

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA
KOMMUNIKATSIYALARINI RIVOJLANTIRISH VAZIRLIGI
TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI**

SIGNALLAR VA TIZIMLAR

fanidan

NAZARIY MATERIALLAR

Toshkent-2016

1- mavzu : “SIGNALLAR VA TIZIMLAR” FANI QISQACHA MAZMUNI VA VAZIFALARI. SIGNALLAR VA TIZIMLAR HAQIDA UMUMIY TUSHUNCHALAR VA ULARNI TURLARGA AJRATISH

Reja:

1. Informatsiya, signal, elektr signali.
2. Signallarni turlari
3. Signallarni parametrlari.
4. Aloqa kanalining parametrlari

Signallar va tizimlar fanini talabalarga o'rgatishdan maqsad telekommunikatsiya va axborot uzatish tizimlarining umumlashgan nazariyasini zamonaviy matematik modellarni qo'llab tahlil etish, tizimlarda foydalaniladigan turli signallar, ularning vaqt va chastota funksiyalari ko'rinishidagi matematik modellari, signallarga raqamli ishlov berish usullaridan foydalanish ko'nikmalarini hosil qilishdan iborat.

Signallar va tizimlar fanini o'qitishdan maqsad talabalarda telekommunikatsiya va axborot uzatish tizimlarida foydalaniladigan signallarni tahlil etish, ularni asosiy ko'rsatkichlari bo'yicha taqqoslash, qo'yilgan talab asosida signalning eng mutanosibini tanlash, tizimlar va ularni zamonaviy matematik modellari asosida tahlil etishga o'rgatish, ko'nikma va malakalarini shakllantirishdan iborat.

1.1 Informatsiya, signal, elektr signali

Informatsiya – bu har xil fizik jarayonlar, jismlar, tarixiy va kundalik xodisalar to'g'risidagi ma'lumotdir.

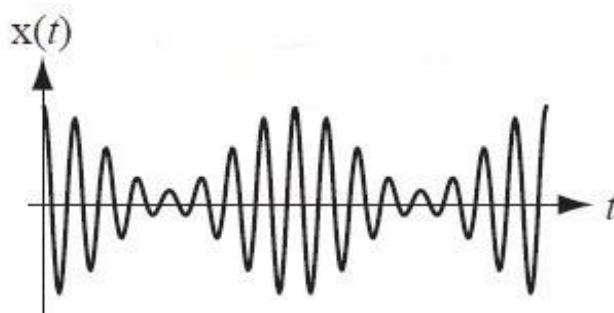
Informatsiyani uzatish uchun uni ma'lum bir shaklga keltirish lozim (tekst, jadval, grafik, rasm, harakatdagi tasvir va boshqalar). Bunday shakllanish natijasida informatsiya **xabarga** aylanadi. Xabarni fazoning bir nuqtasidan ikkinchi nuqtasiga uzatish uchun xabarni biror bir fizik jarayonga yuklashimiz, ya'ni uni signalga aylantirishimiz lozim.

Signal deb biror bir fizik jarayonning bir yoki bir nechta parametrini xabarga mos ravishda o'zgarishiga aytiladi.

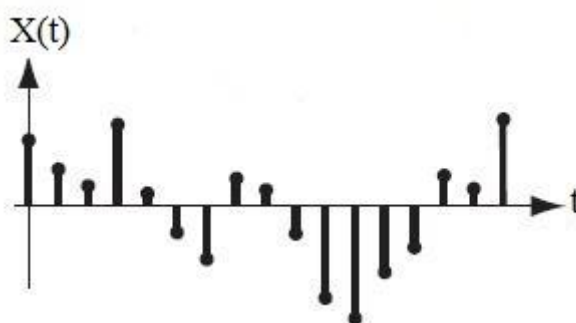
Elektr signali deb – elektr jarayonining bir yoki bir nechta parametrini xabarga mos ravishda o'zgarishiga aytiladi.

Shovqin ham xuddi signalga o'xshab vaqt bo'yicha o'zgaruvchi jarayondir. Ammo u hech qanday informatsiyani o'z ichiga olmaydi. Shuning uchun u signalga zararli ta'sir qiluvchi jarayondir.

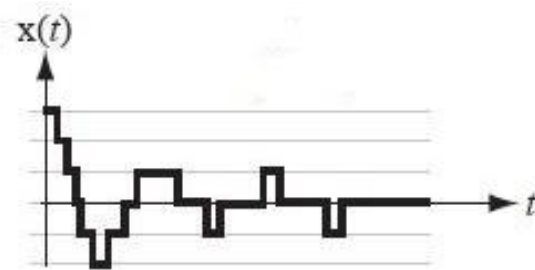
1.2 Signallarning turlari



1.1 rasm. Uzluksiz signal



1.2 rasm. Vaqt bo'yicha diskret signal

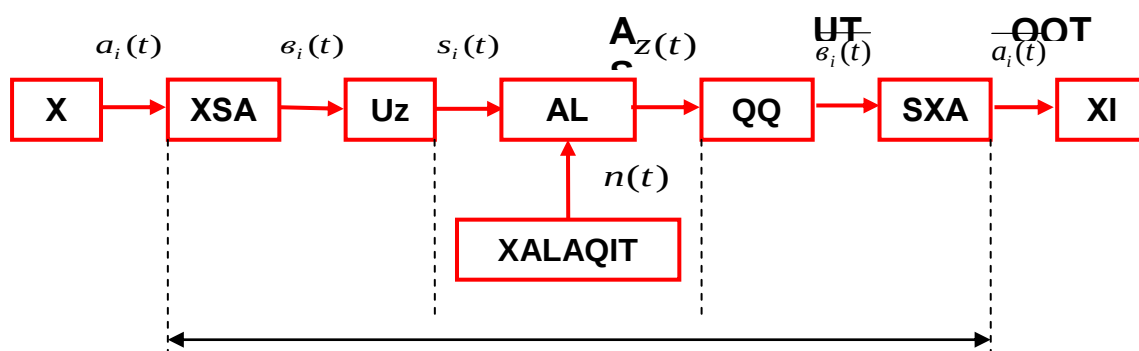


1.3 rasm. Ko'p sathli, vaqt bo'yicha uzluksiz signal



1.4 rasm. Raqamli signal

Signallarni o'zgarishi va qayta ishlovi tizimlarda amalga oshiriladi. Signallarni o'zgartirish va qayta ishlov berish tizimlari qurilmalarda yoki kompyuterlarda programmalar yordamida amalga oshiriladi.



1.5 rasm. Umumiy ko'rinishdagi aloqa tizimning strukturaviy sxemasi

XM – Xabar manbayi.

XSA – Xabarni signalga aylantirgich – xabarni birlamchi elektr signaliga aylantirib beradi.

Uz – Uzatgich – birlamchi elektr signalini aloqa liniyasidan uzatishga mo'ljallangan signalga aylantirib beradi .

AL – Aloqa liniyasi, signalni yo‘naltiruvchi muhit.

QQ – Qabul qilgich - aloqa liniyasidan kelgan signalni qabul qilib uni birlamchi elektr signalga aylantirib beradi.

SXA – Signalni xabarga aylantirgich - birlamchi elektr signalini xabarga aylantirib beradi.

XI – Xabar iste’molchisi.

UT – Uzatish tomoni.

QQT – Qabul qilgich tomoni.

AS – Diskret aloqa sistemasi.

$s_i(t)$ – Aloqa liniyasi bo‘yicha uzatilishga moslashtirilgan signal.

$a_i(t)$ – Xabar

$v_i(t)$ – Birlamchi elektr signali.

$s_i(t)$ – Aloqa liniyasi bo‘yicha uzatilishga moslashtirilgan signal.

1.3 Signallarni parametrlari

Real aloqa kanallaridan signallarga xalaqitlar ta’sir qiladi. Agar xalaqit signal bilan qo‘shilsa bu additiv halaqit buladi. Bunday xalaqitlar ga atmosfera shovqinlari, atmosfera razryadlari, industrial xalaqitlar va boshqa aloqa sistemalarini ishlashidan kelib chiqqan xalaqitlar kiradi. Agar xalaqit bilan signal ko‘paytirilsa bu multiplikativ xalaqit bo‘ladi. Bu turdagi xalaqitlar aloqa kanallarining parametrlarini tasodifiy o‘zgarishlaridan hosil bo‘ladi.

Signallarni formasini tiklash. Xalaqitlar ikki katta sinfga bo‘linadi :

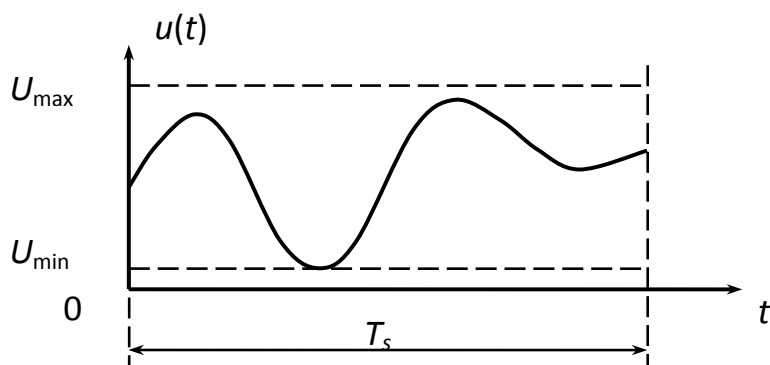
1. Aditiv xalaqitlar. $Z(t) = S_i(t) + n(t)$

2. Multiplikativ xalaqitlar. $Z(t) = S_i(t) \cdot n(t)$

Aloqa sistemalarining turiga va vazifasiga qarab signallarni qabul qilishida quyidagi uchta vazifa bajarilishi mumkin :

- Signallarni bor yo‘qligini aniqlash.

- Signalni farqlash.



1.6 rasm. Signallarning parametrlari.

1)Signalning davomiyligi. T_s , [sek].

2)Signalning dinamik diapazoni :

$$— (1.1)$$

$$— (1,2)$$

3) Signalning spektr kengligi : F_c , [Gts]

4). Signalning hajmi . Xabarni uzatib olish qobiliyatini ko'rsatadi.

$$V_c = T_c \cdot \mathcal{D}_c \cdot F_c (1.3)$$

Signalni yoki xabarni hosil bo'lgan joydan iste'molchiga yetkazish uchun kerak bo'lgan texnik qurilmalar va boshqalar to'plamiga aloqa vositalari deyiladi.

1.4 Aloqa kanallarning parametrlari

1. Aloqa kanali signalni uzatish vaqti T_k , [sek].

2. Aloqa kanali dinamik diapazoni $— \mathcal{D}_k$

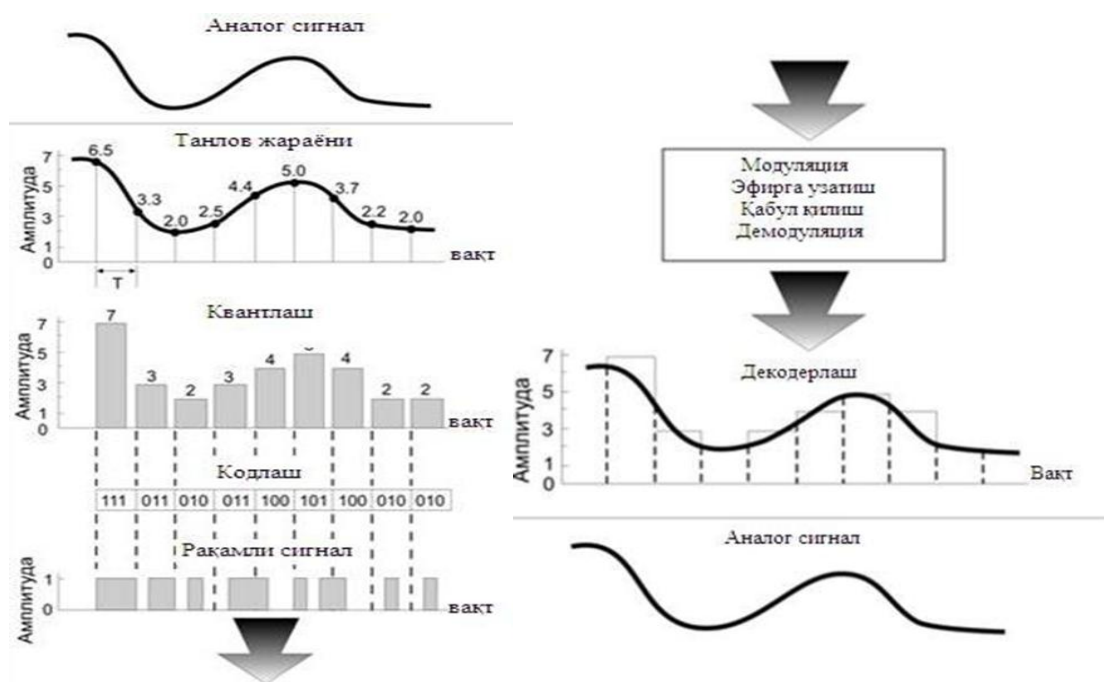
3. Aloqa kanali spektr kengligi - F_k

4. Kanalning hajmi - $V_k = T_k \cdot \mathcal{D}_k \cdot F_k (1.4)$

Signallarni aloqa kanallardan yo‘qotishlarsiz uzatish uchun quyidagi shart bajarilishi lozim.

$$V_k \geq V_c .$$

Signalning hajmi - $V_c = T_c \cdot D_c \cdot F_c$ (1.5)



1.8 rasm. Analog signalni raqamli signalga aylantirish va qayta tiklash.

Nazorat savollari

1. Informatsiya, signal va elektr signali?
2. Signallarning turlari.
3. Signallarning parametrlari.
4. Aloqa tizimining strukturaviy sxemasini keltiring.
5. Aloqa kanallaring parametrlari.
6. Xalaqitlarning turlari?
7. Analog va raqamli signallarning farqi nimada?
8. Aloqa tizimining strukturaviy sxemasining alohida bloklaring vazifalari?

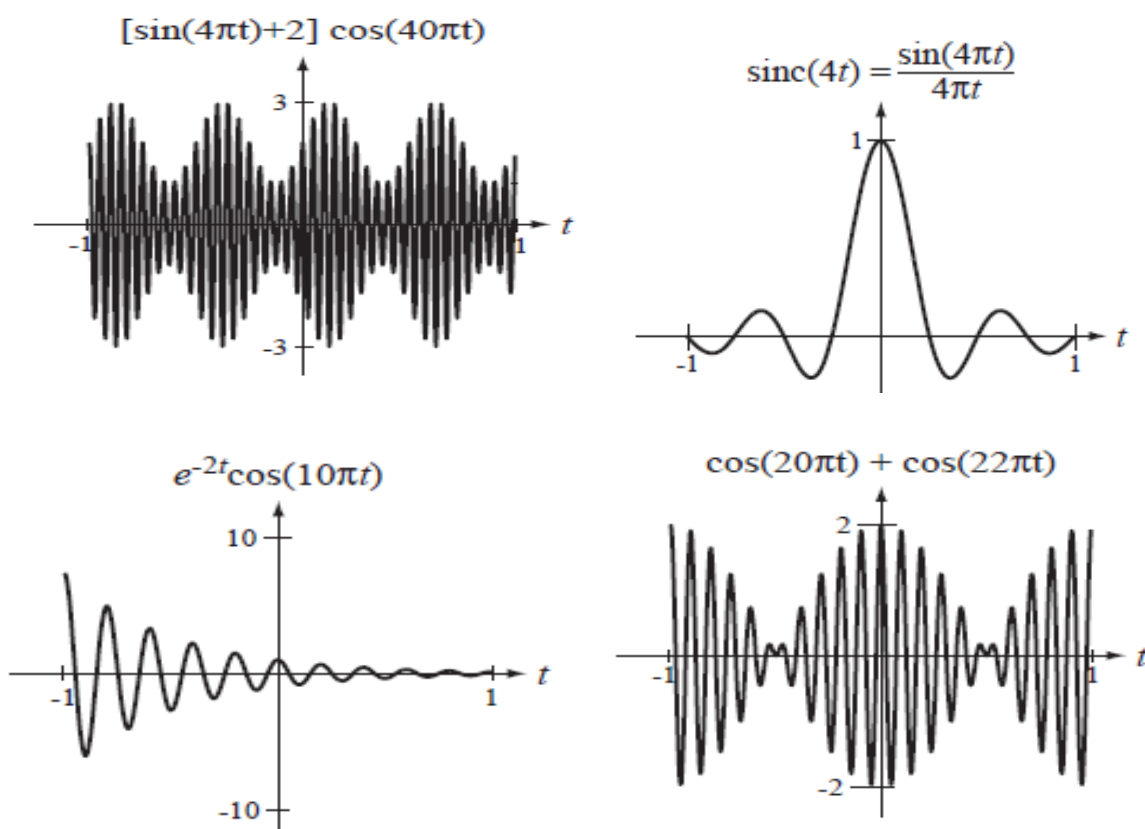
2- mavzu: SIGNALLARNI VAQT DISKRET FUNKSIYASI SIFATIDA IFODALASH

Reja:

1. Uzlaksiz signallar
2. Sodda signallar.
3. Murakkab signallar.
4. Signallarning xarakteristikolari
5. Signallarni integrallash.
6. Signallarni differensiallash.

2.1. Uzlaksiz signallar

Signallar va tizimlarning yillar davomida qo'llanish natijasida signallar turli xil ko'rinishda bo'lishi mumkinligi aniqlandi. Ular turiga qarab bir xil xususiyatlarini ajratish mumkin. Quyida keltirilgan rasmda signallarning bir necha turlarini ko'rishimiz mumkin.



2.1 rasm. Signal turlari

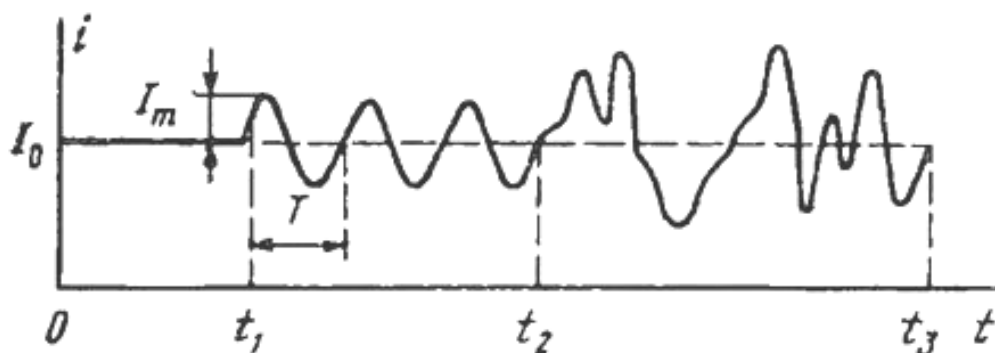
Yuqorida keltirilgan rasmdan ko‘rinib turibdiki, $(0, \dots)$ oralig‘iga ovoz to‘lqinlari ta’sir etmagan; $(\dots)$ vaqt oralig‘ida ovoz to‘lqinlarining ma’lum bir miqdori ta’sir etadi; $(\dots)$ vaqt oralig‘ida esa vaqt oralig‘iga murakkab ovoz to‘lqinlari ta’sir etadi.

Signallarni sinflarga ajratish quyidagicha bo‘ladi:

- shakli bo‘yicha – sodda va murakkab;
- axborotlashtirilganligi bo‘yicha – determininal va tasodifiy;
- xarakteristikasi bo‘yicha – uzluksiz, diskret va raqamli.

Signallarni ta’riflash uchun uni matematik ifodasini aniqlash lozim. Bu jarayon samarali bo‘lishi uchun haqiqiy signalning bir qancha ifodalari eksponenta va sinusoida bo‘ladi.

Misol tariqasida mikrafon orqali o‘tayotgan tokni keltiramiz.



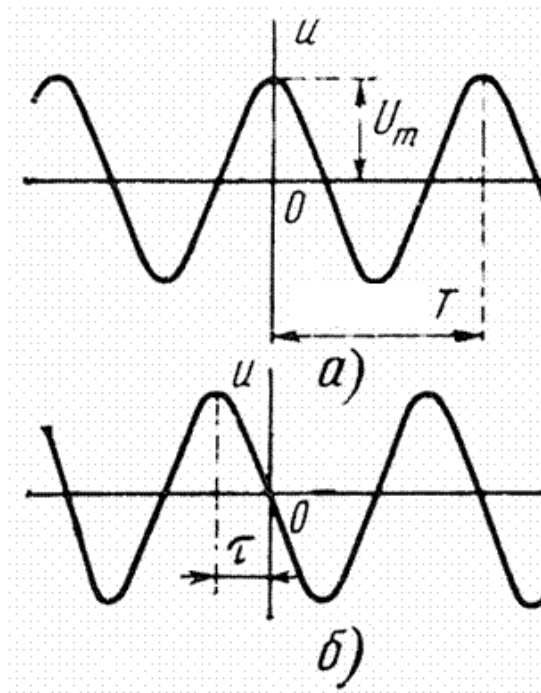
2.2 rasm. Mikrafon orqali o‘tayotgan tok.

2.2.Sodda signallar

Sodda signallarga garmonik signallar misol bo‘ladi. Garmonik signallar, ba’zida garmonik tebranishlar deb ham yuritiluvchi signallarning matematik ifodasi:

$$(2.1)$$

bu yerda, $\dots$ - boshlang‘ich faza. Garmonik tebranishni faza bo‘yicha siljitish uni vaqt bo‘yicha τ ga siljishini beradi.



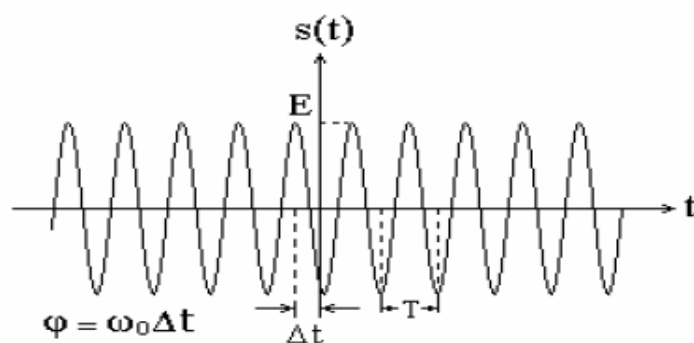
2.3 rasm. Garmonik signallar

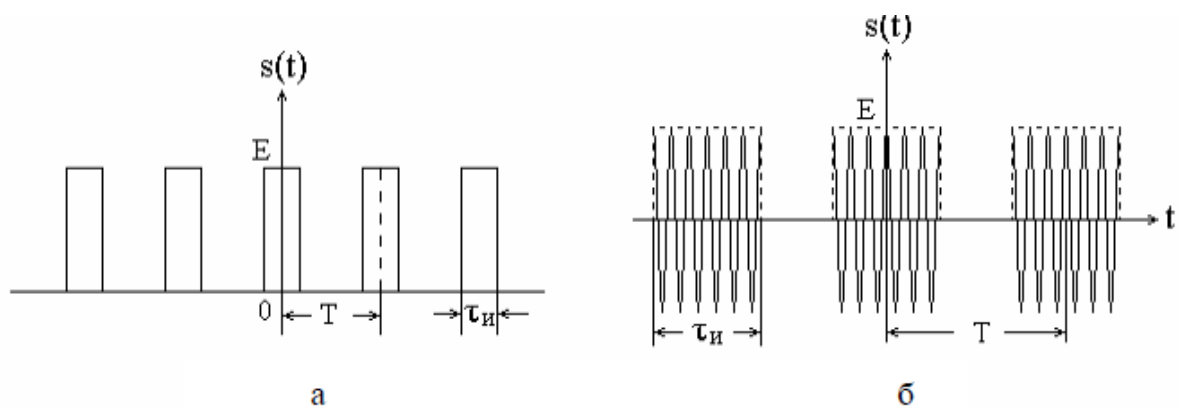
2.3. Murakkab signallar

Murakkab signallar deb, oddiy matematik ifoda bilan tasvirlab berish mumkin bo'lmaydigan vaqt ifodalariga aytiladi. Masalan, so'zlashuvning bir qismi. Real signallarning ko'pchiligi murakkab signallardir. Buning uchun bazis deb nomlanuvchi bir qancha elementlar ketma-ketligi ifodasi mavjud.

$$(2.2)$$

bu yerda, $u(t)$ signalga bog'liq bo'lgan yoyilish koeffitsienti.





2.4 rasm. Davriy signallar a- to'g'ri to'rtburchakli impulslar ketma-ketligi, b- radioimpulslar ketma-ketligi

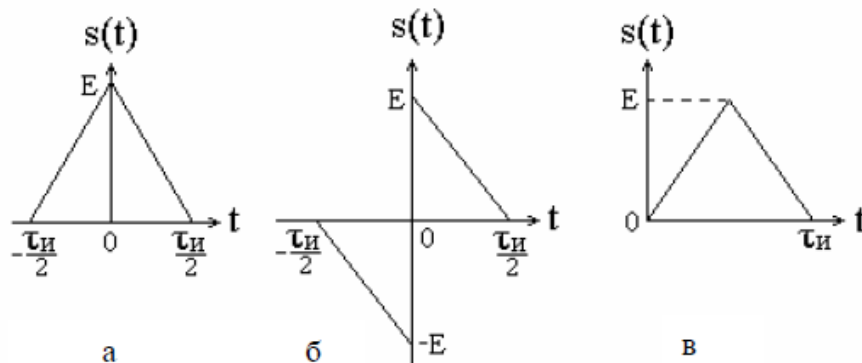
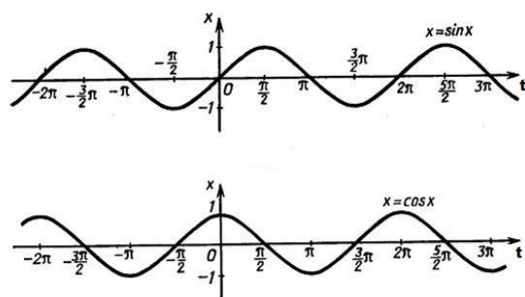
$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_0(t + nT), \quad (2.3)$$

$s_0(t)$ – yakka impulsni tavsiflovchi funksiya

Juft va toq signallar

Televizion signal diapazoni

3400 Gs



2.5 rasm. Juft va toq signallar

2.4. Signallarning xarakteristiklari

Agar signal $\Delta t = t_2 - t_1$ oraliqda mavjud bo'lsin

1. Signalning o'rtacha qiymati (o'zgarmas tashkil etuvchisi)

$$\overline{s(t)} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} s(t) dt. \quad (2.4)$$

2. Signalning oniy quvvati

$$p(t) = s(t)s^*(t) = |s(t)|^2. \quad (2.5)$$

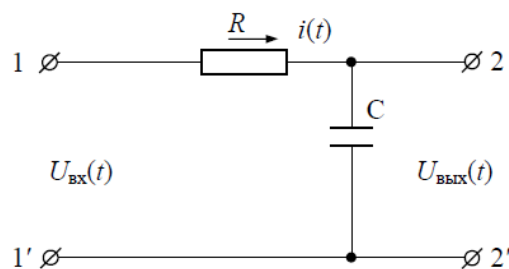
3. Signalning energiyasi

$$\mathcal{E} = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} s(t)s^*(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} |s(t)|^2 dt. \quad (2.6)$$

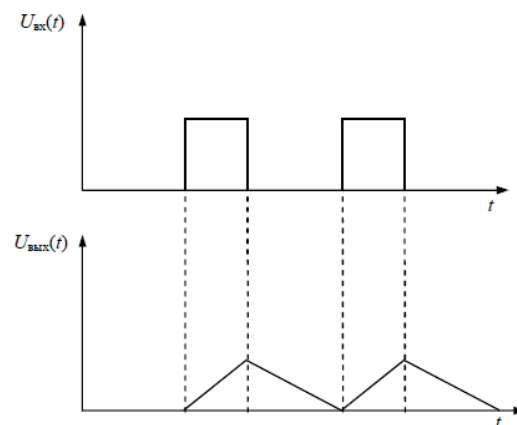
4. Signalning o'rtacha quvvati

$$P_{cp} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} |s(t)|^2 dt. \quad (2.7)$$

2.5. Signallarni integrallash

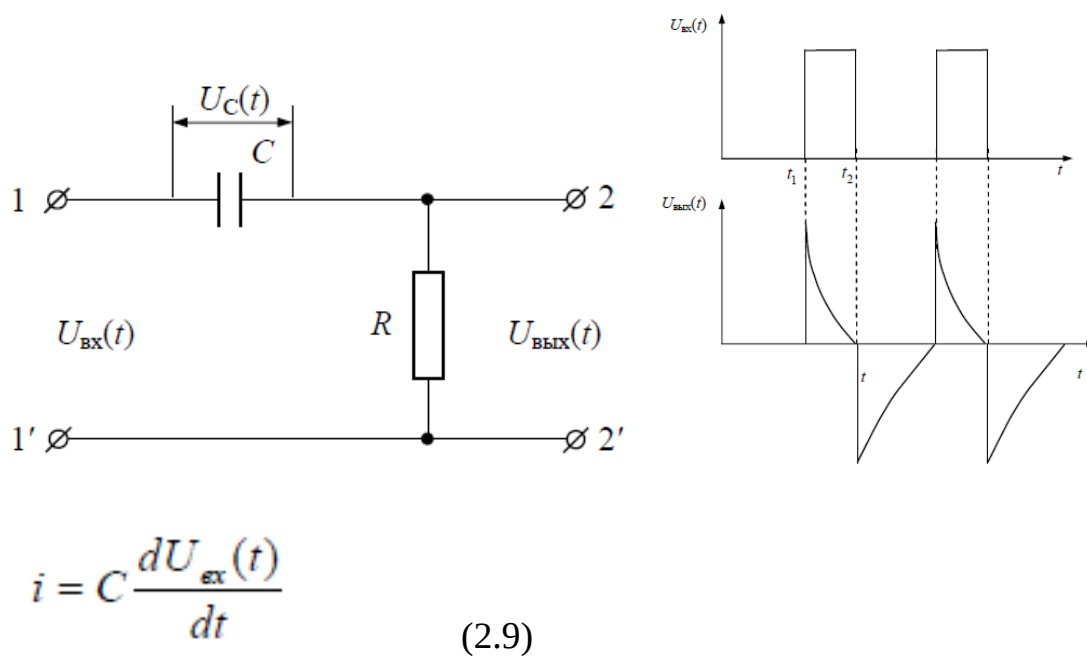


$$U_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt = \frac{1}{RC} \int_0^t U_{\text{вх}}(t) dt = \frac{U_{\text{вх}}(t)}{RC} \quad (2.8)$$



2.6 rasm. Signallarni integrallash sxemasi, vaqt diagrammalari

2.6. Signallarni differensiallash



2.7 rasm. Signallarni differensiallash

Nazorat savollari

1. Uzlaksiz signallarning turlari?
2. Sodda signallar.
3. Murakkab signallar.
4. Signallarni integrallash elektr sxemasi, ishlash tartibi.
5. Signallarni differensiallash elektr sxemasi, ishlash tartibi.

6. Signallarning xarakteristikalari.
7. Juft va toq signallar.
8. Signalning oniy quvvati?

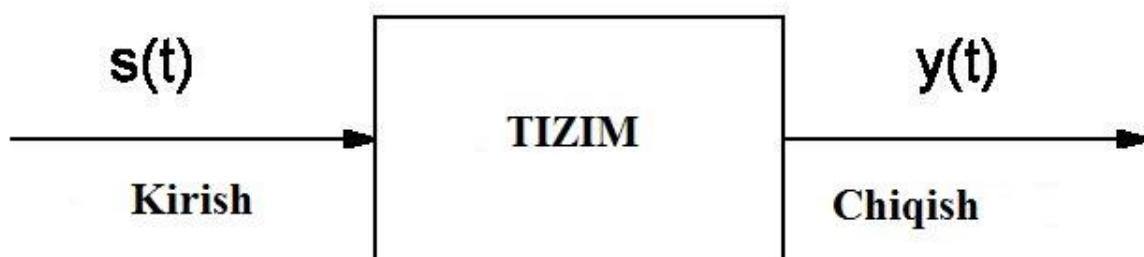
3- mavzu : TIZIMLARNI TA'RIFLASH VA TIZIMLI TAHLIL

Reja:

1. Uzlüksiz vaqt tizimlari.
2. Tizimlarning xossalari.
3. Chiziqli tizimlarning xossalari

3.1. Uzlüksiz vaqt tizimlari

Tizimlar vasifasiga qaramasdan har doim signal beriladigan kirish va signalga ishlov berilgan chiqishga ega bo'ladi.



