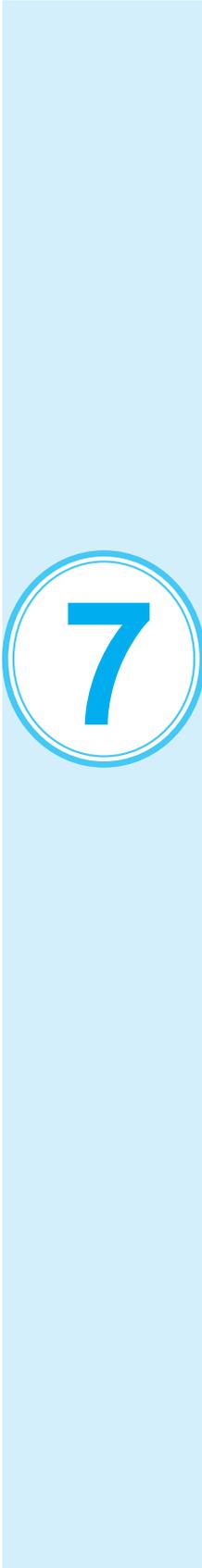


А. Азамов, Б. Ҳайдаров, Э. Сариқов,
А. Қўчқоров, У. Сағдиев

ГЕОМЕТРИЯ



7

*Китоби дарсӣ барои донишомӯзони синфҳои
7-уми мактабҳои миёнаи таълими умумӣ*

*Вазорати таълими Халқи
Республикаи Ўзбекистон тасдиқ намудааст*

ТОШКАНД
“YANGIYUL POLIGRAPH SERVICE”
2013

22.151
G35

Геометрия. 7: Китоби дарсӣ барои донишомӯзони синфҳои 7-уми мактабҳои миёна таълими умумӣ/
А. Азамов, Б. Ҳайдаров, Э. Сариков ва бошқ. – Тошканд: Yangiyul poligraph service, 2013. – 160 с.

I. Азамов, Абдулла

ББК 22.151я72

Муқарризон:

- А. Я. Норманов – доктори илмҳои физика-математика, профессор, му-
дири кафедраи геометрия ва математикаи амалии Уни-
верситети Миллии Ўзбекистон;
- С. Х. Саидалиева – номзади илми педагогика, дотсенти кафедраи математика
ва бозомӯзӣ методикаи он;
- Б. Қ. Эшмаматов – номзади илмҳои физика-математика, директори мактаби
ихтисосонидашудаи рақами 6-уми шаҳри Тошканд;
- М. М. Шониёзова – омӯзгори фанни математикаи рақами 300-уми шаҳри
Тошканд.

Дар синфи 7 ба тарзи мунтазам омӯхтани қисми планиметрияи геометрия–
хосиятҳои шаклҳои ҳамвори геометрӣ шуруъ мекунанд. Дар ин қисм шумо
бо шаклҳои соддаи геометрӣ ва хосиятҳои асосии онҳо, ченакҳои геометрӣ,
секунҷаҳо, намудҳо ва хосиятҳои онҳо, аломатҳои баробарии секунҷаҳо, хатҳои
рости параллел ва хосиятҳои онҳо, тарафҳои секунҷа ва муносабатҳои байни
кунҷҳо, инчунин бо масъалаҳо доир ба сохтани онҳо шинос мегардед.

Китоби дарсии “Геометрия – 7” мазмунан дар асоси сохти аксиомавӣ таҳия
шуда бошад ҳам, барои ба таври озод, содда ва ба забони равшан ифода намудани
материалҳои назариявӣ ҳаракат карда шудааст. Ҳамаи мавзӯҳо ва мафҳумҳо бо
мисолҳои гуногуни ҳаёти фаҳмонида шудаанд. Саволҳои, ки баъди ҳар як мавзӯ
оварда шудаанд ва бисёр мисолу масъалаҳо доир ба исбот кардан, ҳисоб намудан
ва сохтан шуморо барои фикрронии эҷодӣ даъват менамояд, баҳри амиқ ва
мустақкам сохтани донишҳои омӯхтаатон ёрӣ мерасонад.

Китоби дарсӣ аз ҷиҳати дизайни ба худ хос ва материалҳои дарсиро чун
воситаи аёни тақдим намуданаш фарқ карда меистад. Расм ва нақшаҳои, ки
дар он оварда шудаанд, барои материалҳои дарсиро нағзтар азбар карданатон
хизмат менамоянд.

Китоби дарсии “Геометрия – 7” барои хонандаҳои синфи 7-уми мактабҳои
миёнаи таълими умумӣ пешниҳод гардидааст. Аз ин китоби дарсӣ хонандаҳои
низ метавонанд истифода баранд, ки геометрияро ба таври муваҷҷиҳ омӯхтан
ва тақрор кардан меҳоянд.

Аз ҳисоби маблағҳои буҷети давлатӣ чоп шудааст. Бепул.

ISBN 978-9943-366-03-9

© “Yangiyul poligraph service”, 2013

МУНДАРИҶА

Боби I. Планиметрия. Маълумотҳои ибтидоии геометрӣ	
1. Предмет ва фанни геометрия. Вазифаҳои фанни геометрия.....	6
2. Соддатарин шаклҳои геометрӣ: нуқта, хати рост ва ҳамворӣ.....	11
3. Порча ва нур.....	14
4. Муқоиса намудани порчаҳо.....	16
5. Дарозии порча ва ҳосиятҳои он. Чен кардани порчаҳо	20
6. Давра ва доира	24
7. Машғулоти амалӣ	26
8. Кунҷ. Муқоиса кардани кунҷҳо. Биссектриса	28
9. Чен кардани кунҷҳо. Транспортир	31
10. Кори назоратии 1	36
11. Намудҳои кунҷ: кунҷҳои рост, тез ва кунд.....	37
12. Кунҷҳои ҳамсоя ва вертикалӣ, ҳосиятҳои онҳо	39
13. Пайдарҳамӣ ва вобастагии фикрҳо ҳангоми омӯзиши геометрия	42
14. Хатҳои рости перпендикуляр	44
15. Усули баръаксашро фараз намуда исбот кардан	48
16. Машғулоти амалӣ	51
17. Донишатонро санҷед	52
18. Кори назоратии 2	57
Боби II. Секунҷаҳо	
19. Хати шикаста. Бисёркунҷа	59
20. Секунҷа. Намудҳои секунҷа	62
21. Элементҳои асосии секунҷа: медиана, баландӣ ва биссектриса	64
22. Аломати якуми (ТКТ) баробарии секунҷаҳо.....	67
23. Ҳосиятҳои секунҷаи баробарпахлӯ	70
24. Аломати дуҷуми (КТК) баробарии секунҷаҳо	73
25. Аломати сеҷуми (ТТТ) баробарии секунҷаҳо	75
26. Ҳосияти перпендикулярӣ миёнаи порча	77
27. Машғулоти амалӣ	78
28. Донишатонро санҷед	80
29. Намунаи кори назоратии 3	85
Боби III. Хатҳои рости параллел	
30. Параллелии хатҳои рост	87
31. Кунҷҳои ду хати рост ва хати рости буранда ҳосилкарда	89
32. Аломатҳои параллелии ду хати рост	91
33. Аломатҳои параллелии ду хати рост (давомаш).....	93
34. Теоремаи баръакс (чаппа)	95
35. Кунҷҳои, ки ду хати рости параллел ва хати рости буранда ҳосил кардаанд.....	97
36. Донишатонро санҷед	100
37. Кори назоратии 4	104

Боби IV. Муносибатҳои байни кунҷҳо ва тарафҳои секунҷа	
38. Теорема дар бораи суммаи кунҷҳои дохилаи секунҷа	106
39. Хосияти кунҷи берунаи секунҷа	109
40. Ҳалли масъалаҳо	111
41. Хосиятҳои секунҷаи росткунҷа	112
42. Аломатҳои баробарии секунҷаҳои росткунҷа	115
43. Хосияти биссектрисаи кунҷ	118
44. Муносибатҳои байни тарафҳо ва кунҷҳои секунҷа	122
45. Нобаробарии секунҷа	130
46. Донишатонро санҷед	123
47. Кори назоратии 5	128
Боби V. Масъалаҳо доир ба сохтан	
48. Масъалаҳо доир ба сохтан бо ёрии сиркул ва хаткашак	130
49. Ба додашуда сохтани кунҷи баробар	133
50. Сохтани биссектрисаи кунҷ	134
51. Сохтани хати рости ба хати додашуда перпендикуляр. Ба ду қисми баробар ҷудо кардани буриш	136
52. Сохтани секунҷа аз рӯи се тарафи додашуда	139
53. Донишатонро санҷед	141
54. Кори назоратии 6	92
Боби VI. Такрор	
55. Ҳалли масъалаҳои геометрӣ	143
56. Масъалаҳо доир ба ҳисоб кардан	145
57. Масъалаҳо доир ба исбот кардан	148
58 – 59. Масъалаҳо доир ба такрор	149
60 – 61. Донишатонро санҷед	150
62 – 63. Кори назорати ҷамъбасти Ҷавобҳо ва нишондодҳо	155 156

БОБИ I



ПЛАНИМЕТРИЯ. МАЪЛУМОТҲОИ ИБТИДОИИ ГЕОМЕТРӢ

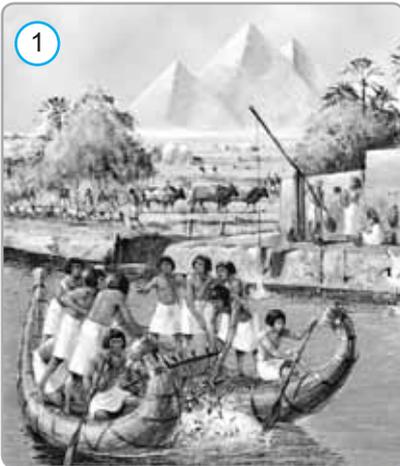
Ин бобро омӯхта баромада, ба дониш ва малақаҳои амалии зерин соҳиб мешавед:

Донишҳо:

- Оид ба таърихи геометрия маълумотҳои асосиро донистан;
- Нуқта, хати рост, ҳамворӣ, буриш, нур, кунҷ барин мафҳумҳои ибтидоии геометриро азбар намудан;
- Хусусиятҳои асосии мафҳумҳои ибтидоии геометриро дарк кардан;
- Таърифи геометрия ва планиметрияро донистан;
- Кунҷҳои рост, тез ва кундро фарқ карда тавонистан;
- Кунҷҳои ҳамсоя ва вертикалӣ, инчунин, хоситҳои онҳоро донистан;
- Ба моҳияти мафҳумҳои таъриф, аксиома, теорема ва исбот сарфаҳм рафтан;
- Усули бараксашро фарз карда исбот намуданро донистан.

Малақаҳои амалӣ:

- Шаклҳои асосии геометриро дар ҳамворӣ тасвир кардан, аниқ намудан, шинохтан ва дар аломатҳо дида тавонистан;
- Порчаҳоро кӯчонида мондан, ба якдигар муқоиса сохтан ва дарозии онҳоро чен карда тавонистан;
- Кунҷҳоро кӯчонида мондан, муқоиса намудан ва ченакҳои градусии онҳоро ёфта тавонистан;
- Шаклҳои геометриро сохтан ва ҳангоми чен кардан аз хаткашак, паргор, транспортир барин асбобҳои хониш истифода бурда тавонистан.



Мафҳумҳои аввалин оид ба геометрия 4-5 ҳазор сол пеш аз ин дар Мисри Қадим пайдо шудаанд. Дар он айём оби дарёи Нил ҳар сол дамида, заминҳои киштро шуста меистод. Аз ҳамин сабаб, барои аз нав тақсим кардани киштзор ва аниқ намудани миқдори андоз дар ин майдонҳо иҷрои корҳои муайянсозӣ ва ченкунӣ ба иҷро расонидан рост омадаанд (*расми 1*). Олимони Юнони Қадим усулҳои чен кардани заминро аз мисриҳо ёд гирифта, онро геометрия номиданд. *“Геометрия”* калимаи юнонӣ буда, аз ҳиссаҳои маънодори “geo” – замин, “metro” – чен карданро фаҳмонида таркиб ёфтааст.

Мафҳумҳои аввалин оид ба геометрия дар Бобули Қадим ҳам пайдо шудаанд. Хусусан, таърихчиён чунин меҳисобанд, ки Теоремаи Пифагор дар Бобул пайдо шудааст. Дар асрҳои VII-VI пеш аз мелод ба монанди Миср дар Хоразми Қадим ҳам дар қисми поёноби Амударё корҳои чен кардани замин иҷро гардидаанд.

Дар Мисри Қадим геометрия барои сохтани пирамидаҳо, қасрҳо ва ҷойҳои зист ҳам зарур шудааст. Барои юнониҳо геометрия ба ғайр аз сохтмон барои шино кардан дар баҳр ҳам зарур шудааст (*расми 2*). Ана ҳамин гуна эҳтиёҷоти амалӣ инсонро барои омӯختани шаклҳои гуногун ва хосиятҳои онҳо даъват намудааст.

Яке аз 7 – нафар донишманди Юнони Қадим Фалес теоремаҳои нахустини геометрияро исбот кардааст.

Дар асри VI пеш аз эраи мо бисёр мафҳумҳои омӯхташуда оиди геометрия ва хусусиятҳои онҳо ҷамъ карда шудаанд. Олими Юнон Платон (Афлотун) дар геометрия як қонунияти аҷибро дарк намудааст: дар натиҷаи аз рӯи мантиқ фикр рондан, мушоҳида кардан аз хусусиятҳои аввал омӯхташуда ва дурустиаш тасдиқгардида хосиятҳои навро пайдо кардан мумкин будааст.

