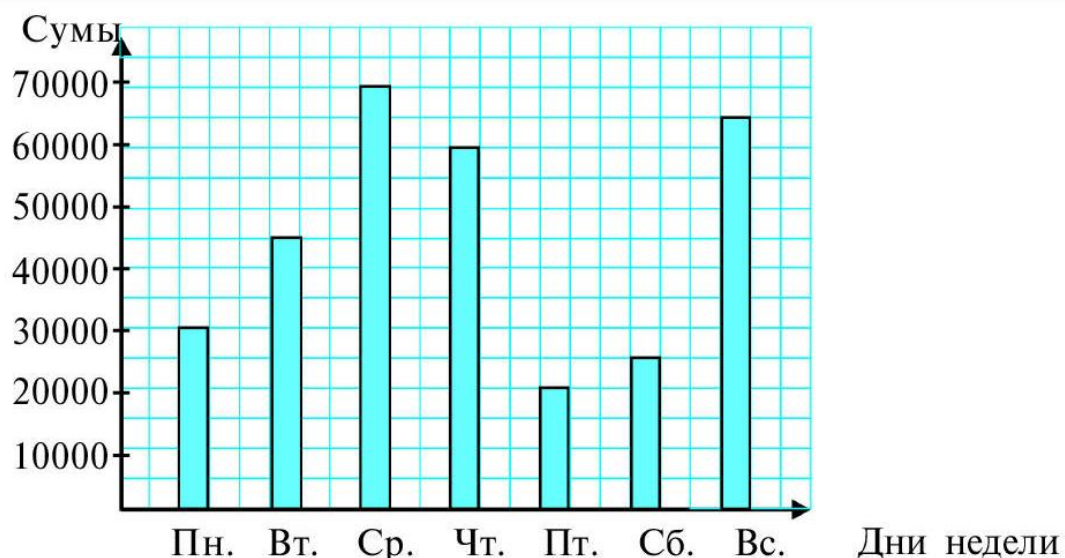
1272. В спортивных секциях состоят 72 ученика. Из них: 15 — в шахматном кружке, 20 занимаются курашом, 10 — боксом, 8 — настольным теннисом, остальные — футболом. Представьте эти данные в виде столбчатой диаграммы.

1273. На рисунке 57 представлены в виде столбчатой диаграммы ежедневные доходы продовольственного магазина.

- 1) В какой из дней доход был наибольшим?
2) В какой из дней доход был наименьшим?
3) Сколько денег составляет недельный доход?

1274. Ученики 6 «А», 6 «Б» и 6 «В» посадили перед Наврузом 26 яблонь, 16 урючин и 12 персиковых деревьев. Представьте в виде столбчатой диаграммы число саженцев в масштабе «1 саженец — 5 мм».

57



1275. Площади областей Ферганской долины составляют: Андижанская — 4,2 тыс. км²; Ферганская — 6,7 тыс. км²; Наманганская — 7,4 тыс. км². Составьте столбчатую диаграмму в масштабе 1 тыс. км² — 1 см. Основание столбца — 1 см.

1276. Учебный год состоит из 34 недель и так разбит на четверти: I четверть — 9 недель, II четверть — 7 недель, III четверть — 10 недель, IV четверть — 8 недель. Составьте столбчатую диаграмму в масштабе: 1 неделя — 0,5 см. Основание столбца — 1 см.

1277. В школе с углубленным изучением математики результаты теста для учеников 6-го класса таковы:

Баллы	71–80	81–90	91–100
Число учащихся	4	16	10

Сведения представьте в виде столбчатой диаграммы.

1278. Фермер в своем саду собрал 8 т груш, 5 т слив, 6 т винограда и 10 т яблок. Представьте эти сведения в виде столбчатой диаграммы.

1279. На малом предприятии выпуск изделий за год представлен поквартальными сведениями, сведенными в таблицу:

Кварталы	I	II	III	IV
Выпуск товара (в тысячах штук)	12	14	18	16

Эти данные приведите в виде столбчатой диаграммы.

1280. Распределение времени учителя:

Вид занятий	Школа	Отдых	Подготовка к урокам	Обед	Прочие занятия	Сон
Потраченное время (в часах)	7	1	3	1	4	8

Эти сведения изобразите в виде столбчатой диаграммы.

1281. Число мальчиков и девочек в вашем классе выразите в виде столбчатой диаграммы.

1282. Выразите данные таблицы в виде диаграммы:

Океаны	Тихий	Атлантический	Индийский	Северный Ледовитый
Площадь (млн км ²)	179,7	93,4	74,9	13,1

Масштаб: 10 млн км² — 1 см.

1283. Число ошибок учеников 6-го класса в диктанте по родному языку дано в таблице:

Число ошибок	0	1	2–4	5–6	больше 6
Число учеников	3	5	15	6	1

Отразите эти данные в столбчатой диаграмме.



61

Графики

График — это чертеж, отражающий зависимость между величинами. На графике зависимость между двумя величинами особенно наглядна.

В таблице дано изменение температуры через каждые два часа в течение суток:

Время (ч), t	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Температура, $T(^{\circ}\text{C})$	-1	-3	-2	0	1	3	6	8	7	5	2	0	-3

58



Основываясь на таблице, для построения графика зависимости между временем и температурой:

- 1) на координатной плоскости tOT отметим точки (t, T) ;
- 2) соединим их прямолинейными отрезками.

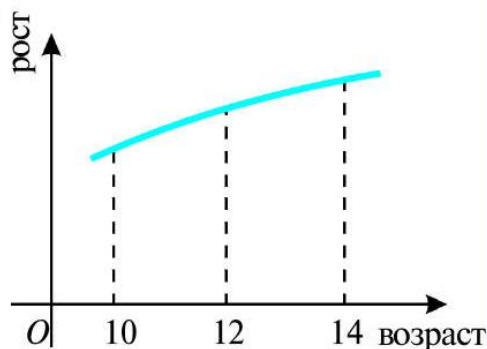
В результате получим график зависимости температуры воздуха от изменения времени (рис. 58).

График может выглядеть как кривая линия. Например, график зависимости от возраста:

- 1) веса; 2) роста — будет кривой линией (рис. 59).

«Читая» графики, можно прийти к различным выводам. Например, глядя на известную вам из уроков географии «розу ветров», вы узнаете направление ветра, дующего в определенном месте на поверхности Земли, и сделаете вывод о том, сколько дней продолжается ветреная погода.

59



1284. 1) Что вы понимаете под словом «график»? Приведите примеры.

?

2) Измерьте рост 5—6 своих товарищей и результаты запишите в порядке возрастания. Начертите соответствующую линейную диаграмму. Соедините концы отрезков плавной линией.

1285. Пусть 1 кг яблок стоит 750 сумов. Выразите с помощью графика связь между весом купленных на рынке яблок и суммами денег, заплаченных за них.

Яблоки x (кг)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Деньги y (сум.)	0	750									

Указание. На оси Ox отметьте вес купленных яблок, а на оси Oy — заплаченные за них суммы денег. Последовательно соедините точки $(x; y)$ прямолинейными отрезками.

1286. Вес ребенка со дня рождения до 13 лет меняется примерно следующим образом:

Возраст ребенка	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Вес (кг)	3,4	9	12	13,5	14,5	16	17	18,5	20,5	22,5	24,5	27	30	34

Взаимосвязь между возрастом и весом, показанную в таблице, продемонстрируйте на графике. Возраст (0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 13) отметьте точками на оси Ox , вес — на оси Oy .

