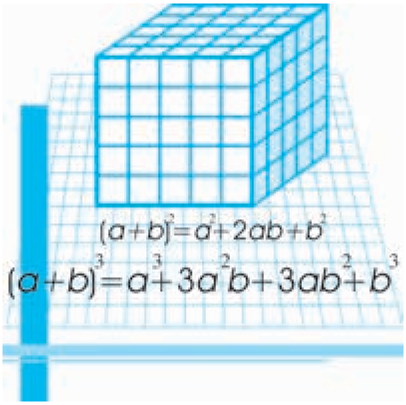
Ш. А. АЛИМОВ, А. Р. ХАЛМУХАМЕДОВ,
М. А. МИРЗАХМЕДОВ

АЛГЕБРА

Жалпы орто билим берүүчү мектептердин
7-классы үчүн окуу китеби

Кайра иштелген жана толукталган
4-басылышы

Өзбекстан Республикасынын Элге билим берүү министрлиги бекиткен



«O‘QITUVCHI» БАСМА-ПОЛИГРАФИЯЛЫК ЧЫГАРМАЧЫЛЫК ҮЙҮ
ТАШКЕНТ — 2017

УЎК: 512 (075.3)
КБК 22.14 я 72
А 44

Кымбаттуу окуучум!

Ата журтубуз эгемендүү Өзбекстан дүйнөлүк илим жана маданиятка жүздөгөн залкар окумуштууларды, акындарды, мамлекеттик ишмерлер менен сүрөтчүлөрдү берген. Сен алардын иштеринин улантуучусу экендигинди унутпа!

Жаштык – билим алуунун доору!

Даанышмандар: «Жаштык чакта алынган билим ташка жазылган жазуу сыяктуу өлбөс жана өчпөс», — деп айтышат. Алгебраны, жалпысынан алганда, математиканы үйрөнүү кунт коюп окууну жана системалуулукту, көптөгөн маселе жана мисалдарды түшүнүп алып, андан кийин чыгарууну талап кылат. Мени жакшы үйрөнүп алсаң, сага түбөлүктүү дос болуп каламын! Кулк-мүнөзүң жеткилең болушун жана илимиң мындан да өркүндөшүн каалап

«Алгебра» китебиң.

Окуу китебиндеги шарттуу белгилер:

- ! — негизги эрежелер жана касиеттер.
- ○ — математикалык далилди негиздөө же формуланы келтирип чыгаруу башталды.
- ● — негиздөө же формуланы келтирип чыгаруу аяктады.
- △ — маселени чыгаруу башталды.
- ▲ — маселени чыгаруу аяктады.
- № — кызыктуу маселелер.
- **25, 42, ...** — татаалыраак маселе.
- ? — сыноо машыгуулары.
- — негизги материал боюнча билимди текшерүү үчүн өз алдынча иш.
- — тарыхый маалыматтар.

Окуу китебиндеги акча мамилелерине тиешелүү көнүгүүлөрдөгү баалар шарттуу кабыл алынган.

Республикалык максаттуу китеп фондунун каражаттары эсебинен басылды

© «O‘qituvchi» NMIU, 2017.
© «O‘qituvchi» БПЧУ, кайта иштелген жана толукталган басылышы 2017.

ISBN 978-9943-22-105-5

5—6 КЛАССТАРДА ҮЙРӨНҮЛГӨН ТЕМАЛАРДЫ КАЙТАЛОО

Кымбаттуу окуучу! Сен 5—6-класстарда натуралдык сандар, жөнөкөй жана ондук бөлчөктөр, рационалдык сандар үстүндө математикалык төрт амал боюнча мисалдарды жана маселелерди чыгаргансың. 5—6-класстарда математикадан алган билимдериңди эске салуу максатында сага бир топ машыгууларды сунуш кылабыз.

1. «Эл менен баарлашуу жана адам кызыкчылыктары» жылында курулган заманбап үйлөр шаарыбызга дагы да көрк берди. Жаңы курулган көп кабаттуу үйлөрдөн биринин батирлери 1, 2, 3, ..., 99, 100 сандары менен номерленген. Цифраларынын суммасы өз ара барабар болгон батирлер канчадан? Натыйжаларды жадыбалда жана диаграммада чагылдыр.

2. Бир фермадагы уйлардын саны 2- фермадагыга караганда 12 % га аз. Бирок 1- ферманын ар бир уйу 2- ферманын ар бир уйуна караганда 7,5 % га көп сүт берет. Кайсы ферма жана канча пайызга көп сүт алат?

3. 300 кг дан белгилүү мөөнөт кургатылгандан кийин анын массасы 20 кг га азайды, нымдуулугу болсо 10 % ды түздү. Баштап дандын нымдуулугу канча пайыз болгон?

4. Теңдемени чыгар:

1) $5x+48:4=20:10+2\cdot10$;

2) $7x+32:2=(72+18):3$;

3) $4\frac{1}{2}x+3\frac{3}{10}\cdot5=7\frac{6}{13}+18\frac{7}{13}$;

4) $6\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2}\cdot3=11\frac{4}{17}+5\frac{13}{17}$.

5. Акмат велосипедде саатына 10,8 км ылдамдык менен 1 саат 15 минут жол жүрдү. Андан кийин саатына 12,8 км ылдамдык менен 2,5 саат жол жүрдү. Акмат бардыгы болуп канча километр жол жүргөн?

6. Тик бурчтуктун узундугу 8 см ге барабар. Туурасы узундугунан 1,5 см ге кыска. Тик бурчтуктун аянтын тап.

7. Тик бурчтуктун аянты 20,25 $дм^2$, ал эми туурасы болсо 3,24 дм ге барабар. Ошол тик бурчтуктун периметрин тап.

8. Автомобиль 100 км аралыкка 5 л бензин сарптайт. Бул автомобиль: 50 км; 60 км; 70 км; 80 км; 120 км; 250 км; 360 км жолго канча бензин сарптайт?

9. Саякатчы жолдун $\frac{2}{7}$ бөлүгүн басып өттү. Эсептеп көрсө, жолдун жарымына жетүү үчүн дагы 9 км жол жүрүшү керек экен. Саякатчы бардыгы болуп канча километр жол жүрүүнү болжолдогон?

10. Бир автомобиль 100 км аралыкка 8 л, ал эми экинчи автомобиль болсо ошол эле аралыкка 10 л бензин сарптайт. Эгерде ар бир автомобилдин бакында 32 л ден бензин болсо, анда бул күйүүчү май алар үчүн канча километр жолго жетет?

11. 1) Материалдын баасы 20 % га төмөндөдү. Белгилүү убакыттан кийин жаңы баа да 25 % га төмөндөдү. Материалдын баасы бардыгы болуп канча пайызга төмөндөгөн?

2) Кездеменин баасы 20 % га жогорулады. Белгилүү убакыттан кийин жаңы баа да 25 % га жогорулады. Кездеменин баасы бардыгы болуп канча пайызга жогорулаган?

12. Буудайдын нымдуулугу 23 % болчу. Кургатылгандан кийин нымдуулугу 12 % га түштү. Буудайдын массасы канча пайызга азайды?

13. Бизнесмен 1 жана 2-сорт товарларын сатып, бардыгы болуп 54 000 сум киреше алды. 1-сорт товардын баасы 120 000 сум болчу, бизнесмен аны 15 % кирешесине сатты. 2-сорт товардан 20 % киреше алды. 2-сорт товардын баасы канча сум? Бул эки сорттогу товарларды сатып, бизнесмен канча пайыз киреше алган?

14. Тик бурчтуктун негизинин узундугу 20 % га, эл эми бийиктиги 25 % га чоңойтулса, анын аянты канча пайызга чоңоёт?

15. Тик бурчтуктун негизинин узундугу 10 % га, ал эми бийиктиги 20 % га азайтырылса, анын аянты канча пайызга азаят?

16. Амалдарды аткар:

1) $(-120):\big((-8)\cdot(-3)+12:(-3)\big)-(-48):(-16)$;

2) $(-75)\cdot 4-204:(-3)+(-210):(-7)$;

3) $(-20,25):(-3,6)+90,72:(-4,5)-7,5\cdot 3,2$;

4) $5\frac{5}{19}\cdot(-0,95)+2\frac{16}{17}\cdot(-0,34)-8\frac{4}{7}:2\frac{1}{7}$.

17. Теңдемени чыгар:

1) $3x+2x=17+(-27)$;

2) $6x-7x=3,5\cdot(-1)+4$;

3) $1,3x-3,5x=11\cdot(-0,5)$;

4) $4x-2\frac{1}{3}x=3\frac{1}{3}:(-2)$.

18. 5 сандын орто арифметикалыгы 18,4 кө барабар. Бул сандарга дагы бир санды кошуп, орто арифметикалык маанисин эсептеген эле, ал 20 га барабар болду. Кошулган санды тап.

19. Момун ата 90 жашта. Анын неберелеринин орточо жашы 20 да. Неберелеринин жаштарына Момун атанын жашын да кошуп, орто арифметикалык мааниси эсептелген эле, ал 22 ге барабар болду. Момун атанын канча небереси бар?

20. Автомобиль 72 км/саат ылдамдык менен 3,5 саат, 60 км/саат ылдамдык менен 2,5 саат жүрдү. Автомобиль бардыгы болуп канча километр жол жүргөн? Бул аралыкты ал кандай орточо ылдамдык менен басып өткөн?

21. Пропорциянын белгисиз мүчөсүн тап:

1) $3,5:x=2,4:4,8$;

2) $x:2\frac{1}{3}=9,2:2,3$;

3) $7,2:2,4=x:4\frac{1}{3}$;

4) $4\frac{2}{7}:2\frac{1}{7}=3,2:x$.

I ГЛАВА
АЛГЕБРАЛЫК ТУЮНТМАЛАР

1 - § Сандуу туюнтмалар

Алгебра сөзү белгилүү өзбек математиги жана астроному, мекендешибиз Абу Абдулла Мухаммад ибн Муса ал-Харезмийдин «Китаб ал-мухтасар фи хисаб ал-жабр вал-мукабала» чыгармасындагы *ал-жабр* (латинче *алгебра*) сөзүнөн алынган. Бул чыгармасында ал-Харезмий дүйнөдө биринчи жолу алгебра илимин системалуу түрдө баяндап берген.

Алгебранын негизги милдети математикалык амалдарды алгебралык туюнтмаларда колдонуу болуп саналат. Алгебралык туюнтмалардын эң жөнөкөй көрүнүшү болгон ар түрдүү сандуу туюнтмалар V—VI класстардын математика курсунда каралган болчу.

Сандуу туюнтма сандардан турган болуп, амал белгилеринин жардамында өз ара бириктирилген жазуу экендигин эскерте кетебиз. Мисалы,

$$2\cdot3+7;\ 10:2-3;\ \frac{4\cdot0,5+3}{5};\ \frac{1}{3}-\frac{1}{2}$$

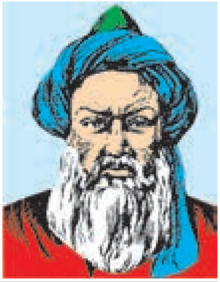
сыяктуу жазуулар сандуу туюнтмалар болуп эсептелет.

***Сандуу туюнтманын мааниси** деп, ошол туюнтмада көрсөтүлгөн амалдарды аткаруу натыйжасында алынган санга айтылат.*

Мисалы, $2\cdot3+7$ сандуу туюнтманын мааниси 13 саны, $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$ сандуу туюнтманын мааниси $-\frac{1}{6}$ саны.

Сандуу туюнтма бир эле сандан турушу да мүмкүн. Анда анын мааниси ошол эле сандын өзү болот.

Кээде сандуу туюнтмаларда сандардын жана амалдардын белгилеринен тышкары амалдардын белгилүү тартипте аткарылышын көрсөтүүчү кашаалардан пайдаланылат. Мисалы, $(2,5+3,5)\cdot2,1$ сандуу туюнтманын маанисин эсептөөдө адегенде кашаанын ичиндегит кошуу амалы, андан кийин көбөйтүү амалы аткарылат



Абу Абдулла Мухаммад ибн Муса ал-Харезмий (783—850) – белгилүү өзбек математиги жана астроному.

(2,5 + 3,5) · 2,1 туюнтманын маанисин эсептеп чыгып, 12,6 санын алабыз. Ошондуктан (2,5 + 3,5)·2,1 = 12,6 барабардыгын жазууга болот.

!

«=» белгиси аркылуу байланышкан эки сандуу туюнтма сандуу барабардыкты түзөт.

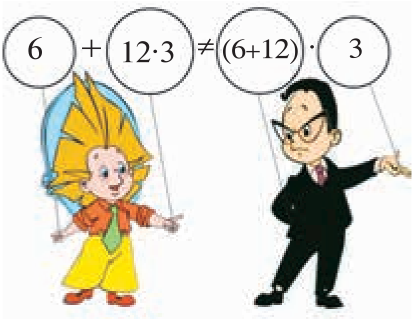
Эгерде барабардыктын сол жана оң бөлүктөрүнүн маанилери бирдей болсо, мындай барабардыкка туура барабардык дейилет.

Мисалы, $\frac{15-1}{2}=8-1$ туура барабардык, анткени эки бөлүгүнүн да мааниси 7 санына барабар.

Сандуу туюнтмалар менен сандуу барабардыктардан, эсептөөлөрдү жүргүзүү менен бир катарда, сандардын касиеттерин жазууда да пайдаланылат.

Мисалы, $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$ барабардыгы бөлчөктөрдүн негизги касиетин, 35 + 21 = 21 + 35 барабардыгы болсо кошуунун орун алмаштыруу эрежесин туюнтат.

Эми 6 + 12 · 3 сандуу туюнтманы көрүп чыгабыз. 6 + 12 · 3 = = 6 + 36 = 42 ден турган туура натыйжа амалдарды аткаруунун кабыл алынган тартибине баш ийгенде гана алынат.



Эгерде амалдарды аткаруунун кабыл алынган тартиби бузулса жана 6 менен 12 ни кошуп, кийин 3 кө көбөйтүлсө, анда 54 төн турган туура эмес натыйжа алынмак. Бул натыйжа баштапкы туюнтма (6 + 12) · 3 көрүнүшүндө жазылганда гана туура болор эле.

Демек, эсептөөлөрдүн туура экендиги сандуу туюнтмалардагы амалдардын аткарылуу тартибинен көз каранды экен.

Сандардын үстүндө жүргүзүлгөн амалдардын аткарылуу тартиби алгебралык туюнтмалардын сандык маанилерин табууга тиешелүү көнүгүүлөрдү аткарууда да сакталып калат.

Кошуу жана кемитүү *биринчи баскыч амалдары*, көбөйтүү жана бөлүү болсо *экинчи баскыч амалдары* деп аталарын эскерте кетебиз. Квадратка жана кубка көтөрүү *үчүнчү баскыч амалдары* дейилет.

Сандуу туюнтманын сандык маанисин табууда амалдарды аткаруунун төмөнкү тартиби кабыл алынган:

1) Эгерде туюнтмада кашаалар болбосо, анда адегенде үчүнчү баскычтын амалдары, андан кийин экинчи баскычтын амалдары жана, аягында, биринчи баскычтын амалдары аткарылат, ал эми бирдей баскычтагы амалдар кандай тартипте жазылган болсо, куду ошол тартипте аткарылат.

Мисалы,

$$3\cdot 5^2\cdot 4-5\cdot 4+7=3\cdot 25\cdot 4-5\cdot 4+7=300-20+7=280+7=287.$$

2) Эгерде туюнтмада кашаалар болсо, анда адегенде кашаалардын ичиндеги сандардын үстүндөгү бардык амалдар, андан кийин болсо калган бардык амалдар аткарылат, мында кашаанын ичиндеги жана андан тыштагы бардык амалдар 1-пунктта көрсөтүлгөн тартипте аткарылат.

Мисалы,

$$(2^3\cdot 4-5)\cdot 6+(2+2\cdot 4)=(8\cdot 4-5)\cdot 6+(2+2\cdot 4)=$$
$$=(32-5)\cdot 6+(2+8)=27\cdot 6+10=162+10=172.$$

3) Эгерде бөлчөк көрүнүшүндөгү туюнтманын мааниси эсептеле турган болсо, анда бөлчөктүн алымы жана бөлүмүндөгү амалдар аткарылат, андан кийин биринчи натыйжа экинчисине бөлүнөт.

Мисалы,

$$\frac{2\cdot 3^3-3\cdot 5}{3+5^2}=\frac{2\cdot 27-3\cdot 5}{3+25}=\frac{54-15}{28}=\frac{39}{28}=1\frac{11}{28}.$$

4) Эгерде туюнтмада кашаанын ичинде башка кашаалар болсо, анда адегенде ички кашаалардын ичиндеги амалдар аткарылат.

Мисалы,

$$2\cdot 8-(5^2-4))=2\cdot(8-(25-4))=2\cdot(8-21)=2\cdot(-13)=-26.$$

Машыгуулар

1. Амалдарды аткар:

1) $2{,}17+(3{,}2-0{,}17);$ 3) $13\frac{7}{9}-\left(2{,}64+2\frac{7}{9}\right);$

2) $9{,}49-(1{,}5+0{,}99);$ 4) $6\frac{7}{8}-\left(3{,}14-2\frac{1}{8}\right).$

2. Сандуу туюнтманын маанисин тап:

1) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right);$ 3) $\left(0{,}3-\frac{1}{20}\right):\left(\frac{3}{4}-1{,}25\right);$

2) $\left(\frac{2}{7}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{2}{13}-\frac{1}{2}\right);$ 4) $\left(2{,}7-\frac{1}{5}\right):\left(\frac{1}{2}+4{,}5\right).$

3. Мааниси: 1) 8; 2) 0; 3) 1; 4) –14 кө барабар болгон бир нече сандуу туюнтма жаз.

4. Барабардык туурабы:

1) $\frac{12{,}5-4{,}1}{4}=1{,}7+0{,}4;$ 3) $\frac{2{,}13+4{,}33}{7{,}58-4{,}35}=1\frac{5}{12}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4};$

2) $\frac{0{,}75-0{,}15}{2}=0{,}15+0{,}25;$ 4) $\frac{8{,}92-6{,}61}{5{,}38-1{,}55}=2\frac{1}{9}-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}?$

Сандуу барабардык түрүндө жаз **(5—6):**

5. 1) $\frac{1}{3}$ жана $\frac{1}{5}$ сандарынын суммасы $\frac{2}{3}$ жана $\frac{2}{15}$ сандарынын айырмасына барабар;

2) 40 жана 0,03 сандарынын көбөйтүндүсү 6 санын 5 ке бөлгөндөгү тийиндиге барабар.

6. 1) 10 жана –2 сандарынын айырмасынын эки эселенгени ушул сандардын суммасынан үч эсе чоң;

2) 2 жана 6 сандарынын суммасынын үч эселенгени ушул сандардын көбөйтүндүсүнөн эки эсе чоң.

7. Амалдардын тартибин көрсөт жана эсепте:

1) $1{,}7\cdot 3^2+\frac{2}{3}\cdot 12-15;$ 3) $48\cdot 0{,}05-\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 54+1{,}7;$

2) $27{,}7-\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot 100+6{,}4:0{,}8;$ 4) $(2{,}5)^2+15\cdot\frac{3}{5}-0{,}24:0{,}6.$

8. Сандуу туюнтманын маанисин тап:

1) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)$;

2) $\left(\frac{4}{7}-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{4}\right)$;

3) $4\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\cdot\left(1\frac{7}{9}-\frac{1}{9}\right)$;

4) $5\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\cdot\left(1\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)$.

9. Амалдарды аткар:

1) $\frac{0,3\cdot5^2-15}{3,5+2^2}$;

2) $\frac{4,2:6-3\frac{1}{3}\cdot0,3}{7,5:0,5}$;

3) $13\frac{1}{3}\cdot(18,1-(3^2+6,1))$;

4) $((7,8:0,3-3^3)+3,1):0,7$.

2- § *Алгебралык туюнтмалар*

Төмөнкү маселелерди көрүп чыгалы.

1-маселе. Кандайдыр бир санды ойло. Аны 3 кө көбөйт, натыйжага 6 ны кош. Алынган сумманы 3 кө бөл жана ойлогон санды кемит. Кандай сан алынат?

△ Ойлогон саныбыз 8 болсун, дейли. Бардык амалдарды маселенин шарттарында көрсөтүлгөн тартипте аткарабыз:

1) $8\cdot3=24$; 2) $24+6=30$; 3) $30:3=10$; 4) $10-8=2$.

2 саны алынды.

Бул чыгарылышты мааниси 2 ге барабар болгон $(8\cdot3+6):3–8$ көрүнүшүндөгү сандуу туюнтма түрүндө жазууга болот.

Эгерде 5 санын ойлогонубузда да, мааниси 2 ге барабар болгон $(5\cdot3+6):3-5$ сандуу туюнтма алынган болор эле.

Биз кандай гана санды ойлобойлу, натыйжа 2 саны боло берет экен-го, деген ой туулат. Муну текшерип көрөбүз. Ойлонгон санды a тамгасы менен белгилейбиз жана амалдарды да маселенин шартында көрсөтүлгөн тартипте жазабыз:

$$(a\cdot3+6):3-a.$$

Арифметикалык амалдардын бизге белгилүү болгон касиеттеринен пайдаланып, бул туюнтманы жөнөкөйлөштүрөбүз:

$$(a\cdot3+6):3-a=a+2-a=2.$$ ▲

Маселени чыгарууда каалагандай санды билдирген *a* тамгасынан, 3 жана 6 сандарынан, амалдардын белгилеринен жана кашаалардан турган $(a\cdot 3+6):3-a$ туюнтмасы алынды. Бул алгебралык туюнтмага мисал боло алат жана ал маселенин шартын математикалык тилге өткөрүүнүн үлгүсү болуп саналат.

Дагы алгебралык туюнтмаларга мисалдар келтиребиз:

$$2(m+n),\quad 3a+2ab-7,\quad (a+b)(a-b),\quad \frac{x+y}{a}.$$

Алгебралык туюнтма сан жана тамгалардан түзүлүп, амал белгилери менен бириктирилген туюнтма болуп саналат.

Эгерде алгебралык туюнтмага кирген тамгалардын ордуна кандайдыр сан коюлса жана көрсөтүлгөн амалдар аткарылса, анда мунун натыйжасында алынган санга *берилген алгебралык туюнтманын сандык мааниси* дейилет.

Мисалы, $a=2$, $b=3$ болгондо,

$$3a+2b-7$$

алгебралык туюнтманын мааниси 5 ке барабар, анткени $3\cdot 2+2\cdot 3-7=5$; ушул алгебралык туюнтманын мааниси $a=1$; $b=0$ болгондо, –4 кө барабар, анткени

$$3\cdot 1+2\cdot 0-7=-4.$$

a нын каалагандай маанисинде

$$(a\cdot 3+6):3-a$$

алгебралык туюнтманын мааниси 2 ге барабар.

2-маселе. $a=10$, $b=5$ болгондо, $\dfrac{(3a+7)b}{a-b}$ туюнтманын маанисин тап.

$$\triangle\quad \frac{(3\cdot 10+7)\cdot 5}{10-5}=\frac{37\cdot 5}{5}=37.\quad \blacktriangle$$

Машыгуулар

10. Алгебралык туюнтманын маанисин тап:

1) $3a-2b$, мында $a=\frac{1}{3}$, $b=1$;

2) $2a+3b$, мында $a=3$, $b=-2$;

3) $0,25a-4c^2$, мында $a=4$, $c=3$;

4) $\left(2a^2-\frac{1}{3}b\right)$, мында $a=2$, $b=9$.

11. Алгебралык туюнтманын маанисин тап:

1) $\frac{1}{4}x - \frac{3}{7}y$, мында $x = 8, y = -14$;

2) $\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y$, мында $x = 9,\ y = -10$;

3) $\frac{a-3b}{a+3b}$, мында $a = 4,\ b = -2$;

4) $\frac{a+3c}{2a-c}$, мында $a = 3,\ c = -1$.

12. Мунайзат ноосунан 1 саатта 7 т мунайзат агат, *m* саатта ноодон канча тонна мунайзат агып өтөт? Бир суткадачы?

13. 1) *m* саатта; 2) *p* секундда; 3) *m* саат *l* минут жана *p* секундда канча минут бар?

14. *x* жана *y* сандарынын айырмасынын үч эселенгенин жаз. Ушул туюнтманын:

1) $x = -0,37,\ y = -0,42$;   2) $x = -2,98,\ y = -4,48$;

3) $x = -\frac{5}{6},\ y = -\frac{9}{4}$;   4) $x = \frac{2}{15},\ y = -0,7$

болгондогу сандык маанилерин тап.

15. *x* жана *y* сандарынын айырмасынын үч эселенгенин жаз. Алынган алгебралык туюнтманын:

1) $x = -\frac{1}{8},\ y = \frac{1}{4}$;   2) $x = -\frac{5}{8}, y = \frac{3}{4}$;

3) $x = 0,15,\ y = -0,75$;   4) $x = 1,32,\ y = -1,28$

болгондогу сандык маанилерин тап.

Алгебралык туюнмалардын сандык маанилерин тап **(16—17):**

16. 1) $\frac{2mn(n+k)}{n-k}$, мында $m = k = \frac{1}{3},\ n = \frac{1}{2}$;

2) $\frac{(3p+1)\cdot 2p}{p-l} + \frac{1}{3}$, мында $p = \frac{1}{3},\ l = 1$.

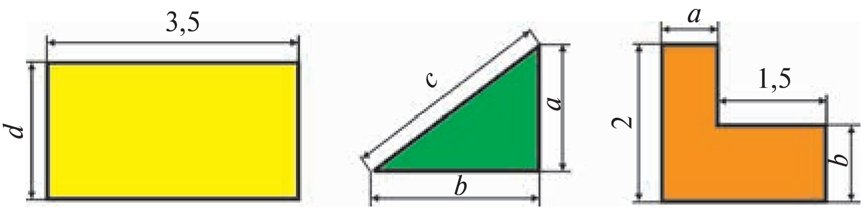
17. 1) $\frac{3(x-y)}{2p+q}$, мында $x = 8,31;\ y = 2,29;\ p = 2,01;\ q = 2$;

2) $\frac{5(bc+m)}{2q+4\frac{1}{4}}$, мында $b = \frac{2}{3};\ c = 6;\ q = \frac{1}{2},\ m = \frac{1}{5}$.

18. Так сандын формуласы $n=2k+1$ ден пайдаланып, $k=0$, $k=7$, $k=10$ болгондо n дин маанилерин тап.

19. Алгебралык туюнтма түрүндө жаз:
1) кичинеси n ге барабар болгон эки удаалаш натуралдык сандардын суммасы; 2) чоңу m ге барабар болгон эки удаалаш натуралдык сандын көбөйтүндүсү; 3) кичинеси $2k$ га барабар болгон үч удаалаш натуралдык сандардын суммасы; 4) кичинеси $2p+1$ ге барабар болгон үч удаалаш натуралдык сандардын көбөйтүндүсү.

20. Фигуралардын периметрин жана аянтын алгебралык туюнтма түрүндө жаз (1-сүрөт):



1-сүрөт.

21. Үйдү ысытуу үчүн p тонна көмүр камдалды; камдалган запастан q тоннасы сарпталды. Канча тонна көмүр калды? 1) $p=20$, $q=15$ болгондо эсепте. 2) q саны p санынан чоң болушу мүмкүнбү? p ге барабар болушучу?

22. Күрөшүү боюнча мелдеште ар бири 400 сумдан n чыпта жана ар бири 500 сумдан m чыпта сатылды. Бардык чыпталар үчүн канча акча алынган? $n=200$, $m=150$; $n=100$, $m=230$ болгондогу маанилерин эсептеп чыгар.

23. Бир альбомдун баасы 200 сум, бир дептердин баасы 40 сум, бир ручканын баасы 60 сум. c альбом, a дептер, b ручканын жалпы (сумдардагы) баасын p тамгасы менен белгилеп, аны формула көрүнүшүндө жаз. Эгер $c=9$, $a=21$, $b=4$ болсо, бул формула боюнча p ни эсепте.

24. Жылуулук берүү станциясы үчүн жасалган газ ноосу аркылуу 26 $м^3$ газ өтөт. 1 суткада; 5 суткада; m суткада ноодон канча куб метр газ өтөт?

25. Геологдор өздөрүнүн багыты боюнча аракеттенишип, атта саатына c километр ылдамдыкта 3 саат 10 минут жол жүрүштү; агымынын ылдамдыгы саатына a километр болгон дарыянын агымы менен 1 саат 40 минут кайыкта сүзүштү жана саатына b километр ылдамдык менен 2 саат 30 минут жөө басышты. Багыттын (км лердеги) узундугун s тамгасы менен белгилеп, геологдор басып өткөн жолдун формуласын жаз. Эгер $a = 3{,}3$ км/саат, $b = 5{,}7$ км/саат жана $c = 10{,}5$ км/саат болсо, анда ашал багыттын узундугун эсепте.

3-§ Алгебралык барабардыктар, формулалар

Көптөгөн практикалык маселелерди чыгарууда сандарды белгилөө үчүн тамгалардан пайдалануу ыңгайлуу болот.

Мисалы, эгерде a жана b тик бурчтук жактарынын узундуктары болсо, анда $a \cdot b$ — анын аянты; $2 \cdot (a + b)$ — анын периметри. Бул жерде a жана b тамгалары менен оң сандар — тик бурчтук жактарынын узундуктары белгиленген. Эгерде тик бурчтуктун аянтын S тамгасы менен, периметрин P менен белгилесек, анда төмөнкү формулаларды алабыз:

$$S = a \cdot b, \qquad P = 2 \cdot (a + b).$$

Эгерде жактардын узундуктары сантиметрлерде ченелген болсо, анда S аянт квадрат сантиметрлерде, ал эми P периметр болсо сантиметрлерде туюнтулат.

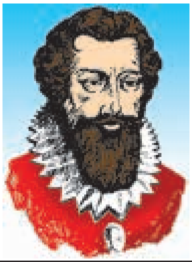
Жазууну кыскартуу максатында көбөйтүүнүн белгиси — «чекит» түшүрүп калтырылат. Мисалы, $S = ab$, $P = 2(a + b)$ деп жазылат. Тамгалар менен, ушундай эле, теңдемедеги белгисиз сандар да белгиленет. Мисалы: $x + 12{,}3 = 95{,}1$ теңдемедеги белгисиз сан x тамгасы менен белгиленген, ал эми $2y + 3 = 7$ теңдемедеги белгисиз сан болсо y тамгасы менен белгиленген.

Тамгалар менен арифметикалык амалдардын эрежелерин жана касиеттерин жазуу да ыңгайлуу. Мисалы:

$$a - (b + c) = (a - b) - c = a - b - c, \qquad (1)$$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c, \qquad (2)$$

$$(a + b) : c = a : c + b : c. \qquad (3)$$



XVI кылымдын белгилүү математиги Франсуа Виет (1540—1603) алгебрага тамгалуу символиканы киргизүүнүн негиздөөчүсү болуп эсептелет.

Алгебрада бир гана тамганын өзү түрдүү маанилерге ээ болушу мүмкүн. Алсак, (1) жана (2) барабардыктарда a, b, c — каалагандай сандар; (3) барабардыкта болсо a, b — каалагандай сандар, бирок $c \neq 0$, анткени нөлгө бөлүүгө болбойт.

Тамгалардын жардамында жуп жана так сандардын формулаларын жазууга болот.

Эгерде a жуп сан болсо, анда бул сан 2 ге бөлүнөт жана аны минтип жазууга болот:

$$a = 2n,$$

бул жерде n — натуралдык сан.

Эгерде b так сан болсо, анда аны 2 ге бөлгөндөгү калдык 1 ге барабар, ошондуктан b санын минтип жазууга болот:

$$b = 2n + 1,$$

бул жерде n — натуралдык сан же нөл.

Кээде так натуралдык сандардын формуласы төмөнкүдөй көрүнүштө да жазылат:

$$b = 2k - 1,$$

бул жерде k — натуралдык сан.

Формулалар башка предметтерде да бар. Мисалы, H_2O — суунун, ал эми Og_{3+3} Ch_{3+3} $U_{(3)}$ жоогазын гүлүнүн формулалары экендигин химия, ботаника сабактарында үйрөнгөнсүң.

Тамгалардан пайдалануу бирдей ыкма менен чыгарылчу көптөгөн маселелерди чыгаруу жолдорун жазуу мүмкүнчүлүгүн берет. Ошого тиешелүү маселелерди көрүп чыгалы:

1-маселе. Фермердин багы тик бурчтук формасында болуп, анын узундугу a километрге, ал эми туурасы болсо b

километрге барабар. Дың жер өздөштүрүлгөндөн кийин ошол талаанын аянты 0,88 $км^2$ ге көбөйдү. Эми бак ээлеген талаанын аянты канча болду? Эсептөөлөрдү: 1) $a = 2{,}2$ жана $b = 0{,}8$; 2) $a = 1{,}4$ жана $b = 4{,}3$ болгондо аткар.

Дың жер өздөштүрүлгөнгө чейин бактын аянты $a \cdot b$ $км^2$ ге барабар болчу, дың жер өздөштүрүлгөндөн кийин ал $(ab + 0{,}88)$ $км^2$ ге барабар болду.

1) $a = 2{,}2$ жана $b = 0{,}8$ болгондо, $2{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}88 = 2{,}64$.

2) $a = 1{,}4$ жана $b = 4{,}3$ болгондо, $1{,}4 \cdot 4{,}3 + 0{,}88 = 6{,}9$.

△ **2-маселе.** Саякатчы айылдан чыгып, шаарды көздөй жөнөдү. Ал *a* километр жөө жүргөндөн кийин автобуска отурду жана автобуста *t* саатта шаарга жетип келди. Эгерде автобус 60 км/саат ылдамдык менен аракет кылган болсо: 1) $a = 5$ жана $t = 0{,}5$ болгондо айыл менен шаардын ортосундагы *s* аралыкты тап; 2) $s = 70$, $a = 10$ болгондо *t* ны тап.

Саякатчы автобус менен *t* саатта 60 *t* километр жол жүргөн. Ошондуктан айыл менен шаардын ортосундагы аралык

$$s = a + 60\,t$$

формуласы менен туюнтулат.

1) $a = 5$ жана $t = 0{,}5$ болгондо, $s = 5 + 60 \cdot 0{,}5 = 35$ км болот;

2) $S = a + 60\,t$ формуласынан *t* ны табабыз: $t = \frac{s - a}{60}$. Бул жерден $s = 70$, $a = 10$ болгондо, $t = \frac{70 - 10}{60} = 1$ саат. ▲

Машыгуулар

26. Сүйлөмдөрдү математикалык тилде жаз:

1) *m* жана *n* сандарынын суммасын;
2) *a* жана *b* сандарынын айырмасын;
3) *a* жана *b* сандарынын айырмасынын эки эселенгенин;
4) *m* жана *n* сандарынын көбөйтүндүсүнүн эки эселенгенин;
5) *n* жана *m* сандарынын суммасын алардын айырмасына бөлгөндөгү тийиндини;
6) *a* жана *b* сандарынын суммасын алардын айырмасына көбөйтүндүсүн.

27. Төмөнкү туюнтмада тамгалар кайсы сандарды туюнтушу мүмкүн:

1) тыныгуу *n* минутка созулат;
2) классыбызда *y* окуучу бар;

3) VII класста x предмет окутулат;
4) бир айда k күн бар?

28. Жердин жасалма спутниги 9 км/сек ылдамдык менен аракеттенет. Ушул жадыбалды толтур:

Басып өтүлгөн аралык, км	45 000	1 350 000
Кыймылга кеткен убакыт, сек		

29. «Spark» автомобили 100 км жолго a литр күйүүчү зат сарптайт. Ушул жадыбалды толтур:

Басып өтүлгөн жол, км	300	800	1000			s
Күйүүчү зат, л				$5a$	$4a$	

30. Биринчи капта m килограмм, экинчи капта болсо биринчи каптагыга караганда n килограммга аз ун бар. Экинчи капта канча килограмм ун бар? Маселени 1) $m = 50$ жана $n = 12$; 2) $m = 45$ жана $n = 15$ маанилеринде чыгар.

31. Жөө киши 1 саатта 5 км жол жүрөт. Ал: 1) 3 саатта канча километр жол жүрөт? 2) k сааттачы?

32. Дүкөнгө ар биринде 50 кг дан ун болгон a кап алып келишти. Дүкөнгө канча килограмм ун алып келишкен?

33. Багбандар 1 күндө 15 гектар бакты карап чыгышты. Алар a күндө канча гектар бакты карап чыгышат?

34. Ар бири x сумдан 6 дептер жана ар бири y сумдан 3 түрмөк кагаз сатып алынды. Бардык сатып алынгандар канча турат?

35. Жүк машинасы складдан дүкөнгө ар бири a килограммдан 15 ящик кара өрүк жана ар бири b килограммдан 20 ящик алма алып келди. Дүкөнгө канча килограмм мөмө алып келинген?

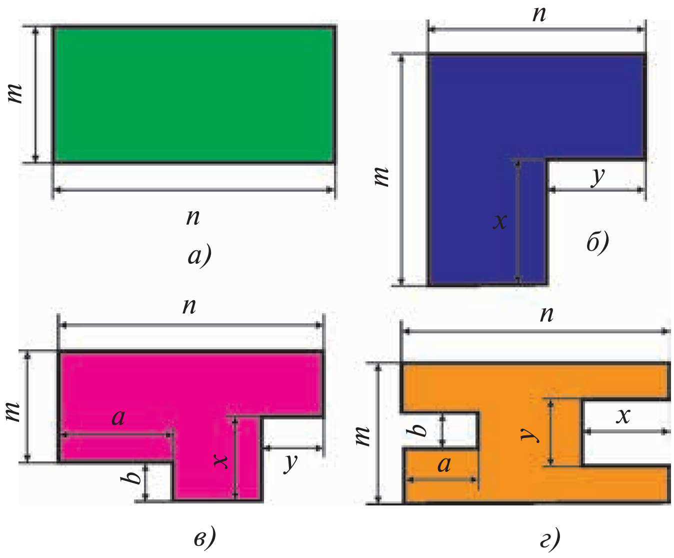
36. Машинага ар бири m килограммдан k кап буудай жана ар бири n килограммдан c кап арпа жүктөлдү. Машинага канча килограмм дан жүктөлгөн?

37. Тик бурчтук формасындагы мектептин тажрыйба участогунун узундугу a метрге барабар, туурасы болсо узундугунан b метрге кыска. Ушул участок аянтынын S формуласын жаз.

38. Кинотеатрда ар бири n отургучка ээ болгон m катар жана дагы k санда кошумча отургуч бар. Кинотеатрда бардыгы болуп канча отургуч бар? Маселе чыгаруунун формуласын түз жана $m = 30$, $n = 25$, $k = 60$ болгондо эсептөөлөрдү аткар.

39. Сабактардын жадыбалында 5 сабак, эки 15 минуттук жана эки 10 минуттук тыныгуу болгон күнү окуучу мектепте канча саат болот? (1 сабак — 45 минут).

40. Өлчөмдөрү 2-сүрөттө көрсөтүлгөн фигуралардын периметрлерин жана аянттарын эсептөө үчүн формулаларды жаз:



2-сүрөт.

41. Тик бурчтуктун узундугу квадраттын жагынан 8 м ге узун, ал эми туурасы болсо ошо квадраттын жагынан 4 м ге кыска. Квадраттын жагын кандайдыр тамга менен белгилеп, тик бурчтук үчүн:

1) жактарынын узундугун; 2) периметрин; 3) аянтын жаз.

42. Автобус t саатта s километр жол жүрөт. Автомобиль куду ушундай жолду автобустан 1 саат мурда басып өтүшү үчүн кандай ылдамдыкка ээ болушу керек?

43. $x = 2a + 3b$ (км) формуласы автобустун аракети жөнүндөгү маселенин чыгарылышын билдирет. Маселенин шартын түз.

44. Мектептин тажрыйба участогу *a* квадрат метр аянтка ээ. Бактын аянты 1 500 $м^2$ болгон жерди ээлеген, ал эми калган жер бирдей болгон 20 бөлүктөргө бөлүнгөн. Ушул бөлүктөрдүн ар бири кандай аянтка ээ?

45. Банкка 50 000 сум акча коюлду. Бир жылдан кийин ал акча *p* % га көбөйдү. Бир жылдан кийин коюлган акчанын эсеби канча сумга жетти?

46. Негизи *a* дециметр, периметри болсо 42 дм болгон тик бурчтуктун аянтын эсептөө үчүн туюнтма түз. *a* нын ушул жадыбалда берилген маанилери боюнча тик бурчтуктун аянты *S* тин маанисин ($дм^2$ лерде) тап:

a	5	6	7,5	10	12	12,5	15
S							

№ 1 *4 гана 9 дун жана арифметикалык амал белгилеринин жардамында мааниси 100 гө барабар болгон сандуу туюнтма түз.*

47. Велосипедчен саатына v километр ылдамдык менен аракеттенүүдө. Ал жөнөгөн жеринен s километр алыста болгон айылга барууга тийиш. Эгерде ал 3 км жолду басып өткөн болсо, айылга жетип барышы үчүн ага дагы канча убакыт талап кылынат? Эгерде ал 3 км жол жүргөн жана $s = 36$ км, ал эми $v = 12$ км/саат болсо, айылга 2,5 саатта жетип бара алабы?

48. Бир автомобиль 100 км жолго орточо 5 л, ал эми экинчи автомобиль болсо 100 км жолго 10 л бензин сарптайт. Ар бир автомобилдин бакында *a* л ден бензин болсо, анда алар канча аралыкка бара алышат? Эгерде $a =$ 20 л жана автомобилдер Ташкенттен бир эле мезгилде Самарканды карай жолго чыгышкан болсо, анда кайсы машина Самаркандга жетип бара алат? (Ташкент менен Самаркандын ортосундагы аралык 300 км).

4 - § Арифметикалык амалдардын касиеттери

Алгебраны бышыктап үйрөнүү үчүн арифметикалык амалдардын касиеттерин жакшы билүү керек. Эскерте кетчү нерсе, арифметикалык амалдар деп кошуу, кемитүү, көбөйтүү жана бөлүүгө айтылат. Сандар менен жүргүзүлүүчү бул амалдардын касиеттерин кыскача формулалар көрүнүшүндө жазабыз. Амалдардын негизги касиеттери, адатта, *мыйзамдар* деп аталат. Мыйзамдардан пайдаланып, амалдардын башка касиеттерин да негиздөөгө болот.

1. Кошуу жана көбөйтүү

Кошуу жана көбөйтүү амалынын негизги мыйзамдарын санайбыз.

1. Орун алмаштыруу мыйзамы:

$$a+b=b+a, \quad ab=ba.$$

2. Топтоштуруу мыйзамы:

$$(a+b)+c=a+(b+c), \ (ab)c=a(bc).$$

3. Бөлүштүрүү мыйзамы:

$$a(b+c)=ab+ac.$$

Бул барабардыкта *a, b, c* — каалагандай сандар. Мисалы,

$$1{,}2+3{,}5=3{,}5+1{,}2; \quad \frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)=\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{3}{4};$$

$$(-8)\cdot(125+7)=(-8)\cdot125+(-8)\cdot7.$$

Кошуунун жана көбөйтүүнүн мыйзамдары жардамында амалдардын башка касиеттерин да алууга болот. Мисалы:

$$a+b+c+d=a+(b+c+d), \ (abc)d=(ab)(cd),$$
$$(a+b+c)d=ad+bd+cd.$$

1-маселе. Эсепте: $75 + 37 + 25 + 13$.

△ Эсептөөлөрдү көрсөтүлгөн тартипте жүргүзүүгө болот. 75 ке 37 ни кошуп, натыйжага 25 ти кошуу жана акыркы натыйжага 13 тү кошуу. Бирок кошуунун касиеттеринен пайдаланып, эсептөөлөрдү жөнөкөйлөштүрүүгө болот:

$$75+37+25+13=(75+25)+(37+13)=100+50=150. \ ▲$$

Бул мисал бизге амалдардын касиеттеринен пайдаланып, эсептөөлөрдү эң жөнөкөй (акылдуу) ыкма менен жүргүзүүгө болорун көрсөтөт.

Амалдардын касиеттери алгебралык туюнтмаларды жөнөкөйлөштүрүү максатында аткарыла турган алмаштырууларда колдонулат.

2-маселе. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр:

$$3(2a+4b)+5(7a+b).$$

△ $3(2a+4b)+5(7a+b)=3\cdot 2a+3\cdot 4b+5\cdot 7a+5\cdot b=6a+12b+35a+5b=$

$$=(6a+35a)+(12b+5b)=(6+35)a+(12+5)b=41a+17b. \ ▲$$

Бул маселени чыгаруу процессинде төмөнкү туюнтма алынды:

$$6a+12b+35a+5b.$$

Бул туюнтмада $6a$ жана $35a$ кошулуучулар окшош, анткени алар бири-биринен жалаң коэффициенттери менен гана айырмаланышат. $12b$ жана $5b$ кошулуучулар да окшош. Ошол себептүү $6a+12b+35a+5b$ туюнтманын ордуна $41a+17b$ туюнтманы жазууга, башкача айтканда окшош мүчөлөрдү топтоштурууга болот.

Аралык эсептөөлөрдү оозеки аткарып, алмаштыруулардын жазуусун кыскартууга болот. Мисалы,

$$6(3x+4)+2(x+1)=18x+24+2x+2=20x+26.$$

2. Кемитүү.

3-маселе. Ташкент жана Самарканд шаарларынын ортосунда Жызак шаары жайгашкан. Ташкенттен Самаркандга чейин болгон аралык 300 км, Ташкенттен Жызакка чейинки болгон аралык 180 км. Жызактан Самаркандга чейин болгон аралыкты тап.

△ Жызактан Самаркандга чейин болгон аралык x км болсун. Анда

$$180+x=300, \text{ бул жерден } x=300-180=120.$$

Жообу: 120 км. ▲

$180 + x = 300$ барабардыгынан x кошуу амалына тескери болгон кемитүү амалынын жардамында табылат.

a сандан b санды кемитүү үчүн a санга b санга карама-каршы болгон санды кошуу жетиштүү:

$$a - b = a + (-b).$$

Ошол себептүү кемитүү амалынын касиеттерин кошуу амалынын касиеттери аркылуу негиздөөгө болот. Мисалы:

$251 + (49 - 13) = 251 + 49 - 13 = 287,$ $\quad a + (b - c) = a + b - c,$

$123 - (23 + 39) = 123 - 23 - 39 = 61,$ $\quad a - (b + c) = a - b - c,$

$123 - (83 - 77) = 123 - 83 + 77 = 117,$ $\quad a - (b - c) = a - b + c.$

4-маселе. Туюнтманын маанисин эсепте:

$$4(3x - 5y) + 6(x - y),$$

мында $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{13}$.

△ Адегенде берилген туюнтманы жөнөкөйлөштүрөбүз:

$$4(3x - 5y) + 6(x - y) = 12x - 20y + 6x - 6y = 18x - 26y.$$

Алынган туюнтманын $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{13}$ деги маанисин эсептейбиз:

$$18 \cdot \frac{1}{2} - 26 \cdot \frac{1}{13} = 9 - 2 = 7.$$ ▲

Амалдардын касиеттеринен пайдалануу алгебралык туюнтманы адегенде жөнөкөйлөштүрүп, андан кийин анын маанисин оңой жол менен эсептөө мүмкүнчүлүгүн берет.

3. Бөлүү.

5-маселе. Тик бурчтуктун аянты 380 см^2, жактарынын бири 95 см. Тик бурчтуктун экинчи жагынын узундугун тап.

△ $S = ab$ формуладан $b = \frac{S}{a}$ ти табабыз. $S = 380$, $a = 95$ ти табабыз

$$b = \frac{380}{95} = 4.$$

Жообу. 4 см. ▲

$ab = S$ барабардыктан b көбөйтүү амалына тескери деп аталган бөлүү амалынын жардамында табылат.

a санын b санына бөлүү бөлүү үчүн a санын b санына тескери болгон санга көбөйтүү керек:

$$\frac{a}{b} = a : b = a \cdot \frac{1}{b}.$$

Ошол себептүү бөлүү амалынын касиеттерин көбөйтүүнүн касиеттеринен келтирип чыгарууга болот.

6-маселе. Барабардыкты далилде:

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c},$$

бул жерде $c \neq 0$.

○ Бөлүүнү көбөйтүү менен алмаштырып, төмөнкүнү алабыз:

$$\frac{a+b}{c} = (a+b) \cdot \frac{1}{c}.$$

Бөлүштүрүү мыйзамын колдонуп,

$$(a+b) \cdot \frac{1}{c} = a \cdot \frac{1}{c} + b \cdot \frac{1}{c}$$

ди табабыз. Көбөйтүүнү бөлүү менен алмаштырып,

$$a \cdot \frac{1}{c} + b \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

ны алабыз. ●

Машыгуулар

49. Арифметикалык амалдардын мыйзамдарын жана касиеттерин колдонуп, сандуу туюнтманын маанисин тап:

1) $29 \cdot 0,45 + 0,45 \cdot 11;$

2) $(51,8 + 44,3 + 48,2 - 24,3) \cdot \frac{1}{3};$

3) $4,07 - 5,49 + 8,93 - 1,51;$

4) $-11,401 - 23,17 + 4,401 - 10,83.$

50. Окшош мүчөлөрдү топтоштур:

1) $4a+2b+a-b$;
2) $x-2y-3x+5y$;
3) $0,1c-0,3+d-c-2,1d$;
4) $8,7-2m+n-\frac{1}{3}m+\frac{2}{3}n$.

51. Окшош мүчөлөрдү топтоштур:

1) $2,3a-0,7a+3,6a-1$;
2) $0,48b+3+0,52b-3,7b$;
3) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}a-\frac{5}{6}a+2$;
4) $\frac{5}{6}y-\frac{1}{3}b-\frac{1}{6}y+\frac{2}{3}b-3$;
5) $2,1m+n-3,2n+2m+1,1m-n$;
6) $5,7p-2,7q+0,3p+0,8q+0,9q-p$.

52. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр:

1) $3(2x+1)+5(1+3x)$;
2) $4(2+x)-3(1+x)$;
3) $10(n+m)-4(2m+7n)$;
4) $11(5c+d)+3(d+c)$.

53. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр жана сандык маанисин тап:

1) $5(3x-7)+2(1-x)$, мында $x=\frac{1}{26}$;
2) $7(10-x)+3(2x-1)$, мында $x=-0,048$;
3) $\frac{1}{3}(6x-3)+\frac{2}{5}(5x-15)$, мында $x=3,01$;
4) $0,01(2,2x-0,1)+0,1(x-100)$, мында $x=-10$.

54. Арифметикалык амалдардын касиеттеринен пайдаланып эсепте:

1) $\frac{1}{7}(0,14+2,1-3,5)$;
2) $\frac{1}{12}(4,8-0,24-1,2)$;
3) $\left(18\frac{6}{7}+21\frac{3}{4}\right):3$;
4) $\left(15\frac{5}{7}+20\frac{15}{16}\right)\cdot\frac{1}{5}$.

5-§ *Кашааларды ачуунун эрежелери*

1. Алгебралык сумма.

1-маселе. Жыйырма кабаттуу үйдө лифт иштеп жатат. Ал 8-кабаттан 6 кабат ылдый түштү, андан кийин 12 кабат жогору көтөрүлдү. 4 кабат ылдый түштү. 7 кабат жогору көтөрүлдү. 13 кабат ылдый түштү. Лифт кайсы кабатта турат?

△ Лифттин кайсы кабатта тургандыгын табуу үчүн $8 - 6 + 12 - 4 + 7 - 13$ туюнтманын маанисин эсептөө керек. Бул маани 4 кө барабар. Демек, лифт 4-кабатта турат. ▲

Сен VI класстын математика курсунан

$$8 - 6 + 12 - 4 + 7 - 13$$

туюнтмасы алгебралык сумма деп аталышын билесиң, анткени аны сумма түрүндө мындайча жазууга болот:

$$8 + (-6) + 12 + (-4) + 7 + (-13).$$

Алгебралык суммага тиешелүү дагы мисалдар келтиребиз:

$$3-(-7)+(-2), \quad a-b+c-d, \quad a+(-b)-(-c).$$

$(-c)$ санды кемитүү $(-c)$ санга карама-каршы санды, б.а. c санын кошууну билдиришин эске алабыз. Ошондуктан акыркы алгебралык сумманы мындайча жазууга болот:

$$a+(-b)+c.$$

Алгебралык сумма — бул «+» жана «–» белгилери менен бириктирилген бир нече алгебралык туюнтмалардан турган жазуу саналат.

Адатта $3-(-7)+(-2)$, $a+(-b)-(-c)$ көрүнүшүндөгү алгебралык суммалар кыскача мындай жазылат:

$$3-(-7)+(-2)=3+7-2; \quad a+(-b)-(-c)=a-b+c.$$

$3+7-2$ алгебралык суммада кошулуучулар 3, 7 жана –2 сандары болот, анткени $3+7-2 = 3+7+(-2)$; $a-b+c$ алгебралык суммада кошулуучулар $a, -b, c$ сандары болот, анткени $a-b+c=a+(-b)+c$.

2. Кашааларды ачуу жана кашаага алуу.

$a+(b+c)$ туюнтманы карап көрөбүз: кошуунун топтоштуруу мыйзамын колдонуп, аны мындайча жазууга болот:

$$a+(b+c)=a+b+c.$$

Бул барабардыкта c ти — d менен алмаштырабыз:

$$a+(b-d)=a+b-d.$$

Кашаанын алдында «+» белгиси турган туюнтмалардагы алмаштырууларды жүргүзүү ушул барабардыктарга негизделген. Бул барабардыктар кашааларды ачуунун төмөнкү *биринчи эрежесине* алып келет:

Эгерде алгебралык туюнтмага кашаага алынган сумма кошула турган болсо, анда ушул алгебралык суммадагы ар бир кошулуучунун белгисин сактаган түрдө кашааларды түшүрүп калтырууга болот.

Мисалы:

1) $14+(7-13+2)=14+7-13+2;$

2) $a+(b+c-d)=a+b+c-d;$

3) $(a-b)+c=a-b+c.$

Кашаанын алдында «–» белгиси турган туюнтмалардагы алмаштырууларды жүргүзүү болсо кемитүү амалынын төмөнкү касиеттерине негизделген:

$$-(-a)=a, \quad -(a+b)=-a-b,$$
$$a-(b+c)=a-b-c,$$
$$a-(b-c)=a-b+c.$$

Бул барабардыктардан *кашааларды ачуунун* төмөнкү *экинчи эрежеси* келип чыгат:

Эгерде алгебралык туюнтмадан кашаага алынган алгебралык сумма кемитилсе, анда ушул алгебралык суммадагы ар бир кошулуучунун белгисин карама-каршысына өзгөртүрүп, кашааларды түшүрүп калтырууга болот.

Мисалы:

1) $14-(7-13+2)=14-7+13-2;$

2) $a-(b+c-d)=a-b-c+d;$

3) $-(a-b)+c=-a+b+c.$

2-маселе. Кашааларды ачып жөнөкөйлөштүр:

$$3x+(5-(8x+3)).$$

$$3x+(5-(8x+3))=3x+5-(8x+3)=3x+5-8x-3=2-5x.$$

Кээде бир нече кошулуучуларды кашаага алуу пайдалуу болот.