Аз сабаби қобилияти фикррони хонандаҳоро сабзонидани ин гуна машғулоти геометрия дар мактабҳо ба фанни асосӣ табдил ёфтааст. Ҳатто дар пештоқи академияи Платон шиори “Барои шахсони геометрияро намедониста дар ин мактаб роҳ нест!” – ро овехта монда будаанд (расми 3).

Олими Юнони Қадим Евклид тамоми мафҳумҳои геометрияро ва хосиятҳои то он вақт маълумбударо ба тартиб андохта, дар “Асосҳо” ном китоби худ онҳоро баён намудааст. Ин китоб дар мобайни ду ҳазор сол барои мактабҳо вазифаи китоби дарсии аз ҳама муҳимро адо намуда, дар инкишофи илм ба аҳамияти калон соҳибгардид. Дар омӯзонидани геометрия ҳоло ҳам ба қоидаҳои ин китоб таъқарда мешавад.

Қариб ҳамаи олимоне, ки дар гузашта зиндагӣ намудаанд, бо геометрия машғул шудаанд. Ҳамватанони бузурги мо Муҳаммад ибн Мӯсо Алхоразмӣ, Аҳмад Фарғонӣ, Абу Райҳон Берунӣ, Абӯалӣ ибн Сино, Умари Хайём ҳам “Асосҳо” – и Евклидро пурра омӯхта, дар ривочи ин фан ҳиссаи худро гузоштаанд. Дар мамлакатҳои Шарқ геометрия Ҳандаса номида шудааст ва ба он аҳамияти калон додаанд. Ин фикрро “ҳандаса” будани решаи калимаи “муҳандис” (инженер) низ тасдиқ менамояд.

Ҳар як предмете, ки моро иҳота кардааст ба кадом як шакл соҳиб аст. Масалан, хиштро бигирем. Аз синфи 6-ум ба шумо маълум аст, ки вай шакли параллелепипеди росткунҷаро дорад (расми 4).

Ғайр аз ин, вай 8-то нӯг дорад – онҳо нуқтаҳоянд, 12-то теға дорад – онҳо буришҳоянд, 6-то рӯя дорад – онҳо росткунҷаҳоянд.

Ба як қатор шаклҳои геометрия, ба монанди нуқта, хати рост, буриш, кунҷ, секунҷа, квадрат, давра, куб, шар шумо дар синфҳои поён шинос шудаед (расмҳои 5-7).

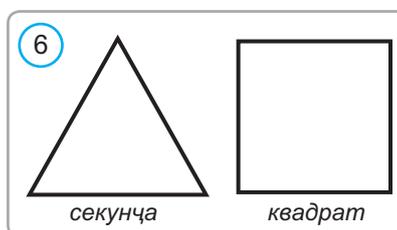
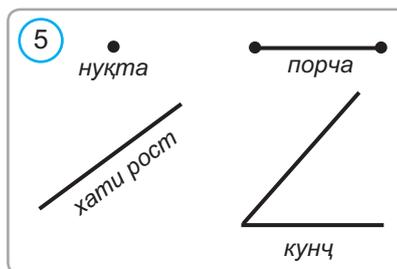
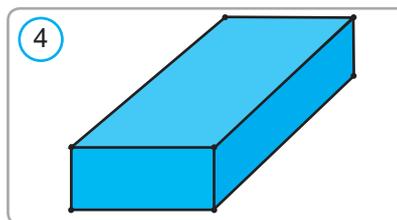


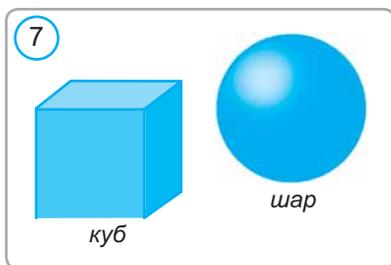
Геометрия – илм аст дар бораи шаклҳои геометрия ва хосиятҳои онҳо.



Евклид
(асри III пеш аз эраи мо)

Олими Юнони Қадим, дар ташаккули фанни геометрия мавқеи муҳим ишғол кардааст ӯ бо “Асосҳо” ном асараш шӯҳрат дорад.





Шаклҳои дар расми 7 тасвирёфта аз тимсоли геометрии ҷисмҳои гуногуни табиат иборат мебошанд. Ҳангоми аз нуқтаи назари геометрии омӯхтани ҷисмҳо мо фақат шакли онҳоро ба инобат мегирем.

Мо нуқта, буриш, кунҷ, секунҷа барин шаклҳои ҳамворро дар варақи дафтар кашида метавонем. Куб, пирамида, шар барин шаклҳои фазовии геометрии бошад, кашида наметавонем. Аммо намуди онҳоро дар дафтар тасвир кардан мумкин аст.

Планиметрия қисми ибтидоии геометрия буда, вай хосиятҳои шаклҳои геометрии дар ҳамворӣ меомӯзад. Хосиятҳои шаклҳои фазовиро бошад, **стереометрия** ном қисми геометрия меомӯзад. Мо омӯзиши геометрияро аз планиметрия оғоз мекунем.

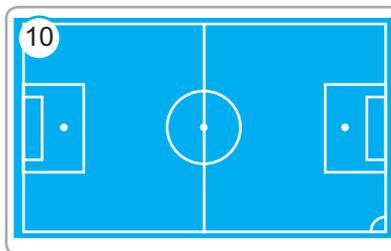


Планиметрия – қисми геометрия буда, вай хосиятҳои шаклҳои геометрии дар ҳамворӣ меомӯзад.

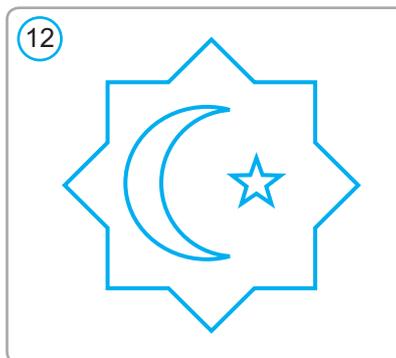
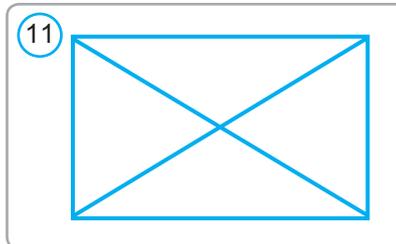


Савол, масъала ва супоришҳо

1. Маълумотҳои аввалин оиди геометрия дар кучо ва чӣ тавр пайдо шудаанд?
2. Калимаи геометрия чӣ маъно дорад ва барои чӣ вай ин хел номида шудааст?
3. Кадом олимони асосгузори геометрия ва дар ривҷоёбии ин илм ҳисса гузоштаро медонед?
4. Дар сохтмони ёдгориҳои таърихии Самарқанд ва иншоотҳои замони ҳозира (расмҳои 8-9) донишҳо доир ба геометрия то кадом андоза даркор шудаанд?
5. Фанни геометрия чиро меомӯзад?
6. Планиметрия чӣ гуна қисми геометрия мебошад? Стереометрия чӣ?
7. Ба предметҳои гирду атроф, ки шаклҳои геометрии ба хотир меоранд мисолҳо биёред ва онҳоро ба дафтаратон кашед.



8. Шаклҳои дар расмҳои 5-7 тасвиршударо аз рӯи кадом хусусиятҳо ба гурӯҳҳо тақсим кардан мумкин аст? Он хусусиятҳо кадомҳоянд?
9. Кадом хосиятҳои шаклҳои дар расмҳои 5-7 тасвиршударо планиметрия меомӯзад?
10. Дар расми 10 майдони футбол тасвир гардидааст. Дар ин тасвир кадом шаклҳои геометро мебинед?
11. Дар шакле, ки дар расми 11 тасвир шудааст чандто секунҷа ҳаст?
12. Дар расми 12 тимсоли герби давлатамон тасвир шудааст. Вай аз кадом шаклҳои геометрӣ сохта шудааст?



Лаёҳаҳои таърихӣ

Алломаи фаргонае, ки Нилро ҷилав задааст.

Аз рӯи маълумотҳои таърихӣ Аҳмад Алфаргонӣ, ки дар диёри мо ба камол расидааст, соли 861 дар наздикии шаҳри Қоҳира барои ҷен кардани сатҳи оби дарёи Нил “Нилометр” (яъне “Ченаки Нил” ном иншоот барпо намудааст (расми 13). Ин иншоот аз ҷиҳати илмию техникӣ ва меъморӣ ниҳоят мукамал ба ҳисоб рафта, дар худ масъалаҳои ноёби геометро таҷассум менамуд ва қорҳои ҷенкуние, ки дар он ҷо иҷро мешуданд муддатҳои зиёд барои деҳқонӣ ниҳоят зарур буда, то ҳол нигоҳ дошта шудаанд. Аҳмад Фаргонӣ дар асари худ “Рисола оиди сохтани устурлоб” хосияти барои астрономия муҳим – исботи нафиси теоремаи Плометейро овардааст. Ба шарафи Аҳмад Фаргонӣ кратери дар Моҳ ёфташуда ба номи ӯ гузошта шудааст ва дар шаҳри Қоҳира ҳайкал мондаанд.



Аҳмад Алфаргонӣ

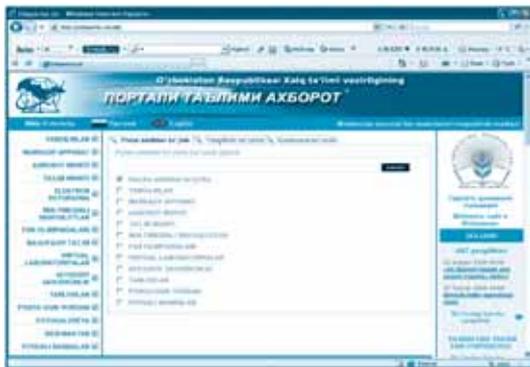
(тақрибан дар солҳои 797-875 зиндагӣ ва эҷод кардааст)

Астроном, математик ва географи машҳур. Дар адабиёти илмии асри миёнаи Аврупо ӯро Алфраганус номидаанд.



Хазинаи масъалаҳои математикӣ

Ба мо маълум аст, ки вақтҳои охир технологияҳои ахбороти коммуникатсионӣ ниҳоят тез ривож меёбад ва ба суръати баланд ба сохтори таълим ҳам ворид мешавад. Алҳол дар шабакаи ахбори ҷаҳонӣ – World-Wide-Web – интернет манбаъҳои ахбор ончунон зиёд ҷойгир шудаанд, ки истифода бурдан аз ин хазина барои ҳар як насли наврас зарур ва ғайрибаҳисоб аст. Аз ин Web – саҳифаҳо шумо навигарҳои аз ҳама охирини олами математикаро ба ўзбекӣ, русӣ, англисӣ ва дигар забонҳо, бисёр китобҳои дарсии электрониро, ки дар ахбори китобхонаи электронӣ ниғаҳ дошта шудаанд, ёфта метавонед.



Инчунин ба воситаи онҳо бо маълумотҳо дар бораи материалҳои гуногуни назариявӣ, тавсияҳои методӣ, мисолу масъалаҳои бешумор ва ҳалли онҳо, озмунҳо, олимпиадаҳои дар давлатҳои гуногун оиди математика доирмегардида ва масъалаҳои дар онҳо тақдирмешуда, масъалаҳои шавқовари математикӣ ва ҳалли онҳо шинос шуда метавонед.

Хусусан, аз www.uzedu.uz, www.eduportal.uz – аз портали таълимии ахбори Вазорати таълими халқӣ ҳам дастрас намудани маълумоти гуногуни геометрии шавқ доштаатонро ба шумо тавсия медиҳем.



Дар поён нишонии боз як қатор манбаъҳои захираҳои ахбор оварда мешавад:

- www.uzedu.uz – Портали таълимии ахбор (ба забонҳои ўзбекӣ, русӣ, англисӣ);
- www.pedagog.uz – Сайти муассисаҳои тақмили ихтисос (ба забонҳои ўзбекӣ ва русӣ);
- www.ixl.com/math/geometry – Портали таълимии математикаи ШМА (ба забони англисӣ)
- www.school.edu.ru – Портали таълими умумӣ (ба забони русӣ);
- www.allbest.ru – Китобхонаи электронии ресурсҳои интернет (ба забони русӣ);
- www.schulen-ans-netz.de – Сайти “Интернет – мактаб” – и Германия;
- www.studienkreis.de – Сайти маҳфилҳои таълимии Германия;
- www.educasource.education.fr – Сайти таълимии Франция;
- www.educmath.inrp.fr – Захираҳои рақамдори таълими математикаи Франция;
- <http://mat-game.narod.ru/> – Варзиши математикӣ. Масъалаҳо ва чайнвордҳои математикӣ;
- <http://mathproblem.narod.ru/> – Маҳфилҳо, мактабҳо ва олимпиадаҳои математикӣ (ба забони русӣ);
- <http://mathtest.narod.ru/> – Тестҳои математикӣ (ба забони русӣ);
- <http://www.sch57.msk.ru/collect/smogl.htm> – Материалҳо оид ба таърихи математика (ба забони русӣ);
- <http://www.exponenta.ru> – Сайти таълимии математика (ба забони русӣ);
- <http://zadachi.mccme.ru> – Сайти масъалаҳои геометрӣ (ба забони русӣ);
- <http://www.math-on-line.com> – Масъалаҳои шавқовари математикӣ (ба забони русӣ).

2

Соддатарин шаклҳои геометрӣ: нуқта, хати рост ва ҳамворӣ

Нуқта, хати рост ва ҳамворӣ – мафҳумҳои асосии геометрия мебошанд.

