

Некоторые p -адические уравнения четвертой степени

Игиликов А.Ж, Курбанбаев Т.К.

Каракалпакский государственный университет

В работе рассматривается некоторый p -адическое уравнение четвертой степени.

Пусть \mathbf{Q} - поле рациональных чисел и p фиксированное простое число.

Каждое рациональное число $x \neq 0$ представим в виде $x = p^{\gamma(x)} \frac{n}{m}$, где m, n ,

$\gamma(x) \in \mathbf{Z}$, m и n не делятся на p . В поле рациональных чисел введем норму $|x|_p$ по правилам $|0|_p = 0$ и $|x|_p = p^{-\gamma(x)}$. Норма $|x|_p$ называется p -адической нормой. Пополнения поля \mathbf{Q} по p -адической норме образует поле p -адических чисел, которое обозначим через \mathbf{Q}_p . Известно, что любое p -адическое число $x \neq 0$ однозначно представляется в каноническом виде

$$x = p^{\gamma(x)}(x_0 + x_1 p + x_2 p^2 + \dots),$$

где $\gamma = \gamma(x) \in \mathbf{Z}$ и x_j - целые числа такие, что $x_0 > 0$, $0 \leq x_j \leq p-1, (j=0, 1, \dots)$.

p -адические числа x , для которых $|x|_p \leq 1$, называются *целыми p -адическими числами*, и их множество обозначается \mathbf{Z}_p . Целые числа $x \in \mathbf{Z}_p$, для которых $|x|_p = 1$, называются *единицами* в \mathbf{Z}_p .

В поле p -адических чисел всякая квадратная уравнение не всегда имеет корень [2]. А в работе [3] приведено критерия разрешимости уравнения $x^4 = a$ в поле p -адических чисел.

Основным результатом является следующая теорема.

Теорема 1. *Выражение $\sqrt[4]{3 + \sqrt[4]{3}}$ существует в поле 13-адических чисел.*

Литература

1. Виноградов И.М., Основы теории чисел, М.: Наука 1981. 176с.
2. Vladimirov V.S., Volovic I.B., Zelenov E.I, p -adic Analysis and Mathematical Physics. // World Scientific. Singapore. –1994. –P. 352.
3. Курбанбаев Т.К. Уравнения четвертой степени в поле p -адических чисел. “Проблемы современной математики”. Материалы Республиканской научной конференции, -Карши. -2011. -С.161-162.