1287. Поезд отправился в путь из Андижана в 01.00 ч. Он двигался 3 часа со скоростью 60 км/ч, затем, после остановки на промежуточной станции в течение 1 часа, продолжал путь со скоростью 70 км/ч в течение 4 часов. Покажите на графике зависимость между расстоянием, пройденным поездом, и временем его движения.

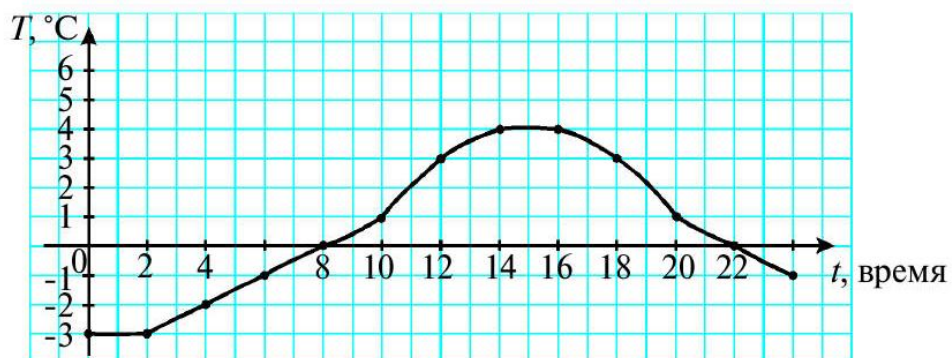
1288. Постройте график изменения уровня воды в реке во время наблюдения.

Время (ч)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Изменение уровня воды (см)	2,5	3,5	2	−2	−4	−2	1	2	3,5	4,5

1289. На рисунке 60 дан график изменения температуры воздуха в феврале за одни сутки через каждые два часа. По графику ответьте на вопросы («прочитайте» график):

- 1) Какой была температура воздуха в 2 ч; 8 ч; 14 ч; 22 ч?
- 2) В какое время температура воздуха была выше 0°C ? В течение какого времени?
- 3) В какое время температура воздуха была ниже 0°C ? В течение какого времени?

60



1290. На рисунке 61 дан график изменения температуры воды в сосуде, стоящем на газовой плите, в зависимости от времени.

Ответьте на вопросы:

- 1) Какой была температура воды через 3, 4, 7 минут?
- 2) Через какое время после этого вода закипела?
- 3) Сколько минут кипела вода? Когда погасили огонь?

61



1291. Зависимость между величинами x и y задается формулой $y = 2x + 3$. Заполните таблицу:

x	0	1			-1		-2	
$y = 2x + 3$	3		7	9		-3		-1

Найденные точки $(x; 2x + 3)$ отметьте на координатной плоскости xOy и последовательно соедините их с помощью линейки. Какая линия построена на плоскости?

1292. Абдурашид отправился в путь в 7 часов утра и шел со скоростью 5 км/ч в течение 2 часов. Затем он отдыхал в течение 1 часа. После этого шел со скоростью 4 км/ч снова в течение 2 часов, пока не пришел по адресу. Начертите график движения.

1293. В таблице показано изменение температуры воздуха через каждые 2 часа:

Время (ч), t	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Температура, T (°C)	-8	-10	-12	-9	-7	-2	3	7	9	6	4	0

Отмечайте время на оси Ox , температуру — на оси Oy . На координатной плоскости tOT отметьте точки $(0; -8)$, $(2; -10)$, ..., $(22; 0)$. Последовательно соедините их прямолинейными отрезками. В результате вы получите картину изменения температуры в зависимости от времени — график зависимости температуры от времени.

- 1294.** 1 кг помидоров стоит 650 сумов. Заполните таблицу. Постройте график зависимости между массой помидоров и деньгами за них:

Масса помидоров (кг)	1	2	3	4	5	6	7	8
Деньги за них (сум.)								

- 1295.** Заполните таблицу:

x	0	-4	-3		-1	1		3	4	5
$y = 3x$	0			-6	-3		6			

На координатной плоскости xOy отметьте точки $(x; 3x)$ и последовательно соедините их отрезками. Полученный график отражает связь между x и y . Эта зависимость дана формулой $y = 3x$. Значит, графиком зависимости $y = 3x$ будет прямая линия, проходящая через начало координат.

- 1296.** Кадир в 6 часов утра отправился в путь на велосипеде. Он двигался 2 часа со скоростью 12 км/ч. Потом 1 час он отдыхал. Затем, двигаясь со скоростью 13 км/ч в течение 2 ч, он приехал на место назначения.

Постройте график движения.

- 1297.** Абдурауф составил таблицу зависимости между возрастом и ростом:

Возраст (годы)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Рост (см)	65	80	90	100	110	120	125	135	145	150

Обозначьте на оси Ox годы, на оси Oy — рост. Соедините точки $(1; 65)$, $(2; 80)$, ..., $(10; 150)$. Вы получите график зависимости роста Абдурауфа от его возраста.

62

Решение задач

- 1298.** Начертите прямую a и отметьте две точки A и B , не принадлежащие ей. Опустите из этих точек перпендикуляры на прямую a .
- 1299.** Начертите прямую a и отметьте две точки C и D , не принадлежащие ей. Проведите через эти точки прямые, параллельные прямой a .

- 1300.** Начертите два перпендикулярных отрезка AB и CD так, чтобы они: 1) пересекались; 2) не пересекались.
- 1301.** Начертите два перпендикулярных луча MN и EF так, чтобы они: 1) пересекались; 2) не пересекались; 3) имели общую вершину.
- 1302.** Отметьте на координатной плоскости точки $A(1; 4)$, $B(2; -3)$, $C(-4; 4)$, $D(-2; -5)$, $E(3; -2)$, $F(-1; 1)$, $M(4; 0)$, $N(0; -3)$.
- 1303.** Отметьте на координатной плоскости точки $A(-2; 0)$, $B(0; 2)$, $C(2; 0)$, $D(0; -2)$ и последовательно соедините их. Какой фигурой будет четырехугольник $ABCD$? Обоснуйте ответ.
- 1304.** Дан треугольник с вершинами $O(0; 0)$, $A(1; 1)$, $B(1; -1)$. Измерьте длины его сторон и определите вид треугольника.
- 1305.** Дан четырехугольник с вершинами $A(-2; -2)$, $B(-2; 1)$, $C(2; 1)$, $D(2; -2)$. 1) Какой это четырехугольник? 2) Найдите середины его сторон; 3) координаты точек пересечения сторон с осями координат; 4) периметр; 5) площадь.
- 1306.** Начертите четырехугольник с вершинами $A(-2; -3)$, $B(-4; 2)$, $C(2; 3)$, $D(4; -2)$. Найдите координаты точки пересечения отрезков AC и BD .
- 1307.** Сведения об участниках олимпиады по школьным предметам даны в таблице:

Предметы	Русский язык и литература	Математика	История	Иностранный язык	Право
Число учащихся	80	50	70	55	75

Представьте эти сведения в виде столбчатой диаграммы.

- 1308.** В таблице даны сведения о зависимости между возрастом и ростом Азиза:

Возраст (годы)	10	11	12	13	14	15
Рост (см)	150	155	160	163	166	170

Постройте график этой зависимости.

- 1309.** Начертите угол AOB , равный 60° . На сторонах OA и OB отметьте точки C и D соответственно. Из этих точек проведите прямые, параллельные сторонам OB и OA . Измерьте углы при пересечении этих прямых. Что вы заметили?