Изи дар вақти ба коғаз расонидани нӯги қалам, расонидани нӯги бӯр дар тахтаи синф ҳосилшуда ё ситораҳои осмонро (расми 1) аз назар гузаронем, онҳо ба чашми мо он қадар хурд менамоянд, ки андозаашонро ба ҳисоб нагирем ҳам мешавад. *Нуқта* – тимсоли геометрии ана ҳамин хел чизҳои андозаашонро ба ҳисоб нагиранд ҳам мешуда ба ҳисоб меравад. Евклид дар “Асосҳо” ном асараш нуқтаро ба сифати шакли ба ягон қисм соҳибнабуда таъриф медиҳад.

Релсҳои роҳи оҳани дар дашт ҳамвор хобонидашуда (расми 2), симҳои электрикии дар симчӯб таранг кашидашуда, нури лазери сӯи осмон равонагардида, сими таранг кашидашудаи дор барин ҷисмҳои тимсоли геометрӣ – хати рост мешаванд. Нури рӯшноӣ ҳам ба воситаи хати рост паҳн мешавад. Дар асл хати рост шаклест, ки беохир давом мекунад. Ҳангоми дар коғаз, дар тахтаи синф тасвир намудан мо фақат як порчаи хурди онро мекашем. Лекин хати рост доимо ба ҳар ду тараф беохир идома меёбад (расми 4).

Тимсоли геометрии фарш, қисми болои миз, девор, шифт, варақи дафтар, сатҳи ороми оби кӯл (расми 3) ҳамворӣ мебошад.

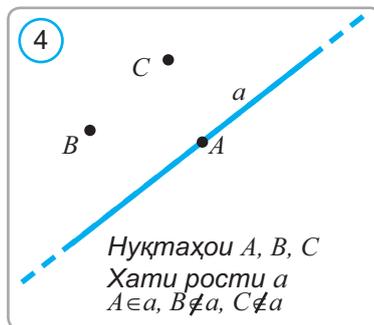
Нуқтаҳо бо ҳарфҳои калони латинӣ A, B, C, D, \dots , хатҳои рост бо ҳарфҳои хурди латинӣ a, b, c, d, \dots ишора мегарданд ва “нуқтаи A ”, “хати рости a ” хонда мешавад (расми 4).

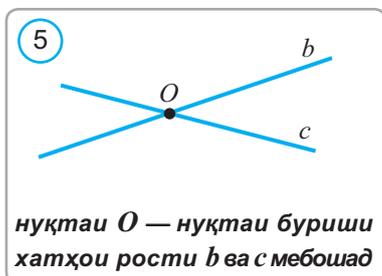
A *Кадам хати рости ҳамвориро нагиранд, нуқтаҳои ба ин хати рост тааллуқ дошта ҳам, нуқтаҳои, тааллуқ надошта ҳам мавҷуданд.*

Масалан, дар расми 4 нуқтаи A ба хати рости a тааллуқ дорад, нуқтаҳои B ва C ба хати рости a тааллуқ надоранд. Инро ба таври мухтасар

$$A \in a \text{ ва } B \notin a, C \notin a$$

ишора мекунем ва “ A ба a тааллуқ дорад” ва “ B ба a тааллуқ надорад” гуфта мехонем.

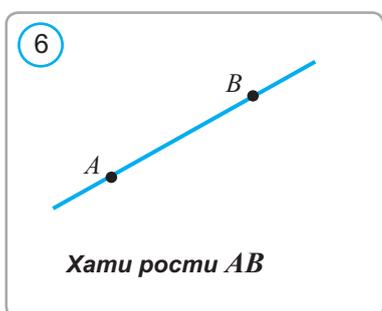




Агар нуқтаи O ҳам, ба хати рости b ҳам ба хати рости c тааллуқ дошта бошад, хатҳои рости b ва c дар нуқтаи O якдигарро мебуранд (расми 5) ва нуқтаи O нуқтаи буриши хатҳои рости b ва c номида мешавад.

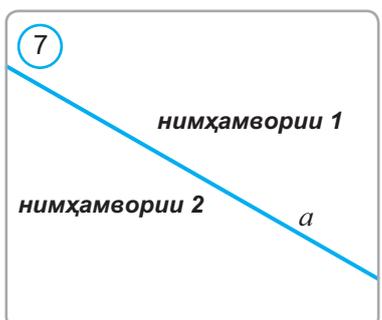
Хати рости дар расми 6 тасвиршуда аз нуқтаҳои A ва B мегузарад.

А *Аз ҳар гуна ду нуқта фақат як хати рост мегузарад.*



Аз рӯи ин хосият, ду нуқтаи хати рост нишон дода шавад, ин хати рости аниқгардида мебошад. Барои ҳамин хати рости аниқшударо бо ёрии ду нуқтаи дар он хобида ҳам ишора сохтан мумкин аст. Дар расми 6 хати рости AB тасвир гардидааст.

А *Ҳар як хати рост ҳамвориро ба ду қисм: ду нимҳамворӣ ҷудо мекунад.*



Хати рости нигаронидашуда ба ҳардуи нимҳамворӣ ҳам тааллуқдор ҳисобида мешавад. Вай ҳудуди умумии нимҳамвориҳои худаш ҷудо намуда ба ҳисоб меравад. Дар расми 7 ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо намудани хати рости a тасвир гардидааст.

Дар хотир доред: *Дар оянда ду хати рост (ду нуқта, ду нимҳамворӣ, ...) гуфта шуда дуто хати рости ҳархела (дуто нуқта, дуто нимҳамворӣ, ...) фаҳмида мешавад.*



Масъалаи 1. Хатҳои рости a ва b дар нуқтаи A якдигарро мебуранд. Хати рости a аз нуқтаи B мегузарад. Оё хати рости b ҳам аз нуқтаи B мегузарад?

Роҳи ҳал. Хати рости b аз нуқтаи B гузашта наметавонад. Дар акси ҳол ҳардуи хатҳои рости a ва b ҳам аз нуқтаҳои A ва B гузашта метавонистанд. Ин бошад, ба хосияти аз ду нуқта фақат якто хати рост гузашта метавонад зид аст. Аз ин сабаб, аз нуқтаи B гузаштани хати рости b номумкин аст.

Ин масъаларо ҳал намуда, боз як хосияти муҳими зерини хатҳои ростро фаҳмида гирифтем.

Натиҷа. *Ду хати рост фақат дар як нуқта бурида мешаванд.*



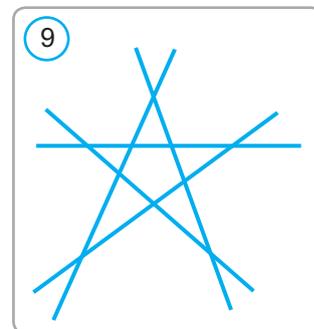
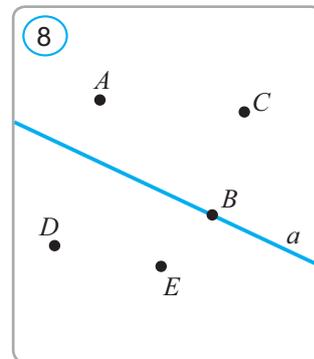
Масъалаи 2. Нуқтаи C ба хати рости AB тааллуқ дорад. Хатҳои рости AB ва AC оё гуногун буда метавонанд?

Роҳи ҳал. Ҳардуи хатҳои рости AB ва AC ҳам аз нуқтаҳои A ва C мегузаранд. Тавре ки маълум аст, аз ду нуқта фақат як хати рост гузашта метавонад. Аз ин сабаб хатҳои рост болои ҳам меафтанд, яъне гуногун буда наметавонанд.



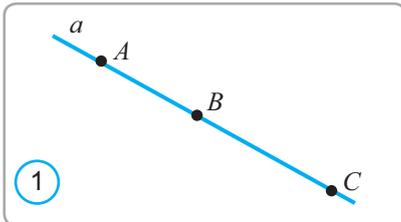
Савол, масъала ва супоришҳо

1. Нуқтаҳои буриши ҳар дуи онҳо чандто аст?
2. Дар дафтартон ду нуқтаро ишора кунед. Ба воситаи онҳо бо даст, яъне аз хаткашак истифода набурда, хати рост гузаронед. Дуруст будани онро бо ёрии хаткашак санҷед. Машқро такрор намоед.
3. Дар намуди a , A , AB кадом шаклҳои геометрии дода шудаанд?
4. Ифодаҳои зеринро хонед ва эзоҳ диҳед: а) $A \in b$; б) $C \notin b$; в) $C \in AB$. Нуқтаҳои бо ин ифодаҳо мувофиқро созед.
5. Аз расми 8, то ҳадди имкон бештар муносибатҳои байни нуқта, хати рост, ҳамворӣ ва нимҳамвориро шарҳ диҳед ва онҳоро бо ёрии аломатҳои дохилнамуда нависед.
6. Нуқтаҳои A ва B ба хати рост тааллуқ дорад, нуқтаи C бошад ба хати рости c тааллуқ надорад. Дар бораи хатҳои рости AB ва AC чӣ гуфта метавонед?
7. Хатҳои рости AB ва AK ба чанд нуқтаи умумӣ соҳиб шуда метавонанд?
8. Дар ҳамворӣ хати рости b -ро кашед ва дар он нуқтаи A -ро ишора кунед. Хати рости AB -и аз хати рости b фарқ мекардари гузаронед. Ин нуқта магар дар хати рости b меҳобад?
9. а) аз як; б) аз ду; в) аз се нуқта чанд хати рост гузаронидан мумкин аст? Ҷавобҳоятонро асоснок намоед.
10. Дар расми 9 чандто хати рост тасвир гардидааст?
11. Ба воситаи а) се; б) чор нуқтаи ба таври ихтиёри ба як хати рост намехобида чанд хати рости ҳамин нуқтаҳоро бо ҷуфтҳояшон пайваस्त мекарда гузаронидан мумкин аст?
12. Аз чор хати рост дутояш нуқтаҳои буриш ҳосил кард. Шумораи нуқтаҳо ҳамагӣ чандто мешаванд? Хатҳои рост панҷто бошанд-чӣ?
13. Панҷ нуқтаро чунон ҷойгир созед, ки агар ба воситаи ҳардуи онҳо хати рост гузаронида шавад, хатҳои рост панҷто шаванд.

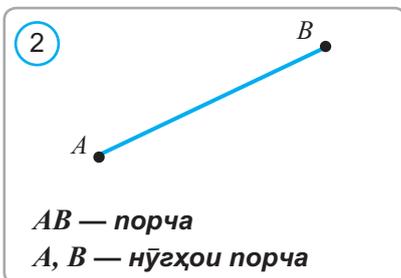


3

Порча ва нур

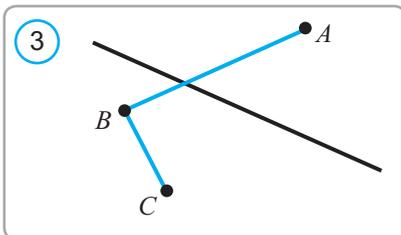


1

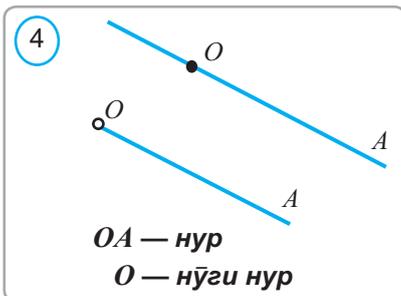


2

AB — порча
 A, B — нӯғҳои порча



3



4

OA — нур
 O — нӯғи нур

A Аз се нуқтаи интихобан дар як хати рост гирифташуда фақат яктоаш дар мобайни ду нуқтаи боқимонда меҳобад.

Агар дар хати рости a се нуқтаи A, B, C гирифта шавад (расми 1) фақат яктои онҳо — нуқтаи B дар байни ду нуқтаи боқимонда, яъне нуқтаҳои A ва C меҳобад. Нуқтаҳои A ва B дар як тарафи нуқтаи C , нуқтаҳои B ва C бошад, дар як тарафи нуқтаи A меҳобанд.

✓ **Порча** гуфта ду нуқтаи хати рост ва қисми аз нуқтаҳои дар байни онҳо хобида иборатро меноманд.

Дар расми 2 порча тасвир гардидааст. Нуқтаҳои A ва B нӯғҳои порча ё ки нуқтаҳои интиҳо гуфта мешаванд. Нуқтаҳои байни онҳо бошанд нуқтаҳои дохилии порча номида мешаванд. Порча ба ёрии нуқтаҳои берунии худ ба таври “порчаи AB ” ишора карда мешавад. Айнан ана ҳамин порчаро ба таври “порчаи BA ” ҳам навиштан мумкин аст.

Агар ду нуқта ба як нимҳамворӣ тааллуқ дошта бошад, порчаи нӯғҳояш дар ин нуқтаҳо ҷойдошта ҳудуди нимҳамвориро намебурад, дар акси ҳол мебурад (расми 3).

✓ **Нур** гуфта қисми иборат аз тамоми нуқтаҳои аз ягон нуқтаи хати рост ба як тараф хобидаро меноманд.

Нуқтаи O -и дар хати рости a хобида ин хати ростро (ҳамдигарро пурмекарда) ба ду нур ҷудо мекунад. Нуқтаи O нӯғи ин нурҳо ё ки нуқтаи ибтидоии онҳо номида мешавад. Нӯғи нур бо O ва

ба воситаи ягон нуқтаи A ба тариқи “нури OA ” ишора карда мешавад (расми 4). Дар ин гуна навиштаҷот нӯғи нур дар навбати аввал навишта мешавад.