3.1 rasm. Tizimning strukturaviy sxemasi

$s(t)$ - ta'sir etuvchi yoki qo'zg'atuvchi, $y(t)$ – esa tizimning javobi yoki reaksiyasi deyiladi.

Umumiy ko'rinishda signalni o'zgartirish operatsiyasi (signalni transformatsiyasi) quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$y(t) = T[s(t)]. \quad (3.1)$$

T - tizim operatori bo'lib, $s(t)$ signalni $y(t)$ signalga aylantirish qoidalari to'plamidir.

Tizimlar ikkita asosiy sinfga bo'linadi:

- 1) Chiziqli tizimlar;
- 2) Nochiziqli tizimlar.

Chiziqli tizimlar uchun quyidagi amallar bajariladi :

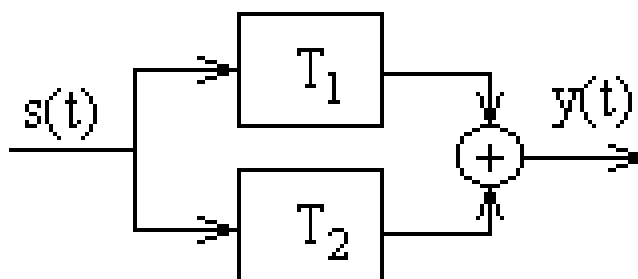
$$y(t) = cxs(t), y(t) = s(t-Dt), y(t) = a(t)+b(t). \quad (3.2)$$

Nochiziqli tizimlar uchun misol - signallarni kvadratga oshirish yoki signalni logarifmlash

$$y(t) = [s(t)]^2, y(t) = \log[s(t)]. \quad (3.3)$$



$$y(t) = T_2[T_1[s(t)]] = T_1[T_2[s(t)]]. \quad (3.3)$$



$$y(t) = T_1[s(t)] + T_2[s(t)]. \quad (3.4)$$

3.2 rasm. Chiziqli tizimlarni ketma-ket va parallel ulash.

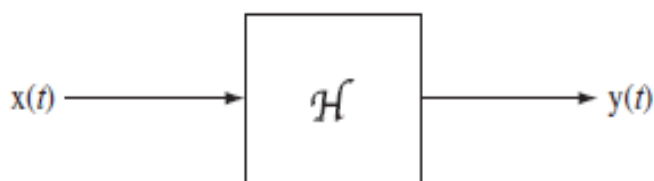
Signallar ustida amallar bajarilishi va qayta ishlovi tizimlarda amalga oshiriladi. Signallarni o‘zgartirish va qayta ishlov berish tizimlari qurilmalarda yoki kompyuterlarda dasturlar yordamida amalga oshiriladi.

Tizimlar vazifasiga qaramasdan har doim signal beriladigan kirish va signalga ishlov berilgan chiqishga ega bo‘ladi.

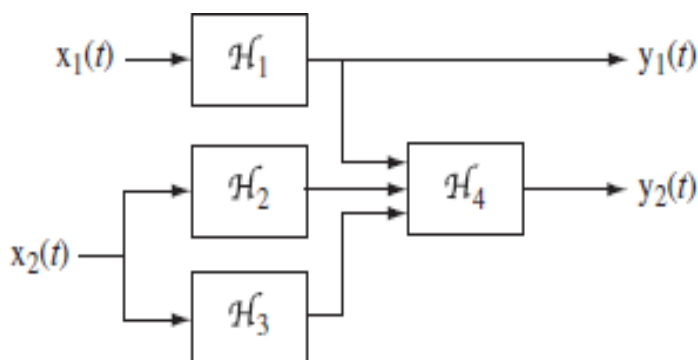
Tizimlar $x(t)$ kirish signalini $y(t)$ chiqish signaliga aylantiradi. Ushbu $x(t)$ kirish signalini $y(t)$ chiqish signaliga o‘zgarishni quyidagi ko‘rinishda ifodalaymiz.

$$x(t) \longrightarrow y(t)$$

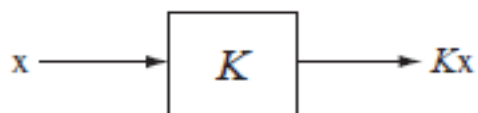
Umumiy ko‘rinishda $x(t)$ kirish signalini $y(t)$ chiqish signaliga o‘zgartirish amali N tizim operatori yordamida amalga oshiriladi



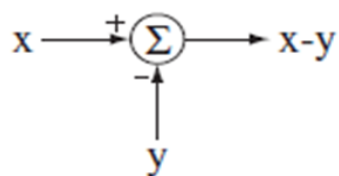
3.3 rasm. Bitta kirish va bitta chiqishli tizimning blok diagrammasi
 $x(t)$ - ta'sir etuvchi yoki qo'zg'atuvchi, $y(t)$ – esa tizimning javobi yoki reaksiyasi deyiladi.



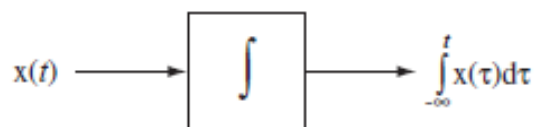
3.4 rasm. Ikkita kirish va ikkita chiqishga ega bo‘lgan to‘rta komponentdan iborat bo‘lgan murakkab tizimning blok diagrammasi



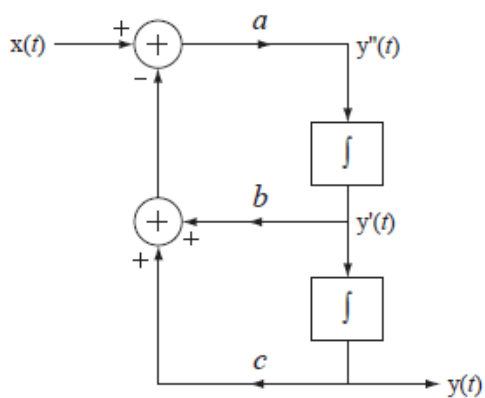
3.5 rasm. Signalni kuchaytiruvchi tizimning blok diagrammasi



3.6 rasm. Signallar farqini oluvchi tizimning blok diagrammasi

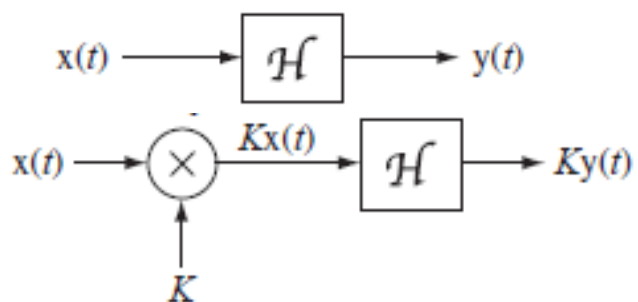


3.7 rasm. Integrallash amalini bajaruvchi tizimning blok diagrammasi

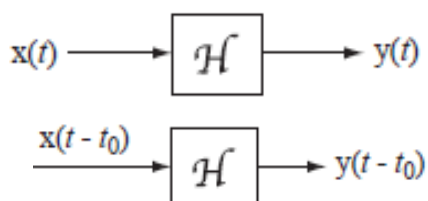


3.8 rasm. Teskari aloqali uzluksiz vaqt tizimi

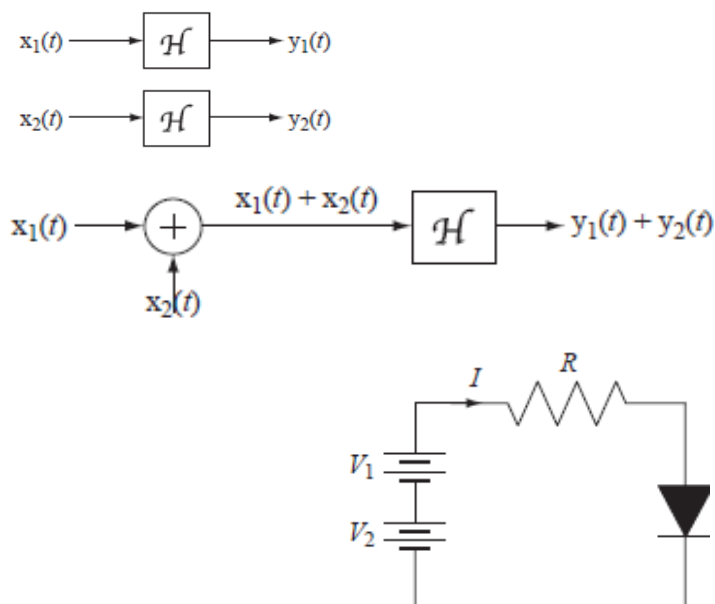
3.2. Tizimlarning xossalari



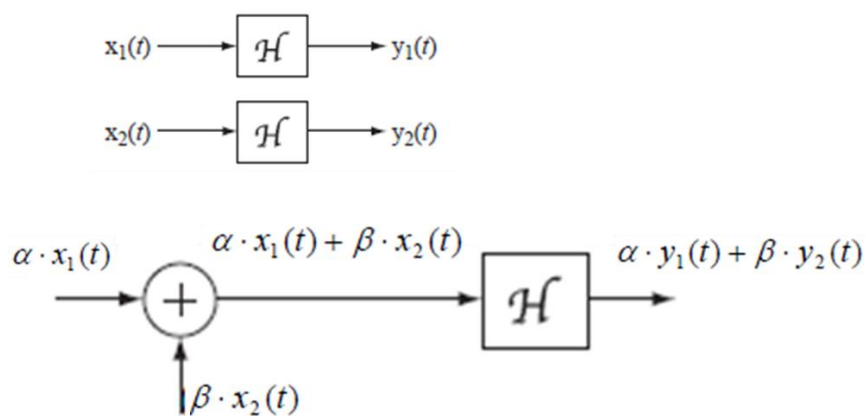
3.9 rasm. Gomogen (bir jinsli) tizim



3.10 rasm. Vaqt bo'yicha invariant tizimlar



3.11 rasm. Additiv tizimlar

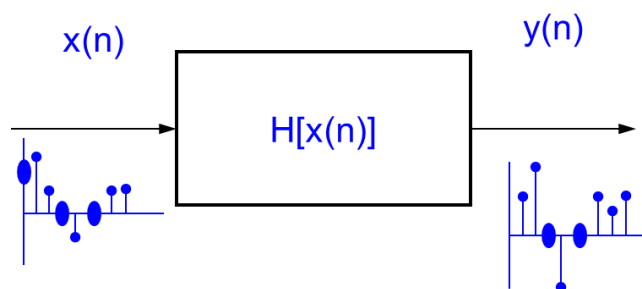


3.12 rasm. Chiziqli tizimlar

3.3. Chiziqli tizimlarning xossalari

Chiziqli tizimlarning xossalari:

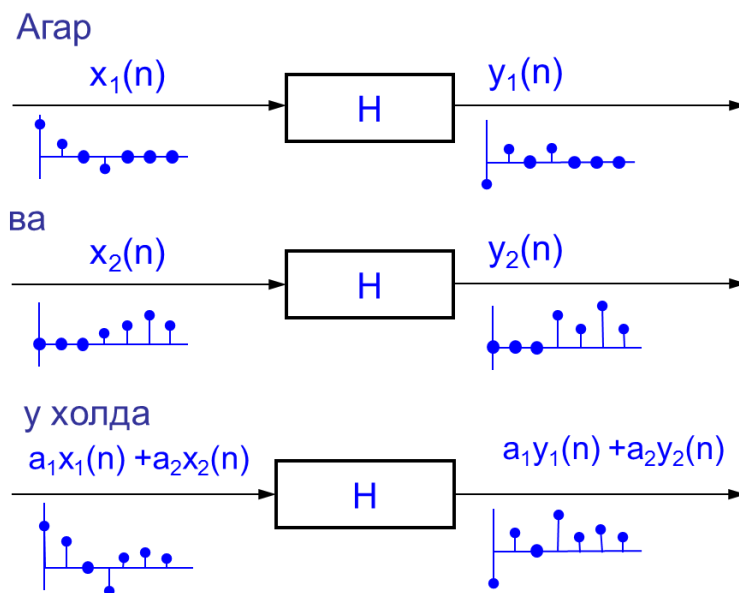
- Har qanday chiziqli tizim kirishiga berilgan o'zgaras signalni chiqishiga o'zgaras signal sifatida qaytaradi.
- Chiziqli tizim kirishiga garmonik tebranish berilsa, uning chiqishida ham garmonik tebranish hosil bo'ladi. Faqatgina tebranishning amplitudasi va fazasi o'zgarishi mumkin.



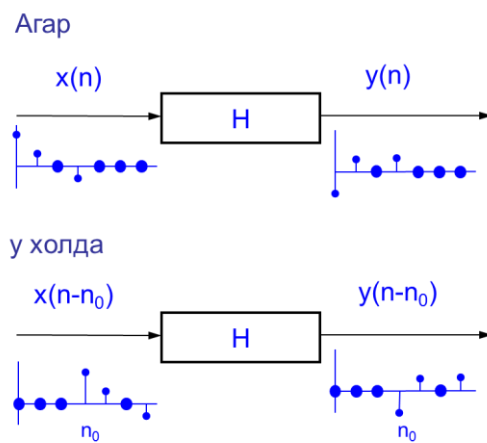
3.13 rasm. O'zgaras parametrlil chiziqli tizimlar (O'PChT)

O'zgaras parametrlil chiziqli tizimlarning xossalari

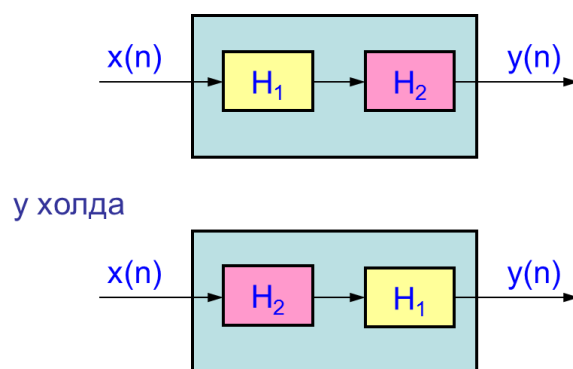
1. Chiziqliligi



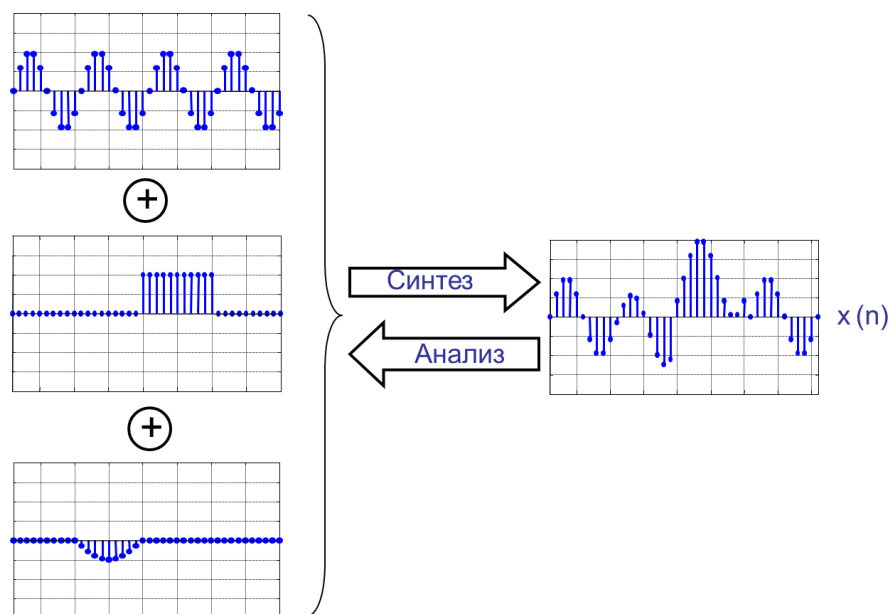
2. Vaqt bo'yicha invariant tizim



3. Kommutativligi



4. Superpozitsiya



Nazorat savollari

1. Tizimlarning turlari?

- 2 Uzlüksiz vaqt tizimlari?
3. Tizimlarning xossalari.
4. Chiziqli tizimlarning xossalari.
- 5 O'zgarmas parametrlı chiziqli tizimlar?
6. Nochiziqli tizimlar.

4- mavzu: UZLUKSIZ SIGNALLARNI FURE UZLUKSIZ VA DISKRET QATORIGA YOYISH

Reja:

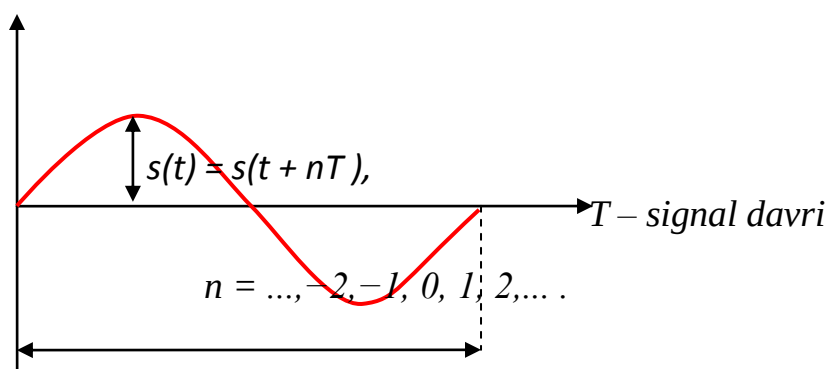
1. Davriy bo'lgan signallarni spektri va Fure qatori
2. Fure trigonometrik qatori
3. Davriy signallarning spektrlarining turlari.
4. Fure almashtirishining asosiy xossalari

4.1. Davriy bo'lgan signallarni spektri va Fure qatori

Har qanday davriy bo'lgan signallarni $S(t + kT) = S(t)$ elementar tashkil etuvchilarning yig'indisi deb qarash mumkin. Elementar tashkil etuvchilar sifatida quyidagi funksiyalar ishlatiladi:

$$\sin k \Omega t, \cos k \Omega t, e^{j k \Omega t}.$$

$k = 1, 2, 3, 4 \dots$ – o'zgarmas son.



4.1 rasm. Aloqa liniyasida uzatiladigan signal

Davriy signallarni qo'yidagi trigonometrik Fure qatoriga yoyish mumkin.

$$S(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\Omega t + \vartheta_k \sin k\Omega t) \quad (1)$$

4.2. Fure trigonometrik qatori

Davriy signallarni quyidagi trigonometrik Fure qatoriga yoyish mumkin.

$$S(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\Omega t + \vartheta_k \sin k\Omega t) \quad (4.2)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) dt \quad (4.3)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cdot \cos k\Omega t dt \quad (4.5)$$

$$\vartheta_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cdot \sin k\Omega t dt \quad (4.6)$$

$$S(t) = A \cdot \sin(\Omega t + \varphi_k) \quad (4.7)$$

Elektr aloqada davriy signallarning spektrini o'rganishda Fure qatorining ikkinchi ko'rinishi ishlatiladi:

$$S(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\Omega t - \varphi_k) \quad (2)$$

$$A_0 = a_0$$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + \vartheta_k^2} \quad (4.8)$$

$$\varphi_k = \arctg \frac{\vartheta_k}{a_k} \quad (4.9)$$

Davriy bo'lgan signallarni kompleks ko'rinishdagi Fure qatoriga ham yoyish mumkin.

Davriy signallarni spektr analiz qilishda signallarning quyidagi spektrlar aniqlanadi :

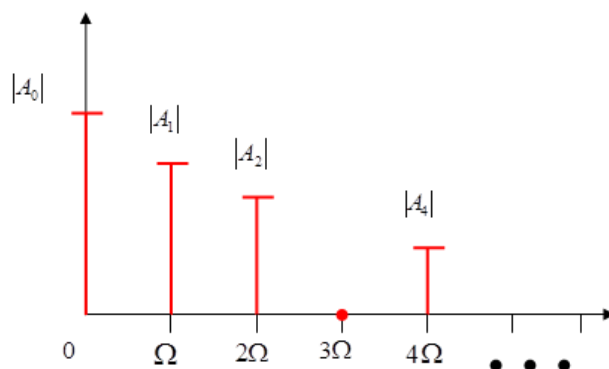
$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n \cdot e^{jk\Omega t} \quad (4.10)$$

$$\dot{C}_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cdot e^{-jk\Omega t} dt \quad (4.11)$$

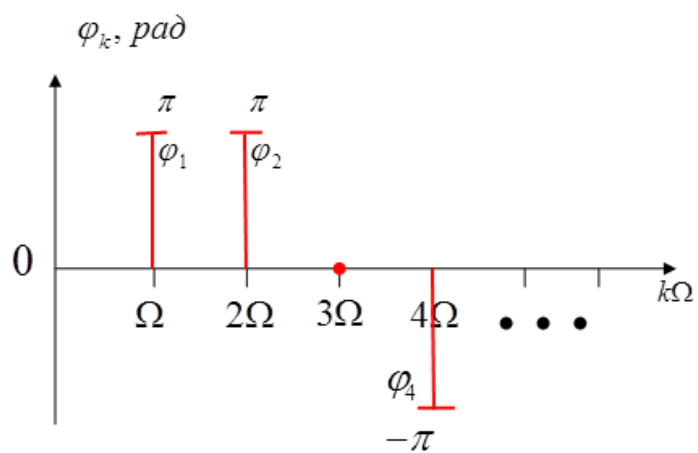
$$\dot{C}_n = a_k + jbk \quad \dot{C}_n = A_k / 2 \quad (4.12)$$

$$\dot{C}_k = \frac{A}{q} \cdot \frac{\sin k\pi / q}{k\pi / q} \quad (4.13)$$

4.3. Davriy signallarning spektrlarining turlari

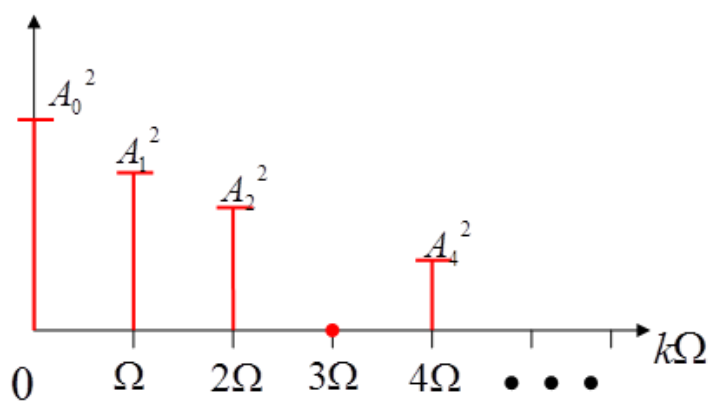


4.1 rasm. Amplitudaviy spektr



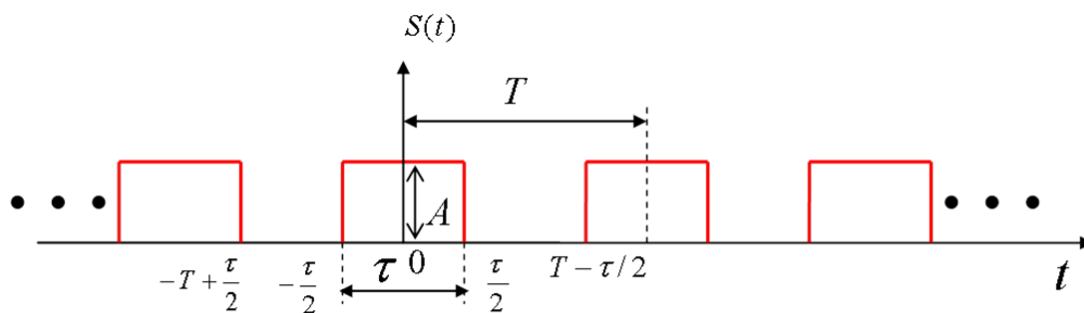
4.2 rasm. Faza spektri

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R} \quad (4.14)$$



4.3 rasm. Quvvat spektri

To'g'ri to'rtburchakli impulslar ketma – ketligining spektrini aniqlaymiz



$$s(t) = \begin{cases} 0, & -T + \tau/2 < t < -\tau/2 \\ A, & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \\ 0, & \tau/2 < t < T - \tau/2 \end{cases}$$

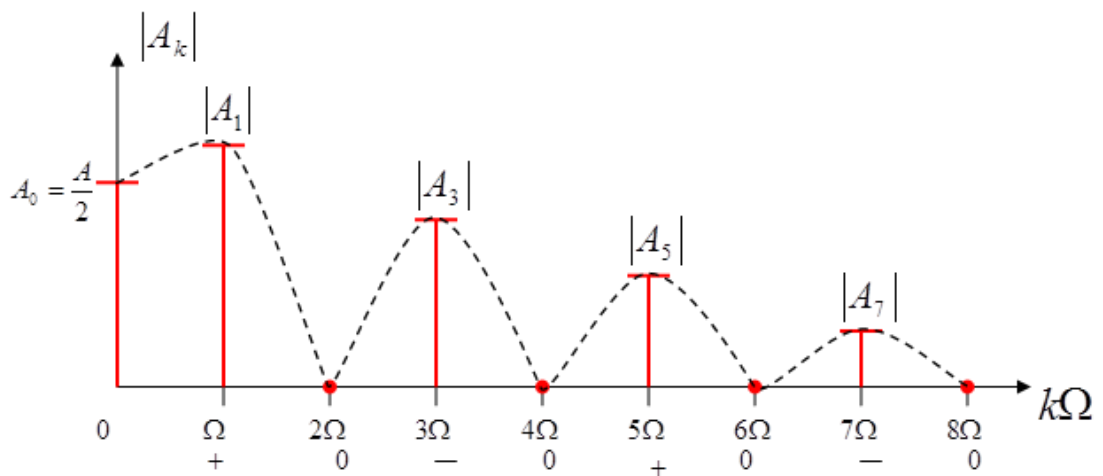
$$q = \frac{T}{2} \quad (4.15)$$

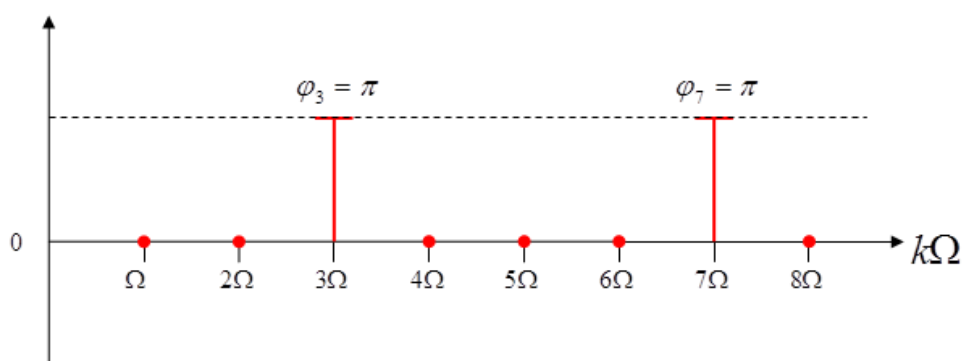
$$\Omega = \frac{2}{\pi} \quad (4.16)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A dt = \frac{A}{T} \tau = \frac{A}{q} \quad (4.17)$$

$$A_k = \frac{2A}{q} \cdot \frac{\sin \pi / q}{k\pi / q} \quad (4.18)$$

$$S(t) = \frac{A}{q} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2A}{q} \cdot \frac{\sin k\pi / q}{k\pi / q} \cdot \cos(k\Omega t - \varphi_k) \quad (4.19)$$





4.4 rasm. Amplitudaviy va faza spektri

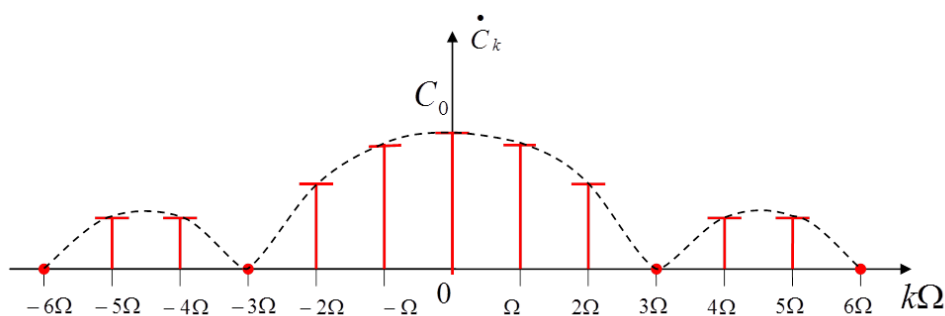
Davriy boʻlgan signallarni kompleks koʻrinishdagi Fure qatoriga ham yoyish mumkin.

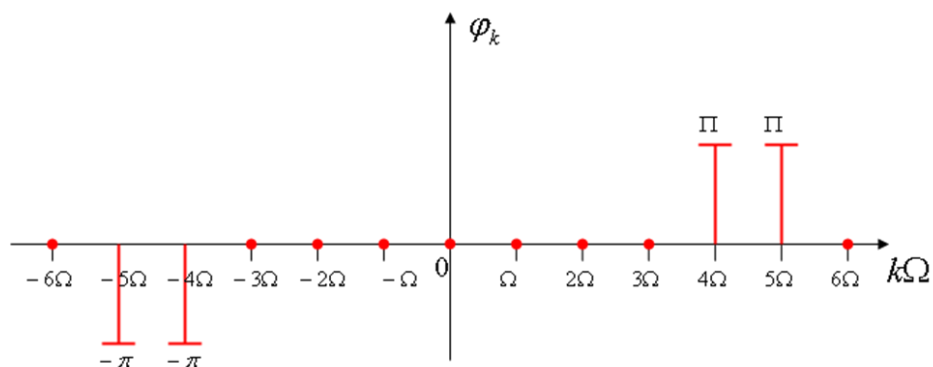
$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{C}_k \cdot e^{jk\Omega t} \quad (4.20)$$

$$\dot{C}_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cdot e^{-jk\Omega t} dt \quad (4.21)$$

$$\dot{C}_k = \frac{A}{q} \cdot \frac{\sin k\pi/q}{k\pi/q} \quad (4.22)$$

$$\dot{C}_k = a_k + jbk \quad \dot{C}_k = A_k/2 \quad (4.23)$$

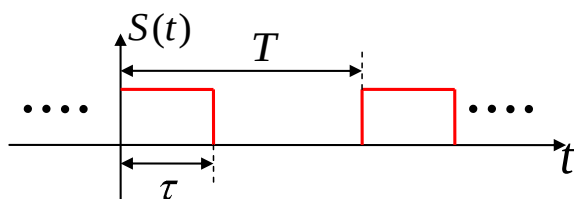




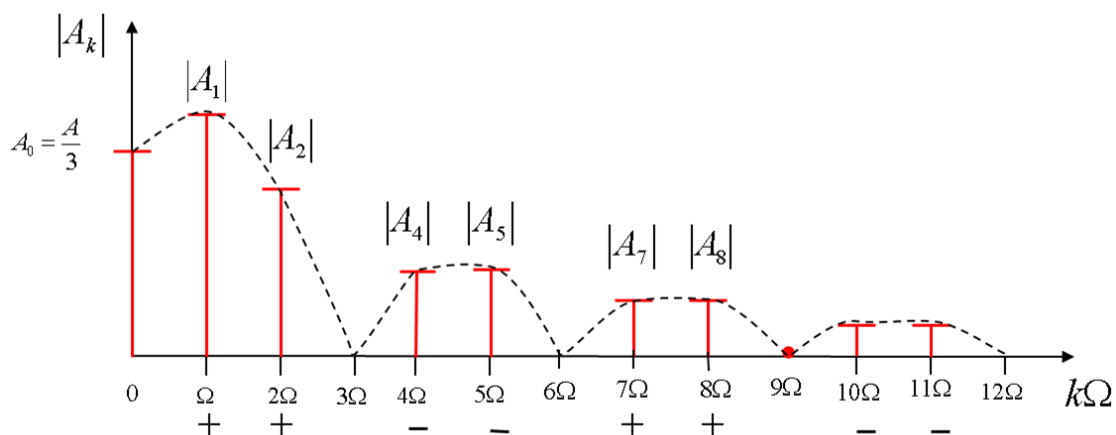
4.5 rasm. Amplituda va faza spektri

Uzluksiz signallarni Fure qatoriga yoyish. Fure to‘g‘ri va teskari almashtirishlari.