Мисалы:

1) $108-137+37=108-(137-37)=108-100=8;$

2) $a+b-c+d=a+(b-c+d).$

Бул жерде кашаанын алдына «+» белгиси коюлган, ошондуктан кашаанын ичиндеги бардык кошулуучулардын белгилери сакталып калат.

3) $a-b-c+d=a-(b+c-d).$

Бул жерде кашаанын алдында «–» белгиси коюлган, ошондуктан кашаанын ичине алынган бардык кошулуучулардын белгилери карама-каршысына өзгөртүрүлдү.

Машыгуулар

55. Алгебралык суммаларды кашааларсыз жаз:

1) $(+4)+(-3)-(+7);$ 3) $(-a)+(-7b)+\frac{1}{3}c;$

2) $(-4)+(-9)-(-11);$ 4) $2a+(-3b)-4c.$

56. Алгебралык сумманын кошулуучуларын айт:

1) $15-c;$ 2) $m-7;$ 3) $-a+47;$ 4) $-13-b.$

57. Алгебралык сумманы сумма түрүндө жаз:

1) $a-b+c;$ 2) $2+b-c;$ 3) $a-2-b;$ 4) $3+a-b-c.$

Кашааларды ач **(58—59):**

58. 1) $a+(2b-3c);$ 3) $a-(2b+3c);$

2) $a-(2b-3c);$ 4) $-(a-2b+3c).$

59. 1) $a+(b-(c-d));$ 3) $a-((b-c)-d);$

2) $a-(b-(c-d));$ 4) $a-(b+(c-(d-k))).$

60. Кашааларды ач жана жөнөкөйлөштүр:

1) $3a-(a+2b);$ 3) $3m-(5m-(2m-1));$

2) $5x-(2y-3x);$ 4) $4a+(2a-(3a+3)).$

61. m же $(-m)$ сандарынан баштап, бардык кошулуучуларды кашаанын алдына «+» белгисин койгон абалда кашаага ал:

1) $a+2b+m-c$;
2) $a-2b+m+c$;
3) $a-m+3c+4d$;
4) $a-m+3b^2-2a^3$.

62. m же $(-m)$ сандарынан баштап, бардык кошулуучуларды кашаанын алдына «–» белгисин койгон абалда кашаанын ичине ал:

1) $2a+3b+m-c$;
2) $2a+b+m+3c$;
3) $c-m-2a+3b^2$;
4) $a-m+3b^2-2a^3$.

63. 1) $a+b-1$ туюнтманы бири a га барабар болгон эки кошулуучунун суммасы түрүндө жаз;
2) $a-b+1$ туюнтманы кемүүчүсү a болгон айырма түрүндө жаз;
3) $2a-b+4$ туюнтманы кемүүчүсү $2a$ болгон айырма түрүндө жаз;
4) $a-2b+8$ туюнтманы бири 8 ге барабар болгон эки кошулуучунун суммасы түрүндө жаз.

64. Барабардыктардын сол бөлүктөрү бирдей. Эмне үчүн оң бөлүктөрү ар түрдүү? Кандай шарттарда барабардык орундуу?

1) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2330$;
2) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 90$;
3) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2430$;
4) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2310$;
5) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 7210$;
6) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2407$;
7) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 510$.

65. Көп чекиттердин ордуна туура барабардык пайда болгондой кылып «+» жана «–» белгилерин кой:

1) $a-(b+c)=a+(...b\ ...c)$;
2) $c-(a-b)=c+(...a\ ...b)$;
3) $m-(n-a)=m+(...n\ ...a)$;
4) $n-(d-l)=n+(...d\ ...l)$.

Өзүңдү текшерип көр!

1. Эсепте:

1) $(17,2\cdot 4,01+4,01\cdot 32,8):1\frac{2}{3}$;

2) $\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot 2\left(\frac{2}{3}\right)-25\cdot 0,03\cdot 4$.

2. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр жана $x=-\frac{2}{9}$, $y=0,25$ болгондо, анын сандык маанисин тап:

$$3(2y-x)-2(y-3x).$$

3. Балдар лагери үчүн 10 шахмат жана 15 топ сатып алышты. Бир шахмат a сум, ал эми топ болсо b сум турат. Бардык сатып алынган буюмдар үчүн бардыгы болуп канча акча төлөнгөн?

66. Жөнөкөйлөштүр:

1) $(5a-2b)-(3b-5a)$;

2) $(6a-b)-(2a+3b)$;

3) $7x+3y-(-3x+3y)$;

4) $8x-(3x-2y)-5y$.

67. Теңдемени чыгар:

1) $(2x+1)+3x=16$;

2) $(x-4)+(x+6)=4$;

3) $(x-5)-(5-3x)=2$;

4) $23-(x+5)=13$.

68. Адегенде туюнтманы жөнөкөйлөштүр, андан кийин анын сандык маанилерин тап:

1) $(2c+5d)-(c+4d)$, мында $c=0,4$, $d=0,6$;

2) $(3a-4b)-(2a-3b)$, мында $a=0,12$, $b=1,28$;

3) $(7x+8y)-(5x-2y)$, мында $x=-\frac{3}{4}$, $y=0,025$;

4) $(5c-6b)-(3c-5b)$, мында $c=-0,25$, $b=2\frac{1}{2}$.

I глава боюнча машыгуулар

Алгебралык туюнтманын сандык маанисин эсепте **(69—75):**

69. 1) $a+bc$, мында $a=-1$, $b=3$, $c=0$;

2) $a-bc$, мында $a=2$, $b=-1$, $c=-3$;

3) $(a+b)c$, мында $a=1$, $b=-3$, $c=2$;

4) $(a-b)c$, мында $a=3$, $b=1,2$, $c=5$;

5) $(a-b)+(c-d)$, мында $a=4$, $b=2$, $c=3$, $d=-1$;

6) $(a-b)-(c-d)$, мында $a=0$, $b=-4$, $c=-2$, $d=3$;

7) $a-(b-c)$, мында $a=0,5$, $b=\frac{1}{2}$, $c=-1,2$;

8) $a-(b-c)-d$, мында $a=5,2$, $b=1,3$, $c=2,8$, $d=2,8$.

70. 1) $5(x-y)^2$; 2) $3(x+y)^2$; 3) $(5x-y)^2$; 4) $(3x+y)^2$ мында $x=2,5$, $y=4,5$.

71. 1) $2((a-b)^2+1)$; 2) $4(3-(a-b)^2)$; 3) $((a-b)a-8):2$; 4) $(5a-(a+b)):3$, мында $a=5$, $b=-1$.

72. 1) $3(a+b)-2ab$; 2) $3a+b-2ab$; 3) $3(a-b)+2ab$; 4) $3a-b+2ab$, мында $a=1,2$, $b=1,8$.

73. 1) $\frac{1}{2}b^3-3c^2$, мында $b=-2$, $c=-\frac{1}{3}$;

2) $-0,75a^2+1\frac{2}{3}b^2$, мында $a=-2$, $b=3$;

3) $(a^2-26)^2$, мында $a=-5$; 4) $(a^3+26)^3$, мында $a=-3$.

74. Туюнтмалардын геометриялык мазмунун ач.

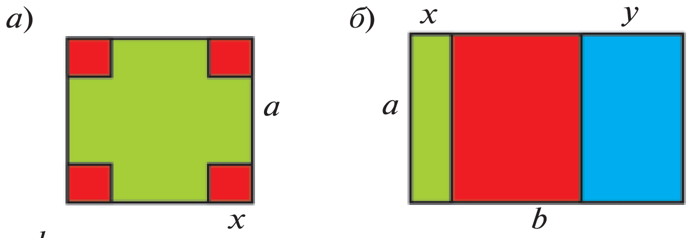
1) $a\cdot b$, мында a жана b — тик бурчтуктун жактары;

2) a^2, мында a — квадрат жагынын узундугу;

3) $2(a+b)$, мында a жана b — тик бурчтуктун жактарынын узундуктары;

4) $4a$, мында a — квадраттын жагы.

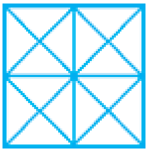
75. 1) a^2-4x^2, мында a — чоң квадраттын жагы, x — ар бир кичине квадратча жагынын узундугу (3-*а* сурет);



3-сүрөт.

2) $\frac{ab}{ax+ay}$, мында a жана b чоң тик бурчтуктун, x жана y болсо кичине тик бурчтуктун жактары (3-*б* сүрөт).

№ 2 *4- сүрөттө канча үч бурчтук, квадрат жана тик бурчтук бар?*



4-сүрөт.

76. Бир гектар көрктөндүрүлгөн жер жыл бою абаны 70 т чаңдан тазалай алат. 10 га; 100 га; m гектар жердеги көрктөндүрүлгөн жер жыл бою абаны канча тонна чаңдан тазалайт? Жалпы аянты 16 000 га болгон көрктөндүрүлгөн жер абаны канча тонна чаңдан тазалайт?

77. Автомобилдин ылдамдыгы эки эсе чоңоюшу менен анын тормоз-долуу жолу төрт эсе чоңоюшу белгилүү. Кыймыл ылдамдыгы 30 км/саат болгондо тормоздолуу жолунун узундугу жадыбалда берилген. Ылдамдык 60 км/саат болгондо, тормоздолуу жолунун узундугу канча болот (5- сүрөт)?

Жеңил машина үчүн	
v (км/саат)	t (м)
30	7,2

Жүк машинасы үчүн	
v (км/саат)	t (м)
30	9,5

5- сүрөт.

78. *(Абу Райкан Берунийдин маселеси).* Эгерде 10 дирхам акча эки айда 5 дирхам киреше келтирген болсо, 8 дирхам акчадан үч айда канча киреше алууга болот?

I глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер

1. $a=5,1$, $b=4,7$ болсо, $P=2(a+b)$ туюнтмасынын сандык маанисин тап.

A) 196; B) 19,6; C) 1,96; D) 18,16.

2. Тик бурчтуктун аянты S ке, ал эми негизи a га барабар. Анын периметрин табуу үчүн туюнтма түз.

A) $\frac{S}{2a}+a$; B) $\frac{S}{a}+2a$; C) $2\left(\frac{S}{a}+a\right)$; D) $\frac{S}{a}+a$.

3. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри P ге, ал эми негизинин узундугу a га барабар. Үч бурчтуктун каптал жагынын узундугун табуу үчүн туюнтма түз.

A) $2a-P$; B) $2P-a$; C) $P-a$; D) $\frac{1}{2}(P-a)$.

4. $a=2,5$, $b=2,4$ жана $c=3,5$ болсо, анда $V=abc$ туюнтмасынын сандык маанисин тап.

A) 18,3; B) 21; C) 2,1; D) 12,1.

5. $a=5, b=6,4, c=4,5$ болсо, $S=2(ab+ac+bc)$ туюнтмасынын сандык маанисин тап.

A) 50,45; B) 83,3; C) 166,6; D) 109.

6. Эне балдарына a сумдан 8 сүрөт дептер, b сумдан 5 ручка жана c сумдан 20 дептер сатып алды. Жалпы сатып алынгандарды эсептөө үчүн туюнтма түз.

A) $8a+5b+20c$; B) $8a+25(b+c)$; C) $800\,abc$; D) $8a+100ba$.

7. Кашааларды ач жана жөнөкөйлөштүр: $5a+(3a-(4a+3))$.

A) $8a+3$; B) $4a-3$; C) $-4a-3$; D) $3-4a$.

8. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр жана анын $a = 2,4; b = 1,5$ болгондогу маанисин тап: $0,5 \cdot (2a - 3b) - (4b + 2,5a)$.

A) 17,4; B) –17,4; C) –1,4; D) –11,85.

9. Тик бурчтуктун периметри p ге, негизи a га барабар. Анын би- йиктигин эсептөө үчүн туюнтма түз.

A) $\frac{p-2a}{2}$; B) $2a - p$; C) $\frac{2a-p}{2}$; D) $p - 2a$.

10. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр жана $a = 2,7$, $b = 4,2$ болгондогу анын сандык маанисин тап: $3(2a - b) - 2(a - 2b)$.

A) 24,36; B) 27,6; C) 8,7; D) 15.

10. Үч бурчтуктун бир жагынан узундугу a га барабар. Ал эми экинчи жагынын узундугу ошол жагынын 80 % ын түзөт. Үчүнчү жагы болсо биринчи жана экинчи жактарынын суммасынын жарымына барабар болсо, анда ошол үч бурчтуктун периметрин тап.

A) $1,8a$; B) $2,7a$; C) $3a$; D) $3a + 0,8$.

10. Эгерде $h = 6$, $r = 2$, $R = 4$ болсо, $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$ туюнтманын сандык маанисин тап.

A) 56π; B) 55π; C) 84π; D) 28π.

13. Эгерде $R = 4,5$, жана $H = 6,5$ болсо, $S = 2\pi R(R + H)$ туюнтманын сандык маанисин тап.

A) 100π; B) 98π; C) 99π; D) $98,5\pi$.

14. Үч бурчтуктун бир жагынан узундугу a га барабар болуп, ал экинчи жагынан 2 см ге кыска, ал эми үчүнчү жагынан болсо 3 см ге узун. Ошол үч бурчтуктун периметрин эсептөө үчүн туюнтма түз.

A) $3a - 1$; B) $3a - 5$; C) $3a + 5$; D) $1 - 3a$.

Мекендешибиз залкар математик жана астроном Абу Абдулла Мухаммад ибн Муса ал-Харезмийдин (783—850) арифметикалык («Ал-жабр вал-мукабала») чыгармалары математиканын өнүгүшүнө аябагандай чоң таасирин тийгизди. Бул чыгармалар көптөгөн тилдерге которулду, кылымдар бою математика илиминен негизги колдонмо болуп кызмат кылды.

«Алгоризми инди эсеби жөнүндө» аттуу китебинин XII кылымдын башындагы латинче котормосу Англиянын Кембридж университетинде сакталат. Ал-Харезмийдин ошол чыгармасы аркылуу Европага ондук эсептөө системасы кирип барган.

«Мухаммад Муса Харезмийдин ондук эсептөө системасын, альгоритм жана алгебра түшүнүктөрүн дүйнөдө биринчи болуп илимдин тармагына алып киргени жана ошонун негизинде анык предметтердин өнүгүшү үчүн өз маалында бышык негиз жаратканы жалпы адамзаттык өнүгүүдө кандай чоң мааниге ээ болгонун бардыгыбыз жакшы билебиз“, – деп жазган болчу Өзбекстан Республикасынын Биринчи Президенти И. А. Каримов өзүнүн «Жогорку руханият – жеңилгис күч» аттуу чыгармасында.

Харезмийдин алгебрасы – «Ал-жабр вал-мукабала эсеби жөнүндө кыскача китеп» аттуу чыгармасынын арабча нускасы Оксфорд университетинин Бодлеян китепканасында сакталат. Китеп үч бөлүмдөн турат:

1) алгебралык бөлүм; 2) геометриялык бөлүм; 3) осуяттар жөнүндөгү бөлүм (Харезмий аны «Осуяттар китеби» деп атаган). Ал-Харезмийдин китебинде бардык маселелердин баяндамасы жана чыгарылыштары сөздөр менен берилет, эч кандай белгилөөлөр, тамгалык туюнтмалар иштетилбейт. Ал-Харезмий жазат: «... Мен арифметиканын жөнөкөй жана татаал маселелерин өзүндө камтыган «Ал-жабр вал-мукабала эсеби жөнүндө кыскача китеп»ти жаздым, анткени мындай китеп мурас бөлүштүрүүдө, осуятнаама түзүүдө, товар бөлүштүргөндө жана укуктук иштерде, соодада жана ар түрдүү келишимдерде жана, ошондой эле, жер ченөөдө, өстөн казууда, инженердикте жана башка ошого окшош ар түрдүү иштерде адамдар үчүн өтө зарыл». Демек, окумуштуу өзүнүн бул чыгармасын күндөлүк тиричилик талаптарын жана керектөөлөрүн эсепке алган түрдө жазган.

II ГЛАВА

БИР БЕЛГИСИЗДҮҮ БИРИНЧИ ДАРАЖАЛУУ ТЕҢДЕМЕЛЕР

6- § Теңдеме жана анын чыгарылышы

Төмөнкү маселени чыгарып көрөлү.

Маселе. Карандаш менен сызгычтын биргеликтеги баасы 370 сумду түзөт. Ал эми карандаш сызгычтан 90 сумга арзан. Сызгычтын баасын тап.

△ Сызгыч x сум турат дейли, анда карандаш $(x-90)$ сум турат. Маселенин шарты боюнча

$$x+(x-90)=370,$$

мындан $2x-90=370$, $2x=460$, $x=230$.

Жообу. Сызгыч 23 сум турат. ▲

$x+(x-9)=370$ барабардыкта x тамгасы белгисиз санды же кыскача белгисизди билдирет.

Тамга менен белгиленген белгисиз сан катышкан барабардыкка ***теңдеме*** *дейилет.*

Барабардык белгисинен сол жана оң жакта турган туюнтмаларга теңдеменин сол жана оң бөлүктөрү дейилет. Теңдеменин сол жана оң бөлүгүндөгү ар бир кошулуучуга теңдеменин мүчөсү дейилет.

$2x-90=370$ тендемесинде сол бөлүгү $2x-90$, ал эми оң бөлүгү болсо 370. Андан кийин $x=230$ болгондо бул тендеменин сол бөлүгү 370 ке барабар болот, анткени $2\cdot230-90=370$; оң бөлүгү да 370 ке барабар. Демек, $x=230$ болгондо бул теңдеме туура барабардыкка айланат: $2\cdot230-90=370$. Ушул 230 саны берилген *теңдеменин тамыры* деп аталат.

Теңдеменин тамыры деп, белгисиздин ушул теңдемени туура барабардыкка айландырган маанисине айтылат.

Мисалы, 1 саны

$$2x+3=5$$

теңдеменин тамыры, анткени 2 · 1 + 3 = 5 — туура барабардык.

Теңдеме эки, үч жана ушул сыяктуу тамырларга ээ болушу мүм-күн. Мисалы,

$$(x-1)(x-2)=0$$

теңдемеси эки тамырга ээ: 1 жана 2, анткени $x = 1$ жана $x = 2$ де теңдеме туура барабардыкка айланат.

$$(x-3)(x+4)(x-5)=0$$

теңдемеси болсо үч тамырга ээ: 3, −4 жана 5.

Теңдеме тамырларынын саны чексиз түрдө көп болушу мүмкүн. Мисалы,

$$2(x-1)=2x-2$$

теңдеменин тамырлары чексиз түрдө көп: x тин каалагандай мааниси теңдеменин мааниси боло алат; анткени ар бир x те теңдеменин сол бөлүгү оң бөлүгүнө барабар.

Теңдеме тамырга ээ болбостугу да мүмкүн. Мисалы, $2x+5=2x+3$ теңдеменин тамырлары жок, анткени x тин каалагандай маанисинде бул теңдеменин сол бөлүгү оң бөлүгүнөн чоң болот.

Теңдемени чыгаруу — бул анын бардык тамырларын табуу же алардын жок экендигин көрсөтүү болуп саналат.

Жөнөкөй учурларда x тин тамыры боло турган маанисин табуу оңой болот. Мисалы, $2x+1=3$ теңдеменин тамыры 1 саны экендигин гана көрүүгө болот. Бирок кыйла татаал учурларда тамырды оңой табууга болбойт. Мисалы,

$$\frac{x-6}{5}+\frac{4(x+3)}{2}-1=\frac{x-1}{2}+3x-\frac{7x-1}{10}$$

теңдеме $x=7$ болгондо туура барабардыкка айланышын билүү оңой иш эмес. Ошондуктан теңдемелерди чыгарууну үйрөнүү зарыл.

Көптөгөн практикалык маселелерди чыгаруу

$$ax = b \qquad (1)$$

көрүнүшкө келтириле турган теңдемелерге алып келет, мында a жана b — берилген сандар, x — белгисиз сан. (1) теңдеме *сызыктуу теңдеме* деп аталат.

Мисалы, $3x = 1$, $-2x = 3$, $\frac{3}{5}x = -\frac{1}{2}$ — сызыктуу теңдемелер болуп саналат.

Машыгуулар

79. Барабардык түрүндө жаз:

1) 34 саны x санынан 18 ге көп;
2) 56 саны 14 санынан x эсе көп;
3) x жана 3 сандары айырмасынын эки эселенгени 4 кө барабар;
4) x жана 5 сандарынын суммасынын жарымы алардын көбөйтүндүсүнө барабар.

80. 3; –2; 2 сандарынын кайсы бири теңдеменин тамыры боло алат:

1) $3x = -6$;
2) $x + 3 = 6$;
3) $4x - 4 = x + 5$;
4) $5x - 8 = 2x + 4$?

81. (Оозеки). x тин кайсы маанилеринде теңдеме туура барабардыкка айланат?

1) $x + 5 = -6$; | 2) $4 - x = -1$; | 3) $2x - 1 = 0$; | 4) $3x + 2 = 0$?

82. -1; $\frac{1}{2}$; 1 сандарынын ичинде теңдеменин тамыры барбы?

1) $4(x-1) = 2x - 3$;
2) $7(x+1) - 6x = 10$;
3) $3(x+2) = 4 + 2x$;
4) $5(x+1) - 4x = 4$.

83. Тамыры:

1) 5 саны; 2) 3 саны; 3) –6 саны; 4) –4 саны болгон теңдеме түз.

84. a санын тандаганында, $4x - 3 = 2x + a$ теңдеме

1) $x = 1$; 2) $x = -1$; 3) $x = \frac{1}{2}$; 4) $x = 0,3$

тамырларына ээ болсун.

7-§ *Бир белгисиздүү биринчи даражалуу теңдемелерди чыгаруу*

Ал-Харезмийдин «Китаб ал-мухтасар фи хисоб ал-жабр вал-мукабала» чыгармасындагы «ал-жабр» оң мүчөлөрдү калыбына келтирүүнү, башкача айтканда терс мүчөлөрдү теңдеменин экинчи бөлүгүнө оң кылып өткөрүүнү, «вал-мукабала» болсо теңдеменин эки бөлүгүнөн бирдей болгон мүчөлөрдү таштап жиберүүнү билдирген.

Бул бир белгисиздүү теңдемелерди чыгаруу туура барабардыктын сиздерге белгилүү болгон касиеттерине негизделгенин көрсөтөт.

Касиеттин сөз менен баяндалышы	Касиеттин жалпы түрдө жазылышы	Мисалы
1. Эгерде туура барабардыктын эки бөлүгүнө тең бирдей сан кошулса же эки бөлүгүнөн тең бирдей сан кемитилсе, анда ал туура барабардык бойдон кала берет.	Эгерде $a = b$ болуп, l каалагандай сан болсо, анда $a + l = b + l$, $a - l = b - l$ болот.	$7 = 7$ $7 + 2 = 7 + 2$ $7 - 2 = 7 - 2$
2. Эгерде туура барабардыктын эки бөлүгү тең бирдей санга көбөйтүлсө же эки бөлүгү тең нөлгө барабар болбогон бирдей санга бөлүнсө, анда ал туура барабардык бойдон кала берет.	Эгерде $a = b$ болуп, $m \neq 0$ болсо, анда $a \cdot m = b \cdot m$ жана $a : m = b : m$ болот.	$27 = 27$ $27 \cdot 3 = 27 \cdot 3$ $27 : 3 = 27 : 3$

Биринчи касиеттен кошулуучуларды, алардын белгилерин карама-каршыларына алмаштырып, барабардыктын бир бөлүгүнөн экинчи бөлүгүнө алып өтүүгө боло тургандыгы келип чыгат.

○ $a = b + m$ болсун дейли, анда

$$a + (-m) = b + m + (-m); \quad a - m = b. \; ●$$

Барабардыктардын бул касиеттери теңдемелерди чыгарууда кандайча колдонулушун карап чыгабыз.

△ **1-маселе.** $9x - 23 = 5x - 11$ теңдемени чыгар.

x саны берилген теңдеменин тамыры, б. а. x тин мааниси теңдемени туура барабардыкка айландырат деп элестетебиз.

Белгисиз катышкан $5x$ мүчөнү «–» белгиси менен барабардыктын сол бөлүгүнө, ал эми –23 мүчөнү «+» белгиси менен оң бөлүгүнө алып өтөбүз.

Натыйжада дагы туура барабардык пайда болот:

$$9x - 5x = 23 - 11.$$

Теңдеменин эки бөлүгүндөгү окшош мүчөлөрдү топтоштуруп,

$$4x = 12$$

теңдемесин алабыз. Бул теңдеменин эки бөлүгүн тең 4 кө бөлүп, $x = 3$ экендигин көрөбүз.

Ошентип, теңдеме тамырга ээ деп элестетип, бул тамырлар 3 санына гана барабар болушу мүмкүндүгүн көрдүк. $x = 3$ чындап эле берилген теңдеменин тамыры экендигин текшеребиз: $9 \cdot 3 - 23 = 5 \cdot 3 - 11$. Бул туура барабардык, анткени анын сол жана оң бөлүктөрү бир гана 4 санына барабар.

Ошентип, берилген теңдеме бир гана тамырга ээ: $x = 3$.▲

Текшерүүнү жүргүзбөсө да болорун белгилей кетебиз, анткени барабардыктын пайдаланган касиеттери бир туура барабардыкты экинчи туура барабардык менен алмаштыруу мүмкүнчүлүгүн берет. Чыгаруунун бул ыкмасында дайыма туура натыйжа алынат (эгерде эсептөөлөрдө каталарга жол коюлбаса, албетте).

$-3x$ $5x \; (-7) = (3x) + 11$ $+7$ $5x - 3x = 11 + 7$	**АЛ-ЖАБР:** $3x$, солго $-3x$ болуп өтөсүң! -7, сен оңго $+7$ болуп өтөсүң!

$\cancel{4x} - \cancel{5} + 2x = \cancel{4x} + 8 - \cancel{5}$ $2x = 8$	**ВАЛ-МУКАБАЛА:** сол жана оң жактардагы –5 жана $4x$ тер, силер менен коштошобуз!

Теңдеменин чыгарылышын жазган учурда 1-маселени чыгаргандагыдай толугу менен жазма түшүндүрүүлөрдү аткаруу шарт эмес.

Мисалы, $5x+17=2x+5$ теңдеменин чыгарылышын төмөнкүдөй жазууга болот:

$$5x-2x=5-17,\ \ 3x=-12,\ \ x=-4.$$

Жообу. $x=-4$.

2-маселе. $2(x+3)-3(x+2)=5-4(x+1)$ теңдемени чыгар.

Теңдеменин сол жана оң бөлүктөрүн жөнөкөйлөштүрөбүз. Натыйжада $2x+6-3x-6=5-4x-4$, $-x=-4x+1$ теңдемени алабыз.

△ Демек, $3x=1$, мындан $x=\frac{1}{3}$. Жообу: $x=\frac{1}{3}$. ▲

3-маселе. $\frac{5x}{2}-\frac{x-3}{3}=1+\frac{x-5}{6}$ теңдемени чыгар.

△ Теңдеменин эки бөлүгүн тең бөлүкчөлөрдүн жалпы бөлүмүнө, б. а. 6 га көбөйтөбүз. Анда

$$\frac{5x}{2}\cdot 6-\frac{x-3}{3}\cdot 6=1\cdot 6+\frac{x-5}{6}\cdot 6,\qquad 15x-2(x-3)=6+(x-5).$$

Кашааларды ачабыз жана окшош мүчөлөрдү топтоштурабыз:

$$15x-2x+6=6+x-5,\qquad 13x+6=x+1,$$

мында $12x=-5$, $x=-\frac{5}{12}$. ▲

Ошентип, теңдемени чыгарууда *теңдеменин* төмөнкү *негизги касиеттеринен* кеңири пайдаланылат.

1-касиет. *Теңдеменин каалагандай мүчөсүнүн белгисин карама-каршысына өзгөртүп, анын бир бөлүгүнөн экинчи бөлүгүнө алып өтүүгө болот.*

2-касиет. *Теңдеменин эки бөлүгүн тең нөлгө барабар болбогон бирдей санга көбөйтүүгө же бөлүүгө болот.*

Бул касиеттер каалагандай бир белгисиздүү теңдемени чыгаруу мүмкүнчүлүгүн берет. Ал үчүн:

1) белгисиз катышкан мүчөлөрдү барабардыктын сол бөлүгүнө, белгисиз катышпаган мүчөлөрдү болсо оң бөлүгүнө өткөрүү керек (1-касиет);

2) окшош мүчөлөрдү топтоштуруу керек;

3) теңдеменин эки бөлүгүн белгисиздин алдында турган коэффициентке (эгерде ал нөлгө барабар болбосо) бөлүү (2-касиет) керек.

Каралган мисалдардагы ар бир теңдеме бир тамырга ээ болду. Бирок кээ бир учурларда бир белгисиздүү теңдеме тамырларга ээ болбостугу да мүмкүн, же болбосо чексиз көп тамырларга ээ болушу да мүмкүн. Ушундай теңдемелерге мисалдар келтиребиз.

4-маселе. $2(x+1)-1=3-(1-2x)$ теңдеме тамырларга ээ эместигин көрсөт.

△Теңдеменин эки бөлүгүн тең жөнөкөйлөштүрөбүз:

$$2x+2-1=3-1+2x,\ \ 2x+1=2+2x,$$

мындан

$$2x-2x=2-1,\ \ 0\cdot x=1.$$

Бул теңдеме тамырларга ээ эмес, анткени анын $0\cdot x$ тен турган сол бөлүгү нөлгө барабар, ал эми оң бөлүгү болсо 1 ге барабар эмес, бирок $0\neq 1$.

Жообу: теңдеме чыгарылышка ээ эмес.▲

5-маселе. $3(1-x)+2=5-3x$ теңдеме чексиз көп чыгарылыштарга ээ экендигин көрсөт.

△Теңдемени жөнө көйлөштүрөбүз:

$3-3x+2=5-3x$; $5-3x=5-3x$; $-3x+3x=5-5$, $0\cdot x=0$.

Демек, x тин каалагандай мааниси теңдеменин тамыры болот.

Жообу: теңдеме чексиз көп чыгарылышка ээ.▲

Машыгуулар

Теңдемени чыгар **(85—96):**

85. 1) $11x=50$; | 2) $-9x=243$; | 3) $4x=0,24$; | 4) $7x=7,063$.

86. 1) $9x=\frac{2}{5}$; | 2) $3x=2\frac{1}{7}$; | 3) $\frac{1}{2}x=3$; | 4) $\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}$.

87. 1) $0,3x=6;$ 2) $1,3x=-1,69;$ 3) $0,7x=49;$ 4) $10x=0,5.$

88. 1) $8x=8;$ 2) $\frac{1}{4}x=16;$ 3) $3^2x=243;$ 4) $16x=16.$

89. 1) $5x=\left(\frac{5}{7}\right)^2;$ 2) $4x=-\left(\frac{4}{5}\right)^2;$ 3) $-0,1x=10^3;$ 4) $0,3x=-10^2.$

90. 1) $25x-1=9;$ 2) $7x+8=11;$ 3) $3x-5=10-x;$ 4) $4x+4=x+5.$

91. 1) $5x+3(3x+7)=35;$ 2) $8x-(7x+8)=9;$ 3) $8y-9-4y+5=12y-4-5y;$ 4) $4+8y+8=2y-10-7y+9.$

92. 1) $\frac{11}{7}=\frac{2-x}{5};$ 2) $\frac{3x}{5}=\frac{6+x}{3};$ 3) $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=8;$ 4) $\frac{y}{3}+\frac{y}{4}=14.$

93. 1) $3y+5=4\left(9-\frac{y}{2}\right);$ 2) $8\left(11-\frac{3}{4}z\right)=16z-44;$ 3) $3\left(5+\frac{x}{2}\right)=4+2x;$ 4) $2\left(3-\frac{x}{3}\right)=5+x.$

94. 1) $0,71x+1,98=0,37x-1,76;$

2) $0,18y-7,4=0,05y-5,71;$

3) $5(5x-1)-2,7x+0,2x=6,5-0,5x;$

4) $0,36x-0,6=0,3(0,4x-1,2).$

95. 1) $11\frac{2}{3}x-5\frac{1}{6}=3\frac{3}{4}+2\frac{3}{4}x;$ 2) $12\frac{3}{4}+\frac{3}{7}y=\frac{y}{2}-10\frac{1}{28};$ 3) $\frac{6x+7}{7}=3-\frac{5x-3}{8};$ 4) $10-\frac{3x-1}{2}=\frac{6x+3}{11}.$

96. 1) $\frac{4x-51}{3}-\frac{17-3x}{4}=\frac{x+5}{2};$ 2) $\frac{3x-7}{4}-\frac{9x+11}{8}=\frac{3-x}{2};$ 3) $\frac{9x-5}{2}-\frac{3+5x}{3}-\frac{8x-2}{4}=2;$ 4) $\frac{4x-3}{2}-\frac{5-2x}{3}=\frac{3x-4}{3}.$

№ 3

— Энекебай, неберениз канча жашта?
— Менин жашыма канча жыл болсо, менин неберем ошончо айлык.
— Энекебай, сиздин жашыңыз канчада?
— Неберемдин жашы менен менин жашымды кошсоң, 65 чыгат. Неберемдин жашын эми өзүң таап ал.

97. Тендемелердин тамырларга ээ эместигин көрсөт:

1) $28 - 20x = 2x + 25 - 16x - 12 - 6x$;
2) $25x - 17 = 4x - 5 - 13x + 14 + 34x$;
3) $\frac{x-1}{3} + \frac{5x+2}{12} = \frac{5+3x}{4}$;
4) $\frac{2x+1}{3} - \frac{7x+5}{15} = \frac{x-2}{5}$.

98. x тин каалагандай мааниси тендеменин тамыры боло алышын көрсөт:

1) $10 - 4x + 3 = 9x - 2 - 6x + 9 - 7x + 6$;
2) $9x + 4 - 5x = 8 + 7x - 9 - 3x + 5$;
3) $6(1{,}2x - 0{,}5) - 1{,}3x = 5{,}9x - 3$;
4) $8(1{,}3x + 0{,}25) - 6{,}6x = 3{,}8x + 2$.

99. Тендемени чыгар:

1) $3(x-1) - 2(x+2) = 4x + 8$;
2) $4(x+1{,}5) + 3(1-x) = 10$;
3) $4(3x+2) - 7(x+1) = 3(x-1)$;
4) $2{,}5(2x+3) - 2(x+2{,}5) = 3{,}5 + 2x$.

100. Тендемени чыгар:

1) $\frac{96}{7{,}2} = \frac{4x+300}{21}$;
2) $\frac{3x+14{,}7}{20{,}4} = \frac{7{,}5}{10}$;
3) $4{,}2 : (2x-7) = 10 : 7\frac{1}{7}$;
4) $4\frac{1}{11} : 10 = 4{,}5 : (3x-1)$.

8-§ *Маселелерди теңдемелердин жардамында чыгаруу*

Теңдемелерди колдонуу көптөгөн маселелердин чыгарылышын жеңилдетет. Мындай учурда маселелерди чыгаруу негизинен эки баскычтан турат:

1) маселенин шарты боюнча теңдеме түзүү;

2) алынган теңдемени чыгаруу.

Төмөнкү маселени чыгарып көрөлү.

Маселе. Саякатчылар түшкөн теплоход жээктеги бекеттен дарыянын агымы менен жөнөп 5 сааттан кийин кайра кайтып келүүгө тийиш. Дарыянын агымынын ылдамдыгы 3 км/саат; теплоходдун тынч турган суудагы ылдамдыгы 18 км/саат. Эгерде саякатчылар кайтуудан мурда жээкте 3 саат эс алышкан болсо, алар жээктеги бекеттен канчалык аралыкка сүзүп барышкан?

△ 1) Изделип жаткан аралык x километр болсун. Теплоход бул аралыкты агым боюнча $18+3=21$ км/саат ылдамдык менен басып өтөт жана $\frac{x}{21}$ саат сарптайт. Теплоход $18-3=15$ (км/саат) ылдамдык менен артына кайтат жана мында $\frac{x}{15}$ саат убакыт сарптайт. Саякатчылар жээкте 3 саат эс алышат. Демек, саякат $\left(\frac{x}{21}+\frac{x}{15}+3\right)$ саатка созулган, бул болсо маселенин шарты боюнча 5 саатка барабар. Ошентип, биз белгисиз x аралыкты аныктоо үчүн төмөнкү теңдемени алабыз:

$$\frac{x}{21}+\frac{x}{15}+3=5;$$

2) эми

$$\frac{x}{21}+\frac{x}{15}=2$$

теңдемени чыгарабыз. Бул теңдеменин эки бөлүгүн тең 105 ке (21 жана 15 сандарынын эң кичине жалпы бөлүнүүчүсүнө) көбөйтүп, $5x+7x=210$, $12x=210$ теңдемесин алабыз, мында $x=17{,}5$.

Жообу: теплоход жээктеги бекеттен 17,5 км аралыкка сүзүп барган. ▲

Маселени чыгаруунун биринчи баскычында (б. а. теңдеме түзүүдө) теплоход менен дарыянын агымынын ылдамдыктары агым боюнча аракеттенгенде кошулушу, агымга каршы аракеттенгенде болсо кемитилиши жана ылдамдыкка бөлүнгөн жол аракеттин убакыты экендигин билүү зарыл болду.

Экинчи баскычта (б. а. алынган теңдемени чыгарууда) теңдемелердин мындан алдынкы параграфта үйрөнүлгөн касиеттерин колдонуу талап кылынды.

Тексттүү маселенин мазмунуна ылайык теңдеме түзүү — «математиканын тилине» өткөрүү — маселенин математикалык моделин түзүү дегендикке жатат. Бир гана маселени чыгаруу үчүн ар түрдүү теңдеме, ар түрдүү математикалык модель түзүүгө болот.

Машыгуулар

101. *A* жана *B* шаарларынын ортосундагы аралык 256 км. *A* дан *B* га карай 66 км/саат ылдамдык менен жүк поезди жолго чыкты. Арадан 20 минут өткөндөн кийн *B* дан *A* га карай 90 км/саат ылдамдык менен экспресс поезди жолго чыкты. Жүк поезди жолго чыккандан канча убакыттан кийин экпресс поезди менен жолугушат:

Бул маселени чыгаруу үчүн теңдемелерди төмөнкүдөй түзүүгө болот:

а) $66x + 90\left(x - \frac{1}{3}\right) = 256;$

б) $256 - 66 \cdot \frac{1}{3} = (66 + 90) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right);$

в) $\frac{x}{66} - \frac{256 - x}{90} = \frac{1}{3};$

г) $256 - 90x = 66 \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right).$

1) Ар бир теңдемеде *x* эмнени билдирет?
2) Ар бир теңдемеде кандай маанилер теңештирилген?

102. 1) Белгиленген жумушту 15 адам 12 күндө аткарышы мүмкүн. 4 күн иштегенден кийин бешинчи күнү аларга жардам

берүү үчүн 5 адам келип кошулду. Калган жумуш канча күндө бүтүрүлгөн?

2) Жумушчулар белгиленген тапшырманы 15 күндө аткара алышат, 5 күндөн кийин аларга дагы 8 адам кошулду жана чогуу калган жумушту 6 күндө бүтүрүштү. Жумушчулар баштап канча адам болушкан?

3) Бир жумушту 10 адам 8 күндө аткара алат. 2 күндөн кийин (үчүнчү күнү) аларга жардам берүү үчүн бир нече адам келип кошулду жана калган жумуш 4 күндө аткарылды. Канча адам келип кошулган?

103. 1) Үч фирмада 624 жумушчу бар. Экинчи фирмада биринчисиндегиге караганда жумушчулар 5 эсе көп, ал эми үчүнчү фирмада болсо биринчи жана экинчи фирмаларда биргеликте канча болсо, ошончо жумушчу бар. Ар бир фирмада канчадан жумушчу бар?

2) Үч чакан ишканада 792 продукция даярдалды. Экинчи чакан ишканада биринчи чакан ишканага караганда 3 эсе көп, ал эми үчүнчү чакан ишканада болсо экинчисиндегиден 2 эсе көп продукция даярдалды. Ар бир чакан ишканада канчадан продукция даярдалган?

104. 1) Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 25 см ге барабар. Эгерде анын каптал жагы негизинен 5 см ге көп болсо, үч бурчтук жактарынын узундуктарын тап.

2) Тең капталдуу үч бурчтукта негиз каптал жактын $\frac{3}{4}$ бөлүгүн түзөт. Эгерде үч бурчтуктун негизи 22 см ге барабар болсо, анда анын жактарынын узундуктарын тап.

105. 1) Туурасы 200 м болгон тик бурчтук формасындагы аянттын чек арасын бойлой арык казылды. Арыктын узундугу 1 км. Аянттын узунун тап.

2) Узуну туурасынан 2 эсе узун болгон тик бурчтук формасындагы аянтты узундугу 120 м болгон тосмо менен курчашты. Аянттын узунун жана туурасын тап.

106. Суммасы 81 ге барабар болгон үч удаалаш келген так санды тап.

107. Удаалаш келген төрт жуп сан берилген. Эгерде эки четки сандардын суммасынын эки эселенгенинен ортодогу сандардын оң айырмасынын үч эселенгени кемитилсе, 22 саны алынат. Ушул сандарды тап.

108. 1) Жаңы курулма ишке түшүрүлгөндөн кийин устанын болжолдогон жумушун аткарууга кете турган убактысы 20 % га азайды. Анын эмгек өнүмдүүлүгү канча пайызга ашкан?

2) Фабрикага автомат орнотулду. Ал бир саатта жумушчуга караганда 8 ге көп продукция иштеп чыгарат. 2 сааттан кийин автомат жумушчунун 6 айлык планын аткарды. Автомат бир саатта канча продукция иштеп чыгарат?

3) Устанын эмгек өнүмдүүлүгү 20 % га ашса, анын пландагы жумушун аткарууга кете турган убактысы канча пайызга кыскарат?

109. Узундугу 27 м болгон жез зымды массасы жана туурасынан кесилиши жез зымдыкындай болгон алюминий зым менен алмаштырышмакчы. Кандай ойлойсуң, алюминий зымдын узундугу канча метр болушу мүмкүн?

110. Бир топ дүкөн алма салынган 175 ящикти тең бөлүп алмакчы эле. Бирок 2 дүкөн алмаларды албастыгын билдирди. Натыйжада, калган ар бир дүкөнгө болжолдогудан 10 ящик алма ашыкча берилди. Дүкөндөр канча экен?

111. 1) Идиште белгисиз санда суу бар. Эгерде идишке 3 л суу куюлса, идиштин жарымы толот. Эгерде 3 л суу төгүп салынса, калган суу идиштин $\frac{1}{8}$ бөлүгүн ээлейт. Баштап идиште канча литр суу болгон?

2) Идиштин ичиндеги суусу менен биргеликтеги массасы 12 кг га барабар. Идиштеги суунун $\frac{3}{5}$ бөлүгү гүлдөргө куюлгандан кийин идиштин массасы ичиндеги суунун массасынан 2 эсе аздыгы аныкталды. Идиштин массасы канча килограмм экен?

112. 1) Мунайзат базасында 6340 т бензин бар болчу. Экинчи күнү база биринчи күндөгүдөн 423 т га көп, үчүнчү күнү экинчи күндөгүдөн 204 т га аз бензин таратты. Ошондон кийин базада 3196 т бензин калды. База биринчи күнү канча бензин тараткан?

2) Дүкөндө үч күндө 110 кг май сатылды. Экинчи күнү биринчи күндөгүнүн $\frac{3}{8}$ бөлүгүнчө, үчүнчү күнү болсо баштапкы эки күндө канча май сатылган болсо, ошончо сатылды. Дүкөндө биринчи күнү канча май сатылган?

113. 1) Уста тапшырманы 10 күндө аткарышы керек эле. Уста ар күнү нормадан 27 тетикти ашыкча даярдап, 7 күндө тапшырманы аткарып гана калбастан, дагы 54 тетикти ашыкча даярдаган. Уста бир күндө канча тетик даярдаган?

2) Завод машина өндүрүү боюнча тапшырманы 15 күндө аткарууга тийиш эле. Ал жаңы технологияны колдонуп, ар күнү пландан тышкары 2 ден ашыкча машина өндүрүп, белгиленген мөөнөткө 2 күн калганда планды аткарып гана калбастан, дагы 6 машинага көп өндүрдү. Завод 15 күндө план боюнча канча машина өндүрүүгө тийиш болгон?

Өзүңдү текшерип көр!

1. 1; 0; –4 сандарынын ичинде $3(x-7)+4=7x-1$ тендемесинин тамыры барбы?

2. Теңдемени чыгар:

1) $2x-3(x-1)=4+2(x-1)$;

2) $\frac{x}{3}+\frac{x+1}{4}=2$.

3) Сатуучу товарынын 20 % ын 40 % киреше менен сатты. Бардык сатуудан 32 % киреше алуу үчүн ал калган товарын канча пайыз киреше менен сатууга тийиш?

II глава боюнча машыгуулар

114. 1) 1 кг ы 200 сумдан сатып алынган жүзүмдүн 3 кг ынан 1 кг шире алынып, 720 сумга сатылды. Жүзүмдүн баасы 50 сумга арзандады. Соодагер баштапкы кирешени сактап калмакчы. Ширенин жаңы баасы баштапкысынан канча сумга арзан кылынышы керек?
2) 20 % дуу шире алмакчысың. Айтчы, канча литр кайнаган сууга 200 грамм кум шекер кошосуң?

115. 1) Идиште баштап белгилүү санда суу бар болчу. Эгерде идишке a литр суу куюлса, анда идиштин $\frac{1}{8}$ бөлүгү толот. Эгерде идиштеги баштапкы суудан a литр алып салынса, идиштин $\frac{3}{20}$ бөлүгү толук болот. Баштап идиштин канча бөлүгү толук болгон?
2) Идиштин $\frac{1}{5}$ бөлүгү бош. Акмат идишти толтурмакчы. Ал идиштеги суунун канча бөлүгүнө чейин суу куйса, идиш толот? Ага жардам бер.

116. Жердин алгачкы эки жасалма жолдошунун массасы 592,4 кг ды түздү. Биринчи жасалма жолдош үчүнчүсүнөн 1243,4 кг га женил, ал эми экинчисинен болсо 818,2 га жеңил. Жердин алгачкы үч жасалма жолдошторунун ар биринин массасын тап.

117. Кайык дарыянын агымы боюнча 2,4 саат жана агымга каршы 3,2 саат сүздү. Кайыктын агым боюнча сүзүп өткөн жолу агымга каршы сүзүп өткөн жолунан 13,2 км ге көп болду. Эгерде дарыя агымынын ылдамдыгы 3,5 км/саат болсо, анда кайыктын акпас суудагы ылдамдыгын тап.

118. Бостон жана Гүлстан айылдарынын ортосундагы аралык 72 км. Бул айылдардан эки саякатчы бир убакытта жолго чыкты. Биринин ылдамдыгы саатына v километр, ал эми экинчисиники болсо саатына u километр. 2 сааттан кийин алардын ортосундагы аралык канча километр болот? Бардык жагдайларды карап чык жана иликте.

№ 4 *Жыгачты 3 бөлүккө бөлүү үчүн 12 минут керек. Ал эми ошол жыгачты 4 бөлүккө бөлүү үчүн канча минут керек болот?*

119. Идиштин $\frac{1}{3}$ бөлүгү суу менен толгон. Бул суунун $\frac{1}{4}$ бөлүгү иштетилгенден кийин ага 45 литр суу куюлса, идиштин $\frac{1}{8}$ бөлүгү бош болот. Идишке бардыгы болуп канча литр суу батат?

120. Сыноодо 60 суроо берилди, ар бир туура жооп 5 баллга бааланды. 4 туура эмес жооп үчүн жаза иретинде бир туура жооп жокко чыгарылды. Бул сыноодо бардык суроолорду белгилеген бир окуучу 225 балл алган болсо, анда ал канча суроого туура жооп берген?

II глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер

1. $\frac{5x-3}{8}=\frac{x}{2}+3+\frac{11-3x}{4}$ теңдемесинин тамыры x_0 болсо, x_0^2+1 туюнтмасынын сандык маанисин тап.

A) 50; B) 10; C) 5; D) 37.

2. $\frac{2x+1}{3}+2=\frac{3x-2}{2}+\frac{x+1}{3}$ теңдемесинин тамыры x_0 болсо, анда $18:x_0$ туюнтмасын эсепте:

A) 6; B) 7; C) –7; D) $46\frac{2}{7}$.

3. $(x+3):(x-2)=5:3$ теңдемесинин тамыры x_0 болсо, анда $2x_0+61$ туюнтмасынын сандык маанисин тап.

A) –80; B) 70; C) 80; D) 81.

4. $4:(2x+5)=2:(3x-2)$ теңдемесинин тамыры x_0 болсо, анда $4x_0+11$ туюнтмасынын сандык маанисин тап.

A) –18; B) –20; C) 19; D) 20.

5. $0{,}8\cdot(1{,}5x-2)-0{,}4x=0{,}3\cdot(6x-5)-2{,}6$ теңдемесинин тамыры x_0 болсо, анда $x_0^2-0{,}5\,x_0$ туюнтмасынын сандык маанисин тап.

A) 5; B) 1,25; C) 6,25; D) –5.

6. Үч шкафта бардыгы болуп 385 китеп бар. Биринчи шкафта экинчисине караганда 8 ге көп, ал эми үчүнчү шкафтагынан 9 га аз китеп бар. Ар бир шкафта канчадан китеп бар?

A) 128; 120; 137; B) 127; 119; 139;
C) 127; 122; 136; D) 126; 134; 125.

7. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 51 см ге барабар. Негизи каптал жагынан 6 см ге узун. Ошол үч бурчтуктун каптал жагынын негизине болгон катышын тап.

A) A) 7 : 5; B) 5 : 7; C) 2 : 3; D) 10 : 7.

8. Тең капталдуу үч бурчтуктун периметри 42 см ге барабар. Каптал жагы негизинин $\frac{2}{3}$ бөлүгүн түзөт. Ошол үч бурчтуктун негизи каптал жагынан канча сантиметрге узун?

A) 7,5 см; B) 6,5 см; C) 6 см; D) 7 см.

9. Уста буюртманы 8 күндө аткарышы керек. Ал ар күнү пландан тышкары 6 дан тетик даярдап, буюртманы 5 күндө аткарып гана калбастан, ошондой эле дагы 12 тетикти ашыгы менен даярдады. Уста план боюнча бир күндө канча тетик даярдашы керек болчу?

A) 6; B) 4; C) 5; D) 7.

Тендемени чыгар **(10—11):**

10. $8(x+2)-5x=-2(x+4,5).$

A) –5; B) 5; C) 6; D) –4,5.

11. $6\cdot(2,3x-1)-3,5x+0,7x=0,5(x-14).$

A) $-\frac{2}{21}$; B) 10,5; C) $\frac{2}{21}$; D) 7.

12. Үч бурчтуктун бир жагы: экинчи жагынан 3 см ге узун, үчүнчү жагынан болсо 5 см ге кыска. Эгерде үч бурчтуктун периметри 41 см болсо, анын эң узун жагы эң кыска жагынан канча эсе узун?

A) 2; B) 1,5; C) 1,3; D) 1,8.

13. Биринчи түрмөктө 75 м, ал эми экинчи түрмөктө 120 м атлас бар. Экинчи түрмөктөн биринчисинен сатылгандагыга караганда 3 эсе көп атлас сатылды. Натыйжада биринчи түрмөктө экинчисине караганда 2 эсе көп атлас калды. Ар бир түрмөктөн канча метрден атлас сатылган?
A) 24 м; 72 м; B) 30 м; 90 м; C) 15 м 45 см; D) 33 м; 99 м.

14. Теңдемени чыгар:

$$3(x+2)-2(x+3)=7-5(x+1).$$

A) $-\frac{1}{3}$; B) $\frac{1}{3}$; C) -1; D) 2.

Тарыхый маалыматтар

Мухаммед ибн Муса ал-Харезмий «Ал-жабр вал-мукабала эсеби жөнүндө кыскача китеп» аттуу чыгармасына кирген «ал-жабр» жана «вал-мукабала» эрежелерин биз 7-§ та теңдеменин негизги касиеттери иретинде гана баяндадык.

Алгебрада 3 түрдүү сандар менен иш жүргүзүлөт, дейт ал-Харезмий. Алар:

— тамыр же нерсе (теңдемедеги белгисиз сан x);

— квадрат (товар) (белгисиздин квдараты — x^2);

— жөнөкөй сан (бул жерде натуралдык сан көздө тутулат).

Харезмий ошол 3 түрдүү сандардын ортосунда ар түрдүү байланыштарды түзөт жана төмөнкү көрүнүштөгү теңдемелерди чыгаруунун усулдарын көрсөтөт:

1) $cx^2=bx$ — квадраттар тамырларга барабар;
2) $cx^2=a$ — квадраттар сандарга барабар;
3) $bx=a$ — тамырлар санга барабар;
4) $cx^2+bx=a$ — квадраттар жана тамырлар сандарга барабар;
5) $cx^2+a=bx$ — квадраттар жана сан тамырларга барабар;
6) $bx+a=cx^2$ — тамырлар жана сан квадраттарга барабар.

Биз 7-класста сызыктуу теңдемелерди гана үйрөнөбүз [3) пункттагы $bx=a$ теңдеме]. Калгандары 8-класста үйрөнүлөт. Ар кандай сызыктуу же квадрат теңдеме «ал-жабр» жана «вал-мукабала» алмаштырууларынын натыйжасында жогорудагы 6 теңдеменин бирине келтирилиши мүмкүн.

III ГЛАВА

БИР МҮЧӨЛӨР ЖАНА КӨП МҮЧӨЛӨР

9- § Натуралдык көрсөткүчтүү даража

Бирдей сандарды кошууну көбөйтүү менен алмаштырууга болот:

$$\underbrace{3+3+3+3+3}_{5 \text{ жолу}} = 3\cdot 5 \qquad \underbrace{a+a+a+a+\ldots+a}_{n \text{ жолу}} = a\cdot n$$

Бирдей болгон сандардын көбөйтүндүсүн да көптөгөн учурларда кыскараак жазуу менен алмаштыруу максатка ылайыктуу. Жактарынын узундугу 5 бирдикке барабар болгон квадратты алып көрөбүз (6-сүрөт). Ал $5 \cdot 5 = 25$ бирдик квадратты өз ичине алат. Жактарынын узундугу 5 бирдикке барабар болгон куб (7-сүрөт) болсо $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ бирдикти өз ичине алат.

Силерге белгилүү болгондой, $5 \cdot 5$ көбөйтүндүсү 5^2 (окулушу: «бештин квадраты»); $5 \cdot 5 \cdot 5$ көбөйтүндүсү болсо 5^3 (окулушу: «бештин кубу») сыяктуу белгиленет:

$$5 \cdot 5 = 5^2, \qquad 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3.$$

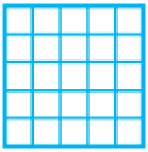
Ушул сыяктуу эле, көбөйтүүчүлөрү бирдей сандардан турган көбөйтүндүнүн жаңы амал — *даражага көтөрүү* менен алмаштырууга болот:

$$\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}_{5 \text{ жолу}} = 3^5, \qquad \underbrace{\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{7}}_{9 \text{ жолу}} = \left(\frac{1}{7}\right)^9,$$

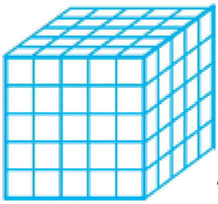
$$0{,}4 = (0{,}4)^1.$$

Жалпысынан алганда, n бирдей болгон көбөйтүүчүнүн көбөйтүндүсүн белгилөө үчүн a^n жазуусунан пайдаланылат:

$$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n \text{ жолу}} = a^n.$$



6-сүрөт.