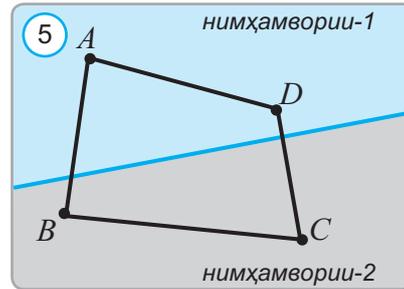
Дар баъзе мавридҳо нури OA -ро “нури аз нуқтаи O баромада” ҳам мегӯянд.

Нурро ба сифати тимсоли геометрии нури рӯшноӣ дидан мумкин аст. Истилоҳи “нур” аз ҳамин чиз пайдо шудааст.



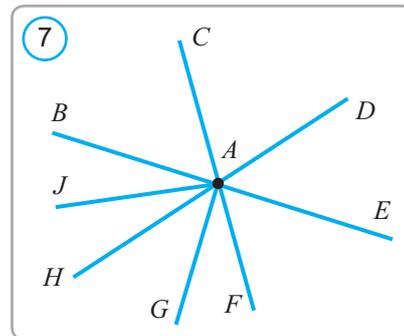
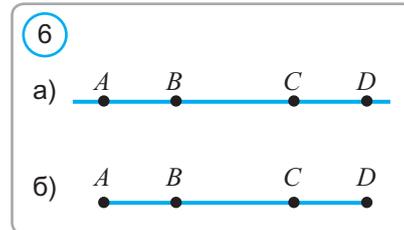
Масъала. Ягон хати рост ва нуқтаҳои ба он нахобидаи A, B, C, D дода шудааст. Порчаҳои AB ва CD бо хати рости додашуда бурида мешаванд, порчаи BC бошад, бурида намешавад. Порчаи AD оё хати ростро бурида мегузарад (расми 5)?

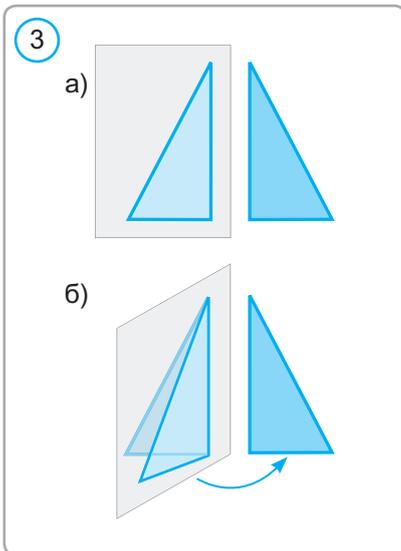
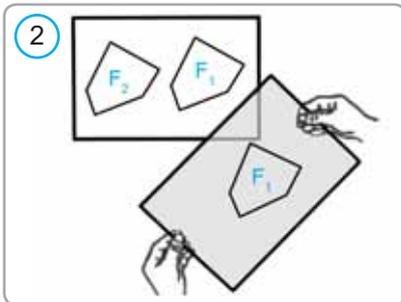
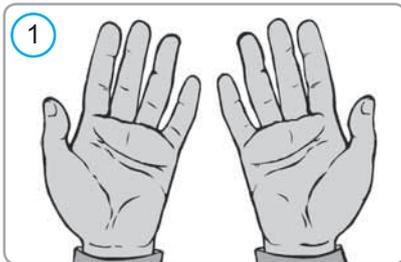
Роҳи ҳал. Тавре ки маълум аст, хати рост ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунад. Нуқтаи A ба нимҳамвории якум тааллуқ дошта бошад. Порчаи AB бо хати рост бурида мешавад. Пас, нуқтаи B ба нимҳамвории дуюм меҳавад. Порчаи BC бо хати рост бурида намешавад. Пас, нуқтаи C ҳам, ба нимҳамвории дуюм меҳавад. Порчаи CD бошад, хати ростро бурида мегузарад. Барои ҳамин нуқтаи D ба нимҳамвории якум, яъне бо нуқтаи A дар як нимҳамворӣ меҳавад. Пас, порчаи AD бо хати рост бурида намешавад. **Ҷавоб:** Порчаи AD хати ростро бурида намегузарад.



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Дар расми 6-а нуқтаи B дар байни кадом нуқтаҳо хобидааст? Кадом нуқтаҳо аз нуқтаи C ба як тараф хобидаанд?
2. Ба порча ва нур таъриф диҳед. Онҳо чӣ тавр аниқ карда мешаванд?
3. Дар хати рост нуқтаҳои C ва D дода шудааст. Порчаҳои CD ва DC магар болои ҳам меафтанд? Нураҳои CD ва DC чӣ?
4. Порча, нур ва хати рост аз ҳамдигар бо чӣ фарқ мекунанд?
5. а) Якто; б) дуто; в) се то; г) 10 то; д) n -то нуқта хати ростро ба чанд қисм ҷудо мекунад?
6. Дар расми 6-б чандто порча ҳаст?
7. Дар расми 7 чандто нур ҳаст?
8. Дуто нуқтаи дар як хати рост хобида чандто нури дар ҳамин хати рост хобидаро аниқ месозад?
9. Ду хати ростро дар ҳамворӣ хобида ҳамин ҳамвориро ба чанд қисм ҷудо мекунад?
10. Хати рост ва нуқтаҳои ба он нахобидаи A, B, C дода шудааст. Порчаи AB хати ростро додашударо бурида мегузарад, порчаи AC бошад, бурида намегузарад. Порчаи BC ин хати ростро оё бурида мегузарад?





Машқи фаъолкунанда

1. Аз гирду атрофи худ ба чизҳои шаклу андозашон якхела мисолҳо биёред.
2. Як хел будани андозаи ду варақи дафтарро бо кадом усули амалӣ аниқ намудан мумкин аст?
3. Дар расми 1 тасвири дасти чап ва дасти рост дода шудааст. Яке аз ин шаклҳоро дар болои шакли дуюм айнан болои ҳам гузоштан мумкин аст? Чӣ тавр? Инро ба воситаи дастатон иҷро карда бинед.



Шаклҳои баробар гуфта, шаклҳои яке-ро пушти дигар айнан болои ҳам гузошта мешударо меноманд.

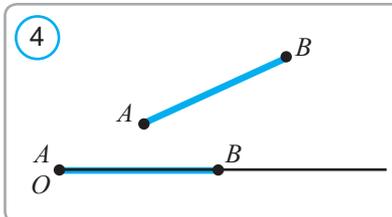
Дар машқҳои фаъолкунанда бо мафҳуми дар болои як шакл гузоштани шакли дуюми геометрӣ шинос гардидем. Ин мафҳумро дар амал чунин тасаввур кардан мумкин аст. Барои дар болои як шакл гузоштани шакли дуюм, аввал дар қоғази шаффоф нусхаи шакли якумро кӯчонида, андоза мегирем. Баъд қоғази шаффофро дар болои ҳамворӣ лағжонида, барои айнан болои ҳам афтидани андозаи шакли якум бо шакли дуюм ҳаракат мекунем (расми 2). Агар имкон дошта бошад, ин шаклҳо баробар мешаванд.

Баъзан, барои як шаклро айнан болои шакли дуюм гузоштан лозим меояд, аввал қоғази шаффофи нусхаи шакл тасвирёфтaro чаппагардон кунем. Дар расми 3 чунин ҳолат тасвир ёфтааст.

Нури нӯгаш дар нуқтаи O буда ва порчаи ихтиёрии AB дода шуда бошад. Равшан, ки як нӯгашро ба нӯги ҳамин нур, нӯги дуюмашро бошад, ба болои нури порчаи ба порчаи AB баробаи болои нур мехобида гузоштан мумкин аст (расми 4). Ин гуна порча ягона буда, вай ба

нури додашуда гузоштани порчаи додашуда ном дорад. Инро минбаъд, кӯтоҳакак “ба нур гузоштани порча” мегӯем.

А Дар болои нури ихтиёрӣ - аз нӯги он сар карда, порчаи ягонаи ба порчаи додашуда баробарро гузоштан мумкин аст.



Барои ба яқдигар муқоиса намудани ду порча ҳарду порча дар болои як нур гузошта мешавад. Пас, ба кадом як ҳолати зерин дахл доштани он нигоҳ карда, оиди баробарии байни ҳамдигарии порчаҳо ё ки дар бораи дарозу кӯтоҳ (яъне калону хурд) будани онҳо хулоса бароварда мешавад (расми 5):

5 а)

Порчаи AB ба порчаи CD баробар аст

б)

Порчаи AB аз порчаи CD дароз аст

в)

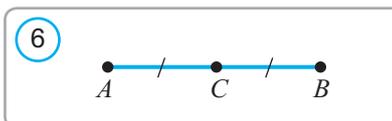
Порчаи AB аз порчаи CD кӯтоҳ аст

з)

Порчаи CD нисфи порчаи AB аст

Мобайни порча гуфта, нуқтаеро меноманд, ки онро ба ду порчаи баробар ҷудо мекунад.

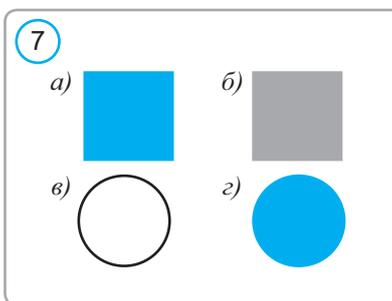
Дар расми 6 нуқтаи C тасвир шудааст, ки мобайни порчаи AB ба ҳисоб меравад. Порчаҳои дар шакл баробар бо порчаҳои шумораашон яхела ишора карда мешаванд.

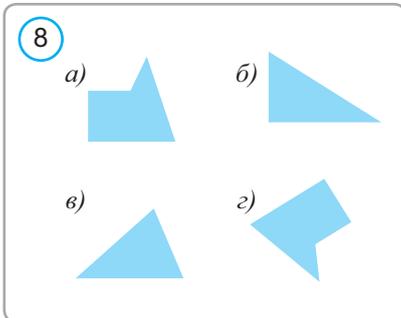


? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Кадом шаклҳоро ба ҳам баробар мегӯем?
2. Кадом шаклҳои расми 7 ба ҳам баробаранд?
3. Кадом аломатҳои ҳарфҳои зерин ба сифати шакли геометрии ба ҳам баробаранд?

a, b, g, d, i, y, n, o, p, u, q

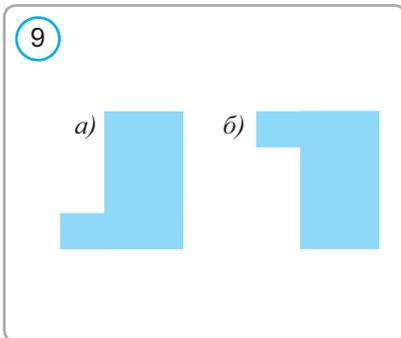




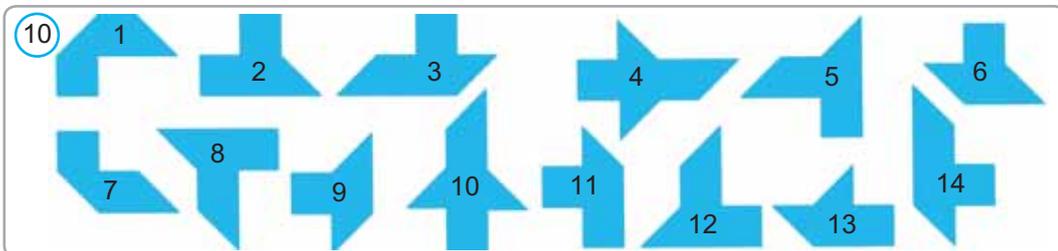
4. Кадом шаклҳои расми 8 ба ҳам баробаранд?
5. Кадом аломатҳои рақамҳои зерин ба сифати шакли геометрии ба ҳам баробаранд?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

6. Андозаи шакли дар расми 9-а тасвиршударо бетағйир ба қоғаз кашед ва бурида гиред. Вайро дар болои шакли геометрии дар расми 9-б тасвиршуда монда, баробар будан ё набуданашро аниқ намоед.

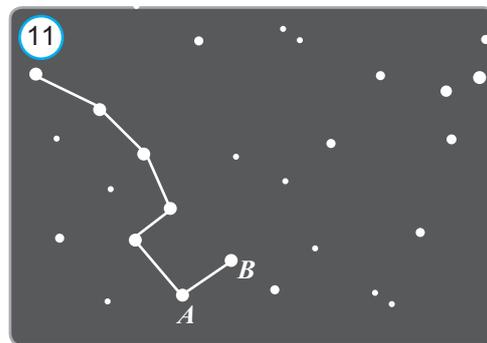


7. Аз байни шаклҳои расми 10 ба яқдигар баробарашонро ёбед.
8. Чӣ гуна порчаҳо ба ҳам баробар мешаванд?
9. Порчаҳо чӣ гуна муқоиса мешаванд?
10. Мобайни порчаҳоро чӣ меноманд?
11. Дар хати рост нуқтаҳои A , B , C , D дода шудааст. Чандто порчаи нӯғҳояшон дар ҳамин нуқта буда вучуд доранд? Онҳоро нависед?
12. Ба дафтарадон ягон порча кашед ва бо чашм мобайни онро ёбед. Натиҷаро бо ёрии хаткашак санҷед. Машқро такрор кунед.