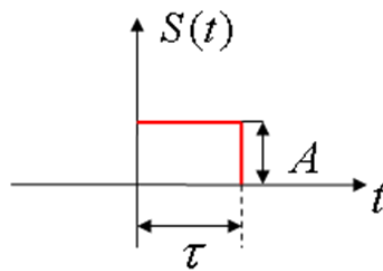
To‘rt burchakli impulslar ketma – ketligi berilgan bo‘lsin



Uning spektri quyidagi ko‘rinishga ega bo‘lsin.



Ushbu davriy bo‘lgan impulslar ketama – ketligini qaytarilish davrini cheksizlikka intiltirsak bunday signal davriy bo‘lmagan to‘g‘ri to‘rt burchakli yagona impulsqa aylanib qoladi.



$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\infty} \rightarrow 0$$

Davriy bo'lmagan yagona impulsning spektrini aniqlashga Fure qatorlarni qo'llab bo'lmaydi.

Davriy bo'lmagan signallarning spektrini aniqlashda Fure intergrallari ishlatiladi.

Furening teskari almashtirishi

$$S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (4.24)$$

Furening to'g'ri almashtirishi

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (4.25)$$

Signalning spektr zichligi 1Gts oraliq chastotaga signalning qancha amplitudasi to'g'ri kelishini ko'rsatadi.

Signalning spektr zichligini quyidagi algebraik ko'rinishda yozish mumkin.

$$S(j\omega) = S_1(\omega) - jS_2(\omega) \quad (4.26)$$

$S_1(\omega)$ - signal spektr zichligining haqiqiy qismi

$S_2(\omega)$ - signal spektr zichligining mavhum qismi

$$S_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot \cos \omega t dt \quad (4.27)$$

$$S_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot \sin \omega t dt$$

(4.28)

$$S(j\omega) = S(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

$$S(\omega) = |S(j\omega)| = \sqrt{S_1^2(\omega) + S_2^2(\omega)} \quad (4.29)$$

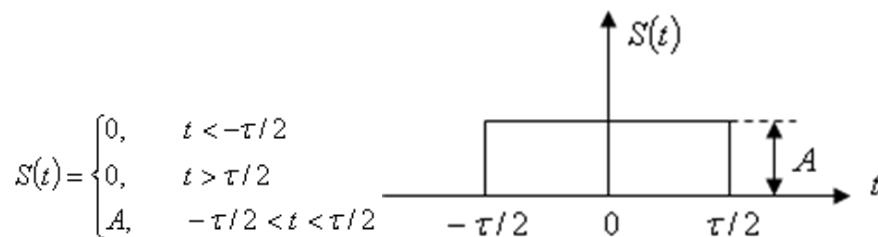
$$\varphi(\omega) = \arctg - \frac{S_2(\omega)}{S_1(\omega)} \quad (4.30)$$

signalning amplituda spektri

signalning faza spektri

Misol

To'g'ri to'rt burchakli yagona impuls berilgan bo'lsin. Bu impulsning o'rtasi, koordinata boshiga to'g'ri kelgan bo'lsin. Impulsning amplitudasi A -ga teng bo'lsin. Impulsning davomiyligi τ - ga teng bo'lsin. Uning amplituda spektrini aniqlab, spektr diagrammasini chizing.



– spektr zichligi formulasi

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) e^{j\omega t} dt$$

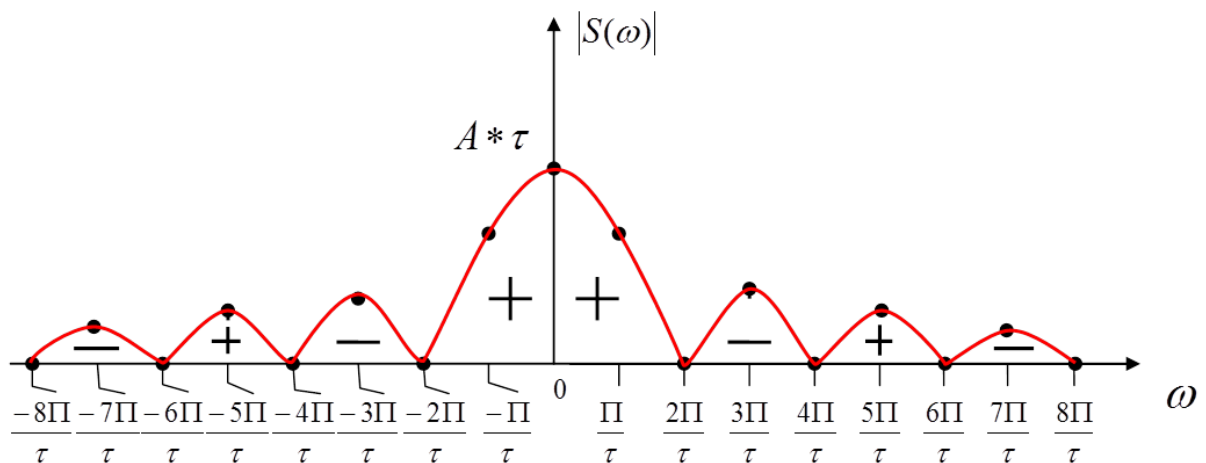
$$\begin{aligned} S(\omega) &= \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A e^{-j\omega t} dt = A \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-j\omega t} dt = -A \frac{1}{j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{-\tau/2}^{\tau/2} = -A \frac{1}{j\omega} (e^{-j\omega \tau/2} - e^{j\omega \tau/2}) = \\ &= \frac{2A}{\omega} \left(\frac{e^{j\omega \tau/2} - e^{-j\omega \tau/2}}{2j} \right) = \frac{2A}{\omega} \sin \omega \tau/2 = \frac{2A\tau}{k\pi} \sin \frac{k\pi}{\tau} * \frac{\tau}{2} = \frac{2A\tau}{k\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{e^{jy} - e^{-jy}}{2j} = \sin y \quad \omega = \frac{k\pi}{\tau}$$

$$S(\omega) = \frac{2A\tau}{k\pi} \sin \frac{k\pi}{2} = A\tau \frac{\sin k\pi/2}{k\pi/2}$$

$$S(\omega) = S(\omega) * e^{j\phi(\omega)}$$

$$e^{j\phi(\omega)} = 1 \Rightarrow S(\omega) = A\tau \frac{\sin k\pi/2}{k\pi/2}$$

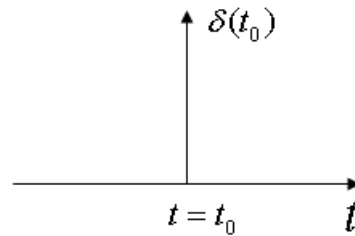


4.5- rasm. Amplitudaviy spektri

Delta impuls

Delta impuls deb – Amplitudasi cheksizlikka intilgan impuls kengligi “0” – ga intilgan yuzasi esa “1”-ga teng bo‘lgan matematik impulsqa aytiladi.

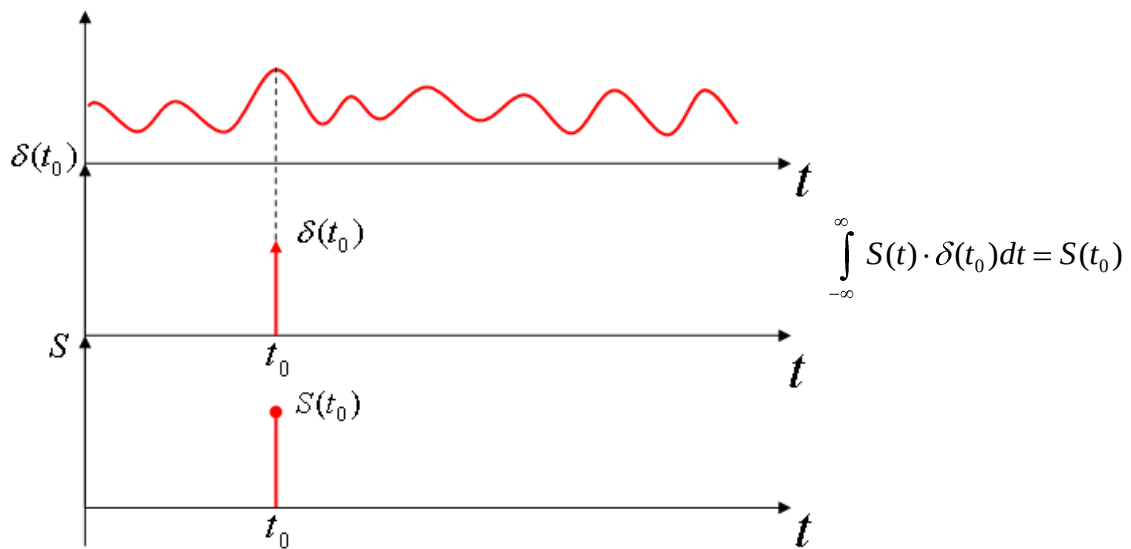
$$\delta(t_0) = \begin{cases} \infty, & t = t_0 \\ 0, & t \neq t_0 \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t_0) dt = 1 \quad (4.34)$$



4.6- rasm. Delta impulsning vaqt diagrammasi

$$S = A \cdot \tau = 1 \quad (4.31)$$

Delta impulsning spektrni aniqlash uchun delta impulsning filtrlar xossasidan foydalanamiz.



4.7 rasm. Delta impulsning vaqt diagrammasi

Delta funksiyaning spektrini quyidagi yo‘li bilan aniqlash mumkin.

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

(4.32)

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t_0) \cdot e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega t_0} \quad (4.33)$$

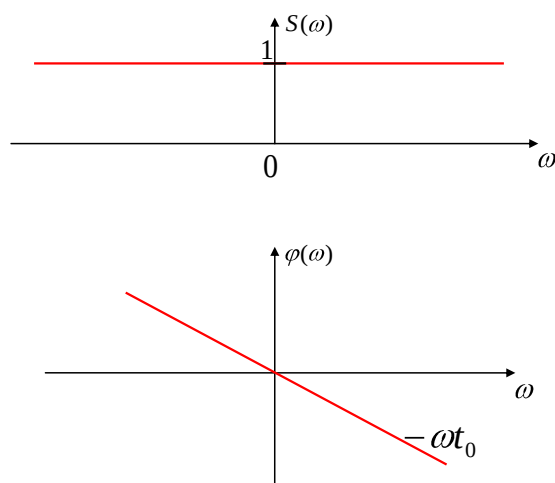
$$S_2(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot \sin \omega t dt$$

Amplituda spektri :

$$S(\omega) = 1$$

Faza spektri :

$$\varphi(\omega) = -\omega t_0$$



4.8- rasm. Delta impulsning amplitudaviy va faza spektri

4.4.Fure almashtirishining asosiy xossalari

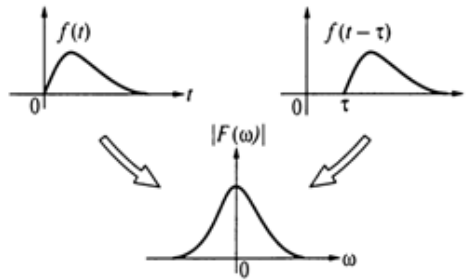
1.Chiziqliligi

$$\sum_i a_i s_i(t) \leftrightarrow \sum_i a_i S_i(\omega)$$

2. Vaqt bo'yicha surilgan signalning spektr zichligi

$$\boxed{s(t - t_0) \leftrightarrow S(\omega) e^{-j\omega t_0}}$$

$$\begin{aligned}
 s(t - t_0) &\leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} s(t - t_0) e^{-j\omega t} dt = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} s(x) e^{-j\omega t_0} e^{-j\omega x} dx = S(\omega) e^{-j\omega t_0}.
 \end{aligned}$$



4.9- rasm. Vaqt bo'yicha surilgan signalning spektr zichligi

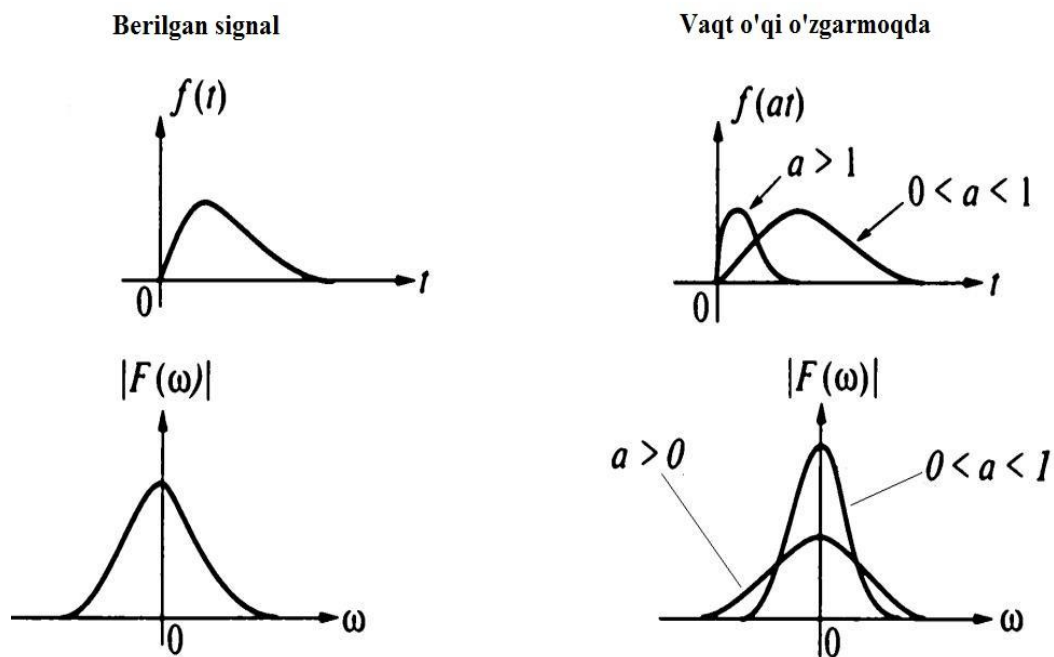
Vaqt bo'yicha surilgan signalning amplituda spektri o'zgarmaydi. Faqat faza spektri o'zgaradi.

3. Funktsiyaning argumentini o'zgarishi (signalning siqilishi yoki kengayishi)

$$s(t) \leftrightarrow S(\omega)$$

$$s(kt) \leftrightarrow \frac{1}{k} S\left(\frac{\omega}{k}\right).$$

$$s(kt) \leftrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} s(kt) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{k} \int_{-\infty}^{\infty} s(x) e^{-j\frac{\omega}{k}x} dx,$$



4.10- rasm. Signalning siqilishi yoki kengayishi

4. Hosilaning spektr zichligi

$$s(t) \leftrightarrow S(\omega)$$

$$f(t) = ds/dt$$

$$f(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{s(t) - s(t - \tau)}{\tau}$$

$$F(\omega) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1 - \exp(-j\omega\tau)}{\tau} S(\omega).$$

Signallarning spektr zichliginig haqiqiy va mavhum qismlari

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos \omega t dt - j \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin \omega t dt = \\ &= A(\omega) - jB(\omega). \end{aligned}$$

4.1- jadval

Signal $s(t)$	Spektr $S(\omega)$
juft	haqiqiy, juft

toq	mavhum, toq
Ixtiyoriy	haqiqiy qismi – juft Mavhum qismi - toq

Nazorat savollari

1. Uzluksiz signallarni Fure qatoriga yoyish.
2. Davriy va nodavriy signallarga misollar keltiring?
3. Fure trigonometrik qatori.
4. Davriy signallarning spektrlarining turlari.
5. Uzluksiz funksiyani Kotelnikov qatoriga yoyish.
6. Davriy signallarning spektrlarini turlari.
7. Amplituda spektri?
8. Faza spektri?
9. Quvvat spektri.
10. Delta impulsining vaqt diagrammasi.
11. Delta impulsining faza spektri.

5- mavzu : LAPLAS ALMASHTIRISHI. LAPLAS TO'G'RI VA TESKARI ALMASHTIRISHI. LAPLAS ALMASHTIRISHI XOSSALARI.

Reja:

1. Laplas to'g'ri almashtirishi.
2. Laplas teskari almashtirishi.
3. Laplas integral almashtirishlarining asosiy xossalari

Laplas integral almashtirishlari operatsion metodlardan biri bo'lib, u p kompleks o'zgaruvchining tasvir $F(p)$ bir qiymatli funksiyasini unga mos t haqiqiy o'zgaruvchining original $f(t)$ funksiyasi bilan bog'laydi.

5.1. Laplas to'g'ri almashtirishi

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad (5.1)$$

5.2. Laplas teskari almashtirishi

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{pt} F(p) dp, \quad (5.2)$$

Xususan, ular differensial va integral tenglamalarni yechish uchun qo'llaniladi. Yechish usuli $f(t)$ originallarni o'z ichiga oluvchi berilgan tenglamani $F(p)$ Laplas almashtirishlarining tasvirlariga nisbatan, fazodagi mos ekvivalent tenglamaga almashtirishdan iboratdir.

Bundan Laplas almashtirishlari vaqt bo'yicha qo'llanilganda xususiy hosilali differensial tenglama tasvirlar fazosida oddiy differensial tenglamaga almashadi. Oddiy differensial tenglama esa noma'lum funksiyaning tasviriga nisbatan chiziqli algebraik tenglamaga keltiriladi.

Tasvirlar fazosida olingan natijalarning originallari qoldiqlar nazariyasi yoki boshqa usullar yordamida topiladi.

Bu $f(t)$ va $F(p)$ juftlar o'rtasidagi o'zaro bir qiymatli moslik ko'p hollarda amaliy maqsadda jadvallar yordamida aniqlanadi.

Laplas integral almashtirishlari shu bilan xarakterlanadiki, $f(t)$ originallar ustida amalga oshiriladigan ko'pgina munosabatlar va operatsiyalarga ularning $F(p)$ tasvirlari ustida amalga oshiradigan ancha sodda munosabatlar va operatsiyalar mos keladi.

Laplas integral almashtirishlarini qo'llab nostatsionar masalalarni yechishda quyidagi to'rtta bosqichni amalga oshirish kerak bo'ladi.

1. Noma'lum original funksiyaning $F(p)$ tasvirga o'tish.
2. $F(p)$ tasvirga o'tishda unga mos $f(t)$ original ustida ba'zi operatsiya almashtirishni bajarish almashtirishdan so'ng $F(p)$ funksiya nisbatan sodda tenglama oddiy differensial tenglama bilan almashtiriladi va hokoza.
3. Tasvirlar fazosida olingan tenglama $F(p)$ ga nisbatan yechiladi.
4. Olingan $F(p)$ tasvirning $f(t)$ original ga o'tiladi. Bu izlanayotgan funksiya bo'ladi. Masalalar shu usulda yechiladi. Asosiy matematik qiyinchilik oxirgi bosqichda, ya'ni topilgan $F(p)$ tasvir ifodalaridan originalga o'tishdir.

Original o'tishni bir necha xil usulda amalga oshirish mumkin.

- a) sonli usullar yordamida
- v) qoldiqlar nazariyasi yordamida
- g) qatorga yoyish usuli yordamida.

Aytaylik, $0 \leq \infty$ yarim o'qida har qanday chekli $[a,b]$ oraliqda o'zining absolyut qiymatlari bilan integrallanuvchi $f(t)$ funksiya berilgan bo'lsin. $p=s+i\sigma$ kompleks parametr kiritamiz va $f(t)$ funksiyaning Laplas integral almashtirishini

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad (5.3)$$

Agar p parametrning qiymati uchun integral yaqinlashuvchi bo'lsa, $f(t)$ funksiya Laplas integral almashtirishni qo'llash mumkin. $f(t)$ funksiya original deyiladi, agar u quyidagi xossalarga ega bo'lsa:

1. $f(t)$ funksiya $0 \leq t < \infty$ o'qida aniqlangan va chekli oralikda absolyut qiymati bilan integrallanuvchi.
2. $t < 0$ da $f(t)$ funksiya nolga teng.
3. p parametrning hech bo'lmaganda bitta qiymatida $f(t)$ funksiya Laplas almashtirishlarini qo'llash mumkin. $F(p)$ funksiya $f(t)$ funksiyaning Laplas integral almashtirishlari bo'yicha tasviri deyiladi.

Originallar va tasvirlar jadvali

$$1 \doteq \frac{1}{p};$$

$$e^{at} \doteq \frac{1}{p-a};$$

$$t \doteq \frac{1}{p^2};$$

$$t^n \doteq \frac{n!}{p^{n+1}}, \quad n \in \mathbb{N};$$

$$e^{at} \cdot t^n \doteq \frac{n!}{(p-a)^{n+1}};$$

$$\sin wt \doteq \frac{w}{p^2 + w^2};$$

$$\cos wt \doteq \frac{p}{p^2 + w^2};$$

$$\operatorname{sh} wt \doteq \frac{w}{p^2 - w^2};$$

$$\operatorname{ch} wt \doteq \frac{p}{p^2 - w^2};$$

$$e^{at} \cdot \operatorname{sh} wt \doteq \frac{w}{(p-a)^2 - w^2};$$

$$e^{at} \cdot \operatorname{ch} wt \doteq \frac{p-a}{(p-a)^2 - w^2};$$

$$t \cdot \sin wt \doteq \frac{2wp}{(p^2 + w^2)^2};$$

$$t \cdot \cos wt \doteq \frac{p^2 - w^2}{(p^2 + w^2)^2};$$

$$t \cdot \operatorname{sh} wt \doteq \frac{2wp}{(p^2 - w^2)^2};$$

$$t \cdot \operatorname{ch} wt \doteq \frac{p^2 + w^2}{(p^2 - w^2)^2};$$

$$e^{at} \cdot \sin wt \doteq \frac{w}{(p-a)^2 + w^2};$$

$$e^{at} \cdot \cos wt \doteq \frac{p-a}{(p-a)^2 + w^2} \dots$$

5.3. Laplas integral almashtirishlarining asosiy xossalari

1. Chiziqlilik xossasi.

$$f(t) = \sum_{i=1}^n f_i(t) \quad (5.4)$$

$$f_i(t) \div F_i(p) \quad (5.5)$$

$$F(p) = \sum_{i=1}^n F_i(p) \quad (5.6)$$

2. Erkli o'zgaruvchining masshtabini o'zgartirish.

$f(t) \div F(p)$ bo'lsin, o'zgarmas $\lambda > 0$ bo'lganda $f(\lambda t)$ ning tasviri

$$f'(t) \div pF(p) \quad (5.7)$$

3. Quvvat spektri

$$f(\lambda t) \div \frac{1}{\lambda} F\left(\frac{p}{\lambda}\right) \quad (5.8)$$

4. Integralning tasviri.

$$f(t) \div F(p) \quad (5.9)$$

$$\varphi(t) = \int_0^t f(t) dt \quad (5.10)$$

bo'lsa, u holda

$$\varphi(p) = \frac{F(p)}{p} \quad (5.11)$$

5. $t^n f(t)$ funksiyaning tasviri.

$$t^n f(t) \div (-1)^n \frac{d^n}{dp^n} F(p) \quad (5.12)$$

6. Tasvirni integrallash

Teorema: Agar $\int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt$ integral yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda $\lim_{p \rightarrow \infty} \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt = \int_0^\infty f(t) dt$ funksiyaning tasviri bo'ladi. — , ya'ni tasvirni integrallash bu originalni t ga bo'lish demakdir.

7. Siljish teoremasi.

$\int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt$, ya'ni tasvir argumentini p ga siljitish originalni $p + \lambda$ ga ko'paytirish demakdir. Haqiqatdan

$$e^{-\lambda t} f(t) \div \int_0^\infty e^{-(p+\lambda)t} f(t) dt = F(p + \lambda).$$

8. Kechikish teoremasi.

Ixtiyoriy musbat λ uchun $\int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt = \int_0^\infty f(t-\lambda) e^{-p(t-\lambda)} dt$ o'rinlidir. (Originalni λ vaqtga kechikib ishlatish tasvirni p ga ko'paytirishga teng).

9. Ko'paytirish teoremasi.

Agar $\int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt = F(p)$ va $\int_0^\infty g(t) e^{-pt} dt = G(p)$ bo'lsa, bu ikki tasvirning ko'paytmasi quyidagi integralga teng bo'ladi

$$F(p)G(p) \div \int_0^\infty f(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

Nazorat savollari

1. Laplas almashtirishi.
2. Laplas integral almashtirishi.
3. Laplas to'g'ri almashtirishi.
4. Laplas teskari almashtirishi.
5. Laplas integral almashtirishlarining asosiy xossalari.
6. Tasvirni integrallash.
7. Kechikish teoremasi.
8. Ko'paytirish teoremasi.
9. Siljish teoremasi.

6- mavzu: Z-ALMASHTIRISH. UMUMLASHGAN FURE DISKRET ALMASHTIRISHI

Reja:

1. Diskret vaqt tizimlari.
2. To'g'ri va teskari z-almashtirishlar.
3. Z-teskari almashtirish usullarini taqqoslash
4. Z-almashtirishning xossalari.
5. Barqarorlikni tadqiqot qilish

Diskret vaqt signal va tizimlarini analiz va loyihalashda qo'llanilishi eng qulay bo'lgan almashtirish bu z-almashtirish hisoblanadi.

6.1. Diskret vaqt tizimlari

Diskret vaqt tizimi – bu kirishiga $x(n)$ signal ketma-ketligi berilganda chiqishida $y(n)$ ketma-ketligini hosil qilish matematik algoritmi. Diskret vaqt tizimlariga quyidagilarni misol qilib keltirish mumkin: raqamli kontroller (nazoratlash qurilma)lari, spektr raqamli analizatorlari va raqamli filtrlar.

Diskret vaqt tizimi chiziqli va nochiziqli, vaqt bo'yicha ko'rsatkichlari o'zgarmas (invariant) yoki o'zgaruvchan bo'lishi mumkin.

Diskret vaqt tizimi chiziqli deb ataladi, agar bu tizimga nisbatan aks ta'sir uning kirishiga bir vaqtda bir necha signal berilgandagi qiymati har bir kirish signallari alohida-alohida unga ta'sir etgandagi alohida-alohida aks ta'sirlar yig'indisiga teng bo'lsa.

Misol uchun, uning birinchi kirishiga $x_1(n)$ signal berilsa chiqishida $y_1(n)$ hosil bo'ladi va ikkinchi kirishiga $x_2(n)$ signal berilsa chiqishida $y_2(n)$ hosil bo'ladi. U holda tizimning har ikki ta'sir signaliga aks ta'siri, ya'ni chiqishidagi signal quyidagicha aniqlanadi

$$a_1x_1(n) + a_2x_2(n) \rightarrow a_1y_1(n) + a_2y_2(n), \quad (6.1)$$

bunda a_1 va a_2 – har qanday o‘zgarmas kattalik (konstanta).

Diskret vaqt tizimi (vaqtga bog‘liq emas) invariant yoki unga signal ta’sir etish vaqtiga bog‘liq emas deb hisoblanadi, agar uning chiqishidagi signal $y(n)$ kirishiga qaysi vaqtda signal $x(n)$ berilganiga, ya’ni $x(n-k)$ ga bog‘liq emas, bunda k – signal kechikish vaqti. Misol uchun, agar uning kirishiga $x[n]$ signal berilsa chiqishida $y_1[n]$ hosil bo‘ladi, agar $x[n-k]$ signal berilsa chiqishida $y_1[n-k]$ signal hosil bo‘ladi, ya’ni

$$\begin{aligned} x(n) &\rightarrow y(n), \\ x(n-k) &\rightarrow y(n-k), \end{aligned}$$

bo‘ladi, ya’ni kirish signali qancha vaqtga kechiksa chiqish signali ham shuncha vaqtga kechikadi. Chiziqli invariant tizim (ChIT) kirish va chiqish signallari orasidagi bog‘liqlik o‘rovchi (svertka) yig‘indisi orqali beriladi

bunda $h(k)$ – tizim impuls xarakteristikasi. $h(k)$ ning qiymati diskret vaqt tizimini vaqt bo‘yicha o‘zgarishini to‘liq aniqlaydi. Agar ChIT impuls xarakteristikasi quyidagi talabga javob bersa, u barqaror hisoblanadi

Bu shart agar $h[k]$ cheklangan davomiylikka yoki k kattalashishi bilan $h[k]$ nolga intilganda kuchga ega.

Faqat kirishida signal bo‘lganda chiqishida aks signal hosil bo‘ladigan tizim – fizik jihatdan amalga oshirilishi mumkin bo‘lgan tizim deb ataladi. Umuman olganda, diskret vaqt ketma-ketligida mavjud $x(n)$ yoki diskret vaqt

tizimi impuls xarakteristikasi fizik jihatdan amalga oshirish mumkin bo'lgan tizimlar uchun vaqt nolinchi onigacha nolga teng bo'ladi, ya'ni $x[k] = 0, n < 0$ yoki $h[k] = 0, k < 0$.

6.2. To'g'ri va teskari z-almashtirishlar

$x(n)$ ning n ning hamma qiymatlari uchun haqiqiy bo'lgan z-almashtirishni aniqlaymiz

bunda z – kompleks o'zgaruvchi.

Aks ta'siri mavjud tizimlarda $x[n]$ faqat $0 < n < \infty$ oralig'ida nolga teng bo'lmaydi va yuqoridagi tenglamadan bir tomonlama z-almashtirish deb ataladigan quyidagi almashtirish ifodasini olamiz

teskari z-almashtirishi (z^{-1}) $x[n]$ diskret vaqt ketma-ketligini uning z-ko'rinishi orqali tiklash imkoniyatini beradi. z^{-1} teskari z-almashtirishi SRIBda keng foydalaniladi, misol uchun raqamli filtrlarning impuls xarakteristikasini aniqlashda. Simvolik shaklda z-almashtirishi quyidagicha aniqlash mumkin:

$$x(n) = Z^{-1}[X(z)], \quad (6.6)$$

Bunda, $X(z)$ – $x[n]$ ketma-ketlikning z-ko'rinishi, Z^{-1} esa z-teskari almashtirish amalini anglatuvchi simvol.

$x[n]$ ketma-ketlik albatta aks ta'sir hosil bo'lishiga olib keladi deb hisoblab, (3.6) tenglamadan $X(z)$ ning z-ko'rinishini darajali quyidagi qatorga yoyish mumkin:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} = x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + x(3)z^{-3} + \dots \quad (6.7)$$

(3.8) qatordan ko‘rinadiki ketma-ketlik qiymatlari $x(n)$ – bu z^{-n} ($n = 0, 1, \dots$) koefitsientlari bo‘lib, shuning uchun ularni to‘g‘ridan-to‘g‘ri aniqlash mumkin. Amaliyotda, ko‘p hollarda $X(z)$ ni z^{-1} dan yoki unga teng kuchli bo‘lgan z dan olingan ikki ko‘phadning nisbati orqali ifodalash mumkin:

$$X(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_M z^{-M}}. \quad (6.8)$$

$x(n)$ ning bu ko‘rinishdagi z -almashtirishini quyidagi usullardan biri yordamida aniqlash mumkin:

- a) darajali qatorga yoyish usuli;
- b) elementar sonlar nisbati (kasr sonlar) ko‘rinishida ifodalash usuli;
- v) ayirish usuli (vihet).