7-сүрөт.

Ал мындайча окулат: «*a* санынын *n* көрсөткүчтүү даражасы». Адатта, кыскача кылып «*a* нын *n* даражасы» деп аталат.

a санынын n натуралдык көрсөткүчтүү даражасы деп, ар бири a га барабар болгон n көбөйтүүчүнүн көбөйтүндүсүнө айтылат:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ жолу}}$$

! *a санына (кайталануучу көбөйтүүчү) даражанын негизи, n санына (көбөйтүүчү канча жолу кайталанышын көрсөтүүчү сан) даражанын көрсөткүчү дейилет.*

Мисалы,

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81,$$

бул жерде 3 — даражанын негизи, 4 — даражанын көрсөткүчү, 81 болсо 3^4 — даражанын мааниси.

Атап айтканда, сандын биринчи даражасы деп ошол сандын өзүнө айтылат:

$$a^1 = a.$$

Мисалы, $5^1 = 5, 25^1 = 25, \left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}.$

Даражанын негизи каалагандай сан болушу мүмкүндүгүн эскерте кетебиз, мисалы,

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32; \quad \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125};$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32;$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81};$$

$$0,2^3 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008;$$

$$(-1)^6 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1;$$

$$0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0; \quad 10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000.$$

Даражага көтөрүү амалы — үчүнчү баскыч амалы болуп саналат. Эгерде туюнтмада кашаалар болбосо, анда адегенде үчүнчү баскыч амалдары, андан кийин экинчи баскыч амалдары (көбөйтүү жана бөлүү) жана аягында, биринчи баскыч амалдары (кошуу жана кемитүү) аткарылышын эскерте кетебиз.

Маселе. Эсептегиле: $7 \cdot 2^4 - 5 \cdot 3^2$.

$$7 \cdot 2^4 - 5 \cdot 3^2 = 7 \cdot 16 - 5 \cdot 9 = 112 - 45 = 67.$$

Сандарды даражанын жардамында жазуудан абдан көп учурларда, мисалы, натуралдык сандарды кошулуучулардын разряддык бирдиктеринин суммасы түрүндө жазуу үчүн пайдаланылат:

$$\triangle 3245 = 3 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 = 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5. \blacktriangle$$

Чоң сандарды жазган учурда көбүнесе 10 санынын даражалары кол-донулат. Мисалы, Жерден Күнге чейинки аралык болжол менен 150 млн км ге барабар болуп, ал $1{,}5 \cdot 10^8$ км түрүндө жазылат; Жер шарынын радиусу болжол менен 6,37 млн м ге барабар, аны $6{,}37 \cdot 10^6$ м түрүндө жазабыз; Жерден эң жакын жылдыз (альфа Центавр)га чейинки аралык $4 \cdot 10^{13}$ км түрүндө жазылат.

10 дон чоң болгон ар бир санды $a \cdot 10^n$ түрүндө жазууга болот, мында $1 \le a < 10$ жана n — натуралдык сан. Мындай жазууга сандын стандарттык көрүнүшү дейилет.

Мисалы,

$$4\,578 = 4{,}578 \cdot 10^3, \quad 45{,}78 = 4{,}578 \cdot 10, \quad 103\,000 = 1{,}03 \cdot 10^5.$$

Физика жана химия предметтерин үйрөнүүдө, микрокалькулятордун жардамында эсептөөлөрдү жүргүзгөндө жана башка көптөгөн учурларда сандын стандарттык көрүнүшүндөгү жазуудан пайдаланылат.

Машыгуулар

Сумманы көбөйтүндү түрүндө жаз **(121—122):**

121. 1) $4+4+4+4+4$; 3) $c+c+c$;

2) $6+6+6+6$; 4) $a+a+a+a+a$.

122. 1) $2m+2m+2m$;

2) $17ab+17ab+17ab$;

3) $(c-2d)+(c-2d)$;

4) $(3b-a)+(3b-a)+(3b-a)$;

5) $\underbrace{3+3+...+3}_{21\ \text{жолу}}$;

6) $\underbrace{5+5+...+5}_{17\ \text{жолу}}$;

7) $\underbrace{m+m+...+m}_{n\ \text{жолу}}$;

8) $\underbrace{b+b+...+b}_{k\ \text{жолу}}$.

Көбөйтүндүнү даража түрүндө жаз **(123—125):**

123. 1) $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$; 2) $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}$; 3) $\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)$;

4) $(-2,7)\cdot(-2,7)\cdot(-2,7)\cdot(-2,7)$.

124. 1) $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x$; 3) $(2a)\cdot(2a)\cdot(2a)$;

2) $m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m$; 4) $(-3b)\cdot(-3b)\cdot(3b)\cdot(3b)$.

125. 1) $(x-y)\cdot(x-y)\cdot(x-y)$; 3) $\frac{3x}{2}\cdot\frac{3x}{2}$;

2) $(a+b)\cdot(a+b)$; 4) $\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}$.

Көбөйтүндүнүн даража түрүндөгү жазуусунан пайдаланып, туюнтманы жөнөкөйлөштүр **(126—128):**

126. 1) $2\cdot2\cdot2\cdot15$; 3) $5\cdot5\cdot8\cdot8\cdot8\cdot2\cdot2$;

2) $4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot2\cdot1$; 4) $6\cdot6\cdot7\cdot7\cdot3\cdot3\cdot3$.

127. 1) $1,2\cdot1,2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5$; 2) $0,5\cdot0,5\cdot0,5\cdot\ \cdot2\cdot4\cdot4$;

3) $0,3\cdot0,3\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}$; 4) $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot2,3\cdot2,3$.

128. 1) $9\cdot9\cdot9\cdot a\cdot a\cdot a$; 3) $\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}(x-y)\cdot(x-y)$;

2) $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot\ 3\cdot3$; 4) $\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot(8a-b)\cdot(8a-b)\cdot(8a-b)$.

Туюнтманы жөнөкөйлөштүр **(129—130):**

129. 1) $p\cdot p\cdot p\cdot p+q\cdot q$; 3) $a\cdot a+a\cdot a+a\cdot a$;

2) $a\cdot a+b\cdot b\cdot b\cdot b$; 4) $x\cdot x\cdot x+x\cdot x\cdot x$.

130. 1) $\underbrace{c \cdot c + c \cdot c + \ldots + c \cdot c}_{k \text{ жолу}}$; 3) $\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ жолу}} + \underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{m \text{ жолу}}$;

2) $\underbrace{a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot a + \ldots + a \cdot a \cdot a}_{n \text{ жолу}}$; 4) $\underbrace{5 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot 5}_{k \text{ жолу}} + \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{17 \text{ жолу}}$.

131. Туюнтманы оку, даражанын негизин жана даражанын көрсөткүчүн айт:

1) 3^2; 3) $\left(-\frac{2}{9}\right)^{41}$; 5) $(4m+n)^{15}$;

2) $\left(1\frac{3}{8}\right)^3$; 4) $(-1,2)^{39}$; 6) $\left(\frac{2a}{3b}\right)^7$.

Эсепте **(132—139):**

132. 1) 2^3; 2) 3^2; 3) 4^4; 4) 5^3.

133. 1) 1^5; 2) $(-1)^7$; 3) 0^{15}; 4) 0^5.

134. 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; 2) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; 3) $\left(1\frac{2}{7}\right)^2$; 4) $\left(2\frac{1}{3}\right)^3$.

135. 1) $(2,5)^2$; 2) $(1,7)^2$; 3) $(-0,2)^3$; 4) $(-0,2)^4$.

136. 1) $(-5)^3$; 2) -5^3; 3) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^2$; 4) $-\left(2\frac{1}{4}\right)^2$.

137. 1) $\frac{(-0,2)^4}{(0,1)^5}$; 2) $\frac{(0,3)^3}{(-0,1)^4}$; 3) $\frac{(3,2)^2}{(1,6)^2}$; 4) $\frac{(2,6)^2}{(1,3)^2}$.

138. 1) $2 \cdot (-3)^2$; 2) $-5 \cdot (-2)^3$; 3) $-\frac{1}{2} \cdot (-4)^2$; 4) $-\frac{2}{3} \cdot (-3)^2$.

139. 1) $(-5)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)$; 2) $(-3)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$;

3) $-(-3)^2 \cdot 2^3$; 4) $-(-3)^2 \cdot (-2)^3$.

140. $-x^2; (-x)^2; (-x)^3$ туюнтманын маанисин $x = 1\frac{1}{2}; \ -5$ те тап.

141. x^2 туюнтманын маанисин x тин жадыбалда көрсөтүлгөн маанилери үчүн эсепте:

x	0	1	–1	2	–2	3	–3	4	–4	5	–5	6	–6
x^2													

142. x^3 туюнтманын маанисин x тин жадыбалда көрсөтүлгөн маанилери үчүн эсепте:

x	0	1	–1	2	–2	3	–3	4	–4	5	–5	6	–6
x^3													

143. Төмөнкү ырастоолордун кайсы бири туура, ал эми кайсы бири туура эмес? Себебин түшүндүр. Ырастоону тура эмес деп тапсаң, аны четке кагуучу мисал тап.

1) эки сандын квадраттары барабар болсо, анда бул сандардын өздөрү да барабар;

2) эки сандын кубдары барабар болсо, анда бул сандардын өздөрү да барабар;

3) эгерде терс санга анын квадраты кошулса, анда оң сан алынат;

4) эгерде терс сандан анын квадраты кемитилсе, анда терс сан алынат;

5) эгерде оң сандан анын квадраты кемитилсе, анда оң сан алынат.

Төмөнкү ырастоолордун кайсы бири туура, кайсы бири туура эмес? Себебин түшүндүр. Ылайыктуу мисалдар түз **(144–145):**

144. 1) натуралдык сандын квадраты каалагандай цифра менен аякташы мүмкүн;

2) натуралдык сандын кубу каалагандай цифра менен аякташы мүмкүн.

145. 1) натуралдык сандын төртүнчү даражасы жалаң 0; 1; 5; 6 цифралары менен аякташы мүмкүн.

2) натуралдык сандын бешинчи даражасы ошол сан кайсы цифра менен аяктаган болсо, ошол цифра менен аяктайт.

10-§ *Натуралдык көрсөткүчтүү даражанын касиеттери*

Даражага көтөрүү бир топ маанилүү касиеттерге ээ.

1-касиет.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Негиздери бирдей болгон даражаларды көбөйткөн учурда негиз өзгөрбөйт, ал эми даражанын көрсөткүчтөрү болсо кошулат.

Натуралдык көрсөткүчтүү даражанын аныктамасы боюнча

$$2^2 \cdot 2^3 = \underbrace{(2\cdot 2)}_{2\text{ жолу}} \cdot \underbrace{(2\cdot 2\cdot 2)}_{3\text{ жолу}} = \qquad a^m \cdot a^n = \underbrace{(a\cdot a\cdot a\cdot \ldots \cdot a)}_{m\text{ жолу}} \times \underbrace{(a\cdot a\cdot a\cdot \ldots \cdot a)}_{n\text{ жолу}} =$$

көбөйтүүнүн топтоштуруу мыйзамы боюнча

$$= \underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{5\text{ жолу}} = \qquad = \underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}_{(m+n)\text{ жолу}} =$$

натуралдык көрсөткүчтүү даражанын аныктамасы боюнча

$$= 2^5. \qquad = a^{m+n}.$$

Ошентип,

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3}. \qquad a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

2-касиет.

$$a^m : a^n = a^{m-n},\ m > n,\ a \neq 0.$$

Негиздери бирдей болгон даражаларды бөлүү учурунда негиз өзгөрбөйт, ал эми даражанын көрсөткүчтөрү болсо кемитилет.

Шарт боюнча:

$$5 > 3. \qquad m > n,\ a \neq 0.$$

Даражанын биринчи касиети боюнча:

$$2^{5-3} \cdot 2^3 = 2^5. \qquad a^{m-n} \cdot a^n = a^m.$$

Ошондуктан,

$$2^{5-3} = 2^5 : 2^3. \qquad a^{m-n} = a^m : a^n.$$

Ошентип,

$$2^5 : 2^3 = 2^{5-3}. \qquad a^m : a^n = a^{m-n},\ m > n,\ a \neq 0.$$

$\frac{a^n}{a^n} = 1,\ a \neq 0$ экендигин эскерте кетебиз.

3-касиет.

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Даражаны даражага көтөрүү учурунда негиз өзгөрбөйт, ал эми даражанын көрсөткүчтөрү өз ара көбөйтүлөт.

Натуралдык көрсөткүчтүү даражанын аныктамасы боюнча

$$(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3 = \qquad (a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{n \text{ жолу}} =$$

даражанын биринчи касиети боюнча

$$= 2^{3+3} = \qquad = a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n \text{ жолу}}} =$$

көбөйтүүнүн аныктамасы боюнча

$$= 2^{3 \cdot 2}. \qquad = a^{mn}.$$

Ошентип,

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2}. \qquad (a^m)^n = a^{mn}.$$

4-касиет.

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

Көбөйтүндүнү даражага көтөрүү учурунда ар бир көбөйтүүчү ушул даражага көтөрүлөт.

$$(2 \cdot 3)^3 = \underbrace{(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3)}_{3 \text{ жолу}} = \qquad (ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n \text{ жолу}} =$$

көбөйтүүнүн топтоштуруу жана орун алмаштыруу мыйзамы боюнча

$$= \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2)}_{3 \text{ жолу}} \cdot \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3)}_{3 \text{ жолу}} = \qquad = \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n \text{ жолу}} \underbrace{(b \cdot b \cdot \ldots \cdot b)}_{n \text{ жолу}} =$$

натуралдык көрсөткүчтүү даражанын аныктамасы боюнча

$$= 2^3 \cdot 3^3. \qquad = a^n b^n.$$

Ошентип,

$$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3. \qquad (ab)^n = a^n b^n.$$

5-касиет.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; \quad b \neq 0.$$

Бөлчөктү даражага көтөргөн учурда анын алымы менен бөлүмү дал ушул даражага көтөрүлөт.

○ Натуралдык көрсөткүчтүү даражанын аныктамасы боюнча

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\right)}_{3\ \text{жолу}} = \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdots\frac{a}{b}\right)}_{n\ \text{жолу}} =$$

бөлчөктөрдү көбөйтүүнүн мыйзамы боюнч

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{mn}$

$(ab)^n = a^n \cdot b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$$= \frac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2}^{3\ \text{жолу}}}{\underbrace{3\cdot 3\cdot 3}_{3\ \text{жолу}}} = \qquad = \frac{\overbrace{a\cdot a \ldots \cdot a}^{n\ \text{жолу}}}{\underbrace{b\cdot b \ldots \cdot b}_{n\ \text{жолу}}} =$$

натуралдык көрсөткүчтүү даражанын аныктамасы боюнча

$$= \frac{2^3}{3^3}. \qquad = \frac{a^n}{b^n}.$$

Ошентип,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}. \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0. \ \bullet$$

1-маселе. Эсепте: $\frac{11^7 \cdot 7^3 \cdot 3^4}{11^6 \cdot 7 \cdot 3^4}$.

$$\triangle \ \frac{11^7 \cdot 7^3 \cdot 3^4}{11^6 \cdot 7 \cdot 3^4} = 11^{7-6} \cdot 7^{3-1} \cdot 1 = 11 \cdot 49 = 539. \ \blacktriangle$$

2-маселе. Жарыктын таралуу ылдамдыгы $3 \cdot 10^8$ м/сек га жакын. Жерден Күнгө чейинки болгон аралык $1{,}5 \cdot 10^{11}$ м. Жарык Күндөн Жерге чейинки болгон аралыкты канча убакытта басып өтөт?

△ Бир калыптагы кыймылда басып өтүлгөн жолдун $s = vt$ формуласы боюнча:

$$1{,}5 \cdot 10^{11} = 3 \cdot 10^8 \cdot t,$$

бул жерден $t = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 0{,}5 \cdot 10^3 = 500.$

Жообу. 500 сек $=$ 8 мин 20 сек. ▲

Машыгуулар

Көбөйтүндүнү даража түрүндө жаз **(146—152):**

146. 1) $3^5 \cdot 3^4$; 2) $7^2 \cdot 7^4$; 3) $6^3 \cdot 6$; 4) $5 \cdot 5^5$.

147. 1) c^3c^2; 2) a^3a^4; 3) $\left(\frac{1}{2}a\right)^7\left(\frac{1}{2}a\right)$; 4) $(3b)(3b)^6$.

148. 1) $(-2)^2 \cdot (-2)^3$; 3) $(-0{,}5)^4 \cdot (-0{,}5)^2$;

2) $(-3)^2 \cdot (-3)^2$; 4) $(-1{,}2)^3 \cdot (-1{,}2)^4$.

149. 1) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4$; 3) $(-5)^6 \cdot (-5)^3 \cdot (-5)^4$;

2) $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^3$; 4) $(-6)^3 \cdot (-6)^2 \cdot (-6)^7$.

150. 1) $(1{,}3)^2 \cdot (1{,}3) \cdot (1{,}3)^5$; 3) $y^4\, y^3\, y^7$;

2) $\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$; 4) $b^6\, b^8\, b$.

151. 1) $(-2{,}5a)^3 \cdot (-2{,}5a)^8$; 3) $(x-a)^7(x-a)^{10}$;

2) $\left(-\frac{5x}{6}\right)^5 \cdot \left(-\frac{5x}{6}\right)^7$; 4) $(n-m)^{15}(n-m)^5$.

152. 1) $4^4 \cdot 4^5$; 2) $3^8 \cdot 3^n$;

3) $c^{28} \cdot c^n$; 4) $a^n \cdot a^{13}$ (n — натуралдык сан).

153. Даражаны бирдей негиздүү эки даражанын көбөйтүндүсү түрүндө жаз:

1) 3^4; 2) $\left(\frac{5}{9}\right)^5$; 3) y^3;

4) c^{10}; 5) $(-x)^{17}$; 6) $(-11b)^{43}$.

Сандарды негизи 2 болгон даража түрүндө жаз **(154—157):**

154. 1) 32; 2) 4; 3) 2; 4) 128.

155. 1) 16; 2) 64; 3) 256; 4) 1024.

156. 1) $2 \cdot 2^6$; 2) $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^7$; 3) $8 \cdot 2^7$; 4) $16 \cdot 2^5$.

157. 1) $2 \cdot 128$; 3) $2^n \cdot 8$;

2) $2^{10} \cdot 32 \cdot 256$; 4) $16 \cdot 2^n$ (n — натуралдык сан).

Сандарды негизи 3 болгон даража түрүндө жаз **(158—161):**

158. 1) 9; 2) 3; 3) 27; 4) 81.

159. 1) 729; 2) 243; 3) $3 \cdot 3^4$; 4) $3^6 \cdot 3$.

№ 5 *Сандын ондук жазуусундагы акыркы цифра канчага барабар:*
1) 846^{847}; 2) 1987^{1987}; 3) 1998^{1998}; 4) 2009^{2009}?

160. 1) $3^5 \cdot 3^{17} \cdot 3$; 2) $3^2 \cdot 3^{11} \cdot 3^5$; 3) $3^5 \cdot 27$; 4) $81 \cdot 3^2$.

161. 1) $3^n \cdot 3^2$; 3) $3^{n+1} \cdot 81$;
2) $3 \cdot 3^n$; 4) $27 \cdot 3^n$ (n — натуралдык сан).

Тийиндини даража түрүндө жаз **(162—164):**

162. 1) $7^{10} : 7^8$; 2) $4^3 : 4$; 3) $(0,2)^4 : (0,2)^3$; 4) $10^{12} : 10^4$.

163. 1) $\left(-\frac{9}{7}\right)^8 : \left(-\frac{9}{7}\right)^5$; 2) $\left(\frac{1}{17}\right)^{18} : \left(\frac{1}{17}\right)^{17}$; 3) $x^{21} : x^7$; 4) $d^{24} : d^{12}$.

164. 1) $\left(\frac{3y}{4}\right)^6 : \left(\frac{3y}{4}\right)^2$; 3) $(a - b)^7 : (a - b)^5$;
2) $(2a)^5 : (2a)^3$; 4) $(m + n)^{10} : (m + n)^5$.

Негизи 2 болгон даража түрүндө жаз **(165—166):**

165. 1) $2^3 : 2$; 2) $2^4 : 4$; 3) $64 : 4$; 4) $32 : 2^3$.

166. 1) $8 : 2^2$; 2) $256 : 32$; 3) $\frac{2^7}{2^5}$; 4) $\frac{2^{10}}{2}$.

Негизи 3 болгон даража түрүндө жаз **(167—168):**

167. 1) $3^5 : 3^2$; 2) $3^4 : 3$; 3) $3^4 : 9$; 4) $27 : 3^2$.

168. 1) $243 : 27$; 2) $81 : 9$; 3) $\frac{3^{15}}{3}$; 4) $\frac{3^8}{3^4}$.

Эсепте **(169—171):**

169. 1) $\frac{2 \cdot 3^3}{3^2}$; 2) $\frac{2^4 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3}$; 3) $\frac{3^5 \cdot 3^{10}}{3^6 \cdot 3^7}$; 4) $\frac{5^8 \cdot 5^7}{5^4 \cdot 5^9}$.

170. 1) $\frac{8\cdot 3^3}{2\cdot 3^2}$; 2) $\frac{11^3\cdot 4^2}{11^2\cdot 4}$; 3) $\frac{2^4\cdot 2^6\cdot 2^3}{2^5\cdot 2^7}$; 4) $\frac{3^6\cdot 3^3}{3^5\cdot 3\cdot 3}$.

171. 1) $\frac{(-5)^9}{5^7}$; 2) $\frac{6^8}{(-6)^7}$; 3) $\frac{6^6}{3^4\cdot 2^3}$; 4) $\frac{3^6\cdot 2^7}{6^5}$.

Теңдемени чыгар **(172—174):**

172. 1) $x : 3^2 = 3^3$; | 2) $x : 2^4 = 2^2$; | 3) $x \cdot 2^6 = 2^8$; | 4) $x \cdot 3^5 = 3^8$.

173. 1) $5^5x = 5^7$; | 2) $4^6x = 4^8$; | 3) $3^8 : x = 3^8$; | 4) $2^{11} : x = 2^9$.

174. 1) $\frac{x}{2^3} = 2^2$; 2) $\frac{x}{3^2} = 3^3$; 3) $\frac{2^8}{x} = 2^5$; 4) $\frac{3^9}{x} = 3^7$.

Туюнтманы негизи *a* болгон даража түрүндө жаз **(175—177):**

175. 1) $(a^5)^6$; 2) $(a^8)^7$; 3) $(a^2)^5a^8$; 4) $a^5(a^2)^8$.

176. 1) $a^7\, a^5\, (a^2)^4$; | 2) $a^3\, (a^3)^3\, a^3$; | 3) $(a^3)^2\, a^4\, (a^4)^3$; | 4) $a^5\, (a^3)^4\, (a^2)^3$.

177. 1) $(a^7)^5 : (a^3)^4$; 2) $(a^6)^4 : (a^3)^5$; 3) $\frac{(a^3)^5 a^4}{a^{12}}$; 4) $\frac{a^8 (a^4)^4}{(a^3)^4}$.

178. *n* дин кандай маанисинде барабардык туура болот:

1) $3^n = 9$; 2) $128 = 2^n$; 3) $(2^2)^n = 16$; 4) $(3^n)^2 = 81$?

Сандарды көрсөткүчү 2 болгон даража түрүндө жаз **(179—181):**

179. 1) 0,01; 2) $\frac{25}{36}$; 3) $1\frac{9}{16}$; 4) 0,0004.

180. 1) 5^4; 2) 7^6; 3) $(-0,7)^{14}$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{24}$.

181. 1) a^4; 2) b^6; 3) c^{10}; 4) x^{20}.

Көбөйтүндүнү даражага көтөр **(182—187):**

182. 1) $(3\cdot 5)^4$; 2) $(7\cdot 6)^5$; 3) $(1,3\cdot 8)^5$; 4) $\left(4\cdot\frac{1}{7}\right)^3$.

183. 1) $(2a)^3$; 2) $(3x)^4$; 3) $(-4x)^5$; 4) $(-8b)^2$.

184. 1) $(ax)^7$; 2) $(6y)^6$; 3) $(2,5cd)^2$; 4) $(3nm)^3$.

185. 1) $(abc)^4$; 2) $(xyz)^7$; 3) $(3\cdot 5\cdot 11)^8$; 4) $(2\cdot 4\cdot 9)^9$.

186. 1) $(xy^3)^2$; 2) $(a^2b)^3$; 3) $(2b^4)^5$; 4) $(0,1c^3)^2$.

187. 1) $(10n^2m^3)^3$; 2) $(8a^4b^7)^3$; 3) $(-2,3a^3b^4)^2$; 4) $(-2nm^3)^4$.

Көбөйтүндүнү $3^2b^2=(3b)^2$ үлгүгө карап даража түрүндө жаз **(188—190):**

188. 1) 4^5x^5; 2) 2^3a^3; 3) $5^4\cdot 7^4$; 4) $2^5\cdot 3^5$.

189. 1) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 a^2$; 2) $(3,4)^4b^4$; 3) $(-1,2)^3y^3$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 a^2$.

190. 1) $16a^2$; 2) $81r^2$; 3) $9^7n^7m^7$; 4) $15^3a^3b^3$.

Туюнтманы көрсөткүчү 2 болгон даража түрүндө жаз **(191—193):**

191. 1) c^2d^{10}; 2) a^4b^6; 3) $25a^4$; 4) $81m^2$.

192. 1) $a^4b^6c^2$; 2) $x^2y^4z^8$; 3) $49x^8y^6$; 4) $100c^8x^6$.

193. 1) $0,25a^{10}b^6$; 2) $0,49n^2m^{10}$; 3) $\frac{49}{81}x^{12}y^{14}$; 4) $\frac{16}{625}a^{10}b^{16}$.

Туюнтманы көрсөткүчү 3 болгон даража түрүндө жаз **(194—197):**

194. 1) a^6; 2) b^9; 3) 5^{15}; 4) 4^6.

195. 1) $(-0,2)^{12}$; 2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{15}$; 3) $-0,125$; 4) $-0,001$.

196. 1) x^3y^9; 2) a^6b^3; 3) $b^9c^{12}d^3$; 4) $x^{12}y^9z^6$.

197. 1) $-27a^3$; 2) $-1000b^6$; 3) $-125n^6m^6$; 4) $-0,008x^3y^9$.

Эсепте **(198—202):**

198. 1) $(0,25)^7\cdot 4^7$; 2) $\left(\frac{4}{5}\right)^{17}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{17}$; 3) $(-0,125)^{11}\cdot 8^{11}$; 4) $(-0,2)^5\cdot 5^5$.

199. 1) $(-0,25)^9\cdot(-4)^9$; 3) $\left(\frac{6}{11}\right)^3\cdot(8,5)^3$;

2) $\left(-\frac{2}{7}\right)^7\cdot(-3,5)^7$; 4) $\left(\frac{1}{9}\right)^5\cdot(4,5)^5$.

200. 1) $\frac{2^8 \cdot 3^8}{6^5}$; 2) $\frac{4^5 \cdot 3^5}{12^3}$; 3) $\frac{10^5}{2^5 \cdot 5^5}$; 4) $\frac{14^4}{2^3 \cdot 7^3}$.

201. 1) $\frac{6^{12} \cdot 4^{12}}{3^{12} \cdot 8^{12}}$; 2) $\frac{4^{10} \cdot 3^{10}}{2^{10} \cdot 6^{10}}$; 3) $\frac{15^4}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 25}$; 4) $\frac{4^{16}}{8^{10}}$.

202. 1) $\frac{8 \cdot 27^3}{3^8}$; 2) $\frac{2^8 \cdot (7^2)^4}{14^7}$; 3) $\frac{16^2 \cdot 3^5}{12^4}$; 4) $\frac{2^9 \cdot (2^2)^5}{(2^5)^3}$.

Бөлчөктү даражага көтөр **(203—206):**

203. 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; 2) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$; 3) $\left(\frac{3}{a}\right)^2$; 4) $\left(\frac{b}{8}\right)^3$.

204. 1) $\left(-\frac{m}{11}\right)^2$; 2) $\left(-\frac{13}{n}\right)^2$; 3) $\left(\frac{d}{-2}\right)^3$; 4) $\left(\frac{-4}{c}\right)^3$.

205. 1) $\left(\frac{a}{2b}\right)^4$; 2) $\left(\frac{3b}{5c}\right)^4$; 3) $\left(\frac{2^3}{3^2}\right)^7$; 4) $\left(\frac{5^2}{7^4}\right)^3$.

206. 1) $\left(\frac{a+b}{3}\right)^3$; 2) $\left(\frac{7}{2+c}\right)^2$; 3) $\left(\frac{m+n}{m-n}\right)^5$; 4) $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^7$.

Бөлчөктү даража түрүндө жаз **(207—209)**:

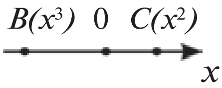
207. 1) $\frac{3^7}{4^7}$; 2) $\frac{2^5}{5^5}$; 3) $\frac{m^3}{2^3}$; 4) $\frac{5^7}{a^7}$.

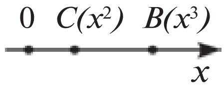
208. 1) $\frac{x^6}{y^6}$; 2) $\frac{a^3}{b^3}$; 3) $\frac{25}{36}$; 4) $\frac{49}{100}$.

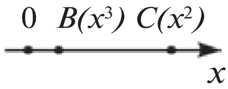
209. 1) $\frac{(2b)^2}{(3b)^2}$; 2) $\frac{(4x)^4}{(3y)^4}$; 3) $\frac{1}{-8}$; 4) $\frac{-1}{27}$.

Эсепте **(210—211):**

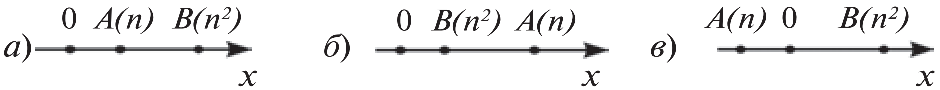
210. $A(x)$ чекити координаталар огунун каеринде болушун чамалап көрсөт:

а) 

б) 

в) 

211. $C(n^3)$ чекити координаталар огунун каеринде болушун чамалап көрсөт:



212. 1) Жердин массасы $6 \cdot 10^{24}$ кг га барабар. Ал эми Күндүн массасы болсо $2 \cdot 10^{30}$ кг. Жердин массасы Күндүн массасынан канча эсе аз?

2) Жерден Сириус жылдызына чейинки аралык 83 000 000 000 000 км. Жарык Жерден Сириуска чейин болжол менен канча жылда жетип барышын эсепте.

213. Туюнтманын маанисин тап:

1) $\frac{2-b^2}{2b}$, мында $b=-2$; 2) $\frac{3a}{a^3-3}$, мында $a=-3$.

214. Туюнтманы даража түрүндө жаз:

1) $5^{3n+4} \cdot 5^{2n-1} : 5^{n+2}$; 3) $\frac{a^{6n-4}a^{4n+1}}{a^{5n-2}}$;

2) $3^{4n+3} \cdot 3^{3n-2} : 3^{2n-1}$; 4) $\frac{b^{5n-3}b^{3n+2}}{b^{4n-1}}$ (n — натуралдык сан).

215. n дин кандай маанисинде барабардык туура болот:

1) $(4^4)^n = 4^{12}$; 2) $(5^n)^2 = 5^{14}$; 3) $2^{2n} = 4^5$; 4) $3(3^2)^n = 3^{11}$?

216. Көбөйтүндүнү даражага көтөр:

1) $(8a^2b^4c^3)^3$; | 2) $(9x^4y^3z^7)^2$; | 3) $(-1{,}2x^5y^7z^7)^2$; | 4) $(-1{,}2a^3b^2c^4)^5$.

217. Туюнтманы негизи a болгон даража түрүндө жаз:

1) $\frac{a^8a^5}{a^3a^6}$; 2) $\frac{a^9a^6}{a^5a^8}$; 3) $\frac{(a^3)^4(a^4)^3}{a^6a^9}$; 4) $\frac{a^6(a^3)^5}{(a^4)^2a^9}$.

218. Сандардын кайсы бири чоң:

1) 54^4 бы же 21^{12} бы; 3) 100^{20} бы же 9000^{10} бы;

2) 10^{20} бы же 20^{10} бы; 4) 6^{20} бы же 3^{40} бы?

219. Туура барабардык түз. Маселе канча чыгарылышка ээ?

1) $(...)^2 \cdot (...)^3 = -4a^8b^9c^{11}$;

2) $(...)^2 \cdot (...)^3 = -8a^{11}b^5c^7$?

220. Тендемени чыгар:

1) $x:1,75=7,125-3\frac{1}{8}$;

3) $18,9:x=0,021\cdot100$;

2) $\frac{5}{12}+\frac{1}{18}=\frac{17}{12}x$;

4) $754,5:(37,1+x)=15$.

221. Санды стандарттык көрүнүштө жаз:

1) 26 000; 2) 8 647 000; 3) 384 000;

4) Жерден Күнгө чейинки болгон аралык 149 500 000 км.

11-§ *Бир мүчө жана анын стандарттык көрүнүшү*

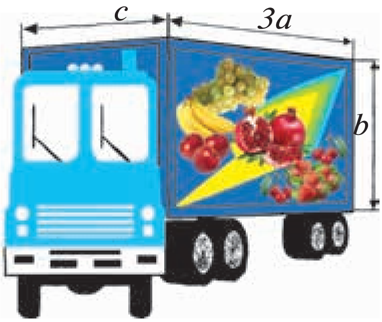
Түрдүү маселелерди чыгаруу учурунда көбүнесе ab, $\frac{1}{2}abc$, $3a^2b$ сыяктуу көрүнүштөгү алгебралык туюнтмаларга туш келебиз. Мисалы, өлчөмдөрү 8-сүрөттө көрсөтүлгөн муздаткычтуу машинанын сыйымдуулугу $3abc$ га барабар.

$3abc$ туюнтма биринчиси сан менен, калган үчөөсү *a, b, c* тамгалары менен белгиленген төрт көбөйтүүчүдөн турган көбөйтүндү болуп эсептелет.

Сандар менен жазылган көбөйтүүчүлөргө сандуу көбөйтүүчүлөр, тамгалар менен белгиленген көбөйтүүчүлөргө болсо тамгалуу көбөйтүүчүлөр дейилет. Сандуу жана тамгалуу көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүнөн турган алгебралык туюнтма бир мүчө деп аталат.

Мисалы, төмөнкү туюнтмалар бир мүчөлөр болуп саналат:

$$abc,\ (-4)a\cdot3ab,\ \frac{1}{4}a(-0,3)bab.$$



8-сүрөт.

Барабар көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүн натуралдык көрсөткүчтүү даража түрүндө жазууга мүмкүн болгондуктан, сандын даражасына жана сандардын даражаларынын көбөйтүндүсүнө да бир мүчөлөр дейилет. Мисалы, төмөнкү туюнтмалар бир мүчөлөр болуп саналат:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2,\ (-7),\ c^5,\ 4a^2,\ \left(-\frac{1}{2}\right)a^2b.$$

Ар бир санды ушул сан менен бирдин көбөйтүндүсү түрүндө жазууга мүмкүн болгондуктан, a, 2, $\frac{3}{8}$ көрүнүшүндөгү туюнтмалар да бир мүчөлөр болуп эсептелет:

Маселе. Бир мүчөнүн маанисин тап:

$$16ac\cdot(0,5)\,a\cdot(0,25)\,b,$$

мында $a=\frac{1}{3}$, $b=34$, $c=\frac{9}{17}$.

△ Тамгалардын маанилерин бир мүчөгө коюп, анын маанисин табабыз, б. а. жети сандын көбөйтүндүсүн эсептейбиз:

$$16\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{17}\cdot 0,5\cdot\frac{1}{3}\cdot 0,25\cdot 34.$$

Сандардын биринчисин экинчисине, алар кандай тартипте жазылган болсо, ошондой тартипте көбөйтүүгө болот:

$$16\cdot\frac{1}{3}=\frac{16}{3};\ \frac{16}{3}\cdot\frac{9}{17}=\frac{48}{17};\ \frac{48}{17}\cdot 0,5=\frac{24}{17};$$

$$\frac{24}{17}\cdot\frac{1}{3}=\frac{8}{17};\ \frac{8}{17}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{17};\ \frac{2}{17}\cdot 34=4.$$

Көбөйтүүнүн орун алмаштыруу жана топтоштуруу мыйзамдарын колдонуп, эсептөөнү кыскача аткарууга болот:

$$16ac\,(0,5)\,a\,(0,25)\,b=(16\cdot 0,5\cdot 0,25)\,(a\cdot a)\,bc=2a^2bc.$$

Эми $a=\frac{1}{3}$, $b=34$, $c=\frac{9}{17}$ болгондо, $2a^2bc$ бир мүчөнүн маанисин табабыз:

$$2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 34\cdot\frac{9}{17}=\frac{2\cdot 34\cdot 9}{9\cdot 17}=4.\ ▲$$

Маселени экинчи ыкма менен чыгаруу учурунда берилген бир мүчө кыйла жөнөкөй көрүнүштө жазылган эле: $2a^2bc$. Бул — бир мүчөнүн *стандарттык көрүнүшүнө* мисал.

! *Жалпысынан алганда, биринчи орунда турган бир гана сандуу көбөйтүүчүдөн жана ар түрдүү негиздүү тамгалуу даражалардан түзүлгөн бир мүчөгө стандарттык көрүнүштөгү бир мүчө дейилет.*

❗ *Ар кандай бир мүчөнү стандарттык көрүнүштө жазууга болот.* Ал үчүн бардык сандуу көбөйтүүчүлөрдү өз ара көбөйтүү жана алардын көбөйтүндүсүн биринчи орунга жазуу керек. Андан кийин бирдей тамгалуу көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүн даража түрүндө жазуу керек. Тамгалуу көбөйтүүчүлөр көбүнесе, шарттуу түрдө болбосо да, алфавиттик тартипте жайгаштырылат.

Бир мүчөнүн стандарттык көрүнүшүндө окшош тамгалардын болбостугун эскерте кетебиз.

Сандарттык көрүнүштө жазылган бир мүчөнүн сандуу көбөйтүүчүсүнө ушул *бир мүчөнүн коэффициенти* дейилет.

Мисалы, $2a$ бир мүчөнүн коэффициенти 2 ге барабар; $\frac{5}{6}ab^2$ бир мүчөнүн коэффициенти $\frac{5}{6}$ ке барабар, $(-7)a^2b^3c$ бир мүчөнүн коэффициенти (-7) ге барабар. Акыркы абалдагы мүчөнү кашаасыз жазууга болот:

$$(-7)\,a^2b^3c = -7a^2b^3c\,.$$

1 ге барабар болгон коэффициент адатта жазылбайт, анткени бирге көбөйткөн менен сан өзгөрбөйт. Мисалы, $1 \cdot abc^2 = abc^2$, б. а. abc^2 бир мүчөнүн коэффициенти бирге барабар.

Эгерде коэффициент (–1) ге барабар болсо, анда да бирди жана кашааларды жазбастан, «–» белгисин гана калтырууга болот. Мисалы, $(-1)\,abc = = -abc$, б. а. $-abc$ бир мүчөнүн коэффициенти –1 ге барабар.

Машыгуулар

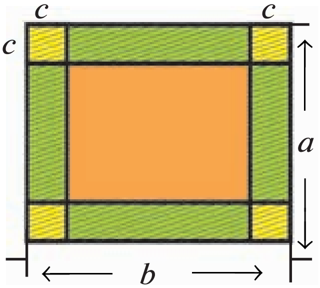
Сөз менен айтылган пикирди алгебралык туюнтманын жардамында жаз **(222—224):**

222. 1) a жана b сандарынын көбөйтүндүсүнүн эки эселенгени;
2) b жана c сандарынын көбөйтүндүсүнүн эки эселенгени;
3) x жана y сандарынын квадраттарынын көбөйтүндүсү;
4) a саны менен b санынын квадратынын көбөйтүндүсү.

223. 1) m санынын кубу менен p санынын көбөйтүндүсү;
2) a санынын квадраты менен b санынын көбөйтүндүсүнүн эки эселенгени;

224. 1) t сааттагы секунддардын саны;
2) n метрдеги сантиметрлердин саны.

225. 1) Берилген өлчөмдөр боюнча штрихтелген аянтты эсептөө формуласын чыгар (9- сүрөт);
2) $2bc + 2c(a - 2c) = 2ac + 2c(b - 2c)$ барабардыгынын тууралыгын фигуранын жардамында көрсөт;
3) Штрихтелген аянтты эки тик бурчтук аянттарынын айырмасы иретинде сүрөттө. Мындан пайдаланып, $ab - (b-2c)(a-2c) = 2ac + 2c\cdot(b-2c)$ барабардыгын далилде.



9- сүрөт.

226. Бир мүчөнүн сандык маанисин тап:

1) $\frac{3}{4}a^3$, мында $a = -2$;

2) $0,5b^2$, мында $b = -4$;

3) $3abc$, мында $a = 2$, $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{3}$;

4) $4pqr$, мында $p = \frac{1}{2}$, $q = 3$, $r = \frac{1}{6}$;

5) $\frac{1}{7}m^2(-0,2)n$, мында $m = 3$, $n = -35$;

6) $\frac{1}{9}y(-0,3)x^2$, мында $y = -15$, $x = 6$.

227. Бир мүчөнү стандарттык көрүнүштө жаз:

1) $3m^2m$;
3) $ab\cdot 0,5$;
5) $5^2pq^2(-4)pq$;
2) z^5z^5z;
4) $(-m)(-m^3)$;
6) $2^3qp^2(-3)^2pq$.

228. Бир мүчөнү стандарттык көрүнүштө жаз жана сандык маанисин тап:

1) $ac12c$, мында $a = -\frac{1}{3}$, $c = 4$;

2) $\frac{1}{6}a8b^2\frac{3}{4}ba^3$, мында $a = -2$, $b = \frac{1}{2}$.

229. *(Байыркы маселе).* Көлмөгө 4 ноо багытталган болуп, биринчи ноо көлмөнү бир күндө, экинчи ноо эки күндө, үчүнчү ноо үч күндө, төртүнчү ноо төрт күндө толтурат. Төрт ноо биргеликте көлмөнү канча убакытта толтурат?

12-§ *Бир мүчөлөрдү көбөйтүү*

Төмөнкү маселени чыгаралы.

Маселе. Тик бурчтуу параллелепипеддин көлөмү $V = abc$ формуласы боюнча эсептелет, бул жерде a — параллелепипеддин узундугу, b — туурасы жана c — бийиктиги. Эгерде ушул параллелепипеддин узундугу 5 эсе, туурасы $2n$ эсе, бийиктиги $3n$ эсе чоңойтулса, жаңы параллелепипеддин көлөмү канча болот?

△ Жаңы параллелепипеддин өлчөмдөрүн табабыз: узундугу $5a$, туурасы $2nb$, бийиктиги $3nc$. Анда анын көлөмү

$$V_1 = (5a)\cdot(2nb)\cdot(3nc)$$

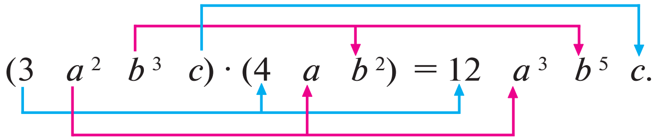
ке барабар. ▲

$(5a)\cdot(2nb)\cdot(3nc)$ туюнтма төмөнкү үч бир мүчөнүн көбөйтүндүсү болуп саналат: $5a$, $2nb$, $3nc$. Сандарды көбөйтүүнүн эрежелери боюнча мындай барабардыкты жазууга болот:

$$(5a)\cdot(2nb)\cdot(3nc) = 5a\cdot 2nb\cdot 3nc = (5\cdot 2\cdot 3)(annbc) = 30n^2abc.$$

Бир мүчөлөрдү көбөйтүүнүн натыйжасында дагы бир мүчө алынат жана аны стандарттык көрүнүштө жазып, жөнөкөйлөштүрүү керек, мисалы:

$$(3a^2b^3c)\cdot(4ab^2) = 3a^2b^3c\cdot 4ab^2 = 12a^3b^5c.$$



Эки же бир нече окшош бир мүчөлөрдүн көбөйтүндүсүн, б. а. бир мүчөнүн даражасын карайбыз, мисалы: $(5a^3b^2c)^2$. Бул бир мүчө 5, a^3b^2c көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсү болгондуктан, көбөйтүндүнү даражага көтөрүүнүн касиети боюнча:

$$(5a^3b^2c)^2 = 5^2(a^3)^2(b^2)^2c^2 = 25a^6b^4c^2.$$

Ушул сыяктуу:

$$(2pq^2)^3 = 2^3p^3(q^2)^3 = 8p^3q^6.$$

Бир мүчөнү натуралдык көрсөткүчтүү даражага көтөрүүнүн натыйжасында дагы бир мүчө алынат.

Бир мүчөлөрдү көбөйтүр **(230—237):**

230. 1) $(2a)(3b)$; 2) $(3a)(2b)$; 3) $b^2(-3b^3)$; 4) $(-2a)a^2$.

231. 1) $(2p)(-3c^2)$; 3) $(4a^2)(6a^3)$;

2) $(-5m^2)(-7n)$; 4) $\left(-\frac{1}{2}b^3\right)(8b^2)$.

232. 1) $\left(0,3a^2\right)\left(\frac{1}{4}b^3\right)$; 3) $(0,2p)(-1,3q^2)$;

2) $(-8m^3)(0,25n)$; 4) $\left(-\frac{3}{7}c^2\right)\left(-\frac{5}{6}b^3\right)$.

233. 1) $(3ab)\left(-2a^2b\right)$; 3) $\left(8ab^2\right)\left(\frac{1}{4}ac^2\right)$;

2) $(-4x^2y)(-7xy^2)$; 4) $(6a^2b)\left(\frac{1}{3}bc^2\right)$.

234. 1) $(3a^2b^5c)(6a^3bc^2)$; 3) $\left(\frac{2}{3}a^2b^3x\right)\left(\frac{3}{4}a^3bx^2\right)$;

2) $(7a^5b^2c)(-3ab^4c)$; 4) $\left(-\frac{3}{2}a^3xy^3\right)\left(\frac{3}{4}ax^2y\right)$.

235. 1) $(-0,4x^5y^6z^2)(-1,2xyz^3)$; 3) $\left(-1\frac{1}{3}x^2y^3z\right)\left(-1\frac{1}{2}xy^2z^3\right)$;

2) $(-2,5n^4m^5r^2)(3nm^2r^5)$; 4) $\left(2\frac{1}{4}a^2b^5c^3\right)\left(-3\frac{1}{3}a^3b^2c^4\right)$.

236. 1) $\left(-\frac{1}{3}m^2\right)(-24n)(4mn)$; 2) $(-18n)\left(-\frac{1}{6}m^2\right)(-5mn)$;

3) $\left(\frac{1}{3}ay^3\right)\left(\frac{3}{4}x^2y\right)(0{,}2a^3x)$; 4) $(-13a^2bc)(-5ab^2c)(-0,4abc^3)$.

237. 1) $(-a)(3b)(4a^2b)(5ab^2)$; 3) $(-1,5ab)\left(\frac{1}{4}bc\right)(2ac)(24ab)$;

2) $(5a)(a^2b^2)(-2b)(-3a)$; 4) $(1,2a^2)\left(-\frac{1}{3}ab\right)(-5bc)(2c^2)$.

Бир мүчөнү даражага көтөр **(238—241):**

238. 1) $(2a)^3$; 2) $(5b)^2$; 3) $(3b^2)^4$; 4) $(2a^3)^2$.

239. 1) $(-3ab)^4$; 2) $(-4ab)^2$; 3) $(-abc)^5$; 4) $(-2xyz)^3$.

240. 1) $(-2a^2b)^3$; 2) $(-a^2bc)^5$; 3) $(-3x^3y)^2$; 4) $(-2x^2y^3)^4$.

241. 1) $\left(\frac{1}{2}nm^2\right)^3$; | 2) $\left(\frac{1}{3}n^2m^2\right)^4$; | 3) $(-0,1a^3b^3)^3$; | 4) $(0,4a^3b^2)^2$.

Амалдарды аткар **(242—243):**

242. 1) $(-2a)^3(-3a)$; 3) $(-0,2bc^2)^2(20cx^2)$;

2) $(-a)^3(2a)$; 4) $(-0,1ab^2c)^2(100by^2)$.

243. 1) $\left(-1\frac{3}{5}x^3y^2\right)\left(-\frac{1}{2}c^2x^2\right)^3$; 3) $(-3bc^2)^3(2ab^2)^2$;

2) $\left(2\frac{1}{4}x^3y\right)\left(\frac{2}{3}xy^2\right)^2$; 4) $(-2a^2b)^2(-a^2b^3)^3$.

244. Бир мүчөнү башка бир мүчөнүн квадраты түрүндө жаз:

1) $9a^2$; 2) $16x^4$; 3) $25a^2b^4$;
4) $81x^6y^2$; 5) $36x^{10}y^4$; 6) $1,21a^8b^4$.

245. Бир мүчөлөрдү көбөйтүр жана алынган туюнтманын маанисин тап:

1) $\frac{1}{3}a^2\cdot 3a^2b$, мында $a=-2$, $b=\frac{5}{7}$;

2) $\frac{2}{5}mn\cdot 10n^2$, мында $m=0,8$, $n=4$;

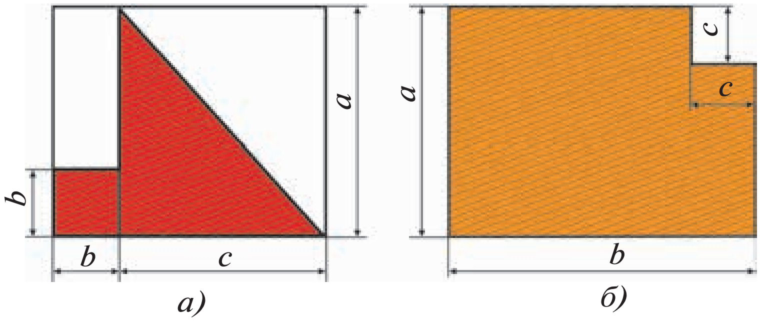
3) $4a\cdot\frac{1}{16}a^2b^2c$, мында $a=4$, $b=\frac{1}{4}$; $c=3$;

4) $0,7m^2n\cdot 100np$, мында $m=0,3$, $n=-0,2$, $p=4$.

246. *(Байыркы маселе).* Балыктын үчтөн бир бөлүгү ылайда, төрттөн бир бөлүгү сууда жана үч карычы суунун үстүндө. Балыктын узундугу канча карыч?

13-§ Көп мүчөлөр

Алгебрада көбүнесе бир мүчөлөрдүн суммасынан же айырмасынан турган алгебралык туюнтмалар каралат. Мисалы, 10-*а* сүрөттө берилген фигуранын штрихтелген бөлүгүнүн аянты $\frac{1}{2}ac+b^2$ ка барабар, 10-*б* сүрөттө берилген фигуранын аянты болсо $ab-c^2$ ка барабар. $\frac{1}{2}ac+b^2$ туюнтма төмөнкү эки бир мүчөнүн суммасы: $\frac{1}{2}ac$ жана b^2; $ab-c^2$ туюнтма ab жана c^2 бир мүчөлөрдүн айырмасы же ab жана $(-c^2)$ бир мүчөнүн суммасы. Бул туюнтмалар бир мүчөлөрдүн алгебралык суммасы болот. Мындай туюнтмаларга *көп мүчөлөр* дейилет.



10-сүрөт.

Бир нече бир мүчөлөрдүн суммасы көп мүчө деп аталат.

Көп мүчөлөрдү түзүүчү бир мүчөлөргө ушул *көп мүчөнүн мүчөлөрү* дейилет.

Мисалы, $5nm^2 - 3m^2k - 7nk^2 - 4nm$ көп мүчөнүн мүчөлөрү $5nm^2$, $-3m^2k$, $-7nk$, $4nm$ болот.

Эки мүчөдөн турган көп мүчөгө эки мүчө дейилет, үч мүчөдөн турган көп мүчөгө үч мүчө дейилет жана у. с.

Эки мүчөгө мисалдар: $a^2 - b^2$, $5ab - 4c$.

Үч мүчөгө мисалдар: $a + 2b - 3c$, $\frac{1}{2} - bc + 3ab$.

Бир мүчөнү да көп мүчө деп эсептейбиз.

Эгерде көп мүчөнүн кээ бир мүчөлөрү стандарттык көрүнүштө жазылбаган болсо, анда ушул көп мүчөнүн бардык мүчөлөрүн стандарттык көрүнүштө жазып, аны жөнөкөйлөштүрүүгө болот.

Маселе. $2a4b-5abac+9bc\frac{1}{3}c$ көп мүчөнү жөнөкөйлөштүр.

△ Берилген көп мүчөнүн бардык мүчөлөрүн стандарттык көрүнүштө жазабыз:

$$2a4b=8ab;\ -5abac=-5a^2bc;\ 9bc\frac{1}{3}c=3bc^2.$$

Демек, $2a4b-5abac+9bc\frac{1}{3}c=8ab-5a^2bc+3bc^2$. ▲

Машыгуулар

247. Көп мүчөлөрдү түзгөн бир мүчөлөрдү атап чык:

1) $-2x^2+3x-1$;
2) $4x^2-3x+6$;
3) $7a^2-\frac{1}{3}b-\frac{2}{5}c$;
4) $-3a+0,5x-2x^2$.

248. Көп мүчөлөрдү бир мүчөлөрдүн суммасы түрүндө жаз:

1) $7a^4-9a^3-2a+11$;
2) $-6x^5+3x^4-12x^2+5$;
3) $1,6a^3b-4a^2b^2+13ab^3-b^4$;
4) $2,5x^4-18x^3y-16x^2y-3xy^2$.

249. Бир мүчөлөрдөн көп мүчөлөрдү түз:

1) $6x^2$, $7x$ жана 9;
2) $2x^2$, $-11x$ жана 3;
3) $-x^4$, x^3 жана $-x$;
4) a^5, $-a^4$ жана a;
5) $8a$, $4a^2b$, $-2ab^2$ жана b^3;
6) $4a^3b$, $-2a^2b^2$, $-5ab^3$.

250. Көп мүчөнү анын ар бир мүчөсүн стандарттык көрүнүшкө келтирип, жөнөкөйлөштүр:

1) $12a^23ba-2ab3ab^2+11aba$;
2) $2ab^24ab-3a^28aba-2abab^2$;
3) $1,5xy^2(-4)xyz-4mnk5m^2nk$;
4) $4cc^2c\left(-\frac{1}{4}\right)bc+5xy^2xy^2$.

251. Туюнтманы, анын ар бири кошулуучусун стандарттык көрүнүшкө келтирип, жөнөкөйлөштүр:

1) $3aaa\left(-1\frac{2}{3}ab\right)+4xxx3xy;$

2) $1,5yyy(-4xyz)-4mnk\cdot 5m^2nk^2;$

3) $(2ab)\left(\frac{1}{4}a^2b^2\right)-(3a^2b)\left(\frac{1}{9}b\right);$

4) $(3a)\left(\frac{1}{9}ab^2\right)-(4b^2)\left(\frac{1}{2}a^2b\right).$

252. Көп мүчөнүн сандык маанисин тап:

1) $2a^3+3ab+b^2$, мында $a=0,5$, $b=\frac{2}{3}$;
2) $2a^4-ab+2b^2$, мында $a=-1$, $b=-0,5$;
3) $x^2-2xy+y^2$, мында $x=y=-4,2$;
4) $x^2+2xy+y^2$, мында $x=1,2$, $y=-1,2$.