- 1310.** Начертите остроугольный треугольник. Опустите из его вершин перпендикуляры к его сторонам.
- 1311.** 1) Начертите прямую, проходящую через точки $A(3; 2)$ и $B(-3; 5)$. Какие четверти она пересекает?
 2) Начертите прямую, проходящую через точки $C(-3; 3)$ и $D(4; 3)$. Какие четверти она пересекает? Найдите координаты точки пересечения этой прямой с осью ординат.
- 1312.** Фермерские хозяйства Сырдарьинской и Ташкентской областей во время праздника урожая доставили в Ташкент плодово-овощную продукцию. Сведения об этом даны в таблице:

Название продукта	Дыни	Арбузы	Виноград	Яблоки	Лук	Картофель
Масса (в тоннах)	30	40	10	15	20	50

Отразите эти сведения в столбчатой диаграмме.

- 1313.** Автомобиль отправился в путь в 8 часов утра. Он двигался 3 часа 20 минут со скоростью 60 км/ч. Затем водитель отдыхал 1 час. После этого, увеличив свою скорость на 20%, он двигался в течение 2 часов 40 минут и приехал в пункт назначения. 1) Начертите график движения автомобиля. 2) Сколько всего километров он проехал? 3) В какое время он прибыл в пункт назначения?

Тест 11

Проверьте себя!

- Какие четверти пересекает прямая, проходящая через точки $A(0; -1)$, $B(1; 0)$?
 А) III, IV, I. Б) I, II, III. В) II, III, IV. Г) II, IV.
- Какие четверти пересекает прямая, проходящая через точки $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$?
 А) I, II, III. Б) II, III. В) II, IV. Г) III, IV, I.
- Найдите координаты середины стороны AC треугольника ABC с вершинами $A(-2; 0)$, $B(0; 2)$, $C(2; 0)$.
 А) $(-1; 1)$. Б) $(1; 0)$. В) $(0; 0)$. Г) $(0; 1)$.

4. Найдите координаты середины отрезка AB , концы которого — точки $A (-4; 0)$, $B (-4; 4)$.
А) $(-2; 0)$. Б) $(0; 2)$. В) $(2; -4)$. Г) $(-4; 2)$.
5. Найдите координаты точки пересечения отрезков AB и CD , если $A (-2; 3)$, $B (2; -1)$, $C (-2; 0)$, $D (4; 3)$.
А) $(0; 1)$. Б) $(1; 0)$. В) $(1; 1)$. Г) Не пересекаются.
6. Определите вид треугольника ABO на координатной плоскости, если его вершины $A (-2; 0)$, $B (-2; 2)$, $O (0; 0)$.
А) Равносторонний. В) Остроугольный.
Б) Равнобедренный. Г) Тупоугольный.
7. Найдите периметр и площадь четырехугольника $ABCD$, если $A (-3; -3)$, $B (-3; 3)$, $C (3; 3)$, $D (3; -3)$ (1 единица = 1 см).
А) 6 см, 25 см². В) 24 см, 36 см².
Б) 12 см, 24 см². Г) 10 см, 9 см².
8. В какой четверти лежат точки с положительными ординатами?
А) III и IV. Б) II и IV. В) I и III. Г) I и II.
9. В какой четверти лежат точки с положительными абсциссами?
А) I и IV. Б) I и III. В) II и IV. Г) I и II.



Исторические сведения

Прямоугольную систему координат ввел в науку французский математик Рене Декарт. В его честь она названа *декартовой* прямоугольной системой координат.

В географии используется своеобразная система координат. Вам известны из уроков географии понятия: масштаб, нулевой меридиан, параллели и меридианы, широта и долгота. Для точки на поверхности Земли ее долгота и широта называются *географическими координатами* этой точки. И наоборот, двум величинам — долготе и широте — соответствует на поверхности Земли единственная точка. При этом нулевой меридиан и экватор выполняют роль осей абсцисс и ординат на координатной плоскости.

§ 10. Итоговое повторение

10.1. Признаки делимости чисел

- 1314.** Одно число больше второго на 9, но меньше третьего на 6. При делении на 3 сумма этих трех чисел дает в частном 20. Найдите эти числа.
- 1315.** Замените звездочки такими цифрами, чтобы полученное число делилось на 3: 1) $3*8$; 2) $*10$; 3) $17*$; 4) $4*25$.
- 1316.** 1) Сколько чисел, кратных 9, содержится среди чисел от 1 до 600? 2) А чисел, кратных 3?
- 1317.** Замените звездочки такими цифрами, чтобы полученное число делилось на 9:
1) $283 + 1*3$; 2) $*01 + 10*$; 3) $2013 - *25$.
- 1318.** С помощью взятых без повторений цифр: 1) 2,5 и 8; 2) 4,0 и 5 выпишите все трехзначные числа, кратные: 1) 2; 2) 5.
- 1319.** Найдите несколько таких значений числа a , чтобы числа: 1) $78 + a$; 2) $17 + a$; 3) $150 - a$; 4) $81 - a$ были нечетными.
- 1320.** Найдите простые числа, удовлетворяющие неравенствам:
1) $1 \leq x \leq 32$; 2) $31 \leq x \leq 47$; 3) $101 \leq x < 114$.
- 1321.** Замените звездочки такими цифрами, чтобы сумма $2\,408 + 4*2*$ делилась на 9.

10.2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

- 1322.** Вычислите:
1) НОД (372, 168); 3) НОД (840, 720);
2) НОК (816, 51); 4) НОК (24, 25).
- 1323.** Любые два натуральных числа n и m ($n > m$) обладают следующим свойством: или n , или m , или $n + m$, или $n - m$ делятся на 3 без остатка. Проверьте на 4–5 примерах.
- 1324.** Вычислите удобным способом:
1) $\left(\frac{7}{9} + \frac{3}{8} + \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{7} + \frac{2}{9}\right)$; 2) $\left(27\frac{60}{71} + 16\frac{70}{83}\right) + \left(32\frac{11}{71} - 10\frac{70}{83}\right)$.



Разделив 156 на 8, Фузайл получил в неполном частном 18 и в остатке 12.



Мамура же, разделив 156 на 8, получила в неполном частном 19 и в остатке 4.

Кто из детей прав? Почему?

1325. Запишите по 4 дроби с разными знаменателями, чтобы их разности были равны соответственно :

1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{16}{25}$; 4) $\frac{27}{40}$; 5) $\frac{1}{2}$.

1326. Вычислите:

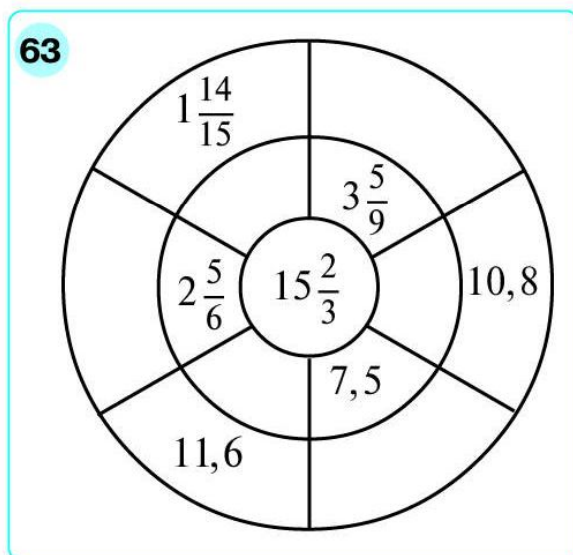
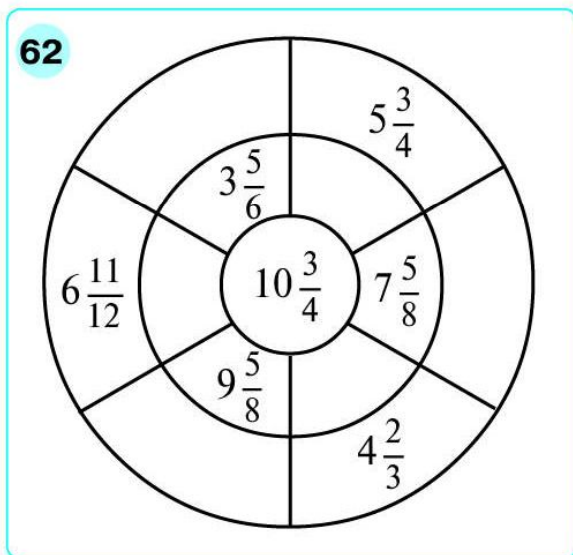
1) $\frac{49}{80} + \frac{15}{16} + \frac{11}{32}$; 2) $\frac{17}{24} + \frac{14}{15} + \frac{19}{45}$.