Darajali qatorga yoyish usuli

Agar $X(z)$ aks ta’sirli ketma-ketlik z -almashtirishi berilgan bo‘lsa, u holda uni z^{-1} yoki z ga nisbatan ustun (stolbik)ga bo‘lish sintetik bo‘lish usuli deb ataluvchi usuldan foydalanib cheksiz qatorga yoyish mumkin:

$$\begin{aligned} X(z) &= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_M z^{-M}} = \\ &= x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + x(3)z^{-3} + \dots \end{aligned} \quad (6.9)$$

Bu usuldan foydalanilganda $X(z)$ funksiyasining maxraji va surati dastlab z ning darajasi kamayuvchi shaklida yoki z^{-1} ning darajasi kattalashuvchi qator sifatida ifodalanadi, so‘ngra ularni bo‘lish natijasida xususiy qiymati topiladi.

Elementar sonlar nisbati (kasr sonlar) ko‘rinishida ifodalash usuli

Bu usuldan foydalanilganda dastlab z -almashtirish kasr sonlar nisbati shaklida yoyiladi. Har bir elementar kasrning z -teskari almashtirishi topiladi. Bu natijalarni qo‘shish natijasida umumiy z -almashtirish olinadi. Amalda ko‘p hollarda z -almashtirish z yoki z^{-1} ko‘p hadlilarning nisbati ko‘rinishda beriladi va quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\begin{aligned} X(z) &= \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_M z^{-M}} = \\ &= x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + x(3)z^{-3} + \dots \end{aligned} \quad (6.10)$$

Agar $X(z)$ funksiyaning qutblari birinchi tartibli bo‘lsa va $N = M$ bo‘lsa, u holda uni quyidagi qatorga yoyish mumkin:

$$\begin{aligned} X(z) &= B_0 + \frac{C_1}{1-p_1 z^{-1}} + \frac{C_2}{1-p_2 z^{-1}} + \dots + \frac{C_M}{1-p_M z^{-1}} = \\ &= B_0 + \frac{C_1 z}{z-p_1} + \frac{C_2 z}{z-p_2} + \dots + \frac{C_M z}{z-p_M} = B_0 + \sum_{k=1}^M \frac{C_k z}{z-p_k}, \end{aligned} \quad (6.11)$$

bunda p_k – $X(z)$ funksiyaning qutblari, C_k – elementar kasrlarning koeffitsientlari va

$$B_0 = b_N/a_N,$$

C_k koeffitsientlarini ba’zan $X(z)$ funksiyaning ayirmasi (вычет) deb ham ataladi.

Agar tenglamada suratning darajasi maxrajning darajasidan kichik bo‘lsa, ya’ni $N < M$ bo‘lsa, u holda B_0 nolga teng bo‘ladi. Agar $N > M$ bo‘lsa, u holda $X(z)$ ni $N \leq M$ ni ko‘rinishida olish uchun dastlab uni surat va maxrajning z^{-1} ni darajasi kamayib boruvchi ko‘rinishda yozilgan ifodasini ustunga bo‘lish kerak bo‘ladi. Qoldiqni tenglamada keltirilgan ko‘rinishda ifodalash mumkin.

C_k koeffitsientning p_k qutb bilan bog'liq qiymatini tenglamaning chap va o'ng tomonini $(z - p_k)/z$ ga ko'paytirish, so'ngra $z = p_k$ almashtirishni amalga oshirib topish mumkin:

$$C_k = \frac{X(z)}{z} (z - p_k) \Big|_{z=p_k}. \quad (6.12)$$

Agar $X(z)$ funksiya bir yoki bir necha birinchi tartibidan katta qutblarga ega bo'lsa (ya'ni mos keluvchi qutblarga), u holda buni e'tiborga olish uchun tenglamaga qo'shimcha hadlar qo'shish kerak bo'ladi.

Misol uchun, agar $X(z)$ funksiya $z = p_k$ nuqtada m -tartibli qutbga ega bo'lsa, u holda elementar kasrlarga yoyishga quyidagi ko'rinishdagi hadlar kirishi kerak:

$$\sum_{i=1}^m \frac{D_i}{(z - p_k)^i}. \quad (6.13)$$

D_i koeffitsientlarining qiymatlarini quyidagi bog'liqlikdan topish mumkin:

$$D_i = \frac{1}{(m-i)!} \frac{d^{m-i}}{dz^{m-i}} \left[(z - p_k)^m \frac{X(z)}{z} \right] \Big|_{z=p_k}. \quad (6.14)$$

Ayirish usuli

Bu usulda z^{-1} kontur integralini hisoblash orqali aniqlanadi:

$$x(n) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C z^{n-1} X(z) dz, \quad (6.15)$$

bunda C – bu integrallash konturi bo'lib, $X(z)$ ning hamma qutblarini o'z ichiga oladi (qamrab oladi). Ratsional ko'phadlar uchun bu tenglamadan kontur bo'yicha integral kompleks o'zgaruvchilar nazariyasi asosiy natijasiga asoslanib, ayirishlar (вычет) haqidagi Koshi teoremasi yordamida aniqlanadi:

$$x(n) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C z^{n-1} X(z) dz : \quad (6.16)$$

$= z^{n-1} X(z)$ ning C ichidagi hamma qutblari ayirmalari yig'indisi

Avvalgi mulohazalarda C_k ni elementar tashkil etuvchilarga yoyish koeffitsientini $X(z)$ funksiyaning ayirmalari deb ataladi deb aytib o'tilgan va uning qiymatlarini hisoblash usullari keltirilgan edi. Shuni eslab qolish kerakki, har bir ayirma C_k qutb p_k bilan bog'liq. Bu usulda esa $z^{n-1} X(z)$ ning p_k qutbdagi ayirmasi ($X(z)$ funksiyaning ayirmalari emas) quyidagi ko'rinishda beriladi:

$$\text{Res}[F(z), p_k] = \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} [(z - p_k)F(z)]|_{z=p_k}, \quad (6.17)$$

bunda $F(z) = z^{n-1} X(z)$, m – bu p_k nuqtadagi qutb tartibi, $\text{Res}[F(z), p_k] = F(z)$ ning $z = p_k$ nuqtadagi ayirmasi (yecheti). Oddiy (alohida) qutb uchun (3.19) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\text{Res}[F(z), p_k] = (z - p_k)F(z) = (z - p_k)z^{n-1}X(z)|_{z=p_k}. \quad (6.18)$$

Z-teskari almashtirish usullarini taqqoslash

Ko'rib chiqilgan z-teskari almashtirishlarini hisoblash usullarini taqqoslaymiz. Darajali qatorga yoyish usulining kamchiligi shundan iboratki, bu usul analitik ko'rinishdagi yechimni bermaydi (ba'zan oddiy hollarda uni aniqlash mumkin), ammo u sodda bo'lib kompyuter yordamida hisoblashda foydalanish mumkin. Ammo u tabiatan rekursiv xarakterga egaligi uchun z-teskari almashtirishning berilgan nuqtalari ko'p bo'lsa xatolik oshib borishi mumkin.

Elementar kasrlarga yoyish usuli va vichetlar usuli analitik ko‘rinishda natija olish imkonini beradi. Bu usullarning asosiy kamchiligi maxraj ko‘p hadligi ko‘paytkichini yoyish talab etilishi, ya’ni $X(z)$ funksiyani qutblarini topish talab etilishi hisoblanadi. Agar $X(z)$ funksiya yuqori tartibli bo‘lsa va funksiya yoyilgan shaklda berilmagan bo‘lsa, u holda uning qutblarini qidirish yetarli darajada qiyin masala hisoblanadi.

6.4. Z-almashtirishning xossalari

Quyida signallarga raqamli ishlov berishda keng foydalaniladigan z-almashtirishning ba’zi foydali xossalarini qisqacha keltiramiz.

1. *Chiziqlilik*. Agar $x_1(n)$ va $x_2(n)$ ketma-ketliklar $X_1(z)$ va $X_2(z)$ shaklidagi z-ko‘rinishlarga ega bo‘lsa, u holda z-ko‘rinishlarning chiziqli kombinatsiyasi quyidagicha ifodalanadi:

$$ax_1(n) + bx_2(n) \rightarrow aX_1(z) + bX_2(z). \quad (6.19)$$

2. *Kechikish yoki siljish*. Agar $x(n)$ ketma-ketlikning z-ko‘rinishi $X(z)$ bo‘lsa, u holda m elementga kechikkan ketma-ketlikning z-ko‘rinishi $z^{-m}X(z)$ bo‘ladi. Bu xossadan diskret vaqt tizimlari uzatish funksiyasi z ni vaqt bo‘yicha farqlanuvchi tenglamaga aylantirida keng foydalaniladi

$$\begin{aligned} x(n) &\rightarrow X(z), \\ x(n-m) &\rightarrow z^{-m}X(z). \end{aligned}$$

3. *Svertka (o‘ram)*. Kirish signali $x(n)$ va impuls xarakteristikasi $h(k)$ bo‘lgan diskret vaqt tizimi berilgan bo‘lsa, tizim chiqishidagi signal quyidagicha aniqlanadi:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k), \quad (6.20)$$

z-ko‘rinishlar orqali tizim kirish va chiqishi quyidagicha bog‘langan:

$$Y(z) = H(z)X(z), \quad (6.21)$$

bunda $X(z)$, $H(z)$ va $Y(z)$ lar mos ravishda $x(n)$, $h(k)$ va $y(n)$ ketma-ketliklarning z-ko‘rinishlari. Agar $X(z)$ va $H(z)$ berilgan bo‘lsa, u holda $y(n)$ ni $Y(z)$ ning teskari z-almashtirishi orqali topish mumkin. Yuqoridagidan ko‘rinadiki (6.21a) tenglamadan svertka (o‘ram) olish jarayoni z-da ko‘paytirish amaliga aylanib qoladi.

4. *Differensiallash.* Agar $X(z)$ orqali $x(n)$ ketma-ketlik z-ko‘rinishi ifodalansa, u holda $nx(n)$ ning z-ko‘rinishini $X(z)$ ni differensiallash orqali topish mumkin

$$\begin{aligned} x(n) &\rightarrow X(z), \\ nx(n) &\rightarrow -z \frac{dX(z)}{dz}. \end{aligned}$$

z-almashtirishning bu xossasidan $X(z)$ yuqori tartibli qutblarga ega bo‘lganda, uning teskari z-almashtirishini hisoblashda foydalaniladi.

Diskret vaqt tizimlarini qutb va nollar orqali ifodalash

Amalda foydalaniladigan ko‘pgina diskret vaqt tizimlari uchun z-almashtirishli, ya’ni tizim uzatish funksiyasi $H(z)$ ni uning qutbi va noli orqali ifodalash mumkin. Misol shaklida, N -tartibli diskret vaqt oddiy filtri uchun quyidagi z-almashtirishni ko‘rib chiqamiz ($N = M$ bo‘lgan holat uchun):

$$H(z) = \frac{N(z)}{D(z)},$$

$$\begin{aligned} N(z) &= b_0 z^N + b_1 z^{N-1} + \dots + b_N, \\ \text{bunda} \quad D(z) &= a_0 z^N + a_1 z^{N-1} + a_2 z^{N-2} + \dots + a_N, \end{aligned} \quad (6.22)$$

a_k va b_k – filtr koeffitsientlari.

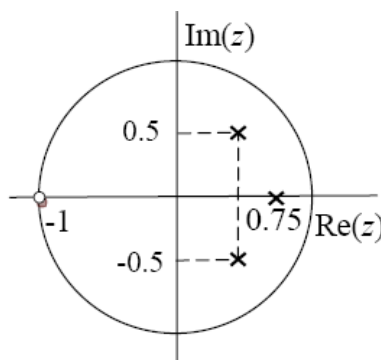
Agar $H(z)$ funksiya $z = p_1, p_2, \dots, p_N$ nuqtalarda qutblarga ega bo'lsa va $z = z_1, z_2, \dots, z_N$ nuqtalarda nolga teng bo'lsa, u holda $H(z)$ funksiyani ko'paytmalarga yoyish va quyidagi ko'rinishga olib kelish mumkin:

$$H(z) = \frac{K(z-z_1)(z-z_2)\dots(z-z_N)}{(z-p_1)(z-p_2)\dots(z-p_N)}, \quad (6.23)$$

bunda z_i – i -nchi nol, p_i – i -nchi qutb va K – kuchaytirish koeffitsienti. z -almashtirishning qutblari deb z ning funksiya $H(z)$ ni cheksizlikka teng bo'lishiga olib keluvchi qiymatlariga aytiladi. z ning $H(z)$ ni nolga teng bo'lishini ta'minlovchi qiymatlari uning nollari deb ataladi.

$H(z)$ funksiyaning qutb va nollari haqiqiy yoki kompleks bo'lishi mumkin. agar qutb va nollar kompleks bo'lsa, u holda ular funksiya kompleks moslashgan juftlik bo'lib kiradilar, chunki a_k va b_k koeffitsientlar haqiqiy bo'lishi kerak. (3.24) tenglamadan ko'rinadiki agar $H(z)$ funksiyaning qutb va nollari joylashishi ma'lum bo'lsa, u holda $H(z)$ funksiyani o'zgarmas kattalik (konstanta)gacha aniqlik bilan qayta tiklash mumkin.

z -ko'rinishdagi axborotni qutb va nollarning digrammasi ko'rinishida tasvirlash qulay. Ushbu diagrammada qutblarning o'rni ($\times$) bilan belgilangan, nol esa ($\circ$) bilan belgilangan. Rasmdagi misolda $z = 0.5 \pm 0.5i$ va $z = 0.75$ nuqtalarida qutblar joylashgan, nol esa $z = -1$ nuqtada joylashgan.



6.1- rasm.z-almashtirishni qutb () va nollar (0) diagrammasi ko‘rinishida tasvirlash.

Qutb va nollarning diagrammasi diskret vaqt tizimi xossalarini olib beradi. Misol uchun, qutb va nollarning joylashishiga qarab tizimning amplituda-chastota xarakteristikasini va uning qanday darajada barqarorligini bilib olish mumkin. Barqaror tizimlar uchun hamma qutblar, birlik o‘lcham (radius)ga ega doira ichida bo‘lishi yoki birlik o‘lchamli doira nollariga mos bo‘lishi mumkin.

Ko‘p hollarda z-almashtirishni yoyilgan ko‘rinishda ifodalash mumkin emas, uni tenglamadagidek ko‘p hadlar nisbati sifatida ifodalash mumkin. Bu hollarda $H(z)$ ni uning nol va qutblar z-ko‘rinishida ifodalash uchun, maxraj ko‘phadligi $D(z)$ va surat ko‘phadligi $N(z)$ ning ildizlarini topish kerak bo‘ladi.

$ax^2 + bx + c$ ko‘rinishida beriladigan ikkinchi tartibli ko‘phadning ildizlari quyidagi formula orqali topiladi:

$$\frac{-b \pm (b^2 - 4ac)^{1/2}}{2a}. \quad (6.24)$$

$N(z)$ va $D(z)$ ko‘phadlarning nisbatan yuqori tartibli ildizlarini topish murakkab masala hisoblanadi. Amalda bu ildizlarni topishda raqamli usullardan foydalaniladi yoki Nyuton yoki/hamda Beystou (Baistow) algoritmlaridan foydalaniladi.

6.5.Barqarorlikni tadqiqot qilish

Ko‘p hollarda diskret vaqt tizimlarini yaratishda ularning barqarorligini (ustoychivost) tahlil etish kerak bo‘ladi. Tizimlar barqarorligining foydali yetarli mezonini quyidagicha ta’riflash mumkin: hamma kirish signallariga tizimning aks ta’siri ham cheklangan bo‘lishi kerak. Bu shart KChChCh (kirish cheklash,

chiqish cheklash) sharti deb ataladi. Odatda KChChCh tizimi barqaror deb qaraladi faqat quyidagi barqarorlik sharti bajarilsa:

$$\sum_{k=0}^{\infty} |h(k)| < \infty ,$$

bunda $h(k)$ – tizim impuls xarakteristikasi. ma'lumki, agar impuls xarakteristikasi cheklangan bo'lsa yuqorida keltirilgan shart bajariladi, chunki impuls xarakteristikalar koeffitsienti chekli qiymatga ega bo'ladi. Shunday qilib, barqarorlikni tahlil etishni faqat impuls xarakteristikalari cheksiz davomli tizimlarga nisbatan qo'llash mumkin.

Chiqish signali sathi cheklangan bo'lishi uchun, hamma qutblar birlik radiusli doira ichida bo'lishi shart. Agar qutblar birlik radiusli doira tashqarisida bo'lsa, tizim barqaror emas deb hisoblanadi. Amalda qutbi birlik doira ustida joylashgan tizimlar ham barqaror bo'lmagan tizim deb hisoblanadi yoki potensial nobarqaror deb hisoblanadi, chunki juda kichik qo'zg'atuvchi kuch yoki sezilarli xatolik tizimni barqaror bo'lmagan holatga olib keladi. Bundan birlik doiradagi qutb nolga mos kelgan holatda uning ta'siri bir-birini qoplaydi (kompensatsiya qiladi). Barqaror bo'lmagan tizim impuls xarakteristikasi vaqtga bog'liq shaklda cheksiz kattalashib boradi.

Tizimning barqarorligini nazorat qilish juda oson: z-almashtirish qutblari joylarini aniqlash kerak, agar qandaydir qutb birlik doira ustiga to'g'ri kelsa yoki undan tashqarida bo'lsa tizim barqaror emas deb hisoblanadi (faqat qutb holati birlik doira ustidagi nolga mos kelmasa). Amalda qutblar holatini aniqlash oson masala bo'lmazligi mumkin.

Agar $H(z)$ tizimi z-ko'rinishini ko'phadlarga yoyish mumkin bo'lmasa, oddiy tekshirish usuli bu yetarli sondagi impuls xarakteristikalarini topish va teskari z-almashtirishni hisoblab chiqib grafigini chizishdan iborat. Agar tizim impuls xarakteristikasi vaqt o'tishi bilan cheksiz kattalashib borsa yoki tezda nolga intilsa, u holda tizim barqaror emas yoki juda kam darajada barqaror bo'ladi.

Farqlanish tenglamasi

Farqlanish tenglamasi diskret vaqt tizimining kirish ma'lumotlari ustidan kerakli chiqish signali uchun real bajaradigan amalaini ta'riflaydi. Ko'pgina amaliyotda muhim holatlar farqlanish tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$y(n) = \sum_{k=0}^N a_k x(n-k) - \sum_{k=1}^M b_k y(n-k), \quad (6.25)$$

bunda $x[n]$ – kirish signali ketma-ketligi elementi, $y[n]$ – chiqish signali ketma-ketligi elementi, $y[n-k]$ – bitta avvalgi chiqish signali, a_k va b_k – tizim koeffitsientlari. Yuqoridagi tenglamadan ko'rinadiki, joriy $y[n]$ joriy qiymati ketma-ketligining shu ondagi va bitta avvalgi elementlari va bitta avvalgi chiqish signaliga $y[n-k]$ lar orqali olinadi (aniqlanadi). Z-almashtirishning kechikish xossasidan foydalanib, vaqt diskret tizimi uzatish funksiyasi uchun quyidagi farqlanish tenglamasini olish mumkin va aksincha:

$$\begin{aligned} a_k x(n) &\leftrightarrow a_k X(z), \\ a_k x(n-k) &\leftrightarrow a_k z^{-k} X(z). \end{aligned} \quad (6.26)$$

Shunday qilib tenglamani quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$Y(z) = \sum_{k=0}^N a_k z^{-k} X(z) - \sum_{k=1}^M b_k z^{-k} Y(z). \quad (6.26)$$

Bu ifodani soddalashtirib z-qiymatlari majmuasi uchun diskret tizim uzatish funksiyasi $H(z)$ ning ifodasini olamiz

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^M b_k z^{-k}}. \quad (6.27)$$

Agar maxraj b_k ning hamma qiymatlari nolga teng bo'lsa, u holda yuqoridagi tenglamalar quyidagi ko'rinishlarni oladilar:

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{k=0}^N a_k x(n-k), \\ H(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{k=0}^N a_k z^{-k}. \end{aligned} \quad (6.28)$$

Endi chiqish signali $y[n]$ kirish ketma-ketligining faqat shu ondagi va avvalgi elementlariga bog'liq bo'ladi va tenglamada ifodalangan chiqish signali avvalgi qiymatiga bog'liq bo'lmaydi. Ushbu holatda a_k koeffitsient tizim impuls xarakteristikasi bo'lib, odatda $h[n]$ simvoli orqali belgilanadi. Bu tur tizimlarni cheklangan impuls xarakteristikali tizimlar deb ataladi, chunki $h[n]$ ketma-ketlik davomiyligi albatta cheklangan bo'ladi. va tenglamalar orqali ifodalanadigan tizimlar uchun uning maxrajlaridan kamida bittasi nolga teng bo'lmaydi, bunday tizimlar cheksiz impuls xarakteristikali tizimlar deb ataladi. impuls xarakteristikasi cheksiz tizimlarda qutblardan kamida bittasi nolga teng bo'lmaydi, impuls xarakteristikasi cheklangan tizimlarning esa odatda qutblari bo'lmaydi.

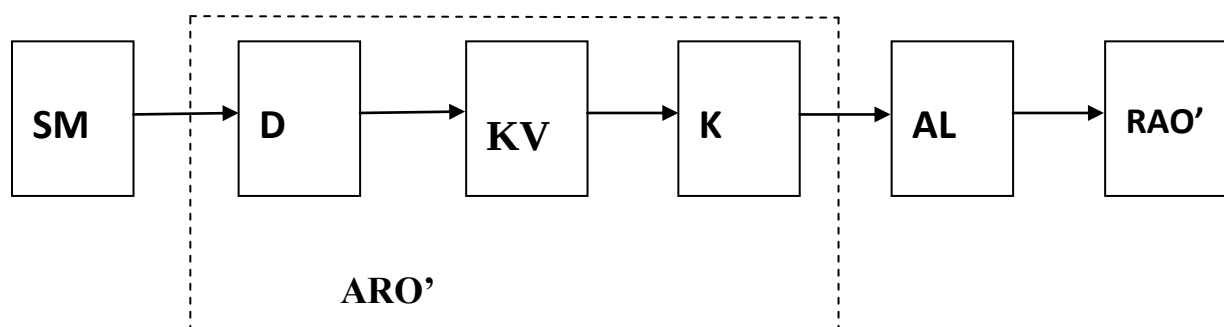
Nazorat savollari

- 1.Z-almashtirishi.
- 2.Diskret vaqt tizimlari.
- 3.To'g'ri va teskari Z-almashtirishlar.
- 4.Z-almashtirishning xossalari.
- 5.Farqlash tenglamasi.
6. Barqarorlikni tadqiqot qilish.
7. Ayirish usuli.

7-mavzu: SIGNALLARGA UZLUKSIZ VA RAQAMLI ISHLOV BERISH

Reja:

1. Vaqt bo'yicha bir xil va turlicha diskretizatsiyalash.
2. Impulslı modulyatsiya turlari.
3. Diskret modulyatsiyalangan (KIM, ChIM, FIM, AIM) signallarni tahlil qilish.



7.1-rasm. Signallarni raqamli holda uzatish tizimining strukturaviy sxemasi

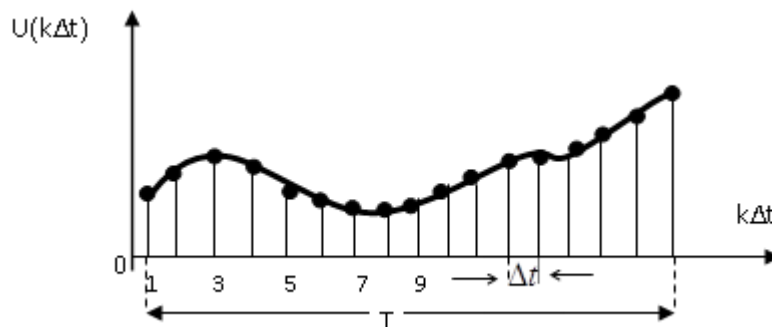
SM-signal manbai, D- diskretlash, KV-kvantlash, K-kodlash, AL-aloqa liniyasi, RAO- raqamli analog o'zgartirgich.

7.1. Signallarga uzluksiz va raqamli ishlov berish

Haqiqiy signallar ko'p hollarda ularga qandaydir ishlov berishdan oldin filtrdan o'tkaziladi. Filtr chiqishida uning spektri $0 \div G'_{yu}$ yoki $G'_1 \div G'_2$ oralig'ida bo'ladi. Signal spektri aloqa tizimi turiga va tizimga qo'yilgan talablarga bog'liq. Masalan, diskret xabarlarni uzatishda – uzatish tezligiga, teleko'rsatuv tizimlarida – qabul qilingan standartga, radioeshittirishda – uning toifasiga va h. ga bog'liq. V.A. Kotelnikov uzluksiz (analog) signallarni diskretizatsiyalash haqidagi teoremasini 1933 yilda “Ochiq fazoning va simning signal uzatish qobiliyati” haqidagi ilmiy ishida keltirgan. Ushbu teoremaga asosan spektri yuqori chastotasi G'_{yu} dan katta bo'lmagan uzluksiz funksiya $f(t)$ o'zining

$$\Delta t = \frac{1}{2F_{\text{с}}}$$

oraliqlarida olingan qiymatlari orqali qayta tiklanishi mumkin.



7.2- rasm. Signallarni vaqt diskretlash

Kvantlash jarayoni, Sath bo'yicha kvantlashda kvantlash oraligi quyidagicha olinadi:

$$\Delta b = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{L} \quad (7.1)$$

L-kvant sathlar soni

$n = \log_2 L$ - kvantlar soni

Kvantlash jarayonidan kurinib turibdiki oniy qiymatlar uchun olingan sathlarda xatoliklarga yo'l qo'yiladi. Bu xatolik quyidagi formula yordamida aniqlanadi.

$$E = \frac{\Delta b^2}{12} \quad (7.2)$$

Kvantlash xatoligini butunlay yo'qotib bo'lmaydi, uni faqat kamaytirish mumkin. Kamaytirish usullaridan biri kvantlash oralig'i Δb ni kamaytirish mumkin, lekin bu usul IKM signallarda kodlarning razryadlar sonini oshiradi. Natijada IKM kengayadi. Ko'pgina hollarda kvantlash xatoligini yo'qotish maqsadida nochiziqli kvantlash amalga oshiriladi. Bunda signal oldin kompressor

The diagram illustrates the process of signal quantization and coding. It consists of three vertically aligned plots sharing a common horizontal time axis labeled t .

- Top Plot:** Shows a continuous signal $S(K\Delta t)$ as a smooth curve.
- Middle Plot:** Shows the signal after quantization. The vertical axis is labeled $K\Delta t$. The signal is approximated by a dashed line, and the area under this line is filled with a grid. The vertical step size of the quantization is labeled Δb . The word "kodlash" (coding) is written near the grid.
- Bottom Plot:** Shows the binary representation of the quantized signal. The signal is represented by a sequence of pulses (1s and -1s) over time t . The pulses are grouped into blocks, each corresponding to a quantization level.

The figure consists of three separate coordinate systems, each with a horizontal axis and a vertical axis labeled $f(b)$.

- a) kompressor:** The graph shows a smooth, S-shaped curve passing through the origin. The slope of the curve increases as the input signal increases, representing compression.
- b) kvantlash:** The graph shows a staircase function passing through the origin. The function is constant over small intervals of the input signal, representing quantization.
- c) eksponder:** The graph shows a smooth, S-shaped curve passing through the origin. The slope of the curve decreases as the input signal increases, representing expansion.

7.2. Impulsli modulyatsiya turlari

Modulyatsiyalanadigan impulslar ketma-ketligi chastotasi $V.A.$ Kotelnikovning uzluksiz signallarni diskretlash haqidagi teoremasi asosida aniqlanadi, bunda impulslar takrorlanish chastotasi f_i modulyatsiyalovchi analog signal maksimal chastotasi dan kamida ikki barobar katta bo'lishi shart.

Turli parametrlari modulyatsiyalangan impulslar ketma-ketliklari vaqt diagrammalari 7.4-rasmda keltirilgan.

1. **Impuls amplitudasi modulyatsiyasi** (IAM), bunda impulslar ketma-ketligi amplitudalari uzatilayotgan xabarga mos ravishda o'zgaradi. Impuls amplitudasi modulyatsiyalanganda impuls amplitudasi quyidagicha o'zgaradi:

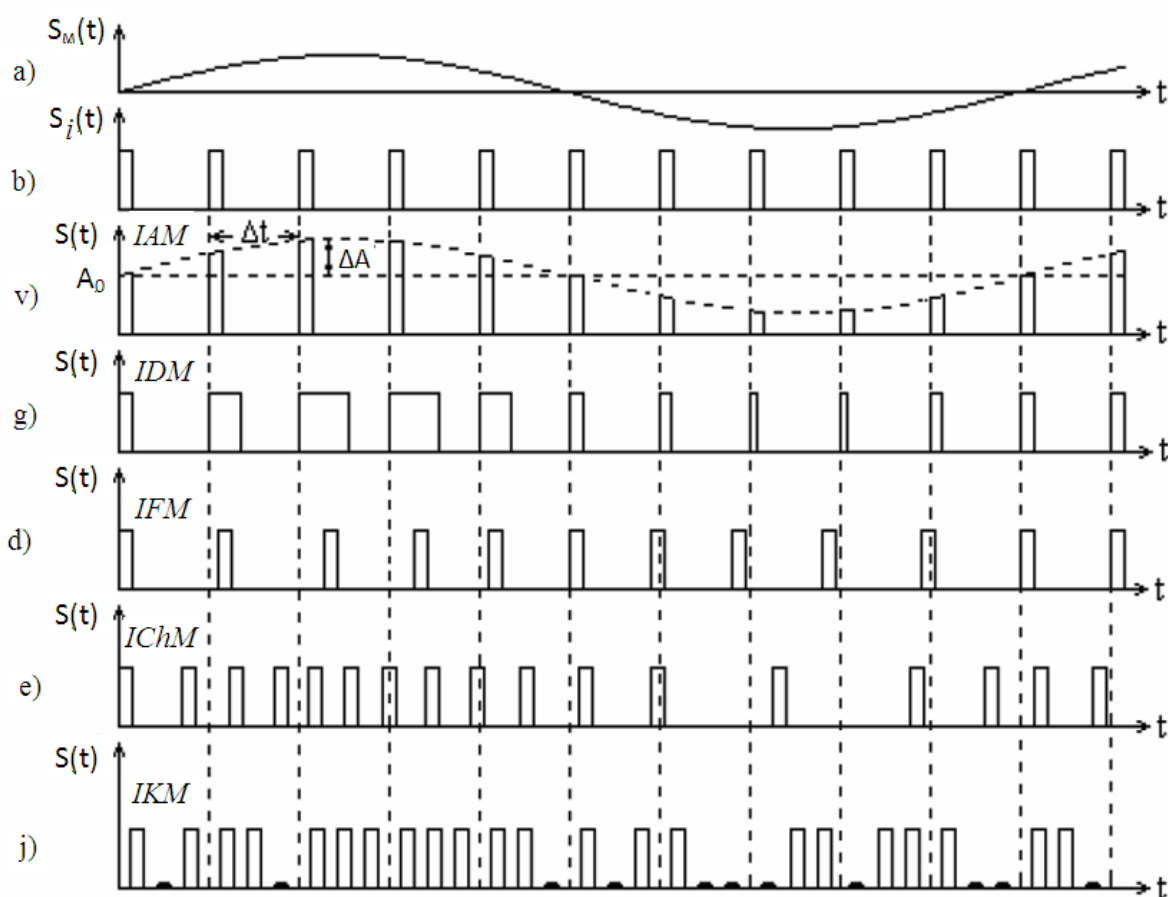
IAM signallar ikki xil bo'lishi mumkin:

a) birinchi tur IAM-I, bunda impulslar oniy qiymatlari modulyatsiyalovchi xabarga mos ravishda o'zgaradi;

b) ikkinchi tur IAM-II, bunda impuls amplitudasi uning davomiyligi da o'zgaras bo'lib, modulyatsiyalovchi signalning takt nuqtasidagi qiymatiga mos keladi (14.5v-rasm).