253. Көп мүчөнү жөнөкөйлөштүр жана анын сандык маанисин тап:

1) $-aba+a^2b2ab^2+4$, мында $a=2$, $b=\frac{1}{2}$;
2) $b^25ab-5a5a^2b$, мында $a=\frac{1}{5}$, $b=-2$;
3) $x^2yxy-xy^2xy+xy$, мында $x=-3$, $y=2$;
4) $xy^2x^2y-xyxy$, мында $x=-2$, $y=3$.

14-§ Окшош мүчөлөрдү жөнөкөйлөштүрүү

Төмөнкү маселени чыгаралы.

1-маселе. Ар бир бетинде бирдей сандагы тамгалары болгон эки китеп бар: бир бетинде *n* сап орун алган жана ар бир сапта *m* тамга бар. Биринчи китеп 300 беттен, экинчиси 500 беттен турат. Эки китепте бардыгы болуп канча тамга бар?

1-усул. Ар бир беттеги тамгалардын саны *mn* ге барабар. Биринчи китепте 300 *nm* тамга, экинчисинде 500 *nm* тамга, экөөсүндө болсо

$$300\,nm + 500\,nm = 800\,nm$$

тамга бар.

2-усул. Ар бир беттеги тамгалардын саны nm ге барабар. Эки китептеги беттердин саны $300+500=800$ гө, алардагы тамгалардын саны 800 nm ге барабар.

Эки жооптун тең туура экендиги көрүнүп турат, ошондуктан

$$300\ nm+500\ nm=800\ nm.$$

Бирок эсептөөдө экинчи ыкма ыңгайлуу. Мисалы, эгерде $n=40$, $m=50$ болсо, анда $nm=2000$ жана $300nm+500nm$ туюнтманы эсептөө үчүн дагы үч эсептөөнү аткаруу керек:

$$300\cdot 2000+500\cdot 2000=600\,000+1\,000\,000=1\,600\,000.$$

800 nm туюнтманы эсептөө үчүн болгону бир гана амалды аткаруу керек болот: $800\cdot 2000=1\ 600\ 000$.

Мына ошондуктан алгебралык туюнтмаларды жөнөкөйлөштүрүүнү билүү чоң мааниге ээ.

$300\ nm+500\ nm$ эки мүчө эки бир мүчөнүн суммасынан турат:

$$300\ nm \text{ жана } 500\ nm.$$

Бул бир мүчөлөр бири-биринен коэффициенттери менен гана айырмаланышат. Мындай бир мүчөлөр *окшош* бир мүчөлөр деп аталат.

Мисалы, abc жана $3abc$ бир мүчөлөрү окшош, $2pq^2$ жана $5q^2p$ бир мүчөлөр да окшош, бирок a^2b жана ab^2 бир мүчөлөр окшош эмес.

Бирдей болгон бир мүчөлөрдү да окшош деп эсептейбиз.

Мисалы, $2a^2b$ жана $2a^2b$ бир мүчөлөр окшош.

2-маселе. $3ab-2bc+4ac-ab+3bc+4ab$ көп мүчөнү жөнөкөйлөштүр.

△ Окшош бир мүчөлөрдү ажыратабыз: $3ab$, $-ab$, $4ab$ бир мүчөлөр окшош, $-2bc$ жана $3bc$ окшош бир мүчөлөрдүн астына эки сызык тартабыз. 4 ac бир мүчөнүн окшошу жок, анын астына сызбайбыз, башкача айтканда:

$$\underline{3ab}-\underline{\underline{2bc}}+4ac-\underline{ab}+\underline{\underline{3bc}}+\underline{4ab}.$$

Көп мүчөнүн мүчөлөрүнүн ордуларын окшош мүчөлөр жанаша тургандай кылып алмаштырабыз жана окшош мүчөлөрдү кашаага алабыз:

$$(3ab-ab+4ab)+(-2bc+3bc)+4ac.$$

Бирок

$$3ab - ab + 4ab = (3 - 1 + 4)ab = 6ab,$$
$$-2bc + 3bc = (-2 + 3)bc = bc$$

болгондуктан:

$$3ab - 2bc + 4ac - ab + 3bc + 4ab = 6ab + bc + 4ac. \ \blacktriangle$$

Көп мүчөлөрдүн окшош мүчөлөрүнүн алгебралык суммасы бир эле бир мүчө менен алмаштырыла турган мындай жөнөкөйлөштүрүүгө *окшош мүчөлөрдү жөнөкөйлөштүрүү* дейбиз.

$6ab + bc + 4ac$ көп мүчөдө ар бир мүчө стандарттык көрүнүштө жазылган жана алардын арасында окшош мүчөлөр жок. Көп мүчөнүн мындай көрүнүшүнө *стандарттык көрүнүш* дейилет.

Ар кандай көп мүчөнү стандарттык көрүнүштө жазууга болот. Ал үчүн адегенде көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн стандарттык көрүнүштө жазуу, кийин гана окшош мүчөлөрдү жөнөкөйлөштүрүү керек.

3-м а с е л е. Көп мүчөнү стандарттык көрүнүшкө келтир:

$$6ab\frac{1}{3}ac - 3aca - 8a^2\frac{1}{2}b + 25a^2\frac{1}{5}c + aba - a^2bc.$$

$\triangle$

$$6ab\frac{1}{3}ac - 3aca - 8a^2\frac{1}{2}b + 25a^2\frac{1}{5}c + aba - a^2bc =$$
$$= \underline{2a^2bc} - \underline{\underline{3a^2c}} - \underline{\underline{\underline{4a^2b}}} + \underline{\underline{5a^2c}} + \underline{\underline{\underline{a^2b}}} - \underline{a^2bc} =$$
$$= (2a^2bc - a^2bc) + (-3a^2c + 5a^2c) + (-4a^2b + a^2b) =$$
$$= a^2bc + 2a^2c - 3a^2b. \ \blacktriangle$$

Машыгуулар

Окшош мүчөлөрдү жөнөкөйлөштүр **(254—255):**

254. 1) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x;$ 3) $\frac{3}{2}y^4 - \frac{1}{16}y^4 + \frac{1}{32}y^4 - \frac{1}{4}y^4;$

2) $\frac{5}{6}y - \frac{1}{3}y - \frac{1}{6}y;$ 4) $\frac{3}{2}a^2b - \frac{5}{8}a^2b + \frac{1}{8}a^2b - \frac{3}{16}a^2b.$

255. 1) $2m + q + q - 4m;$ 3) $x^2 + 3y^2 + 4x - y^2;$

2) $3a + 2b - b - a;$ 4) $5a^2 - 4b^2 - 3a^2 + b^2.$

Көп мүчөлөрдү стандарттык көрүнүшкө келтир **(256—261):**

256. 1) $11x^2+4x-x^2-4x$; 3) $0,3c^2-0,1c^2-0,5c^3$;
2) $2y^2-3y+2y-2y^2$; 4) $1,2a^2+3,4a^2-0,8a^2$.

257. 1) $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}y+\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{3}y$; 2) $\frac{1}{5}a^2+\frac{3}{4}b^2+\frac{4}{5}a^2-\frac{3}{4}b^2$;
3) $2ab+0,7b^2-5ab+1,2b^2+8ab$;
4) $5xy-3,5y^2-2xy+1,3y^2-xy$.

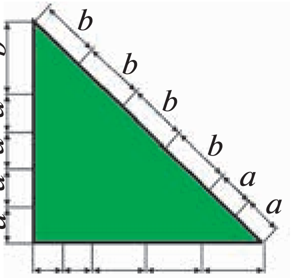
258. 1) $-\frac{3}{4}xy+\frac{2}{3}x^2y+xy-\frac{5}{6}x^2y-\frac{1}{2}xy$;
2) $\frac{1}{2}ab^2-\frac{7}{8}ab^2+\frac{3}{4}a^2b-\frac{3}{8}a^2b-\frac{1}{2}ab^2$;
3) $-9,387a-3,89b+8,197a-1,11b-0,81a$;
4) $8,53x-4,73y-5,12x+2,27y+0,59x$.

259. 1) $2a^2b-8b^2+5a^2b+5c^2-3b^2+4c^2$;
2) $8xy^2+4x^3-5x^2y-3x^3+4x^2y-9xy^2$;
3) $\frac{1}{7}ab+\frac{3}{8}a^2-\frac{2}{5}b^3+\frac{6}{7}ab-\frac{3}{8}a^2+\frac{3}{5}b^3$;
4) $\frac{3}{5}ab^2-\frac{2}{3}ab+\frac{1}{4}a^3+\frac{8}{3}ab+\frac{2}{5}ab^2-\frac{3}{4}a^3+\frac{1}{2}a^3$.

260. 1) $5b3b-4c3b-5b2c-4c(-2)c$;
2) $b8b-3c8b+5cb-3c5c$;
3) $6a^22a^2+5b^22a^2-6a^24b^2-5b^24b^2$;
4) $2x^2\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}ab3a+1\frac{1}{4}y\frac{4}{5}x^2+aab$.

261. 1) $-9a^2\frac{1}{3}b+a^2b+24a^2\frac{1}{4}c$;
2) $2ab\frac{1}{3}ac-4aca-a^2bc$;
3) $4x^2\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}ab9a+4y\frac{4}{5}x^2+aba$;
4) $5a\frac{1}{2}b+\frac{2}{3}a\left(\frac{1}{4}b^2\right)-5b(0,5a)-\frac{1}{3}a^2\left(\frac{1}{15}ab\right)$.

15-§ Көп мүчөлөрдү кошуу жана кемитүү



11-сүрөт.

Өлчөмдөрү 11-сүрөттө көрсөтүлгөн үч бурчтукту карайлы. Анын P периметри жактарынын узундуктарынын суммасына барабар:

$$P = (2a + 3b) + (4a + b) + (2a + 4b).$$

Бул туюнтма төмөнкү үч көп мүчөнүн суммасы болуп саналат:

$$2a + 3b, \quad 4a + b, \quad 2a + 4b.$$

Кашааларды ачуунун эрежеси боюнча минтип жазууга болот:

$$P = 2a + 3b + 4a + b + 2a + 4b.$$

Окшош мүчөлөрдү жөнөкөйлөштүрсөк,

$$P = 8a + 8b$$

барабардыгы алынат.

Көп мүчөлөрдүн каалагандай алгебралык суммасы да дал ушуга окшоп жөнөкөйлөштүрүлөт, мисалы:

$$(2n^2 - m^2) - (n^2 - m^2 + 3q^2) = 2n^2 - m^2 - n^2 + m^2 - 3q^2 = n^2 - 3q^2;$$

$$(3ab - 4bc) + (bc - ab) - (ac - 3bc) =$$
$$= 3ab - 4bc + bc - ab - ac + 3bc = 2ab - ac.$$

Бир нече көп мүчөлөрдү кошуунун жана кемитүүнүн натыйжасында дагы көп мүчө алынат.

Бир нече көп мүчөлөрдүн алгебралык суммасын стандарттык көрүнүштөгү көп мүчө түрүндө жазуу үчүн кашааларды ачуу жана окшош мүчөлөрдү жөнөкөйлөштүрүү керек.

Кээ бир көп мүчөлөрдүн суммасын же айырмасын сандарды кошуу жана кемитүүгө окшотуп, «мамыча» түрүндө табуу ыңгайлуу. Мында окшош мүчөлөр биринин астына экинчиси тургандай кылып жазылат, мисалы,

1) $+\begin{array}{r} 5a-4bc+3ac \\ 3bc-7ac \\ \hline 5a-bc-4ac \end{array}$;

2) $-\begin{array}{r} 5abc-2ab+4ac-bc \\ 3abc-3ab-ac+3bc \\ \hline 2abc+ab+5ac-4bc \end{array}$.

Машыгуулар

Көп мүчөлөрдүн алгебралык суммасын тап **(262—267):**

262. 1) $8a+(-3b+5a)$; 3) $(6a-2b)-(5a+3b)$;

2) $5x-(2x-3y)$; 4) $(4x+2)+(-x-1)$.

263. 1) $3x^2-(4x^2+2y)$; 3) $0,6a^2-(0,5a^2-0,4a)$;

2) $2a^2-(b^2-3a^2)$; 4) $1\frac{1}{2}b^2-\left(2b^2-1\frac{1}{4}\right)$.

264. 1) $\left(2\frac{3}{5}b-\frac{3}{4}b^2\right)+\left(\frac{1}{4}b^2-1\frac{3}{5}b\right)$;

2) $(0,1c-0,4c^2)-(0,1c-0,5c^2)$;

3) $(13x-11y+10z)-(-15x+10y-15z)$;

4) $(17a+12b-14c)-(11a-10b-14c)$.

265. 1) $(7m^2-4mn-n^2)-(2m^2-mn+n^2)$;

2) $(5a^2-11ab+8b^2)+(-2b^2-7a^2+5ab)$;

3) $(11ac+13bc+17b^2)-(10ac+10bc-3b^2)$;

4) $(41z+13az+26az^2)-(16z+13az-4az^2)$.

266. 1) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b\right)-\left(\frac{5}{2}a-\frac{2}{3}b\right)+(a+b)$;

2) $(0,3a-1,2b)+(a-b)-(1,3a-0,2b)$;

3) $(11p^3-2p^2)-(p^3-p^2)+(-5p^2-3p^3)$;

4) $(5x^2+6x^3)+(x^3-x^2)-(-2x^3+4x^2)$.

267. 1) $(-2x^3+xy^2)+(x^2y-1)+(x^2y-xy^2+3x^3)$;

2) $(3x^2+5xy+7x^2y)-(5xy+3x^2)-(7x^2y-3x^2)$;

3) $\left(8a^2-10ab-b^2\right)+\left(-6a^2+2ab-b^2\right)-\left(a^2-8ab+4b^2\right)$;

4) $\left(4a^2-2ab-b^2\right)-\left(-a^2+b^2-2ab\right)+\left(3a^2+b^2-ab\right)$.

268. Көп мүчөлөрдүн суммасын жана айырмасын тап:

1) $0{,}1x^2+0{,}02y^2$ жана $0{,}17x^2-0{,}08y^2$;

2) $0{,}1x^2-0{,}02y^2$ жана $-0{,}17x^2+0{,}08y^2$;

3) $a^3-0{,}12b^3$ жана $0{,}39a^3-b^3$;

4) $a^3+0{,}12b^3$ жана $-0{,}39a^3+b^3$.

269. Көп мүчөлөрдүн суммасын «мамыча» түрүндө жазып тап:

1) $3ab+a^2-2b^2$ жана $2a^2-3ab$;

2) $3x^2+2xy-4y^2$ жана $4y^2-2xy+3x^2y^2-x^3$.

270. Көп мүчөлөрдүн айырмасын «мамыча» түрүндө жазып тап:

1) $3a^2+8a-4$ жана $3+8a-5a^2$;

2) b^3-3b^2+4b жана $b+2b^2+b^3$.

271. 1) Эгерде $P=5a^2+b$, $Q=-4a^2-b$ болсо, $P+Q$ туюнтма эмнеге барабар?

2) Эгерде $P=2p^2-3q^3$, $Q=2p^2-4q^3$ болсо, $P-Q$ туюнтма эмнеге барабар?

3) Эгерде $A=a^2-b^2+ab$, $B=2a^2+3ab-5b^2$, $C=-4a^2+2ab-3b^2$ болсо, $A+B+C$ ны тап;

4) Эгерде $A=2a^2-3ab+4b^2$, $B=3a^2+4ab-b^2$, $C=a^2+2ab+3b^2$ болсо, $A-B+C$ ны тап.

272. Далилде:

1) удаалаш келген беш натуралдык сандын суммасы 5 ке бөлүнөт;

2) удаалаш келген төрт натуралдык сандын суммасы 4 кө бөлүнөт;

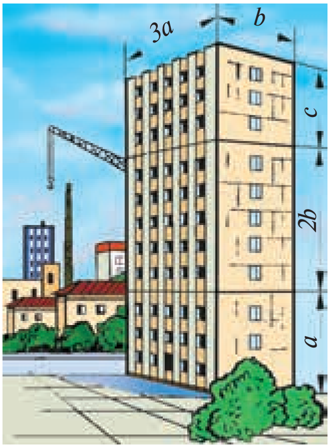
3) удаалаш келген төрт натуралдык сандын суммасы 8 ге бөлүнөт;

4) удаалаш келген төрт натуралдык сандын суммасы 4 кө бөлүнөт.

273. Автобуста n жүргүнчү бар болчу. Баштапкы эки аялдаманын ар биринде m ден жүргүнчү автобустан түштү, үчүнчү

аялдамада болсо эч ким түшпөдү, бирок бир нече киши автобуска чыкты, ошондон кийин автобустагы жүргүнчүлөрдүн саны k га барабар болду. Үчүнчү аялдамада автобуска канча киши чыккан?

16-§ Көп мүчөнү бир мүчөгө көбөйтүү



12-сүрөт

Өлчөмдөрү 12-сүрөттө берилген тик бурчтуу параллелепипедди карайлы. Анын көлөмү негизинин аянты менен бийиктигинин көбөйтүндүсүнө барабар:

$$(a + 2b + c)(3ab).$$

Бул туюнтма $a + 2b + c$ көп мүчө менен $3ab$ бир мүчөнүн көбөйтүндүсү болот.

Көбөйтүүнүн бөлүштүрүү касиетин колдонуп, мындайча жазууга болот:

$$(a + 2b + c)(3ab) = a(3ab) + 2b(3ab) + c(3ab) = 3a^2b + 6ab^2 + 3abc.$$

Каалагандай көп мүчөнү бир мүчөгө көбөйтүү да дал ушундай аткарылат, мисалы:

$$(2n^2m - 3nm^2)(-4nm) = (2n^2m)(-4nm) + (-3nm^2)(-4nm) = -8n^3m^2 + 12n^2m^3;$$

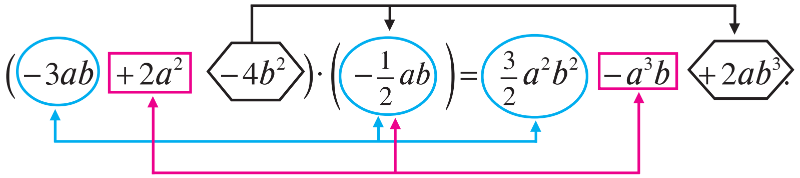
$$(3a^2 - 4ab + 5c^2)(-5bc) = 3a^2(-5bc) - 4ab(-5bc) + 5c^2(-5bc) = -15a^2bc + 20ab^2c - 25bc^3.$$

! *Көп мүчөнү бир мүчөгө көбөйтүү үчүн көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн ошол бир мүчөгө көбөйтүрүп, алынган көбөйтүндүлөрдү бирин-бирине кошуу керек.*

Көп мүчөнү бир мүчөгө көбөйтүүнүн натыйжасында дагы көп мүчө алынат. Алынган көп мүчөнүн бардык мүчөлөрүн стандарттык көрүнүштө жазып, аларды жөнөкөйлөштүрүү керек.

Мында ортодогу натыйжаларды жазбай эле, бир мүчөлөрдү оозеки көбөйтүп, туура эле жоопту жазууга болот, мисалы,

$$\left(-3ab+2a^2-4b^2\right)\left(-\frac{1}{2}ab\right)=\frac{3}{2}a^2b^2-a^3b+2ab^3.$$



Бир мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүү да ушуга окшоп аткарылат, анткени көбөйтүүчүлөрдүн орду алмашканы менен көбөйтүндү өзгөрбөйт, мисалы, $4pq(3p^2-q+2)=12p^3q-4pq^2+8pq$.

Машыгуулар

Көп мүчө менен бир мүчөнүн көбөйтүндүсүн тап **(274—278):**

274. 1) $(-5)(10+m)$; 3) $(2y-5)\left(-\frac{1}{7}\right)$;

2) $\left(-\frac{1}{2}\right)(-2+x)$; 4) $(-2m+3n)(-10)$.

275. 1) $(a-b)n$; 3) $-6x(5y-2x)$;

2) $(-5x+4y)2z$; 4) $(x^2-x+1)x$.

276. 1) $7ab(2a+3b)$; 3) $12p^2q(q^2p-q^2)$;

2) $5a^2b(15b+3)$; 4) $3xy^2(xy-2x^3)$.

277. 1) $17a(5a+6b-3ab)$; 3) $3x^2y(5x+6y+7z)$;

2) $8ab(2b-3ac+c^2)$; 4) $xyz(x^2+2y^2+3z^2)$.

278. 1) $\left(\frac{1}{2}a^3b^2-\frac{3}{4}ab^4\right)\frac{4}{3}a^3b$; 2) $\left(\frac{2}{3}a^2b^4+\frac{1}{2}a^3b\right)\frac{3}{2}ab^3$.

Туюнтманы жөнөкөйлөштүр **(279—281):**

279. 1) $6(2t-3n)-3(3t-2n)$; 3) $-2(3x-2y)-5(2y-3x)$;

2) $5(a-b)-4(2a-3b)$; 4) $7(4p+3)-6(5+7p)$.

280. 1) $(x^2-1)3x-(x^2-2)2x$;

2) $(4a^2-3b)2b-(3a^2-4b)3b$;

3) $2(3a+4)+3(a-7)-7(2a-7)$;

4) $3(2x-1)-5(x-3)+6(3x-4)$.

281. 1) $5(0,8y-0,1)-0,7(4y+1)+8(0,7-0,4y)$;

2) $3\left(\frac{1}{2}x-1\frac{1}{2}\right)+2\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\right)$; 3) $\frac{5}{4}\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{5}\right)-\frac{4}{5}\left(\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}\right)$;

4) $0,2(5y+6)-4(0,25y-1,3)+5(0,1y-1,62)$.

282. Алгебралык туюнтманын маанисин тап:

1) $7(4a+3b)-6(5a+7b)$, мында $a=2$, $b=-3$;

2) $a(2b+1)-b(2a-1)$, мында $a=10$, $b=-5$;

3) $3ab(4a^2-b^2)+4ab(b^2-3a^2)$, мында $a=10$, $b=-5$;

4) $4a^2(5a-3b)-5a^2(4a+b)$, мында $a=-2$, $b=-3$.

17-§ *Көп мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүү*

Төмөнкү маселени карап чыгалы.

Маселе. Өлчөмдөрү 13-сүрөттө көрсөтүлгөн шкафтар ээлеген дубалдын бетинин аянтын тап.

△ Шкафтар ээлеген дубалдын бетинин жактары

$$2a+c+2a=4a+c \text{ жана } a+b+a=2a+b$$

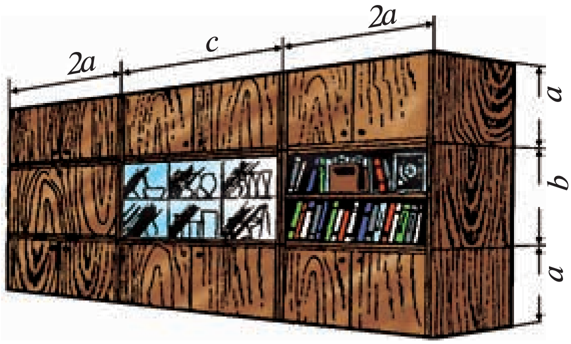
болгон тик бурчтуктан турат. Бул тик бурчтуктун аянты $S=(4a+c)\ (2a+b)$ га барабар.▲

$(4a+c)(2a+b)$ туюнтма $(4a+c)$ жана $(2a+b)$ көп мүчөлөрдүн көбөйтүндүсү болуп саналат.

Сандарды көбөйтүүнүн бөлүштүрүү касиеттерин колдонуп,

$$S = (4a + c)(2a + b) = 4a\,(2a + b) + c(2a + b)$$

түрүндө жазууга болот. Андан кийин, $4a(2a + b) = 8a^2 + 4ab$ жана $c(2a + b) = 2ac + bc$ болгондуктан, $S = 8a^2 + 4ab + 2ac + bc$.

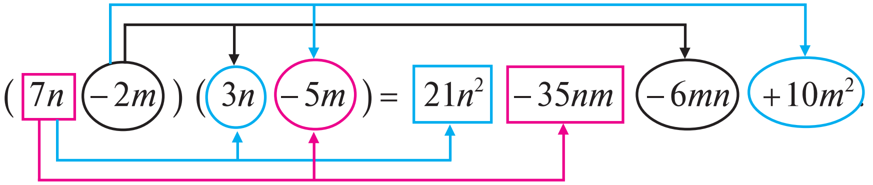


13-сүрөт.

Ошентип, берилген көп мүчөнүн көбөйтүндүсүн табуу үчүн $4a + c$ көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн $2a + b$ көп мүчөнүн ар бир мүчөсүнө көбөйтүүгө жана натыйжаларды кошууга туура келет. Каалагандай эки көп мүчөнү көбөйтүү да дал ушундай аткарылат, мисалы,

$$(7n-2m)\,(3n-5m) = (7n)\cdot(3n) + (7n)\cdot(-5m) + (-2m)\cdot(3n) +$$

$$+(-2m)\cdot(-5m) = 21n^2 - 35nm - 6mn + 10m^2 = 21n^2 - 41nm + 10m^2.$$



Көп мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүү үчүн биринчи көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн экинчи көп мүчөнүн ар бир мүчөсүнө көбөйтүп, алынган көбөйтүндүлөрдү кошуу керек.

Көп мүчөнү көп мүчөгө көбүйтүүнүн натыйжасында дагы көп мүчө алынат. Алынган көп мүчөнү стандарттык көрүнүштө жазуу керек.

Мында бир мүчөлөрдү көбөйтүүнү оозеки аткарып, ортодогу натыйжаларды жазбаса да болот, мисалы,

$$(2a-4b+3c)(5b-c)=10ab-2ac-20b^2+4bc+$$

$$+15bc-3c^2=10ab-2ac-20b^2+19bc-3c^2.$$

Бир нече көп мүчөлөрдү көбөйтүүнү кезеги менен аткаруу керек, мисалы,

$$(a+b)(a+2b)(a-3b)=\left(a^2+3ab+2b^2\right)(a-3b)=$$

$$=a^3-3a^2b+3a^2b-9ab^2+2ab^2-6b^3=a^3-7ab^2-6b^3.$$

Машыгуулар

Көп мүчөлөрдү көбөйтүр **(283—291):**

283. 1) $(a+2)\,(a+3)$; 3) $(m+6)\,(n-1)$;
2) $(z-1)\,(z+4)$; 4) $(b+4)\,(c+5)$.

284. 1) $(c-4)\,(d-3)$; 3) $(x+y)\,(x+1)$;
2) $(a-10)\,(-a-2)$; 4) $(-p+q)\,(-1-q)$.

285. 1) $(2x+1)\,(x+4)$; 3) $(3m-2)\,(2m-1)$;
2) $(2a+3)\,(5a-4)$; 4) $(5p-3q)\,(4p-q)$.

286. 1) $\left(\frac{1}{2}a+3b\right)\left(\frac{1}{2}a-3b\right)$; 3) $\left(\frac{1}{3}a-2b\right)\left(\frac{1}{3}a+2b\right)$;
2) $(0,3-m)\,(m+0,3)$; 4) $(0,2a+0,5x)\,(0,2a-0,5x)$.

287. 1) $\left(a^2+b\right)\left(a+b^2\right)$; 3) $\left(a^2+2b\right)\left(2a+b^2\right)$;
2) $\left(5x^2-6y^2\right)\left(6x^2-5y^2\right)$; 4) $\left(x^2+2x+1\right)(x+3)$.

288. 1) $(2a-b)\left(4a^2+2ab+b^2\right)$;
2) $(3a-2b)\left(9a^2+6ab+4b^2\right)$;
3) $(5x+3y)\left(25x^2-15xy+9y^2\right)$;
4) $(3a+2b)\left(9a^2-6ab+4b^2\right)$.

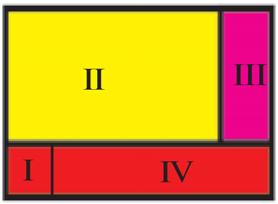
289. Барабарсздыктардын ордуна кандай бир мүчөрдү жазсаң. барабардык туура болот:

1) $(2a - 5b)(\ldots - \ldots) = 6a^3 - 15a^2b - 14ab + \ldots;$
2) $(\ldots - \ldots)(6x^2 - 5y^2) = 12x^3 + 42x^2y - \ldots - 35y^3;$
3) $(3a + 4c)(\ldots + \ldots) = 20ac + 8bc + 6ab + \ldots;$
4) $(\ldots + \ldots)(2a + 5b) = \ldots + 5ab + 8ac + 20b$?

290. 1) $(0,2x+0,2y-z)(x-y)$; 2) $(0,3x-0,3y+z)(x+y)$;

291. 1) $(a-b)(a+b)(a-3b)$; 3) $(x+3)(2x-1)(3x+2)$;
2) $(a+b)(a-b)(a+3b)$; 4) $(x-2)(3x+1)(4x-3)$.

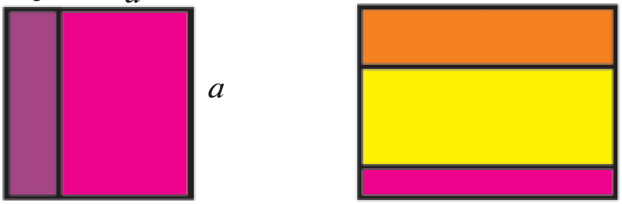
292. 1) Барбардыктын туура экендигин далилде:
$c^2 + b(a-c) + (b+d-c)c + d(a-c) = a(b+d)$;
2) Төмүнкү тик бурчтуктун аянтын эсептөө үчүн эки тюнтма түз (14- сурөт).



14-сүрөт.

Тик бурчтуктун аянты I, II, III, IV тик бурчтуктарынын аянттары суммасына барабардыгынан пайдалан жана 1- барабардыкка геометриялык түшүндүрмө бер.

293. 1) Төмөнкү фигуралардын аянттары менен периметрлерин эсептөө үчүн формулалар түз (15-сурөт):



15-сүрөт.

2) Фигуранын жардамында:
а) $a(c+d) = ac + ad$;

б) $a \cdot (k + l + n) = ak + al + an$ барабардыгын далилде. Бул формулалардын гометриялык мазмунун ач.

294. 1) $ABCD$ тик бурчтугунун(16-сүрөт) аянты

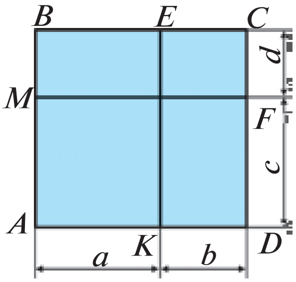
$$(a+b)\,(c+d) = ac + bc + ad + bd$$

экендигин көрсөт.

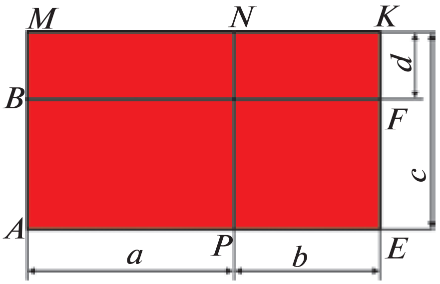
2) $ABFE$ тик бурчтугунун(17-сүрөт) аянты

$$(a+b)\,(c-d) = ac + bc - ad - bd$$

экендигин көрсөт



16-сүрөт.



17-сүрөт.

18-§ *Бир мүчөнү жана көп мүчөнү бир мүчөгө бөлүү*

Бир канча бир мүчөлөрдү жана көп мүчөлөрдү кошуунун, көбөйтүүнүн жана натуралдык көрсөткүчтүү даражага көтөрүүнүн натыйжасында дагы көп мүчөнүн алынышы мурдагы параграфтарда көрсөтүлдү. Аталган амалдардын арасында бөлүү амалы кездешпеди. Бөлүү амалын ичине алган туюнтмалар V главада кененирээк каралат. Кээде бөлүүнүн натыйжасында да көп мүчө алынат.

1. Бир мүчөнү бир мүчөгө бөлүү

Маселе. $32a^3b^2$ бир мүчөнү $4a^2$ бир мүчөгө бөлүү.

△ Санды сандардын көбөйтүндүсүнө бөлүү касиетинен пайдаланабыз: санды көбөйтүндүгө бөлүү үчүн ушул санды көбөйтүндүнүн биринчи көбөйтүндүсүнө бөлүү керек, андан алынган натыйжа экинчи көбөйтүүчүгө бөлүнөт жана у. с.

Натыйжада,

$$(32a^3b^2) : (4a^2) = ((32a^3b^2) : 4) : a^2.$$

Эми төмөнкү эрежени колдонобуз: *көбөйтүндүнү санга бөлүүдө көбөйтүндүнүн көбөйтүүчүлөрүнүн бирин ушул санга бөлүү керек.* Анда

$$(32a^3b^2) : 4 = (32 : 4)\, a^3b^2 = 8a^3b^2;$$
$$(8a^3b^2) : a^2 = (8a^3 : a^2)\, b^2 = 8ab^2.$$

Ошентип,

$$(32a^3b^2) : (4a^2) = 8ab^2. \blacktriangle$$

Бир мүчөлөр башка учурларда да ушундайча бөлүнөт, мисалы,

$$4a^2b^3 : (4a^2b^3) = 1;$$

$$(66a^4b^2c) : (22a^2b) = 3a^2bc;$$

$$(9k^2n^2m^2) : (-3kn^2m^2) = -3k.$$

Бөлүүнүн натыйжасын көбөйтүү менен текшерүүгө болот: *бөлүнүүчү бөлүүчү менен тийиндинин көбөйтүндүсүнө барабар болушу керек.*

Мисалы, $(56a^5b^3c) : (7a^2b^2c) = 8a^3b$ — бөлүү туура аткарылган, анткени $56a^5b^3c = (7a^2b^2c)\,8a^3b$.

2. Көп мүчөнү бир мүчөгө бөлүү

△ **Маселе.** $2a^2b + 4ab^2 + 8abc$ көп мүчөнү $2ab$ бир мүчөгө бөлгүлө.

Төмөнкү эрежеден пайдаланабыз: сумманы санга бөлүү үчүн ар бир кошулуучуну ушул санга бөлүү керек, башкача айтканда

$$(2a^2b + 4ab^2 + 8abc) : (2ab) = (2a^2b) : (2ab) +$$
$$+ (4ab^2) : (2ab) + (8abc) : (2ab) = a + 2b + 4c. \blacktriangle$$

Көп мүчөнү бир мүчөгө бөлүү башка учурларда да ушундайча аткарылат, мисалы,

$$(9a^3b^2 - 3a^2b^3 + a^2b^2) : (3a^2b^2) =$$

$$= (9a^3b^2) : (3a^2b^2) + (-3a^2b^3) : (3a^2b^2) + (a^2b^2) : (3a^2b^2) = 3a - b + \frac{1}{3}.$$

Көп мүчөнү бир мүчөгө бөлүү үчүн көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн ушул бир мүчөгө бөлүп, алынган натыйжаларды кошуу керек.

Көп мүчөнү бир мүчөгө бөлүүнүн натыйжасын көбөйтүү аркылуу текшерүүгө болот. Мисалы,

$$(36n^4m^2 - 45n^2m^4) : (9n^2m^2) = 4n^2 - 5m^2$$

бөлүү туура аткарылган, анткени

$$36n^4m^2 - 45n^2m^4 = \left(4n^2 - 5m^2\right)\left(9n^2m^2\right).$$

Көрүлгөн мисалдарда бир мүчө (көп мүчө)нү бир мүчөгө бөлүүнүн натыйжасында бир мүчө (көп мүчө) алынып жатат. Мындай учурларда бир мүчө (көп мүчө)нү бир мүчөгө бөлүү ар дайым эле калдыксыз (бүтүн) боло бербейт. Мисалы, $ab + ac$ көп мүчө ab бир мүчөгө калдыксыз (бүтүн) бөлүнбөйт.

Бир мүчө (көп мүчө)нү бир мүчөгө бөлүүдө тамгалар бөлүүчүнүн нөлгө барабар болгон маанилерин алат деп эсептейбиз.

Машыгуулар

Бөлүүнү аткар **(295–305):**

295. 1) $b^5 : b^2$; 2) $y^{11} : y^7$; 3) $a^7 : a^7$; 4) $b^9 : b^9$.

296. 1) $12x : 4$; 2) $(-15a) : 5$; 3) $(-18y) : 6$; 4) $10c : (-2)$.

297. 1) $8c : (-2)$; 2) $\frac{2}{3}a : 5$; 3) $\left(-\frac{1}{2}b\right) : 2$; 4) $3c : \left(-\frac{1}{3}\right)$.

298. 1) $\frac{2}{5}x : (-2)$; 2) $(-7m) : \left(-\frac{7}{9}\right)$;

3) $\left(-\frac{3}{4}a\right) : \left(-\frac{8}{9}\right)$; 4) $\frac{16}{25}b : \left(\frac{4}{5}\right)$.

299. 1) $5a : a$; 2) $8x : x$; 3) $5a : (-a)$; 4) $(-7y) : (-y)$.

300. 1) $(-6x):(2x)$; 2) $15z:(5z)$; 3) $(-6xy):(-3xy)$; 4) $12ab:(-4ab)$.

301. 1) $3a:\left(\frac{1}{2}a\right)$; 2) $\frac{2}{3}b:\left(-\frac{2}{5}b\right)$; 3) $(-5c):\left(\frac{1}{3}c\right)$; 4) $(-1{,}69n):(1{,}3n)$.

302. 1) $8abc:(-4a)$; 2) $(-10pq):(6q)$; 3) $(-6{,}4xy):(-4x)$; 4) $(-0{,}24abc):(-0{,}6ab)$.

303. 1) $14a^5:(7a^2)$; 2) $(-42m^7):(6m)$; 3) $(-0{,}2a^{10}):(-a^{10})$; 4) $\left(-2\frac{1}{3}a^{17}\right):(-2a^{17})$.

304. 1) $\left(\frac{1}{3}m^3n^2p^2\right):\left(-\frac{2}{3}m^2n^2p^2\right)$; 2) $\left(-1\frac{1}{2}a^4b^3c^2\right):\left(-\frac{2}{3}a^3bc^2\right)$; 3) $(28{,}9p^2q^2y^3):(-1{,}7p^2y^3)$; 4) $(-6a^3b^2c):(-2a^2bc)$.

305. 1) $20m^4n^3:(-5m^2n^3)$; 2) $(-1{,}3a^3x^2y^3):(16{,}9a^2xy)$; 3) $\left(-\frac{2}{5}a^4x^3y^2\right):\left(-\frac{1}{2}a^3xy^2\right)$; 4) $\left(-\frac{3}{4}a^5b^3c\right):\left(-1\frac{1}{2}a^2b^2c\right)$.

306. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр:

1) $(4a^3b^2)^3:(2a^2b)^2$; 2) $(9x^2y)^3:(3xy)^2$; 3) $(-abc^2)^5:(-a^2bc^3)^2$; 4) $(-x^2y^3z)^4:(xyz)$.

Бөлүүнү аткар **(307—310):**

307. 1) $(12a+6):3$; 2) $(10b-5):5$; 3) $(14m-8):(-2)$; 4) $(-6+3x):(-3)$.

308. 1) $(5mn-6np):n$; 2) $(4a^2-3ab):a$; 3) $(x-xy):x$; 4) $(cd-d):(-d)$.

309. 1) $\left(3a^2b-4ab^3\right):(5ab)$; 2) $\left(2c^5b^4+3c^4b^3\right):\left(-3c^4b^3\right)$;

3) $\left(-27k^4l^5+21k^3l^2\right):\left(-10k^3l^2\right)$; 4) $\left(-a^5b^3+3a^6b^2\right):\left(4a^4b^2\right)$.

310. 1) $(6a-8b+10):2$; 3) $\left(10a^2-12ab+8a\right):(2a)$;

2) $(8x+12y-16):(-4)$; 4) $\left(2ab+6a^2b^2-4b\right):(2b)$.

311. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр:

1) $\left(6a^3-3a^2\right):a^2+\left(12a^2+9a\right):(3a)$;

2) $\left(8x^3-4x^2\right):\left(2x^2\right)-\left(4x^2-3x\right):x$;

3) $\left(3x^3-2x^2y\right):x^2-\left(2xy^2+x^2y\right):\left(\frac{1}{3}xy\right)$;

4) $\left(a^2b-3ab^2\right):\left(\frac{1}{2}ab\right)+\left(6b^3-5ab^2\right):b^2$.

312. Дача тик бурчтук формасында болуп, анын узуну туурасына караганда 1,5 эсе узун. Канал казуу зарылчылыгы туулгандыктан коргондун узунун 6 м ге кыкартышты, ал эми туурасын болсо 6 м ге узартышты. Натыйжада, дачанын аянты мурдагы аянтына караганда 84 $м^2$ ге чоңойду. Дачанын баштапкы аянты менен периметрин тап.

Өзүңдү текшерип көр!

1. Туюнтманы даража көрүнүшүндө сүрөттө:

$5^3\cdot5^2$; $3^8:3^6$; $(2^3)^4$; $3^5\cdot2^5$.

2. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр: $(3b+c^2-d)-(c^2-2d)$.

3. Амалдарды аткар:

$(-0,25a^3b^2c)\cdot(5abc)$; $(7m^2-20mn-10m):10m$.

4. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр жана анын $m=-0,25$ болгондогу сандык маанисин тап:

$2m(m-1)+(m-2)(m+2)+2m$.

313. Сүйлөмдөрдү математикалык тилде жаз:
1) m санынын квадратын;
2) a санынын кубун;
3) c жана 3 сандарынын суммасынын квадратын;
4) c жана 3 сандарынын квадраттарынын суммасын.

314. Сүйлөмдөрдү математикалык тилде жаз:
1) n жана m сандарынын айырмасынын квадратын;
2) n жана m сандарынын квадраттарынын айырмасын;
3) n жана m сандарынын айырмасынын кубун;
4) $\frac{1}{2}$ жана b сандарынын кубдарынын айырмасын.

315. Квадраттын жагы c м ге барабар. Анын периметрин, аянтын жаз.

316. Тик бурчтук формасындагы айнектин узуну туурасына караганда 30 м ге узун. Аны терезеге орнотуу үчүн узуну менен туурасынан 10 см ден кесишти. Айнектин кесип салынган бөлүктөрүн аянты 1400 см^2 ге барабар. Айнектин баштапкы өлчөмдөрүн тап.

317. Бир жагы экинчи жагынан 3 эсе чоң болгон тик бурчтуктун бир жагын x менен белгилеп, анын аянтынын формуласын жаз.

318. Кыры 1 метр болгон куб кыры 1 см болгон кубдарга ажыратылса жана алар үстү-үстүнөн коюлса, кандай бийиктиктеги мамыча алынат?

319. Эгерде кишинин жүрөгү минутуна 75 жолу соксо, анда анын жүрөгү суткасына канча жолу согот?

320. Окуучу 1 м^3 пробкалык материалды көтөрө алабы? (1 см^3 пробкалык материалдын массасы 0,2 г).

321. Төмөнкү сандарды стандарттык көрүнүштө жаз:
1) 0° С жана 760 мм сым. мам. басымдуу 1 см^3 газдагы молекулалардын саны 27 000 000 000 000 000 000 ка барабар;

2) парсек (астрономияда кабыл алынган узундуктун бирдиги) 30 800 000 000 000 км ге барабар;

3) электрондук эсептөө машинасы 1 секундда 1 000 000 амалды аткарышы мүмкүн.

322. Жер шаарынын аянты 510 млн км^2 ден ашык. Жердин көлөмү 1000 млрд км^3 ден ашык. Бул сандарды стандарттык көрүнүштө жаз.

323. 1 л деңиз суусунда орточо 0,00001 мг алтын бар. 1 км^3 деңиз суусунда канча алтын бар?

324. Эсептөөлөрдү аткарбастан, сандарды жайгаштыр:

1) $(2m)(4n)-3a(2b)-(0,2n)(5m)+b(5a)-5nm+8ab$;

2) $13ab-0,2xy-(2a)(5b)+(6x)(0,2y)+a(-3)b$;

3) $2abc5a+1\frac{5}{7}a^2\frac{7}{12}bc-2\frac{2}{3}ab\left(-\frac{3}{8}\right)a$;

4) $3nmk4n-\frac{3}{8}nm\ 2\frac{2}{3}\ nk+\frac{2}{9}n^2m\left(-4\frac{1}{2}\right)k$.

325. Көп мүчөнүн маанисин тап:

1) $-0,08x+73xy^2+27xy^2$, мында $x=4, y=0,2$;

2) $-2a^2b+4b+11a^2b$, мында $a=-\frac{1}{3}, b=2\frac{3}{4}$;

3) $5p^3-3p^2+11p-7p-6p^2-7p^2+p$, мында $p=-1$;

4) $8x^2-7x^3+6x-5x^2+2x^3+3x^2-8x$, мында $x=1$.

326. Көп мүчөлөрдүн алгебралык суммасын тап:

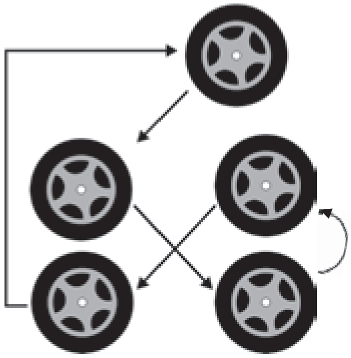
1) $(-2x^3+xy^2)+(x^2y-1)+(x^2y-xy^2+3x^3)$;

2) $(3x^2+5xy+7x^2y)-(5xy+3x^2)-(7x^2y-3x^2)$;

3) $(8a^2-10ab-b^2)+(-6a^2+2ab-b^2)-(a^2-8ab+4b^2)$;

4) $(4a^2-2ab+b^2)-(-a^2+b^2-2ab)+(3a^2+b^2-ab)$.

№ 6 *Жаңы «Spark» автомобилинин ээси жүрүп турган жана запастагы дөңгөлөктөрүн сүрөттө көрсөтүлгөн тартипте алмаштырып турду. 30 000 км жол жүргөндөн кийин, «Spark»тын ээси бардык дөңгөлөктөр бирдей жешилгенин көрдү. Ар бир дөңгөлөк канча километрден жол жүргөн (18- сүрөт)?*



18-сүрөт.

Көп мүчөлөрдү көбөйтүр **(327—328):**

327. 1) $(0,3x+0,3y-z)(x-z)$; 3) $\left(\frac{1}{4}m-\frac{1}{4}n+\frac{1}{5}p\right)(20m+8)$;

2) $(0,5x-0,5y+z)(x+y)$; 4) $(0,2a^2-0,4a+1)(5a^2-10)$.

328. 1) $(a-b)(a+b)(2a-3b)$; 3) $(x+2)(3x+1)(2x-1)$;

2) $(a+b)(a-b)(2a+3b)$; 4) $(x-3)(2x+1)(3x-1)$.

329. Бөлүүнү аткар:

1) $(0,01a^4-0,2a^3+0,04a^2+0,002a):(0,01a)$;

2) $(-0,05x^5-0,08x^4-0,09x^3+0,01x^2):(-0,01x^2)$;

3) $\left(-4m^5n^2-\frac{4}{9}m^4n^5+\frac{2}{3}m^3n^6\right):\left(\frac{2}{3}m^3n^2\right)$;

4) $\left(\frac{3}{4}a^6x^3+\frac{6}{5}a^3x^4-\frac{9}{10}ax^5\right):\left(\frac{3}{5}ax^3\right)$.

III глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер

1. Эсепте: $\frac{3^3\cdot 9^5}{81^3}$.

A) 3; B) $\frac{1}{3}$; C) $\frac{1}{9}$; D) $\frac{1}{27}$.

2. Эсепте: $\dfrac{a^8(b^4)^4}{(b^2)^6\cdot(a^2)^3\cdot(ab)^2}$.

A) a^2b^2; B) b^2; C) a^2; D) $\dfrac{1}{b^2}$.

3. Бир мүчөнүн сандык маанисин тап:

$\dfrac{1}{5}a^2b^3c$, мында $a=-2$, $b=-1$, $c=10$.

A) $-\dfrac{4}{5}$; B) $\dfrac{4}{5}$; C) -8; D) 8.

4. Бир мүчөнү стандарттык көрүнүштө жаз: $2^4ab^2\left(-\dfrac{1}{2}\right)^3a^2b$.

A) $-2a^3b^3$; B) $\dfrac{4}{3}a^3b^3$; C) $-\dfrac{4}{3}b^3a^3$; D) $4a^3b^3$.

5. Бир мүчөлөрдү көбөйтүр: $\left(-\dfrac{7}{15}a^3b^2c^3\right)\left(\dfrac{9}{14}ab^2c\right)$.

A) $0,3a^3b^4c^4$; B) $-0,3(abc)^4$; C) $-\dfrac{9}{15}a^4b^2c^3b^2$; D) $\dfrac{9}{15}a^4c^4b^3$.

6. Көп мүчөнү анын ар бир мүчөсүн стандарттык көрүнүшкө келтирип, жөнөкөйлөштүр: $3b^2a5ab-6b^24aba+ab4ab^2$.

A) $43\ a^3b^3$; B) $43a^2b^3$; C) $-5a^3b^2$; D) $-5a^2b^3$.

7. Көп мүчөлөрдүн алгебралык суммасын тап:

$\left(0,5a+\dfrac{2}{3}b\right)-\left(\dfrac{7}{2}a-\dfrac{1}{3}b\right)+2(a+b)$.

A) $a+3b$; B) $-a+3b$; C) $-a-3b$; D) $a-3b$.

8. Көп мүчөнү бир мүчөгө көбөйтүр: $\left(4a-\dfrac{1}{3}x\right)\cdot(-3x)$.

A) $-12ax-3x^2$; B) $3x^2-12ax$; C) $3x^2+12ax$;
D) x^2-12ax.

9. Жөнөкөйлөштүр: $5a(0,4a-b)-4a\left(\dfrac{1}{4}a-b\right)$.

A) $a(a-b)$; B) $a(a+b)$; C) a^2+9ab; D) $3a^2+9ab$.

10. Көп мүчөлөрдү көбөйтүр: $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$.

A) a^3-b^4; B) a^4+b^3;

C) a^3-b^3; D) a^4-b^4.

11. Бөлүүнү аткар: $(16a^3b^2-4a^2b^3+a^2b^2):(4a^2b^2)$.

A) $4a-b+\frac{1}{4}$; B) $4a+b+4$;

C) $4ab-\frac{1}{6}+4$; D) $4a-4b+4$.

12. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр: $\left(18a^4+21a^2\right):\left(3a^2\right)-5a\left(2a+\frac{1}{a}\right)$.

A) $4a^2+2$; B) $16a^2+12$; C) $-4a^2+2$; D) $16a^2+2$.

13. Көп мүчөлөрдү көбөйтүр: $(a+2b)(a-2b)(a^2+4b^2)$.

A) a^4-16b^4; B) a^4-8b^3; C) a^3-8b^3; D) a^4+16b^4.

Эсепте: **(14—16):**

14. $\frac{(-0,2)^5}{(-0,1)^4}$.

A) $-3,2$; B) $3,2$; C) $0,00032$; D) $-0,00032$.

15. $-(-3)^3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2$.

A) -3; B) 3; C) $-2,7$; D) $\frac{1}{9}$.

16. $\frac{(5,2)^3}{(1,3)^2}$.

A) 832; B) 8,32; C) 83,2; D) 5,2.

23. Көп мүчөнү бир мүчөгө көбөйтүр:

$\left(\frac{18}{35}a^2-\frac{2}{7}ab+0,6b^2\right)\cdot(-35ab)$.

A) $-18a^3b+10a^2b^2-21ab^3$; B) $-18a^3b-10a^2b^2+21ab^3$;

C) $35a^3b-10ab-28ab^3$; D) $-18a^3-10ab+21a^2b^3$.

25. Эсепте: $\frac{(1,3)^6}{(1,69)^4} \cdot \frac{(5,2)^8}{(2,6)^6 \cdot 2^{10}}$.

A) 4; B) 2,6; C) 1; D) 1,69.

Тарыхый маалыматтар

Белгисиз чондуктарды тамгалар менен белгилөө белгилүү грек окумуштуусу Диофанттын (III кылым) чыгармаларынан баштап кездешет. Коэффициенттерди да, белгилүү сандарды да тамгалар менен белгилөөнү Ф. Виет (1540—1603) биринчилерден болуп колдонгон. Алгебралык теңдемелерди жалпы түрдө изилдөө тамгалык коэффициенттер киргизилгенден кийин гана мүмкүн болду. Ф. Виет үнсүз латин баш тамгалары — *B, G, D,* ... менен коэффициенттерди, үндүү тамгалары — *A, E, I,* ... менен болсо белгисиздерди белгилеген. Белгилүү француз математиги жана ойчулу Р. Декарт (1596—1650) коэффициенттерди белгилөө үчүн латин алфавитинин алгачкы (кичине) тамгалары *a, b, c, d*, ... дан, ал эми белгисиздерди белгилөө үчүн болсо алфавиттин акыркы тамгалары болгон *x, y, z* терден пайдаланган. Даражанын азыркы белгилениши a^2, a^3, ..., a^n (*n* — натуралдык сан)ди да Декарт киргизген (1637-жыл).

«Ал-жабр вал мукабала» аттуу чыгармасынын «Көбөйтүрүү жөнүндө глава»сында ал-Харезмий бир мүчөлөрдү көбөйтүү, эки мүчөнү эки мүчөгө көбөйтүү жана жөнөкөйлөштүрүү боюнча мисалдарды карап чыгат. Ал-Харезмийдин мисалдарынан кээ бирлерин карап көрөбүз:

1) $(10-x)x$;
2) $(10+x)(10+x)$;
3) $(10-x)(10-x)$;
4) $(10-x)(10+x)$;
5) $\left(10+\frac{x}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-5x\right)$;

6) $(10+x)(x-10)$;

7) $(100+x^2-20x)-(50+10x-2x^2)$;

8) $(100+x^2-20x)+(50+10x-2x^2)$.

Ал-Харезмийдин, Акмат Ферганийдин, Берунийдин жана ал-Кашийдин чыгармаларында алгебралык символика болбогон. Мавританиялык математик Абу Хасан Али ибн Мухаммед ал-Каласадийнин (XV к.) чыгармасында алгебралык символикаларды кездештирүүгө болот. Ал теңдемелерде белгисиздин биринчи даражасын «шай» сөзүнүн биринчи тамгасы менен, квадратын «мол» сөзүнүн, ал эми кубун «каъб» сөзүнүн биринчи тамгасы менен белгилеген. Барабардык «=» белгисинин ордуна «адала» (теңдик) сөзүндөгү *а* тамгасын иштеткен. Биз үйрөнүп жаткан «Алгебра» курсунун символикасы (белгилөөлөрдүн системасы) XIV—XVII кылымдарда калыптанган.

Ал-Харезмийдин теңдемелерин чыгар:

1) $110-x+\frac{1}{3}\cdot(20+x)-x=4x$;

2) $300-x+\frac{4}{11}\cdot(100-10-x)-20=2x$;

3) $500-x+100-\frac{x}{5}-\frac{3}{4}x=2\cdot\left(100+x+\frac{3}{4}x\right)$;

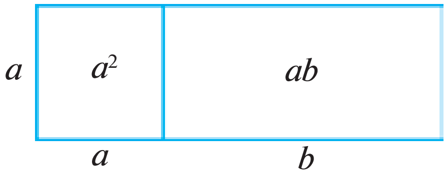
4) $300-x-\frac{x}{3}+100-\frac{x}{3}x-\frac{x}{3}=4\cdot\left(x+\frac{x}{3}\right)$.