1327. Решите уравнение:

1) $\frac{13}{5} - \left(\frac{7}{6} + x\right) = \frac{11}{15}$; 2) $\left(x - \frac{3}{4}\right) + \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$.

1328. Какое число надо прибавить к данным числам, чтобы получить число, находящееся в центре (рис. 62)? Ответы запишите в соответствующих местах.

1329. Из числа, находящегося в центре, вычтите данные числа и ответы запишите в соответствующих местах (рис. 63).



1330. Сторона квадрата равна $5\frac{1}{4}$ дм, она больше ширины прямоугольника на $2\frac{1}{5}$ дм, но меньше его длины на $2\frac{3}{4}$ дм. Насколько периметр прямоугольника больше периметра квадрата?

1331. Точка C делит отрезок AB на две части. $CB = 1\frac{1}{4}$ м, AC больше CB на $2\frac{1}{5}$ м. Найдите длину отрезка AB .

1332. Вычислите удобным способом:

1) $25\frac{18}{47} - 12\frac{30}{41} + 8\frac{29}{47}$; 2) $23\frac{26}{37} + 7\frac{18}{19} - 4\frac{26}{37}$.

1333. Одна сторона треугольника равна $15\frac{3}{5}$ см, вторая меньше на $4\frac{9}{10}$ см, а третья больше на $4\frac{7}{20}$ см. Найдите периметр треугольника.

1334. Выполните действия:

1) $2\frac{1}{17} - 1\frac{15}{34} + 1\frac{19}{51}$;

2) $3\frac{1}{7} + 2\frac{5}{14} - 4\frac{1}{21}$.

1335. Если к числу прибавить $15\frac{7}{12}$, получится число, равное сумме чисел $16\frac{7}{24}$ и $10\frac{13}{15}$. Найдите это число.

10.3. Умножение и деление обыкновенных дробей

1336. Выполните действия:

1) $4\frac{2}{7} \cdot 1\frac{13}{15} - 2\frac{1}{13} \cdot 1\frac{4}{9}$;

2) $2,4 \cdot 1\frac{5}{12} \cdot 1\frac{7}{17} - 3\frac{1}{7} : 1\frac{4}{7}$.

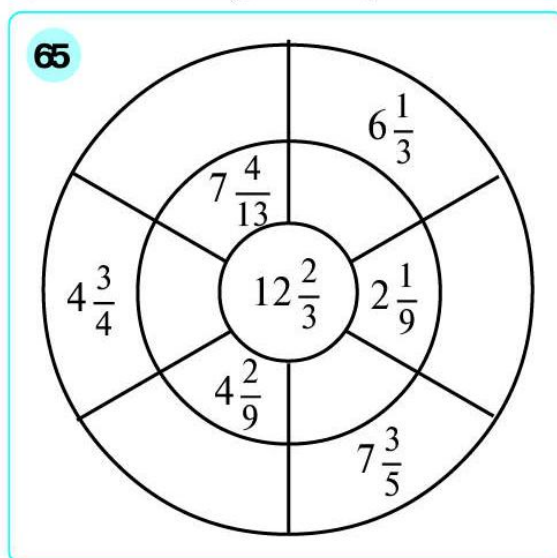
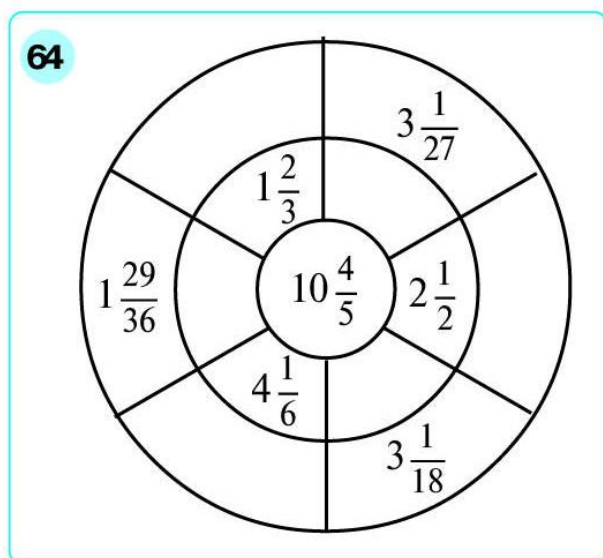
1337. Вычислите удобным способом:

1) $39\frac{5}{7} \cdot 3\frac{15}{37} - 2\frac{5}{7} \cdot 3\frac{15}{37}$;

2) $2\frac{5}{9} \cdot 1\frac{13}{28} + 4\frac{4}{9} \cdot 1\frac{13}{28}$.

1338. а) Найдите произведения числа в центре на данные числа и запишите их в соответствующих местах (рис. 64).

б) Число, находящееся в центре, разделите на данные числа и запишите их в соответствующих местах (рис. 65).



1339. Машина двигалась 2 часа 10 минут со скоростью 72 км/ч, затем — 2 часа 45 минут со скоростью 64 км/ч. Сколько километров проехала машина?

1340. Если к числу прибавить $\frac{4}{5}$ его частей, получится 90. Найдите это число.

1341. Мотоциклист двигался 2 ч 45 мин со скоростью 60 км/ч, затем 3 ч 36 мин — со скоростью 50 км/ч. Сколько километров преодолел мотоциклист?

1342. Выполните действия:

1) $3\frac{3}{11} : 18 + 100 : \frac{25}{36} - 5\frac{1}{6} : 1\frac{1}{30}$;

2) $12\frac{3}{5} : \frac{21}{25} - \frac{17}{20} : 1,19 + 3\frac{1}{17} : 1\frac{1}{51}$.

1343. Площадь прямоугольника равна $20\frac{4}{5}$ м². Найдите высоту этого прямоугольника, если его основание равно $6\frac{1}{2}$ м.

10.4. Отношение и пропорция

1344. Замените отношение дробей отношением целых чисел:

1) $3,25 : 9,75$; 2) $\frac{2}{3} : \frac{5}{12} : \frac{17}{18}$; 3) $2\frac{1}{9} : 8\frac{4}{9}$.

1345. Найдите неизвестный член отношения:

1) $x : 1,2 = 2,5$; 2) $1,8 : x = 1,5$; 3) $x : 11\frac{3}{7} = 1\frac{1}{20}$.

1346. Составьте по две пропорции для отношений, равных:

а) 3; б) 2,4; в) $1\frac{1}{3}$.

1347. Можно ли составить пропорции из данных отношений:

1) $1,5 : 7,5$ и $1\frac{1}{7} : 3\frac{3}{7}$; 3) $4 : 1$ и $10 : 2,5$;

2) $2,5 : 1,25$ и $2\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$; 4) $2 : 3$ и $2\frac{3}{7} : 3\frac{1}{7}$?