2. **Impuls davomiyligi modulyatsiyasi** (IDM), bunda uzatilayotgan xabarga mos ravishda impuls (kengligi) davomiyligi o'zgaradi. Impuls davomiyligi modulyatsiyalanganda impuls kengligi quyidagicha o'zgaradi:

bunda, — impulsning bir tomonga maksimal kengayishi.



7.4-rasm. Turli parametrlari modulyatsiyalangan impulsar ketma-ketliklari vaqt diagrammalari

IDM ikki turli bo‘lishi mumkin (14.5g-rasm):

- a) impulsning takt chizig‘iga nisbatan faqat bir tomonga – orqa tomonga ga uzatilayotgan xabar signali amplitudasiga mos ravishda kengayishi;
- b) impulsning takt chizig‘iga nisbatan har ikki tomonga uzatliyotgan xabar amplitudasiga mos ravishda ga kengayishi (old va orqa frontning bir hilda surilishi);

3. **Impulsar fazasi modulyatsiyasi** (IFM), bunda uzatilayotgan xabarga mos ravishda impulsarning holati takt chizig‘iga nisbatan chapga yoki o‘ngga siljiydi (davomiyligi o‘zgarmas saqlanib qoladi, 14.5d-rasm). Impulsar fazasi modulyatsiyalanganda uning fazasi (boshlang‘ich holati) takt chizig‘iga nisbatan oldiga yoki orqaga siljiydi, ya’ni

4. **Impulslar chastotasi modulyatsiyasi** (IChM), bunda impulslar takrorlanish chastotasi modulyatsiyalovchi xabar amplitudasiga mos ravishda $\pm \Delta f_i$ ga o'zgaradi (14.5e-rasm). Impulslar chastotasi modulyatsiyalanganda ularning takrorlanish chastotasi xabarga mos ravishda kattalashadi va kichiklashadi.

$$f_T = f_i + \Delta f_i \cdot \mathbf{1}(t).$$

IFM va IChM signallarni umumlashtirgan holda vaqt bo'yicha modulyatsiyalangan impuls – impuls vaqt modulyatsiyasi (IVM) deb ataladi.

5. **Impuls kod modulyatsiyasi** (IKM), bunda birlamchi analog xabar (signal) diskretlash va kvantlash natijasida raqamli kodlangan diskret xabarga aylantiriladi va har bir takt chizig'i vaqt oralig'ida ushbu kodlar kombinatsiyasiga mos keluvchi "1" va "0" elementar signallar ketma-ketligi shakllantiriladi. Ushbu kodlar ketma-ketligi impulslari yuqori chastotali garmonik tebranish signalining asosiy parametrlaridan birini modulyatsiyalashi natijasida: IKM-AM, IKM-ChM, IKM-NFM signalalar shakllantiriladi.

7.2. Diskret modulyatsiyalangan (KIM, CHIM, FIM, AIM) signallarni tahlil qilish

To'rtburchak shaklidagi videoimpulslar ketma-ketligini past chastotali bir tonli signal bilan IAM-I signal spektrini aniqlaymiz. Modulyatsiyalovchi xabar signali bo'lgan holat uchun videoimpulslar ketma-ketligi spektri quyidagilardan tashkil topgan bo'ladi.

$$s(t) = \frac{A_0 \tau_i}{T} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\omega_1 \tau_i / 2)}{k \omega_1 \tau_i / 2} \cos k \omega_1 t \right], \quad (7.3)$$

bunda, A_0 , τ_i , T , ω_1 – amplituda, impulslar takrorlanish davri, chastotasi va impulslar davomiyligi.

Impulslar ketma-ketligi amplituda modulyatsiyasi natijasida quyidagi qonuniyat bo'yicha o'zgaradi:

$$s(t) = A_0 \left[1 + m \cos \Omega t \right] \frac{\tau_i}{T} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\omega_1 \tau_i / 2)}{k \omega_1 \tau_i / 2} \cos k \omega_1 t \right].$$

Bu holda

$$s(t) = A_0 \left[1 + m \cos \Omega t \right] \frac{\tau_i}{T} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\omega_1 \tau_i / 2)}{k \omega_1 \tau_i / 2} \cos k \omega_1 t \right]. \quad (7.4)$$

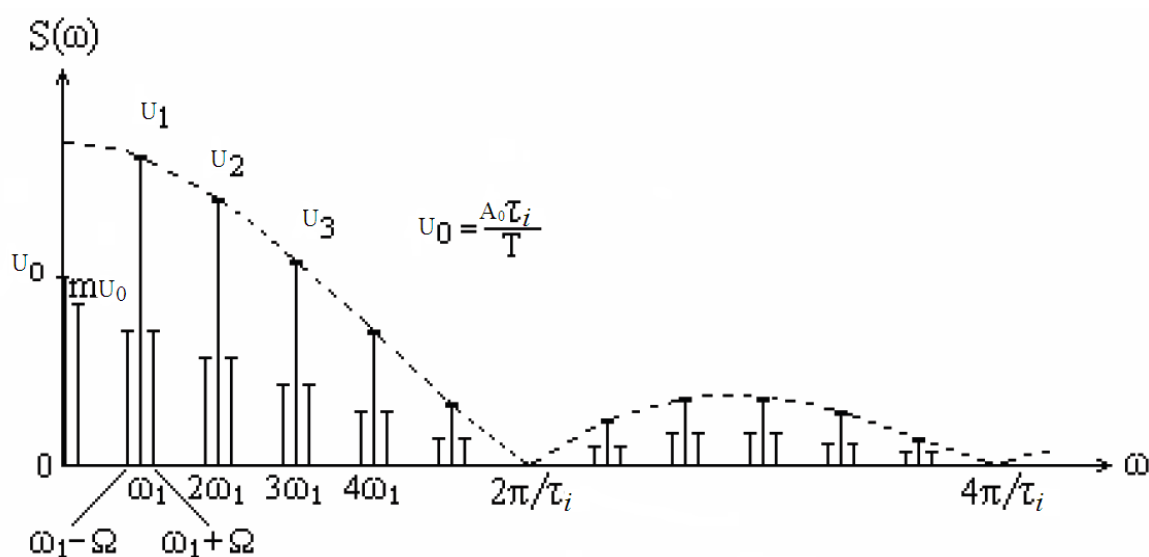
Uncha murakkab bo'lmagan trigonometrik shakl o'zgartirishlardan so'ng IAM signal uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$\begin{aligned} s(t) = & A_0 \frac{\tau_i}{T} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\omega_1 \tau_i / 2)}{k \omega_1 \tau_i / 2} \cos k \omega_1 t \right] + m A_0 \frac{\tau_i}{T} \cos \Omega t + \\ & + m A_0 \frac{\tau_i}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\omega_1 \tau_i / 2)}{k \omega_1 \tau_i / 2} \left[\cos(k \omega_1 + \Omega)t + \cos(k \omega_1 - \Omega)t \right] \end{aligned} \quad (7.5)$$

(7.4) va (7.5) ifodalarni bir tonli xabar signali bilan modulyatsiyalash natijasida olingan IAM signal spektri oddiy modulyatsiyalanmagan impulslar spektridan quyidagilar bilan farqlanadi:

- modulyatsiyalovchi signal chastotasi Ω ga teng tashkil etuvchisi borligi bilan;
- modulyatsiyalanmagan impulslar ketma-ketligi spektrining har bir tashkil etuvchisi yonida ω_1 chastotali yon tashkil etuvchilari borligi bilan (7.5-rasm).

Agar impulslar ketma-ketligi murakkab shakldagi (davriy bo‘lmagan) xabar signali bilan modulyatsiyalansa, u holda yuqori chastotali yon spektr tashkil etuvchilari soni va past chastotali spektr tashkil etuvchilari soni ko‘payadi. Ushbu IAM signal spektrida past chastotali tashkil etuvchining borligi, uning detektorlanishini past chastotalar filtri yordamida amalga oshirish imkoniyatini beradi. Past chastotaga eng yaqin bo‘lgan IAM signal spektri tashkil etuvchisi chastotasi ga teng bo‘lib, past chastotali tashkil etuvchilarni ajratib olishni osonlashtirish uchun sharti bajarilishi talab etiladi.



7.5-rasm. IAM signal spektri

Boshqa tur impuls modulyatsiyasi signallarining spektrlari ham IAM signal spektri kabi aniqlanadi. Bunda modulyatsiyalanmagan impuls spektri ifodasidagi tegishli o‘zgaruvchini modulyatsiyalanadigan parametрни modulyatsiyalovchi ga mos ravishda o‘zgartirish va uni tashkil etuvchilarga yoyish kerak bo‘ladi.

Nazorat savollari

1. Diskret modulyatsiya deb qanday modulyatsiyaga aytiladi?
2. Amplitudasi, chastotasi va fazasi 110010 ketma-ketligi bilan manipulyatsiyalangan signallar vaqt diagrammalarini chizing.

3. Nisbiy FMp signali oddiy FMp signaldan qanday farqlanadi va shakllantiriladi?
4. AMp, ChMp va NFMp signallar spektrini chizib ko'rsating va ularni bir-biri bilan taqqoslang.
5. Impulslar ketma-ketligidan tashuvchi sifatida foydalanib qanday modulyatsiya turlarini amalga oshirish mumkin va ularning vaqt diagrammalari uzluksiz kosinusoidal signal bilan modulyatsiyalanganda qanday ko'rinishda bo'ladi?
6. Bir past chastota Ω yoki F bilan turli impuls modulyatsiyalangan signallar uchun analitik ifodalarni yozing va tushuntirish bering.
7. Bir past chastota Ω yoki F bilan impuls modulyatsiyalangan signallar spektri matematik ifodalarini yozing va spektr diagrammalarini chizing, ularni o'zaro taqqoslang.

8- mavzu: SIGNALLARNI RAQAMLI FILTRLAR YORDAMIDA QAYTA ISHLASH

Reja:

1. Raqamli filtrlarning turlari.
2. Impuls xarakteristikalari chekli va impuls xarakteristikalari cheksiz filtrlar.
3. Filtrlarni loyihalash bosqichlari.
4. Maxsus talablar ro'yxati.
5. Filtrni unga mos keluvchi struktura orqali ifodalash.

8.1. Raqamli filtrlarning turlari.

Raqamli filtr deb cheklangan farqlar tenglamasi algoritmini amalga oshiruvchi hisoblash qurilmasiga aytiladi.

$$y_p(kT) = \sum_{m=0}^{M-1} a_m x_p(k-m)T - \sum_{i=1}^{L-1} b_i y_p(k-i)T \quad (8.1)$$

bunda $x_p(kT)$ - kirish signali oniy qiymatlari, $y_p(kT)$ - chiqish signali oniy qiymatlari, a_m va b_i - koeffitsientlar, $T=\Delta t$ – diskretizatsiyalash oralig'i.

Chiziqli raqamli filtrlar quyidagi turlarga bo'linadi:

- a_i va b_i koeffitsientlari o'zgarmas bo'lgan va parametrlari o'zgaruvchan bo'lgan qurilmalar;
- raqamli norekursiv (transversal) filtrlar deb hamma koeffitsientlari $b_i = 0$ bo'lgan va chiqish signali faqat kirish signaliga bog'liq filtrlarga aytiladi;
- raqamli rekursiv filtrlar deb b_i koeffitsientlari nolga teng bo'lmagan, ya'ni chiqish va kirish orasida bog'lanishi bo'lgan filtrlarga aytiladi. Dastlab o'zgarmas koeffitsientli raqamli norekursiv filtrlar tuzilishi va tavsiflarini ko'rib chiqamiz.

Bu turli filtrlar uchun yuqoridagi ifoda asosida quyidagi cheklangan farq tenglamasini olamiz:

$$y_p(kT) = \sum_{m=0}^{M-1} a_m x_p(k-m)T \quad (8.2)$$

Z o'zgartirishni qo'llab norekursiv filtrning uzatish funksiyasi ifodasini olamiz:

$$K_H(Z) = \sum_{m=0}^{M-1} a_m Z^{-m} \quad (8.3)$$

Norekursiv filtr amplituda-chastota xarakteristikasi asosida quyidagicha aniqlanadi:

$$A_H(\omega) = |K_H(j\omega)| = \left| \sum_{m=0}^{M-1} a_m e^{-jm\omega T} \right| \quad (8.4)$$

va uning faza-chastota xarakteristikasini keltiramiz:

$$\theta_H(\omega) = \arg|K_H(j\omega)| = \arg \left| \sum_{m=0}^{M-1} a_m e^{-jm\omega T} \right| \quad (8.5)$$

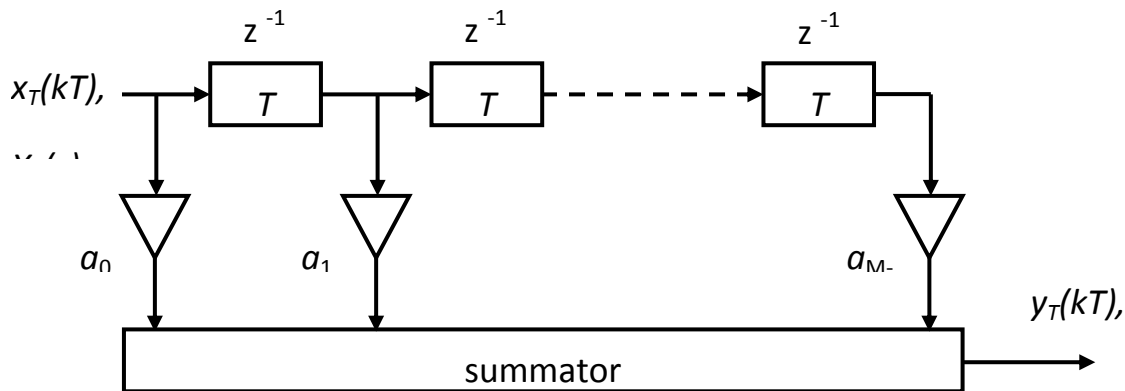
vaqt xarakteristikasida algoritmlarni bajarish norekursiv raqamli filtrning quyidagi strukturasini aks etiradi (8.1-rasm).

Z almashtirish natijasidagi ko'rinishi Z^{-1} shaklida bo'ladi.

Raqamli filtrning impuls xarakteristikasi uning birlik impulsga aks ta'siriga teng bo'lib, natijada quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$K_H(kT) = \sum_{m=0}^{M-1} a_m \delta(k-m)T \quad (8.6)$$

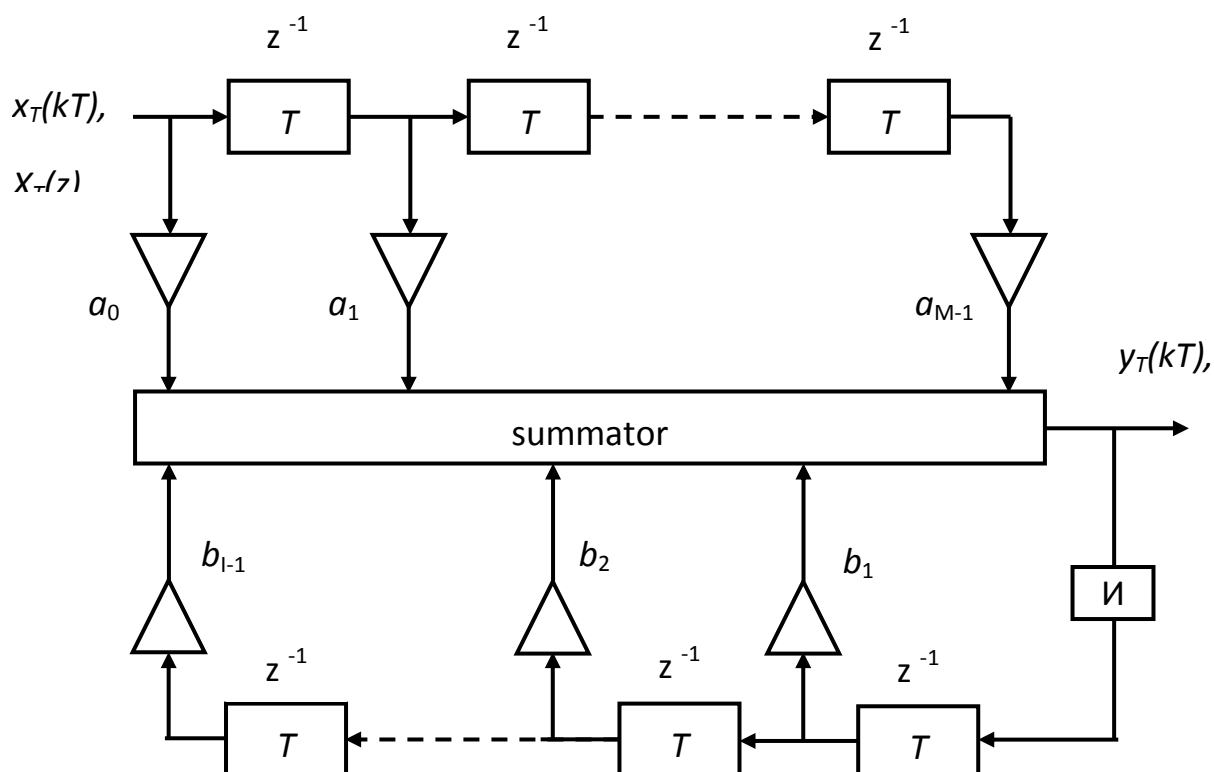
Bunda $\delta(k - m)$ -birlik delta impuls.



8.1-rasm.Raqamli norekursiv filtr strukturaviy sxemasi

8.1-rasmdagi sxemada T-zvenosi kirish signalini birlamchi analog (uzluksiz) signalni diskretlash oralig'i T vaqtga kechiktiradi. Ushbu T-zvenoning Rekursiv filtr cheklangan farqli tenglama bilan ifodalanadi. Yuqoridagi tenglamani to'g'ridan-to'g'ri amalga oshirish 8.2-rasmda keltirilgan raqamli rekursiv filtr strukturaviy sxemasini keltirib chiqaradi.

Rekursiv filtrning norekursiv filtrdan farqi, unda filtrning chiqishi va kirishining teskari bog'lanishga egaligidir. Bu bog'lanish zanjiri raqamli filtr uning xarakteristikasining sifat bo'yicha yaxshilanishiga olib keladi. Teskari bog'lanish zanjirida kirish signali fazasini 180^0 ga o'zgartiruvchi "T" elementi bo'lib, u +1 impulsni -1 impulsga aylantiradi va aksincha.\



8.2- rasm. Raqamli rekursiv filtr strukturaviy sxemasi

Z-almashtirishni qo'llab rekursiv filtr uzatish koeffitsienti ifodasini olamiz:

$$K_p(Z) = \frac{\sum_{m=0}^{M-1} a_m z^{-m}}{\left(1 + \sum_{i=0}^{l-1} b_i z^{-i}\right)} \quad (8.7)$$

$z = e^{j\omega T}$ ni kiritib rekursiv filtr kompleks chastota xarakteristikasini aniqlaymiz:

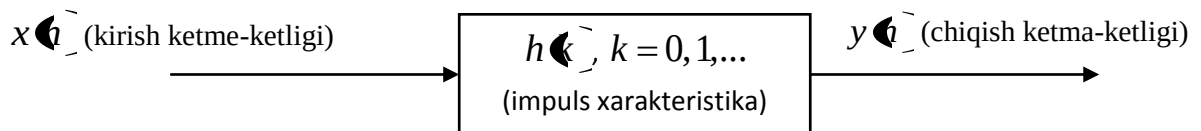
$$K_p(j\omega) = \frac{\sum_{m=0}^{M-1} a_m z^{-jm\omega T}}{\left(1 + \sum_{i=0}^{l-1} b_i e^{-ji\omega T}\right)} \quad (8.8)$$

8.2. Impuls xarakteristikalari chekli va impuls xarakteristikalari cheksiz filtrlar

Raqamli filtrlar ikki katta turga bo'linadi:

- cheksiz impuls xarakteristikali filtrlar;
- chekli impuls xarakteristikali filtrlar.

Har ikki tur filtrlarni (standart ko'rinishda) ularning impuls xarakteristikalari koeffitsienti $h(k)$ ($k = 0, 1, \dots$) orqali 8.3-rasmda keltirilgandek tasvirlash mumkin.



8.3-rasm. Raqamli filtrni konseptual tasvirlash

Filtr kirish va chiqish signallari o'ram amali orqali bir-biriga bog'langan. Ushbu bog'liqlik (8.9) formula orqali impuls xarakteristikasi cheksiz filtr uchun va (8.10) formula orqali impuls xarakteristikasi chekli filtrlar uchun keltirilgan.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k), \quad (8.9)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k). \quad (8.10)$$

Ushbu (8.9) va (8.10) tenglamalardan shuni xulosa qilish mumkinki, impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlarning impuls xarakteristikalari cheksiz davomiylikka ega va impuls xarakteristikasi chekli filtrlar uchun impuls xarakteristikasi davomiyligi cheklangan, chunki impuls xarakteristikasi cheklangan filtr impuls xarakteristikasi $h(k)$ faqat N ta qiymatni qabul qiladi. Amalda impuls xarakteristikasi cheksiz filtr chiqish signalini (8.9) tenglamadan

foydalanib hisoblash mumkin emas, chunki aks ta'sir impuls xarakteristikasi juda katta miqdorda davomli (nazariy nuqtai nazardan cheksiz katta). Shuning uchun impuls xarakteristikasi cheksiz filtr uchun (8.9) tenglamani rekursiv shaklda quyidagicha ifodalaymiz:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k) = \sum_{k=0}^N b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^M a_k y(n-k), \quad (8.11)$$

bunda a_k va b_k – filtr koeffitsientlari. Shunday qilib (8.10) va (8.11) tenglamalar impuls xarakteristikasi cheklangan va impuls xarakteristikasi cheklanmagan filtrlarning farqli tenglamalari hisoblanadi. Ushbu tenglamalardan raqamli filtrlarni loyihalash bilan bog'liq masalalarni yechishda keng foydalaniladi.

(8.11) tenglamada tizim chiqish signalining real vaqtdagi oniy qiymatlari $y[n]$ undan oldingi chiqish funksiyalari bo'lib, hozir uning kirishiga ta'sir etayotgan va bundan avvalgi ta'sir etgan kirish signallari oniy qiymatlarining ham funksiyasi hisoblanadi. Impuls xarakteristikasi cheksiz filtr – bu teskari bog'lanishli tizim. Impuls xarakteristikasi chekli filtrlarning chiqish signali oniy qiymatlari $y[n]$ avval ta'sir etgan va hozirda ta'sir etayotgan kirish signali qiymatiga bog'liq. Agar (8.11) tenglamaning hamma b_k koeffitsientlari ni nolga teng qilib olinsa, u holda (8.11) tenglama kelib chiqadi.

(8.12) tenglamalarda impuls xarakteristikasi cheksiz va chekli filtrlar ularning uzatish funksiyalari orqali ifodalangan bo'lib, bunday ko'rinishda talqin etish ularning chastota xarakteristikalarini baholashda qulayliklar keltirib chiqaradi:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)z^{-k}, \quad (8.12a)$$

$$H(z) = \sum_{k=0}^N b_k z^{-k} / (1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}). \quad (8.12.4b)$$

Raqamli filtrlarni loyihalashda (8.12a) yoki (8.12b) tenglamalardan foydalanish loyihalanayotgan filtrning qaysi tur filtr guruhiga – impuls xarakteristikasi chekli yoki cheksiz turiga tegishliligiga bog‘liq. Shuning uchun raqamli filtrlarni bir-biridan farqini bilish ularning o‘ziga xos xarakteristikalarini va eng kerakligi qaysi tur filtrni tanlashni bilish kerak.

Impuls xarakteristikasi cheksiz va chekli filtrlardan birini tanlash ularning o‘ziga xos afzalliklariga bog‘liq.

1. Impuls xarakteristikasi chekli raqamli filtrlar yuqori darajada chiziqli fazaviy xarakteristikaga ega. Shuning uchun u signal spektral tashkil etuvchilari fazalari orasidagi munosabatlarning buzilishiga yo‘l qo‘ymaydi, natijada signal shakli buzilmaydi. Bu ko‘p hollarda muhim hisoblanadi, misol uchun, ma’lumotlarni uzatishda, biomeditsinada, audio va video signallarga ishlov berishda va h.k. Impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlarning fazaviy xarakteristikalari nochiziqli, ayniqsa signal o‘tkazish polosasi chekkalarida.

2. Impuls xarakteristikasi chekli filtrlar norekursiv amalga oshirilgan, ya’ni ular hamma vaqt barqaror (bu 8.10-formula tahlilidan kelib chiqadi). Impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlarning barqarorligiga hamma vaqt ham kafolat berib bo‘lmaydi.

3. Filtrlarni amalda qo‘llash uchun cheklangan bitlar sonidan foydalaniladi. Buning amaliy ta’siri impuls xarakteristikasi chekli filtrlarga qaraganda impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlarga nisbatan kam (misol uchun, butunlash shovqini va kvantlash xatoligi).

4. Cheklangan davomiyli impuls xarakteristikani olishda chastota xarakteristikasining qiyaligi katta bo‘lishi uchun impuls xarakteristikasi cheklanmagan filtrnikiga qaraganda ko‘p koeffisientlar kerak bo‘ladi. Natijada impuls xarakteristikasi cheklangan ACHX berilgan filtrni amalga oshirish uchun impuls xarakteristikasi cheksizga nisbatan katta hisoblash quvvati va xotira kerak bo‘ladi.

5. Analog filtrlarni ularga ekvivalent bo‘lgan impuls xarakteristikasi cheksiz filtrga almashtirish nisbatan oson. Impuls xarakteristikasi chekli filtrlar

uchun bunday almashtirish mumkin emas, chunki unga o'xshash analog filtrlari yo'q. Ammo impuls xarakteristikasi chekli filtrlar yordamida istalgan ACHXli filtrni yaratish oson.

6. Impuls xarakteristikasi chekli filtrlarni sintezlash agar kompyuterdan foydalanilmasa algebraik jihatdan murakkabroq.

7. Impuls xarakteristikasi chekli filtrlar rekurent. Bu u orqali "vaqt bo'yicha teskari"sig'a o'zgaruvchi yagona signalni berganda, umuman olganda, biz boshqa natijalarni olamiz. Agar bu vaqt bo'yicha anizotropiya nutq signali uchun tabiiy bo'lgani bilan, tasvir signallari uchun qo'llash mumkin emas. Shuning uchun impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlardan foydalanish uchun bir qator cheklanishlar mavjud.

Yuqorida keltirilgan xulosalar asosida impuls xarakteristikasi chekli va cheksiz filtrlarni tanlashda quyidagilarga e'tibor berish kerak:

- agar filtr ACHX signal o'tkazish polosasida bir xil uzatish koeffitsientiga va signal o'tkazish imkoniyati katta bo'lishi yagona talab bo'lsa impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlardan foydalanish kerak, chunki impuls xarakteristikasi cheklanmagan (ayniqsa elleptik xarakteristikasidan foydalaniladigan) filtrlar impuls xarakteristikasi chekli filtrlarga qaraganda kam sonli koeffisientlarni aniqlashni talab etadi;

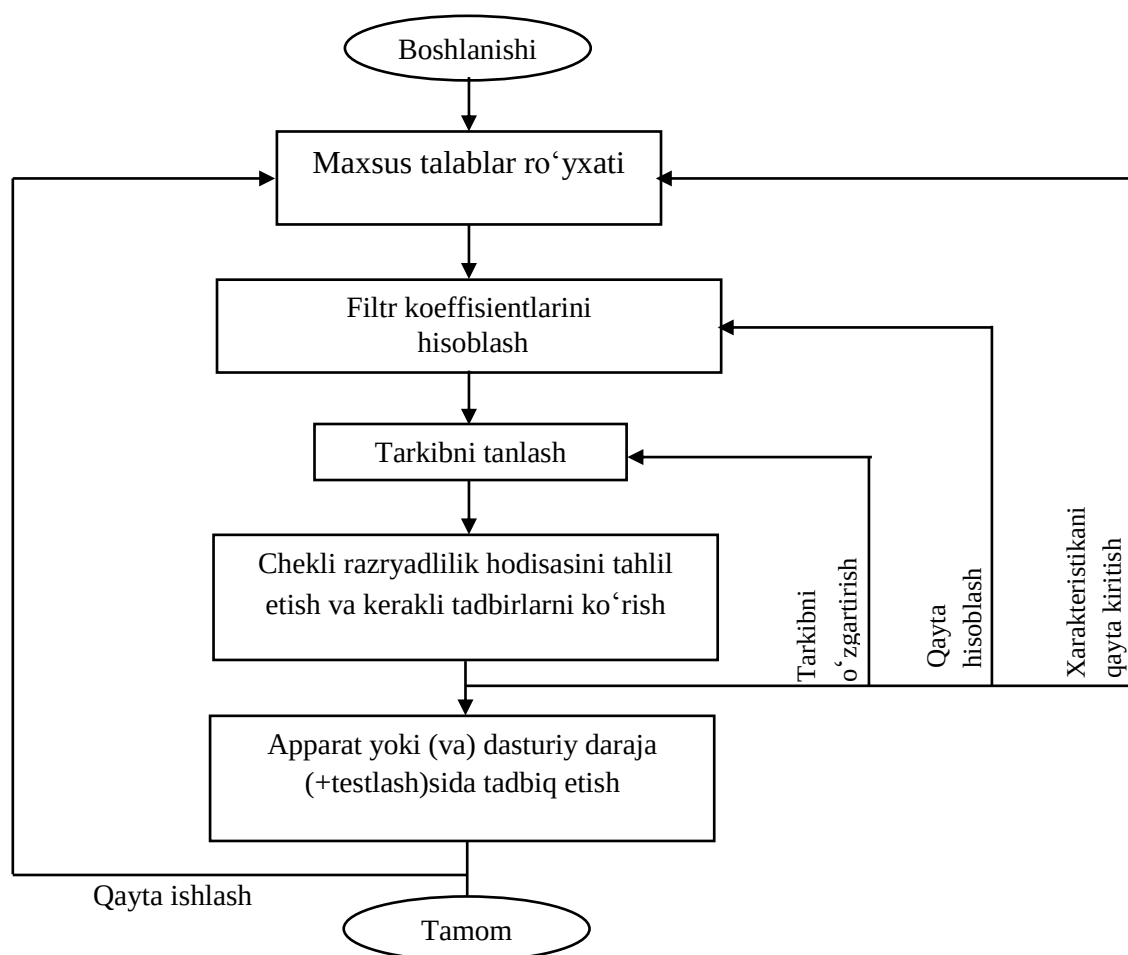
- impuls xarakteristikasi chekli filtrlardan, agar filtrlar koeffitsientlari uncha katta bo'lmagan, xususan agar faza xarakteristikasida buzilishlari bo'lmasligi yoki kichik bo'lganda foydalanish tavsiya etiladi. Bundan tashqari so'nggi yillarda yaratilgan signallarga raqamli ishlov berish protsessorlari impuls xarakteristikasi chekli filtrlar arxitekturasini (tuzilishi)ga asoslangan bo'lib, ulardan ba'zilar maxsus impuls xarakteristikasi chekli filtrlar uchun ishlab chiqilgan.

8.3. Filtrlarni loyihalash bosqichlari

Raqamli filtrlarni loyihalash besh bosqichda o'tadi (8.4-rasm).

1. Filtrga qo'yiladigan asosiy texnik talablar.
2. Filtrning mos keluvchi koeffitsientlari ni hisoblash.
3. Filtrning tegishli strukturasi tasavvur etish.
4. Filtrning ishlash sifatiga razryadlar soni cheklanganligini tahlil etish.
5. Filtrni dasturiy yoki (va) apparat darajasida amalga oshirish.