IV ГЛАВА
КӨП МҮЧӨНҮ КӨБӨЙТҮҮЧҮЛӨРГӨ АЖЫРАТУУ

19-§ Жалпы көбөйтүүчүнү кашаадан чыгаруу

1-маселе. 1-бактын жагы 427 м болгон квадрат формасында. Ага туташкан 2-бактын жагы тик бурчтук формасында болуп, анын туурасы 427 м, ал эми узуну болсо 573 м. Бактардын аянты биргеликте канча гектарды түзөт (19- сүрөт)?

△ Эгерде $a = 427$, $b = 573$ белгилөөнү киргизсек, изделип жаткан аянт $S = a^2 - ab$ ($м^2$) болот.



19- сүрөт.

Бул туюнтмага a менен b нын маанилерин коюп эсептөө убакытты алат. Бирок эки бактын биргеликтеги аянты S ти $a\cdot(a+b)$ көбөйтүндү да туюнтат, б. а. $a^2+ab=a\cdot(a+b)$ (сүрөткө кара). a^2+ab туюнтма ага барабар болгон $a\cdot(a+b)$ туюнтмага алмаштырылса, эсептөө иши кыйла оңойлошот. Чындыгында да, $a^2+ab=a\cdot(a+b)=$ $= 427\cdot(427+573)=427\,000$ ($м^2$) $= 42{,}7$ (га).

Жообу: 42,7 га.▲

Эсептөөлөрдү жөнөкөйлөштүрүү үчүн a^2+ab көп мүчө $a\cdot(a+ab)$ көбөйтүндү менен алмаштырылды.

Көп мүчөнү эки же бир нече көп мүчөлөрдүн көбөйтүндүсү түрүндө туюнтууга көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу (жаюу) дейилет.

Көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу алгебралык туюнтмалардын үстүндө амалдарды аткарууда да кеңири колдонулат.

2-маселе. $ab + ac - ad$ туюнтманын $a = 43$, $b = 26$, $c = 17$, $d = 23$ болгондо, сандык маанисин тап.

△ Эсептөөлөрдү төмөнкүдөй жүргүзөбүз:

$$43 \cdot 26 + 43 \cdot 17 - 43 \cdot 23 = 43 \cdot (26 + 17 - 23) = 43 \cdot 20 = 860. ▲$$

Бул жерде көбөйтүүнүн бөлүштүрүү касиети колдонулат:

$$ab + ac - ad = a(b + c - d).$$

$43 \cdot 26 + 43 \cdot 17 - 43 \cdot 23$ сандык туюнтмада 43 саны жалпы көбөйтүүчү болот: ал эми $ab + ac - ad$ алгебралык туюнтмада болсо a жалпы көбөйтүүчү болот.

Эгерде көп мүчөнүн бардык (сандык же тамгалык) мүчөлөрү жалпы көбөйтүүчүгө ээ болсо, анда ушул көбөйтүүчүнү кашаадан сыртка чыгарууга болот.

Кашаанын ичинде берилген көп мүчөнү ушул жалпы көбөйтүүчүгө бөлүүнүн натыйжасында алына турган көп мүчө калат.

3-маселе. Төмөнкү көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажырат:

$$6ab + 3b - 12bc.$$

△ Берилген көп мүчөнүн бардык мүчөлөрү $3b$ болгон жалпы көбөйтүүчүгө ээ, анткени

$6ab = 3b \cdot 2a$, $3b = 3b \cdot 1$, $-12bc = 3b \cdot (-4c)$.

Демек, $6ab + 3b - 12bc = 3b(2a + 1 - 4c)$.▲

Көп мүчөнүн жалпы мүчөсүн шартка ылайык түрдө, кашаадан сыртка «+» белгиси менен да, «−» белгиси менен да чыгарууга болот. Мисалдар келтиребиз:

1) $ab - b = b(a - 1) = -b(1 - a)$;

2) $4a^2b^3 - 6a^3b^2 = 2a^2b^2(2b - 3a)$ же

$4a^2b^3 - 6a^3b^2 = -2a^2b^2(-2b + 3a) = -2a^2b^2(3a - 2b)$.

Көп мүчөнү жалпы көбөйтүүчүнү кашаадан сыртка чыгаруу жолу менен көбөйтүүчүлөргө ажыратуу үчүн:

1) ошол жалпы көбөйтүүчүнү табуу;

2) аны кашаадан сыртка чыгаруу керек.

Эгерде көп мүчөнүн мүчөлөрүнүн коэффициенттери натуралдык сандар болсо, анда жалпы көбөйтүүчүнү табуу үчүн көп

мүчөнүн мүчөлөрү коэффициенттеринин эң чоң жалпы бөлүүчүсүн табуу жана бирдей негиздүү даражалардын ичинен болсо эң кичине көрсөткүчтүү даражаны табуу зарылдыгын эскерте кетебиз. Мисалы, $28x^2b^3 - 21x^3b^2$ көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратып, төмөнкүлөрдү алабыз:

$$7x^2b^2\ (4b - 3x).$$

Бул жерде 7 саны 28 жана 21 сандарынын эң чоң жалпы бөлүүчүсү, x^2 жана b^2 болсо x жана b нын эң кичине көрсөткүчтүү даражалары болуп саналат.

Көп мүчөнүн көбөйтүүчүлөргө ажырагандыгынын тууралыгын алынган көп мүчөлөрдү көбөйтүү жолу менен текшерүүгө болот. Мисалы, көбөйтүүнү аткарып,

$$7x^2b^2(4b - 3x) = 28x^2b^3 - 21x^3b^2.$$

Жалпы көбөйтүүчүнүн өзү да көп мүчө болушу мүмкүн, мисалы:

1) $5(a + b) + x(a + b) = (a + b)(5 + x)$;
2) $3x(a - 2b) + 5y(a - 2b) + 2(a - 2b) = (a - 2b)(3x + 5y + 2)$.

Кээде жалпы көбөйтүүчүнү кашаадан сыртка чыгаруудан мурда $a - b = -(b - a)$ барабардыгын колдонуу пайдалуу болот, мисалы:

1) $(a - 3)x - (3 - a)y = (a - 3)x + (a - 3)y = (a - 3)(x + y)$;
2) $15a^2b(x^2 - y) - 20ab^2(x^2 - y) + 25ab(y - x^2) = 15a^2b(x^2 - y) - 20ab^2(x^2 - y) - 25ab(x^2 - y) = 5ab(x^2 - y)(3a - 4b - 5)$.

Машыгуулар

330. Сандарды жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажырат: 70, 121, 240, 168, 225.

331. Бөлчөктөрдү кыскарт: $\frac{45}{60}$; $\frac{18}{24}$; $\frac{75 \cdot 15}{25 \cdot 24}$; $\frac{40 \cdot 14}{7 \cdot 15}$.

332. Көбөйтүүнүн бөлүштүрүү мыйзамын колдонуп, эсепте:

1) $81 \cdot 17 - 15 \cdot 81$;
2) $24 \cdot 2{,}78 + 41 \cdot 2{,}78$;
3) $15 \cdot 17 + 15 \cdot 67$;
4) $14\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{4} - 4\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{4}$.

333. Көбөйтүндүнү көп мүчө түрүндө жаз:

1) $(a+2)(a+3)$; 3) $3c^3(2c^3-5)$;

2) $2x(x-1)$; 4) $(a^2+b)(a-b^2)$.

334. *A* бекеттен *B* бекетке карай моторлуу кайык 20 км/саат ылдамдык менен жөнөдү. Арадан эки саат өткөндөн кийин *A* дан *B* га карай экинчи моторлуу кайык 24 км/саат ылдамдык менен жолго чыкты. Эки кайык тең *B* га бир эле убакытта жетип келди. *A* дан *B* га чейин болгон аралыкты тап.

335. Эсепте:

1) $13\cdot512+13\cdot488$; 3) $25\cdot734-25\cdot726$;

2) $125\cdot375+275\cdot375$; 4) $26\cdot1\frac{1}{3}-1\frac{1}{3}\cdot23$.

Жалпы көбөйтүүчүнү кашаадан сыртка чыгар **(336—344):**

336. 1) $2m+2n$; 2) $3a-3x$; 3) $8-4x$; 4) $6a+12$.

337. 1) $9a+12b+3$; 3) $-10x+15y-5z$;

2) $8a-4b-2$; 4) $9x-3y+12z$.

338. 1) $ax-ay$; 2) $cd+bc$; 3) $xy+2x$; 4) $3x-xy$.

339. 1) $9mn+9n$; 2) $3bd-3ab$; 3) $11z-33yz$; 4) $6pk-3p$.

340. 1) $ab-ac+a^2$; 3) $6a^2-3a+12ba$;

2) $xy-x^2+xz$; 4) $4b^2+8ab-12a^2b$.

341. 1) a^4+2a^2; 3) $a^4b^2+ab^3$;

2) a^4-3a^3; 4) $x^2y^3-x^3y^2$.

342. 1) $18y^7+12y^4$; 3) $15x^5-5x^3$;

2) $6x^4-24x^2$; 4) $6a^5+3a^2$.

343. 1) $9a^2b^2-12ab^3$; 3) $7a^2bc+14ab^2c$;

2) $20x^3y^2+4x^2y$; 4) $9xyz^2-12xy^2z$.

344. 1) $6y^5+12y^4-3y^3$; 3) $4a^2b^2+36a^2b^3+6ab^4$;
2) $20a^4-5a^3+15a^5$; 4) $2x^2y^4-2x^4y^2+6x^3y^3$.

345. Эсепте:
1) $137^2+137\cdot 63$; 3) $0,7^3+0,7\cdot 9,51$;
2) $187^2-187\cdot 87$; 4) $0,9^3-0,81\cdot 2,9$.

Көбөйтүүчүлөргө ажырат **(346—349):**

346. 1) $a(m+n)+b(m+n)$; 3) $a(b-5)-(b-5)$;
2) $b(a+5)-c(a+5)$; 4) $(y-3)+b(y-3)$.

347. 1) $2a(a-b)+3b(a-b)$; 3) $5a(x+y)-4b(x+y)$;
2) $3n(m-3)+5m(m-3)$; 4) $7a(c-d)-2b(c-d)$.

348. 1) $a^2(x-y)+b^2(x-y)$; 3) $a(x^2+y^2)-b(x^2+y^2)$;
2) $a^2(x+y)-b^2(x+y)$; 4) $x(a^2-2b^2)+y(a^2-2b^2)$.

349. 1) $2b(x-1)-3a(x-1)+c(x-1)$;
2) $c(p-q)-a(p-q)+d(p-q)$;
3) $x(a^2+b^2)+y(a^2+b^2)-z(a^2+b^2)$;
4) $m(x^2+1)-n(x^2+1)-l(x^2+1)$.

Көбөйтүүчүлөргө ажырат **(350—352):**

350. 1) $c(a-b)+b(b-a)$; 3) $(x-y)+b(y-x)$;
2) $a(b-c)-c(c-b)$; 4) $2b(x-y)-(y-x)$.

351. 1) $7(y-3)-a(3-y)$; 3) $b^2(a-1)-c(1-a)$;
2) $6(a-2)+a(2-a)$; 4) $a^2(m-2)+b(2-m)$.

352. 1) $a(b-c)+b^2(b-c)-7(c-b)$;
2) $x(x-y)+y(y-x)-3(x-y)$;
3) $x(a-2)+y(2-a)+(2-a)$;
4) $a(b-3)+(3-b)-b(3-b)$.

353. Тендемени чыгар:

1) $8-(x-3)(x+3)=10-(x-1)^2$;

2) $(2x+1)^2-(2x-3)^2=4(7x-5)$;

3) $x:15=2\frac{1}{12}:14,5$;

4) $\frac{x}{2,3}=\frac{2,1}{9\frac{6}{7}}$.

354. Ит түлкүнүн артынан түштү. Ит секундуна 8 м, ал эми түлкү болсо 6 м ылдамдык менен чуркап жатат. Алардын ортосундагы аралык баштап 360 м болгон, түлкүнүн өзүнүн ийинине жетип алышы үчүн 1 км калган эле. Түлкү өзүнүн уясына жетип алууга үлгүрөбү?

20-§ *Топтоштуруу усулу*

Топтоштуруу усулу бардык мүчөлөрү үчүн жалпы көбөйтүүчүсү болбогон көп мүчөлөргө колдонулат.

Кээде берилген көп мүчөнүн бир нече мүчөлөрүн кашаанын ичине алып, жалпы көбөйтүүчүнү аныктоого болот. Топтоштуруу ыкмасы кошуу жана көбөйтүүнүн топтоштуруу, орун алмаштыруу жана бөлүштүрүү эрежелерине негизделген.

Мисалдарды көрүп чыгабыз:

1) $a(b+c)+b+c=a(b+c)+(b+c)=(b+c)(a+1)$;

2) $a(b-c)-b+c=a(b-c)-(b-c)=(b-c)(a-1)$.

Биринчи мисалда көп мүчөнүн акыркы эки мүчөсүн «+» белгиси менен, экинчи мисалда көп мүчөнүн акыркы эки мүчөсүн «–» белгиси менен кашаага алуу жетиштүү болду.

3) $m(3x-y)+3nx-ny=m(3x-y)+(3nx-ny)=$
$=m(3x-y)+n(3x-y)=(3x-y)(m+n)$;

4) $-mx^2-my^2+n(x^2+y^2)=(-mx^2-my^2)+n(x^2+y^2)=$
$=-m(x^2+y^2)+n(x^2+y^2)=(x^2+y^2)(n-m)$.

Үчүнчү жана төртүнчү мисалдарда көп мүчөнүн эки мүчөсүн кашаага алуудан тышкары алынган ар бир топто жалпы көбөйтүүчү кашаадан сыртка: биринчи учурда «+» белгиси менен, экинчисинде болсо «–» белгиси менен чыгарылды.

Кээде көп мүчөнүн мүчөлөрүн түрдүүчө ыкмалар менен топтоштурууга болот. Мисалы, $2am + 2an - 3bm - 3bn$ көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө эки усул менен ажыратууга болот:

I усул

$$2am + 2an - 3bm - 3bn =$$
$$= (2am + 2an) - (3bm + 3bn) =$$
$$= 2a(m + n) - 3b(m + n) =$$
$$= (m + n)(2a - 3b).$$

II усул

$$2am + 2an - 3bm - 3bn =$$
$$= (2am - 3bm) + (2an - 3bn) =$$
$$= m(2a - 3b) + n(2a - 3b) =$$
$$= (2a - 3b)(m + n).$$

Алты мүчөдөн турган көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратууга байланыштуу мисалды көрүп чыгабыз:

$$ax + bx - ay - by + az + bz = (ax + bx) - (ay + by) + (az + bz) =$$
$$= x(a + b) - y(a + b) + z(a + b) = (a + b)(x - y + z).$$

Бул жерде көп мүчөлөр экиден топторго ажыратылган; аларды үчтөн да кылып топтоштурууга болор эле:

$$ax + bx - ay - by + az + bz = (ax - ay + az) + (bx - by + bz) =$$
$$= a(x - y + z) + b(x - y + z) = (a + b)(x - y + z).$$

Көп мүчөнү топтоштуруу усулу менен көбөйтүүчүлөргө ажыратуу үчүн:

1) көп мүчөнүн мүчөлөрү, алар көп мүчө түрүндөгү жалпы көбөйтүүчүлөргө ээ боло тургандай кылып, топторго бириктирилет;

2) андан кийин ошол жалпы көбөйтүүчү кашаадан сыртка чыгарылат.

Көбөйтүүчүлөргө ажырат **(355—360)**:

355. 1) $a+b+c(a+b)$; 3) $x+3a(x+y)+y$;

2) $m-n+p(m-n)$; 4) $x+2a(x-y)-y$.

356. 1) $(x+y)+(x+y)^{2;}$ 3) $2m(m-n)+(m-n)^2$;

2) $(a-b)^2+a-b$; 4) $4q(p-1)+(p-1)^2$.

357. 1) $2m(m-n)+m-n$; 3) $2m(m-n)-n+m$;

2) $4q(p-1)+p-1$; 4) $4q(p-1)+1-p$.

358. 1) $a(x-c)+bc-bx$; 3) $3a(2b+c)+8b+4c$;

2) $a(b+c)+db+dc$; 4) $2x(3x-4y)-6x+8y$.

359. 1) $ac+bc-2ad-2bd$; 3) $2bx-3ay-6by+ax$;

2) $ac-3bd+ad-3bc$; 4) $5ay-3bx+ax-15by$.

360. 1) $xy^2-by^2-ax+ab+y^2-a$; 2) $ax^2-ay-bx^2+cy+by-cx^2$.

361. Эсепте:

1) $139\cdot15+18\cdot139+15\cdot261+18\cdot261$;

2) $125\cdot48-31\cdot82-31\cdot43+125\cdot83$;

3) $14,7\cdot13-2\cdot14,7+13\cdot5,3-2\cdot5,3$;

4) $3\frac{1}{3}\cdot4\frac{1}{5}+4,2\cdot\frac{2}{3}+3\frac{1}{3}\cdot2\frac{4}{5}+2,8\cdot\frac{2}{3}$.

362. Туюнтманын сандык маанисин тап:

1) $5a^2-5ax-7a+7x$, мында $x=-3$, $a=4$;

2) $m^2-mn-3m+3n$, мында $m=0,5$, $n=0,25$;

3) $a^2+ab-5a-5b$, мында $a=6,6$, $b=0,4$;

4) $a^2-ab-2a+2b$, мында $a=\frac{7}{20}$, $b=0,15$.

363. Эсепте:

1) $287^2 - 287 \cdot 48 + 239 \cdot 713$;
2) $73{,}4^2 + 73{,}4 \cdot 17{,}2 - 90{,}6 \cdot 63{,}4$.

364. Теңдемени чыгар:

1) $x(x-4) + x - 4 = 0$; 2) $t(t+7) - 4t - 28 = 0$.

№ 7 *Асан менен Үсөндүн массасы биргеликте 5 дарбыздын массасына барабар. Үсөндүн массасы 1 коондун массасынан 4 эсе чоң. Үсөн менен 2 коондун биргеликтеги массасы 3 дарбыздын массасына барабар. Асандын массасы канча коондун массасына барабар?*

21-§ Сумманын квадраты. Айырманын квадраты

Эки сандын суммасынын квадраты $(a+b)^2$ ты көрүп чыгабыз. Көп мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүүнүн эрежесинен пайдаланып, төмөнкүнү алабыз:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

башкача айтканда

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2. \quad (1)$$

Эки сандын суммасынын квадраты биринчи сандын квадраты плюс биринчи сан менен экинчи сандын көбөйтүндүсүнүн эки эселенгени плюс экинчи сандын квадратына барабар.

(1) формуланы 20-сүрөттө берилген квадраттын аянтын карап чыгып, оңой эле алууга болорун эскерте кетебиз.

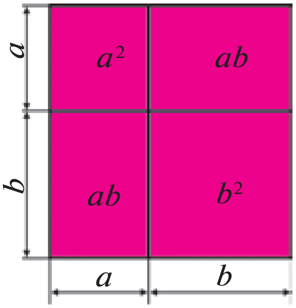
Эми эки сандын айырмасынын квадратын карап чыгабыз:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

башкача айтканда

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2. \quad (2)$$

Эки сандын айырмасынын квадраты — биринчи сандын квадраты минус биринчи сан менен экинчи сандын көбөйтүндүсүнүн эки эселенгени плюс экинчи сандын квадратына барабар.



20-сүрөт.

(1) жана (2) барабардыктарда a жана b каалагандай сандар же алгебралык туюнтмалар болуп эсептелет.

(1) жана (2) формулаларды колдонууга байланыштуу мисалдар:

1) $(2m+3k)^2=(2m)^2+2\cdot 2m\cdot 3k+(3k)^2=4m^2+12mk+9k^2$;

2) $(5a^2-3)^2=(5a^2)^2-2\cdot 5a^2\cdot 3+3^2=25a^4-30a^2+9$;

3) $(-a-3b)^2=((-1)\ (a+3b))^2=(-1)^2\ (a+3b)^2=$
$=(a+3b)^2=a^2+2a\cdot 3b+(3b)^2=a^2+6ab+9b^2$.

Керектүү эсептөөлөрдү оозеки аткарып, ортодогу натыйжаларды жазбаса да болот. Мисалы, тууралан-туура минтип жазууга болот:

$$(5a^2-7b^2)^2=25a^4-70a^2b^2+49b^4.$$

Сумманын же айырманын квадратынын формуласына *кыскача көбөйтүүнүн формуласы* дейилет жана кээ бир учурларда эсептөөлөрдү жөнөкөйлөштүрүү үчүн колдонулат. Мисалы:

1) $99^2=(100-1)^2=10\,000-200+1=9801$;

2) $52^2=(50+2)^2=2500+200+4=2704$.

(1) формула $(1+a)^2$ туюнтманын маанилерин болжолдуу эсептөөлөрдө да колдонулат. a саны оң же терс болуп, анын модулу 1 ге караганда кичине болсо (мисалы, $a=0{,}0032$ же $a=-0{,}0021$), анда a^2 саны дагы да кичине болот жана ошол себептүү

$$(1+a)^2=1+2a+a^2$$

барабардыкты $(1+a)^2\approx 1+2a$ божомолдуу барабардык менен алмаштырууга болот. Мисалы:

1) $(1{,}002)^2 = (1 + 0{,}002)^2 \approx 1 + 2 \cdot 0{,}002 = 1{,}004;$
2) $(0{,}997)^2 = (1 - 0{,}003)^2 \approx 1 - 2 \cdot 0{,}003 = 0{,}994.$

Сумманын квадратынын же айырманын квадратынын формулалары көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратууда да колдонулат, мисалы:

1) $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 5^2 = (x+5)^2;$

2) $a^4 - 8a^2b^3 + 16b^6 = (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 4b^3 + (4b^3)^2 = (a^2 - 4b^3)^2.$

Маселе. Формуланы далилде:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3. \quad (3)$$

○ $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) =$

$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$ ●

Куду ушуга окшош,

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad (4)$$

формуланы да далилдөөгө болот.

! *(3) жана (4) формулалар, тиешелүү түрдө, сумманын кубу жана айырманын кубу деп аталат.*
(3) жана (4) формулалар да кыскача көбөйтүүнүн формулалары болуп саналат.

Машыгуулар

Төмөнкү көнүгүүлөрдө эки мүчөнүн квадратын көп мүчө түрүндө сүрөттө **(365—372):**

365. 1) $(c+d)^2;$ 3) $(2+x)^2;$ 5) $(y+3)^2;$
2) $(x-y)^2;$ 4) $(x+1)^2;$ 6) $(7+m)^2.$

366. 1) $(m-2)^2;$ 3) $(7-m)^2;$ 5) $\left(a+\frac{1}{3}\right)^2;$
2) $(x-3)^2;$ 4) $(y-6)^2;$ 6) $\left(b+\frac{1}{2}\right)^2.$

367. 1) $(q+2p)^2$; 2) $(3x+2y)^2$; 3) $(6a-4b)^2$; 4) $(5z-t)^2$.

368. 1) $(3a^2+1)^2$; 2) $(a^2+1)^2$; 3) $(2x^2+3n^2)^2$; 4) $(x^2+y^2)^2$.

369. 1) $\left(m-\frac{1}{5}\right)^2$; 2) $\left(a-\frac{1}{3}\right)^2$; 3) $\left(\frac{a}{2}-\frac{b}{3}\right)^2$; 4) $\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\right)^2$.

370. 1) $(0,2x+0,3y)^2$; 3) $\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{4}\right)^2$;

2) $(0,4b-0,5c)^2$; 4) $\left(\frac{1}{4}a^3-\frac{4}{5}\right)^2$.

371. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ формуласына кандай геометриялык маани бере аласың?
Чекиттердин ордуна ылайыктуу сөздөрдү кой:
Кырынын узундугу a жана b болгон ... жасайбыз. Өлчөмдөрү $a \times a \times b$ жана $a \times b \times b$ болгон ... жасайбыз. Аларды бүктөгөнүбүздө, ... алынат.

372. 1) $(-4ab-5a^2)^2$; 3) $(0,2x^2+5xy)^2$;

2) $(-3b^2-2ab)^2$; 4) $(4xy+0,5y^2)^2$.

Кыскача көбөйтүүнүн формулаларынан пайдаланып, амалдарды аткар **(373—375)**:

373. 1) $(90-1)^2$; 2) $(40+1)^2$; 3) 101^2; 4) 98^2.

374. 1) 999^2; 2) 1003^2; 3) 51^2; 4) 39^2.

375. 1) 72^2; 2) 57^2; 3) 997^2; 4) 1001^2.

Туюнтманы жөнөкөйлөштүр **(376—377):**

376. 1) $(x-y)^2+(x+y)^2$; 3) $(2a+b)^2-(2a-b)^2$;

2) $(x+y)^2-(x-y)^2$; 4) $(2a+b)^2+(2a-b)^2$.

377. 1) $(3a-1)^2+2(1+a)^2$; 3) $(x-1)^2-(x+1)^2$;

2) $3(2-a)^2+4(a-5)^2$; 4) $-(3+x)^2+5(1-x)^2$.

Тендемени чыгар **(378—379):**

378. 1) $16x^2-(4x-5)^2=15$; 3) $-5x(x-3)+5(x-1)^2=-20$;

2) $64x^2-(3-8x)^2=87$; 4) $(2x-3)^2-(2x+3)^2=12$.

379. 1) $(3x-1)^2-(3x-2)^2=0$;

2) $(y-2)(y+3)-(y-2)^2=5$;

3) $(x+3)(x+7)-(x+4)^2=0$;

4) $(y+8)^2-(y+9)(y-5)=117$.

380. Туюнтманын маанисин тап:

1) $9a^3-a(3a+2)^2+4a(3a+7)$, мында $a=-1\frac{1}{6}$;

2) $(2y-5)^2-4(y-3)^2-4y$, мында $y=-\frac{2}{7}$;

3) $25m(m-1)-(5m-3)^2-6m$, мында $m=-0,3$;

4) $24x^2-(7x-2)^2+(5x-3)(5x+1)$, мында $x=-\frac{5}{9}$.

381. Натыйжада барабардык аткарылгандай кылып x ти бир мүчө менен алмаштыр:

1) $(x-4b^7)^2=25a^4b^2-40a^2b^8+16b^{14}$;

2) $(x+7c)^2=25b^6+70b^3c+49c^2$;

3) $(2a+x)^3=8a^3+12a^2b+6ab^2+b^3$;

4) $(5b^2-x)^2=25b^4-30a^2b^3+9a^4b^2$.

382. Туюнтманы эки мүчөнүн квадраты түрүндө туюнт:

1) $a^2-10ab+25b^2$; 3) k^4+2k^2+1;

2) $25+10x+x^2$; 4) $p^2-1,6p+0,64$.

383. x ти бир мүчө менен алмаштырганында, эки мүчөнүн квадраты алынсын:

1) a^2+4a+x;

2) $p^2-0{,}5p+x$;

3) $36a^2-x+49b^2$;

4) $a^2-6ab+x$.

384. *a* нын кандай маанилеринде туюнтманы эки мүчөнүн квадраты көрүнүшүндө жазууга болот:

1) $(3x-5)^2+(4x+12)^2+ax$;

2) $(17x+10)^2-(15x-8)^2+ax$?

385. Далилде:

1) $(a-b)^2=(b-a)^2$;

2) $(-a-b)^2=(b+a)^2$;

3) $(-a-b)(a+b)=-(a+b)^2$;

4) $(a-b)^3=-(b-a)^3$;

5) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$;

6) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

22-§ Квадраттардын айырмасынын формуласы

Эки сандын суммасын алардын айырмасына көбөйтөбүз:

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2,$$

башкача айтканда

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2. \quad (1)$$

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b). \quad (2)$$

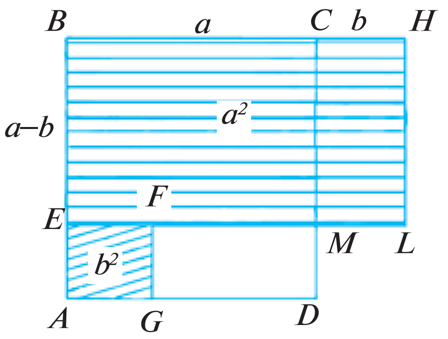
Эки сандын квадраттарынын айырмасы ошол сандардын айырмасы менен алардын суммасынын көбөйтүндүсүнө барабар.

1) жана (2) барабардыкта *a, b* каалагандай сандар же алгебралык туюнтмалар болуп эсептелет:

1) $(nm+3k)(nm-3k)=n^2m^2-9k^2$;

2) $4a^4b^2-25a^2b^4=(2a^2b+5ab^2)(2a^2b-5ab^2)$;

3) $(a+b)^2-16=(a+b-4)(a+b+4)$.



$S_{ABCD} = a^2;$

$S_{AEFG} = b^2;$

$S_{GFEBCD} = S_{EBHL};$

$S_{GFEBCD} = a^2 - b^2;$

$S_{EBHL} = (a - b)(a + b).$

(2) формуланын геометриялык түшүндүрмөсү.

(1) формула да кыскача көбөйтүүнүн формуласы деп аталат. Андан эсептөөлөрдү жөнөкөйлөштүрүү учурунда пайдаланылат.

Мисалы:

1) $63 \cdot 57 = (60+3)(60-3) = 3\,600 - 9 = 3\,591;$

2) $98 \cdot 102 = (100-2)(100+2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9\,996.$

(2) барабардык квадраттардын айырмасынын формуласы деп аталат. Ал көп мүчөлөрдү көбөйтүүчүлөргө ажыратууда колдонулат.

Мисалы:

1) $a^2 - 9 = (a-3)\,(a+3);$

2) $4b^4 - 0{,}64c^2 = (2b^2)^2 - (0{,}8c)^2 = (2b^2 - 0{,}8c)\,(2b^2 + 0{,}8c);$

3) $(a-b)^2 - 1 = (a-b-1)\,(a-b+1);$

4) $(a+b)^2 - (a-c)^2 = (a+b-a+c)(a+b+a-c) = (b+c)(2a+b-c).$

Машыгуулар

(1) формуладан пайдаланып, көбөйтүүнү аткар **(386—394):**

386. 1) $(c+d)(c-d);$ 3) $(a+c)(c-a);$

2) $(p+q)(p-q);$ 4) $(m-n)(m+n).$

387. 1) $(x+5)(x-5)$; 3) $(a-4)(4+a)$;
2) $(a+3)(a-3)$; 4) $(7+x)(x-7)$;

388. 1) $(2b+a)(2b-a)$; 3) $(y+6x)(6x-y)$;
2) $(c+3d)(c-3d)$; 4) $(3m-2n)(2n+3m)$.

389. 1) $\left(4d-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}+4d\right)$; 3) $\left(\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}x\right)$;
2) $\left(\frac{5}{6}a-b\right)\left(b+\frac{5}{6}a\right)$; 4) $\left(\frac{2}{3}m+\frac{3}{4}n\right)\left(\frac{2}{3}m-\frac{3}{4}n\right)$.

390. 1) $(c^2+d^2)(c^2-d^2)$; 3) $(x^4-y^3)(y^3+x^4)$;
2) $(a^2+b^3)(a^2-b^3)$; 4) $(m^3-n^3)(m^3+n^3)$.

391. 1) $(3a^2+4b^3)(3a^2-4b^3)$; 3) $(0,2t^3+0,5p^4)(0,5p^4-0,2t^3)$;
2) $(2m^4-5n^2)(5n^2+2m^4)$; 4) $(1,2a^2-0,3b^2)(1,2a^2+0,3b^2)$.

392. 1) $\left(\frac{3}{4}a^2-\frac{1}{2}b^3\right)\left(\frac{1}{2}b^3+\frac{3}{4}a^2\right)$; 3) $\left(0,5q+\frac{1}{3}p^2\right)\left(0,5q-\frac{1}{3}p^2\right)$;
2) $\left(\frac{2}{3}x^4-\frac{4}{5}y^5\right)\left(\frac{2}{3}x^4+\frac{4}{5}y^5\right)$; 4) $\left(1,5c^2-\frac{3}{4}b\right)\left(\frac{3}{4}b+1,5c^2\right)$.

393. 1) $(3x^2y-4xy^2)(3x^2y+4xy^2)$; 3) $(7ab+x^2y^3)(7ab-x^2y^3)$;
2) $(5ab^2+2a^2b)(5ab^2-2a^2b)$; 4) $(ab^3-4xy)(ab^3+4xy)$.

394. 1) $(3+x)(3-x)(9+x^2)$; 3) $(4x^2+y^2)(2x+y)(2x-y)$;
2) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$; 4) $(3a-2b)(3a+2b)(9a^2+4b^2)$.

Кыскача көбөйтүүнүн формулаларынан пайдаланып, эсепте **(395—396):**

395. 1) $48\cdot52$; 2) $68\cdot72$; 3) $43\cdot37$; 4) $47\cdot53$.

396. 1) $27\cdot33$; 2) $44\cdot36$; 3) $84\cdot76$; 4) $201\cdot199$.

397. Жөнөкөйлөштүр:

1) $(c-3)^2-(c+3)(3-c)$;

2) $(a+2)^2-(a+2)(2-a)$;

3) $(2x+3y)(2x-3y)+(2x+3y)^2$;

4) $(3a-4b)(3a+4b)-(3a-4b)^2$;

5) $(-b-a)(a+b)+a^2+b^2$;

6) $(b-a)(-a-b)+2b^2$.

398. Туюнтманын маанисин тап:

1) $4m-(m+3)^2+(m-3)(m+3)$, мында $m=-2,4$;

2) $(3x+4)^2-10x-(x-4)(4+x)$, мында $x=-0,1$;

3) $2(k-7)(k+5)-(k-5)^2-(k-7)(7+k)$, мында $k=-\frac{1}{2}$;

4) $(a+3)^2+(a-3)(3+a)-2(a+2)(a-4)$, мында $a=-\frac{1}{5}$.

399. Теңдемени чыгар:

1) $(2x+3)^2-4(x-1)(x+1)=49$;

2) $(3x+4)^2-(3x-1)(1+3x)=49$;

3) $(3x+2)(3x-2)-(3x-4)^2=28$;

4) $(3x+1)^2-(3x-2)(2+3x)=17$.

400. Квадраттын эки карама-каршы жагынын ар бири 8 см ге узайтырылды, калган эки жагы болсо ошончого кыскартырылды. Фигуранын аянты кандайча өзгөрдү?

401. Эсепте: $\frac{5^4\cdot 0{,}128-5^3\cdot 0{,}628\cdot 5}{125\cdot 0{,}25}$.

23-§ *Көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуунун бир нече ыкмаларын колдонуу*

Көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратууда кээде бир эмес, бир канча ыкмалар колдонулат. Ага мисалдар келтиребиз:

1) $a^3 - a$ көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажырат:

$$\triangle \quad a^3 - a = a\left(a^2 - 1\right) = a\left(a - 1\right)\left(a + 1\right). \blacktriangle$$

Бул жерде эки ыкмадан пайдаланылган: жалпы көбөйтүүчүнү кашаадан сыртка чыгаруу жана квадраттардын айырмасынын формуласын колдонуу.

2) $(a^2 + 1)^2 - 4a^2$ көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажырат:

$$\left(a^2+1\right)^2 - 4a^2 = \left(\left(a^2+1\right) - 2a\right)\left(\left(a^2+1\right) + 2a\right) =$$
$$= \left(a^2 + 1 - 2a\right)\left(a^2 + 1 + 2a\right) = \left(a^2 - 2a + 1\right)\left(a^2 + 2a + 1\right) =$$
$$= \left(a - 1\right)^2\left(a + 1\right)^2.$$

Бул жерде кошулуучулар жалпы көбөйтүүчүгө ээ болгондугу себептүү, адегенде квадраттардын айырмасынын формуласынан, кийин сумманын жана айырманын квадраттарынын формуласынан пайдаланылды.

3) $\triangle \quad 4x^2 - y^2 + 4x + 2y = \left(4x^2 - y^2\right) + \left(4x + 2y\right) =$

$$= (2x - y)(2x + y) + 2\left(2x + y\right) = (2x + y)(2x - y + 2). \blacktriangle$$

Бир мүчөлөр жалпы көбөйтүүчүгө ээ болбогондугу жана кандайдыр формуланы колдонуу мүмкүн болбогондугу үчүн, адегенде топтоштуруу ыкмасынан пайдаланылды, кийин болсо квадраттардын айырмасынын формуласы колдонулду.

! Көрүп чыгылган бул маселелер көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратууга тиешелүү тапшырмаларды аткарууда төмөнкү тартипке баш ийүү пайдалуу экендигин көрсөтөт:

1) жалпы көбөйтүүчүнү (эгер ал бар болсо) кашаадан сыртка чыгаруу;

2) көп мүчөнү кыскача көбөйтүүнүн формулалары боюнча көбөйтүүчүлөргө ажыратууга аракеттенүү;

3) топтоштуруу ыкмасын, эгерде мурдагы ыкмалар максатка ылайыктуу болбосо, колдонууга аракет жасоо.

Маселе. Барабардыкты далилде:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2). \qquad (1)$$

△Барабардыктын оң жагындагы кашааларды ачабыз:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3=a^3+b^3.$$

Барабардыктын оң жагы сол жагына барабар экендиги келип чыкты, б. а. (1) барабардык далилденди.▲

Куду ушул сыяктуу

$$a^3-b^3=(a-b)\,(a^2+ab+b^2) \qquad (2)$$

барабардыктын туура экендиги далилденет.

(1) жана (2) барабардыктар, тиешелүү түрдө, кубдар суммасынын жана айырмасынын формулалары деп аталат. Бул формулалар да көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратууда колдонулат.

Мисалы:

1) $27+b^3=(3+b)\,(9-3b+b^2)$;

2) $x^4-8xy^3=x\,(x^3-8y^3)=x\,(x-2y)\,(x^2+2xy+4y^2)$.

Машыгуулар

402. Эсепте:

1) 47^2-37^2; 2) 54^2-44^2;

3) $50,7^2-50,6^2$; 4) $29,4^2-29,3^2$.

403. (Оозеки.) Көбөйтүүчүлөргө ажырат:

1) $36-x^2$; 2) a^2-25; 3) y^2-1; 4) $1-b^2$.

404. 1) $(a+2b)^2=a^2+4b^2$; 2) $(2a-3b)^2=4a^2-9b^2$

барабардыктары жөнүндө эмне айта аласың??

a) алар кайсы *a* жана *b* ларда туура, ал эми кайсыларында туура эмес?

b) каалагандай *a* жана *b* лар үчүн аларды туура болгудай кыла аласыңбы?

Көбөйтүүчүлөргө ажырат **(405—416):**

405. 1) $25x^2-9$; | 2) $4a^2-9$; | 3) $64y^2-36x^2$; | 4) $81a^2-16b^2$.

406. 1) c^2d^2-9; | 2) a^2b^2-16; | 3) $4a^2-9b^2$; | 4) $16x^2-25y^2$.

407. 1) $\frac{1}{9}y^2-\frac{16}{25}x^2$; 3) $0,25a^2-49b^2$;

2) $\frac{4}{9}a^2-\frac{1}{16}b^2$; 4) $0,09x^2-16y^2$.

408. 1) $36x^2y^2-1$; | 2) x^2y^4-16; | 3) $81a^6-49b^4$; | 4) $25a^2-9b^6$.

409. 1) a^4-b^4; | 2) a^4-b^8; | 3) a^4-16; | 4) b^4-81.

410. 1) $(a+b)^2-c^2$; 3) $(a+2b)^2-9a^2$;

2) $(m-n)^2-k^2$; 4) $(3x-y)^2-4y^2$.

411. 1) $(a+b)^2-(a-c)^2$; 3) $(2a+b)^2-(2b+a)^2$;

2) $(a+b)^2-(b+c)^2$; 4) $(a-3b)^2-(3a+b)^2$.

412. 1) $9a^2-6a+1$; 3) $36b^2+12b+1$;

2) $1+2c+c^2$; 4) $81-18x+x^2$.

413. 1) $9x^2+24x+16$; 3) $36m^2+12mn+n^2$;

2) $100-60a+9a^2$; 4) $a^2+10ab+25b^2$.

414. 1) $x^4+2x^2y+y^2$; 3) $4c^4+12c^2b^3+9b^6$;

2) $p^4-2p^2q+q^2$; 4) $25a^6+30a^3b+9b^2$.

415. 1) a^4-8a^2+16; 3) $25a^4-10a^2b+b^2$;

2) b^4-18b^2+81; 4) $16-8a^2b^2+a^4b^4$.

416. 1) $-a^2-2a-1$;
3) $-2a^2+8ab-8b^2$;
2) $-9+6b-b^2$;
4) $-12ab-3a^2-12b^2$.

417. Туюнтманын сандык маанисин тап:

1) $5m^2-10mn+5n^2$, мында $m=142$, $n=42$;

2) $6m^2+12mn+6n^2$, мында $m=56$, $n=44$;

3) $-36a^3+4a^2b-\frac{1}{9}ab^2$, мында $a=4$, $b=48$;

4) $-64a^3-8a^2b-\frac{1}{4}ab^2$, мында $a=-6$, $b=84$.

418. Тендемени чыгар:

1) $x^2-36=0$;
3) $4x^2+4x+1=0$;
2) $\frac{1}{4}-x^2=0$;
4) $25-10x+x^2=0$.

419. Эсепте:

1) $101^2-202\cdot 81+81^2$;
3) $\frac{48^2+2\cdot 48\cdot 18+18^2}{48^2-18^2}$;
2) $37^2+126\cdot 37+63^2$;
4) $\frac{85^2-17^2}{85^2+2\cdot 85\cdot 17+17^2}$.

420. Барабардык аткарылгандай кылып, түшүрүп калтырылган үч мүчөнү тап:

1) $x^3+y^3=(x+y)(\ldots)$;
3) $x^3-y^3=(x-y)(\ldots)$;
2) $(x+y)^3=(x+y)(\ldots)$;
4) $(x-y)^3=(x-y)(\ldots)$.

421. Көбөйтүүчүлөргө ажырат:

1) x^3-y^3; 3) x^3+27; 5) n^3-64; 7) $1-p^3$;
2) c^3+d^3; 4) a^3-27; 6) a^3+1; 8) $125-b^3$.

Көбөйтүүчүлөргө ажырат **(422—424):**

422. 1) $27m^3-8$; | 2) $64-125y^3$; | 3) $125+\frac{1}{8}b^3$; | 4) $64y^3+\frac{1}{27}$.

423. 1) $8a^3+1$;
3) $\frac{1}{27}a^3+64b^6$;
2) $1+27b^3$;
4) $\frac{1}{8}a^6+125b^3$.

424. 1) $a^9 - b^3$; 2) $a^6 - b^6$; 3) $x^6 - 729$; 4) $64 - y^6$.

Кыскача көбөйтүүнүн формуласынан пайдаланып, туюнтманы эки мүчө түрүндө жаз **(425—426):**

425. 1) $(z+5)(z^2-5z+25)$; 3) $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$;

2) $(y+2)(y^2-2y+4)$; 4) $(4c-5d)(16c^2+20cd+25d^2)$.

426. 1) $(10a^2-1)(100a^4+10a^2+1)$;

2) $(a^2b^2-5a)(a^4b^4+5a^3b^2+25a^2)$;

3) $\left(\frac{1}{5}m-n\right)\left(\frac{1}{25}m^2+\frac{1}{5}mn+n^2\right)$;

4) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{6}xy+\frac{1}{9}y^2\right)$.

427. Көбөйтүүчүлөргө ажырат:

1) $(8a^3-27b^3)-2a(4a^2-9b^2)$; 3) $(a^3+b^3)+(a+b)^2$;

2) $(64a^3+125b^3)+5b(16a^2-25b^2)$; 4) $(a^3-b^3)+(a-b)^2$.

428. Эсепте:

1) $\frac{258^3-147^3}{258^2+258\cdot147+147^2}$; 2) $\frac{17{,}98^2-17{,}98\cdot32{,}02+32{,}02^2}{17{,}98^3+32{,}02^3}$.

429. Кашаалардын ичине мүчөлөрдү жазганыңда, алынган туюнтма x тин бардык маанилеринде да өзгөрбөс болсун:

1) $(4x-7)^2+(3x+6)^2-(\ldots-\ldots)^2$;

2) $(17x-2)^2-(15x-6)^2-(\ldots+\ldots)^2$.

430. Теңдемени чыгар:

1) $(x+2)(x^2-2x+4)-x(x-3)(x+3)=26$;

2) $(x-3)(x^2+3x+9)-x(x+4)(x-4)=21$;

3) $(2x-1)(4x^2+2x+1)-4x(2x^2-3)=23$;

4) $(4x+1)(16x^2-4x+1)-16x(4x^2-5)=17$.

Көбөйтүүчүлөргө ажырат **(431—434):**

431. 1) $3a^3-3$; 2) y^3-y; 3) m^3n-mn^3; 4) $2a^3-2ab^2$.

432. 1) $x^4y^2-x^2y^4$; 3) $8-72x^6y^2$;
2) $7c^2d^2-63c^2b^2$; 4) $32a^4b-2a^2b$.

433. 1) $2a^2+4ab+2b^2$; 4) $8p^2-16p+8$;
2) $2m^2+2n^2-4mn$; 5) $27a^2b^2-18ab+3$;
3) $5x^2+10xy+5y^2$; 6) $12m^5n+24m^4n+12m^3n$.

434. 1) $2c^3+2d^3$; 3) $2cd^3-16c^4$; 5) $7x^2-56x^2y^3$;
2) $54x^3-16$; 4) $\frac{1}{8}a^2-a^5$; 6) $4a^2b+32a^5b$.

435. Эсепте: $19{,}7^2-8{,}3^2+28\cdot 8{,}6$.

Көбөйтүүчүлөргө ажырат **(436—438):**

436. 1) Эгерде n – так сан болсо, $(n+2)^2-1$ туюнтманын 8 ге; 2) каалагандай натуралдык сан n де n^3+12n^2+23n туюнтманын 6 га бөлүшүн далилде.

437. 1) $(a^2+2ab+b^2)-c^2$; 3) $1-a^2-2ab-b^2$;
2) $1-(x^2-2xy+y^2)$; 4) $4+(-x^2-2xy-y^2)$.

438*. 1) a^2-b^2+a+b; 3) $x-y-x^2+y^2$; 5) $m^5-m^3+m^2-1$;
2) a^2-b^2-a-b; 4) x^3+x^2-x-1; 6) x^4+x^3+x+1.

439. 27^2-14^2 санынын 13 кө бөлүнүшүн далилде.

440. n каалагандай бүтүн сан болгондо $(7n-2)^2-(2n-7)^2$ туюнтманын мааниси 5 ке бөлүнүшүн, 9 га бөлүнүшүн далилде.

441. Теңдемени чыгар:

1) $(x+3)(x^2+3x+9)-(3x-17)=x^3-12$;

2) $5x-(4-2x+x^2)(x+2)+x(x-1)(x+1)=0$.

442. Моторлуу кайыктын суунун агымы боюнча ылдамдыгы 18 км/саат, агымга каршы ылдамдыгы болсо 14 км/саат. Дарыя агымынын ылдамдыгын жана кайыктын тынч турган суудагы ылдамдыгын тап.

Өзүңдү текшерип көр!

1. Туюнтманы стандарттык көп мүчө көрүнүшүндө жаз:

$$(a-3)^2+(a-3)(a+3)+6a.$$

2. Көбөйтүүчүлөргө ажырат:

1) $xy-2y$; 2) $16a^2-81$; 3) $3x^2-6x^3$;

4) $x^2-10x+25$; 5) $3(x-1)+y(x-1)$; 6) $2a^2-4ab+2b^2$.

3. Көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажырат жана анын $a=1,\ b=-\frac{1}{3}$ болгондогу сандык маанисин тап:

$$a^2-3ab+3a-9b.$$

IV глава боюнча машыгуулар

Көбөйтүүчүлөргө ажырат **(443—447)**:

443. 1) $6(a+b)+(a+b)^2$; 3) $(a-b)+(b-a)^2$;

2) $4(x-y)+3(x-y)^2$; 4) $(a-b)^2-(b-a)$.

444. 1) $3(x+y)(x-y)+(x+y)^2$; 3) $5(a-b)^2-(a+b)(b-a)$;

2) $(x+y)^3-x(x+y)^2$; 4) $a(a-b)^2-(b-a)^2$.

445. 1) $(y+z)(12x^2+6x)+(y-z)(12x^2+6x)$;

2) $(y-z)(12x^2-6x)+(y-z)(12x^2+6x)$;

3) $(6x^2-3)+7x(6x^2-3)-4y(6x^2-3)$;

4) $2x(8x-4y)-3y(8x-4y)-(8x-4y)$.

446. 1) $18a^2-27ab+14ac-21bc$;

2) $10x^2+10xy+5x+5y$;

3) $35ax+24xy-20ay-42x^2$;

4) $48xz^2+32xy^2-15yz^2-10y^3$.

447. 1) $16ab^2-5b^2c-10c^3+32ac^2$;

2) $6mnk^2+15m^2k-14n^3k-35mn^2$;

3) $-28ac+35c^2-10cx+8ax$;

4) $-24bx-15c^2+40bc+9cx$.

448. Туюнманы жөнөкөйлөштүр:

1) $(2x-1)^2-2(2x-3)^2+17$;

2) $(3x+2)^2-2(x-1)^2-7x^2$;

3) $24y^2-(7y-2)^2+(5y-3)(5y+1)$;

4) $(3y+1)(2y-3)+(2y-3)^2-10y^2$.

449. Эки удаалаш натуралдык сандын квадраттарынын айырмасынын модулу так сан экендигин далилде.

450. Бөлчөктү кыскарт:

1) $\dfrac{53^2-27^2}{79^2-51^2}$; 3) $\dfrac{49^2-2\cdot49\cdot29+29^2}{49^2-19^2}$;

2) $\dfrac{38^2-17^2}{47^2-19^2}$; 4) $\dfrac{47^2-3^2}{27^2+2\cdot27\cdot13+13^2}$.

451. x жана y тин каалагандай маанилеринде $(x+y)(x^2-y^2)=(x-y)(x+y)^2$ барабардык туура экендигин далилде.

№ 8

1) Үй-бүлөдөгү 6 кыздын ар биринин агасы бар. Ошол үй-бүлөдө канча перзент бар?

2) Акылбектин агалары канча болсо, эжелери да ошончо. Чоң эжесинин инилеринин саны сиңдилеринин санынан 2 эсе көп. Ошол үй-бүлөдө канча уул жана канча кыз бар?

IV глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер

1. Жалпы көбөйтүүчүнү кашаадан чыгар: $24a^3b^2-30a^2b^3$.

A) $6a^2b^2(4a-5b)$; B) $6ab(4a^2b-5ab^2)$;

C) $6a^2(4ab^2-5b^3)$; D) $6b^2(4a^3-5a^2)$.

2. Көбөйтүүчүлөргө ажырат: $5(a-b)+a^2(a-b)-3(b-a)$.

A) $(a-b)(a^2+2)$; B) $(a-b)(a^2-8)$;

C) $(a-b)(8-a^2)$; D) $(a-b)(a^2+8)$.

3. Көбөйтүүчүлөргө ажырат: $4a(x-y)+4az+7b(y-x-z)$.

A) $(x-y+z)(4a-7b)$; B) $(y-x-z)(7b+4a)$;

C) $(x-y-z)(4a-7b)$; D) $-(x-y+z)(4a+7b)$.

4. Эсепте: $16,9^2-16,9\cdot 3,7-16,9\cdot 3,2$.

A) 169; B) 1,69; C) 16,9; D) −1,69.

5. Көбөйтүүчүлөргө ажырат: $ax+bx-3ay-3by$.

A) $(a+b)(x+3y)$; B) $(a-b)(x+3y)$;

C) $(a-b)(x-3y)$; D) $(a+b)(x-3y)$.

6. Көбөйтүүчүлөргө ажырат: $7a(5a-3b)-10a+6b$.

A) $(5a+3b)(7a-2)$; B) $(3b-5a)(7a+2)$;

C) $(5a-3b)(7a-2)$; D) $(5a-3b)(7a+2)$.

7. Теңдемени чыгар: $(3x+2)^2-(3x-4)^2=132$.

A) 4; B) 3; C) −5; D) −4.

8. Көбөйтүүчүлөргө ажырат: $8a^3-27b^3$.

A) $(2a-3b)^2(2a+3b)$; B) $(2a+3b)^2\cdot(2a-3b)$;

C) $(2a)^3-(3b)^3$; D) $(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$.

9. Эсепте: $(53^3+47^3):(53^2-53\cdot 47+47^2)$.

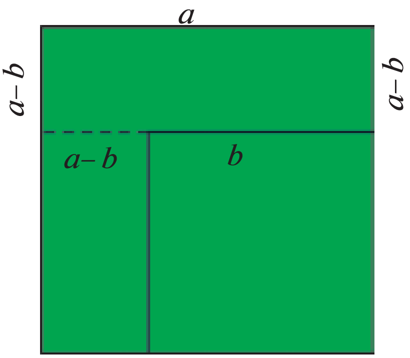
A) 6; B) 100; C) 600; D) 53^2+47^2.

Тарыхый маалыматтар

Ал-Кашийдин «Арифметиканын ачкычы» аттуу чыгармасында эки мүчөнү каалагандай натуралдык даражага көтөрүүнүн эрежелери берилген.

Ар түрдүү алгебралык формулаларды далилдөөдө жана теңдемелерди чыгарууда геометриялык пикирлерден пайдалануу байыркы Кытай, Греция, Индия жана Орто Азия математиктеринин чыгармаларында кездешет.

Алар $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, $a^2-b^2=(a-b)\times(a+b)$ (же $(a^2-b^2)=(a-b)^2+2b(a-b)$) сыяктуу тендештиктерди геометриялык усулда туюнтушкан. Мисалы, $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ формуласын далилдөөгө мындайча каралган: жагы a га барабар болгон квадраттан жагы b га барабар болгон квадрат кыркып алынса, анда калган фигуранын аянты: $a(a-b)+b(a-b)=(a-b)(a+b)$ га, же ошондой эле, $(a-b)^2+2b(a-b)$ га барабар болушу 21-сүрөттөн таасын көрүнүп турат.



21-сүрөт.

Демек, $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ формуласы туура.

Тик бурчтуу үч бурчтуктун жактарын бүтүн (же рационалдык) сандарда туюнтуу үчүн кытайдын математиктери биздин заманга чейинки биринчи миң жылдыктарда эле

$$\left(\frac{p^2-q^2}{2}\right)^2+(pq)^2=\left(\frac{p^2+q^2}{2}\right)^2$$

барабардыгынан пайдаланышкан.

V ГЛАВА

АЛГЕБРАЛЫК БӨЛЧӨКТӨР

24-§ Алгебралык бөлчөк. Бөлчөктөрдү кыскартуу

1-маселе. Катердин турактуу суудагы ылдамдыгы саатына a километр ге барабар, дарыя агымынын ылдамдыгы саатына b километр ге барабар. Катердин дарыянын агымы боюнча ылдамдыгы анын дарыянын ылдамдыгына каршы ылдамдыгынан канча жолу көп?