Машқи амалӣ

Дар расми 11 маҷмӯи ситораҳои “Хирси колон” тасвир шудааст. Агар ин ситораҳоро бо порчаҳо пайваст созем, шакле ба монанди “кафлес” ҳосил мегардад. Порчаи AB -и ду ситораи охири “кафлес” ҳосилкардари дар нури AB 6-маротиба монда бароянд, ба Ситораи қутб наздик меравад. Аз расм дар кучо ҷойгир шудани Ситораи қутбро аниқ намоед.

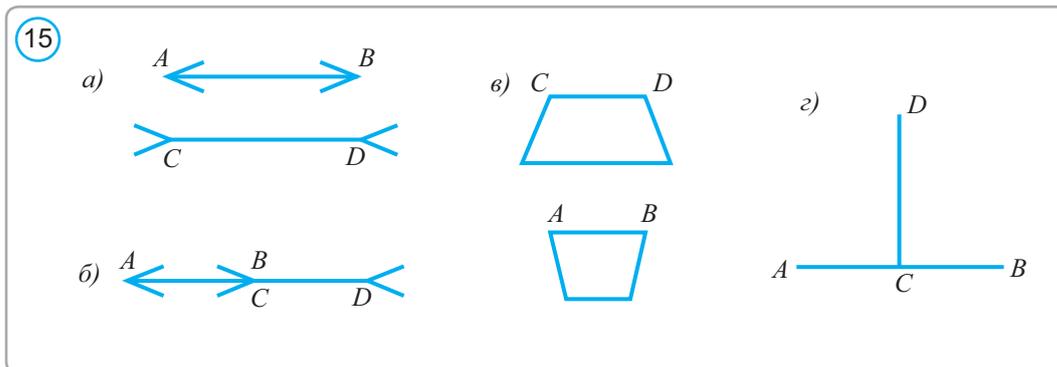
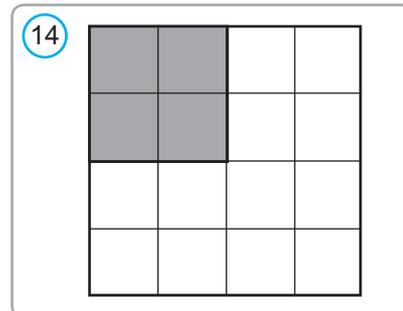
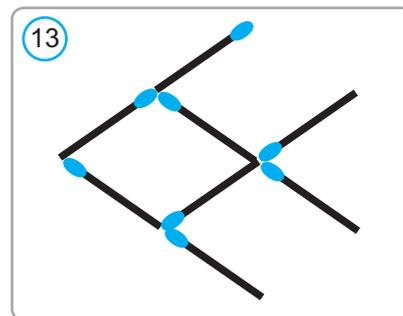
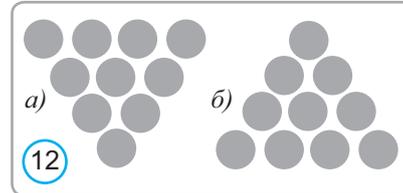




Муаммоҳои геометрӣ

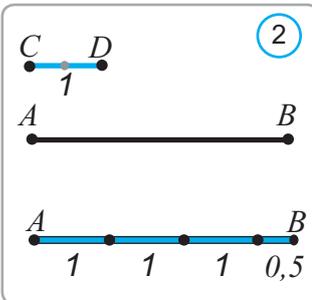
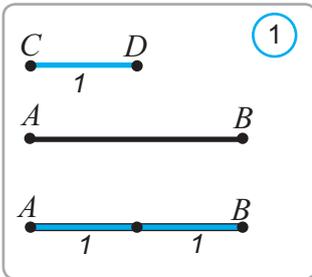
- 10-тангаи якхела мисле, ки дар расми 12-а тасвир гардидааст чида шудааст. Фақат ҷои се тангаро иваз карда, тангаҳоро дар намуди расми 12-б оваред.
- Ҷои се чӯбчаи расми 13-ро тағйир дода “моҳиро” ба ақиб гардонед.
- Бобои деҳқон дар шакли квадрат боғ дошт. Ӯ чоряки боғашро мисле, ки дар расми 14 нишон дода шудааст, барои худ нигоҳ дошт. Қисми боқимондари боғад, ба пораҳои шаклшон якхела ҷудо карда, ба чор писараш тақсим карда дод. Мӯйсафед ин корро чӣ хел дар амал иҷро намуд?
- Порчаҳои AB ва CD -и дар расми 15 тасвиршударо бо чашматон ба якдигарашон муқоиса кунед. Баъд ин корро бо ёрии қоғаи шаффоф иҷро намоед.

Хулоса: Ба геометрия ҳушёрӣ лозим: чашм фиреб доданаш мумкин!



5

Дарозии порча ва хосиятҳои он. Чен кардани порчаҳо



Дар болои нур гузошта муқоиса кардани порчаҳо он қадар қулай нест. Дароз ёки кӯтоҳ (яъне калон ё хурд) будани кадоме аз порчаҳоро дар асоси муқоиса намудани дарозии онҳо низ аниқ намудан мумкин аст.

Ягон порчаро ҳамчун порчаи ягона гирифта, дарозии онро ба 1 баробар гуфта қабул мекунем. Дарозии порчаҳои боқимондари нисбат ба дарозии ҳамин порчаи ягона аниқ менамоем. Дарозии порча шумораи мусбат буда, вай дар порча чанд маротиба ҷойгир шуда таъониستاني порчаи ягона ва қисмҳои онро нишон медиҳад.

Равшан аст, ки порчаи CD -и расми 1-ро порчаи ягона ҳисобида, дарозии онро ба 1 баробар аст гӯем, дар он вақт дарозии порчаи AB ба 2 баробар мешавад. Чунки порчаи AB ду маротиба дар порчаи CD ҷойгир шуда истодааст.

Порчаи CD -и расми 2-ро порчаи ягона ҳисоб кунем, дар он ҳолат дарозии порчаи AB ба 3,5 баробар мешавад. Чунки дар порчаи AB порчаи CD дар ҳолати пурра буданаш 3 маротиба ва нисфи он ҷойгир шуда истодааст.

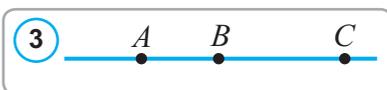
A

Ҳар гуна порча ба дарозии муайян соҳиб буда, вай бо шумораи мусбат ифода мегардад.



Машқи фаъолкунанда

Дарозии порчаҳои AB , BC ва AC -ро, ки дар расми 3 тасвир гардидаанд, бо ёрии хаткашак чен кунед. Муайян кунед, ки бо ёрии кадом формула ба ҳамдигар пайваст кардани дарозии ин порчаҳо мумкин аст.



Дар хати рост нуқтаҳои A , B ва C дода шуда, агар нуқтаи B дар мобайни нуқтаҳои A ва C ҷойгир шуда бошад, дарозии порчаи AC аз маҷмӯи дарозии

порчаҳои AB ва BC иборат, яъне баробарии $AC = AB + BC$ бамаврид мешавад. (расми 3). Ин тасдиқро оиди дарозии порчаҳо бе исбот қабул мекунем:

A

Агар дар хати рост нуқтаи B дар байни нуқтаҳои A ва C ҷой гирифта бошад, дарозии порчаи AC ба маҷмӯи дарозии порчаҳои AB ва BC баробар мешавад:

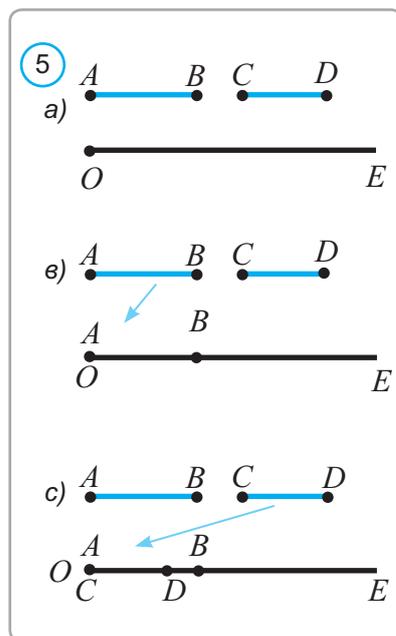
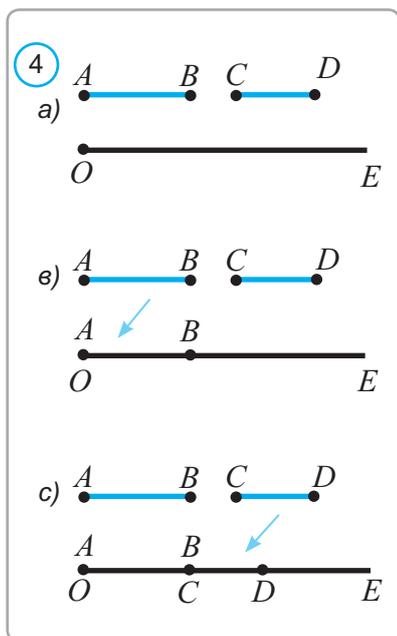
$$AC = AB + BC.$$

Тасдиқи дар боло овардашуда имконияти дар болои порчаҳо муайян кардани амалҳои ҷамъ ва тарҳро медиҳад. Нури OE , порчаҳои AB ва CD **дода шуда бошад** (расми 4.а). Аввал ба нури OE порчаҳои AB -ро мегузорем (расми 4.в). Сипас ба нури BE порчаи CD -ро мегузорем (расми 4.с).

Дар натиҷа порчаи AD -и ҳосилшуда, суммаи порчаҳои AB ва CD номида мешавад ва албатта барои ин порчаҳо баробарии $AD = AB + CD$ бамавқеъ мешавад.

Ба монанди ин, аз ҳамдигар тарҳ кардани амалҳои парчаҳоро ҳам дохил кардан мумкин аст.

Агар гӯем, нури OE ва порчаҳои AB ва CD -и додасуда, инчунин AB CD бошад (расми 5.а). Ба нури OE аввал порчаи дарози AB -ро мегузорем (расми 5.в). Сипас боз ба нури OE порчаи CD -ро мегузорем (расми 5.с). Порчаи ҳосилшудаи DB ҳосили тарҳи порчаҳои AB ва CD **номида мешавад ва баробарии** $DB = AB - CD$ бамавқеъ мешавад.



Дарозии порчаҳои AB *масофаи* байни нуқтаҳои A ва B ҳам номида мешавад. Маълум аст, ки порчаҳои дарозиашон якхела ба ҳам баробар мешаванд.

Аз замонҳои қадим одамон барои чен кардани дарозӣ аз воҳидҳои гуногуни дарозӣ истифода мебаранд. Масалан, дар Осиёи Миёна вачаб, қулоч, чакрим барин воҳидҳои дарозӣ истифода бурда шудаанд. Истифода аз воҳидҳои гуногуни дарозӣ ноқулайӣҳо ба вуҷуд овардаанд. Аз ин сабаб, аз асри XVIII сар карда, дар тамоми дунё бо сифати воҳиди ягонаи байналмилалӣ ченаки дарозӣ – метр қабул гардидааст.

Шумо бо еталони метр, ки намунаи дарозист дар синфи 6-ум аз китоби дарсии “Физика” шинос шуда будед. Дар он ҷо нисбат ба метр барои чен кардани дарозии бениҳоят калон ё хурд воҳидҳои истифодашаванда ҳам оварда шуда буд. Аз ҷумла: $1 \text{ км} = 1\,000 \text{ м}$; $1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$; $1 \text{ мм} = 0,001 \text{ м}$.

Дарозии порчаҳо бо ёрии асбобҳои гуногун чен карда мешаванд. Соддатарини онҳо шкаладор, яъне хаткашаки ба нуқтаҳои тақсимшаванда соҳиббуда мебошанд. Қимати дарозии порча ба воҳиди ченаки дарозии интихобшуда вобаста мебошад. Агар ба сифати воҳиди дарозӣ порчаи дарозиаш ба 1 см баробарро гирем, дарозии порчаи дар расми 6 тасвиршуда ба 5 см баробар мешавад ва онро ин хел менависанд: $AB = 5 \text{ см}$. Агар ба сифати воҳиди ченаки дарозӣ порчаи дарозиаш ба 1 мм баробарро гирифтани бошем, $AB = 50 \text{ мм}$ мешавад.

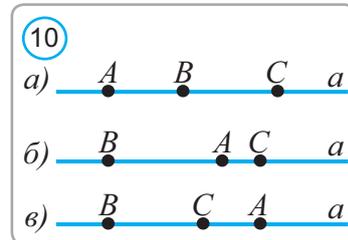
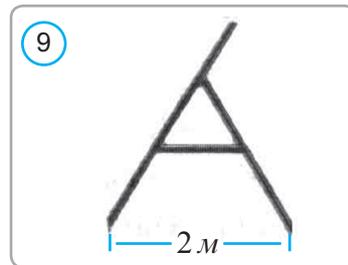
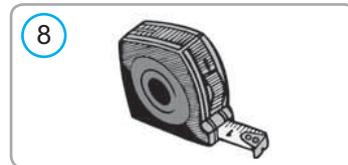
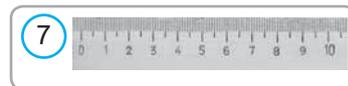
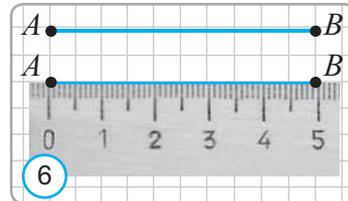
Баъзан воҳиди ченаки дарозии порча нишон надода навишта мешавад. Масалан, $AB = 5$. Дар ин дарозии порчаи AB ба воҳиди ченаки 5 баробар аст гуфта фаҳмида мешавад.