Yuqorida keltirilgan besh bosqich ba'zan bir-biriga bog'liq bo'ladi: bundan tashqari ular hamma vaqt ham keltirilgan tartibda joylashgan bo'ladi. Amalda ikkinchi bosqichni uchinchi va to'rtinchi bosqichlar bilan birga qurish imkoniyatini beradigan usullar ham bor.



8.4-rasm. Impuls xarakteristikasi chekli filtrlarni loyihalash bosqichlari

Ammo samarador filtrni olish uchun ushbu jarayonni bir necha “iteratsiya” – yaqinlashtirishlardan foydalanib amalga oshirishga to‘g‘ri keladi, ayniqsa filtrga bo‘lgan maxsus talablar to‘liq ma’lum bo‘lmagan hollarda yoki ishlab

chiqaruvchi boshqa teng kuchli SRIB filtrini tahlil etmoqchi bo'lgan hollarda yuz beradi.

8.4. Maxsus talablar ro'yxati

Maxsus talablar ro'yxati quyidagilardan iborat:

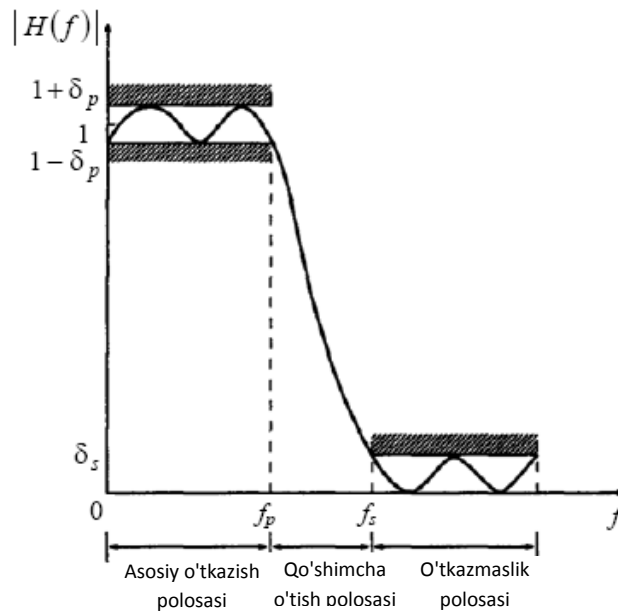
1) signal xarakteristikalar (signal va uni oluvchi turi, signalni kiritish-chiqarish interfeysi, ma'lumotlarni uzatish tezligi va polosa kengligi, eng yuqori chastota);

2) filtr xarakteristikalar (talab etiladigan ACHX va FCHX va ushbu xarakteristikalar talablarning qanchalik qat'iyligi, ishlash tezligi va filtr ish rejimi (real yoki kechiktirilgan (model) vaqt));

3) amalga oshirish prinsipi (misol uchun, kompyuter uchun yuqori darajali dasturlash tilida yoki protsessorga asoslangan SRIB tizimi, shu bilan birga signal protsessorini tanlash ham amalga oshiriladi);

4) filtr tarkibi (strukturasi)ga qo'yiladigan boshqa talablar (misol uchun, filtr tannarxi). Loyihalovchi va ishlab chiqaruvchi boshlang'ich bosqichlarida to'liq axborot (ma'lumot)larga ega bo'lmasligi mumkin. Ammo loyihalash va ishlab chiqarish jarayonini soddalashtirish uchun iloji boricha ko'p sonli talablar ma'lum bo'lgani ma'qul.

Filtrlar xarakteristikalar ko'p hollarda chastotalarga bog'langan ko'rinishda beriladi. Chastota tanlovchan filtrlar; past chastota filtrlari; chastota polosasi filtri uchun odatda maxsus talablar ruxsat etiladigan farqlanishlar chizmasi orqali ifodalanadi. Past chastota filtri uchun shunday chizma 28.3-rasmda keltirilgan.



8.5-rasm. Past chastotalar filtri uchun ruxsat etiladigan farqlanishlar chizmasi

Shtrixlangan gorizontalar chiziqlar ruxsat farqlanishlar chegarasini belgilaydi. Asosiy o'tkazish polosasida amplituda-chastota xarakteristikasining eng katta farqlanishi δ_p , o'tkazmaslik polosasida eng katta farqlanish δ_s .

Qo'shimcha o'tish polosasi kengligi filtr xarakteristikasi qanday darajada tikligini bildiradi. ACHX uzatish koeffitsienti $H(f)$ bu qismida asta-sekin, to o'tkazmaslik polosasiga qadar kamayib boradi. Amalda quyidagi asosiy ko'rsatkichlar asosiy qiziqish bildiradi:

δ_p – o'tkazish polosasidagi filtr uzatish koeffitsienti $H(f)$ ning farqlanishi (o'zgarishi);

δ_s – o'tkazmaslik polosasidagi filtr uzatish koeffitsienti $H(f)$ ning farqlanishi (o'zgarishi);

f_p – o'tkazish polosasi chegaraviy chastotasi;

f_s – o'tkazmaslik polosasi chegaraviy chastotasi.

Chegaraviy chastotalar normallashtirilgan ko'rinishda beriladi, ya'ni diskretlash chastotasi f/F_s ulushi ko'rinishida, ammo ko'p hollarda Hz yoki

kHz larda berilgan maxsus talablardan foydalaniladi. O'tkazish polosasidagi va o'tkazmaslik polosasidagi farqlanishlar oddiy sonlar orqali yoki detsibellarda ifodalanishi mumkin. Misol uchun, o'tkazmaslik polosasidagi so'nishning eng kichik qiymati A_s va o'tkazish polosasidagi maksimal o'zgarish (farqlanish) detsibellarda impuls xarakteristikasi chekli filtrlar uchun quyidagicha ifodalanadi:

$$A_s (\text{o'tkazmaslik polosasidagi so'nish}) = -20 \lg \left(\left| \frac{H_s}{H_p} \right| + \delta_s \right) \quad (8.13a)$$

$$A_p (\text{o'tkazish polosasidagi farqlanish}) = -20 \lg \left(\left| \frac{H_p}{H_s} \right| + \delta_p \right) \quad (8.13b)$$

Raqamli filtr faza-chastota xarakteristikasiga talablar ko'p hollarda faza xarakteristikasi nochiziqliligi ko'rsatkichi keltiriladi yoki faza xarakteristikasi ideal chiziqli bo'lishi talab etiladi.

Raqamli filtr koeffitsientlarini hisoblash

Bu bosqichda approksimatsiya usullaridan biri tanlanadi va impuls xarakteristikasi chekli filtrlar uchun h_k koeffitsientlar va impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlar uchun a_k va b_k koeffitsientlar hisoblanadi. Koeffitsientlarni hisoblash usuli ushbu koeffitsientlarning impuls xarakteristikasi chekli (norekursiv) yoki cheksiz (rekursiv) filtrga tegishli ekanligiga bog'liq.

Impuls xarakteristikasi cheksiz filtrning koeffitsientlari ni hisoblash an'ana bo'yicha ma'lum analog filtrlarning xarakteristikalarini unga mos raqamli filtrlar xarakteristikalariga almashtirishga asoslangan. Bunda ikki asosiy yondashishdan foydalaniladi: impuls xarakteristikani invariant almashtirish va bichiziqli almashtirish usuli.

Impuls xarakteristikani invariant usuldan foydalanib almashtirishda analogli filtrni raqamliga almashtirilganda birlamchi analog filtrning impuls xarakteristikasi saqlanmaydi. Ichki bir-birini ustiga tushishi sababli ushbu usulni yuqori chastota filtrlari va rejektor filtrlar uchun qo'llab bo'lmaydi.

Ikkinchi tomondan bichiziqli (ikki chiziqli) usul juda samarali filtrlashni ta'minlaydi va chastota tanlovchan filtrlarning koeffitsientlarini hisoblashga yaxshi mos keladi. Natijada an'anaviy xarakteristikali raqamli filtrlarni: Battervort, Chebishev va elliptik filtrlarni yaratish mumkin bo'ladi.

Bichiziqli usulda yaratilgan filtrlar, umuman olganda an'anaviy filtrlar amplituda xarakteristikasiga o'xshash, ammo vaqt bo'yicha boshqa xossalarga ega bo'ladi. Impuls xarakteristikani invariant almashtirish usuli analog tizimlarni modellash uchun yaxshi bo'lib, ammo chastota tanlovchi impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlar uchun bichiziqli usuldan foydalanilgani ma'qul.

Impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlar koeffitsientlarini hisoblashda uning o'rnini bosuvchi (alternativ) nol va qutblarni joylashtirish usulidan ham foydalansa bo'ladi – bu usuldan oddiy filtrlarning koeffitsientlarini oson hisoblash imkoniyatini beradi. Shu bilan birga, bu usuldan yaxshi amplituda xarakteristikali filtrlarni hisoblash uchun tavsiya etilmaydi, chunki bunda juda ko'p nol va qutblar borligi hisoblash hajmini oshirib yuboradi.

Impuls xarakteristikasi chekli filtrlar koeffitsientlari ni bir necha usullar bilan hisoblash mumkin: kesish (tortish – vaznni aniqlash), chastota bo'yicha tanlash va Parks-Mak-Klippan optimal algoritmi.

Kesish usuli impuls xarakteristikasi chekli filtrlar koeffitsientlari ni hisoblashning juda oson va moslashuvchan usuli hisoblanadi, ammo loyihalovchi, ishlab chiqaruvchiga filtr parametrlarini kerakli miqdorda o'zgartirish imkoniyatini bermaydi.

Chastota bo'yicha tanlash usuli shu bilan o'ziga e'tiborni tortadiki, u yordamida impuls xarakteristikasi chekli filtrlarni rekursiv shaklda amalga oshirish imkoniyatini beradi, bu sonli hisoblashni qo'llash nuqtai nazaridan e'tiborli. Ammo bu usulga filtr parametrlarini boshqarish va o'zgartirish uchun moslashuvchanlik yetishmaydi.

Hozirda sanoat ishlab chiqarayotgan raqamli filtrlarda optimal usuldan foydalaniladi, chunki bu usul bilan impuls xarakteristikasi chekli filtrlarning unga qo'yilgan texnik talabga javob berishiga erishiladi. Shuning uchun bunday

filtrlarni loyihalashda dastlab optimal usuldan foydalanib ko'rish kerak (agar boshqa usuldan foydalanish sharti avvaldan belgilangan bo'lmasa).

8.5.Filtrni unga mos keluvchi struktura orqali ifodalash

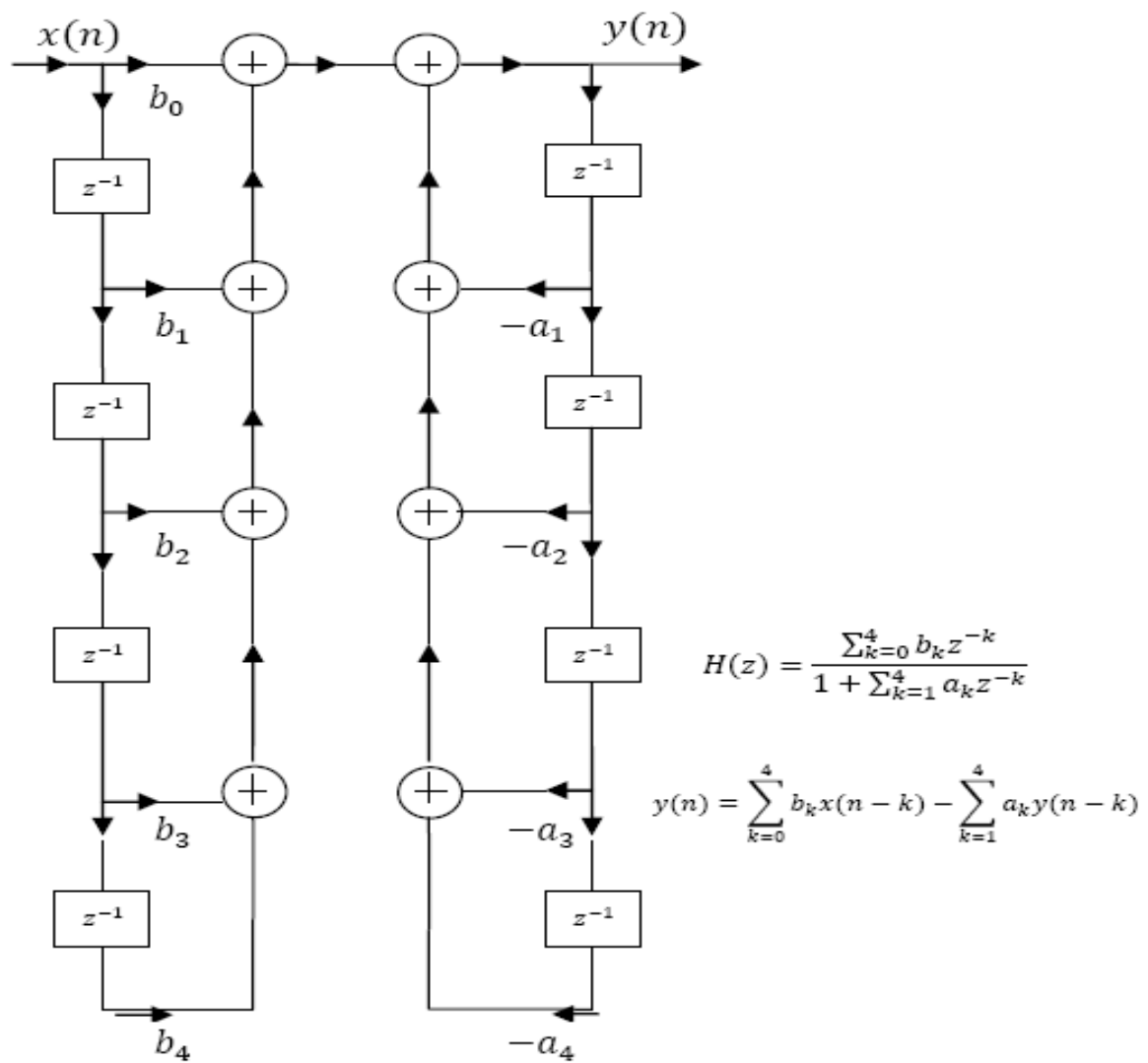
Bu bosqichda berilgan $H(\omega)$ uzatish koeffitsientini unga mos filtrlovchi tarkib (struktura) orqali ifodalash amalga oshiriladi. Filtr tarkibini tasvirlash uchun ko'p hollarda blok-sxemalar yoki funktsional sxemalardan foydalaniladi va ularda raqamli filtrni amalga oshirishni osonlashtirish uchun hisoblash amallarini bajarish ketma-ketligi ham ko'rsatiladi.

Foydalaniladigan struktura qaysi tur filtrni impuls xarakteristikasi chekli yoki cheksiz filtrni tanlanganligiga bog'liq.

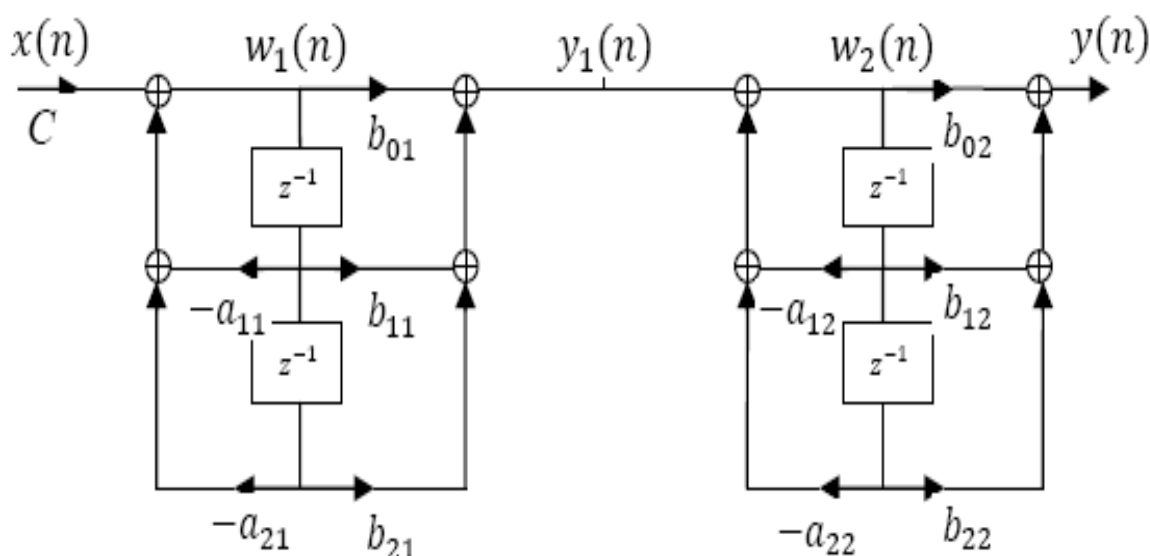
Impuls xarakteristikasi cheksiz filtrlar uchun quyidagi uch shakl strukturalardan foydalaniladi: to'g'ri, kaskadli va parallel shakldagilar.

To'g'ri shakl – bu impuls xarakteristikasi cheksiz filtr uzatish funksiyasini to'g'ridan-to'g'ri ifodalash (8.5-rasm).

Kaskad shaklida – impuls xarakteristikasi cheksiz filtr uzatish funksiyasi (8.6-rasm) bir necha bor takrorlanadi va ikkinchi tartibli zvenolar ko'paytmasi orqali ifodalanadi.



8.6-rasm. Toʻrtinchi tartibli impuls xarakteristikasi cheksiz (rekursiv) filtrni amalga oshirish toʻgʻri shakl strukturasi



$$H(z) = C \prod_{k=1}^2 \frac{1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}$$

$$w_1(n) = C_x(n) - a_{11}w_1(n-1) - a_{21}w_1(n-2)$$

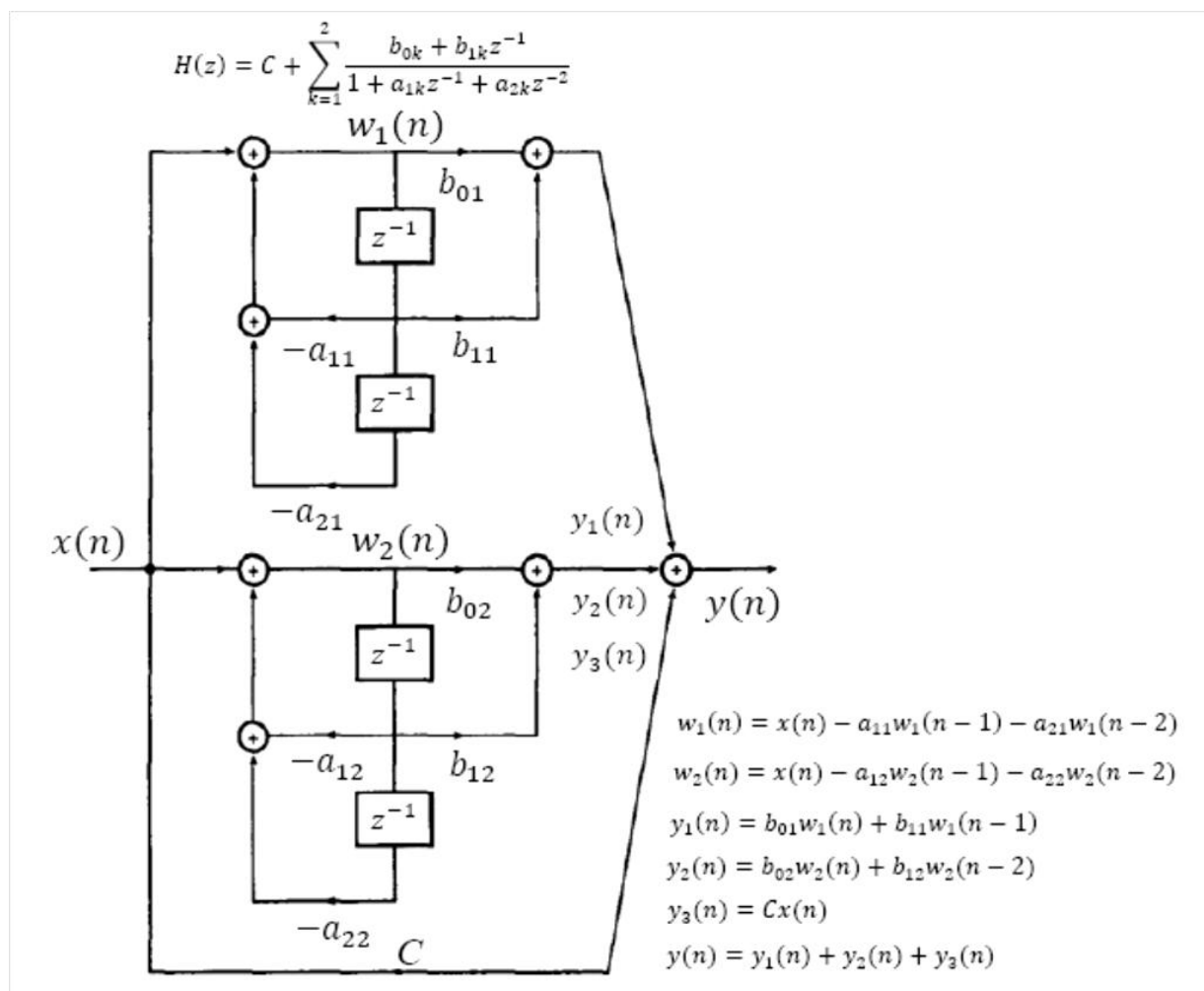
$$y_1(n) = b_{01}w_1(n) + b_{11}w_1(n-1) + b_{21}w_1(n-2)$$

$$w_2(n) = y_1(n) - a_{12}w_2(n-1) - a_{22}w_2(n-2)$$

$$y(n) = b_{02}w_2(n) + b_{12}w_2(n-1) + b_{22}w_2(n-2)$$

8.7-rasm. Toʻrtinchi tartibli impuls xarakteristikasi cheksiz (rekursiv) filtrni amalga oshirish kaskad strukturasini

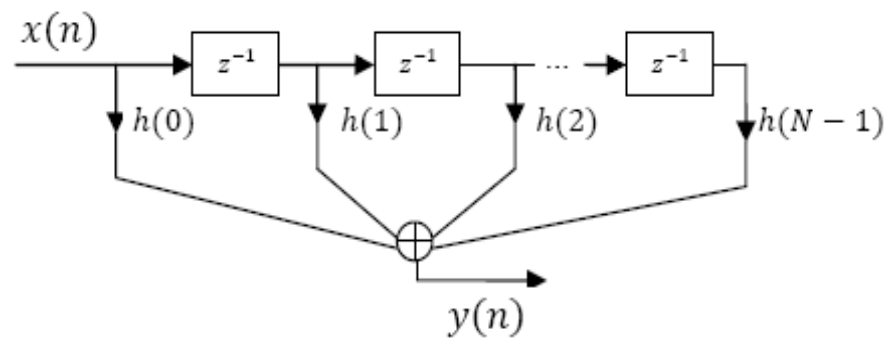
Parallel shaklda – $H(z)$ ikkinchi tartibli zvenolar yigʻindisi shaklida joylashtiriladi (bunda elementar kasrlardan foydalaniladi). 8.8-rasmida uzatish koeffitsientlari va farqlanish tenglamalarining filtr strukturasini tasvirllovchi turlari keltirilgan.



8.8-rasm. Toʻrtinchi tartibli impuls xarakteristikasi cheksiz (rekursiv) filtni amalga oshirish parallel strukturasi

Impuls xarakteristikasi cheksiz (rekursiv) filtrlarni loyihalash va yaratishda parallel va kaskad strukturalaridan eng koʻp foydalaniladi, chunki ular nisbatan sodda filtratsiya algoritmlari orqali amalga oshiriladi va ularning cheklangan sonli bitlardan foydalanib amalga oshirilishiga sezgirligi toʻgʻri strukturali filtrlarning sezgirligiga nisbatan kichikroq.

Impuls xarakteristikasi chekli (norekursiv) filtrlarni loyihalash va yaratishda eng koʻp foydalaniladigan struktura – bu toʻgʻri struktura (8.9-rasm), chunki uni amalga oshirish boshqa strukturalarga qaraganda oson.



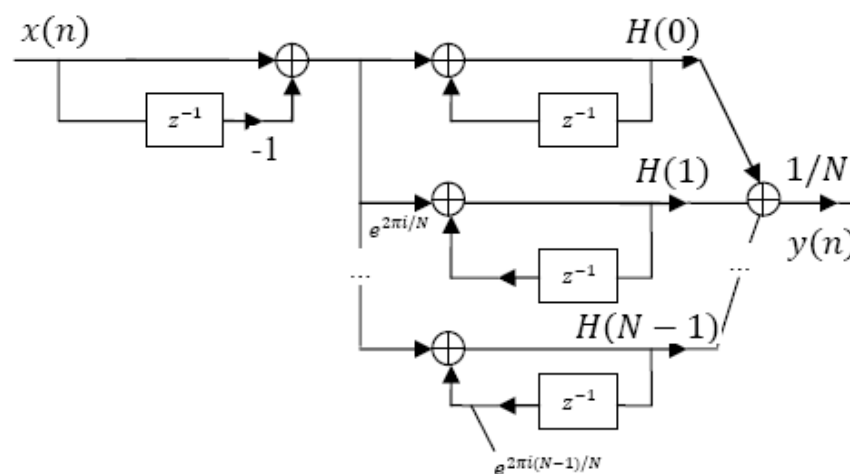
8.9-rasm. Impuls xarakteristikasi chekli (norekursiv) filtrni amalga oshirish to‘g‘ri strukturasi (transversal filtr)

Impuls xarakteristikasi chekli (norekursiv) filtrlarning (8.9-rasm) bunday struktura asosida yaratilganini ba‘zan bir necha chiqish nuqtalari bor kechiktirish liniyasi yoki transversal filtr deb ataladi. Bundan tashqari, ya‘ni boshqa ikki strukturadan foydalaniladi: chastotasi tanlangan struktura va tezkor o‘rash strukturasi ham foydalaniladi (8.10-rasm).

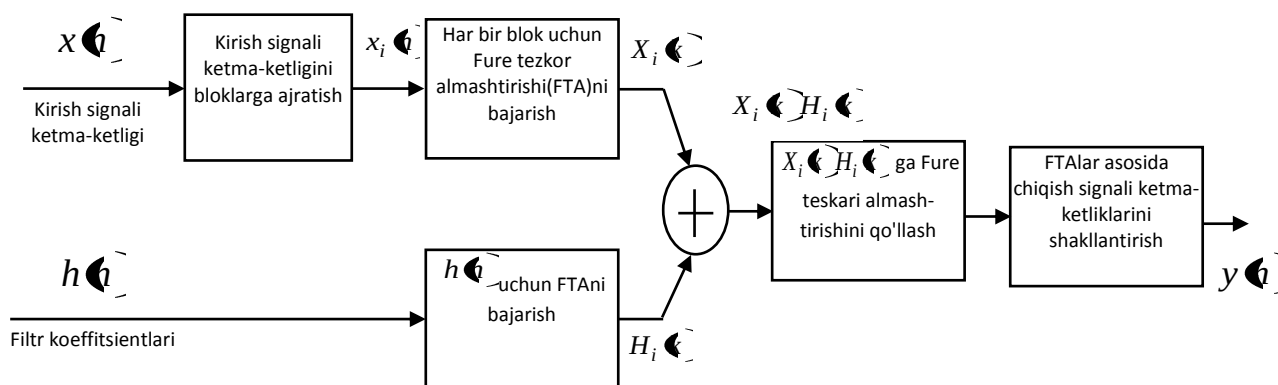
Transversal strukturaga qaraganda tanlangan chastota (qiymati) bo‘yicha hisoblash nisbatan samarador, chunki kam sonli koeffisientlarni hisoblash talab etiladi. Ammo uni amalga oshirish oson emas, chunki u katta xotirani talab qiladi. Tezkor o‘ram (svertka)dan Fure tezkor almashtirishi (FTA) afzalliklaridan foydalaniladi, bu usul yana shunisi bilan e‘tiborliki, uning yordamida signal spektrini ham hisoblash imkoni mavjud.

Bundan tashqari raqamli filtrlarni amalga oshirishning juda ko‘p strukturaviy sxemalari mavjud, ammo ularning ko‘pchiligi faqat ma‘lum sohalarida foydalanish uchun mo‘ljallangan.

Misol uchun panjarasimon strukturadan nuqt signallariga ishlov berishda va chiziqli bashoratlash sohalarida foydalaniladi. Panjarasimon strukturadan impuls xarakteristikasi chekli va cheksiz filtrlarini ifodalashda ham foydalanish mumkin, bunda ular yagona kirish va bir juft chiqishlar orqali (8.9-rasm) standart ko‘rinishda tasvirlanadilar.

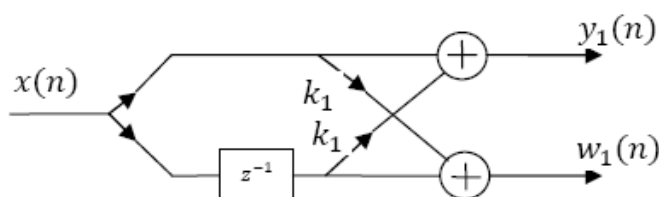


a)



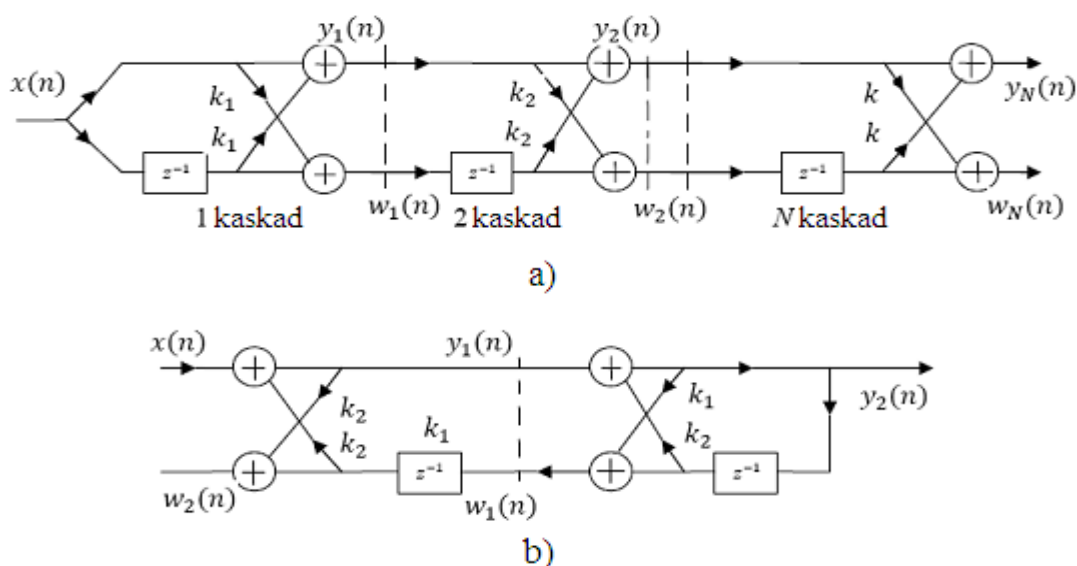
b)

8.10-rasm. Impuls xarakteristikasi chekli (norekursiv) filtrni tanlangan chastota asosida amalga oshirish strukturasi (a) va tezkor o‘ram olish sxemasi (b)



8.11-rasm. Panjarasimon struktura

U asosida olingan panjarasimon struktura orqali impuls xarakteristikasi chekli N nuqtali filtrni ta’riflovchi sxema 8.12a-rasmda keltirilgan va hamma qutblari ma’lum ikkinchi tartibli (faqat maxraj koefitsientlari keltirilgan) impuls xarakteristikasi cheksiz filtrni ifodalashga mo’ljallangan struktura 8.12b-rasmda keltirilgan.