△ Катердин дарыянын агымы боюнча ылдамдыгы $(a + b)$ километрге барабар; ал эми агымга каршы ылдамдыгы саатына $(a - b)$ километр ге барабар. Ошондуктан катердин дарыянын агымы боюнча ылдамдыгы агымга каршы ылдамдыгынан

$$\frac{a+b}{a-b}$$

жолу көп болот. ▲

$\frac{a+b}{a-b}$ туюнтма *алгебралык бөлчөк* деп аталат. Бул бөлчөктүн алымы $a + b$, бөлүмү болсо $a - b$.

Жалпысынан алганда, *алымы жана бөлүмү алгебралык туюнтмалардан турган бөлчөккө алгебралык бөлчөк дейилет.*

Алгебралык бөлчөктөргө тиешелүү дагы бир нече мисалдарды келтиребиз:

$$\frac{a}{b};\ \frac{2}{x+y};\ \frac{a-b}{c};\ \frac{x(b+c)}{y(a-c)}.$$

Эгерде алгебралык бөлчөктө катышкан тамгалардын ордуна кандайдыр сандар коюлса, анда керектүү эсептөөлөр жүргүзүлгөндөн кийин ошол алгебралык бөлчөктүн сандык мааниси алынат.

Мисалы, $a = 10,\ b = 8$ болгондо, $\frac{a+b}{a-b}$ алгебралык бөлчөктүн сандык мааниси $\frac{10+8}{10-8}=\frac{18}{2}=9$ га барабар болот.

$\frac{a+b}{a-b}$ алгебралык бөлчөктөгү a жана b нын ордуна өз ара барабар болбогон ($a \neq b$) каалагандай сандарды коюуга болот, анткени $a = b$ болгондо бөлчөктүн бөлүмү нөлгө айланат, нөлгө болсо бөлүүгө мүмкүн эмес.

Мындан кийин алгебралык бөлчөктө катышкан тамгалар мүмкүн болгон керектүү маанилерди гана, башкача айтканда ушул бөлчөктүн бөлүмү нөлгө барабар болгон маанилерди гана кабыл алат деп келишебиз.

Мисалы, $\frac{a}{a(a-1)}$ бөлчөк үчүн a нын $a = 0$ жана $a = 1$ ден башка маанилери алынышы мүмкүн.

Бөлчөктүн негизги касиетин мындайча жазууга болот:

$$\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb},$$

бул жерде $b \neq 0$, $m \neq 0$.

Бул касиет бөлчөктүн алымы жана бөлүмү бирдей алгебралык туюнтмага көбөйтүлсө же бөлүнсө, ага барабар болгон бөлчөктүн алынышын билдирет, мисалы:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}, \quad \frac{a+b}{b} = \frac{(a+b) \cdot c}{bc}.$$

Бөлчөктүн негизги касиетинен пайдаланып, алгебралык бөлчөктү анын алымы менен бөлүмүндө тең катышкан жалпы көбөйтүүчүгө кыскартууга болот, мисалы:

$$\frac{a(b+c)}{a(b-c)} = \frac{b+c}{b-c}, \quad \frac{(a+b)c}{(a+b)d} = \frac{c}{d}.$$

Бөлчөктөрдү жөнөкөйлөштүрүү үчүн адегенде алардын алымынын жана бөлүмүнүн жалпы көбөйтүүчүсүн ажыратып алуу керектигине тиешелүү мисалдарды келтиребиз.

2-маселе. Бөлчөктөрдү кыскарт:

1) $\frac{12a^2b}{4ab^2}$; 2) $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + mn}$.

△ 1) $12a^2b$ жана $4ab^2$ бир мүчөлөр $4ab$ жалпы көбөйтүүчүлөргө ээ. Бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн $4ab$ га бөлөбүз:

$$\frac{12a^2b}{4ab^2}=\frac{4ab\cdot 3a}{4ab\cdot b}=\frac{3a}{b}.$$

2) m^2-n^2 жана m^2+nm көп мүчөлөр $m+n$ жалпы көбөйтүүчүгө ээ, анткени $m^2-n^2=(m+n)(m-n)$, $m^2+mn=m(m+n)$. Бөлчөктүн алымын жана бөлүмүн $m+n$ ге бөлөбүз:

$$\frac{m^2-n^2}{m^2+mn}=\frac{(m+n)(m-n)}{m(m+n)}=\frac{m-n}{m}.$$ ▲

Бөлчөктөрдү кыскартыруу үчүн бөлчөктөрдүн алымын жана бөлүмүн алардын жалпы көбөйтүүчүсүнө бөлүү керек.

Эгерде $\frac{a}{b}$ бөлчөктүн алымындагы же бөлүмүндөгү белги карама-каршысына өзгөртүлсө, анда берилген бөлчөккө карама-каршы бөлчөк алынарын белгилей кетебиз:

$$\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b};\ \frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}.$$

Мисалы, $\frac{-3}{7}=-\frac{3}{7}$; $\frac{-a}{1-a}=-\frac{a}{1-a}=\frac{a}{a-1}$.

3-маселе. $\frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)}$ бөлчөктү кыскарт:

$$\frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)}=\frac{-3a(x-y)}{a^2(x-y)}=\frac{-3}{a}=-\frac{3}{a}.$$

Машыгуулар

452. Алымы x жана y сандарынын көбөйтүндүсүнө, бөлүмү болсо алардын суммасына барабар болгон алгебралык бөлчөктү жаз.

453. Алымы p жана q сандарынын айырмасына, бөлүмү болсо алардын көбөйтүндүсүнө барабар болгон алгебралык бөлчөктү жаз.

454. Алымы a жана b сандарынын квадраттарынын айырмасына, бөлүмү болсо ошол сандардын айырмасынын квадратына барабар болгон бөлчөктү жаз.

455. Алымы c жана d сандарынын кубдарынын суммасына, бөлүмү болсо ошол сандардын көбөйтүндүсүнүн эки эселенгенине барабар болгон алгебралык бөлчөктү жаз.

456. Алгебралык бөлчөктүн сандык маанисин тап:

1) $\frac{1}{a}$, мында $a = 2\frac{3}{5}$;
2) $\frac{b+1}{b-1}$, мында $b = 1,5$;
3) $\frac{a^2+1}{2a}$, мында $a = -3$;
4) $\frac{a-b}{a+2b}$, мында $a = 16, b = -3$;
5) $\frac{5a+b^2}{a^2-5b}$, мында $a = 2, b = 8$;
6) $\frac{-7ab}{3b^2-a^3}$, мында $a = 3, b = -4$.

457. 1) $S = vt$ формуладан v ны; 2) $p = \frac{m}{V}$ формуладан V ны;
3) $C = 2\pi R$ формуладан R ны;
4) $P = 2(a + b)$ формуладан a ны тап.

458. Ар бир жүк машинасына a тоннадан картошка жүктөөгө мүмкүн болсо, ар биринде p килограммдан картошка болгон n кап картошканы ташып кетүү үчүн канча жүк машинасы (x) керек болот? x ти $n = 90$, $p = 50$, $a = 1,5$ болгондо тап.

459. Машина саатына c метр линолеум иштеп чыгарат. Эгерде машина күндө n сааттан иштесе, ал a метр линолеумду канча күндө иштеп чыгарат? Изделип жаткан убакытты t менен белгилеп, t ны $c = 47$, $a = 11\,280$ жана $n = 16$ болгондо тап.

460. Берилген эки бөлчөктүн барабардыгын көрсөт:

1) $\frac{6}{7}$ жана $\frac{18}{21}$;
2) $\frac{-3}{5}$ жана $\frac{27}{-45}$;
3) $\frac{2}{3}$ жана $\frac{2a}{3a}$;
4) $\frac{2a}{7b}$ жана $\frac{2a^2b}{7ab^2}$;
5) $\frac{m-n}{m+n}$ жана $\frac{m^2-n^2}{(m+n)^2}$;
6) $\frac{a+3b}{c}$ жана $\frac{(a+3b)c}{c^2}$.

Бөлчөктү кыскарт **(461—463):**

461. 1) $\frac{-48}{-56}$; 2) $\frac{-64}{-80}$; 3) $\frac{-121}{55}$; 4) $\frac{28}{-14}$.

462. 1) $\frac{12a}{20}$; 2) $\frac{2c}{3c}$; 3) $\frac{7b}{21b}$; 4) $\frac{4ab}{8ac}$; 5) $\frac{a^2}{2a}$; 6) $\frac{5x}{x^3y}$.

463. 1) $\frac{a^2}{a^3}$; 2) $\frac{b^3}{b^7}$; 3) $\frac{a^5}{a^4}$; 4) $\frac{b^6}{b^4}$.

Бөлчөктү кыскарт **(464—474):**

464. 1) $\frac{6ab}{4a}$; 3) $\frac{a^4b}{ab^3}$; 5) $\frac{12a^4b^2}{18a^3b^3}$;

2) $\frac{14c}{49c}$; 4) $\frac{3a^2b}{9a^3}$; 6) $\frac{25a^3bc^2}{125ac^3}$.

465. 1) $\frac{4(m+n)}{5(m+n)}$; 3) $\frac{2b(m-n)}{8b(m-n)(m-n)}$; 5) $\frac{2(a-b)}{b-a}$;

2) $\frac{7a(a-b)}{5(a-b)}$; 4) $\frac{3a(a+b)}{9a(a+b)(a-b)}$; 6) $\frac{5(x-y)}{15(y-x)}$.

466. 1) $\frac{(a-b)^2}{a-b}$; 3) $\frac{m-n}{(n-m)^2}$; 5) $\frac{3m(1-x)^2}{9m^2(x-1)^2}$;

2) $\frac{m+n}{(m+n)^4}$; 4) $\frac{(2x-3y)^2}{3y-2x}$; 6) $\frac{8a^2b(a-b)}{4a^3b(b-a)^2}$.

467. 1) $\frac{3x+3y}{6c}$; 3) $\frac{2a+2b}{4a-4b}$; 5) $\frac{ac-bc}{ac+bc}$;

2) $\frac{8a}{4m-4n}$; 4) $\frac{12a-3}{6a+9}$; 6) $\frac{a+ab}{a-ab}$.

468. 1) $\frac{a^2}{a^2+ab}$; 3) $\frac{7a+14b}{3a+6b}$; 5) $\frac{3a-6b}{12b-6a}$;

2) $\frac{pq^3}{p^2q-pq^2}$; 4) $\frac{2m^2-mn}{2mn-n^2}$;

469. 1) $\frac{12x^2-30xy}{30x^2-12xy}$; 2) $\frac{36a^2+24ab}{24a^2+36ab}$;

3) $\frac{m^3-3m^2n}{3m^2n-3m^3}$; 4) $\frac{a^3-2a^2b}{2a^3b^2-a^4b}$.

470. 1) $\frac{a^2-b^2}{a+b}$; 3) $\frac{4c^2-9x^2}{2c-3x}$; 5) $\frac{3a(a-b)}{6a^2(b-a)}$;

2) $\frac{a-b}{a^2-b^2}$; 4) $\frac{25-x^2}{5-x}$; 6) $\frac{5a(c^2-4)}{10a^2(2-c)}$.

471. 1) $\frac{8-3c}{9c^2-64}$; 3) $\frac{2y-10}{25-y^2}$; 5) $\frac{b^2-c^2}{b^4n-c^4n}$;

2) $\frac{100-49b^2}{7b+10}$; 4) $\frac{5y-y^2}{25-y^2}$; 6) $\frac{5a^3b+5ab^3}{a^4-b^4}$.

472. 1) $\frac{d^2-6d+9}{d-3}$; 2) $\frac{b+7}{b^2+14b+49}$; 3) $\frac{9-6a+a^2}{3-a}$; 4) $\frac{1-2p}{1-4p+4p^2}$.

473. 1) $\frac{4y^2-4y+1}{4y^2-1}$; 3) $\frac{3a^2-6ab+3b^2}{6a^2-6b^2}$;

2) $\frac{16a^2-1}{16a^2-8a+1}$; 4) $\frac{50m^2+100mn+50n^2}{15m^2-15n^2}$.

474. 1) $\frac{1-a^2}{(a-1)^2}$; 3) $\frac{4y^2-4y+1}{2-4y}$;

2) $\frac{(m-n)^2}{n-m}$; 4) $\frac{5-2x}{4x^2-20x+25}$.

475. Бөлчөктү кыскарт:

1) $\frac{9c^2-16}{16-24c+9c^2}$; 4) $\frac{36c-c^3}{c^3+12c^2+36c}$;

2) $\frac{16x^2-24xy+9y^2}{9y^2-16x^2}$; 5) $\frac{25b-49b^3}{49b^3-70b^2+25b}$;

3) $\frac{4x^2-4xy+y^2}{y^2-4x^2}$; 6) $\frac{4b^2-12bc+9c^2}{-2ab+3ac}$.

476. Бөлчөктү кыскарт:

1) $\dfrac{2a^5-128a^2}{(2a^2+8a+32)(a^4-4a^3)}$;

2) $\dfrac{2a^4+3a^3+2a+3}{(a^2-a+1)(2a+3)}$;

3) $\dfrac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$;

4) $\dfrac{3ac^2+3bc^2-3ab^2-3b^3}{6ac^2+6bc^2-6ab^2-6b^3}$.

25-§ *Бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтирүү*

Жөнөкөй бөлчөктөрдү кошуу учурунда адегенде бөлчөктөрдүн жалпы орток бөлүмү аныкталат. Мисалы, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{25}$, $\frac{7}{10}$ бөлчөктөрү үчүн жалпы орток бөлүм болуп 100 саны саналат, анткени бул сан 4, 25, 10 сандарынын эң кичине жалпы эселүүсү, б.а. 100 саны бул сандарга калдыксыз бөлүнөт.

! Алгебралык бөлчөктөрдүн жалпы бөлүмү ошол бөлчөктөр бөлүмдөрүнүн эң кичине жалпы эселүүсү болуп эсептелет. Бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтирүүдө бөлчөктүн негизги касиетинен пайдаланылат.

1-маселе. $\frac{m}{3a^2b}$, $\frac{n}{6ab^2}$ жана $\frac{p}{4ac}$ алгебралык бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтиргиле.

△ Берилген бөлчөктөрдүн жалпы орток бөлүмү ар бир бөлчөктүн бөлүмүнө бөлүнүүгө тийиш. Демек, ал 3 кө, 6 га, 4 кө, б.а. 12 ге; a^2 ка, a га жана a га, б.а. a^2 ка; b га жана b^2 га, б.а. b^2 ка; c га бөлүнүүгө тийиш.

Ошентип, бөлчөктөрдүн жалпы орток бөлүмү 12, a^2, b^2 жана c көбөйтүүчүлөрдү өз ичине камтыган болушу керек. Жалпы орток бөлүм иретинде $12a^2b^2c$ көбөйтүүнү алуу керек болот. Бул жалпы орток бөлүмдү биринчи бөлчөктүн бөлүмүнө бөлүп, анын алымына жана бөлүмүнө көбөйтүлүшү керек болгон бир мүчөнү табабыз. Бул бир мүчөгө берилген бөлчөктүн *кошумча көбөйтүүчүсү* дейилет. Биринчи бөлчөк үчүн мындай бир мүчө $4bc$ га барабар. Так ушундай ыкма менен экинчи жана үчүнчү бөлчөктөр үчүн кошумча көбөйтүүчүлөрдү табабыз: $2ac$ жана $3ab^2$.

Биринчи, экинчи жана үчүнчү бөлчөктөрдүн алымын жана бөлүмүн ылайыктуу түрдө $4bc$, $2ac$ жана $3ab^2$ ка көбөйтүп, аларды $12a^2b^2c$ жалпы орток бөлүмгө келтиребиз:

$$\frac{m}{3a^2b}=\frac{4mbc}{12a^2b^2c},\quad \frac{n}{6ab^2}=\frac{2nac}{12a^2b^2c},\quad \frac{p}{4ac}=\frac{3pab^2}{12a^2b^2c}$$ ▲

2-маселе. Бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтиргиле:

$$\frac{a}{x^2-y^2};\quad \frac{b}{2x^2-4xy+2y^2};\quad \frac{c}{3x^2+6xy+3y^2}.$$

△ Бөлчөктөрдүн бөлүмдөрүн көбөйтүүчүлөргө ажыратабыз:

$$x^2-y^2=(x-y)(x+y);$$

$$2x^2-4xy+2y^2=2\left(x^2-2xy+y^2\right)=2(x-y)^2;$$

$$3x^2+6xy+3y^2=3\left(x^2+2xy+y^2\right)=3(x+y)^2.$$

Жалпы орток бөлүм берилген бөлчөктөрдүн ар биринин бөлүмүнө бөлүнүүгө тийиш.

Жалпы орток бөлүм биринчи бөлчөктүн бөлүмүнө бөлүнүшү үчүн анын тутумунда $(x-y)(x+y)$ көбөйтүндү болушу керек.

Андан кийин жалпы орток бөлүм экинчи бөлчөктүн бөлүмүнө бөлүнүшү керек жана ал үчүн анда $2(x-y)^2$ көбөйтүүчү болушу керек.

Демек, биринчи бөлчөктүн бөлүмүнө $2(x-y)$ көбөйтүүчүнү жазып коюу керек, башкача айтканда жалпы орток бөлүмдүн тутумунда

$$2(x-y)^2(x+y)$$

көбөйтүндү болушу керек.

Жалпы орток бөлүм үчүнчү бөлчөктүн $3(x+y)^2$ бөлүмүнө бөлүнүшү үчүн алынган көбөйтүндүгө $3(x+y)$ көбөйтүүчүнү жазып коюу керек. Демек, үч бөлчөктүн жалпы орток бөлүмү

$$6(x-y)^2(x+y)^2$$

ка барабар болот.

Бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтирүү үчүн алардын алымын жана бөлүмүн кошумча көбөйтүүчүлөргө көбөйтүү керек, алар

болсо жалпы орток бөлүмдү ар бир бөлчөктүн бөлүмүнө бөлүү жолу менен аныкталат; берилген бөлчөктөр үчүн алар тиешелүү түрдө төмөнкүлөргө барабар:

$$6(x-y)(x+y),\ 3(x+y)^2,\ 2(x-y)^2.$$

Демек, берилген бөлчөктөрдү мындайча жазып алууга болот:

$$\frac{a}{x^2-y^2}=\frac{6a(x-y)(x+y)}{6(x-y)^2(x+y)^2};\quad \frac{b}{2x^2-4xy+2y^2}=\frac{3b(x+y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2};$$

$$\frac{c}{3x^2+6xy+3y^2}=\frac{2c(x-y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2}.$$ ▲

Алгебралык бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтирүү үчүн:

1) берилген бөлчөктөрдүн жалпы орток бөлүмдөрүн табуу;

2) ар бир бөлчөк үчүн кошумча көбөйтүүчүнү табуу;

3) ар бир бөлчөктүн алымын анын кошумча көбөйтүүчүсүнө көбөйтүү;

4) ар бир бөлчөктү табылган алымы жана жалпы орток бөлүмү менен жазуу керек.

Машыгуулар

Төмөнкү машыгууларда бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтир **(477—484):**

477. 1) $\frac{1}{2}$ жана $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{5}{7}$ жана $\frac{3}{14}$; 5) $\frac{x}{2y}$ жана $\frac{x}{3y}$;

2) $\frac{1}{a}$ жана $\frac{2}{b}$; 4) $\frac{a}{b}$ жана $\frac{a}{2b}$; 6) $\frac{8}{15}$ жана $\frac{5}{12}$.

478. 1) $\frac{3}{4a}$, $\frac{1}{5b}$ жана $\frac{7}{20ab}$; 3) $\frac{7}{a^2}$ жана $\frac{8}{a^3}$;

2) $\frac{3x}{4y}$, $\frac{6}{xy}$ жана $\frac{4y}{3x}$; 4) $\frac{a}{2x}$ жана $\frac{b}{4x^3}$.

479. 1) a жана $\frac{b^2}{a}$; 2) $3b$ жана $\frac{a^2}{2b}$;

3) a^2 жана $\frac{c}{2ab}$; 4) $\frac{b}{3a}$, $\frac{3c}{2b}$ жана ab.

480. 1) $\frac{1}{2p^2}$, $\frac{1}{6pk}$ жана $\frac{1}{3k^2}$; 3) $\frac{2a}{b^2}$, $\frac{4}{15a^2b}$ жана $\frac{3}{20a^3b^4}$;

2) $\frac{1}{6b^2}$, $\frac{a^2+b^2}{9a^2b^2}$ жана $\frac{3-a^2}{18ab^2}$; 4) $\frac{7}{20x^4y}$, $\frac{31}{6xy^3}$ жана $\frac{4}{3x^2y^4}$.

481. 1) $\frac{3}{x+y}$ жана $\frac{5}{x}$; 3) $\frac{7x}{2(x-1)}$ жана $\frac{5x}{x-1}$;

2) $\frac{6}{a-1}$ жана $\frac{2}{a}$; 4) $\frac{2a^2}{3(a+1)}$ жана $\frac{5a^2}{4(a+1)}$.

482. 1) $\frac{1}{x-y}$ жана $\frac{1}{x+y}$; 3) $\frac{5x}{2x-2}$ жана $\frac{3}{4x-4}$;

2) $\frac{7a}{3x-y}$ жана $\frac{6b}{3x+y}$; 4) $\frac{3x}{4x+4y}$ жана $\frac{x}{8x+8y}$.

483. 1) $\frac{3b}{b-2}$ жана $\frac{4}{b^2-4}$; 3) $\frac{1}{1-a}$, $\frac{2a}{1+a}$ жана $\frac{a^2}{1-a^2}$;

2) $\frac{7a}{x^2-9}$ жана $\frac{a}{x+3}$; 4) $\frac{6x}{x-y}$, $\frac{7xy}{x+y}$ жана $\frac{3}{x^2-y^2}$.

484. 1) $\frac{m}{2m+2n}$, $\frac{n}{8m-8n}$ жана $\frac{mn}{6m^2-6n^2}$;

2) $\frac{2c}{5b-5c}$, $\frac{3a^2}{35b^2-35c^2}$ жана $\frac{7b}{14b+14c}$;

3) $\frac{1}{a^2-4b^2}$, $\frac{1}{3a^2+6ab}$ жана $\frac{1}{2ab-a^2}$;

4) $\frac{5}{4x-4}$, $\frac{4x}{1-x^2}$ жана $\frac{1}{3x^2+3x}$.

№ 9 *Бир курт жерден дарактын чокусуна чыкмак болуптур. Дарактын бойлой түнү ал 2 м бийиктикке көтөрүлүп, күндүзү болсо 1 м ылдыйга түшөт экен. 9-түнү ал дарактын чокусуна жетиптир. Дарактын бийиктиги канча метр болгон?*

26-§ Алгебралык бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү

Бирдей бөлүмгө ээ болгон бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү эрежесин мындайча жазууга болот:

$$\frac{a}{m}+\frac{b}{m}=\frac{a+b}{m}; \qquad \frac{a}{m}-\frac{b}{m}=\frac{a-b}{m}.$$

1-маселе. $\frac{a-b}{a+b}$, $\frac{2a-b}{a+b}$ жана $\frac{a-2b}{a+b}$ бөлчөктөрүн кошкула.

△ $\frac{a-b}{a+b}+\frac{2a-b}{a+b}+\frac{a-2b}{a+b}=\frac{a-b+2a-b+a-2b}{a+b}=\frac{4a-4b}{a+b}=\frac{4(a-b)}{a+b}$. ▲

2-маселе. $\frac{a^2}{a+b}$ жана $\frac{b^2}{a+b}$ бөлчөктөрдүн айырмасын тап.

△ $\frac{a^2}{a+b}-\frac{b^2}{a+b}=\frac{a^2-b^2}{a+b}=\frac{(a+b)(a-b)}{a+b}=a-b$. ▲

Бөлүмдөрү ар түрдүү болгон бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү үчүн бул бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтирүү жана бирдей бөлүмгө ээ болгон бөлчөктөрдү кошуу же кемитүү эрежелеринен пайдалануу керек.

3-маселе. $\frac{1}{a^3}$, $\frac{1}{2a^2b}$ жана $\frac{1}{3ab^2}$ бөлчөктөрдүн айырмасын тап.

△ Берилген бөлчөктөр үчүн $6a^3b^2$ көбөйтүндү жалпы орток бөлүм болуп саналат. Демек,

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{2a^2b}+\frac{1}{3ab^2}=\frac{6b^2}{6a^3b^2}+\frac{3ab}{6a^3b^2}+\frac{2a^2}{6a^3b^2}=\frac{2a^2+3ab+6b^2}{6a^3b^2}.$$ ▲

4-маселе. $\frac{a}{3b^2c}$ жана $\frac{c}{15ab^2}$ бөлчөктөрүнүн айырмасын тап.

△ $\frac{a}{3b^2c}-\frac{c}{15ab^2}=\frac{5a^2}{15ab^2c}-\frac{c^2}{15ab^2c}=\frac{5a^2-c^2}{15ab^2c}$. ▲

5-маселе. $\frac{1}{x^2-x}$ жана $\frac{3}{x^2-1}$ бөлчөктөрүн кошкула.

△ Бөлчөктөрдүн бөлүмүндө турган көп мүчөлөрдү көбөйтүүчүлөргө ажыратабыз:

$$x^2-x=x(x-1),\ x^2-1=(x-1)(x+1).$$

$x(x-1)(x+1)$ көбөйтүндү бөлчөктөрдүн жалпы орток бөлүмү болуп саналат. Бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтирип, табабыз:

$$\frac{1}{x^2-x}+\frac{3}{x^2-1}=\frac{1}{x(x-1)}+\frac{3}{(x-1)(x+1)}=\frac{x+1}{x(x^2-1)}+\frac{3x}{x(x^2-1)}=$$

$$=\frac{x+1+3x}{x(x^2-1)}=\frac{4x+1}{x(x^2-1)}.$$ ▲

Бөлүмдөрү ар түрдүү болгон бөлчөктөрдү кошууну жана кемитүүнү төмөнкүдөй тартипте аткарууга болот:

1) бөлчөктөрдүн жалпы орток бөлүмү табылат;
2) бөлчөктөр жалпы орток бөлүмгө келтирилет;
3) алынган бөлчөктөр кошулат;
4) эгерде мүмкүнчүлүгү болсо, натыйжа жөнөкөйлөштүрүлөт.

6-маселе. $\frac{1}{a^2+4a+4}-\frac{4}{a^4+4a^3+4a^2}+\frac{4}{a^3+2a^2}$ туюнтманын сандык маанисин $a=0{,}5$ болгондо эсепте.

△ Берилген туюнтманы төмөнкүдөй алмаштырууга болот:

$$\frac{1}{(a+2)^2}-\frac{4}{a^2(a^2+4a+4)}+\frac{4}{a^2(a+2)}=\frac{1}{(a+2)^2}-\frac{4}{a^2(a+2)^2}+\frac{4}{a^2(a+2)}=$$

$$=\frac{a^2-4+4(a+2)}{a^2(a+2)^2}=\frac{a^2+4a+4}{a^2(a+2)^2}=\frac{1}{a^2}.$$

Демек, изделип жаткан сандык маани: $\frac{1}{0{,}5^2}=\frac{1}{0{,}25}=\frac{100}{25}=4.$ ▲

Машыгуулар

Бөлчөктөрдүн суммасын (айырмасын) тап **(485—491):**

485. 1) $\frac{p}{q^2}+\frac{3p}{q^2}$; 2) $\frac{8a}{b^3}-\frac{3a}{b^3}$; 3) $\frac{a}{a+b}+\frac{c}{a+b}$; 4) $\frac{x}{n+a}-\frac{y}{n+a}$.

486. 1) $\frac{c+d}{2a}+\frac{2c-d}{2a}$; 2) $\frac{a+2b}{3c^2}+\frac{5a-2b}{3c^2}$; 3) $\frac{a+b}{2c}-\frac{a-b}{2c}$;

4) $\frac{10a-b}{a^3}-\frac{3a-b}{a^3}$; 5) $\frac{(1+b)^2}{5d}+\frac{(1-b)^2}{5d}$; 6) $\frac{(2+a)^2}{a^2b}-\frac{(2-a)^2}{a^2b}$.

487. 1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}$; 2) $\frac{4}{7}-\frac{5}{28}$; 3) $\frac{2}{3a}+\frac{1}{a}$; 4) $\frac{1}{b}-\frac{2}{5b}$; 5) $\frac{c}{15a}+\frac{d}{3}$; 6) $\frac{a}{4}-\frac{b}{12d}$.

488. 1) $\frac{m}{2}-\frac{1}{n}$; 2) $\frac{3}{a}+\frac{b}{5}$; 3) $5-\frac{1}{a}$; 4) $\frac{2}{b}+7$.

489. 1) $5-\frac{2}{b}+\frac{3}{b^2}$; 2) $\frac{2}{c}+4-\frac{3}{c^2}$; 3) $d-\frac{c}{d}+\frac{c^2}{d^2}$; 4) $\frac{m}{n}-k+\frac{m^2}{n^2}$.

490. 1) $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}$; 2) $\frac{1}{mn}-\frac{1}{mk}$; 3) $\frac{a}{bc}-\frac{a}{bd}$; 4) $\frac{b}{ac}+\frac{b}{cd}$; 5) $\frac{3}{m^2}+\frac{4}{mn}$; 6) $\frac{2}{mn}-\frac{3}{n^3}$.

491. 1) $\frac{3c}{4a^3b}+\frac{5d}{6ab^3}$; 2) $\frac{2a}{9b^4}-\frac{7c}{6a^3b}$; 3) $\frac{2}{3y^3}-\frac{1}{6x^2y}+\frac{5}{12xy^2}$; 4) $\frac{5}{7x^2y}-\frac{3}{4xy^2}+\frac{11}{14x^2y^2}$; 5) $\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}$; 6) $\frac{b}{c}+\frac{b}{c^2d}+\frac{b}{cd^2}$.

Алгебралык бөлчөктөрдү кош жана кемит **(492—503):**

492. 1) $\frac{2x}{3(a-b)}+\frac{x}{a-b}$; 3) $\frac{2a^2}{3(a+1)}+\frac{5a^2}{4(a+1)}$;

2) $\frac{7x}{2(x-1)}-\frac{5x}{x-1}$; 4) $\frac{4y}{5(y-3)}-\frac{5x}{2(y-3)}$.

493. 1) $\frac{5}{2x-2}+\frac{3}{4x-4}$; 3) $\frac{a}{3a+3b}-\frac{2a}{6a+6b}$;

2) $\frac{7}{5b+5}-\frac{3}{10b+10}$; 4) $\frac{3x}{4x+4y}-\frac{x}{8x+8y}$.

494. 1) $\frac{3}{a^2+a}+\frac{5a}{ab+b}$; 3) $\frac{y+a}{b^2+ba}+\frac{y-b}{ab+a^2}$;

2) $\frac{5b}{ax+ay}-\frac{2a}{bx+by}$; 4) $\frac{y-b}{a^2-ab}-\frac{y-a}{ab-b^2}$.

495. 1) $\frac{3}{x+y}-\frac{5}{x}$; 3) $\frac{1}{x(x-3)}+\frac{1}{x(x+3)}$;

2) $\frac{6}{a}-\frac{10}{a-1}$; 4) $\frac{4}{5(a-b)}-\frac{7}{8(a+b)}$.

496. 1) $\frac{a}{1-b^2}+\frac{1}{1+b}$; 3) $\frac{5+p^2}{p^2-36}-\frac{p}{6+p}$;

2) $\frac{2}{x^2-9}+\frac{1}{x+3}$; 4) $\frac{2x}{x-4}-\frac{5x-2}{x^2-16}$.

497. 1) $\frac{2x}{x-4}-\frac{5x-2}{16-x^2}$; 3) $\frac{c^2-8}{2c+3}-\frac{16c-2c^3}{9-4c^2}$;

2) $\frac{12n-5}{n^2-49}+\frac{6}{7-n}$; 4) $\frac{21y^2+1}{1-9y^2}-\frac{y}{3y-1}$.

498. 1) $\frac{3}{a+2}+\frac{2a}{(a+2)^2}$; 2) $\frac{a}{(3a+1)^2}+\frac{4}{3a+1}$.

499. 1) $\frac{2y+8}{y^2-4y+4}-\frac{7}{y-2}$; 4) $\frac{4}{(m-n)^2}-\frac{7}{n-m}$;

2) $\frac{4-5x}{1+6x+9x^2}-\frac{2}{3x+1}$;

3) $\frac{7}{(a-b)^2}-\frac{5}{b-a}$;

5) $\frac{2a}{25-10a+a^2}+\frac{10}{a^2-25}$;

6) $\frac{1}{x^2-6x+9}+\frac{1}{(x+3)^2}$.

500. 1) $a+\frac{a}{a-1}$; 2) $b-\frac{b}{b-2}$; 3) $c+1-\frac{c^2}{c-1}$; 4) $\frac{a^2}{a+1}-a+1$.

501. 1) $\frac{7}{a+b}+\frac{8}{a-b}-\frac{16b}{a^2-b^2}$;

2) $\frac{6x}{x^2-y^2}-\frac{3}{x-y}-\frac{4}{x+y}$;

3) $\frac{3}{a+3}+\frac{2}{3-a}-\frac{6}{a^2-9}$;

4) $\frac{3}{4a^2-9}-\frac{8}{2a+3}-\frac{7}{3-2a}$.

502. 1) $\frac{a+b}{a}-\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a^2-ab}$;

2) $\frac{5b-1}{3b^2-3}+\frac{b+2}{2b+2}-\frac{b+1}{b-1}$;

3) $\frac{6a}{9a^2-1}+\frac{3a+1}{3-9a}+\frac{3a-1}{6a+2}$;

4) $\frac{7}{m}-\frac{4}{m-2n}-\frac{m-n}{4n^2-m^2}$;

5) $x-\frac{xy}{x+y}-\frac{x^3}{x^2-y^2}$;

6) $a-2+\frac{4a}{2+a}-\frac{a^3+b}{a^2+2a}$.

503. 1) $\frac{a+1}{a^3-1}-\frac{1}{a^2+a+1}$;

2) $\frac{a^2+4}{a^3+8}-\frac{1}{a+2}$;

3) $\frac{a+b}{a^2-ab+b^2}-\frac{1}{a+b}$;

4) $\frac{m^2-3m+9}{m^3-27}-\frac{1}{m-3}$.

504. Туюнтманы жөнөкөйлөштүрүп, андан кийин анын маанисин тап:

1) $\frac{8a^2}{a^3-1}+\frac{a+1}{a^2+a+1}$, мында $a=2$;

2) $\frac{3c^2-c+3}{c^3-1}-\frac{c-1}{c^2+c+1}+\frac{2}{1-c}$, мында $c=1\frac{1}{2}$.

27- § Алгебралык бөлчөктөрдү көбөйтүү жана бөлүү

Алгебралык бөлчөктөрдү көбөйтүү жана бөлүү да жөнөкөй бөлчөктөрдү көбөйтүү жана бөлүү эрежелеринин негизинде аткарылат:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}; \qquad \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}.$$

1-маселе. Бөлчөктөрдү көбөйткүлө:

$$\frac{1}{2xy},\ \frac{4x^2y^3}{5z} \text{ жана } \frac{10z^2}{3x^3}.$$

$$\triangle \quad \frac{1}{2xy}\cdot\frac{4x^2y^3}{5z}\cdot\frac{10z^2}{3x^3}=\frac{1\cdot 4x^2y^3\cdot 10z^2}{2xy\cdot 5z\cdot 3x^3}=\frac{4y^2z}{3x^2}. \quad \blacktriangle$$

2-маселе. $\frac{a-b}{a^2+ab}$ жана $\frac{b^2+ab}{(a-b)^2}$ бөлчөктөрүн көбөйткүлө.

△ Көбөйтүүчүлөргө ажыратып, табабыз:

$$\frac{a-b}{a^2+ab}\cdot\frac{b^2+ab}{(a-b)^2}=\frac{(a-b)\,b\,(a+b)}{a\,(a+b)\,(a-b)^2}=\frac{b}{a\,(a-b)}. \quad \blacktriangle$$

3-маселе. $\frac{m+n}{9m^2n^3}$ жана $\frac{m^2-n^2}{27mn^2}$ бөлчөктөрүн бөлгүлө.

$$\triangle \quad \frac{m+n}{9m^2n^3}:\frac{m^2-n^2}{27mn^2}=\frac{(m+n)\cdot 27mn^2}{9m^2n^3\left(m^2-n^2\right)}=\frac{(m+n)\,3}{mn\,(m-n)\,(m+n)}=\frac{3}{mn\,(m-n)}. \quad \blacktriangle$$

Алгебралык бөлчөктү даражага көтөрүүдө ушул формуладан пайдаланылат: $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

Мисалы:

$$\left(\frac{4a^2}{b}\right)^2=\frac{16a^4}{b^2}; \quad \left(\frac{a+b}{3c}\right)^3=\frac{(a+b)^3}{27c^3}.$$

Бөлчөктөрдү көбөйтүр **(505—506):**

505. 1) $\frac{85}{24}\cdot\frac{72}{17}$; 2) $\frac{256}{169}\cdot\frac{13}{64}$; 3) $50\cdot\frac{7}{625}$; 4) $\frac{5}{26}\cdot 39$.

506. 1) $\frac{a^3b}{c}\cdot\frac{c^2}{a^4}$; 3) $\frac{6a}{5b}\cdot\frac{15c}{2d}$; 5) $\frac{2a}{3b}\cdot 3c$;

2) $\frac{m^2n^2}{k}\cdot\frac{k^3}{m^3n^3}$; 4) $\frac{4m}{9n}\cdot\frac{27k}{16d}$; 6) $14a^2\cdot\frac{b^2}{7c^3}$.

507. Бөлчөктөрдү бөл:

1) $\frac{3}{5}:\frac{3}{7}$; 3) $\frac{a}{8}:\frac{1}{3}$; 5) $\frac{2}{a}:\frac{6}{7}$;

2) $\frac{11}{12}:\frac{2}{5}$; 4) $\frac{6}{c}:\frac{m}{13}$; 6) $\frac{9}{35}:\frac{b}{5}$.

508. Бөлчөктөрдү бөл:

1) $\frac{8}{17}:\frac{8}{17}$; 3) $\frac{3a}{7b}:\frac{a}{b}$; 5) $\frac{2a}{3b}:\frac{a^2}{bc}$;

2) $\frac{a}{b}:\frac{a}{b}$; 4) $\frac{c}{2d}:\frac{4c^2}{5d}$; 6) $\frac{5m}{n^2}:\frac{10m^3}{n}$.

509. Бөлчөктөрдү бөл:

1) $\frac{17}{12}:\frac{34}{39}$; 3) $\frac{4}{13}:5$; 5) $12:\frac{8}{9}$;

2) $\frac{54}{25}:\frac{81}{75}$; 4) $\frac{a}{b}:c$; 6) $a:\frac{b}{c}$.

510. Бөлчөктөрдү бөл:

1) $\frac{a^2b}{c}:\frac{a^4}{c^2}$; 3) $\frac{4a}{5b}:\frac{12c}{25d}$; 5) $\frac{6a}{5b}:(5c)$;

2) $\frac{mn}{k}:\frac{m^2n^2}{k^3}$; 4) $\frac{8m}{9n}:\frac{16k}{27d}$; 6) $12a^2:\frac{4d}{5c^2}$.

Көрсөтүлгөн амалдарды аткар **(511—517):**

511. 1) $\left(\frac{5a}{7b}\right)^2\cdot\frac{14b^2}{25a^3}$; 2) $\left(\frac{3a^2}{2b}\right)^3\cdot\frac{16b^3}{21a^4}$; 3) $\frac{2a^2}{5b^2}:\frac{12a^2}{15b^2}$;

4) $\frac{3a^3}{7b} : \frac{9a^4}{21b}$; 5) $\left(\frac{ab}{cd}\right)^2 \cdot acd$; 6) $abc^2 \cdot \left(\frac{ab}{cd}\right)^2$.

512. 1) $\frac{8a^2b}{9c} \cdot \frac{36c^3}{5a^3b}$; 3) $\frac{16x^2y}{7z} : \frac{20xy^3}{21z^2}$; 5) $\frac{18m^3n^5}{7k} : (9n^2)$;

2) $\frac{7b^4}{9c^5y} : \frac{35b^4c^2}{18c^4y^2}$; 4) $\frac{46d^3c}{15a} : \frac{23dc^2}{5a^3}$; 6) $24k^2 : \frac{12m^4k^2}{11p^3n}$.

513. 1) $\frac{3x^2y}{4a^2b} \cdot 4a^2b$; 3) $15xy : \frac{30xy}{7a^2b}$;

2) $\frac{5a^2b}{7xy^2} \cdot 14xy^2$; 4) $\frac{7x^2y}{2a^2b} : (14x^2y)$.

514. 1) $\frac{7-x}{a+b} \cdot \frac{a-b}{7-x}$; 3) $\frac{c+d}{c-d} : \frac{c}{c-d}$; 5) $\frac{a^2-ab}{b} \cdot \frac{b}{a}$;

2) $\frac{x-y}{2a} \cdot \frac{4b}{x-y}$; 4) $\frac{a-b}{2b} : \frac{a-b}{6b^2}$; 6) $\frac{ab+b^2}{9} : \frac{b^2}{3a}$.

515. 1) $\frac{a+1}{b} \cdot \frac{4b^2}{a^2-1}$; 4) $\frac{5m}{m^2-n^2} : \frac{15m^3}{m-n}$;

2) $\frac{1-a}{3b^2} \cdot \frac{b^3}{1-a^2}$; 5) $\frac{3(x+y)}{4y^2(x^2+y^2)} \cdot \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$;

3) $\frac{a^2-b^2}{9b^2} : \frac{a+b}{3b}$; 6) $\frac{5(a-b)}{3(a^2+b^2)} : \frac{(a-b)^2}{a^2+b^2}$.

516. 1) $\frac{a^2-b^2}{3a+3b} \cdot \frac{3a^2}{5b-5a}$; 4) $\frac{3n^2-3m^2}{n^2+np} \cdot \frac{6m-6n}{n+p}$;

2) $\frac{5x^2-5y^2}{x^2+y^2} \cdot \frac{3x^2}{10y-10x}$; 5) $\frac{a^2+b^2}{x^3+x^2y} \cdot \frac{x^2-y^2}{a^4-b^4}$;

3) $\frac{a^2-25}{a^2-3a} : \frac{a+5}{9-a^2}$; 6) $\frac{a^2+b^2}{a^2-ab} : \frac{a^4b-b^5}{a^2b-ab^2}$.

517. 1) $\dfrac{a-5}{a^2+6a+9}\cdot\dfrac{(a+3)^2}{a^2-25}$; 3) $\dfrac{a^2-49}{a^2+2ab+b^2}\cdot\dfrac{a+b}{a-7}$;

2) $\dfrac{b^2-8b+16}{b+3}:\dfrac{(b-4)^2}{b^2-9}$; 4) $\dfrac{a^2-2a+1}{2a+1}:\dfrac{a-1}{4a^2-1}$.

28-§ *Алгебралык бөлчөктөрдүн үстүндө жүргүзүлүүчү аралаш амалдар*

Алгебралык бөлчөктөрдүн үстүндө аралаш жүргүзүлүүчү амалдарга тиешелүү мисалдарды карап чыгабыз.

1-маселе. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр: $\left(\dfrac{a+1}{2a-2}-\dfrac{1}{2a^2-2}\right)\cdot\dfrac{2a+2}{a+2}$.

△ Кашаанын ичиндеги туюнтманы жөнөкөйлөштүр:

$$\frac{a+1}{2a-2}-\frac{1}{2a^2-2}=\frac{a+1}{2(a-1)}-\frac{1}{2(a^2-1)}=\frac{(a+1)^2-1}{2(a^2-1)}=$$

$$=\frac{(a+1-1)(a+1+1)}{2(a^2-1)}=\frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)}.$$

Көбөйтүндүнү табабыз:

$$\frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)}\cdot\frac{2a+2}{a+2}=\frac{a(a+2)\,2(a+1)}{2(a+1)(a-1)(a+2)}=\frac{a}{a-1}.$$ ▲

2-маселе. Көрсөтүлгөн амалдарды аткар:

$$\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}\right):\left(\frac{a+b}{a-b}-1\right).$$

△ Биринчи кашаанын ичиндеги амалдарды аткар:

$$\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{(a-b)(a+b)}=\frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{a^2-b^2}=$$

$$=\frac{2a\cdot 2b}{a^2-b^2}=\frac{4ab}{a^2-b^2}.$$

Экинчи кашаанын ичиндеги амалдарды аткарабыз:

$$\frac{a+b}{a-b}-1=\frac{a+b-a+b}{a-b}=\frac{2b}{a-b}.$$

Бөлөбүз:

$$\frac{4ab}{a^2-b^2}:\frac{2b}{a-b}=\frac{4ab(a-b)}{(a^2-b^2)2b}=\frac{2a}{a+b}. \blacktriangle$$

3-маселе. Бассейн биринчи ноо аркылуу a саатта, экинчи ноо аркылуу b саатта толот. Эгерде бир эле убакытта эки ноону тең ачып жиберсе, бассейн канча саатта толот?

△ Бассейндин көлөмү V болсун дейли. Бир саатта биринчи ноо $\frac{V}{a}$ га барабар көлөмдү, ал эми экинчиси болсо $\frac{V}{b}$ га барабар көлөмдү толтурат, эки ноо болсо бир саатта $\frac{V}{a}+\frac{V}{b}$ га барабар болгон көлөмдү толтурат. Изгделип жаткан убакыт t болсун. t саатта эки ноо бассейнди толтурушу керек, башкача айтканда

$$\left(\frac{V}{a}+\frac{V}{b}\right)\cdot t=V.$$

Барабардыктын эки жагын тең V га бөлүп,

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)t=1$$

ди алабыз. Кашаанын ичинде турган бөлчөктөрдүн суммасы $\frac{a+b}{ab}$ га барабар. Ошондуктан $\frac{a+b}{ab}\cdot t=1$, мында $t=\frac{ab}{a+b}$. ▲

Машыгуулар

Көрсөтүлгөн амалдарды аткар **(518—523):**

518. 1) $\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{3}\right)\cdot\frac{1}{a^2}$; 3) $\frac{a-b}{a+b}\left(\frac{a}{5}+\frac{b}{5}\right)$; 5) $1:\left(1+\frac{1}{a}\right)$;

2) $\frac{a^2}{3}\cdot\left(\frac{2}{a}+\frac{2}{a^2}\right)$; 4) $\frac{ab}{a-b}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$; 6) $b:\left(b+\frac{1}{b}\right)$.

519. 1) $\left(1+\frac{1}{a}\right):\left(1-\frac{1}{a}\right)$; 3) $\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}-2\right):\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$;

2) $\left(a+\frac{a}{b}\right)\left(a-\frac{a}{b}\right)$; 4) $\left(\frac{m}{n}+\frac{n}{m}+2\right)\left(1+\frac{m-n}{m+n}\right)$.

520. 1) $\left(1-\frac{a-b}{a+b}\right)\left(2+\frac{2b}{a-b}\right)$; 3) $\left(\frac{6}{a-b}-\frac{5}{a+b}\right)\cdot\frac{a-b}{a+11b}$;

2) $\left(1+\frac{a+b}{a-b}\right)\left(2-\frac{2a}{a+b}\right)$; 4) $\left(\frac{3}{c}+\frac{3}{c+d}\right)\cdot\frac{c}{18(2c+d)}$.

521. 1) $\left(\frac{2m+1}{2m-1}-\frac{2m-1}{2m+1}\right):\frac{4m}{10m-5}$; 3) $\frac{y-1}{y}:\left(\frac{y^2+1}{y^2+2y}-\frac{2}{y+2}\right)$;

2) $\left(\frac{z+6}{3z+9}-\frac{1}{z+3}\right):\frac{z+2}{27z}$; 4) $\frac{m-2}{m-5}:\left(\frac{m^2+24}{m^2-25}-\frac{4}{m-5}\right)$.

522. 1) $\frac{a^2+ab}{a^2+b^2}\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)$; 3) $\left(\frac{c+d}{c}-\frac{2c}{c-d}\right)\cdot\frac{d-c}{c^2+d^2}$;

2) $\frac{ab-b^2}{a^2+b^2}\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)$; 4) $\left(\frac{2c}{c+d}+\frac{d-c}{c}\right)\cdot\frac{c+d}{c^2+d^2}$.

523. 1) $\left(\frac{a+1}{2a-2}+\frac{6}{2a^2-2}-\frac{a+3}{2a+2}\right)\cdot\frac{4a^2-4}{3}$;

2) $\left(\frac{b}{a^2+ab}+\frac{2}{a+b}+\frac{a}{b^2+ab}\right):\frac{a^2-b^2}{4ab}$;

3) $\frac{a^2-c^2}{a+b}\cdot\frac{a^2-b^2}{ac+c^2}\cdot\left(a+\frac{ac}{a-c}\right)$;

4) $\frac{c^2-ac}{a^2-b^2}\cdot\frac{a-b}{c^2-a^2}:\left(c-\frac{ac}{a+c}\right)$.

524. Көлөмү V болгон муздун бөлүгүнүн массасы p килограммга барабар. Көлөмү V_1 болгон бөлүктүн массасы эмнеге барабар?

525. Автомобиль саатына v км ылдамдык менен аракеттенип, s километр жол жүрдү. Эгерде мотоциклдин ылдамдыгы u километр болсо, ошол эле убакыттын ичинде ал канча жол жүргөн?

526. Моторлуу кайыктын турактуу суудагы ылдамдыгы саатына v километр, дарыянын агымынын ылдамдыгы болсо v_1 километр. Кайык агым боюнча аракеттенип, s километр жүрдү. Моторлуу кайык агымга каршы ошол эле убакыттын ичинде канча аралыкты басып өтөт?

527. *(Абу Райхан Берунийдин маселеси.)* Эки буюмдун биринин 10 даанасы бир динар жана экинчисинин 15 даанасы бир динар. Бир динарга эки буюмдан тең бирдей санда канча даанадан сатып алууга болот?

Өзүңдү текшерип көр!

1. Тамгалардын бөлчөктүк мазмунга ээ боло турган маанилерин тап:

$$\frac{a}{b};\ \frac{3}{a-1};\ \frac{a}{b+2}.$$

2. Амалдарды аткар:

1) $4a+\frac{1-4a^2}{a}$; 2) $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}$;

3) $\frac{2a-4}{3b}\cdot\frac{6b}{a-2}$; 4) $\frac{a^2-b^2}{b^2}:\frac{a+b}{b}$.

3. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр жана анын $x=2\frac{2}{3}$ болгондогу сандык маанисин тап:

$$\frac{1+2x}{x-3}-\frac{x^2+3x}{5}\cdot\frac{10}{x^2-9}.$$

V глава боюнча машыгуулар

Бөлчөктөрдү жалпы бөлүмгө келтир:

528. 1) $\frac{5a}{a^3-27}$, $\frac{a-3}{a^2+3a+9}$ жана $\frac{1}{a-3}$; 2) $\frac{3}{x+2}$, $\frac{x+1}{x^3+8}$ жана $\frac{x+2}{x^2-2x+4}$.

Амалдарды аткар **(529—530):**

529. 1) $\frac{a+3}{5}+\frac{7+a}{10}+\frac{a-3}{2}$; 3) $\frac{a-2}{45}-\frac{a+5}{15}-\frac{a-9}{9}$;

2) $\frac{b-7}{4}+\frac{5b-2}{3}+\frac{3b-1}{8}$; 4) $\frac{b}{12}-\frac{3b+1}{9}-\frac{2b-1}{4}$.

530. 1) $\frac{y}{n-2}+\frac{z}{2-n}$; 3) $\frac{2m}{3-5n}-1+\frac{7n-4}{5n-3}$;

2) $\frac{p+2q}{3p-q}-\frac{5q-2p}{q-3p}$; 4) $4-\frac{3a}{5-2b}+\frac{5(a-10)}{2b-5}$.

Көрсөтүлгөн амалдарды аткар **(531—533):**

531. 1) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab+b^2}:\frac{8a-8b}{a^3+b^3}$; 2) $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2+ab+b^2}\cdot\frac{a^3-b^3}{7a+7b}$;

532. 1) $\frac{64x^2-1}{x^2-4}\cdot\frac{(x+2)^2}{x^2-4}\cdot\frac{(x-2)^2}{8x+1}$;

2) $\frac{x-6}{x^2+6x+9}\cdot\frac{x^2+4x+4}{(x^2+2)(x-2)}\cdot\frac{x^3-9x}{(x-6)(x+2)}$;

3) $\frac{am^2-an^2}{m^2+2mn+n^2}:\frac{am^2+2amn+an^2}{3m+3n}$;

4) $\frac{ab-4b-2a+8}{2a+8-ab-4b}:\frac{2a-8-ab+4b}{ab+4b-2a-8}$.

533. 1) $(x^2-1)\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{1+x}+1\right)$; 3) $\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right):\left(\frac{x-y}{x+y}+\frac{x+y}{x-y}\right)$;

2) $\left(1+a-\frac{a^2+3}{a+1}\right)(1-a^2)$; 4) $\left(\frac{2-a}{2+a}-\frac{a+2}{a-2}\right):\left(\frac{2+a}{2-a}+\frac{a-2}{a+2}\right)$.

№ 10 *n сандын цифраларынын суммасы 2006 га барабар. n санын эки өз ара барабар сандардын көбөйтүндүсү көрүнүшүндө жазууга болобу?*

V глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер

1. Бөлчөктөрдү кыскарт: $\dfrac{27a^2-36ab+12b^2}{9a^2-4b^2}$.

A) $\dfrac{3(3a-2b)}{3a+2b}$; B) $\dfrac{3a-2b}{3a+2b}$;

C) $\dfrac{39-36ab}{5}$; D) $\dfrac{3a^2-36ab+3b^2}{a^2-b^2}$.

2. Бөлчөктөрдү кыскарт: $\dfrac{7a^2(ab^2-9a)}{3a(21a-7ab)}$.

A) $\dfrac{7a(ab^2-9a)}{3(21a-7ab)}$; B) $\dfrac{-a(b+3)}{3}$;

C) $\dfrac{7(ab^2-9a)}{3(21-7b)}$; D) $\dfrac{a(b-3)}{3}$.

3. Амалдарды аткар: $\dfrac{4}{a+b}+\dfrac{5}{a-b}-\dfrac{10b}{a^2-b^2}$.

A) $\dfrac{9}{a-b}$; B) $\dfrac{9}{a+b}$; C) $\dfrac{-9}{a+b}$; D) $\dfrac{9(a+b)}{a-b}$.

4. Бөлчөктөрдү кемит: $\dfrac{a^2+9}{a^3+27}-\dfrac{1}{a+3}$.

A) $\dfrac{1}{a^2+9}$; B) $\dfrac{3}{a^2+9}$; C) $\dfrac{a}{a^3+9}$; D) $\dfrac{3a}{a^3+27}$.

5. Бөлчөктөрдү көбөйтүр: $\dfrac{9a^2-16b^2}{6a+8b}\cdot\dfrac{6a^2}{12b-9a}$.

A) a^2; B) $-a^2$; C) $\dfrac{a^2}{3a-4b}$; D) $\dfrac{6}{3a+4b}$.

6. Бөлчөктөрдү бөл: $\dfrac{4a^2-20ab+25b^2}{5b+4}:\dfrac{(2a-5b)^2}{25b^2-16}$.