1348. Исходя из равенств, составьте все возможные пропорции:

1) $2,5 \cdot 4 = 2 \cdot 5$; 3) $2\frac{1}{7} \cdot 1\frac{2}{5} = 3\frac{1}{7} \cdot \frac{21}{22}$;

2) $1,3 \cdot 2,4 = 2,6 \cdot 1,2$; 4) $0,8 \cdot 1,3 = 1\frac{3}{5} \cdot \frac{13}{20}$.

1349. К тройке чисел добавьте такое четвертое число, чтобы можно было составить из них пропорцию:

1) 5; 6; 10; 2) 7; 9; 21; 3) 0,8; 0,4; 0,2; 4) $2\frac{2}{3}$; $1\frac{1}{3}$; 4.

1359. Расстояние между городами A и B — 180 км. Это расстояние легковая машина пройдет за 2 часа, грузовик — за 3 часа. Из A в B выехал грузовик. Одновременно с ним из B в A отправилась легковая машина. На каком расстоянии от города A встретятся автомашины?

1360. Решите уравнение, пользуясь основным свойством пропорции:

$$1) \frac{2x+1}{6} = \frac{3x-1}{4}; \quad 2) x : 2,5 = 8\frac{4}{7} : 2\frac{1}{7}; \quad 3) \frac{10,5}{x-3,6} = \frac{51}{x+1,8}.$$

10.5. Положительные и отрицательные числа. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел

1361. Точка A (2) на оси координат сдвинута в точку B (−3). В какую сторону и на сколько единиц сдвинута точка A ?

1362. Пусть точка C (3) сдвинута на: 1) +2 единицы; 2) −3 единицы; 3) 0 единиц; 4) −1 единицу; 5) +1 единицу. Найдите координату полученной точки.

1363. Для значения каждого из данных выражений найдите число: 1) противоположное; 2) обратное:

$$\begin{array}{ll} 1) 3,1 \cdot 4,3 + 3,1 \cdot 5,7; & 3) 4,8 \cdot 2,5 + 3\frac{3}{7} : 1\frac{1}{7}; \\ 2) 2\frac{1}{3} \cdot 4\frac{4}{7} - 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{4}{7}; & 4) 15,6 \cdot 12,4 - 4,8 \cdot 7,8. \end{array}$$

1364. На координатной оси найдите: 1) целые решения неравенства; 2) их сумму:

$$\begin{array}{ll} 1) -2,4 < x < 2,4; & 3) -3,14 < x \leq 0; \\ 2) -4,7 < x < -0,1; & 4) 5,4 < x \leq 11. \end{array}$$

1365. Вычислите:

$$1) |-2,8| \cdot |-3,5| \cdot \left| -2\frac{2}{3} \right| \cdot \left| -1\frac{1}{2} \right|; \quad 2) |-3,1| \cdot \left| -1\frac{9}{31} \right| - 1\frac{1}{3} \cdot \left| -\frac{3}{4} \right|.$$

1366. Решите уравнение:

$$\begin{array}{lll} 1) |x| = 1; & 4) |x| = 1,5; & 7) |3 - x| = 3; \\ 2) |x - 1| = 0; & 5) \left| x - \frac{1}{3} \right| = 0; & 8) |1,2 - x| = 1,2; \\ 3) |x + 1| = 0; & 6) \left| x + \frac{1}{7} \right| = 0; & 9) |x| = -0,1. \end{array}$$

1367. Между какими последовательными целыми числами расположены данные числа? Запишите решения в виде двойных неравенств:

- 1) 1,8; 2) 0,001; 3) $-0,1$; 4) $-2\frac{5}{7}$; 5) $-3,14$.

1368. Вычислите:

- 1) $125 + ((-125) + 25)$; 5) $3,71 + ((-2,71) + 9)$;
2) $149 - (126 - (-70))$; 6) $143 + (-176) + 166$;
3) $-202 + ((-38) + 102)$; 7) $43,1 - (7,8 - (-23,1))$;
4) $2\frac{3}{7} - \left(\left(-1\frac{4}{7} \right) - 7,7 \right)$; 8) $\left(-4\frac{5}{9} \right) - \left(\left(-2\frac{5}{9} \right) - 12 \right)$.

1369. Вычислите, заменив вычитание сложением:

- 1) $-45 - 23 - 77$; 3) $-2,81 - 1,19 - 7,07$;
2) $-13 - 28 - 87$; 4) $-3,14 - 0,86 - 6,7$.

1370. На числовой оси найдите расстояние между точками, заданными своими координатами. Покажите на чертеже:

- 1) $A(-1)$, $B(3)$; 2) $C(-4)$, $D(-1)$; 3) $E(-2)$, $O(0)$;
4) $F(2,5)$, $G(4,5)$; 5) $K(-1)$, $L(2)$.

1371. Решите уравнение:

- 1) $10 + x = -20 + (-5)$; 3) $-16 - x = 32 - (-12)$;
2) $-12 + x = -11 - (-10)$; 4) $x + (-18) = -29 - (-19)$.

1372. Вычислите:

- 1) $-29 - (-21)$; 3) $-(-8 - 14) - (-18 + 32)$;
2) $-(-7,9) - 8,6$; 4) $- \left(-2\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3} \right) - \left(3\frac{2}{7} - 1\frac{2}{7} \right)$.

1373. Вычислите и сравните результаты:

- 1) $|-12| - |-9|$ и $|-11| - |-8|$;
2) $|-15| + |-7|$ и $|-10| - |-16|$;
3) $|-5| - |-6|$ и $|-5| - |-4|$;
4) $-|-80| + |-70|$ и $|-96| - |-86|$.

1374. Вместо звездочки подставьте соответствующие числа:

- 1) $-28 + (-22) + * = -55 - 3$;
2) $* - 32 - (-38) = -29 - (-21)$;
3) $-78 - (-22) - * = -(-63) - 96$.

10.6. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел

1375. Сколько слагаемых в каждом из равенств:

- 1) $(-7) + (-7) + \dots + (-7) = -63$; 2) $(-9) + (-9) + \dots + (-9) = -90$;
3) $(-13) + (-13) + \dots + (-13) = -65$?

Каждый пример запишите в виде произведения.

1376. Сформулируйте законы умножения рациональных чисел: 1) перестановочный; 2) сочетательный; 3) распределительный относительно сложения и запишите их в буквенном виде. Проверьте справедливость законов на 3–4 примерах.

1377. Определите знак степени:

- 1) $(-1)^1$; 2) $(-1)^3$; 3) $(-1)^2$; 4) $(-1)^4$; 5) $(-1)^{2013}$; 6) $(-1)^{2014}$.

1378. Вычислите, используя сочетательный закон:

- 1) $2,5 \cdot 3 \cdot (-8)$; 4) $\left(-2\frac{5}{9}\right) \cdot 27 \cdot \frac{9}{23}$;
2) $(-25) \cdot 17 \cdot (-0,4)$; 5) $0,125 \cdot 3\frac{14}{15} \cdot (-8)$;
3) $3\frac{4}{7} \cdot (-18) \cdot \frac{7}{25}$; 6) $\left(-4\frac{1}{11}\right) \cdot (-5,5) \cdot 2$.

1379. Вынесите за скобки общий множитель и вычислите:

- 1) $-122 \cdot 83 - 61 \cdot 46 - (-6) \cdot 122$; 2) $-136 \cdot 57 - 68 \cdot 36 - 50 \cdot 68$;
3) $125 \cdot (-12) + 250 \cdot 13 - 125 \cdot (-19)$;
4) $-144 \cdot 36 + (-288) \cdot (-18) - 72 \cdot 11$.