8.12-rasm. N kaskadli panjarasimon impuls xarakteristikasi chekli (nerekursiv) filtr (a) va ikki kaskadli panjarasimon hamma qutblari berilgan impuls xarakteristikasi cheksiz (rekursiv) filtr strukturasi

Nazorat savollari

1. Impuls xarakteristikasi chekli va cheksiz filtrlarning bir-biridan farqi nimada?
2. Rekursiv va nerekursiv filtrlarning bir-biridan farqi nimada?
3. Impuls xarakteristikasi cheklangan filtrlar fazaviy xarakteristikasi qanday ko‘rinishga ega?
4. Raqamli filtrlarning barqarorligini qanday aniqlash mumkin?
5. Impuls xarakteristikasi cheklangan filtrlarni loyihalash bosqichlari nimalardan iborat?
6. Impuls xarakteristikasi cheklangan va cheklanmagan filtrlarning strukturaviy sxemalarini chizib ko‘rsating.
7. Chastotalar qiymati va tezkor o‘rami orqali amalga oshiriladigan impuls xarakteristikasi cheklangan filtr strukturaviy sxemasini keltiring.
8. Impuls xarakteristikasi cheklangan filtr panjarasimon strukturaviy sxemasi.

9- mavzu: SIGNALLARNI DISKRET ALMASHTIRISH

Reja:

1. Fure almashtirishi.
2. Fure tezkor almashtirishi.
3. Diskret kosinus almashtirish (DKA).
4. Adamar almashtirishi.
5. Veyvlet almashtirishi.

Signal va funksiyalarni odatdagicha, ularning qiymatlarini ma'lum argumentlar (vaqt, chiziqli yoki fazoviy koordinatalar va shunga o'xshashlar)dan tashqari, ma'lumotlarga ishlov berish va ularni tahlil etishda signallarni argumenti dinamik shaklda ifodalashdagiga teskari bo'lgan argumentli matematik ifodalardan ham keng foydalaniladi. Misol uchun, vaqtga teskari bo'lgan argument bu chastotadir. Bu shaklda ifodalash ushbu signal o'zining berilgan vaqt oralig'ida cheksiz ko'p bo'lmagan qiymatlarga ega bo'lsa, har qanday murakkab ko'rinishdagi signalni nisbatan sodda, oddiy elementar signallar yig'indisi orqali ifodalash mumkin, va xususiy holda oddiy garmonik tebranishlar yig'indisi ko'rinishida, ya'ni Fure almashtirishi orqali bajarilishi mumkin. Yuqoridagidan kelib chiqqan holda signalni elementar garmonik tashkil etuvchilarga yoyish uzluksiz yoki boshlang'ich fazasi qiymatlari orqali ifodalanadi. Uzluksiz yoki diskret vaqt argumentlari ularga teskari bo'lgan ifodalashga mos keladi. Signal yoyilgan garmonik tashkil etuvchilarning majmuasi ushbu signalning amplituda spektri deb ataladi va boshlang'ich fazalar majmuasi faza spektri deb ataladi. Ushbu ikki spektr signalning to'liq spektrini tashkil etadi va bu matematik ifoda o'z aniqligi bilan signalni dinamik ko'rinishda ifodalashga to'liq mos keladi.

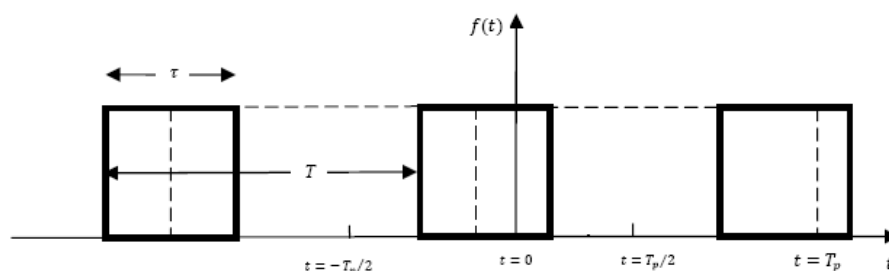
Fure garmonik qatoridan tashqari signalni yana boshqa ko'rinishdagi elementar tashkil etuvchilarga yoyishlardan ham foydalaniladi, bular Uolsh, Adamar, Veyvlet va boshqalardir. Bundan tashqari Chebishev, Lager, Lejandr

polinomlari va boshqalarga yoyish usullari ham mavjud. Signallarga raqamli ishlov berishda Fure diskret almashtirishi (FDA) va uni tezkor hisoblash usuli – Fure tez almashtirishi (FTA) dan keng foydalaniladi. Bunga bir necha sabablar bor: ular chastotalar koordinatasida eng qisqa vaqt davom etadigan signallardan ($<1s$) tashqari signallarni to‘liq – aniq ifodalaydilar; chastota bo‘yicha qisqartirilgan Fure tashkil etuvchilari ma’lumotlarni boshqa darajali qatorlarga nisbatan aniqroq ifodalaydi. Uning alohida tashkil etuvchilari sinusoida ko‘rinishida bo‘lib, chiziqli tizimlar orqali uzatilganda buzilmaydi (o‘z shakllarini o‘zgartirmaydilar), shu sababli ulardan yaxshi sinov signallari sifatida foydalanish mumkin.

Signallarni elementar tashkil etuvchilarga yoyishda asosiy shart bir qiymatlik va matematik ifodaning to‘liq mosligi – yoyilayotgan elementar funksiyalar o‘zaro ortogonal bo‘lishlari kerak. Ammo signal sifatli tahlil etilgan taqdirda ularning foydali fizik ma’lumotlarini aks ettirish uchun kerakli, o‘ziga xos xususiyatlarini ko‘rsatuvchi noortogonal funksiyalardan ham foydalanish mumkin. Signallarga raqamli ishlov berishda eng ko‘p qo‘llaniladigan signallarni yoyish usullarini ko‘rib chiqamiz.

9.1. Fure almashtirishi

Agar signal davriy bo‘lmasa, u holda Fure qatoriga yoyish moslashtiriladi. Misol tariqasida 6.1-rasmda keltirilgan to‘g‘ri burchakli impulslar ketma-ketligidan impulslar takrorlanish davri T_p ni cheksizlikkacha davom ettirish natijasida yagona to‘rtburchakli impulsni hosil bo‘lishini ko‘rib chiqamiz.



9.1-rasm. Davriy takrorlanuvchi to'g'riburchakli impuls

T_p ni kattalashtirib borilsa garmonikalar orasidagi $1/T_p = \omega/2\pi$ bo'lgan masofa $d\omega/2\pi$ gacha kichiklashib boradi va nolga teng bo'ladi. Bu o'zgaruvchi diskret chastota $n\omega$ dan uzluksiz o'zgaruvchi ω ga o'tishga, shu bilan bir vaqtda fazaviy va amplitudaviy spektr ham uzluksiz bo'lishiga olib keladi. Demak, $T_p \rightarrow \infty$ bo'lganda $d_n \rightarrow d\omega$ bo'ladi. Ushbu o'zgartirishlarni e'tiborga olsak (9.9) ifoda quyidagi ko'rinishni oladi

$$d\omega = \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{-j\omega t} dt. \quad (9.1)$$

Qulay bo'lishi uchun (6.1) ifodani $d\omega/2\pi$ ga bo'lib quyidagi ifodani olamiz

$$\frac{d\omega}{d\omega} = F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{-j\omega t} dt. \quad (9.2)$$

Bu formuladagi $F(\omega)$ Fure integrali yoki oddiygina Fure tasviri (ko'rinishi) deb ataladi. $F(\omega)$ ni haqiqiy va mavhum qismlari yig'indisi shaklida quyidagicha ifodalash mumkin, agar

$$F(\omega) = \text{Re } F(\omega) + j \text{Im } F(\omega) = |F(\omega)| e^{j\varphi}, \quad (9.3)$$

$$\text{bo'lsa, u holda} \quad |F(\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2 F(\omega) + \text{Im}^2 F(\omega)} \quad (9.4)$$

bo‘ladi va bu kattalik voltda emas V/Hz larda baholanadi. $F(\omega)$ ni amplituda zichligi, ba‘zan esa amplituda spektri zichligi yoki amplituda spektri deb ataladi. Amplituda spektriga mos ravishda faza siljishi $\varphi(\omega)$ quyidagicha aniqlanadi

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\operatorname{Im} F(\omega)}{\operatorname{Re} F(\omega)}. \quad (9.5)$$

$|F(\omega)|^2$ qiymati V^2/Hz^2 shaklida baholanadi. Normallashtirilgan elektr quvvati, ya’ni qarshiligi 1 Om bo‘lgan qarshilikda ajralib chiqayotgan quvvat V^2 larda baholanadi, bu Dj/s yoki Dj·Hz (Djoule bu energiya birligi)ni anglatadi, u holda V^2/Hz^2 kattalik DjHz·Hz⁻²= Dj·Hz⁻¹ ga teng bo‘ladi. Demak $|F(\omega)|^2$ bir taqsim Hz energiyani, ya’ni $|F(\omega)|^2$ – spektr energiyasining zichligini anglatadi. $|F(\omega)|^2$ ning f ga bog‘liqligi grafigi ostidagi yuza asosi $f_0 - df$ va $f_0 + df$ polosa f_0 chastotasi o‘rtacha kuchlanishini ifodalaydi. $|F(\omega)|^2$ ning f ga bog‘liqligi grafigi ostidagi yuza f_0 chastotadagi energiya o‘rtacha qiymatiga teng bo‘ladi. Bundan tashqari spektr tahlilida ko‘p hollarda spektr energiyasi zichligining chastotaga bog‘liqlik grafigi (chizmasi) ham quriladi.

Agar impulsdan oniy qiymat olish uning markaziga (qoq o‘rtasiga) mos kelsa, ya’ni $x = \frac{1}{2}$ bo‘lganda ushbu impulsning Fure shakli (ko‘rinishi) quyidagicha beriladi

$$F(i\omega) = \frac{A\tau \sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} = A\tau \operatorname{sinc}(\omega\tau/2) \quad (9.6)$$

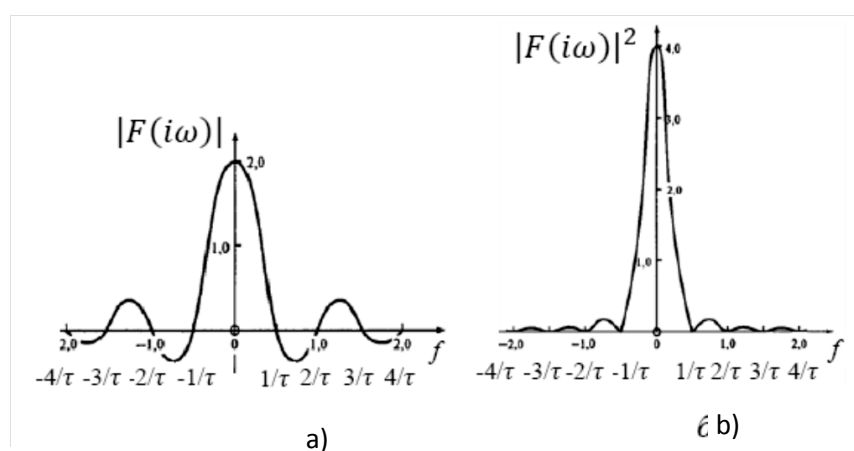
va haqiqiy hisoblanadi. $|F(\omega)|^2$ funksiya uzluksiz bo‘lib, uning $A=1$ V, $T_p=10$ s va $\tau=2$ s qiymatlari uchun grafigi 9.2a-rasmda tasvirlangan. Bu amplituda spektri oniy qiymatlar funksiyasiga proporsional bo‘lib, hamma vaqt ideal past chastota filtriga to‘g‘riburchakli impuls ta’sirida hosil bo‘ladi, shu bilan birga har

qanday davomiyligi t bilan cheklangan impuls ta'sirida ham yuzaga kelishi mumkin.

Amplitudasi 2V bo'lgan impuls energiya spektral zichligi grafigi 9.2b-rasmda tasvirlangan, 9.2a-rasmda esa amplituda spektri tasvirlangan.

Shuni alohida ta'kidlash kerakki, funksiyaning chastotaga bog'liqligidan vaqt funksiyasiga Fure teskari almashtirishi yordamida o'tish mumkin. Bu holda

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega) e^{i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega) e^{i\omega t} df \quad (9.7)$$



9.2-rasm. Impuls amplitudasi 2V: a) amplituda spektri; b) energiya spektri
Fure diskret almashtirishi (FDA) va teskari FDA

Amalda signal Fure tashkil etuvchilari, unga analog ishlov berish natijasida emas, raqamli hisoblashlar natijasi orqali aniqlanadi. Analog signal cheksiz ko'p bir-biriga yaqin nuqtalardan iborat bo'lganligi uchun, uning hamma qiymatlarini ifodalash mumkin emas. Shuning uchun raqamli tizimlardan foydalanish uchun analog signalni bir xil vaqt oraliqlarida diskretlash kerak bo'ladi va bu oniy qiymat(o'lchov)larni ikkilik raqamli signal shakliga keltirish kerak bo'ladi. Bu oniy qiymatni o'lchash xotirada saqlash konturi yordamida amalga oshiriladi, so'ngra analog-raqamli o'zgartirish amalga oshiriladi.

Analog signalni yuqori aniqlik bilan tiklash uchun bu bir sekund davomida olingan oniy qiymat(o'lchash)lar soni yetarli darajada. Nazariy nuqtai nazardan

diskretlash kerakli tezligi Naykvist chastotasi deb ataladi va $2f_{\text{yo}}$ ga teng, f_{yo} – signalning amplitudasi sezilarli darajada katta eng yuqori chastotali sinusoidal ko‘rinishdagi tashkil etuvchisi chastotasi.

Shunday qilib, o‘zgartirilishi kerak bo‘lgan hamma ma’lumotlar endi diskret va nodavriy ham bo‘lishi mumkin. Shuning uchun Fure almashtirishidan foydalanish mumkin emas, chunki u uzluksiz ma’lumotlar uchun mo‘ljallangan. Ammo, shunday analog almashtirish borki, uni diskret ma’lumotlarga ham qo‘llash mumkin – bu Fure diskret almashtirishi (FDA).

Faraz qilaylik, analog signalni bir xil vaqt T oraliqlarida diskretlash natijasida N ta oniy qiymat(o‘lchash)ga ega bo‘lgan quyidagi diskret ketma-ketlik olingan bo‘lsin $x(0), x(T), \dots, x((N-1)T)$, bunda n – olingan oniy qiymat tartib raqami bo‘lib, $n=0$ dan $n=N-1$ gacha qiymatlarni qabul qiladi. $x(nT)$ qiymati faqat kuchlanish spektriga tegishli vaqt qatoriga tegishli qiymatlarni ifodalaganda haqiqiy kattalik bo‘ladi.

Shuning uchun signalning vaqt bo‘yicha haqiqiy bo‘lgan N ta qiymatlari FDAning chastota bo‘yicha N ta kompleks qiymatlariga aylanadi

$$X(k) = F_D[x(nT)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-ik\Omega nT}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9.8)$$

bunda F_D orqali Fure diskret almashtirishi belgilangan.

Teskari Fure diskret almashtirishi (TFDA) quyidagicha aniqlanadi

$$x(nT) = F_D^{-1}[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{ik\Omega nT}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9.9)$$

bunda F_D^{-1} orqali teskari Fure diskret almashtirishi belgilangan.

9.2. Fure tezkor almashtirishi

Fure diskret almashtirishidan foydalanib katta davomiylikka ega impulslar ketma-ketligiga ishlov berishda katta hajmdagi arifmetik amallar (ko‘paytirish,

qo‘shish va kechiktirish)ni real vaqt oralig‘ida bajarish talab etiladi. Hozirda katta tezlikda arifmetik amallarni bajaruvchi maxsus signal protsessorlari mavudligiga qaramasdan katta hajmdagi signallarga raqamli ishlov berishni real vaqt davomida bajarishda qiyinchiliklar mavjud. Misol uchun $x(n)$ ketma-ketlik uchun $N = 10^3$ bo‘lgan holat uchun Fure diskret almashtirishini

$$\dot{G}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jnk \frac{2\pi}{N}}, \text{ bunda } k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (9.10)$$

formula orqali aniqlashda va $x(n)$ kompleks kattalik bo‘lganda $N-1 \approx 10^6$ ta kompleks ko‘paytirish va $N(N-1) \approx 10^6$ ta kompleks qo‘shish amallarini bajarish kerak bo‘ladi.

Fure tezkor almashtirishi (FTA)dan foydalanish asosida bajariladigan arifmetik amallar sonini bir necha tartibga keskin kamaytirish mumkin.

FTAning asosini bir o‘lchamli sonlar massivini ko‘p o‘lchamli bilan almashtirish tashkil etadi. Bir o‘lchamli sonlar massivini ko‘p sonliga aylantirishning bir necha usullari mavjud, ya’ni FTAning bir necha algoritmlari mavjud.

Ushbu FTA algoritmlaridan birini ko‘rib chiqamiz. N nuqtali $x(n)$ ketma-ketlik uchun FTAni aniqlaymiz. Buning uchun N^{2n} deb hisoblaymiz. N nuqtali $x(n)$ ketma-ketlikni ikki ($N/2$) nuqtali juft $x_1(n)$ va toq $x_2(n)$ ketma-ketliklarga ajratamiz.

$$x_1(n) = x(2n), \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1, \quad (9.11)$$

$$x_2(n) = x(2n+1), \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1. \quad (9.12)$$

N nuqtali $x(n)$ ketma-ketlikning FTAi quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{aligned}\dot{G}(k) &= \sum_{\substack{n=0 \\ n - juft}}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} + \sum_{\substack{n=0 \\ n - toq}}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} nk} = \\ &= \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n) W_N^{2nk} + \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n+1) W_N^{(2n+1)k},\end{aligned}\quad (9.13)$$

$$\text{bunda, } W_N^2 = \left[e^{j \frac{2\pi}{N} \cdot 2} \right] = e^{j \frac{2\pi}{N/2} \cdot 2} = W_{N/2}. \quad (9.14)$$

(9.13) ifodani (9.14) ni e'tiborga olgan holda quyidagi shaklga keltiramiz:

$$\dot{G}(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_1(n) W_{N/2}^{nk} + W_N^k \sum_{n=0}^{N/2-1} x_2(n) W_{N/2}^{nk}, \quad (9.15)$$

yoki

$$\dot{G}(k) = \dot{G}_1(k) + W_N^k \dot{G}_2(k), \quad (9.16)$$

bunda, $\dot{G}_1(k)$ va $\dot{G}_2(k)$ mos ravishda $x_1(n)$ va $x_2(n)$ ketma-ketliklarning $(N/2)$ nuqtali FDAlar teng.

(9.16) ifoda $\dot{G}(k)$ N nuqtali FDAni $\dot{G}_1(k)$ va $\dot{G}_2(k)$ $(N/2)$ nuqtali FDAlari yig'indisi shaklida aniqlash mumkin.

Agar $(N/2)$ nuqtali FDAni oddiy usulda hisoblanganda N nuqtali FDAni aniqlash uchun $\left(\sqrt{N^2/2 + N} \right)$ ta kompleks ko'paytirish amalini bajarish kerak bo'ladi. N katta bo'lganda, ya'ni $\left(\sqrt{N^2/2 + N} \right) \approx N^2/2$ bo'lgan holat uchun $\dot{G}(k)$ ni aniqlashda bajariladigan ko'paytirish amallari soni taxminan 2 marta kamayadi.

$\dot{G}(k)$ ni $0 \leq k \leq N-1$ lar uchun aniqlash kerakligini va $\dot{G}_1(k)$, $\dot{G}_2(k)$ larni esa $0 \leq k \leq N/2-1$ uchun aniqlash kerakligini e'tiborga olib (6.16) ifodani $k \geq N/2$ uchun aniqlaymiz:

$$\begin{aligned}\dot{G}(k) &= \dot{G}_1(k) + W_N^k \dot{G}_2(k), \quad \text{agar } 0 \leq k \leq N/2-1, \\ \dot{G}(k) &= \dot{G}_1(k - N/2) + W_N^k \dot{G}_2(k - N/2), \quad \text{agar } N/2 \leq k \leq N-1.\end{aligned}\quad (9.17)$$

Bunda $\dot{G}_1(k)$ va $\dot{G}_2(k)$ lar har $N/2$ davrda k tadan takrorlanishi e'tiborga olingan.

Yuqorida keltirilgan FTA algoritmini yo'naltirilgan graflar yordamida tushuntirish uchun (9.3-rasm) sakkiz nuqtali FTAni ikkita to'rt nuqtali graflardan foydalanish usuli tasvirlangan.

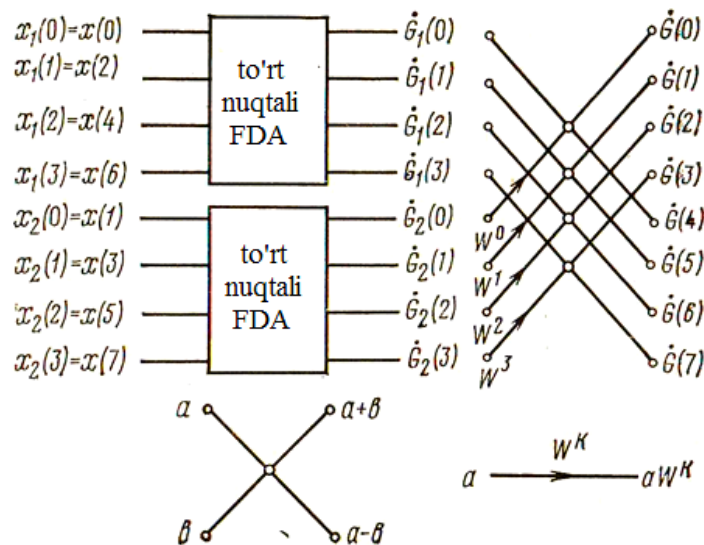
Dastlab kirishdagi $x(n)$ ketma-ketligi ikkita $x_1(n)$ – juft va $x_2(n)$ – toq ketma-ketlikka bo'laklangan bo'lib, ular uchun $\dot{G}_1(k)$ va $\dot{G}_2(k)$ lar aniqlanadi. So'ngra (9.17) ifodaga asoslanib $\dot{G}(k)$ aniqlanadi. O'z navbatida har bir $x_1(n)$ va $x_2(n)$ ketma-ketliklar ikkiga bo'linib, to'rtta ikki nuqtali ketma-ketliklar hosil qilish mumkin. (9.16) va (9.17) ifodalarni e'tiborga olib $N/2$ nuqtali FDA ikkita $N/4$ nuqtali FDA kombinatsiyalari shakliga keltirilishi mumkin.

$$\dot{G}_1(k) = A(k) + W_{N/2}^k B(k), \quad (9.18)$$

yoki

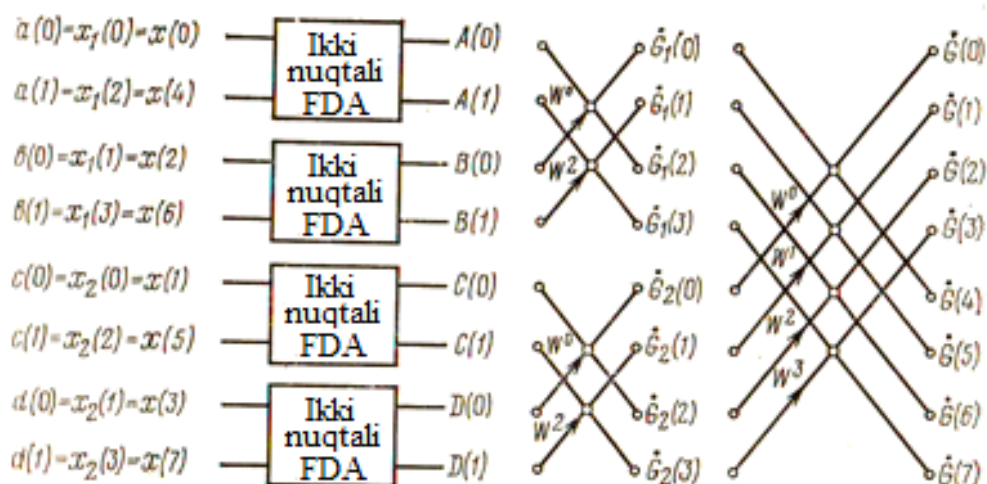
$$\dot{G}_1(k) = A(k) + W_N^{2k} B(k), \quad (9.19)$$

bunda, $0 \leq k \leq N/2 - 1$, $A(k)$ va $B(k)$ – $N/4$ nuqtali $x_1(n)$ ning juft va toq FDAlari.



9.3-rasm. Sakkiz nuqtali FTAni ikkita to'rt nuqtali graflardan foydalanish usuli

9.4-rasmda sakkiz nuqtali FDAni ikki to'rt nuqtali FDA va uni o'z navbatida to'rtta ikki nuqtali FDA orqali hisoblash algoritmi keltirilgan.



9.4-rasm. Sakkiz nuqtali FDAni ikki to'rt nuqtali FDA va uni o'z navbatida to'rtta ikki nuqtali FDA orqali hisoblash algoritmi

N nuqtali FDAlarini ketma-ket ikkiga bo'lish usuli bilan kompleks ko'paytirishlar sonini oddiy usulda hisoblashlar soni $\left\lceil \frac{N-1}{2} \right\rceil$ dan $N/2 \log_2 N$ taga kamaytirish imkoniyatini beradi.

9.3-rasmdagi bo'yalmagan kichik aylanma nuqtalar qo'shish-ayirish amalini anglatadi, bunda yuqoridagi chiqishlar yig'indi (va pastkilari ayirish) natijasini bildiradi. Yo'nalish belgisi (strelka) ushbu yo'nalish belgisi yuqorisidagi ko'paytma a ga ko'paytirish amalini bajarishini anglatadi. Umuman o'zgaruvchilarning hammasi kompleks sonlar. Rasmdagi tugun (uzel)lar alohida FDAlari kirish va chiqishlari massivlari qiymatlarini ro'yxatga olish funktsional qurilmasini bildiradi.

9.3. Diskret kosinus almashtirish (DKA)

Diskret kosinus almashtirishlardan korrelyatsiya va svertka (o'ram)ni hisoblashni tezlashtirishda va spektr tahlilida foydalaniladi. Bundan tashqari bu

usullardan ma'lumotlarni siqish, misol uchun ovozni (tovush) yoki tasvirni uzatish, elektrokardiogramma va elektroensinogramma kabi medicina signallarini yozish uchun foydalaniladi. Shuningdek DKAdan tasvir va nusxa (shablon)larni tanishda ham foydalaniladi.

Buning natijasida signallarni uzatish uchun kodlashda talab etiladigan "bit"lar soni kamayadi, bu signal uzatish tezligini oshiradi. Bu esa nisbatan tor polosali aloqa liniyalaridan foydalanish imkoniyatini keltirib chiqaradi, shuningdek nusxa (shablon)larni tanishni osonlashtiradi (bu axborot hajmi kamaytirilishi hisobiga ro'y beradi). DKAning ushbu xususiyatlari uni signallarni siqish nuqtai nazaridan samaradorligini bildiradi, bu signal energiyasining past chastotalarda to'planishi natijasida ro'y beradi. Bundan tashqari hisoblashlarning soddaligi va o'rtacha kvadratik xatolikning kichik (minimal) bo'lishini ta'minlaydi.

Yuqoridagi fikrlar Fure diskret kosinus almashtirishdan (FDKA) foydalanishni taqozo etadi. Umuman olganda FDKA Fure diskret almashtirishining haqiqiy qismidan iborat, chunki Fure qatori haqiqiy va juft qismi faqat kosinusoidal tashkil etuvchilardan iborat bo'lib, misol uchun kuchlanishning diskret qiymatlaridan foydalanilganda ma'lumotlar haqiqiy bo'ladi, ularni ikki marta ko'p qilish uchun ularga aks tashkil etuvchilarini qo'shish kerak bo'ladi.

(9.8) formulaga asosan FDA quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2\pi i n k / N}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1.$$

Ushbu almashtirishning haqiqiy qismi DKAni anglatadi

$$X_c(k) = \text{Re}[X(k)] = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\frac{k 2\pi n}{N}\right), \quad k = 0, 1, \dots, N-1.$$

Bu DKAning bir xususiy ko'rinishi. DKAning umumiy ko'rinishi quyidagicha aniqlanadi

$$X_c(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\frac{k2\pi n + k\pi}{2N}\right) =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left[\frac{k\pi(2n+1)}{2N}\right], \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (9.20)$$

Uolsh almashtirishi

Hozirgacha ko‘rib chiqilgan almashtirishlar sinus va kosinus funksiyalariga asoslangan edi. Impulsga o‘xshash +1 va -1 ga asoslangan almashtirish nisbatan oson va tez hisoblash imkoniyatini beradi. Bundan tashqari bunday almashtirishlar uzluksizligi buzilgan signallarni ifodalashda ancha qulay hisoblanadi, misol uchun, tasvir signallarini almashtirishda. Shu bilan birga ular uzluksiz signallarni ifodalashda ancha noqulay bo‘lib, ular fazalari bo‘yicha moslikni ta’minlamaydilar, bu signal spektrining buzilishiga va natijada signal shaklining buzilishiga olib keladi. Shuning uchun, Uolsh almashtirishidan odatda tasvir signallariga ishlov berish (astronomiya va spektroskopiya)da signallarni kodlash va filtrlashda foydalaniladi.

Fure diskret almashtirishi garmonik sinusoidal va kosinusoidal tashkil etuvchilar orqali ifodalanganidek, Uolsh diskret almashtirishi (UDA) Uolsh funksiyalari deb ataluvchi to‘g‘ri to‘rtburchakli o‘rovchili garmonik signallar to‘plami orqali ifodalashga asoslangan. Ammo to‘g‘riburchakli impulslar uchun ularning takrorlanish chastotasi noma’lum bo‘lgani uchun analog signal uchun foydalaniladigan “ketma-ketlik” atamasidan foydalaniladi. “Ketma-ketlik” – bu vaqt birligida nolni kesib o‘tishlar sonining yarmiga teng bo‘ladi. 9.5-rasmda $N=8$ gacha bo‘lgan tartibdagi Uolsh funksiyalari kattalashish tartibida ko‘rsatilgan. Bu ko‘rinishni Uolsh bo‘yicha tartibga keltirilgan funksiya deb ataladi.