Барои дар дафтар чен кардани порчаҳои гуногун аз хаткашаки таълимии ба миллиметрҳо тақсимшуда истифода бурдед. Барои дар тахтаи синф кашидани порчаҳо аз хаткашаки мактабии қисмҳои сантиметрдошта истифода мебаранд. Барои дар рӯи замин ба амал овардани корҳои гуногуни андозагирӣ аз асбоби тасмадори ченкунӣ – рулетка (расми 8), дар дашт бошад – аз ҳаққа – аз паргори даштӣ истифода мебаранд (расми 9).



Масъала. Барои нуқтаҳои A , B ва C -и дар як хати рост меҳобида $AB = 8 \text{ см}$. $BC = 11 \text{ см}$ бошад, дарозии AC ба чанд баробар аст?

Роҳи ҳал: Ҳолатҳои зеринро аз назар мегузаронем:
1) Нуқтаҳои A , B , C дар хати ростии a ба тартибе,



ки дар расми 10-а тасвир ёфтаанд, ҷойгир шуда бошанд. Порчаҳо мувофиқи хосиятҳои дарозӣ $AC = AB + BC = 8 + 11 = 19$ (см) мешаванд.

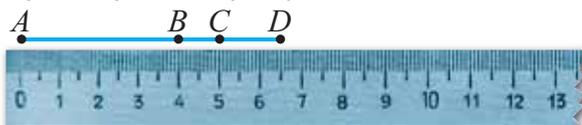
2) Ба монанди расми 10-в нуқтаҳо дар хати рости a бо тартиби дар расми 10 б-тасвиргардида ҷойгир шуда бошанд. Дар он ҳолат мувофиқи хосияти дарозии порча $BA + AC = BC$, ё ки $AC = BC - BA = 11 - 8 = 3$ (см) мешавад.

3) Нуқтаи C ба монанди расми 10 в дар байни B ва A ҷойгир шуда наметавонад. Чунки $AB < BC$.

Пас, дарозии порчаи AC ба ҷойгиршавии байниҳамдигарии нуқтаҳо нигоҳ карда, ба 19 см ё ки ба 3 см баробар мешаванд. **Ҷавоб:** 19 см ё ки 3 см.

Савол, масъала ва супоришҳо

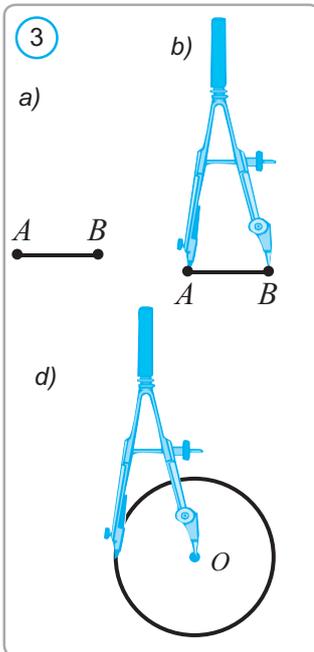
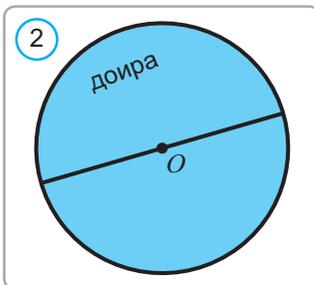
1. Порчаҳо чӣ хел чен карда мешаванд?
2. Хосиятҳои асосии дарозии порчаҳоро номбар кунед.
3. Аз рӯи расми зерин дарозии порчаҳои AB , AC , AD , BC , BD , CD -ро муайян созед.



4. $AC = ?$ 5. $AB = 3, AC = 2BC, BC = ?$ 6. $AB = 24, BC = AC + 6, AC = ?$



7. Агар $B \in AC$, $AB = 7,2$ см, $AC = 2$ дм бошад, BC -ро ёбед.
8. Агар $M \in AB$, $N \in AB$, $AB = 5$, $AM = 2,2$ ва $BN = 3,6$ бошад, MN -ро ёбед.
9. Ба хати рост чашм давонда, порчаҳои а) 3 см; б) 7 см; в) 10 см -ро ҷудо кунед. То кадом андоза аниқ, ичро намудани охири корро бо хаткашак санҷед.
10. Барои нуқтаҳои A , B , C -и хати рост $AB = 600$ м, $BC = 200$ м бошад, AC -ро ёбед.
11. Барои нуқтаҳои A , B , C ва D -и хати рост $AB = 2$, $AC = CB$, $2AD = 3BD$ бошад, CD -ро ёбед.
12. Нур ва порчаҳои дарозиашон $AB = 1,2$ см, $CD = 2,8$ см дода шудааст. Аз ин порчаҳо истифода бурда, ба ҳамин нур порчаҳои дарозиашон а) 4 см; б) 1,6 см; в) 0,4 см; г) 2,6 см -ро гузоред.
13. Агар $AB = 9$ бошад, ба порчаи AB чунин нуқтаи C ишора кунед, ки а) $AC - BC = 1$; б) $AC + BC = 11$; в) $AC + BC = 10$ шавад.
- 14*. Порчаи AB дода шудааст. Порчаҳои дарозиашон: а) $2AB$; б) $AB : 2$; в) $AB : 4$; г) $0,75AB$ бударо созед.
15. Барои нуқтаҳои A , B , C -и хати рост $AB = 5,6$ см, $AC = 8,9$ см ва $BC = 3,3$ см буданашон маълум аст. Аз нуқтаҳои A , B , C кадомашон дар мобайни ду нуқтаи боқимонда меҳобанд?



Шаклҳое, ки аз як ё якчанд хосиятҳои додашудаи ҳамаи нуқтаҳоро қаноаткунанда иборат аст, мавқеи геометрии нуқтаҳо номида мешавад.

Дар мавқеи геометрии нуқтаҳо давра ва доира мисол шуда метавонад

Шакли иборат аз нуқтаҳоеро, ки аз нуқтаи муайян дар масофаи баробар хобиданд, **давра** меноманд. Ин нуқтаи муайян, **маркази** давра номида мешавад. Масофаи аз нуқтаи дилхоҳи давра то маркази он ҷойдошта, **радиуси** давра ном дорад (расми 1). Инчунин, порчаи маркази давраро бо нуқтаи ихтиёрии он пайваст мекардaro ҳам радиус ном мебарем. Порчаи ду нуқтаи дилхоҳи давраро мепайваста хорда (ватар)-и давра номида мешавад. Хордаи аз марказ мегузашта бошад, **диаметр** номида мешавад. Қисми бо давра маҳдуд гардидаи (қисми интиҳои) порча, **доира** номида мешавад.

Давра гуфта, аз нуқтаи дар ҳамворӣ додашуда дар масофаи аз адади додашуда калон набудаи дар мавқеи геометрии нуқтаҳо хобидарo мегӯянд (расми 2). Нуқтаи додашуда маркази доира, адади додашуда бошад, радиуси он номида мешавад.

Давра гуфта, аз нуқтаи дар ҳамворӣ додашуда дар масофаи аз адади додашуда калон набудаи дар мавқеи геометрии нуқтаҳо хобидарo мегӯянд (расми 2). Нуқтаи додашуда маркази доира, адади додашуда бошад, радиуси он номида мешавад.

Диаметри давра (доира) барои аз марказаш гузаштан он аз ду радиус иборат мешавад (расми 2). Аз ин рӯ, дарозии диаметр ба дарозии ду радиус баробар аст.

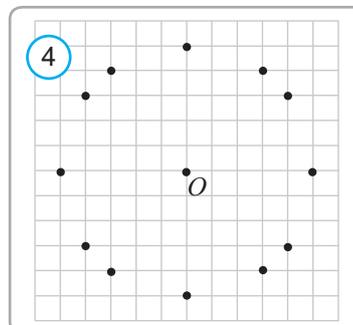
Роҳу равиши дар дафтари каткакдор бе паргор, бо даст кашидани давра.

1. Дар дафтари каткакдор мисле, ки дар расми 4 нишон дода шудааст, нуқтаҳоро ишора кунед.
2. 12-то нуқтаи ҳосилшударo пайи ҳам бо хати камоншакл пайваст кунед.

Дар натиҷа, тасвири тахминии давраи марказаш дар

нуқтаи O буда, ҳосил мегардад. Ин усулро (ҷойҳои нуқтаҳоро) дар хотир нигоҳ доред. Вай дар вақти дар дастатон паргор мавҷуднабуда, барои кашидани давра, даркор мешавад.

3. Бинобарин байни масофаҳои аз нуқтаи O то ҳамон 12 нуқта бударо санҷида бинед.



? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Ба давра таъриф диҳед ва дар нақша шарҳ диҳед.
2. Марказ, радиус, хорда ва диаметри давра чист?
3. Кадом хордаи давра аз ҳама дароз мешавад?
4. Кадом усулҳои бе паргор кашидани давраро медонед?
5. Барои чӣ чархакҳои ароба, велосипед, автомобилҳо даврашакл мебошанд?
6. Барои чӣ сарпӯши чоҳҳо дар шакли квадрат не, балки дар шакли доира мешавад?
7. Номи 10-предмети атрофатонро нависед, ки ба давра мисол шуда тавонад.
8. Радиуси давра а) 18 мм; в) 45 см; с) 2 м 11 см бошад, диаметри онро ёбед?
9. Оё хордаи давра аз диаметраш дароз шуданаш мумкин аст? Барои чӣ?
10. Диаметри доира а) 10 см; в) 7 см; с) 1 м 14 см бошад, радиуси онро ёбед?
11. Давраи дар марказаш радиуси хати рости хобидаи а) ба 5 см; в) ба 7 см; с) ба 4,6 см баробар буда кашед.
12. Маркази кадом яке аз ифодаҳои зерин ба нуқтаи O , радиусаш ба R баробар будаи ба а) давра; в) доира вобаста будаи нуқтаи A ифода карда мешавад: $OA = R$, $OA = R$, $AO = R$.
13. Диаметри аз радиуси доира 65 см дароз бударо ёбед?
14. Хордаи калонтарини радиусаш 8 см будаи доираро ёбед?



Машқҳои амалии фаъолкунанда

1. Бо ёрии хаткашак қад, бар ва ғафсии китоби дарсии дар дастатон бударо чен кунед.
2. Ғафсии як варақи китоби дарсии дар даст доштаатонро чӣ тавр чен кардан мумкин аст? Бо ёрии хаткашак диагонали хиштро чен карда метавонед?
3. Қадди ҳамсинфонатонро зеҳн монда, чен кунед ва муқоиса намоед. Ҳамсинфи қадаш аз ҳама дарозро аниқ кунед.
4. Бо ёрии хаткашак ваҷабатонро аз рӯи сантиметрҳо чен кунед. Баъд андозаи якчанд предметҳоро (бар, дарозӣ ва баландии парта, баландӣ ва бари тиреза, қад ва бари тахтаи синфро) бо ваҷаб чен кунед ва бо сантиметрҳо ифода намоед.
5. Дарозии қадаматонро чен кунед. Қад ва бари бинои мактаб ва майдончаи варзиширо бо қадам чен кунед ва бо метр ифода намоед.
6. Аз харитаи Ўзбекистон мувофиқи масштаби додашуда масофаи байни шаҳрҳои гуногунро ёбед (расми 1).

Дарозии ваҷаб ва қадаматонро чен карда, дар хотир нигоҳ доред. Дар зиндагии ҳаррӯза, дар бисёр ҳолатҳо до-нистани онҳо даркор мешаванд!

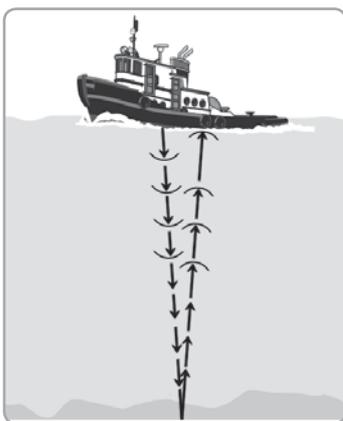




Дар бисёр мамлакатҳо ба ғайр аз воҳидҳои ченаки байналмилалӣ воҳидҳои зерини ченаки дарозӣ ҳам қор фармуда мешаванд.

$$1 \text{ дюйм} = 2,54 \text{ см}, \quad 1 \text{ мил} = 1,609 \text{ км}.$$

7. Диагонали монитори компьютер ва телевизор (расми 2) ба воситаи дюймҳо чен карда мешавад. Агар 1 дюйм 2,54 см бошад, диагонали монитори 15, 17 ва 19 дюймо бо сантиметрҳо ифода намоед.
8. Аз маълумоти дар расми 3 додашуда истифода бурда, масофаи байни Замину Офтоб ва дигар сайёраҳо ёбед, онро бо километр ифода кунед.
9. Агар 900 метр будани як чакрим маълум бошад, масофаи байни шаҳрҳои Бухоро ва Самарқандро бо чакримҳо ифода кунед.



Масъалаи шавқовар. Ба воситаи садо чен кардани масофа. Барои кишти дар баҳр шино мекарда донишмандони чуқурии баҳр бисёр муҳим ба ҳисоб меравад. Барои ин ба қабри баҳр сигнали (бонги) садо фиристода мешавад. Ба қабри баҳр бархӯрдани садо ва пас аз чанд вақт баргашта омадани он чен карда мешавад. Нисфи ин вақтро ба суръати садои об — 1490 м/с зарб зада, чуқурии қабри баҳр аниқ карда мешавад.

Агар ин вақт а) 3; б) 10,5; в) 45 секундро ташкил карда бошад, қабри баҳр чанд метр мешавад?

✓ Кунҷ гуфта, нуқта ва шакли иборат аз ду нури аз вай мебаромадаро меноманд.