1380. Выполните деление. Проверьте результат умножением и делением:

- 1) $242 : (-11)$; 4) $-4,8 : (-0,4)$; 7) $-3,5 : 1\frac{3}{4}$;
2) $-256 : (-16)$; 5) $3\frac{2}{7} : \left(-1\frac{1}{7}\right)$; 8) $-2,8 : \left(-1\frac{5}{9}\right)$;
3) $-2,75 : (-2,5)$; 6) $-4\frac{4}{9} : \left(-1\frac{1}{9}\right)$; 9) $-7\frac{6}{7} : \left(-1\frac{4}{7}\right)$.

1381. Решите уравнение:

- 1) $(12 + x) : (-3) = (-7) : 3,5$; 3) $\frac{-7-x}{4} = \frac{x-2}{3}$;
2) $(x - 9) : (-1,8) = (-2,5) : (-0,5)$; 4) $\frac{8}{3-x} = \frac{20}{4+x}$.

1382. Найдите значение выражения:

- 1) $(-14,4) \cdot (-2) : (-3,6) \cdot (-1)$; 2) $(-33,6) : 2,8 \cdot (-3,5) : (-7)$;

$$3) 42,5 : (-5) : (-17) \cdot (-24); \quad 4) -8\frac{6}{7} : 4\frac{3}{7} \cdot (-2,8) : (-0,7).$$

1383. Решите уравнение:

$$\begin{array}{lll} 1) (-24) \cdot x = 480; & 3) 2,5x = -17,5; & 5) 28,9 : (-x) = 17; \\ 2) 2\frac{2}{9} \cdot x = 1\frac{1}{9}; & 4) -x : 1,2 = 1,3; & 6) x : \left(-1\frac{1}{3}\right) = \frac{-3}{4}. \end{array}$$

1384. Умида задумала число. Умножив его на (-5) , разделила ответ на 9. Вычтя из частного 80, разделила результат на (-11) . Добавив к 80% результата (-50) , получила (-46) . Какое число задумала Умида?

10.7. Решение уравнений

1385. 1) Что называется корнем уравнения? Обязательно ли уравнение имеет корень? Приведите примеры.

2) Сформулируйте основные свойства уравнения и разъясните их на примерах.

1386. Перенеся неизвестные члены уравнения в левую часть равенства, а известные — в правую, упростите выражение и решите полученное уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) 2,7x - 2,8 = 4,2 - 4,3x; & 3) -5,3x + 4,5 = 4,7x - 5,5; \\ 2) 1\frac{4}{7}x - 4,9 = 11,1 - 6\frac{3}{7}x; & 4) 0,25x + 4\frac{2}{3} = 1,75x + 2\frac{2}{3}. \end{array}$$

1387. 1) Сумма пяти последовательных натуральных нечетных чисел равна 9 975. Найдите эти числа.

2) Сумма пяти последовательных натуральных четных чисел равна 10 080. Найдите эти числа.

1388. Среднее арифметическое значение пяти чисел равно $(-3,2)$. Если добавить к этим числам еще одно число x , то их среднее арифметическое значение будет равно: 1) 2,4; 2) $8\frac{2}{3}$. Найдите x .

1389. У предпринимателя было 110 кг товара. Если продавать товар по 4 000 сумов за килограмм, то предприниматель понесет убыток в 120 000 сумов. Но предприниматель, продав весь товар, получил 100 000 сумов прибыли. По какой цене продал товар предприниматель?

1390. Площадь пахотной земли одного фермера больше площади второго на 20%. Но урожайность у второго фермера на 25% больше, чем у первого. Какой фермер и на сколько процентов получит больше урожая?



1391. Сумма четырех чисел равна 3 888. Эти числа относятся как $4 : 3 : 5 : 6$. Найдите эти числа.

1392. Арба проехала расстояние 576 м, при этом ее задние колеса по сравнению с передними совершили на 60 полных оборотов меньше. Найдите длину окружности заднего колеса, если длина окружности переднего колеса равна 3,2 м.

1393. Решите уравнение:

1) $(7x + 3) - (5x - 7) = (2x - 5) - (3x - 6)$;

2) $3(2x - 3) + 4(2 - 5x) = 7(2 - 3x) - 2(3x - 1)$;

3) $\frac{5}{8} \cdot \left(\frac{4}{5}x - 1,6\right) + 0,75 \cdot \left(\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3}\right) = 5 - 3x$

4) $2 \cdot (3,5x - 4) - 3 \cdot (3x + 1) = 2\frac{1}{7} \cdot \left(\frac{7}{15}x - 1,4\right)$.

1394. Из двух чисел первое больше второго на 11. 30% большего числа на 0,8 больше 40% меньшего. Найдите эти числа.

1395. В трех шкафах было 376 книг. В первом шкафу на 12 книг меньше, чем во втором, но на 17 книг больше, чем в третьем. Сколько книг было в каждом шкафу?

1396. Решите уравнение, пользуясь основным свойством пропорции:

1) $\frac{4x-7}{x-1} = \frac{13}{4}$;

3) $\frac{x+1}{x+2} = \frac{1}{2}$;

5) $\frac{2x+3}{5-x} = \frac{3}{5}$;

2) $\frac{x+1}{x-3} = \frac{5}{4}$;

4) $\frac{x+3}{x+1} = \frac{5}{3}$;

6) $\frac{x-3}{x+1} = \frac{1}{2}$.

1397. Скорость автобуса меньше скорости легковой машины на 20 км/ч. Определенное расстояние легковая машина преодолевает за 5 часов, автобус — за 7 часов. Найдите их скорости.

1398. Если предприниматель продаст свой товар по 16 500 сумов за 1 кг, то он будет в убытке на 81 400 сумов. Если же он продаст товар по 19 800 сумов за 1 кг, то получит прибыль 62 800 сумов. Сколько килограммов товара у предпринимателя?

1399. Сумма трех последовательных целых чисел равна (-387) . Найдите эти числа.

1400. Периметр треугольника равен 61 см. Одна из его сторон меньше другой на 3 см, но больше третьей на 5 см. Найдите стороны треугольника.

