

SÍZÍQLÍ EMES INTERVALLÍQ TEŃLEMELER SISTEMASÍN SHESHIWDÍN NYUTON USÍLÍ

J.P.Allanazarov, D.T.Djúsipbaeva
Qaraqalpaq mámleketlik universiteti

Meyli n belgisizli sızıqlı emes intervallıq teńlemelerdiń sisteması berilgen bolsın

$$\begin{aligned}x_1 &= \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\x_2 &= \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\&\dots \dots \dots \dots \dots \dots, \\x_n &= \varphi_n(x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}\tag{1}$$

yamasa vektorlıq túrde

$$x = \varphi(x)$$

Bunda $x_i, (i = \overline{1, n})$ intervallıq ózgeriwshiler.

Egerde φ sáwlelendiriwi qısıwshı bolsa, onda (1)- sistemasınıń sheshimin tabıw ushın biz ápiwayı iteratsiya metodın qollanamız: [1,2]

$$x^1 = \varphi(x^0), x^2 = \varphi(x^1), \dots, x^n = \varphi(x^{n-1}).\tag{2}$$

Meyli φ vektor - funktsiyası $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, – ler boyınsha úzliksiz dara tuwındılarına iye bolsın hám $A = (a_{ij})$ dep belgilep alayıq, bunda

$$a_{ij} = \max_{\Omega} |\partial \varphi_i / \partial x_j|\tag{3}$$

Meyli $x, y \in \Omega$ bolsın. Lagranjdıń shekli ósimler formulası boyınsha

$$\varphi_i(x) - \varphi_i(y) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \varphi_i(\xi^i)}{\partial x_j} (x_j - y_j)$$

boladı. [1,2,3] Nátıyjede

$$\varphi(x) - \varphi(y) = A(x - y)$$

hám

$$\begin{aligned}\rho(\varphi_i(x) - \varphi_i(y)) &= \|\varphi_i(x) - \varphi_i(y)\| = \|A(x - y)\| \leq \|A\| \|x - y\| = \\&= \|A\| \rho(x - y),\end{aligned}$$

yaǵnıy $\rho(\varphi_i(x) - \varphi_i(y)) \leq \|A\| \rho(x - y)$.

Egerde $\|A\| \leq 1$ bolsa, onda φ operatorı qısıwshı sáwlelendiredi hám (2) – iteratsiyalıq protsessi jıynaqlı boladı. [1,2,3]

Intervallıq túrde ápiwayı iteratsiya metodı tómendegishe jazıladı

$$x^{i+1} = \varphi(x^i) \cap x^i, \quad i = 0, \dots$$

Sonıń menen birge x^0 baslangısh juwıqlasıw ushın $x^* \subseteq x^0$ kirgiziwi orınlanıwı kerek.

Meyli $f \in C^2[a, b]$ – bazı bir úzliksiz eki ret differentsiyallanatuǵın funktsiya bolsın.

$$f(x)=0\tag{4}$$

teńlemesiniń sheshimin tabıw máselesin qarastırayıq.

Teorema. Meyli $[a, b]$ kesindisinde $f'(x)$ tuwındısı óziniń belgisin ózgertpesin hám sonıń menen birge $f(a) \cdot f(b) < 0$ bolsın, sonda kesindide (4)- teńlemesiniń x_* sheshimi bar boladı hám birden bir boladı.

Bul teoremanıń dállilleniwi geometriyalıq kóz qarastan óz-ózinен kórinip tur. [2,3,4]

Mına birdey túrlendiriwlerdiń dizbegin júrgizemiz:

$$-f(x_0) = f(x_*) - f(x_0) = f'(\xi)(x_* - x_0), \quad x_0 \in [a, b].$$

Teńlemenıń eki tárepın de $f'(\xi)$ qa bólip, mınaǵan iye bolamız:

$$x_* - x_0 = -\frac{f(x_0)}{f'(\xi)} \quad (5)$$

yamasa $x_* = x_0 - f(x_0)/f'(\xi)$, $\xi \in [x_*, x_0]$

Solay etip, egerde x_0 intervalı x_* - sheshimge jaqın bolsa, onda sońǵı teńliktegi belgisiz ξ shamasın x_0 shamasına almaslaw múmkin. Sonda mına juwıq teńligin alamız

$$x_* \approx x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (6)$$

Usı juwıq teńlik tiykarında biz mına iteratsiyalıq protsessti dúziwimizge boladı: [3,4]

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Bul iteratsiyalıq protsess Nyuton metodı dep ataladı, yamasa (7) - teńlemesi geometriyalıq kóz qarastan f funksiyasınıń grafigine x_{i-1} intervalında júrgizilgen urınbanı ańlatadı hám sonlıqtan urınbalar metodı depte ataladı.

PAYDALANÍLGAN ÁDEBIYATLAR

1. Амфельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления.- М.Мир.1987-360 с
2. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа.-Новосибирск:Наука.1986-224 с.
3. Добронев Б.С,Интервальная математика.Красноярск.2004.216с.
4. Шокин Ю.И,Интервальный анализ.Новосибирск: Наука.1999.