Нурҳое, ки кунҷро ташкил – додаанд, *тарафҳои кунҷ*, нӯги умумии онҳо бошанд, *нӯги кунҷ* номида мешаванд. Дар расми 1 кунҷ тасвир гардидааст. Дар он нуқтаи O нӯги кунҷҳо, нурҳои, OA ва OB бошанд тарафҳои ваянд. Ин кунҷ батаври “ $\angle AOB$ ” ё ин ки “ $\angle BOA$ ” ишора гардида “кунҷи AOB ” ё ин ки “кунҷи BOA ” хонда мешавад. Дар ин маврид нӯги кунҷҳо доимо дар байн навишта мешаванд. Инчунин, ин кунҷ кӯтоҳакак ба таври “ $\angle O$ ” ҳам ишора шуда, “кунҷи O ” хонда мешавад. Барои дар нақша алоҳида нишон додани кунҷ, баъзан ду тарафи он, мисле, ки дар расми 1 тасвир гардидааст, бо хати камоншакл пайваст мешавад.

✓ Кунҷи кушод гуфта, кунҷҳоеро меноманд, ки тарафҳояш аз нурҳои якдигарро пуркунанда иборатанд.

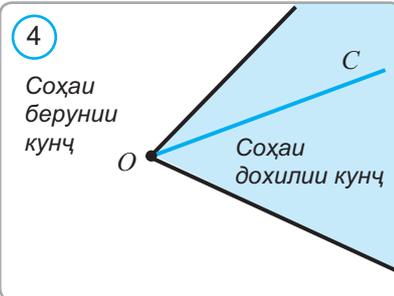
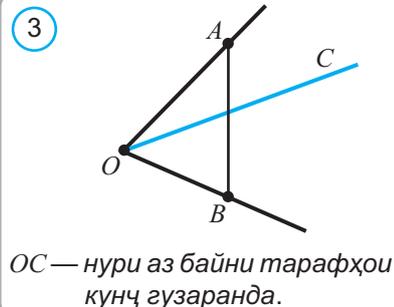
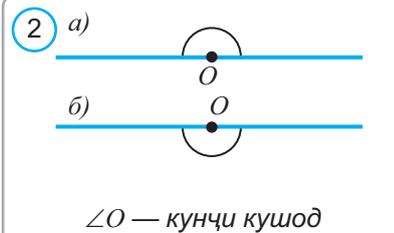
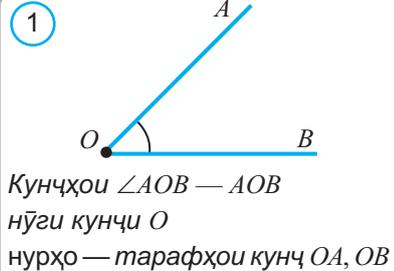
Дар расми 2 кунҷҳои кушод тасвир гардидаанд.

Кунҷи O дода шуда аз кунҷҳои кушод фарқ мекунад. Ягон порчаи нӯгҳояш ба тарафҳои ин кунҷ будаи AB -ро мебинем (расми 3).

Агар нури OC ки аз нӯги кунҷ мебарояд (расми 3), порчаи AB -ро бурида гузарад, ин нури аз байни тарафҳои кунҷ мегузарад мегӯем. Нури аз байни тарафҳои кунҷ гузаранда ба ду кунҷ ҷудо мешавад.

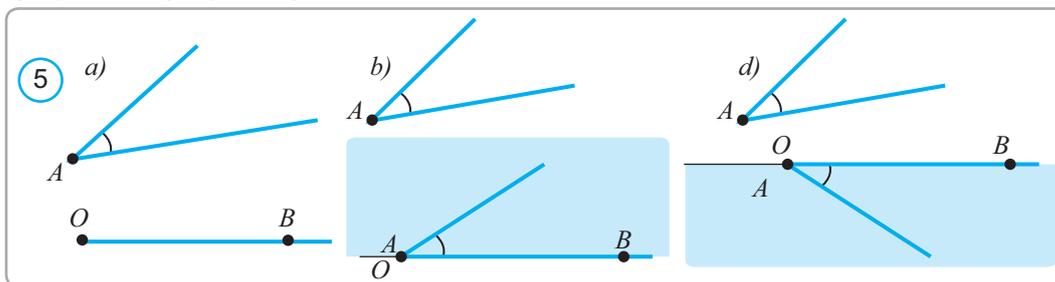
Ҳангоми кушод будани кунҷи O , ҳар гуна нури аз нӯги он мебаромада ва аз тарафҳояш фарқдоштаре аз байни тарафҳои вай мегузарад мегӯем.

Маълум аст, ки кунҷи дар расми 4 тасвиршудаи O ҳамвориро ба ду қисм ҷудо мекунад.



Қисми аз мобайни тарафҳои кунҷаш ягон нури гузаранда хобидаи ҳамвори соҳаи дохилии кунҷ, қисми дигараш бошад, соҳаи берунии кунҷ номида мешавад.

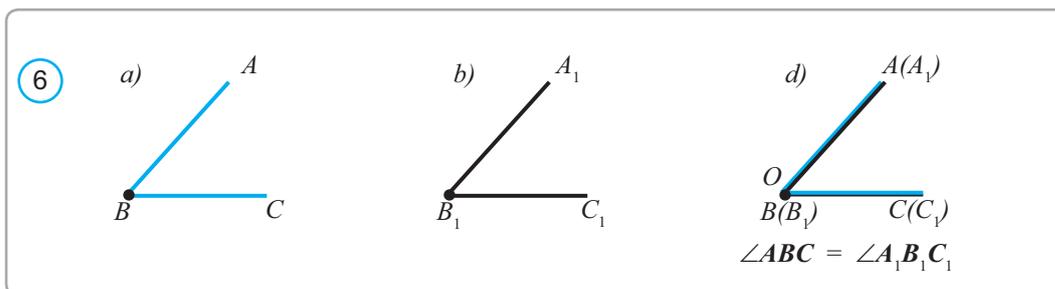
Нури ихтиёрии O ва кунҷи кушод набудаи A дода шудааст (расми 5-а). Маълум аст, ки хати рости нури O хобида ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунад. Равшан аст, ки кунҷи ба кунҷи A баробар ва як тарафаш бо нури O болои ҳам меафтада, тарафи дигараш айнан ба нимҳамворӣ меҳобидаро ба тарзи ягона мондан мумкин аст (расми 5-б, 5-д). Ин амалро аз нур сар карда ба нимҳамвории маълум гузоштани кунҷи додашударо мегӯянд.



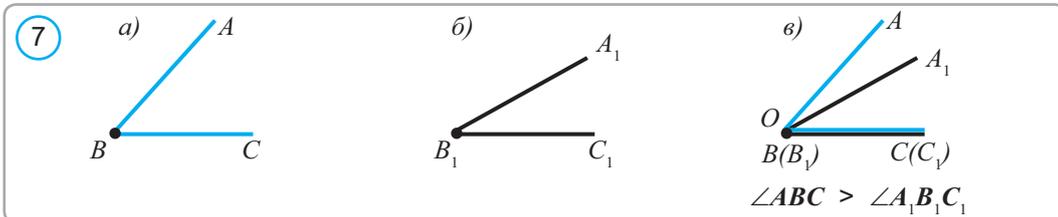
Баробарии кунҷҳо дар шакл бо камончаҳои шуморашон якхела ишора карда мешаванд.

A Ба кунҷи кушода набудаи аз нури ихтиёрӣ сар карда ба нимҳамвории аниқ додашуда баробар кунҷи ягона гузоштан мумкин аст.

Барои ба ҳам муқоиса намудани ду кунҷ, ин кунҷҳо аз ягон нур сар карда, ба нимҳамвории аниқ гузошта мешаванд. Пас аз он, ба рӯй додани яке аз ҳолатҳои зерин нигоҳ карда, оиди баробарии байниҳамдигарии кунҷҳо ё ки калону хурд будани онҳо хулоса бароварда мешавад:



Ҳангоми ба нури O гузоштани $\angle ABC$ ва $\angle A_1 B_1 C_1$ (расми 6) нури BA бо нури $B_1 A_1$ нури BC бошад, бо нури $B_1 C_1$ болои ҳам меафтад. Дар ин ҳолат, кунҷи ABC бо кунҷи $A_1 B_1 C_1$ баробар гуфта мешавад ва ин тавр ифода мегардад: $\angle ABC = \angle A_1 B_1 C_1$.

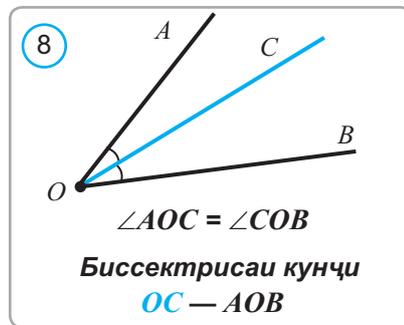


Дар ҳолати дар расми 7в-тасвиргардида, кунҷи ABC аз кунҷи $A_1B_1C_1$ **калон** гуфта, ба тарзи $\angle ABC > \angle A_1B_1C_1$ навишта ва ифода карда мешавад. Инчунин, дар ин ҳолат кунҷи $A_1B_1C_1$ аз кунҷи ABC **хурд** номида шуда, ба таври $\angle A_1B_1C_1 < \angle ABC$ ифода карда мешавад.



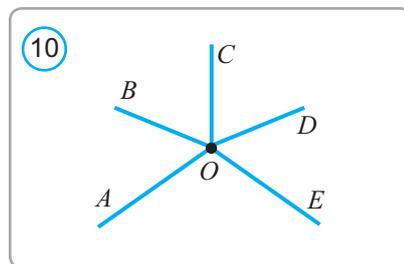
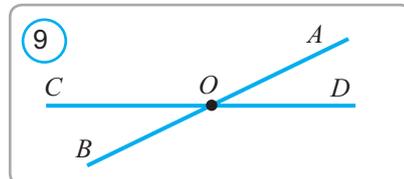
Биссектрисаи кунҷ гуфта, нуруро меноманд, ки кунҷро ба ду кунҷи баробар тақсим мекунад.

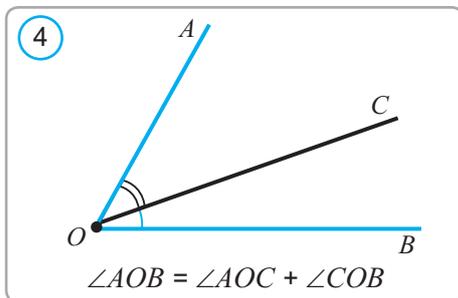
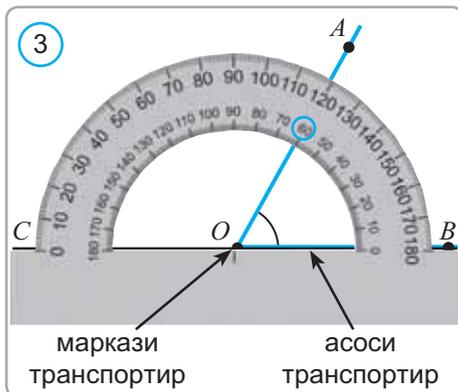
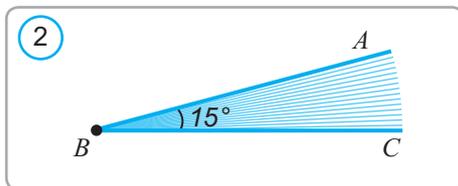
Дар расми 8 биссектрисаи OC -и кунҷи AOB тасвир гардидааст.



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Чиро кунҷ меноманд ва он чӣ тавр муайян карда мешавад?
2. Кунҷи кушод чист?
3. Кунҷ ҳамвориро ба кадом қисмҳо ҷудо мекунад?
4. Кунҷҳои дар расми 10 тасвиршударо аниқ, кунед ва ном гузоред.
5. Дар расми 11 чанд кунҷ ҳаст? Онҳоро ном гузошта, ба дафтаратон нависед.
6. “Ба болои нур гузаштани кунҷ” гуфта чиро мефаҳмед?
7. Кунҷҳо дар кадом вақт ба ҳам баробар мешаванд?
8. Як кунҷ аз кунҷи дуюм дар кадом вақт калон ё хурд мешавад?
9. Ба биссектрисаи кунҷ таъриф диҳед.
10. $\angle AOB$ дода шудааст. Баробарии зерин оё маъно дорад? $\angle AOB = \angle BOA$; $\angle AOB = \angle ABO$; $\angle AOB = \angle OAB$.





Кунҷи кушод ба воситаи нурҳои дар мобайни он хобида ба 180° кунҷи баробар тақсим карда шуда бошад (расми 1).

Воҳиди ченкунии яке аз ин кунҷҳо ба сифати *кунҷи якӣ* гирифтани қабул шудааст. Бузургии кунҷи он *як градус* гуфта мешавад ва бо 1° ишора мегардад. Ченаки градусии кунҷи дилхоҳро дар асоси ҳамин воҳид аниқ кардан мумкин аст. *Ченаки градусии кунҷҳо* дар соҳаи дохилии кунҷ ҷойгиршавии чанд адад кунҷи ягона ва қисмҳои онро нишон медиҳад.

Кунҷи дар ABC -и расми 2 тасвиршуда ба 15° баробар аст. Чунки дар соҳаи дохилии он 15-то кунҷи ягона ҷойгир шудааст.

А Ҳама гуна кунҷ ба ченаки градусии аниқ соҳиб буда, қимати он бо адади мусбат ифода карда мешавад. Ченаки градусии кунҷи кушод ба 180° баробар аст.