ОТВЕТЫ

46. 26 674, 26 793, 23 333. **65.** 1) Да; 2) нет. **76.** 40. **79.** 1) Цифрой ноль; да; да; да.
96. Т. к. числа делятся и на 5, и на 2, то их последняя цифра — ноль; т. к. число не делится на 9, то вторая цифра не будет 1. Искомые числа: 800, 820, 830, 840, 850, 860, 870, 880, 890. **113.** 3) 4 560, 4 650, 5 460, 5 640, 6 450, 6 540. **135.** 2) 23, 29, 31.
136. 1) $a=1$; 2) $a=2, 3, \dots$. **150.** Указание. Воспользуйтесь тем, что $1\,001=7 \cdot 11 \cdot 13$.
158. Например, может быть 17 см, 19 см, 23 см. **170.** 1) 8; 2) 6; 3) 3; 4) 6. **192.**
 1) 144 и 216. **225.** 1) $x=13$; 2) $x=18$; 3) $x=14$. **227.** По условию: $100a++10b+c=7 \cdot (13a+10)$; 161, 252, 343, 434, 525, 616, 707. **248.** 1) $n=1, 2, 3, 4, 6, 12$; 2) $n=2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12$; 3) $n=5, 7, 11$. **275.** 22; $\frac{8}{84}, \frac{9}{84}, \dots, \frac{29}{84}$. **300.** 4) $\frac{22}{23} < \frac{45}{46}$; дробь $\frac{45}{46}$ близка к 1. **318.** $\frac{5}{6}$. **351.** 2) $CD = 8\frac{3}{4}$ см. **352.** 41 м. **368.** Скорость в стоячей воде 4,5 км/ч; скорость против течения 1,3 км/ч. **376.** 2) 125; 375. **380.** 2) $4\frac{17}{28}$. **381.**
 1) $x = 1\frac{7}{24}$. **423.** 360 кг. **430.** 504 кг. **431.** 1) $\frac{9}{16}$; 2) $\frac{1}{6}$. **438.** 3) 429; 4) 23. **443.** 4) 3.
444. $0,28 \cdot n$ кг осталось. **445.** $\frac{4}{15} \cdot l$ км. **446.** 3) $x=3$. **447.** 2) $x=1$. **449.** $\frac{19}{75} \cdot k$ сумов. **450.**
 1) $2+4-6=0$. **454.** 3) $x=16$. **455.** $\frac{1}{3} \cdot a$ км. **460.** 2) $\frac{5}{11}$. **465.** 2) $\frac{1}{7}$. **482.** 16 км. **483.** 9; 1,5; 18. **484.** $\frac{4}{15} \cdot d$ км. **486.** 1) $x = \frac{2}{5}$; 2) $x=8$. **487.** 1) $3+11-4=10$; 2) $6+4+90=100$.
507. 60 км. **509.** 3) Например, $111+222=333$; $444+555=999$. **530.** 95 км. **531.** 700 гектаров. **542.** 70 см. **544.** 2,4 кг. **545.** 240 гектаров. **546.** 144 км. **547.** 75 кг. **553.** 3) 2. **555.** 3) 0,5. **558.** 33, 77, 34. **559.** 28, 48, 34. **571.** 5,6 м². **580.** 15,85 дм. **584.** 39 км. **585.** 24 м. **594.**
 Периметры относятся как 1 : 2; площади относятся как 1 : 4. **600.** 97 %. **614.** 2) $x=-6,5$; 4) $x=5,5$. **616.** 2) $x=3$. **628.** 4) $x=14$. **670.** 240, 270, 288. **671.** 70. **675.** 60 см, 120 см, 300 см. **677.** За 10 минут. **685.** За 8 часов. **686.** 31,2. **698.** 2) $x=32$. **710.** 60 м, 36 м. **712.** 60 раз. **713.** За 8 часов. **718.** 192 гектара. **719.** 1 : 1 000 000. **722.** 40 см, 30 см. **731.**
 1) Нет; 2) нет, т. к. сумма углов треугольника равна 180° . **734.** $72^\circ, 72^\circ, 36^\circ$. Равнобедренный треугольник. **736.** 1) Каждая сторона по 25,3 см. **737.** 190,9 см. **749.** Одна закрасенная площадь равна $(4-\pi)$ см². Из площади квадрата надо вычесть площадь круга радиуса 2 см. **751.** $r=0,5$ дм. **754.** 1) 10π дм. **763.** 1-я таблица, т. к. для x и y отношение $y : x$ постоянно и равно 2. Во 2-й таблице отношение $y : x$ переменное.
771. Мастер получит 307 500 сумов, помощники — 102 500 сумов, 205 000 сумов. **778.** 19°C . **779.** 4 700 м. **786.** Например: $1+1+2+4=8, 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4=8$. **787.** 0,01. **789.** 23°C . **802.** В 1-м случае b — отрицательно; 2) во 2-м b — положительно. **806.** 19-ю нолями. **807.** $x = 1\frac{1}{7}$. **817.** 2) а) $-31,2$; б) $\frac{5}{156}$. **820.** 1) 25; 2) $(2a-1)$ — целое число. **822.** 12 кроликов, 18 кур. **824.** $k=3$. **826.** 3-е равенство ложно, остальные истинны. **832.** 2) 32. **833.** 2) $x=9$; $x=-9$. 4) Не имеет решений, т. к. $|x|$ не может быть отрицательным. **838.** 2) $x=2$. **848.** 1) -99 ; 2) -999 . **850.** 1) если $a \geq 0$; 2) если $a \leq 0$.

856. 2) $-10 < -9,5 < -9$; 6) $0 < 0,1 < 1$. 865. 2) на 3 единицы вправо; 4) на 4 единицы влево. 875. 38 °C. 877. 3) 4025. 888. 2) $-6, -5, -4, -3, -2$. 890. 2) 1. 902. $a+3$. 909. 1) 57; 2) 199. 910. От числа 0. 916. 2) -6 . 917. 1) -1 . 926. 3) -4 . 927. 2) -10 . 933. 2) -5 . 948. 2) 19. 949. 2) 9. 976. 4) $x=100$. 984. 2) -10 . 986. 2) 1; 4) 2,5. 988. 2) $x=-1$; 6) $x=-1$. 997. 2) $x=1$; 4) $x=-10$. 1002. 3) положительно; 5) отрицательно. 1004. Если $a \cdot b \cdot c$ положительно, то возможны следующие случаи: 1) a, b, c — положительны; 2) a, b — отрицательны; c — положительно; 3) a, c — отрицательны; b — положительно; 4) a — положительно; b, c — отрицательны. 1007. 1) и 2) произведения положительны, 3) произведение — отрицательно. 1012. 2) -1 ; 4) 1. 1023. 2) $x=15$. 1025. 4) -25 . 1031. 2) $x=-0,5$. 1033. 2) 5. 1060. 22 900 сумов. 1066. 2) 0,9. 1082. 4) 6. 1091. 2) -390 ; 4) -830 . 1102. $-3,75$. 1104. 70 гектаров. 1113. 2) 3,2. 1115. 26,8. 1125. 2) 42; 4) 1408. 1145. 2) $y=1$. 1162. 2) 12; 4) $-16b-13$. 1165. 4) $4\frac{7}{11}$. 1173. 2) $x=-1$. 1174. 4) 62,5. 1183. 2012, 2014. 1185. 90 и 60. 1188. 90, 60, 120. 1191. $-211, -210, -209$. 1192. 19,2. 1193. $-117; -108, -99; -90$. 1195. 9870. 1201. 2) $x=2$. 1206. $-11; -10, -9$. 1211. 5,6 т; 4,8 т. 1212. 480; 200; 320. 1214. 1) $x=2,5$; 3) $x=4$. 1216. 3) -24 . 1222. 36 м, 48 м. 1227. 3) $x=1$. 1250. 1) (0; 1). 1253. (2; 0), $(-2; 0)$, (0; 2), (0; -2). 1265. Возможны следующие случаи: 1) $C(6; 5)$, $D(6; 1)$; 2) $C(-2; 5)$, $D(-2; 1)$; 3) $C(4; 3)$, $D(0; 3)$. 1303. Квадрат. 1304. Равнобедренный треугольник. 1311. Из 1) II, I, IV четвертей; 2) II, I четвертей; (0; 3). 1313. 2) 392 км; 3) В 3 часа дня. 1314. 21, 12, 27. 1339. 332 км. 1340. 50. 1353. 1) 80, 120, 160. 1355. 2) $x=1,3$. 1359. 72 км. 1369. 2) -128 ; 4) $-10,7$. 1379. 2) $-13\ 600$. 1388. 1) $x=30,4$; 2) $x=68$. 1389. 6 000 сумов. 1394. 36 и 25. 1395. 127, 139, 110. 1396. 2) $x=0$; 4) $x=19$; 6) $x=7$. 1397. 50 км/ч; 70 км/ч. 1398. 74 кг. 1399. $-130; -129, -128$.