A) $\dfrac{5b+4}{2a-5b}$; B) $\dfrac{2a-5b}{5b-4}$; C) $5b-4$; D) $5b+4$.

7. Бөлчөктөрдү кыскарт: $\dfrac{8a^2-22ab+15b^2}{16a^2-25b^2}$.

A) $\dfrac{2a-3b}{4a+5b}$; B) $\dfrac{2a+3b}{4a-5b}$; C) $\dfrac{4a-5b}{4a+5b}$; D) $\dfrac{4a+3b}{2a-5b}$.

8. Бөлчөктөрдү кемит: $\dfrac{9x^2+16}{27x^3+64}-\dfrac{1}{3x+4}$.

A) $\dfrac{9x^2+16}{3x+4}$; B) $\dfrac{-12x}{27x^3+64}$; C) $\dfrac{12x}{27x^3+64}$; D) $\dfrac{9x^2+4}{27x^3-64}$.

9. Амалдарды аткар: $\dfrac{4}{3a+2b}-\dfrac{2}{2b-3a}+\dfrac{8b}{4b^2-9a^2}$.

A) $\dfrac{6}{3a-2b}$; B) $\dfrac{6}{3a+2b}$; C) $\dfrac{12a}{9a^2-4b^2}$; D) $\dfrac{12b}{2b-3a}$.

Тарыхый маалыматтар

Кыскача көбөйтүүнүн формулалары, алгебралык бөлчөктөр боюнча маалыматтар байыркы китептерде кездешет. Мисалы, ал-Каражинин «Ал-Фахри», египеттик окумуштуу Абу Камилдин (850—930) «Китаб ал-жабр вал мукабала» аттуу чыгармаларында да алгебралык бөлчөктөр үйрөнүлгөн. Абу Камил ал-Харезмийден кийин алгебра боюнча китеп жазган биринчи окумуштуу болуп саналат. Абу Камил өзүнүн чыгармасында

$\left(\dfrac{a}{b}\right)\cdot b=a,\quad \dfrac{a}{b}=\dfrac{a^2}{ab},\quad \dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{b}{a}=1,\quad \dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}=\dfrac{a^2+b^2}{ab}$ сыяктуу жөнөкөй мамилелерге да көңүл бурган.

Алгебралык бөлчөктөргө И. Ньютондун «Жалпы арифметика» аттуу китебинде да жетиштүү деңгээлде орун берилген. «$\dfrac{a}{b}$ бөлчөгү a ны b га бөлүүнүн натыйжасында алынган чоңдук болуп саналат. Куду ошондой эле $\dfrac{ab-bb}{a+x}$ чоңдугу $ab-bb$ ны $a+x$ ке бөлүүнүн натыйжасында алынат», — дейт Ньютон.

Сиздер менен улуу мекендешибиз Ал-Харезмий негиз салган алгебра илиминин башталгыч түшүнүктөрү жана натыйжалары менен тааныштык.

VI ГЛАВА

КОМБИНАТОРИКА ЭЛЕМЕНТТЕРИ

29- § Комбинаториканын негизги эрежеси

Кымбаттуу окуучу! Сен 6-класста комбинаториканын кошуу жана көбөйтүү эрежелерине тиешелүү баштапкы түшүнүктөр менен таанышкансың.

1-маселе. Самарканддан Ташкентке 4 түрдүү жол менен келүүгө болот: самолёт, поезд, автобус жана жеңил машина (такси). Ташкенттен Кожокентке 3 түрдүү транспорт алып барат: поезд, автобус, такси. Самарканддан Кожокентке канча усул менен келүүгө болот (22- сурөт)?

22-сүрөт.

△ Самарканддан Ташкентке келүүнүн бардыгы болуп 4 жолу бар. Бул 4 жолдон бирин тандап, Ташкентке келдик, дейли. Эми Кожокентке баруунун 3 жолу – мүмкүнчүлүгү бар. Ошентип, Самарканддан Ташкент аркылуу Кожокентке баруунун бардыгы болуп $4 \cdot 3 = 12$ түрдүү усулу бар.

Жообу: 12 түрдүү. ▲

Жалпысынан алганда, A шаардан B шаарга келүүнүн m, B дан C шаарга келүүнүн n жолу болсо, анда A дан C га келүүнүн бардыгы болуп $m \cdot n$ жолу бар, башкача айтканда A дан C га $m \cdot n$ түрдүү усул менен келүүгө болот.

Бул эреже көбөйтүү эрежеси болуп, комбинаториканын негизги эрежеси эсептелет.

2- маселе. «Sunday» супермаркетинин «Бардыгы үй үчүн»

бөлүмүндө 5 түрдүү пиала, 6 түрдүү талиңке, 4 түрдүү чай кашык бар. Наргиза эже түрдүү аталыштагы эки буюм сатып алмакчы. Муну нече түрдүү усул менен жасоого болот?

△ 1) Пиала менен талиңкени $5 \cdot 6 = 30$ усулда; 2) пиала менен кашыкты $5 \cdot 4 = 20$ усулда; 3) талиңке менен кашыкты $6 \cdot 4 = 24$ түрдүү усулда алууга болот. Демек, түрдүү аталыштагы эки буюмду $30 + 20 + 24 = 74$ түрдүү усулда тандап алууга болот экен.

Жообу: 74 түрдүү усулда.▲

3-маселе. Канча үч орундуу санда бир гана 7 цифрасы бар?

△ 7 цифрасы 1-, 2-, 3-орунда (жүздүктөр, ондуктар, бирдиктер разрядында) болушу мүмкүн.

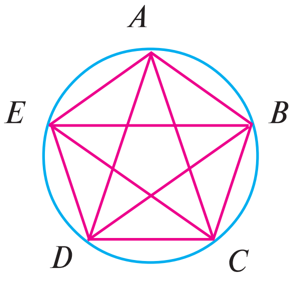
Эгерде 7 цифрасы 1-орунда турган болсо, анда 2- жана 3- орундарды $9 \cdot 9 = 81$ усулда толтурууга болот.

Эгерде 7 цифрасы 2-орунда болсо, анда 1-орунда 0 жана 7 цифраларынан башка каалагандай цифра турушу мүмкүн. 1-орунду ээлөөнүн $10 - 2 = 8$ мүмкүнчүлүгү бар. Мында 3-орунда 7 цифрасынан башка каалагандай цифра тура алат; демек, мүмкүнчүлүктөрдүн саны $8 \cdot 9 = 72$.

Эгерде 7 цифрасы 3-орунда турса, анда 1-орунду алуу үчүн 8, ал эми 2-орунду алуу үчүн болсо 9 мүмкүнчүлүк бар. Ошентип, ондук жазууда бир гана 7 цифрасы бар үч орундуу сандар бардыгы болуп $81 + 72 + 72 = 225$ экен.

Жообу: 225.▲

4-маселе. Айланада алынган 5 чекит *A, B, C, D, E* тамгалары менен белгиленген. Ар бир чекит калган ар бир чекит менен туташтырылса, канча кесинди алынат (23- сүрөт)?



23-сүрөт.

△ ***1-усул.*** Чекиттердин саны аз болгондуктан, маселеге ылайыктуу фигураны чийип, кесиндилердин санын санап чыгууга болот, алар – 10. Бирок айланада алынган чекиттердин саны көп болсо (мисалы, 100, ...), ылайыктуу фигураны чийүү жана андагы кесиндилерди саноо оордошот. Анда башка жол тутуу керек.

2-усул. Айланада алынган 5 чекиттин ар биринен 4 төн кесинди жүргүзүлөт. Мындай кесиндилердин саны $5 \cdot 4 = 20$, бирок кесиндилердин санын эсептөөдө ар бир кесинди эки жолудан саналган. Демек, эми биз 20 ны 2 ге бөлүшүбүз керек: $20 : 2 = 10$.

3-усул. *A* чекитин калган 4 чекит менен туташтырсак, анда 4 кесиндини алабыз: *AB, AC, AD* жана *AE*. *B* чекитинен да 4 кесинди жүргүзүүгө болот, бирок *B* дан жүргүзүлгөн бир кесинди ($BA = AB$) ни биз санадык. Демек, *B* чекитинен 3 жаңы (мурда эсептелбеген, саналбаган) кесинди жүргүзүлөт. Ушуга окшош, *C* дан 2, ал эми *D* дан болсо 1 жаңы кесинди жүргүзүүгө болот. *E* чекитинен жүргүзүлө турган 4 кесиндинин бардыгы мурда эсептелген ($EA = AE$; $EB = BE$; $EC = CE$; $ED = DE$). Демек, айланада белгиленген 5 чекитти туташтыруучу бардык кесиндилердин саны $4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$.▲

5-маселе. 3, 4, 5, 6, 8, 9 цифраларынын жардамында бардыгы болуп: 1) цифралар кайталанбаса; 2) цифралар кайталанышы мүмкүн болсо, канча үч орундуу сан түзүүгө болот?

△ 1) Берилген цифралар алтоо. Алардын ичинен каалагандай бири 3 орундуу сандын биринчи цифрасы болушу мүмкүн. Демек, 3 орундуу сандын биринчи цифрасын тандоо мүмкүнчүлүгү алтоо болот. Анда 2-цифра калган 5 цифранын каалагандай бири болушу мүмкүн, башкача айтканда 2-цифраны тандоо мүмкүнчүлүгүбүз бешөө. Ушуга окшош, 3-цифраны тандоо мүмкүнчүлүгүбүз да төртөө.

Демек, цифралар кайталанбаса, бардык үч орундуу сандардын саны $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ болот экен.

Жообу: 120. ▲

△ 2) Цифралар кайталана турган болсо, үч орундуу сандын 1-, 2-, 3-разряддарына жазыла турган цифраны тандоо мүмкүнчүлүктөрү 6 дан болот, анткени берилген цифралардын саны алтоо. Мында бардык 3 орунду сандардын саны $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$ болот.

Жообу: 216. ▲

534. Апасы Наргизага «Korzinka. Uz» супермаркетинен 3 түрдүү мөмө сатып алууну айтты. «Korzinka. Uz» да 6 түрдүү алма, 4 түрдүү алмурут, 5 түрдүү жүзүм бар. Наргиза мөмөлөрдүн ар бир түрүнөн 1 кг дан алып, канча түрдөн турган ассортимент түзө алат?

535. Канча 4 орундуу санда бир гана 5 цифрасы бар?

536. Айланада: а) 10; б) 100; в) *n* чекит белгиленген. Ар бир чекит калган ар бир чекит менен туташтырылса, ар бир учурда бардыгы болуп канча кесинди алынат?

537. 1) 3; 2) 4; 3) 5; 4) 6; 5) 8; 6) 15 дос өз ара кол алышып саламдашышты. Ар бир учурда кол алышуулардын саны канча болгон?

538. Достордон 10 адам өз ара шахмат турнирин өткөрүшмөкчү. Мында ар бир бала калган ар бир бала менен бир партия шахмат ойнойт. Бул турнирде бардыгы болуп канча партия шахмат ойнолот?

*Айтчы, **536 – 538**-маселелердин окшоштугу эмнеде?*

539. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 цифраларынын жардамында бардыгы болуп: 1) цифралар кайталанбаса; 2) цифралар кайталанышы мүмкүн болсо, канча үч орундуу сан түзүүгө болот?

540. 1, 2, 3, 4, 5 цифраларынын жардамында канча: а) эки орундуу; б) үч орундуу; в) төрт орундуу санды жазууга болот?
Цифралар: кайталанбай турган; кайталана турган учурларды өз алдынча кара.

541. Футбол боюнча дүйнөлүк чемпионатта алтын, күмүш, коло медалдары үчүн болгон оюндарда 16 команда катышууда. Медалдар командалардын ортосунда нече түрдүү усул менен бөлүштүрүлүшү мүмкүн?

542. Бир өлкөдө 4 шаар бар экен: *A*, *B*, *C* жана *D*. *A* шаарынан *B* га 6 жол, *B* шаарынан *C* га 4 жол алып барат. *A* дан *D* га 2 жол, *D* дан *C* га 3 жол менен барууга болот. *A*

шаарынан *C* шаарына нече түрдүү жол менен барууга болот?

543. Эгерде натуралдык сандын жазылышында жалаң так сандар катышса, анда мындай санга «жагымдуу» сан дейбиз. Канча: 1) 3 орундуу; 2) 4 орундуу «жагымдуу» сан бар?

544. Жазылышында жок дегенде бир жуп цифра катышкан 6 орундуу сандар канча?

Көрсөтмө: Жазылышында жалаң так сандар катышкан 6 орундуу сандар $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6 = 15\,625$. Бардык 6 орундуу сандар 900 000. Маселенин шартын канааттандырган 6 орундуу сандар $900\,000 - 15\,625 = 884\,375$.

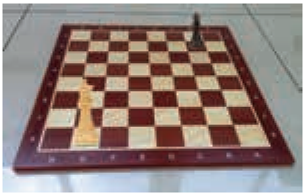
545. 4 ар түрдүү катты 4 ар түрдүү конвертке нече түрдүү усулда салууга болот?

546. 5 окуучудан 2 окуучуну «Билимдер мелдешинде» катышуу үчүн тандап алуу керек. Муну нече түрдүү усулда аткарууга болот?

547. Доскада 12 зат атооч, 8 этиш, 7 сын атооч жазылган. Сүйлөм түзүү үчүн алардан бирден алуу керек. Муну нече түрдүү усул менен ишке ашырууга болот?

548. 1) Шахмат доскасында ак жана кара ладьяны бири-бирин алалбай турган («согалбай турган») кылып нече усулда жайлаштырууга болот (24- сүрөт)?
2) Шахмат доскасында 8 ладьяны бири-бирин алалбай турган кылып нече усулда жайлаштырууга болот?

24-сүрөт.



25-сүрөт.

549. Шахмат доскасына ак жана кара ферзди бири-бирин алалбагыдай кылып нече усулда жайлаштырууга болот (25- сүрөт)?

550. Шахмат доскасына ак жана кара шахты, оюндун эрежелерин бузбастан, нече түрдүү усулда коюуга болот?
Көрсөтмө: 3 учурду карап чык:
1) ак шах бурчта турат;
2) ак шах досканын четинде (бирок бурчта эмес) турат;
3) ак шах досканын четинде эмес.

551. Мектептин ашканасында ак, кара нан, үч түрдүү колбаса бар. Алардан нече түрдүү бутерброд даярдоого болот?

552. Кээ бир мамлекеттердин туулары ар түрдүү түстөгү 3 горизонталдуу же 3 вертикалдуу «тилкелерден» турат. Ак, жашыл, көк түстүү кездемелердин жардамында ошондой туулардан канча түрүн тигүүгө болот?

553. Бош жерлерге 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 цифраларынан бирин жазууга мүмкүн болсо, анда ○ + □ + △ = 10 «теңдеме» канча чыгарылышка ээ болот? Цифралар кайталанышы мүмкүн. Эки учурду карап чык (мисалы: 1) 1, 1, 8; 1, 8, 1; 8, 1, 1 түрдүү чыгарылыш; 2) бир чыгарылыш деп карала турган учурлар).

554. Надырдын чемоданы код менен ачылат. Бул код үч цифрадан турган болуп, ар бир цифра 3 төн чоң эмес. Коддо 13 саны катышпайт. Надыр кодду унутуп койгон болсо, анда кодду табуу үчүн ал көбү менен канча жолу «урунушу» керек болот?

555. Көп кабаттуу үйдүн кириш эшигиндеги кулпу код менен ачылат. Код 0 жана 1 цифраларынан турган 4 орундуу сан (0000 жана 1111 сандары код эмес деп эсептелген.) Эгерде сен кулпунун кодун унутуп калсаң, эшикти эң көбү менен канча урунушта ача аласың?
Көрсөтмө: Адегенде бир 1 катышкан коддорду, андан кийин эки 1 болгон коддорду жана акырында, үч 1 коддорду сыноо керек.

556. 20 кг күрүчтү 1 кг, 2 кг, 5 кг таштардын жардамында ийиндүү таразада нече түрдүү усулда тартууга болот?
△ Бул ишти төмөнкүдөй аткарууга болот:

1) жалаӊ 1 кг таштын жардамында 1 усул;
2) жалаӊ 2 кг таштын жардамында 1 усул;
3) жалаӊ 5 кг таштын жардамында 1 усул;
4) 1 кг жана 2 кг дуу таштар жардамында 9 усул менен:

1 кг дуу таш	18	16	14	12	10	8	6	4	2
2 кг дуу таш	1	2	3	4	5	6	7	8	9

5) 1 кг жана 5 кг дуу таштар жардамында 9 усул менен:

1 кг дуу таш	15	10	5
5 кг дуу таш	1	2	3

6) 2 жана 5 кг дуу таш менен 1 усул: 5 2 кг жана 2 5 кг;
7) 1 кг, 2 кг жанаа 5 кг дуу таштар менен 13 усулда:

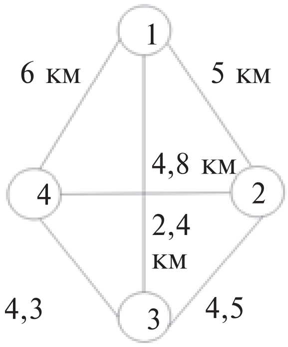
	Усулдардын саны												
Таштар, кг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1 кг	1	3	5	7	9	11	13	8	6	4	2	3	1
2 кг	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	1	2
5 кг	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3

Демек, бардыгы $1 + 1 + 1 + 9 + 3 + 1 + 13 = 29$ усул.
Жообу: 29 усул.▲

557. 1) 1000 сумдук акчаны 100, 200, 500 сумдук акчалар менен нече түрдүү усулда майдалоого болот?
2) 500 сумдук акчаны 100 жана 200 сумдук акчалар менен нече түрдүү усулда майдалоого болот?
3) 5000 сумдук акчаны 100, 200, 500 жана 1000 сумдук акчалар менен нече түрдүү усулда майдалоого болот?

558. Фирмага 4 дүкөн таандык. Инкассатор (дүкөндөгү акчаларды жыйнап банкка тапшыруучу кызматчы) 1-дүкөндөн баштап бардык дүкөндөрдү кыдырып чыгат жана кайра 1-дүкөнгө кайтып келет. Мүмкүн болгон маршруттардан эң кыскасын тап.

Көрсөтмө: Ар бир маршрут үчүн 5 цифралуу код түз. Коддун биринчи жана акыркы цифрасы 1 болсун. Мисалы, 12431 маршруттун узундугу:
$5 + 2{,}4 + 4{,}3 + 4{,}8 = 16{,}5$ (км).



559. Автомашиналарды мамлекеттик каттоодон өткөрүүдө 3 цифра, 3 тамгадан жана шаар же облус үчүн белгиленген коддон пайдаланылат. Мисалы, автомашинанын номериндеги 01 коду – машина Ташкенттен каттоодон өткөнүн билдирет. Кандай ойлойсуң, Ташкентте эң көбү менен канча автомашина каттоодон өтүшү мүмкүн?

△ Номерлөөдө 24 тамга катышат, дейли. Номер 6 «орунду» ээлейт. 1-«орунда» 10 цифрадан каалагандай бири болушу мүмкүн. 2-«орунду» 10 цифрадан бири ээлейт. 3-«орунда» 9 цифрадан каалагандай бири болот. (3 бирдей цифралуу номер берилбейт). Номердеги 1-тамга да, 2-тамга да, 3-тамга да 24 тамганын каалагандай бири болушу мүмкүн. Демек, Ташкентте каттоодон өтүшү мүмкүн болгон автомашиналардын саны $10 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 = 24^3 \cdot 900 = 12\ 441\ 600$.

Мында тамгалардын номердеги 3 орундуу сандан «бир тамга – 3 орундуу сан – 2 тамга» же «3 орундуу сан – 3 тамга» көрүнүшүндө болушунун айырмасы жок.

Жообу: 12 441 600.▲

30-§ *Орун алмаштыруу. Топтоштуруу*

1-маселе. 4, 7, 9 цифраларынан аларды кайталабастан канча 3 орундуу сан түзүүгө болот?

Бул сыяктуу маселелерди 6-класста чыгаргансың.

△ 1-орунда берилген 3 сандан каалагандай бири турат, б. а. мүмкүнчүлүктөр саны үчөө. 2-орунда калган 2 цифрадан

каалагандай бири болот, б. а. 2-орунду ээлөө мүмкүнчүлүгү экөө. Акыры, 3-орунда калган бир цифра турат. Демек, ошол 3 цифрадан түзүлүшү мүмкүн болгон 3 орундуу сандардын саны $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = 6$ экен. Ушул 6 санды жазалы:

479, 497, 749, 794, 947, 974.

Алынган 6 сандын курамы бирдей – алар берилген 3 цифрадан түзүлгөн, бирок алар бири-биринен цифраларынын *курамы* менен айырмаланат: 1, 2, 3 деп номерленген 3 орунга 3 цифра ар түрдүү тартипте жайлаштырылган. Мындай тартиптөөгө (жайлаштырууга) *орун алмаштыруу* дейилет.

n: 1-, 2-, ..., n-орунга n $a_1, a_2, \ldots, a_n$ элементтерин бир орунга бирден кылып жайлаштырууга $a_1, a_2, \ldots, a_n$ элементтеринен түзүлгөн *орун алмаштыруу* дейилет.

n элементтен түзүлгөн орун алмаштыруулардын саны P_n менен белгиленет. Жогорудагы мисалда элементтердин саны үчөө эле, $n = 3$ жана $P_3 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$ экенин көрдүк. Кыскасы, $P_n = n \cdot (n-1) \ldots 2 \cdot 1 = n!$

2-маселе. 4 a, b, c, d элемент (предмет)тен 2 ден алып түзүлгөн ар түрдүү топтордун саны канча?

△ 2 элементтүү топторду түзөбүз:

$\{a, b\}; \{a, c\}; \{a, d\}; \{b, c\}; \{b, d\}; \{c, d\};$ – алардын саны 6.

Жообу: 6. ▲

Кыскасы, n элементтен k дан алып түзүлгөн бардык топтордун саны C_n^k деп белгиленет жана ал $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ га барабар: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C_n^k саны n элементтен k дан алып түзүлгөн топтордун саны деп окулат. Биздин мисалда $n = 4$, $k = 2$ болчу. Демек,

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 6; \qquad C_n^k = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

экендигин көрсөтүү оңой.

Чындыгында да,

$$C_n^k = \frac{1 \cdot 2 \cdot \ldots (n-k) \cdot (n-k+1) \ldots n}{k! 1 \cdot 2 \cdot \ldots (n-k)} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{k!}.$$

Мисалы, $C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{1\cdot2\cdot1\cdot2\cdot3} = 10.$

Ошону менен бирге, $C_5^2 = \frac{5\cdot4}{2!} = 10.$

C_5^2 белгинин жогорку индексиндеги 2 саны бөлчөктүн алымында 2 көбөйтүүчү болушун билдирет. Бул көбөйтүүчүлөр: C_5^2 белгинин төмөнкү индексиндеги 5 жана андан бирге аз болгон сан 4. бөлчөктүн бөлүмүндө болсо жогорку индексиндеги сан 2 ге чейин болгон натуралдык сандардын көбөйтүндүсү жазылат: $2! = 1\cdot2$.

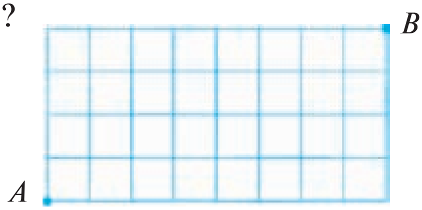
3-маселе. Томпок алты бурчтуктун диагоналдары канча чекитте кесилишет? Эч кайсы үч диагонал бир чекитте кесилишпейт, деп элестетилет. Тиешелүү сүрөтүн тарт.

△ 2 диагоналдын ар бир кесишүү чекити алты бурчтуктун 4 чокусун аныктайт. Алты бурчтуктун ар 4 чокусуна диагоналдардын бирден кесишүү чекити туура келет. Демек, кесишүү чекиттеринин саны 6 чокудан 4 чокуну тандоо санына барабар экен. Муну тарткан сүрөттөн да билсең болот.

Жообу: $C_6^4 = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{1\cdot2\cdot3\cdot4} = 15.$ ▲

C_n^k сандарга *геометриялык маани* берүүгө болот.

4- маселе. Өлчөмдөрү 7×4 болгон тик бурчтук $7\cdot4=28$ квадратчаларга бөлүнгөн. Квадратчалардын жактары боюнча жүргөндө A дан B га алып барган эң кыска жолдордун саны канча (26-сүрөт)?



26-сүрөт.

△ Квадратча жагынын узундугу 1 «кадам» дейилсеа, A дан B га эң кыска жол менен баруу үчүн 11 «кадам» коюшуң шарт, мунун 7 «кадамы» горизонталдуу, 4 «кадамы» болсо вертикалдуу жол боюнча болот. Ошентип, A дан B га алып баруучу эң кыска жолдордун саны бардыгы болуп 11 «кадам-

дан» 7 горизонталдуу «кадамды» тандоонун саны C_{11}^{7} ге барабар экен. Ошол эле сан 11 «кадамдан» 4 вертикалдуу «кадамды» тандоо санына да барабар, мындан $C_{11}^{7}=C_{11}^{4}$ экендиги келип чыгат. Бирок $C_{11}^{4}=\frac{11\cdot10\cdot9\cdot8}{1\cdot2\cdot3\cdot4}=11\cdot10\cdot3=330.$

Жообу: 330.▲

Эгерде тик бурчтуктун өлчөмдөрү $m\times n$ жана ал $m\cdot n$ квадратчаларга ажыратылган болсо, анда A дан B га алып баруучу эң кыска жолдордун саны $C_{m+n}^{n}=C_{m+n}^{m}$ болот.

5-маселе. 7 эркек бала жана 4 кыздан турган окуучулар тобунан алты окуучуну тандап алганда, алардын арасында кыздардын саны экиден аз болбосун. Муну нече түрдүү усул менен ишке ашырууга болот?

△ Кыздарды топко 2, 3 жана 4 төн тандап алууга болот. Эки кызды C_4^2 усул менен, андан кийин 4 эркек баланы C_7^4 усул менен тантап алабыз. Көбөйтүүнүн эрежеси боюнча мындай усулдардын саны $C_4^2\cdot C_7^4$. Эгерде баштап үч кыз тандап алынган болсо, анда $C_4^3\cdot C_7^3$ усул бар. Эгерде 4 кыз тандап алынган болсо, анда $C_4^4\cdot C_7^2$ усул бар. Бардыгы болуп $C_4^2\cdot C_7^4+C_4^3\cdot C_7^3+C_4^4\cdot C_7^2=371$ усул менен 6 адамдан турган топ түзүүгө болот.▲

6-маселе. 1, 2, 3, ..., 9 цифраларынан аларды кайталабай түзүлгөн 9 орундуу сандардын арасында 2 жана 5 цифралары жанаша тургандары канча?

△ Төмөнкү учурлар болушу мүмкүн: 2 биринчи орунда, 5 экинчи орунда, ..., 2 сегизинчи орунда, 5 тогузунчу орунда, мындай учурлардын саны 8. Мындан тышкары, 2 менен 5 тин жогорудагы 8 учурда орундарын алмаштырып, дагы 8 (алар жанаша турган) учурду табабыз. Демек, 2 менен 5 ти жанаша кылып, 16 усул менен коюуга болот. Бул усулдардын ар бирине башка калган цифралардын 7! орун алмашышыш туура келет. Ошентип, 2 жана 5 цифралары жанаша турган орун алмашуулардын саны $2\cdot8\cdot7!=2\cdot8!$ ге барабар. ▲

560. P_4, P_5, P_6 сандарын тап. Аларга кандай маани берүүгө болот?

561. 2, 4, 7, 9 цифраларынан аларды кайталабастан канча 4 орундуу сан түзүүгө болот? Алардын канчасы: 2 ге, 4 кө, 11 ге бөлүнөт?

562. Туулган күнүнө чакырылган 4 жолдошунду 4 стулга нече түрдүү усулда отургуза аласың?

563. 1) C_{10}^{4}; 2) C_{8}^{3}; 3) C_{7}^{5}; 4) C_{5}^{3} сандарын эки усулда эсепте.

564. 1) $C_{10}^{7}=C_{10}^{3}$; 2) $C_{8}^{3}=C_{8}^{5}$; 3) $C_{6}^{2}=C_{6}^{4}$ барабардыктарынын тууралыгын тикеден-тике эсептеп көрсөт.

565. Китепканачы сага 5 түрдүү китепти окууну сунуш кылды. Сен ошолордон үчөөсүн тантап алмакчысың. Муну нече түрдүү усулда ишке ашырууга болот?

566. Эки параллель түз сызык берилген болуп, алардын биринде 5, экинчисинде 3 чекит белгиленген. Чокулары ошол чекиттерде жаткан канча үч бурчтук бар?

567.

27-сүрөт.

A дан *B* га алып барган эң кыска жолдорду ар бир фигура үчүн өз алдынча чий (27-сүрөт).

568. Талинкеде 8 жаңгак бар болчу. Аббас каалагандай үчөөсүн алмакчы болду. Муну ал нече түрдүү усулда ишке ашырса болот?

569. Залда 2 бош орун бар. 3 адамдан экөөсүн ошол орундарга нече түрдүү усулда отургузууга болот?

570. Зияда 6 маселеден каалагандай төртөөсүн тандамакчы. Назира болсо 6 башка маселеден экөөсүн тандамакчы. Зияда бул ишти нече түрдүү усул менен аткарышы мүмкүн? Назирачы?

571. 7 алма жана 3 алмурут бар. Аларды нече түрдүү усул менен ар биринде 5 тен мөмө болгон жана алардан жок дегенде бири алмурут болгон эки талиңкеге коюуга болот?

572. Идиште 1, 2, 3, ..., 10 сандары жазылган шарлар бар. Идиштен үч шар алабыз. Канча учурда аларда жазылган сандардын суммасы 9 га барабар болот? Канча учурда 9 дан чоң болот?

573. 3 таок, 4 өрдөк жана 2 каз бар. Бир нече канаттууну тандап ал, алардын арасында таок, өрдөк жана каз болсун. Ушундай тандоолордун саны канча болот?

574. 4 ак, 5 кызыл жана 3 сары роза гүлү бар. Бир нече гүлдү тандап ал, алардын арасында ак, кызыл жана сары роза гүлдөрү болсун. Ушундай тандоолордун саны канча?

575. 1, 2, 3, ..., 8 цифраларынан аларды кайталабай түзүлгөн 8 орундуу сандардын арасында 1 жана 8 цифралары жанаша келгендери канча?

576. Гүл сатуучуда 5 кызыл жана 10 ак астра гүлү калыптыр. Азамат карындашы Мээримге 2 кызыл жана 3 ак астрадан турган гүлдестени белекке бермекчи. Муну ал канча усул менен ишке ашырышы мүмкүн?

577. Ишкер 8 газетадан бешөөсүнө өзүнүн фирмасы жөнүндө жарыя бермекчи. Ал 5 газетаны нече түрдүү усулда тандашы мүмкүн?

578. Айланада жаткан 20 ар түрдүү чекит белгиленди. Чокулары белгиленген чекиттерде жаткан: 1) хордалардын санын; 2) үч бурчтукатрдын санын; 3) томпок төрт бурчтуктардын санын эсепте.

579. Эки параллель сызыктын биринде 8, ал эми экинчисинде 11 чекит белгиленди. Чокулары белгиленген чекиттерде болгон томпок төрт бурчтуктардын санын тап.

580. Дөңсөөдөгү булакка 6 жол алып барат. Саякатчы нече түрдүү усулда булакка барышы жана ылдый түшүшү мүмкүн? Эгерде саякатчы булакка барган жолдон эмес, башка жолдон ылдый түшсө, анда дөңсөөгө чыгуу жана

ылдый түшүү бардыгы болуп нече түрдүү усулда болушу мүмкүн?

Өзүңдү текшерип көр!

1. Футбол чемпионатында 18 команда катышты. Эгерде ар бир команда башка команда менен өзүнүн жана теңтайлашуучунун стадионунда ойносо, чемпионатта бардыгы болуп канча оюн ойнолот?
2. 7-класста 12 предметтен сабак өтүлөт. Дүйшөмбү күнү жадыбал боюнча 5 саат сабак болуп, ар бир саатта ар түрдүү сабак өтүлөт. Дүйшөмбү күнгү жадыбалды нече түрдүү усулда түзүүгө болот?
3. 5 стулга 3 окуучуну нече түрдүү усулда отургузууга болот?
4. Математика боюнча 5 ар түрдүү китепти шкафтагы 5 орунга нече түрдүү усулда койсо болот?

VI глава боюнча машыгуулар

581. Эгерде: 1) цифралар кайталанбаса; 2) цифралар кайталанышы мүмкүн болсо, анда 0, 1, 2, 3, 4, 5 цифраларынан бардыгы болуп канча 4 орундуу сан түзсө болот?

582. 0, 3, 4, 5, 6, 7 цифраларынан бардыгы болуп канча 4 орундуу так сан түзсө болот?

583. Столдо эне тили, алгебра, геометрия, англис тили китептери жатат. Малика аны шкафка коймокчу. Бул китептер шкафта бардыгы болуп нече түрдүү усулда турушу мүмкүн?

584. Адатта, үч бурчтуктун чокулары латин алиппесинин чоң тамгалары менен белгиленет. Латин алиппесинде 26 тамга бар. Үч бурчтуктун чокуларын нече түрдүү усулда белгилөөгө болот?

585. 8 стулга 3 окуучуну нече түрдүү усулда отургузууга болот?

586. Абоненттин үй телефону 7 цифралуу болуп, 218 ден башталат. Абонент мүчө болгон бул телефон станциясы канча абонентке кызмат көрсөтө алат?

587. Нече түрдүү усулда 5 фехтовальщиктен экөөсүн мелдеште катышуу үчүн тандап алууга болот?

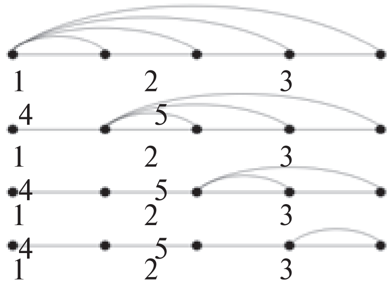
Алинин чыгарышы: 5 фехтовальщиктен бирин тандоо мүмкүнчүлүгү бешөө. 4 фехтовальщик калат. Алардан бирин 4 усулда тандаса болот. Демек, $5 \cdot 4 = 20$.

Жообу: 5·4=20 түрдүү усул бар.

Назиранын чыгарышы: 5 фехтовальщикти «номерлеп» чыгабыз жана алардан 2 адамдан турган топторду түзөбүз: 12; 13; 14; 15; 23; 24; 25; 34; 35; 45.

Жообу: 10 түрдүү усулда тандоого болот.

Мээримдин чыгарышы:



4 жуптук: 12; 13; 14; 15;

3 жуптук: 23; 24; 25;

2 жуптук: 34; 35;

1 жуптук: 45.

Бардыгы болуп 4+3+2=10. *Жообу:* 10 түрдүү усулда. Кимдин жообу туура? Кимдин чыгарышы сага жакты? Эмнеси менен жакты?

588. Сага курдаш бир бала: «Азырынча мен бир үйрөнчүк баламын, чоңойсом белгилүү акын боломун“, деген ак ниет менен ыр жазып жүрчү экен. Ырларынын бирине «Кызгалдак» деп тема коюптур. Бул ырдын 1-катары «Эрте жазда кырда көрдүм кызгалдак» экен. Калган катарлар 1-катардагы сөздөрдүн ордун алмаштыруунун натыйжасында алынган. Бул «ырда» эң көбү менен канча катар бар?

589. Дүкөндөгү 10 түрдүү мөмөдөн 3 түрүн сатып алмакчысың. Муну нече түрдүү усулда аткара аласың?

590. Телефон станциясы телефонунун номери 6 орундуу сан болгон 450 000 абонентке кызмат көрсөтөт.

1) Станция дагы канча абонентке кызмат көрсөтө алат?
2) Тармакка дагы 62 000 абонент уланышы мүмкүнбү?

591. Түз сызыкта: 1) 4; 2) 6; 3) 10; 4) *n* чекит белгиленди. Ар бир учурда канча кесинди алынат?

592. Айлана чий жана анда 4 чекитти белгиле. Канча жаа алынды? Жааларды ар түрдүү түстөгү калемдер менен боё. Мындай калемдерден канча керек болот?

593. «Райхан» кафесинин менюсунда 3 түрдүү самса, 4 түрдүү 1-тамак, 5 түрдүү 2-тамак бар экен. 3 түрдүү тамакка буюртманы канча усулда берүүгө болот?

594. 2 алма, 2 алмурут, 2 шабдалы бар. 3 дос мөмөлөрдү ар бири 2 түрдүү мөмө алгандай кылып бөлүп алышмакчы. Муну нече түрдүү усулда аткарса болот?

595. Нооруз майрамы күндөрүндө кийүү үчүн Алтынай 4 түрдүү адрас көйнөктүн кандайдыр түрүн, 5 түрдүү атлас көйнөктүн эки түрүн тандамакчы. Ал көйнөктөрдү бардыгы болуп нече түрдүү усулда тандай алат?

596. Бардык цифралары: 1) жуп болгон; 2) так болгон канча 5 орундуу сан бар?

VI глава боюнча сыноо машыгуулары – тесттер

1. 5 ке бөлүнгөн 6 орундуу сандар канча?

A) $18 \cdot 10^4$; B) $9 \cdot 10^4$; C) $5 \cdot 6!$; D) $6 \cdot 5^4$.

2. Цифралар кайталанышы мүмкүн болсо, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 цифраларынан канча 5 орундуу сан түзүүгө болот?

A) 8^5; B) 5^8; C) $8^2 \cdot 5^3$; D) $5^4 \cdot 8$.

3. Эки параллель түз сызык берилген болуп, алардын биринде 4, экинчисинде 3 чекит белгиленген. Чокулары ошол чекиттерде болгон канча үч бурчтук бар?

A) 30; B) 33; C) 40; D) 32;

4. 3 окуучуну 6 стулга нече түрдүү усулда отургузууга болот?

A) 120; B) 130; C) 100; D) 480.

5. Футбол командасындагы 11 адамдын арасынан команданын капитаны менен анын жардамчысын нече түрдүү усулда тандап алууга болот?

A) 110; B) 55; C) 22; D) 121.

6. Багыстан айылынан Ташкентке 2 жол менен, Ташкенттен Үргөнчкө 4 жол менен барууга болот. Багыстандан Үргөнчкө баруунун жолдору канча?

A) 8; B) 10; C) 6; D) 12.

7. 12 ак жана 13 кызыл роза гүлүнөн эки ак жана үч кызыл розадан турган гүлдесте түзүү керек. Муну нече түрдүү усулда аткарууга болот?

A) 18 876; B) 156; C) $12^2 \cdot 13^3$; D) 25.

8. Математика ийриминде активдүү катышкан 10 окуучудан төртөөсүн Эл аралык математика олимпиадасына жиберүү үчүн аларды нече түрдүү усулда тандаса болот?

A) 210; B) 200; C) 40; D) 10^4.

9. Бир окуучуда кызыктуу математика боюнча 7 китеп, ал эми экинчи окуучуда болсо 9 көркөм китеп бар. Алар нече түрдүү усул менен биринин бир китебин экинчисинин бир китебине айырбаштаса болот?

A) 63; B) 49; C) 81; D) 126.

10. Атабектин туулган күнүнө аны куттуктоо үчүн 9 досу келди. Атабек алардын бардыгы менен, достору да өз ара кол алышып көрүшүштү. Бардык кол алышуулардын саны канча?

A) 45; B) 90; C) 10; D) 50.

7 КЛАСС АЛГЕБРА КУРСУН КАЙТАЛОО ҮЧҮН МАШЫГУУЛАР

597. Сандуу туюнтманын маанисин тап:

1) $2\frac{7}{8}+5\frac{5}{6}+7\frac{1}{8}+\frac{5}{6}$; 2) $13\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{7}$.

598. Барабардык туурабы:

1) $\dfrac{2-\frac{3}{5}+0,7}{1\frac{4}{5}-1+0,4}=\dfrac{7}{4}$; 2) $\dfrac{\left(\frac{4}{7}-7-0,2\right)\cdot 3,5}{2,26}=-10$;

3) $\left(\dfrac{4,752}{3,2}+\dfrac{0,608}{3,8}\right):\left(7,5-\dfrac{3,55}{1,42}\right)=0,0617$?

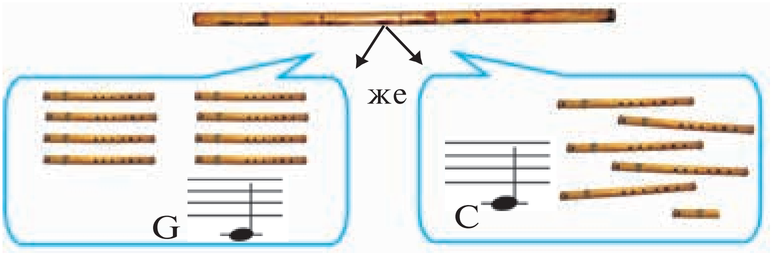
599. Эки сандын бири a га барабар, экинчиси андан 7 ге көп. Ошол сандардын көбөйтүндүсүнүн эки эселенгенин тап. Көбөйтүндүнүн маанисин $a=\frac{1}{2}$ болгондо эсепте.

600. Эки сандын суммасы 30 га барабар. Сандардын бири a. Ошол сандардын эки эселенген көбөйтүндүсүн жаз. Көбөйтүндүнүн маанисин $a = -2$ болгондо эсепте.

601. a жүздүктөн, b ондуктан жана c бирдиктен турган натуралдык санда канча бирдик бар экендигин көрсөткөн формула түз. Ушул эле цифралардын жардамында, бирок тескери тартипте жазылган санда канча бирдик бар?

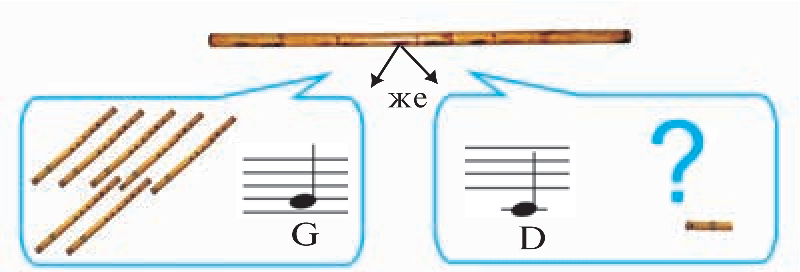
602. a килограмм жана c грамм канча граммды түзөт? Граммдардын санын x тамгасы менен белгилеп, жообун формула менен жаз.

603. Камыштан ар биринин узундугу 6 см ден болгон 8 ышкырык жасашты. Куду ушундай узундуктагы камыштан экинчи жолу 5 ышкырык. 3 см камыштын бөлүгү ашып калды (28-сүрөт). Экинчи жолу жасалган ышкырыктын узундугу канча сантиметр?



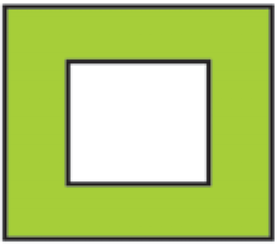
28-сүрөт.

604. Камыштан ар биринин узундугу 6 см болгон 7 ышкырык жасашты. Куду ошондой узундуктагы камыштан экинчи жолу бир нече ышкырык жасашты, мында 2 см камыштын бөлүгү ашып калды (29-сүрөт). Экини жолу канча ышкырык жасалган болушу мүмкүн? (Ышкырыктын узундугу натуралдык сан жана ≥ 3 см.)



29-сүрөт.

605. 30- сүрөттөгү ички квадраттын жагы тышкы квадраттын жагынан 20 см ге кыска. Боёлгон зонанын аянты 800 см^2 болсо, анда квадраттын жактарын тап.



30-сүрөт.

606. Туюнтманы жөнөкөйлөштүр:

1) $2a^2 + 2ab + 3b^2 - a^2 - 2b^2$;

3) $\frac{2}{3}a^2 - b^2 + \frac{4}{3}a^2 - \frac{5}{7}b^2$;

2) $7a^2 + 2b^2 - (6a^2 + b^2)$;   4) $\frac{1}{7}a^2b \cdot 23m - \frac{2}{7}a^2bm$.

607. Туюнтманын сандык маанисин тап:

$5a^2 - 2ab + 6a - 7ab - 6a^2 - 6a$, мында $a = 5, b = -\frac{1}{9}$.

608. Көп мүчөнү бир мүчөгө көбөйтүр:

1) $(a^2 - ab + b^2) \cdot 3ab^3$;   2) $(6a^2 - 4ab^2 + 1) \cdot \frac{1}{2}ab$.

609. Көп мүчөлөрдү көбөйтүр:

1) $(a^2 + 3ab + b^2)(7a - 5b)$;   3) $\left(\frac{1}{3}a^2b - \frac{2}{5}ab^2\right)(15a - 30b)$;

2) $(a + 3b - 4c)(a - 3b - 4c)$;   4) $\left(\frac{1}{2}a^2 + 4a + 1\right)(3a - 1)$.

Тендемени чыгар **(547—551):**

610. 1) $4(2x - 1) + 3(1 - 2x) = 7$;

2) $4(x + 2) - 2(3x - 2) = 14x - 5(x + 3)$.

611. 1) $\frac{x-2}{4} - \frac{1}{2} = \frac{x+7}{6}$;   2) $\frac{2(3x-1)}{5} = 4 - \frac{x+2}{2}$.

612. 1) $7 - \frac{x}{2} = 3 + \frac{7x}{2}$;   2) $\frac{x+3}{2} = x - 4$.

613. 1) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 12$;   2) $\frac{2x-1}{5} - \frac{x+1}{5} = \frac{3(1-x)}{10}$.

614. 1) $\frac{6x+7}{7} + \frac{3+5x}{8} = 3$;   3) $1 + x = \frac{5x-2}{2}$;

2) $5 - \frac{2x-5}{3} = \frac{4x+2}{3}$;   4) $\frac{1-x}{9} - 1 = 7x$.

615. Үч кутуда 119 карандаш бар. Биринчи кутуда экинчиге караганда 4 кө көп жана үчүнчүгө караганда 3 кө аз карандаш бар. Ар бир кутуда канчадан карандаш бар?

616. Атасы 30 жашта, уулу болсо 4 жашта. Канча жылдан кийин атасы уулунан үч эсе чоң болот?

617. Уулу 6 жашта, атасы болсо андан 6 эсе чоң. Канча жылдан кийин уулу атасынан 4 эсе кичүү болот?

618. Эки велосипедчи бир эле убакытта бир жолдун боюндагы бир айылдан бири-бирин карай жолго чыгышты. Биринчиси 15 км/саат, экинчиси болсо 12 км/саат ылдамдык менен аракеттенүүдө. Эгерде айылдардын ортосундагы аралык 40,5 км болсо, алар канча сааттан кийин жолугушат?

619. Эки велосипедчи бир эле жолдун боюндагы эки айылдан бир эле убакытта бир багытта жолго чыкты. Экинчи велосипедчи алдыда, биринчиси артында бара жатат. Биринчи велосипедчинин ылдамдыгы 15 км/саат, экинчисиники болсо 12 км/саат. Эгерде айылдардын ортосундагы аралык 4,5 км болсо, биринчи велосипедчи экинчисин канча убакытта кууп жетет?

Жөнөкөйлөштүр **(620—622):**

620. 1) $(a+1)(a-1)(a^2+1)$; 2) $\left(\frac{a}{2}-5\right)\left(5+\frac{a}{2}\right)+25$.

621. 1) $(a+3)^2+(a-3)^2$; 2) $(4a+b)^2-(4a-b)^2$.

622. 1) $(1-a)(1+a+a^2)+a^3$;

2) $\left(\frac{1}{2}-c^2\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}c^2+c^4\right)+c^6$.

Көбөйтүүчүлөргө ажырат **(623—624).**

623. 1) $a^4+6a^3+9a^2$; 2) $25-(2-3a)^2$.

624. 1) $(a+1)^2-(4-3a)^2$; 3) $(2a+b)^2-9(a+b)^2$;

2) $(8b-1)^2-(2b+3)^2$; 4) $4(a-2b)^2-25(3a-b)^2$.

625. Бөлчөктү кыскарт:

1) $\frac{a^2-16}{a^2-8a+16}$; 2) $\frac{4x^2-9}{2x+3}$.

Амалдарды аткар **(626—629):**

626. 1) $\frac{b+3}{5}+\frac{7+b}{10}+\frac{b-3}{2}$; 2) $\frac{a^2+5a-4}{16-a^2}+\frac{2a}{8a+2a^2}$.

627. 1) $\frac{a}{a^2-1}-\frac{1}{1-a^2}$; 2) $\frac{4x^2}{2x-3y}+\frac{12xy}{3y-2x}+\frac{9y^2}{2x-3y}$.

628. 1) $\frac{a-b}{ab}-\frac{a-c}{ac}$; 2) $\frac{1}{14x^3}-\frac{1}{21x^2y}+\frac{1}{4xy^2}$.

629. 1) $\frac{x^2-y^2}{6xy}\cdot\frac{12x^2y}{x+y}$; 2) $\frac{a^2+4a}{a^2-16}:\frac{4a+16}{a^2-4a}$.

Амалдарды аткар **(630—632)**:

630. 1) $\left(\frac{a}{a+1}+1\right):\left(1-\frac{a}{a+1}\right)$; 2) $\frac{1-a^2}{1+b}\cdot\frac{1-b^2}{a+a^2}\cdot\left(1+\frac{a}{1-a}\right)$.

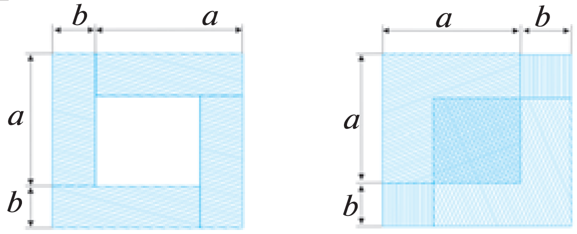
631. 1) $1+3a+\frac{9a^2}{1+3a}+\frac{1}{3a-1}+\frac{6a}{1-9a^2}$;

2) $\left(\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}\right):\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}+\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)$.

632. 1) $\left(\frac{9m^2-3n^2}{4m^2}-\frac{m-4n}{5m}\right):\left(\frac{2m+n}{3m}-\frac{5n^2-3m^2}{16m^2}\right)$;

2) $\left(\frac{a+4b}{2b}+\frac{6b}{4b-a}\right)\left(1-\frac{a^2-2ab+4b^2}{a^2-4b^2}\right)$.

633. 31-сүрөттөгү фигуралардынн: 1) $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$; 2) $(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)$ барабардыктарга кандай тиешеси бар?



31-сүрөт.

634. Турист Көксуу дарыясынын жээгинен орун алган пансионаттан велосипедде жолго чыгып, экинчи бир пансионатка белгиленген убакытта жетип барууну чечти. Алгачкы 1 саатта ал 10,5 км жол жүрдү. Эгерде калган аралыкты да ошондой ылдамдык менен басып өтсө, белгиленген жерге болжолдогудан 1 саатка кеч жетишин эсептеп билди. Турист жолдун калганын 15 км ылдамдык менен басып өттү жана айткан жерге жарым саатка мурда жетип келди. Пансионаттардын ортосундагы аралыкты тап.

635. Азыр саат 5. Канча убакыттан кийин сааттын минуттук жебеси сааттын жебесин «кууп жетет»?

636. Эки орундуу сандын ондуктар разрядындагы цифрасы бирдиктер разрядындагы цифрадан 4 эсе чоң. Окуучу 507 ни ошол эки орундуу санга көбөйтүрмөкчү эле. Бирок ал эки орундуу сандын цифраларынын ордун алмаштырып жазып койду. Натыйжада ал тапкан көбөйтүндү маселенин жообунан 27 378 ге аз чыкты. Туура жооп канчага барабар экен?

637. Жез менен цинктен турган куйманын салмагы 36 N го барабар. Куйма сууга матырылганда, ал өзүнүн салмагынын $4\frac{1}{3}$ N ун жоготту. Жез сууга матырылганда өзүнүн салмагынын $11\frac{1}{9}$ % ын, ал эми цинк болсо $14\frac{2}{7}$ % ын жоготушу белгилүү. Куймадагы жездин жана цинктин салмактарын аныкта.

638. Курамы күмүш менен жезден турган куйманын массасы 3,5 кг. Андагы күмүштүн курамы жездин курамынын $16\frac{2}{3}$ % ын түзөт. Куймадагы күмүштүн массасын тап.

639. 3 капта 120 кг ун бар. 1-каптагы ун 2-каптагы ундун $\frac{3}{5}$ бөлүгүнө, 3-каптагы ун болсо 2-каптагы ундун 80 % ына барабар. Ар бир капта канча килограммдан ун бар?

640. Акмат *A* айылынан *B* айылына чейин велосипедде 14 км/саат, кайра тартканда болсо 10 км/саат ылдамдык менен жүрдү. Эгерде Акмат кайра тартканда 1 саатка көп

убакыт сарптаган болсо, анда айылдардын ортосундагы аралыкты тап.

641. Вертолёт эки айылдын ортосундагы аралыкты шамалдын багыты боюнча 1,5 саатта, ал эми шамалдын багытына каршы болсо 2 саатта учуп өтөт. Эгерде шамалдын ылдамдыгы 10 км/саат болсо, анда ошол айылдардын ортосундагы аралык канча?

642. Фирма план боюнча бир нече продуктту 10 күндүк мөөнөт ичинде даярдоого тийиш болчу. Бирок ал ар күнү планга кошумча 2 ден прјдукт даярдап, мөөнөтүнө бир күн калганда планды аткарып гана калбастан, ошондой эле 3 продуктуну пландан ашыкча даярдады. Фирма план боюнча 10 күндө канча продукт даярдоого тийиш эле?

643. 1) 7- класстын эки окуучусу Акмат менен Керим велосипед мелдешинде катышышты. Акмат 15 км/саат ылдамдыкта, ал эми Керим болсо 18 км/саат ылдамдыкта велосипед айдашты. Керим мараага Акматтан 20 минут мурда келди. Мелдештин аралыгы канча километр экен?

2) Саякатчы жолдун жарымын басып өткөндөн кийин, эс алды. Андан кийин жолдун 0,4 бөлүгүн жүрдү. Эсептеп көрсө, ал 27 км жолду жүрүп коюптур. Болжогон жолу бардыгы болуп канча километр экен?

644. *(Ал-Харезминин маселелеринен.)*

1) Бири экинчисинен 2 ге көп сандардын катышы $\frac{1}{2}$ ге барабар. Ошол сандарды тап.

2) Бир адам төмөнкүдөй осуят кылды: накта 10 дирхам (акча бирдиги) акчам бар. Бир адамга карыз да бергенмин. Карыздын саны уулум ала турган мураска барабар. Эки уулум бирдей мурас алсын. Иниме бардык мурастын $\frac{1}{5}$ бөлүгүн жана дагы 1 дирхам бергиле. Ал адамдын уулдары жана иниси канча дирхамдан алышкан?