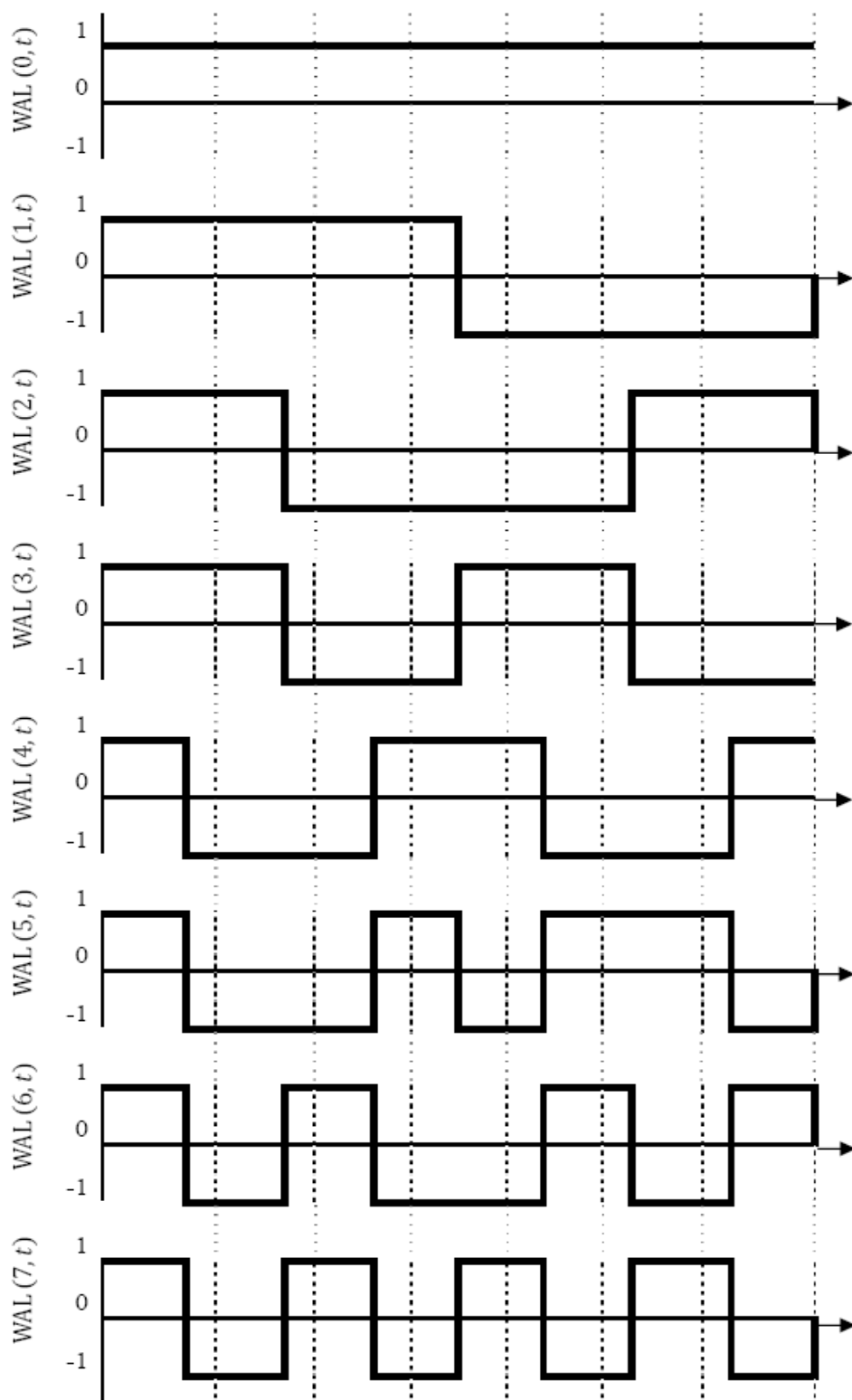
Davomiylik vaqti t ga va tartibi n ga teng Uolsh funksiyasi quyidagicha belgilanadi $WAL(n, t)$. 6.5-rasmdan ko‘rinadiki xuddi Fure qatorida toq va juft sinusoidal va kosinusoidal funksiyalar bir-biriga teng bo‘lganidek, Uolsh funksiyasida ham bir xil sonli toq va juft funksiyalar bo‘ladi. Uolsh $WAL(n, t)$

juft funksiyalari $CAL_k(t)$ ko'rinishida ifodalanadi va $WAL_{k+1}(t)$ toq funksiyalari $CAL_{k+1}(t)$ ko'rinishida ifodalanadi, bu yerda $k=1,2,...,N/2-1$.

Har qanday $S(t)$ signalni Uolsh funksiyalari majmua (jamlama)lariga yoyish mumkin (xuddi Fure qatoriga yoygandek)

$$S(t) = a_0 WAL(0, t) + \sum_{i=1}^{N/2-1} \sum_{j=1}^{N/2-1} [a_i SAL(i, t) + b_i CAL(j, t)], \quad (9.21)$$

bunda a_i va b_i – qator koeffitsientlari .



9.5-rasm. Uolshning 8×8 tartibli almashtirishi matrisasi uchun uning ketma-ket kattalashishi $n = 7$ gacha tartibga keltirilgan funksiyalari. Har qanday ikkita Uolsh funksiyasi uchun quyidagi ifoda kuchga ega

$$\sum_{t=0}^{N-1} \text{WAL}(n, t) \text{WAL}(m, t) = \begin{cases} N & \text{agar } n = m, \\ 0 & \text{agar } n \neq m. \end{cases}$$

ya'ni Uolsh funksiyalari o'zaro ortogonal.

Uolsh almashtirishi uchun to'g'ri va teskari almashtirishlarni tadbiq etish mumkin:

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i \text{WAL}(k, i), \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad (9.22)$$

$$x_i = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \text{WAL}(k, i), \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (9.23)$$

Agar $1/N$ ko'paytmani e'tiborga olinmasa teskari almashtirish to'g'ri almashtirish bilan bir xil va $\text{WAL}(k, i) = \pm 1$ bo'ladi.

Shuning uchun "shakl"lar juftlarini matrisalarni raqamli usul (metod) asosida ko'paytirish natijasida topish mumkin. Ammo faza haqidagi axborot yo'qligi uchun UDA tez korrelyatsiya (korrelyatsiya oralig'i kichik)larni va o'ramlarni hisoblash uchun yaroqsiz.

(9.22) tenglik UDA k nchi elementini diskret signal har bir elementi x_i ni k ketma-ketlikli Uolsh funksiyasiga ko'paytirishi va k ning hamma qiymatlari uchun qo'shish orqali olish mumkin $k = 0, 1, \dots, N-1$. k ning hamma elementlari uchun uni matrisa ko'rinishida yozish mumkin

$$\mathbf{X}_k = x_i \mathbf{W}_{ki}, \quad (9.24)$$

bunda $x_i = [x_0 x_1 x_2 \dots x_{N-1}]$ — ma'lumotlar ketma-ketligi.

$$W_{ki} = \begin{bmatrix} W_{01} & W_{02} & \dots & W_{0,N-1} \\ W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1,N-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{N-1,1} & W_{N-1,2} & \dots & W_{N-1,N-1} \end{bmatrix}$$

– Uolsh almashtirishi matrisasi, $X_k = [X_0 X_1 X_2 \dots X_{N-1}]^T$ – $(N-1)$ UDA matrisasi tashkil etuvchilari.

Alohida ta’kidlaymiz, W_{ki} – bu $N \times N$ tartibli matrisa, bunda N berilgan nuqtalar soni, ya’ni diskret signal nuqtalari. Agar N berilgan nuqtalar soni bo’lsa, u holda Uolsh funksiyasining dastlabki N ta tartibga keltirilganlarini ko’rib chiqish kerak bo’ladi. Ularning har biri N marta diskretizatsiyalanadi, bunda W_{ki} matrisaning k nchi qatori k komponenta ketma-ketligining N ta diskret qiymatlariga to’g’ri keladi.

9.4. Adamar almashtirishi

Adamar almashtirishi yoki Uolsh-Adamar almashtirishi bu ham mazmunan Uolsh almashtirishi bo’lib, faqat boshqa tartibdagi Uolsh funksiyalari va boshqa almashtirish matrisasi qatoridir. Bunday o’rin almashtirishlar natijasida olinadigan Adamar matrisasi, ikkinchi tartibli matrisaning massiv ostini o’z ichiga oladi. 6.6-rasmda Adamarning 8×8 tartibli matrisasi ko’rsatilgan bo’lib, u 8H ko’rinishida belgilanadi.

Uni matrisalar orqali yozish mumkin

$$^2H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad ^2H = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

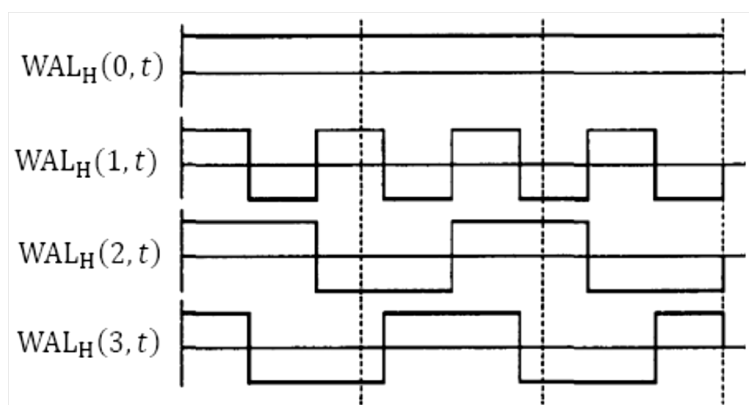
Adamarning har qanday $2N$ tartibli matrisasini 2H dan rekursiv shaklda olish mumkin, ya’ni

$${}^{2N}_H = \begin{bmatrix} {}^N_H & {}^N_H \\ {}^N_H & {}^N_H \end{bmatrix}. \quad (9.25)$$

		$i \rightarrow$							
		0	1	2	3	4	5	6	7
$k \downarrow$	0	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
	2	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
	3	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
	4	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
	5	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
	6	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
	7	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1

9.6-rasm. Adamarning 8×8 tartibli almashtirish matrisasi.

Bu rekursivlik xossasidan Uolsh funksiyasini Adamar tomonidan aniqlangan tartibda joylashtirish natijasida olingan Uolsh-Adamar tez almashtirishini UDaga nisbatan ancha katta tezlik bilan hisoblash mumkin. Adamar tartibida joylashgan Uolsh (yoki tabiiy tartibda joylashgan) funksiyasi 6.7-rasmda ko'rsatilgan.



9.7-rasm. Adamar 4×4 tartibli almashtirish matrisasi uchun diskretizatsiyalash vaqtini ko'rsatuvchi $n=7$ gacha Adamar tartibida joylashgan Uolsh funksiyasi.

9.5. Veyvlet almashtirishi

Geyzenberg noma'lumlik (noaniqlik) fizik prinsipiga asosan, bir vaqtning o'zida x zarrachaning holati va uning impulsi p ni aniq bilish mumkin emas.

Amalda

$$xp \geq h = 6.626 \times 10^{-34}, \quad J \cdot s \quad (9.26)$$

bunda h – Plank doimiysi. Eynshteynning $E = mc^2$ tenglamasi asosida bu prinsipni signallarga ishlov berish sohasida ham qo'llash mumkin. Bunda Geyzenberg prinsipi quyidagicha ta'riflanadi: bir vaqtning o'zida har qanday aniqlik bilan vaqt va chastotani aniqlash mumkin emas, ya'ni

$$\Delta f \cdot T \geq 1, \quad (9.27)$$

bunda Δf va T chastota va vaqt bo'yicha farqlanishni ifodalaydi. Agar chastota qiymati yuqori aniqlik bilan farqlansa (aniqlansa), u holda chastota nisbatan kam aniqlik bilan baholanadi va aksincha.

Natijada bir vaqtning o'zida signal tashkil etuvchilari chastotasini va uning paydo bo'lish vaqtini yoki signal turli chastotali tashkil etuvchilarini vaqt bo'yicha ajratish talab darajasidagi yuqori aniqlik bilan o'lchash yetarli darajada murakkab bo'lishi mumkin. Bu holat agar signal yuqori chastotali tashkil etuvchilardan iborat bo'lsa va ular vaqt sohasida uzoq davomiyligi tashkil etuvchilarga juda ham yaqin joylashgan bo'lsa va ular ham o'z vaqtida chastota sohasida yaqin joylashgan bo'lsa, hamda turli onlar (vaqtlar)da hosil bo'lsa yuz berishi mumkin.

Bunday signallar davriy bo'lmaydi. Bu chastota-vaqt tahlili umumiy muammosini yechish uchun Veyvlet almashtirishdan foydalaniladi (wavelet transform), u nostasionar signallarni tahlil etish vositasi hisoblanadi. Veyvlet almashtirishdan signallarni filtrlashda, shovqinlarni yo'qotishda, sinulyarlik

joyini topish va ularning taqsimlanishini aniqlash kabi masalalarni yechishda foydalanish mumkin.

Fure almashtirishida signal qiymati darajasi ko'rsatkichida mavhum bo'lgan hissa (vesovoy) ko'effitsienti bo'lsa va argument garmonik shaklda bo'lib chastotaga bog'liq bo'lsa, ya'ni sinusoidal tashkil etuvchi bo'lsa, Veyvlet almashtirishda xususiy xissa ko'effitsientlari qiymati sifatida Veyvlet funksiyalardan foydalaniladi.

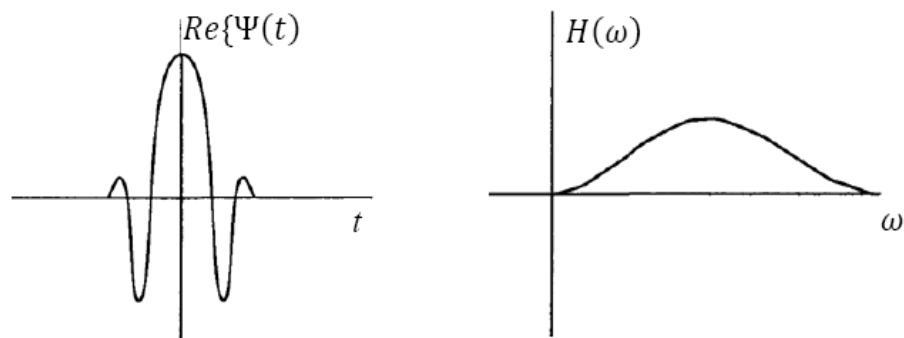
Hamma Veyvlet funksiyalar asosiy (bazaviy) Veyvlet funksiyasidan olinadi. Ba'zi hissalar bo'lishini ta'minlash uchun bir qator asosiy (bazaviy) funksiyalardan foydalaniladi. Talab etiladigan xossalarga ega bo'lish uchun Veyvlet funksiya tebranishlar shaklida bo'lib, doimiy tashkil etuvchisi bo'lmasligi kerak, spektri ma'lum bir kichik polosada joylashgan bo'lishi, kichik vaqt ichida nolga teng qiymatgacha kichiklashishi va aksincha, kichik vaqt oralig'ida o'zining eng katta qiymatiga ega bo'lishi kerak. Bu xususiyat Veyvlet almashtirish bir qiymatli bo'lishiga kafolat beradi. Asosiy funktsiyani $\Psi(t)$ ko'rinishida yozish mumkin. Misol uchun, Morlet yoki Gauss modifikatsiyalangan asosiy funktsiyasi (Morle veyvleti) quyidagicha ifodalanadi

$$\Psi(t) = e^{i\omega_0 t} e^{-t^2/2}, \quad (9.28)$$

Uning Fure ko'rinishi :

$$H(\omega) = \sqrt{2\pi} e^{-(\omega-\omega_0)^2/2} \quad (9.29)$$

Bu ikki signal 6.8-rasmda keltirilgan bo'lib, bundan ko'rinadiki $\Psi(t)$ funksiya yuqorida keltirilgan talablarga javob beradi, ya'ni tebranuvchan va nolgacha kichiklashadi.



9.8-rasm. Modifikatsiyalashtirilgan Gauss yoki Morlet, $\Psi(t)$ ona (asosiy) veyvlet funksiyasi va uning Fure ko‘rinishi $H(\omega)$

Qolgan (qiz, ikkilamchi) funksiyalar birlamchi asosiy funksiyalar masshtabini o‘zgartirish natijasida olinadi, bular funksiyalar oilasini tashkil etadilar. Har bir ikkilamchi (qiz) funktsiyani quyidagicha ifodalash mumkin

$$\frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\{(t - \tau)/a\},$$

bunda a – masshtabni o‘zgartirish o‘zgaruvchan koeffitsienti, ϕ – olib o‘tish o‘zgarmas koeffitsienti. Agar a ning masshtabi kattalashsa funktsiyaning amplitudasi va argumenti kichiklashadi. Amplituda berilgan qiymatida argumentning kichiklashishi chastotaning kichiklashishini anglatadi.

Masshtabni o‘zgartirish koeffitsienti a va olib o‘tish o‘zgarmas koeffitsienti ϕ yordamida katta va kichik (turli) amplitudali, yuqori va past (turli) chastotali funktsiyalarni yaratish mumkin va ularni vaqtning turli onlariga joylashtirish mumkin.

Shunday qilib, turli vaqt oralig‘iga joylashgan turli chastotali tashkil etuvchilarga ega nostasionar signallarni turli veyvlet funksiyalar yig‘indisi orqali ifodalash mumkin. Veyvlet funktsiyasidan shu maqsadlarda foydalaniladi.

Uzluksiz veyvlet almashtirishni (UVA) (a, τ) quyidagicha ifodalash mumkin

$$UVA(a, \tau) = (1/\sqrt{a}) \int s(t) \Psi\{(t - \tau)/a\} dt. \quad 9.30)$$

Bu tenglama paramterlarini diskretlash natijasida diskret parametrli veyvlet almashtirishi (DPVA) (m, n) ni olish mumkin, u quyidagicha aniqlanadi

$$\text{DPVA } (m, n) = a_0^{-m/2} \int s(t) \Psi\{(t - n\tau_0 a_0^m)/a_0^m\} dt, \quad (9.31)$$

bunda quyidagi almashtirishlar amalga oshirilgan: $a = a_0^m$, $\tau = n\tau_0 a_0^m$. Bu almashtirishlarda a_0 va τ_0 lar a va τ lar uchun diskretizatsiyalash oralig'i; m va n lar esa butun sonlar.

Ko'p hollarda $a_0 = 2a$, $\tau_0 = 1$ ga teng deb olinadi. Yuqoridagilarni e'tiborga olinsa

$$\begin{aligned} \text{DPVA } (m, n) &= 2^{-m/2} \int s(t) \Psi\{(t - n2^m)/2^m\} dt = \\ &= 2^{-m/2} \int s(t) \Psi\{2^{-m}t - n\} dt. \end{aligned}$$

Bu vaqt o'qini 2^{-m} marotaba kengaytiradi, natijada veyvlet funksiya vaqt bo'yicha musbat tomonga $2^m n$ kattalikka suriladi.

Veyvlet funksiyani vaqt bo'yicha diskretizatsiyalash, diskret vaqtli veyvlet almashtirishi (DVVA)ni beradi, u quyidagicha aniqlanadi

$$\text{DVVA } (m, n) = a_0^{-m/2} \sum_k s(k) \Psi(a_0^{-m} k - n\tau_0). \quad (9.32)$$

Agar qaytadan $a_0 = 2a$ va $\tau_0 = 1$ deb hisoblasak u holda DVMI quyidagicha aniqlanadi

$$\text{DVVA } (m, n) = 2^{-m/2} \sum_k s(k) \Psi(2^{-m} k - n), \quad (9.33)$$

(9.33) ifoda veyvlet diskret almashtirishi hisoblanadi.

Shunday qilib, veyvlet diskret almashtirishi uzluksiz veyvlet almashtirishidan masshtab parametri a ni, olib o'tish o'zgarma koeffitsienti τ va vaqtli diskretizatsiyalash, so'ngra diskretlash oralig'i qiymatlari $a_0 = 2$ va $\tau_0 = 1$ deb hisoblash natijasida olinadi.

Veyvlet almashtirishlardan signallar chastota-vaqt tarkiblarini o'rganishda foydalanishdan tashqari, ulardan signallarni filtrlash, ya'ni shovqinning qandaydir qismini olib tashlashda ham foydalanish mumkin. Buning uchun signal tashkil etuvchilarga ajratilishi kerak. So'ngra taqqoslash asosida shovqin tashkil etuvchilari olib tashlanadi. Va nihoyat, shovqinlardan tozalangan signal tashkil etuvchilari veyvlet funksiyalari orqali qayta tiklanadi. Uzluksiz veyvlet almashtirishidan foydalanilganda signalni qayta tiklash (teskari almashtirishi) ifodasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$s(t) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} UVA(t, \tau) \left\{ \frac{1}{\sqrt{a}} \right\} \Psi \left(\frac{t - \tau}{a} \right) \left\{ \frac{1}{\sqrt{a^2}} \right\} da d\tau, \quad (9.34)$$

bunda

$$C_\Psi = \int_0^{\infty} \{|H(\omega)|^2 / \omega\} d\omega < \infty,$$

va $H(\omega)$ – asosiy impuls $\Psi(t)$ ning Fure ko'rinishi.

Aloqa kanallari orqali uzatiladigan signallar vaqtning haqiqiy funksiyasi bo'ladi. Ammo bir qator signallar uzatish muammolariga tegishli masalalarni yechishda signalni vaqt funksiyasi bo'lgan elementar kompleks tashkil etuvchilar yig'indisi sifatida qarashni taqazo etadi yoki signalning o'zini to'liq kompleks funksiya deb tadqiq etishga ehtiyoj tug'iladi, ya'ni

$$\dot{s}(t) = s(t) + js^*(t) = u(t)e^{j\psi(t)} \quad (9.35)$$

bunda, $u(t)$ va $\psi(t)$ - signal o'rovchisi va fazasi. Bu holda haqiqiy signal kompleks signal orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$s(t) = R_c \dot{s}(t) = R_c u(t) e^{j\psi(t)} = u(t) \cos \psi(t) \quad (9.36)$$

Signalni bu shaklda ifodalashdan tor polosali signallarni tadqiq qilishda keng foydalaniladi.

Agar $s(t)$ va $s^*(t)$ Gilbert o'zgartirish juftligi orqali bir-biriga bog'liq bo'lsa, $s(t)$ signal analitik signal deb ataladi, ya'ni

$$\left. \begin{aligned} s^*(t) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau \\ s(t) &= -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s^*(\tau)}{t - \tau} d\tau \end{aligned} \right\} \quad (9.37)$$

shaklida bog'langan bo'lsa, bunday signal analitik signal hisoblanadi. (9.27) ifodalardagi integrallar Koshining asosiy qiymati sifatida qabul qilinadi. $s^*(t)$ funksiya bilan Gilbert bo'yicha moslashgan hisoblanadi. $s(t)$ va $s^*(t)$ ni Gilbert sharti asosida tanlangan bo'lsa, u holda signal o'rovchisi va fazasi quyidagicha aniqlanadi:

$$u(t) = \sqrt{\mathbf{I}(t)^2 + \mathbf{I}^*(t)^2}, \quad (9.38)$$

$$\psi(t) = \arctg \frac{s^*(t)}{s(t)}. \quad (9.39)$$

Agar $s(t)$ signal spektri kengligi o'zining o'rtacha chastotasi ω_0 dan kichik bo'lsa, u holda bu signalning amplitudasi va fazasi signal $s(t)$ ning o'ziga nisbatan sekin o'zgaradi. Gilbert to'g'ri va teskari bir juft o'zgartirishlari asosida $s(t) = \cos \omega t$ signalga $s^*(t) = \sin \omega t$ signal va $s(t) = \sin \omega_0 t$ signalga $s^*(t) = -\cos \omega_0 t$ sigal kompleks moslashganligini tasdiqlash mumkin. Xuddi

shunga o'xshash $s(t) = \sum_k (a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t)$ signal bilan

$s^*(t) = \sum_k (a_k \sin k\omega_0 t - b_k \cos k\omega_0 t)$ signal kompleks moslashgan bo'ladi.

Shunday qilib $s(t) = A \cos \omega t$ oddiy garmonik tebranish signalga $s^*(t) = A \cos \omega t + j A \sin \omega t = A e^{j\omega t}$ analitik signal mos keladi.

Agar signal Fure integrali ko‘rinishida bo‘lsa:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (9.40)$$

Uning chastota spektri quyidagicha ifodalanadi:

$$s(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt = \Gamma \{s(t)\} \quad (9.41)$$

$s(t)$ va $s^*(t)$ sigallarning spektri o‘zaro quyidagi bog‘lanishga ega:

$$\Gamma \{s(t)\} = j \operatorname{sgn}(\omega) \bar{S}(j\omega), \quad (9.42)$$

$$\text{bunda } \operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} +1, & \text{agar } \omega > 0; \\ 0, & \text{agar } \omega = 0; \\ -1, & \text{agar } \omega < 0. \end{cases}$$

Shunday qilib, Gilbert o‘zgarishini $s(t)$ signalning hamma spektral tashkil etuvchilarini $-\frac{\pi}{2}$ ga suruvchi elektr zanjiridan o‘tishi deb hisoblash kerak. Ushbu elektr zanjirining chastota va faza tavsiflari quyidagicha bo‘ladi:

$$K(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega), \quad h(t) = \frac{1}{\pi t}.$$

(9.42) ifodani (9.35) ifodaga kiritish natijasi $S^*(t)$ signalning spektri $S(j\omega)$ ning “bir tomonlama” ekanini ko‘rsatadi:

$$\dot{S}(j\omega) = \begin{cases} 2S(j\omega), & \text{agar } \omega > 0; \\ S(0), & \text{agar } \omega = 0; \\ 0, & \text{agar } \omega < 0. \end{cases} \quad (9.43)$$

Bu analitik sigalning juda muhim hossasi hisoblanadi.

Davriy signal $s(t)$ ning Gilbert sharti bo'yicha moslashgan $s^*(t)$ funksiyasi ham $s(t)$ signal davriga teng bo'ladi. $s(t)$ va $s^*(t)$ sigallar ularning davri T oralig'ida o'zaro ortogonal bo'ladi, ya'ni

$$\int_0^T s(t)s^*(t)dt = 0.$$

Agar $s_i(t)$ va $s_j(t)$ ortogonal signallardan birini uning Gilbert o'zlashtirishi sharti asosida moslashtirilganiga almashtirilganda ham ortogonallik hususiyati saqlansa, bunday signallar kuchaytirilgan ma'noda ortogonal signallar deb ataladilar, ya'ni

$$\begin{aligned} s_i(t) \cdot s_j(t) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_i(t) \cdot s_j(t) dt = 0; \\ s_i(t) \cdot s_j^*(t) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_i(t) \cdot s_j^*(t) dt = 0, \quad \text{agar } i \neq j \end{aligned} \quad (9.44)$$

Bundan tashqari bunday signallardan birini uning $s^*(t)$ kompleks moslashganiga almashtirilganda ham o'zaro ortogonallik hususiyati saqlanib qiladi, ya'ni

$$s_i(t) \cdot s_j(t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_i(t) \cdot s_j^*(t) dt = 0; \quad \text{agar } i \neq j \quad (9.45)$$

Analitik signal tushunchasi har qanday signalni kompleks shaklga keltirish va uning o'rovchisini hamda fazasini aniq aniqlash imkoniyatini beradi.

Determinant (o'zgarish qonuniyati ma'lum funksiya) va tasodifiy signallar analitik shaklga keltirilishi mumkin. Signalni analitik shaklga keltirish natijasida, uning o'rovchisi va fazasi o'zgarishini alohida-alohida tadqiq qilish mumkin bo'ladi. Masalan, tasodifiy jarayon tadqiq etilganda uning oniy qiymatlari bilan shug'ullanish o'rniga, uning o'rovchisi yoki fazasini tadqiq etish bilan chegaralanish mumkin.

Umuman olganda $x(t)$ va $x^*(t)$ jarayonlarning spektrlari va korrelyatsion funksiyalari bir hil: $G_x(\omega) = G_{x^*}(\omega)$, $B_x(\tau) = B_{x^*}(\tau)$. $x(t)$ va $x^*(t)$ jarayonlarning o'zaro energetik spektrlari $G_{x^*}(\omega) = jG_x(\omega)$ o'zaro korrelyatsiya funksiyasi quyidagi ifoda orqali aniqlanadi:

$$B_{x^*}(\tau) = -B_x(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty G_x(\omega) \sin \omega \tau d\omega. \quad (9.46)$$

Tasodifiy jarayon taqsimot qonuni bilan uning o'rovchisi $s(t)$ va fazasi $\psi(t)$ taqsimot qonunlari bir-birlariga bog'liq, tasodifiy jarayonning ehtimollik zichligi taqsimot qonuni $P(x)$ orqali, uning o'rovchisi va fazasi ehtimolligi zichligi taqsimoti qonuni $P(s)$ va $P(\varphi)$ ni aniqlash mumkin.

Nazorat savollari

1. $s(t)$ signal moduli va fazasi qanday aniqlanadi?
2. Ideal PChFning ACHX va FChX tavsifini yozing.
3. Analitik signal deb qanday signalga aytiladi?
4. Tasodifiy jarayon energetik spektrining chiziqli radioelektron qurilma chiqishidagi ifodasini keltiring.
5. Chiziqli radioelektron qurilma chiqishidagi funktsional xalaqit quvvatini aniqlash formulasini yozing.

6. Davriy signalni Fure qatoriga yoying va uning tashkil etuvchilari haqida soʻzlab bering.
7. Fure toʻgʻri va teskari almashtirishi formulasini yozing va tushuncha bering.
8. Fure toʻgʻri va teskari diskret almashtirishidan qanday signallar va qaysi hollarda foydalaniladi?
9. Fure diskret kosinus almashtirishi haqida tushuntirish bering.
10. Uolsh almashtirishi haqida tushuncha bering.
11. Adamar almashtirishi haqida tushuncha bering.
12. Veyvlet almashtirish haqida tushuncha bering.
13. Gilbert almashtirishi haqida tushuncha bering.
14. Fure tezkor diskret almashtirishi Fure diskret almashtirishidan qanday farqlanadi va u qanday afzalliklarga ega?

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. A.A. Abduazizov. Elektr aloqa nazariyasi. – T.: “Nashr-matbaa”, 2013y. - 366 b.
2. A.A. Abduazizov, M.M. Muxitdinov, Ya.T. Yusupov. Radiotexnik zanjirlar va signallar. –T.: “Sams ASA”, 2012y. - 480 b.
3. A.A. Abduazizov. Elektr aloqa nazariyasi. T.: Fan va texnologiyalar, 2010.
4. Abduazizov A.A., Faziljanov I.R., Yusupov Ya.T. Signallarga raqamli ishlov berish. – T.: Cho‘lpon nomidagi NMIU, – 2013y. –160 b.
5. Proks Dj. Sifrovaya svyaz.– M: Radio i svyaz, 2000.
6. Sklyar B. Sifrovaya svyaz. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primeneniye. – M.: Izd. Dom «Vilyams», 2003. – 1104s.
7. Teoriya elektricheskoy svyazi: uchebnoe posobie / K.K. Vasilev, V.A. Glushkov, A.V. Dormidontov, A.G. Nesterenko; pod общ. red. K.K. Vasileva. - Ulyanovsk: UIGTU, 2008. - 452 s.
8. A. Abduazizov i dr. Metodicheskie ukazaniya k vypolneniyu laboratornykh rabot po distsipline «Teoriya elektricheskoy svyazi» / TUIT, 2011. - 150 s.
9. Baskakov S.I. Radiotexnicheskie tsepi i signaly. Uchebnik dlya vuzov. – M.: Vysshaya shkola, 2002.
10. M.J. Roberts. Fundamentals of signals and systems. Publisher: McGraw-Hill Science Engineering.

MUNDARIJA

1- mavzu	“Signallar va tizimlar” fanining qisqacha mazmuni va vazifalari. Signallar va tizimlar haqida umumiy tushunchalar va ularni turlarga ajratish	38
2- mavzu	Signallarni vaqt diskret funksiyasi sifatida ifodalash	45
3- mavzu	Tizimlarni ta’riflash va tizimli tahlil	51
4- mavzu	Uzluksiz signallarni Fure uzluksiz va diskret qatoriga yoyish	59
5- mavzu	Laplas almashtirishi. Laplas to’g’ri va teskari almashtirishi. Laplas almashtirishi xossalari	74
6- mavzu	Z-almashtirish. Furening umumlashgan Fure diskret almashtirishi	79
7-mavzu	Signallarga uzluksiz va raqamli ishlov berish	94
8- mavzu	Signallarni raqamli filtrlar yordamida qayta ishlash	118
9- mavzu	Signallarni diskret almashtirish	138
	Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati	147

“SIGNALLAR VA TIZIMLAR”

fanidan ma’ruzalar to’plami
Telekommunikasiya texnologiyalari
ta’lim yo’nalishi talabalari uchun
E va R kafedrası majlisida
tavsiya etilgan (___36___bayonnoma, _13.05____)
TT fakulteti IUK da
nashr etish uchun kiritilgan (___-bayonnoma, _24.05____)
TATU IUK da
nashr etish uchun tasdiqlangan (_10(91)____bayonnoma, 28.06____)

Tuzuvchilar:

U.SH.Sabirova
X.X.Shoyusupova

Mas'ul muharrir _____

Musahhih N.D. Yulanova