Таблица простых чисел до 1000

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181
191	193	197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503	509	521
523	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659	661	673	677	683	691	701
709	719	727	733	739	743	751	757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	991	997

СОДЕРЖАНИЕ

Повторение пройденного в 5-м классе	3
---	---

ГЛАВА I. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

§ 1. Деление натуральных чисел

Тема 1. Делители и кратные чисел	8
Тема 2. Признаки делимости чисел на 10, на 5 и на 2	10
Тема 3. Признаки делимости чисел на 9 и на 3	13
Тема 4. Решение задач	15
Тема 5. Простые и составные числа	17
Тема 6. Разложение натуральных чисел на простые множители	19
Тема 7. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа	22
Тема 8. Наименьшее общее кратное	26
Тема 9. Решение задач	29
Проверьте себя! (Тест 1)	30
Исторические сведения	31

§ 2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Тема 10. Основное свойство дробей	32
Тема 11. Сокращение дробей	35
Проверьте себя! (Тест 2)	38
Тема 12. Приведение дробей к общему знаменателю	40
Тема 13. Сравнение дробей с разными знаменателями	43
Тема 14. Решение задач	46
Тема 15. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	47
Тема 16. Сложение и вычитание смешанных чисел	51
16.1. Сумма и разность целого числа и дроби	51
16.2. Сложение смешанных чисел	53
16.3. Вычитание смешанных чисел	54
Тема 17. Решение задач	57
Проверьте себя! (Тест 3)	60

§ 3. Умножение и деление обыкновенных дробей

Тема 18. Умножение обыкновенных дробей и смешанных чисел	61
18.1. Умножение обыкновенных дробей	61
18.2. Умножение смешанных чисел	63

Тема 19. Нахождение части числа	65
Тема 20. Распределительный закон умножения и его применение	68
Тема 21. Взаимно обратные числа	73
Тема 22. Решение задач	77
Тема 23. Деление обыкновенных дробей	80
Тема 24. Нахождение числа по его части	83
Тема 25. Дробные выражения	88
Тема 26. Решение задач	91
Проверьте себя! (Тест 4)	94

§ 4. Отношение и пропорция

Тема 27. Понятие об отношении	95
Тема 28. Пропорции. Основное свойство пропорций	98
Тема 29. Решение задач	103
Тема 30. Прямо пропорциональные величины	105
Тема 31. Обратно пропорциональные величины	110
Тема 32. Масштаб	114
Проверьте себя! (Тест 5)	118
Исторические сведения	119
Тема 33. Треугольник, его периметр, виды треугольников	120
Тема 34. Длина окружности и площадь круга	123
Тема 35. Решение задач	126
Проверьте себя! (Тест 6)	128
Исторические сведения	129

ГЛАВА II. РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 5. Положительные и отрицательные числа. Целые числа

Тема 36. Положительные и отрицательные числа. Понятие о целых числах	130
Тема 37. Координатная прямая. Изображение положительных и отрицательных чисел на числовой прямой	134
Тема 38. Противоположные числа	138
Тема 39. Модуль числа	140
Тема 40. Сравнение чисел	142
Тема 41. Изменение величин	145
Тема 42. Решение задач	147
Проверьте себя! (Тест 7)	149

§ 6. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел

Тема 43. Сложение чисел с помощью оси координат	150
Тема 44. Сложение отрицательных чисел	153

Тема 45. Сложение чисел с разными знаками	155
Тема 46. Вычитание чисел	160
Тема 47. Решение задач	164
Проверьте себя! (Тест 8)	167

§ 7. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел

Тема 48. Умножение чисел	168
Тема 49. Деление чисел	172
Тема 50. Рациональные числа	175
Тема 51. Свойства действий, выполняемых над рациональными числами	178
Тема 52. Решение задач	183
Проверьте себя! (Тест 9)	185
Исторические сведения	186

§ 8. Решение уравнений

Тема 53. Правило раскрытия скобок	187
Тема 54. Коэффициент	191
Тема 55. Подобные члены и приведение подобных членов	194
Тема 56. Решение уравнений	197
Тема 57. Решение задач	201
Проверьте себя! (Тест 10)	204
Исторические сведения	205

§ 9. Координаты на плоскости

Тема 58. Перпендикулярные прямые. Параллельные прямые	206
Тема 59. Координатная плоскость	209
Тема 60. Диаграммы	213
Тема 61. Графики	216
Тема 62. Решение задач	220
Проверьте себя! (Тест 11)	222
Исторические сведения	223

§ 10. Итоговое повторение

10.1. Признаки делимости чисел	224
10.2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	224
10.3. Умножение и деление обыкновенных дробей	226
10.4. Отношение и пропорция	227
10.5. Положительные и отрицательные числа. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел	229
10.6. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел	231
10.7. Решение уравнений	232
Ответы	234

22.14
М-63 **Мирзахмедов М.А.**
Математика 6: Учебник для 6 классов школ общего
среднего образования/ М.А. Мирзахмедов, А.А. Рахим-
кариев. — Т.: ИПТД „О‘qituvchi“, 2013. — 240 с.
ISBN 978–9943–02–647–6

УДК: 51–811.161.1(075)
ББК 22.14я72

МИРФАЗИЛ АБДИЛХАКОВИЧ МИРЗАХМЕДОВ
АБДУВАХОБ АБДУРАХМАНОВИЧ РАХИМКАРИЕВ

МАТЕМАТИКА 6

Учебник для 6 классов школ общего среднего образования

Издательско-полиграфический творческий дом „О‘qituvchi“

Ташкент — 2013

Переводчик *Г. Юсупова*

Редактор *Л. Бабаева*

Художник *Ш. Рахимкариев*

Тех. редактор *С. Набиева*

Компьютерная верстка *Ш. Юлдашевой,*
Е. Степановой

Издательская лицензия АИ №161. 14.08.2009. Подписано в печать с оригинала-
макета 07.06.2013. Формат 70 × 100¹/₁₆. Кегль 12 н/шпон. Гарнитура Таймс.

Печать офсетная. Бумага офсетная. Усл. п. л. 19,35.

Учетно-издательские л. 13,0. Тираж 47 567. Заказ № 13-177.

Издательско-полиграфический творческий дом «О‘qituvchi»
Узбекского агентства по печати и информации. Ташкент — 129,
ул. Навои, 30. //Ташкент, массив Юнусабад, ул. Янгишахар, 1.
Договор № 07-27-13.

Отпечатано в типографии ИПТД «Узбекистан»
Ташкент, ул. Навои, 30

Сведения о состоянии учебника, выданного напрокат

№	Имя, фамилия ученика	Учеб- ный год	Состояние учебника при получении	Подпись классного руководи- теля	Состояние учебника при сдаче	Подпись классно- го руко- водителя
1						
2						
3						
4						
5						
6						

**Таблица заполняется классным руководителем при передаче учебника в
пользование и возвращении назад в конце
учебного года. При заполнении таблицы используются
следующие оценочные критерии:**

Новый учебник	Состояние учебника при первой передаче
Хорошо	Обложка цела, не оторвана от основной части книги. Все страницы в наличии, не порваны, на страницах нет записей и помарок.
Удовлетвори- тельно	Обложка не смята, слегка испачкана, края стёрты. Удовлетворительно восстановлен пользователем. Вывранные страницы восстановлены, но некоторые страницы исчерчены.
Неудовлетвори- тельно	Обложка испачкана, порвана, корешок оторван от основной части книги или отсутствует вовсе. Страницы порваны, некоторых вообще не хватает, имеющиеся исчерчены. Учебник к дальнейшему пользованию не пригоден, восстановить нельзя.