Амалдарды аткар **(645–648)**:

645. 1) $\left(\frac{c-d}{c^2+dc}-\frac{c}{d^2+cd}\right):\left(\frac{d^2}{c^3-cd^2}+\frac{1}{c+d}\right)$;

2) $\left(\frac{2n}{k+2n}-\frac{4n^2}{k^2+4nk+4n^2}\right):\left(\frac{2n}{k^2-4n^2}+\frac{1}{2n-k}\right)$;

3) $\left(\frac{b^2}{b+x}-\frac{b^3}{b^2+x^2+2bx}\right):\left(\frac{b}{b+x}-\frac{b^2}{b^2-x^2}\right)$;

4) $\left(\frac{2q}{2q+m}-\frac{4q^2}{4q^2+4mq+m^2}\right):\left(\frac{2q}{4q^2-m^2}+\frac{1}{m-2q}\right)$.

646. 1) $1+a-\frac{a-1}{a}+\frac{a^2-1}{2a}-\frac{3a}{2}$;

2) $\frac{m+1}{m^2+m+1}-\frac{2}{1-m}+\frac{3m^2+2m+4}{1-m^3}$;

3) $\frac{m+n}{3}-m+2n$;

4) $m+n-\frac{2m-n}{5}-\frac{m+n}{2}$.

647. 1) $\frac{a^3+2a^2}{a^2-1}\cdot\frac{(a+1)^3(a-1)}{a^2(a+2)}$;

2) $\frac{(a^2+ab)^2}{a^2-b^2}:\frac{(a+b)^2}{(ab-b^2)^2}$.

648. 1) $1{,}5\cdot\left(2b-\frac{3b}{7}\right)-1\frac{5}{7}\cdot(3b-5)+\frac{9b^2-16}{4-3b}$;

2) $\frac{x+3a}{x+a}-\frac{x}{x-a}+\frac{2a^2-ax+x^2}{a^2x^2}:\frac{x^2-a^2}{a^2x^2}$.

Теңдемелерди чыгар **(649—650):**

649. 1) $\frac{4x-3}{2}-\frac{5-2x}{3}-\frac{3x-7}{6}=0;$ 2) $\frac{x+4}{5}-\frac{x+3}{3}=x-5-\frac{x-2}{2}.$

650. 1) $(2x-3)(x+5)-(3-x)(5-2x)=-30;$

2) $5(x-1)^2-2(x+3)^2=3(x+2)^2;$

651. Автомобиль шаардан айылга чейин болгон аралыкты 80 км/саат ылдамдык менен басып өттү. Кайра тартканда ал аралыктын 75 % ын мурдагы ылдамдык менен, ал эми жолдун калганын болсо 60 км/саат ылдамдык менен басып өттү жана ошону үчүн кайтканда жолго шаардан айылга баргандагыга караганда 10 минутка ашыкча убакыт сарптады. Шаардан айылга чейин болгон аралыкты тап.

652. Кайык дарыянын агымына каршы 4,5 саат жана агымы боюнча 2,1 саат сүздү. Кайык бардыгы болуп 52,2 км сүздү. Эгерде дарыя агымынын ылдамдыгы 3 км/саат болсо, анда кайыктын тынч суудагы ылдамдыгын тап.

653. Ортолорундагы аралык 340 км болгон эки бекеттен бири-бирин көздөй эки поезд жолго чыкты. Алардан биринин ылдамдыгы экинчисиникинен 5 км/саатка көп. Эгерде аракет башталгандан 2 саат өткөндөн кийин поезддердин ортосундагы аралык 30 км экендиги белгилүү болсо, анда алардын ылдамдыктарын тап.

654. Туюнтманын сандык маанисин тап:

1) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)-8x^3+9y^2$, мында $x=2$, $y=3$;

2) $-\frac{2}{3}(x-1)^2-2\frac{1}{3}(x-3)(x+3)$, мында $x=3$;

655. Канча 4 орундуу санда бир гана 0 цифрасы бар?

656. 0, 1, 2, 3, 5, 8 цифраларынан аларды кайталабастан бардыгы болуп канча 3 орундуу сан түзсө болот?

657. Эсепте: 1) C_{10}^{4}; 2) P_7.

658. 6 адамдан турган конокту 6 стулга нече түрдүү усулда отургузууга болот?

МАШЫГУУЛАРГА ЖООПТОР

1. 2) 7; 4) 5,86. **2.** 2) $\frac{9}{56}$; 4) 0,5. **4.** 2) Туура эмес; 4) Туура эмес. **5.** 40·0,03 = 6 : 5. **6**. 2) 3·(2 + 6)=2 · (2 · 6). **8.** 2) $\frac{9}{56}$; 4) $4\frac{6}{7}$; **9**. 2) –0,02; 4) 3. **10.** 2) 0; 4) 5. **11.** 2) –2; 4) 0. **12**. (7*m*) т; 168 t. **13**. 1) (60*m*) мин.; 2) $\frac{p}{60}$ мин; 3) $(60m + l + \frac{p}{60})$ мин. **14.** 3(*x* – *y*); 2) 4,5; 4) 2,5. **15.** (*x* + *y*)(*x* – *y*); 2) $-\frac{11}{64}$; 4) 0,104. **16.** 2) $-1\frac{2}{3}$. **17.** 2) 4. **18.** 1, 3, 15, 21. **19.** 2) (*m* – 1)*m*; 4) (2*p* + 1)(2*p* + 3)(2*p* + 5). **21.** (*p* – *q*) t; 1) 5t; 2) *q p* дан чоң болбойт; *q p* га барабар болушу мүмкүн. **22**. 400*n* + 500*m*; 155000; 155000. **24.** 187200 $м^3$, (37440*m*) $м^3$. **25.** $s = 3\frac{1}{6}c + 1\frac{2}{3}a + 2\frac{1}{2}b$, 53 км. **26.** 2) *a*–*b*; 4) 2*mn;* 6) (*a*+*b*)(*a*–*b*). **28.** 5000; 150000. **29.** 3*a*; 8*a*; 10*a*; 500; 400; $\frac{sa}{100}$. **30.** 2) 30 кг. **31.** 2) (5*k*) км. **32.** (50*a*) кг. **33.** (15*a*) га. **34.** (*x* · 6 + *y* · 3) сум. **35.** (*a* · 15 + *b* · 20) кг. **36.** (*km* + *cn*) кг. **37.** $S = a(a - b)$. **38.** *mn* + *k*; 810 орун. **39.** 4 саат 35 мин. **40.** b) $p = (m + n)\cdot 2$; $S = mn - xy$; e) $p = 2(a + m + n + x)$, $S = mn - ab - xy$. **41.** 2) 2(2*a*+4)*m*; 3) $(a+8)(a-4)m^2$. **42.** $\frac{s}{t-1}$ км/саат. **44.** $\frac{a-1500}{20}$ $м^2$. **45.** 500(100 + *p*) сум. **47.** $t = \frac{s-3}{v}$, үлгүрбөйт. **49.** 2) 40; 4) –41. **50.** 2) 3*y*–2*x*; 4) $8{,}7 - 2\frac{1}{3}m + 1\frac{2}{3}n$. **51.** 2) 3 –2,7*b*; 4) $\frac{2}{3}y + \frac{1}{3}b - 3$; 6) 5*p*. **52.** 2) *x* + 5; 4) 58*c* + 14*d*. **53.** 2) 67,048; 4) –11,221. **54.** 2) 0,28; 4) $7\frac{37}{112}$. **55.** 2) –4–9+11; 4) 2*a*–3*b*–4*c*. **57.** 2) 2 + *b* + (–*c*); 4) 3 + *a* + (–*b*) +(–*c*). **58.** 2) *a*–2*b*+3*c*; 4) –*a* + 2*b* – 3*c*. **59.** 2) *a* – *b* + *c* – *d*; 4) *a* – *b* – *c* + *d* – *k*. **60.** 2) 8*x* – 2*y*; 4)3*a* – 3. **61.** 2) *a* – 2*b* + (*m* + *c*); 4) $a + (-m + 3b^2 - 2a^3)$. **62.** 2) 2*a* + *b* –(–*m* – 3*c*); 4) $a-(m - 3b^2 + 2a^3)$. **63.** 2) *a*–(*b*–1); 4) (*a*–2 *b*)+8. **65.** 2) *c* + (–*a* + *b*); 4) *n*+(–*d*+*l*). **66.** 2) 4*a* – 4*b*; 4) 5*x* – 3*y*. **67.** 2) *x* =1; 4) *x* =5. **68.** 2) –1,16; 4) –3. **69.** 2) –1; 4) 9; 6) 9; 8) 3,9. **70.** 2) 147; 4) 144. **71.** 2) –132; 4) 7. **72.** 2) 1,08; 4) 6,12. **73.** 2) 12; 4) –1. **78.** 6 дирхам. **80.** 2) 3. **85.** 2) *x*=–27; 4) *x*=1,009. **86.** 2) $x = \frac{5}{7}$; 4) $x = \frac{2}{3}$. **87.** 2) *x* =–1,3; 4) *x* =0,05. **88.** 2) *x* = 64; 4) *x* = 1. **89.** 2) $x = -\frac{4}{25}$; 4) $x = -\frac{1000}{3}$. **90.** 2) $x = \frac{3}{7}$; 4) $x = \frac{1}{3}$. **91.** 2) *x* =17; 4)

$y=-1$. **92.** 2) $x=7\frac{1}{2}$; 4) $y=24$. **93.** 2) $z=6$; 4) $x=0{,}6$. **94.** 2) $y=13$; 4) $x=1$. **95.** 2) $y=319$; 4) $x=5$. **96.** 2) $x=37$; 4) $x=1{,}1$. **99.** 2) $x=1$; 4) $x=1$. **100.** 2) $x=0{,}2$; 4) $x=4$. **102.** 2) 12 адам. **103.** 2) 144, 432, 216. **104.** 2) 8, 8, 6. **105.** 2) 20, 40. **106.** 25, 27, 29. **107.** 4, 6, 8 жана 10. **108.** 2) Бир саатта 12 продукт. **109.** 89,6 м. **110.** 7. **111.** 2) 2 кг. **112.** 2) 40 кг. **113.** 2) 150 машина. **115.** 1) 0,2 бөлүгү; 2) 0,25 бөлүгү. **116.** 83,6 кг, 508, 8 кг, 1327 кг. **117.** 8 км/саат. **123.** 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$; 4) $(-2{,}7)^4$. **124.** 2) m^5; 4) $(-3b)^4$. **125.** 2) $(a+b)^2$; 4) $\left(\frac{m}{n}\right)^5$. **126.** 2) $4^4\cdot 21$; 4) $6^2\cdot 7^2\cdot 3^3$. **127.** 2) $(0{,}5)^3\cdot 2^2\cdot 4^2$; 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot(2{,}3)^2$. **128.** 2) $x^4\cdot 3^2$; 4) $\left(\frac{a}{b}\right)^2(8a-b)^3$. **129.** 2) a^2+b^4; 4) $2x^3$. **130.** 2) na^3; 4) 5^k+a^{17}. **132.** 2) 9; 4) 125. **133.** 2) -1; 4) 0. **134.** 2) $\frac{9}{25}$; 4) $12\frac{19}{27}$. **135.** 2) 2,89; 4) $\frac{1}{625}$. **136.** 2) -125; 4) $-5\frac{1}{16}$. **137.** 2) 270; 4) 4. **138.** 2) 40; 4) -6. **139.** 2) 18; 4) 72. **140.** $-2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $-3\frac{3}{8}$; -25, 25, 125. **146.** 2) 7^6; 4) 5^6. **147.** 2) a^7; 4) $(3b)^7$. **148.** 2) $(-3)^4$; 4) $(-1{,}2)^7$. **149.** 2) 3^{10}; 4) $(-6)^{12}$. **150.** 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^8$; 4) b^{15}. **151.** 2) $\left(\frac{-5x}{6}\right)^{12}$; 4) $(n+m)^{20}$. **152.** 2) 3^{8+n}; 4) a^{n+13}. **154.** 2) 2^2; 4) 2^7. **155.** 2) 2^6; 4) 2^{10}. **156.** 2) 2^{14}; 4) 2^9. **157.** 2) 2^{23}; 4) 2^{4+n}. **158.** 2) 3^1; 4) 3^4. **159.** 2) 3^5; 4) 3^7. **160.** 2) 3^{18}; 4) 3^6. **161.** 2) 3^{n+1}; 4) 3^{3+n}. **162.** 2) 4^2; 4) 10^8. **163.** 2) $\frac{1}{17}$; 4) d^{12}. **164.** 2) $(2a)^2$; 4) $(m+n)^5$. **165.** 2) 2^2; 4) 2^2. **166.** 2) 2^3; 4) 2^9. **167.** 2) 3^3; 4) 3. **168.** 2) 3^2; 4) 3^4. **169.** 2) 6; 4) 25. **170.** 2) 44; 4) 9. **171.** 2) -6; 4) 12. **172.** 2) $x=64$; 4) $x=27$. **173.** 2) $x=16$; 4) $x=4$. **174.** 2) $x=243$; 4) $x=9$. **175.** 2) a^{56}; 4) a^{21}. **176.** 2) a^{15}; 4) a^{23}. **177.** 2) a^9; 4) a^{12}. **178.** 2) $n=7$; 4) $n=2$. **179.** 2) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$; 4) $(0{,}02)^2$. **180.** 2) $(7^3)^2$; 4) $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^{12}\right)^2$. **181.** 2) $(b^3)^2$; 4) $(x^{10})^2$. **182.** 2) $7^5\cdot 6^5$; 4) $4^3\cdot\left(\frac{1}{7}\right)^3$. **183.** 2) $81x^4$; 4) $64b^2$. **184.** 2) 6^6y^6; 4) $27n^3m^3$. **185.** 2) $x^7y^7z^7$; 4) $2^9\cdot 4^9\cdot 9^9$. **186.** 2) a^6b^3; 4) $0{,}01c^6$. **187.** 2) $512a^{12}b^{21}$; 4) $16n^4m^{12}$. **189.** 2) $(3{,}4\cdot b)^4$; 4) $\left(-\frac{2}{3}a\right)^2$.

190. 2) $(9 \cdot r)^2$; 4) $(15 \cdot a \cdot b)^3$. **191.** 2) $(a^2b^3)^2$; 4) $(9m)^2$. **192.** 2) $(xy^2z^4)^2$; 4) $(10c^4x^3)^2$. **193.** 2) $(0,7nm^5)^2$; 4) $\left(\frac{4}{25}a^5b^8\right)^2$. **194.** 2) $(b^3)^3$; 4) $(4^2)^3$. **195.** 2) $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^5\right)^3$; 4) $(-0,1)^3$. **196.** 2) $(a^2b)^3$; 4) $(x^4y^3z^2)^3$. **197.** 2) $(-10b^2)^3$; 4)$(-0,2xy^3)^3$. **198.** 2) 1; 4) −1. **199.** 2) 1; 4) $\frac{1}{32}$. **200.** 2) 144; 4) 14. **201.** 2) 1; 4) 4. **202.** 2) 14; 4) 16. **203.** 2) $\frac{25}{49}$; 4) $\frac{b^3}{8^3}$. **204.** 2) $\frac{169}{n^2}$; 4) $-\frac{64}{c^3}$. **205.** 2) $\frac{81b^4}{625c^4}$; 4) $\frac{5^6}{7^{12}}$;. **206.** 2) $\frac{49}{(2+c)^2}$; 4) $\frac{(a+b)^7}{(a-b)^7}$. **207.** 2) $(\frac{2}{5})^5$; 4) $\left(\frac{5}{a}\right)^7$. **208.** 2) $\left(\frac{a}{b}\right)^3$; 4) $\left(\frac{7}{10}\right)^2$. **209.** 2) $\left(\frac{4x}{3y}\right)^4$; 4)$\left(-\frac{1}{3}\right)^3$. **212.** 1) $\cong 3,3 \cdot 10^5$ жолу; 2) $\cong 9$ жыл. **213.** 2) $\frac{3}{10}$. **214.** 2) 3^{5n+2}; 4) b^{4n}. **215.** 2) 7; 4) 5. **216.** 2) $81x^8y^6z^{14}$; 4) $-2,48832a^{15}b^{10}c^{20}$. **217.** 2) a^2; 4) a^4. **218.** 2) $10^{20} > 20^{10}$; 4) $3^{40} > 6^{20}$. **220.** 2) $\frac{1}{3}$; 4) 13,2. **221.** 2) $8,647 \cdot 10^6$. **222.** 2) $3bc$; 4) ab^2. **223.** 2) $3a^2b$. **224.** 2) $100n$ (см). **226.** 2) 8; 4) 1; 6) 18. **227.** 2) z^{11}; 4) m^4; 6) $72\,p^3q^2$; **228.** 2) 2. **229.** $\frac{12}{25}$ күн. **230.** 2) $6ab$; 4) $-2a^3$. **231.** 2) $35m^2n$; 4) $-4b^5$. **232.** 2) $-2m^3n$; 4) $\frac{5}{14}b^3c^2$. **233.** 2) $28x^3y^3$; 4) $2a^2b^2c^2$. **234.** 2) $-21a^6b^6c^2$; 4) $-\frac{9}{8}a^4x^3y^4$. **235.** 2) $-7,5m^7r^7n^5$; 4) $-7,5a^5b^7c^7$. **236.** 2) $-15m^3n^2$; 4) $-26a^4b^4c^5$. **237.** 2) $30a^4b^3$; 4) $4a^3b^2c^3$. **238.** 2) $25b^2$; 4) $4a^6$. **239.** 2) $16a^2b^2$; 4) $-8x^3y^3z^3$. **240.** 2) $-a^{10}b^5c^5$; 4) $16x^8y^{12}$. **241.** 2) $\frac{1}{81}m^8n^8$. **242.** 2) $-2a^4$; 4) $a^2b^5c^2y^2$. **243.** 2) x^5y^5; 4) $-4a^{10}b^{11}$. **244.** 2) $(4x^2)^2$; 4) $(9x^3y)^2$. **245.** 2) 204,8; 4) 1,008. **246.** $7\frac{1}{5}$ карыч. **250.** 2) $6a^2b^3 - 24a^4b$; 4) $-bc^5 + 5x^2y^4$. **251.** 2) $-6xy^4z - 20m^3n^2k^3$; 4) $\frac{1}{3}a^2b^2 - 2a^2b^3$. **252.** 2) 2; 4) 0. **253.** 2) −7,6; 4) −252. **254.** 2) $\frac{1}{3}y$; 4) $\frac{13}{16}a^2b$. **255.** 2) $2a+b$; 4) $2a^2-3b^2$. **256.** 2) $-y$; 4) $3,8a^2$. **257.** 2)a^2; 4) $2xy - 2,2y^2$. **258.** 2) $-\frac{7}{8}ab^2 + \frac{3}{8}a^2b$; 4) $4x-2,46y$. **259.** 2) $x^3 - x^2y - xy^2$. 4) $ab^2 + 2ab$. **260.** 2) $8b^2 - 19bc - 15c^2$; 4) $2x^2y$. **261.** 2) $-\frac{1}{3}a^2bc -$ $-4a^2c$. **262.** 2) $3x + 3y$; 4) $3x + 1$. **263.** 2) $5a^2 - b^2$; 4) $-\frac{1}{2}b^2 + 1\frac{1}{4}$. **264.** 2) $0,1c^2$; 4) $6a + 22b$. **265.** 2) $-2a^2 - -6ab + 6b^2$; 4)$25z + 30az^2$. **266.** 2) $-2b$; 4) $9x^3$.

267. 2) $3x^2$; 4) $8a^2-b^2-ab$. **268.** 2) $-0{,}07x^2+0{,}06y^2$; $0{,}27x^2-0{,}1y^2$; 4) $0{,}61a^3+1{,}12b^3$; $1{,}39a^3-0{,}88b^3$. **269.** 2) $3x^2+3x^2y^2-x^3$. **270.** 2) $-5b^2+3b$. **271.** 2) q^3; 4) $-5ab+8b^2$. **273.** $k+2m-n$. **274.** 2) $1-\frac{1}{2}x$; 4) $20m-30n$. **275. 2)** $-10xz+$ $+8yz$; 4) x^3-x^2+x. **276.** 2) $75a^2b^2+15a^2b$; 4) $3x^2y^3-6x^4y^2$. **277.** 2) $16ab^2-24a^2bc+$ $+8abc^2$; 4) $x^3yz+2xy^3z+3xyz^3$. **278.** 2) $a^3b^7+\frac{3}{4}a^4b^4$. **279.** 2) $-3a+7b$; 4) $-14p-9$. **280.** 2) $-a^2b+6b^2$; 4) $19x-12$. **281.** 2) $2x-3{,}5$; 4) $0{,}5y-1{,}7$. **282.** 2) 5; 4) 204. **283.** 2) z^2+3z-4; 4) $bc+4c+5b+20$. **284.** 2) $-a^2+8a+20$; 4) $p-q+pq-q^2$. **285.** 2) $10a^2+7a-12$; 4) $20p^2-17pq+3q^2$. **286.** 2) $0{,}09-m^2$; 4) $0{,}04a^2-$ $-0{,}25x^2$. **287.** 2) $30x^4+30y^4-61x^2y^2$; 4) x^3+5x^2+7x+3. **288.** 2) $27a^3-8b^3$; 4) $27a^3+8b^3$. **290.** 2) $0{,}3x^2+xz-0{,}3y^2+yz$; 4) $0{,}3a^4-0{,}9a^3+2a^2+3a-10$. **291.** 2) $a^3-ab^2+3a^2b-3b^3$; 4) $12x^3-29x^2+7x+6$. **295.** 2) y^4; 4) 1. **296.** 2) $-3a$; 4) $-5c$. **297.** 2) $\frac{2}{15}a$; 4) $-9c$. **298.** 2) $9m$; 4) $\frac{4}{5}b$. **299.** 2) 8; 4) 7. **300.** 2) 3; 4) -3. **301.** 2) $-\frac{5}{3}$; 4) $-1{,}3$. **302.** 2) $-\frac{5}{3}p$; 4) $0{,}4c$. **303.** 2) $7m^6$; 4) $\frac{7}{6}$. **304.** 2) $\frac{9}{4}ab^2$; 4) $3ab$. **305.** 2) $-\frac{1}{13}axy^2$; 2) $\frac{1}{2}a^3b$. **306.** 2) $81x^4y$; 4) $x^7y^{11}z^3$. **307.** 2) $2b-1$; 4) $2-x$. **308.** 2) $4a-3b$; 4) $-c+1$. **309.** 2) $-\frac{2}{3}cb-1$; 4) $-\frac{1}{4}ab+\frac{3}{4}a^2$. **310.** 2) $-2x-3y+4$; 4) $a+3a^2b-2$. **311.** 2) 1; 4) $-3a$. **312.** 2) 200 м; 2400 $м^2$. **313.** 2) a^3; 4) c^2+3^2. **314.** 2) n^2-m^2; 4) $(\frac{1}{2})^3-b^3$. **315.** $4c$ см, c^2 $м^2$. **317.** $3x^2$ же $\frac{1}{3}x^2$. **318.** 10 км. **319.** 108000. **320.** Жок. **321.** 2) $3{,}08\cdot10^{13}$. **322.** $5{,}1\cdot10^8$; 10^{12}. **323.** 10 кг. **324.** 2) xy; 4) $10mn^2k$. **325.** 2) $13\frac{3}{4}$. **326.** 2) $3x^2$; 4) $8a^2+b^2-ab$. **327.** 2) $0{,}5x^2+xz-0{,}5y^2+yz$; 4) $a^4-2a^3+3a^2+4a-10$. **328.** 2) $2a^3--2ab^2+3a^2b-3b^3$; 4) $6x^3-17x^2-4x+3$. **329.** 2) $5x^3+8x^2+9x-$ -1; 4) $1\frac{1}{4}a^5+2a^2x--1\frac{1}{2}x^2$. **332.** 2) 180,7; 4) 12,5. **333.** 2) $2x^2-2x$; 4) a^3+ab- $-a^2b^2-b^3$. **334.** 240 км. **336.** 2) $3(a-x)$; 4) $6(a+2)$. **337.** 2) $2(4a-2b-1)$; 4) $3(3x-y+4z)$. **338.** 2) $c(d+b)$; 4) $x(3-y)$. **339.** 2) $3b(d-a)$; 4) $3p(2k-$ $-1)$. **340.** 2) $x(y--x+z)$; 4) $4b(b+2a-3a^2)$. **341.** 2) $a^3(a-3)$; 4) $x^2y^2(y-x)$. **342.** 2) $6x^2(x^2-4)$; 4) $3a^2(2a^3+1)$. **343.** 2) $4x^2y(5xy+1)$; 4) $3xyz(3z-4y)$.

344. 2) $5a^3(4a-1+3a^2)$; 4) $2x^2y^2(y^2-x^2+3xy)$. **345.** 2) 18700; 4) −1,62. **346.** 2) $(a+5)(b-c)$; 4) $(y-3)(1+b)$. **347.** 2) $(m-3)(3n+5m)$; 4) $(c-d)(7a-2b)$. **348.** 2) $(x+y)(a^2-b^2)$; 4) $(a^2-2b^2)(x+y)$. **349.** 2) $(p-q)(c-a+d)$; 4) $(x^2+1)(m-n-l)$. **350.** 2) $(b-c)(a+c)$; 4) $(x-y)(2b+1)$. **351.** 2) $(a-2)(6-a)$; 4) $(m-2)(a^2-b)$. **352.** 2) $(x-y)(x-y-3)$; 4) $(3-b)(-a+1-b)$. **353.** 2) $x=1$; 4) $x=0,49$. **354.** Үлгүрөт. **355.** 2) $(m-n)(1+p)$; 4) $(x-y)(1+2a)$. **356.** 2) $(a-b)(a-b+1)$; 4) $(p-1)(4q+p-1)$. **357.** 2) $(p-1)(4q+1)$; 4) $(p-1)(4q-1)$. **358.** 2) $(b+c)(a+d)$; 4) $2(x-1)(3x-4y)$. **359.** 2) $(c+d)(a-3b)$; 4) $(a-3b)(x+5y)$. **360.** 2) $(b+c-a)(y-x^2)$; **361.** 2) 12500; 4) 28. **362.** 2) −−0,625; 4) −0,33. **363.** 2) 906. **364.** 2) $t=-7$, $t=4$. **365.** 2) $x^2-2xy+y^2$; 4) x^2+2x+1; 6) $49+14m+m^2$. **366.** 2) x^2-6x+9; 4) $y^2-12y+36$; 6) $b^2+b+\frac{1}{4}$. **367.** 2) $9x^2+12xy+4y^2$; 4) $25z^2-10zt+t^2$. **368.** 2) a^4+2a^2+1; 4) $x^4+2x^2y^2+y^4$. **369.** 2) $a^2-\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}$; 4) $\frac{x^2}{9}+\frac{xy}{6}+\frac{y^2}{16}$. **370.** 2) $0,16b^2-0,4bc+0,25c^2$; 4) $\frac{1}{16}a^6-\frac{2}{5}a^3+\frac{16}{25}$. **372.** 2) $9b^4+12ab^3+4a^2b^2$; 4) $16x^2y^2+4xy^3+0,25y^4$. **373.** 2) 1681; 4) 9604. **374.** 2) 1006009; 4) 1521. **375.** 2) 3249; 4) 1002001. **376.** 2) $4xy$; 4) $8a^2+2b^2$. **377.** 2) $7a^2-52a+112$; 4) $4x^2-16x-4$. **378.** 2) $x=2$; 4) $x=-0,5$. **379.** 2) $y=3$; 4) $y=\frac{2}{3}$. **380.** 2) −11; 4) −17. **382.** 2) $(5+x)^2$; 4) $(p-0,8)^2$. **386.** 2) p^2-q^2; 4) m^2-n^2. **387.** 2) a^2-9; 4) x^2-49. **388.** 2) c^2-9d^2; 4) $9m^2-4n^2$. **389.** 2) $\frac{25}{36}a^2-b^2$; 4) $\frac{4}{9}m^2-\frac{9}{16}n^2$. **390.** 2) a^4-b^6; 4) m^6-n^6. **393.** 2) $25a^2b^4-4a^4b^2$; 4) $a^2b^6-16x^2y^2$. **394.** 2) x^4-1; 4) $81a^4-16b^4$. **395.** 2) 4896; 4) 2491. **396.** 2) 1584; 4) 39999. **397.** 2) $2a^2+4a$; 4) $24ab-32b^2$. **399.** 2) $x=\frac{4}{3}$; 4) $y=\pm2$; $y=3$. **400.** 64 см² ге азаят. **401.** −10. **402.** 2) 980; 4) 5,87. **405.** 2) $(2a-3)(2a+3)$; 4) $(9a-4b)(9a+4b)$. **406.** 2) $(ab-4)(ab+4)$; 4) $(4x-5y)(4x+5y)$. **407.** 2) $(\frac{2}{3}a-\frac{1}{4}b)(\frac{2}{3}a+\frac{1}{4}b)$; 4) $(0,3x-0,4y)(0,3x+0,4y)$. **408.** 2) $(xy^2-4)(xy^2+4)$; 4) $(5a-3b^3)(5a+3b^3)$. **409.** 2) $(a^2-b^4)(a^2+b^4)$; 4) $(b^2-9)(b^2+9)$. **410.** 2) $(m-n-k)(m-n+k)$;

4) $3(x-y)(3x+y)$. **411.** 2) $(a+2b+c)(a-c)$; 4) $4(2a-b)(-a-2b)$. **412.** 2) $(1+c)^2$; 4) $(9-x)^2$. **413.** 2) $(10-3a)^2$; 4) $(a+5b)^2$. **414.** 2) $(p^2-q)^2$; 4) $(5a^3+3b)^2$. **415.** 2) $(b^2-9)^2$; 4) $(4-a^2b^2)^2$. **416.** 2) $-(3-b)^2$; 4) $-3(a+2b)^2$. **417.** 2) 60 000; 4) 216. **418.** 2) $x=\frac{1}{2}$, $x=-\frac{1}{2}$; 4) $x=5$. **419.** 2) 10000; 4) $\frac{2}{3}$. **420.** 2) $x^2+2xy+y^2$; 4) $x^2-2xy+y^2$. **421.** $(c+d)(c^2-cd+d^2)$; 4) $(a-3)(a^2+3a+9)$; 6) $(a+1)(a^2-a+1)$; 8) $(5-b)(25+5b+b^2)$. **422.** 2) $(4-5y)(16+20y+25y^2)$; 4) $(4y+\frac{1}{3})(16y^2-\frac{4}{3}y+\frac{1}{9})$. **423.** 2) $(1+3b)(1-3b+9b^2)$; 4) $(\frac{1}{2}a^2+5b)(\frac{1}{4}a^4-\frac{5}{2}a^2b+25b^2)$. **424.** 2) $(a+b)(a-b)\times(a^4+a^2b^2+b^4)$; 4) $(2+y)(2-y)(16+4y^2+y^4)$. **425.** 2) y^3+8; 4) $64c^3-125d^3$. **426.** 2) $a^6b^6-125a^3$; 4) $\frac{1}{8}x^3-\frac{1}{27}y^3$. **427.** 2) $16a^2(4a+5b)$; 4) $(a-b)(a^2+ab+b^2+a-b)$. **428.** 2) 0,02. **429.** 2) $8x+7$. **430.** 2) $x=3$; 4) $x=0{,}2$. **441.** 2) $x=2$. **442.** 2 km/soat, 16 km/soat. **443.** 2) $(x-y)(4+3x-3y)$; 4) $(b-a)(b-a-1)$. **444.** 2) $y(x+y)^2$; 4) $(b-a)^2(a-1)$. **445.** 2) $24x^2(y-z)$; 4) $4(2x-y)(2x-3y-1)$. **446.** 2) $5(x+y)(2x+1)$; 4) $(3z^2+2y^2)(16x-5y)$. **447.** 2) $(2nk+5m)(3mk-7n^2)$; 4) $(5c-3x)(8b-3c)$. **448.** 2) $16x+2$; 4) $-19y+6$. **450.** 2) $\frac{5}{8}$; 4) $\frac{11}{8}$. **454.** $\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$. **456.** 2) 5; 4) 1,9; 6) 4. **457.** 2) $V=\frac{m}{p}$; 4) $a=\frac{p}{2}-b$. **458.** $x=\frac{np}{1000a}$, $x=3$. **459.** $t=\frac{a}{cn}$, $t=15$. **461.** 2) $\frac{4}{5}$, 4) -2. **462.** 2) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{b}{2c}$. **463.** 2) $\frac{1}{b^4}$; 4) b^2. **464.** 2) $\frac{2}{7}$; 4) $\frac{b}{3a}$; 6) $\frac{a^2b}{5c}$. **465.** 2) $\frac{7a}{5}$; 4) $\frac{1}{3(a-b)}$; 6) $-\frac{1}{3}$. **466.** 2) $\frac{1}{(m+n)^3}$; 4) $3y-2x$; 6) $\frac{2}{a(a-b)}$. **467.** 2) $\frac{2a}{m-n}$; 4) $\frac{4a-1}{2a+3}$; 6) $\frac{1+b}{1-b}$. **468.** 2) $\frac{q^2}{p-q}$; 4) $\frac{m}{n}$; 6) $-\frac{x}{y}$. **469.** 2) $\frac{3a+2b}{2a+3b}$; 4) $-\frac{1}{ab}$. **470.** 2) $\frac{1}{a+b}$; 4) $5+x$; 6) $-\frac{c+2}{2a}$. **471.** 2) $10-7b$; 4) $\frac{y}{5+y}$; 6) $\frac{5ab}{a^2-b^2}$. **472.** 2) $\frac{1}{b+7}$; 4) $\frac{1}{1-2p}$. **473.** 2) $\frac{4a+1}{4a-1}$; 4) $\frac{10(m+n)}{3(m-n)}$. **474.** 2) $n-m$; 4) $\frac{1}{5-2x}$. **475.** 2) $\frac{3y-4x}{3y+4x}$; 4) $\frac{6-c}{6+c}$; 6) $\frac{3c-2b}{a}$. **476.** 2) $a+1$; 4) $\frac{1}{2}$. **477.**

2) $\frac{b}{ab}$ жана $\frac{2a}{ab}$; 4) $\frac{2a}{2b}$ жана $\frac{a}{2b}$; 6) $\frac{32}{60}$ жана $\frac{25}{60}$. **478.** 2) $\frac{9x^2}{12xy}$, $\frac{72}{12xy}$ жана $\frac{16y^2}{12xy}$; 4) $\frac{2ax^2}{4x^3}$ жана $\frac{b}{4x^3}$. **479.** 2) $\frac{6b^2}{2b}$ жана $\frac{a^2}{2b}$; 4) $\frac{2b^2}{6ab}$, $\frac{9ac}{6ab}$, $\frac{6a^2b^2}{6ab}$. **480.** 2) $\frac{3a^2}{18a^2b^2}$, $\frac{2(a^2+b^2)}{18a^2b^2}$ жана $\frac{a(3-a^2)}{18a^2b^2}$; 4) $\frac{21y^3}{60x^4y^4}$, $\frac{310x^3y}{60x^4y^4}$ жана $\frac{80x^2}{60x^4y^4}$. **481.** 2) $\frac{6a}{(a-1)a}$ жана $\frac{2(a-1)}{(a-1)a}$; 4) $\frac{8a^2}{12(a+1)}$ жана $\frac{15a^2}{12(a+1)}$. **482.** 2) $\frac{7a(3x+y)}{9x^2-y^2}$ жана $\frac{6b(3-y)}{9x^2-y^2}$; 4) $\frac{6x}{8x+8y}$ жана $\frac{x}{8x+8y}$. **483.** 2) $\frac{7a}{x^2-9}$ жана $\frac{a(x-3)}{x^2-9}$; 4) $\frac{6x(x+y)}{x^2-y^2}$, $\frac{7xy(x-y)}{x^2-y^2}$ жана $\frac{3}{x^2-y^2}$. **484.** 2) $\frac{28c(b+c)}{70(b^2-c^2)}$, $\frac{6a^2}{70(b^2-c^2)}$ жана $\frac{35b(b-c)}{70(b^2-c^2)}$; 4) $\frac{15x(x+1)}{12x(x^2-1)}$; $\frac{-48x^2}{12x(x^2-1)}$ жана $\frac{4(x-1)}{12x(x^2-1)}$.

485. 2) $\frac{5a}{b^3}$; 4) $\frac{x-y}{n+a}$. **486.** 2) $\frac{2a}{c^2}$; 4) $\frac{7}{a^2}$; 6) $\frac{8}{ab}$. **487.** 2) $\frac{11}{28}$; 4) $\frac{3}{5b}$; 6) $\frac{3ad-b}{12d}$.

488. 2) $\frac{15+ab}{5a}$; 4) $\frac{2+7b}{b}$. **489.** 2) $\frac{2c+4c^2-3}{c^2}$; 4) $\frac{mn-kn^2+m^2}{n^2}$. **490.** 2) $\frac{k-n}{mnk}$; 4) $\frac{bd+ba}{acd}$; 6) $\frac{2n^2-3m}{mn^3}$. **491.** 2) $\frac{4a^4-21cb^3}{18a^3b^4}$; 4) $\frac{20y-21x+22}{28x^2y^2}$; 6) $\frac{b(cd^2+d+c)}{(cd)^2}$. **492.** 2) $\frac{3x}{2(1-x)}$; 4) $\frac{8y-25x}{10(y-3)}$. **493.** 2) $\frac{11}{10(b+1)}$; 4) $\frac{5x}{8(x+y)}$. **494.** 2) $\frac{5b^2-2a^2}{ab(x+y)}$; 4) $\frac{a+b-y}{ab}$. **495.** 2) $\frac{2(2a+3)}{a(1-a)}$; 4) $\frac{67b-3a}{40(a^2-b^2)}$. **496.** 2) $\frac{x-1}{x^2-9}$; 4) $\frac{2x^2+3x+2}{x^2-16}$. **497.** 2) $\frac{6n-47}{n^2-49}$; 4) $\frac{24y^2+y+1}{1-9y^2}$. **498.** 2) $\frac{13a+4}{(3a+1)^2}$. **499.** 2) $\frac{2-11x}{(3x+1)^2}$; 4) $\frac{4-7n+7m}{(n-m)^2}$; 6) $\frac{2x^2+18}{(x^2-9)^2}$. **500.** 2) $\frac{b^2-3b}{b-2}$; 4) $\frac{1}{a+1}$. **501.** 2) $-\frac{1}{x+y}$; 4) $\frac{2(24-a)}{4a^2-9}$. **502.** 2) $\frac{b-3b^2-14}{6(b^2-1)}$; 4) $\frac{28n^2-4m^2+9mn}{m(4n^2-m^2)}$; 6) $\frac{4a^2-4a-b}{a^2+2a}$. **503.** 2) $\frac{2a}{a^3+8}$; 4) $-\frac{6m}{m^3-27}$.

504. 2) $-\frac{2}{19}$. **505.** 2) $\frac{4}{13}$; 4) $\frac{15}{2}$. **506.** 2) $\frac{k^2}{mn}$; 4) $\frac{3mk}{4nd}$; 6) $\frac{2a^2b^2}{c^3}$. **509.** 2) 2; 4) $\frac{a}{bc}$; 6) $\frac{ac}{b}$. **510.** 2) $\frac{k^2}{mn}$; 4) $\frac{3md}{2nk}$; 6) $\frac{15a^2c^2}{d}$. **511.** 2) $\frac{18a^2}{7}$; 4) $\frac{1}{a}$; 6) $\frac{a^3b^3}{d^2}$. **512.**

2) $\frac{2y}{5c^3}$; 4) $\frac{2d^2a^2}{3c}$; 6) $\frac{22p^3n}{m^4}$. **513.** 2) $10a^2b$; 4) $\frac{1}{4a^2b}$. **514.** 2) $\frac{2b}{a}$; 4) $3b$; 6) $\frac{(a+b)a}{3b}$. **515.** 2) $\frac{b}{3(1+a)}$; 4) $\frac{1}{3m^2(m+n)}$; 6) $\frac{5}{3(a-b)}$. **516.** 2) $\frac{-3x^2(x+y)}{2(x^2+y^2)}$; 4) $\frac{-18(n-m)^2(n+m)}{n(n+p)^2}$; 6) $\frac{1}{a^2-b^2}$. **517.** 2) $b-3$; 4) $(a-1)(2a-1)$. **518.** 2) $\frac{2(a+1)}{3}$; 4) 1; 6) $\frac{b^2}{b^2+1}$. **519.** 2) $\frac{a^2(b^2-1)}{b^2}$; 4) $\frac{2(m+n)}{n}$. **520.** 2) $\frac{4ab}{a^2-b^2}$; 4) $\frac{1}{6(c+d)}$. **521.** 2) $\frac{9z}{z+2}$; 4) $\frac{m+5}{m-2}$. **522.** 2) $\frac{b}{a+b}$; 4) $\frac{1}{c}$. **523.** 2) $\frac{4}{a-b}$; 4) $\frac{1}{c(a+b)}$. **526.** $\frac{v-v_1}{v+v_1}\cdot s$ км. **527.** 6 даанадан. **528.** 2) $\frac{3(x^2-2x+4)}{x^3+8}$, $\frac{x+1}{x^3+8}$ va $\frac{(x+2)^2}{x^3+8}$. **529.** 2) $\frac{55b-61}{24}$; 4) $\frac{5-27b}{36}$. **530.** 2) $\frac{7q-p}{3p-q}$; 4) $\frac{8a+8b-70}{2b-5}$. **531.** 2) $\frac{a^2-b^2}{7}$; 4) $\frac{m+n}{2(p^2-pc+c^2)}$. **532.** 2) $\frac{x(x+2)(x-3)}{(x-2)(x+3)(x^2+2)}$; 4) 1. **533.** 2) $-2(a-1)^2$; 4) $\frac{a^2+4}{4a}$. **534.** 120. **536.** d) $n(n-1):2$. **538.** 45. **539.** 2) 900. **541.** 16 · 15 · 14 = 3360. **542.** 30. **543.** 1) 125; 2) 625. **545.** 24. **546.** 10. **547.** 12 · 8 · 7 = 672. **548.** 1) 64 · 49 = 3136; 2) 8! **550.** 1) 4 · 60; 2) 24 · 58; 3) 36 · 55; бардыгы болуп 3612 усул. **551.** 6. **552.** 12. **554.** 20. **555.** 14. **561.** 24 4 орундуу сан түзүүгө болот. **562.** 24. **565.** 10. **566.** 45. **568.** 56. **569.** 6. **570.** $C_6^4=C_6^2=15$. **572.** $C_{10}^3-4=116$ учурда сумма 9 дан чоң болот. **573** $(C_3^1+C_3^2+C_3^3)\cdot(C_4^1+C_4^2+C_4^3+C_4^4)\cdot(C_2^1+C_2^2)=315$ ta. **576.** $C_5^2\cdot C_{10}^3=1200$. **578.** 1) $C_{20}^2=190$; 2) $C_{20}^3=1140$; 3) $C_{20}^4=4845$. **579.** $8\cdot C_{11}^2+11\cdot C_8^2=748$. **580.** 36; 30. **581.** 1) 5 · 5 · 4 · 3 = 300; 2) 5 · 6 · 6 · 6 = 1080. **582.** 5 · 6 · 6 · 3 = 540. **583.** 4 · 3 · 2 · 1 = 24. **584.** 26 · 25 · 24 = 15 600. **585.** 8 · 7 · 5 = 280. **586.** 10 000. **588.** 24. **589.** 10 · 9 · 8 = 720. **590.** 2) мүмкүн эмес. **591.** 1) 6; 2) 15; 3) 45; 4) $n\cdot(n-1):2$. **593.** 3 · 4 · 5 = 60. **594.** 4. **595.** 40. **596.** 1) 2500; 2) 3125. **597.** 2) 2. **598.** 2) Туура эмес. **599.** $7\frac{1}{2}$. **600.** $2a(30-a)$; -128. **601.** $a\cdot 100+b\cdot 10+c$; $c\cdot 100+b\cdot 10+a$; a ta. **602.** $x=1000a+c$. **606.**

4) $3a^2bm$. **609.** 4) $1{,}5a^3 + 11{,}5a^2 - a - 1$. **610.** 2) $x = 2\frac{5}{11}$. **614.** 4) $x = -\frac{1}{8}$. **615.** 40, 36, 43. **616.** 9 жылдан кийин. **617.** 4 жылдан кийин. **618.** 1,5 саатта. **619.** 1,5 саатта . **620.** 2) $\frac{a^2}{4}$. **621.** 2) $16ab$. **623.** 2) $3(1 + a)(7 - 3a)$. **624.** 2) $4(3b - 2)(5b + 1)$; 4) $(17a - 9b)(b - 13a)$. **634.** 63 км. **635.** $27\frac{3}{11}$ минуттан кийин. **636.** 41574. **637.** Mis — 25,5N; цинк — 10,5 N. **638.** $\frac{1}{2}$ kg. **640.** 35 км. **641.** 120 км. **642.** 150. **644.** 2) уулдары $5\frac{5}{6}$ дирхамдан, иниси $4\frac{1}{6}$ дирхам. **645.** 2) $\frac{2n(2n-k)}{2n+k}$; 4) $\frac{2q(m-2q)}{m+2q}$. **646.** 4) $\frac{m+7n}{10}$. **648.** 2) 1. **649.** 2) $x = 6$. **650.** 2) $x = -\frac{25}{34}$; 4) $x = -6{,}5$. **651.** 160 км. **652.** 9 км/саат. **653.** 80 км/саат; 75 км/саат. **654.** 2) $-2\frac{2}{3}$.

«Өзүңдү текшерип көр!» тапшырмаларына жооптор

I глава. 1. 1) 120,3; 2) $-3\frac{1}{6}$; **2.** $3x + 4y$; $\frac{1}{3}$. **3.** $10a + 15b$. **II глава. 1.** Ha, $x = -4$; **2.** 1) $x = \frac{1}{3}$; 2) $x = 3$. **3.** 30 %. **III глава. 1.** 5^5; 3^2; 2^{12}; 6^5. **2.** $3b + d$. **3.** $-1{,}25\ a^4b^3c^2$; $0{,}7m - 2n - 1$. **4.** $3m^2 - 4$; $-3{,}8125$. **IV глава. 1.** $2a^2 + 12a$. **2.** 1) $y(x-2)$; 2) $(4a-9)(4a+9)$; 3) $3x^2 \cdot (1-2x)$; 4) $(x-5)^2$; 5) $(x-1)(3+y)$; 6) $2(a-b)^2$. **3.** $(a-3b)(a+3)$; 8. **V глава. 1.** $b \neq 0$, $a \neq 1$, $b \neq -2$. **2.** 1) $\frac{1}{a}$; 2) $\frac{4ab}{a^2-b^2}$; 3) 4; 4) $\frac{a-b}{b}$. **3.** $\frac{1}{x-3}$; -3. **VI глава. 1.** $18 \cdot 17 = 306$. **2.** $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 87480$. **3.** $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$. **4.** $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.

Кызыктуу маселелерге жооптор

1. 99 + 9 : 9. **2.** 44 үч бурчтук, 10 квадрат, 8 тик бурчтук. **3.** 5 жашта. **4.** 18 минут. **5.** 1) 6; 2) 3; 3) 4; 4) 9. **6.** 24 000 км. **7.** 6 **8.** 1) 7; 2) 4 уул, 3 кыз. **9.** 10 метр. **10.** Мүмкүн эмес.

МАЗМУНУ

5—6-класстарда үйрөнүлгөн материалдарды кайталоо 3

I глава. АЛГЕБРАЛЫК ТУЮНТМАЛАР

1-§. Сандуу туюнтмалар 6
2-§. Алгебралык туюнтмалар 10
3-§. Алгебралык барабардыктар, формулалар 14
4-§. Арифметикалык амалдардын касиеттери 20
5-§. Кашааларды ачуунун эрежелери 24
I глава боюнча машыгуулар 30
I глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер 32
Тарыхый маалыматтар 34

II глава. БИР БЕЛГИСИЗДҮҮ БИРИНЧИ ДАРАЖАЛУУ ТЕҢДЕМЕЛЕР

6-§. Теңдеме жана анын чыгарылыштары 35
7-§. Бир белгисиздүү биринчи даражалуу теңдемелерди чыгаруу 38
8-§. Маселелерди теңдемелердин жардамында чыгаруу 44
II глава боюнча машыгуулар 49
II глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер 50
Тарыхый маалыматтар 52

III глава. БИР МҮЧӨЛӨР ЖАНА КӨП МҮЧӨЛӨР

9-§. Натуралдык көрсөткүчтүү даража 53
10-§. Натуралдык көрсөткүчтүү даражанын касиеттери 59
11-§. Бир мүчө жана анын стандарттык формасы 68
12-§. Бир мүчөлөрдү көбөйтүү 72
13-§. Көп мүчөлөр 75
14-§. Окшош мүчөлөрдү жөнөкөйлөштүрүү 77
15-§. Көп мүчөлөрдү кошуу жана кемитүү 81
16-§. Көп мүчөнү бир мүчөгө көбөйтүү 84
17-§. Көп мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүү 86
18-§. Бир мүчө жана көп мүчөнү бир мүчөгө бөлүү 90

III глава боюнча машыгуулар 95
III глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер 97
Тарыхый маалыматтар 100

IV глава. КӨП МҮЧӨНҮ КӨБӨЙТҮҮЧҮЛӨРГҮ АЖЫРАТУУ

19- §. Жалпы көбөйтүүчүнү кашаадан тышка чыгаруу 102
20- §. Топтоштуруу усулу 107
21- §. Сумманын квадраты. Айырманын квадраты 110
22- §. Квадраттар айырмасынын формуласы 115
23- §. Көп мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуунун бир нече усулун колдоо 119
IV глава боюнча машыгуулар 125
IV глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер 127
Тарыхый маалыматтар 128

V глава. АЛГЕБРАЛЫК БӨЛЧӨКТӨР

24- §. Алгебралык бөлчөк. Бөлчөктөрдү кыскартуу 129
25- §. Бөлчөктөрдү жалпы орток бөлүмгө келтирүү 135
26- §. Алгебралык бөлчөктөрдү кошуу жана кемитүү 139
27- §. Алгебралык бөлчөктөрдү көбөйтүү жана бөлүү 144
28- §. Алгебралык бөлчөктөр үстүндө жүргүзүлүүчү аралаш амалдар 147
V глава боюнча машыгуулар 150
V глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер 152
Тарыхый маалыматтар 153

VI глава. КОМБИНАТОРИКА ЭЛЕМЕНТТЕРИ

29- §. Комбинаториканын негизги эрежеси 154
30- §. Орун алмаштыруу. Топтоштуруу 161
VI глава боюнча машыгуулар 167
VI глава боюнча сыноо машыгуулары — тесттер 169
7- класс алгебра курсун кайталоо үчүн машыгуулар 171
Машыгууларга жооптор 180

22.14
А 44

Алимов Ш. А. Алгебра: Жалпы орто билим берүүчү мектептердин 7-классы үчүн окуу китеби/ Ш. А. Алимов, А. Р. Халмухамедов, М. А. Мирзахмедов. — Төртүнчү басылышы. —Ташкент: «O'qituvchi», 2017. — 192 б.

ISBN 978-9943-22-105-5

УЎК: 512 (075.3)
КБК 22.14 я 72

SHAVKAT ARIFDJANOVICH ALIMOV,
ALIMDJAN RAXIMOVICH XALMUXAMEDOV,
MIRFAZIL ABDILXAKOVICH MIRZAXMEDOV

ALGEBRA

Umumiy o'rta ta'lim maktablarining
7- sinfi uchun darslik

(Qirg'iz tilida)

Qayta ishlangan va to'ldirilgan
4-n a s h r i

«O'qituvchi» nashriyot-matbaa ijodiy uyi
Toshkent — 2017

Которгон *А. Зулпихаров*
Редактору *А. Зулпихаров*
Сүрөт редактору *Ш. Хожаев, Б. Абдуллаева*
Тех. редактору *С. Набиева*
Компьютерде даярдаган *М. Ибрагимова, А. Зулпихаров*

Басманын лицензиясы AI №291. 04.11.2016. 2017-жылы 12- июлда оригинал-макеттен басууга уруксат этилди. Форматы $70\times90^1/_{16}$.
Кегели 11 шпондуу. Таймс гарн. Офсеттик басма усулда басылды. Офсеттик кагаз.
Шарттуу б. т. 14,04. Эсептик басма т. 9,5. Нускасы 720. Буюртма №.

Өзбекстан Басма сөз жана кабар агенттигинин «O'qituvchi» басма-полиграфиялык чыгармачылык үйү. Ташкент, Юнусабад району, Янгишахар көчөсү, 1-үй.
Келишим № 52-17.

Ижарага берилген окуу китебинин абалын көрсөтүүчү жадыбал

№	Окуучунун аты, фамилиясы	Окуу жылы	Окуу китебинин алынгандагы абалы	Класс жетекчиси-нин колу	Окуу китебинин тапшырыл-гандагы абалы	Класс жетекчиси-нин колу
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Окуу китеби ижарага берилип, окуу жылынын акырында кайтарып алынганда жогорудагы жадыбал класс жетекчиси тарабынан төмөнкү баалоо критерийлеринин негизинде толтурулат:

Жаңы	Окуу китептин биринчи жолу пайдаланууга берилгендеги абалы.
Жакшы	Мукабасы бүтүн, окуу китебинин негизги бөлүгүнөн ажыралбаган. Бардык барактары бар, жыртылбаган, беттеринде жазуулар жана сызыктар жок.
Канааттан-дырарлык	Мукабасы эзилген, четтери жыртылган, окуу китептин негизги бөл үгүнөн ажыралган түрү бар, пайдалануучу тарабынан канааттан-дырарлык калыбына келтирилген. Айрылган барактары кайра калыбына келтирилген, айрым беттерге чийилген.
Канааттандырарлык эмес	Мукабага чийилген, жыртылган, негизги бөлүктөн ажыралган же таптакыр жок. Беттери жыртылган, барактары жетишпейт, сызып, боёп ташталган. Окуу китебин калыбына келтирүүгө болбойт.

22.14
А 44

Алимов Ш. А. Алгебра: Жалпы орто билим берүүчү мектептердин 7-классы үчүн окуу китеби/ Ш. А. Алимов, А. Р. Халмухамедов, М. А. Мирзахмедов. — Төртүнчү басылышы. —Ташкент: «O‘qituvchi», 2017. — 192 б.

ISBN 978-9943-22-105-5

УЎК: 512 (075.3)
КБК 22.14 я 72

SHAVKAT ARIFDJANOVICH ALIMOV,
ALIMDJAN RAXIMOVICH XALMUXAMEDOV,
MIRFAZIL ABDILXAKOVICH MIRZAXMEDOV

ALGEBRA

Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining
7- sinfi uchun darslik

(Qirg‘iz tilida)

Qayta ishlangan va to‘ldirilgan
4-nashri

«O‘qituvchi» nashriyot-matbaa ijodiy uyi
Toshkent — 2017

Которгон *А. Зулпихаров*
Редактору *А. Зулпихаров*
Сүрөт редактору *Ш. Хожаев, Б. Абдуллаева*
Тех. редактору *С. Набиева*
Компьютерде даярдаган *М. Ибрагимова, А. Зулпихаров*

Басманын лицензиясы AI №291. 04.11.2016. 2017-жылы 12- июлда оригинал-макеттен басууга уруксат этилди. Форматы $70\times90^{1}/_{16}$. Кегели 11 шпондуу. Таймс гарн. Офсеттик басма усулда басылды. Офсеттик кагаз. Шарттуу б. т. 14,04. Эсептик басма т. 9,5. Нускасы 98. Буюртма №.

Өзбекстан Басма сөз жана кабар агенттигинин «O‘qituvchi» басма-полиграфиялык чыгармачылык үйү. Ташкент, Юнусабад району, Янгишахар көчөсү, 1-үй.
Келишим № 52-17.