Ченаки градусии кунҷоро бо ёрии *транспортир* ном асбоб чен мекунанд. Бо транспортир дар синфҳои поён шинос гардида будед. Қисми камоншакли шкаладори он бо хатчаҳо ба 180° -то ҳиссаи баробар ҷудо карда шуда, ҳар як қисм як градусро мефаҳмонад. Дар расми 3 ҷараёни бо ёрии транспортир чен кардани кунҷ тасвир гардидааст. Чӣ хеле ки дар расм мебинед, калонии кунҷи AOB ба 60° градус баробар аст ва он ба тарзи $\angle AOB = 60^\circ$ навишта мешавад. Равшан аст, ки кунҷҳои ба ченаки градусии яхела соҳиббуда ба ҳам баробар мешаванд ва баръакс, ченакҳои градусии кунҷҳои ба ҳам баробар ҳам баробар мешаванд. Ченаки градусии кунҷҳои калон ҳам калон мешаванд ва баръакс.

Ҳангоми чен кардани кунҷҳо аз ҳиссаҳои градус ҳам истифода бурдан мумкин аст. $1/60$ ҳиссаи 1° “*дақиқа*”, $1/3600$ ҳиссааш “*сония*” номида шуда, ба тарзи мувофиқ “” ва “” ишора мегардад. Масалан, кунҷи бузургиаш ба 45 градусу 38 дақиқаву 59 сония баробар чунин навишта мешавад $45^\circ 38' 59''$. Тавре маълум, $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

Фарз кардем, ки кунҷи AOB дода шуда, нури ихтиёрии дар байни тарафҳои он хобанда OC вайро ба кунҷҳои AOC ва COB ҷудо намудааст (расми 4). Дар он ҳолат ченаки градусии кунҷи AOB ба маҷмӯи ченакҳои градусии кунҷҳои AOC ва COB баробар мешавад:

$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB.$$

Ин хосиятро ба таври зерин ифода кардан мумкин аст:

A Ченаки градусии кунҷ ба маҷмӯи ченакҳои градусии кунҷҳои баробаранд, ки нури ихтиёрии аз мобайни тарафҳои кунҷ гузашта онҳоро ҷудо намудааст.

Масъала 1. Агар дар расми 5-ум $\angle ABC = \angle DBE$ бошад, $\angle ABD = \angle CBE$ буданашро нишон диҳед.

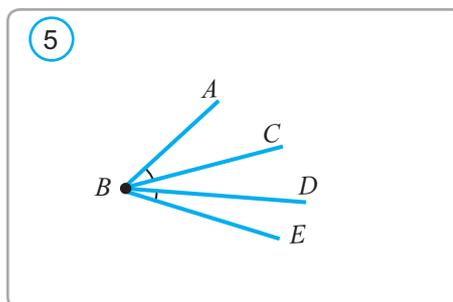
Роҳи ҳал. Ҳал. Ба баробарии додашудаи $\angle ABC = \angle DBE$ ба ҳар ду тарафаш $\angle CBD$ -ро мепайвандем.

$$\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE$$

Лекин, $\angle ABC + \angle CBD = \angle ABD$ ва

$$\angle CBD + \angle DBE = \angle CBE.$$

Яъне, $\angle ABD = \angle CBE$.



Роҳи амалии дар нури додашуда сохтани кунҷи ченаки градусӣ дошта

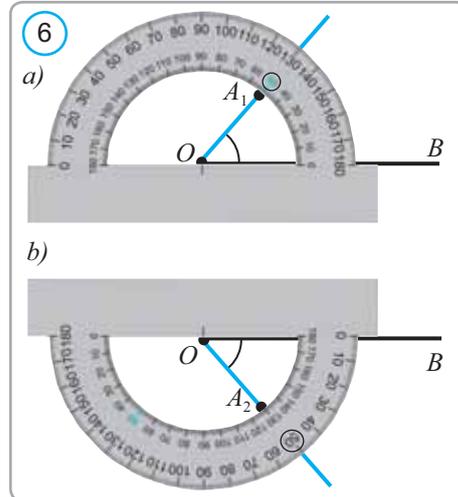
1. Нури дилхоҳи OB кашида мешавад.
2. Асоси транспортирро дар болои нури додашудаи OB , марказашро бошад, дар нуқтаи O чӣ хеле ки дар расми 3 нишон дода шудааст, мегузоранд.
3. Аз шкалаи транспортир қисмеро, ки ченаки градусии кунҷи додашударо нишон медиҳад, меёбанд ва дар он нуқтаи A гузошта мешавад.
4. Ба воситаи нуқтаҳои O ва A нур гузаронида мешавад. Дар натиҷа ченаки градусии додашуда – кунҷи AOB ҳосил мешавад.



Масъала 2. Дар нури додашудаи OB кунчи 50° -ро гузored.

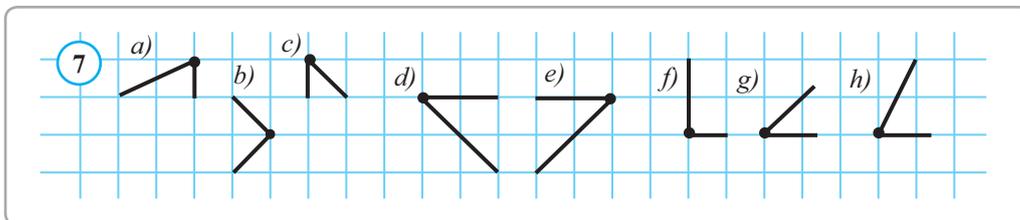
Роҳи ҳал. Асоси транспортиро дар болои нури OB , марказашро бошад, дар нуқтаи O гузошта, дар шкалаи он қисми ба 50° рост меомада пайдо карда кунҷ сохта мешавад. Нури OB як қисми хати рости OB буда, ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо кардани ин хати рост маълум аст. Пас, ба ҳар як нимҳамворӣ аз нури додашуда яктогӣ кунҷи 50° гузоштан мумкин аст.

$$\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50^\circ \text{ (расми 5).}$$

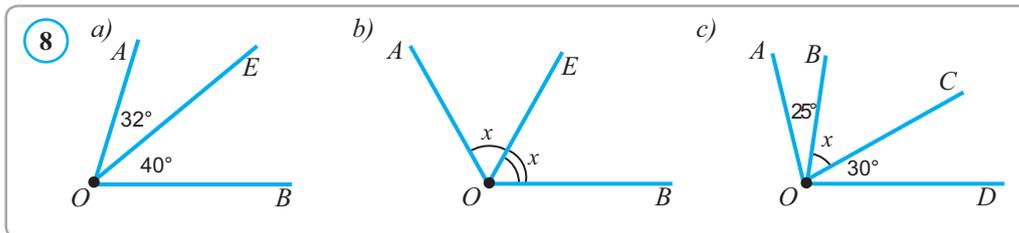


Савол, масъала ва супоришҳо

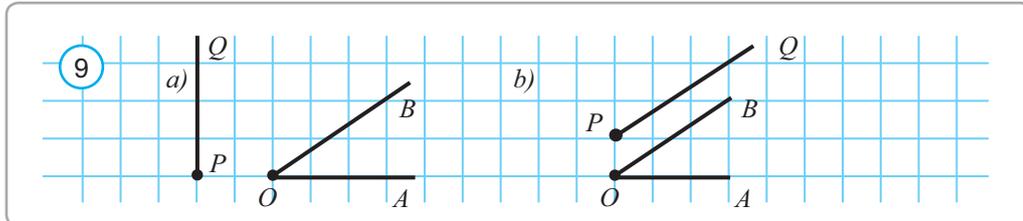
1. Ченаки радиуси кунҷ гуфта чиро мегӯянд?
2. Кунҷи кушод чанд градусро ташкил медиҳад?
3. Кунҷи ба 1° баробар гуфта, чӣ гуна кунҷро мефаҳмед?
4. Ченаҳои градусии ду кунҷ баробар бошанд, оё онҳо баробар шуда метавонанд?
5. Аз байни кунҷҳои дар расми 7-ум тасвиршуда, кунҷҳои баробарро муайян кунед?



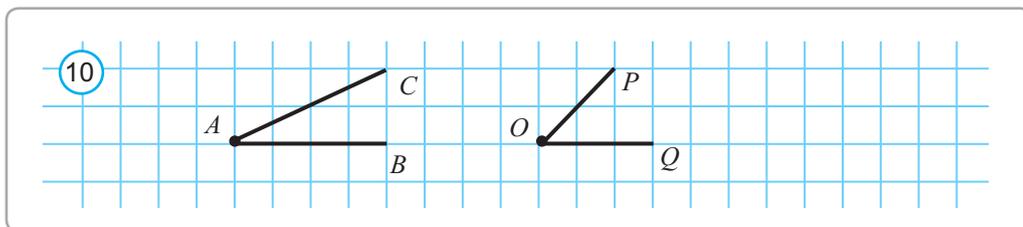
6. Бо ёрии транспортир кунҷҳои 10° , 30° , 70° , 100° ва 160° -ро созед.
7. а) $\angle AOB = ?$ б) $\angle AOB = 120^\circ$, $x = ?$ в) $\angle AOD = 105^\circ$, $x = ?$



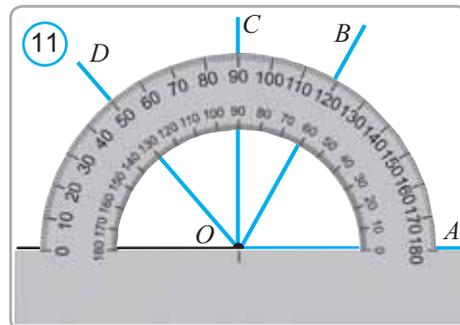
8. Ба нури AB -и додашуда, кунҷи $\angle OAB$ -и 150° -нок гузored.
 9. Ба нури PQ кунҷҳои AOB -ро гузored (расми 9).

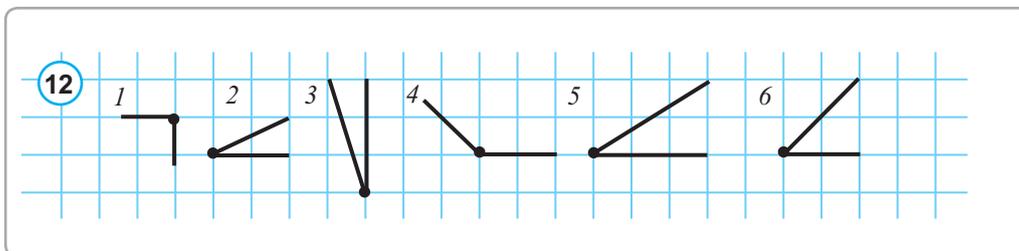


10. Кунҷҳои 60° ва 120° ба тарафҳои умумӣ соҳиббударо созед. Чӣ гуна кунҷ ҳосил гардид?
 11. Аз кунҷҳои дар расми 10-ум тасвиршуда кадом яки он калон аст?



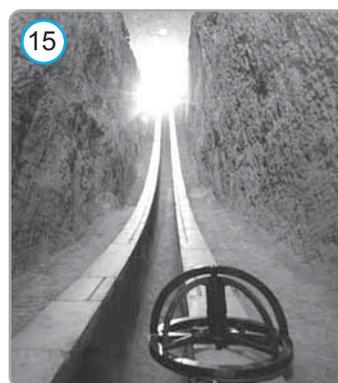
13. Ба дафтаратон нур кашед ва дар он чашм давонда, бо ёрии хаткашаки оддӣ кунҷҳои $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ ва 150° -ро гузored. Баъд аз он, кунҷҳои ҳосил гардидаро бо ёрии транспортер чен кунед ва то кадом андоза дуруст кашиданатонро санҷед.
 14. Дар соати стрелканок агар а) 3.00; б) 6.00 бошад, кунҷҳои ақрабаки соат ва дақиқа ҳосил карда ба чанд градус баробар буданашро муайян кунед.
 15. Аз расми 6 истифода бурда, ченаки градусии кунҷҳои AOB, AOC, AOD, BOC, BOD ва COD -ро аниқ намоед.
 16. Рақамҳои кунҷҳои дар расми 12-ум тасвиршударо бо тартиби зиёдшавии ченакҳои градуси онҳо нависед.



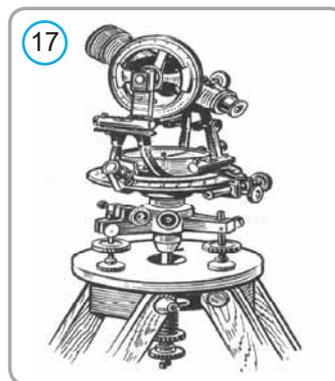
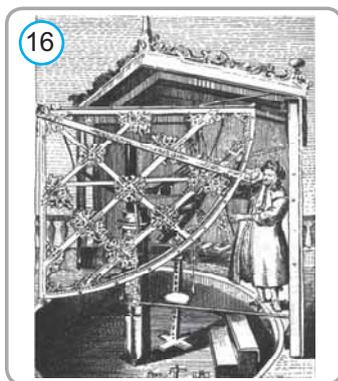


Лаёҳаҳои таърихӣ

Астролябия (Астурлоб) асбоби кунҷ чен мекарда буда, вай 180-125 сол пеш аз эраи мо аз тарафи Гиппарх кашф карда шудааст (расми 7). Ба воситаи ин асбоби намудаи бисёр содда дахҳо қорҳои ченкуниро иҷро намудан мумкин буд. Дар ин расадхонаи Улугбек, воқеъ дар шаҳри Самарқанд ҳам, қорҳои чен кардани кунҷро иҷро кардаанд. Дар ин расадхонаи дар шакли цилиндр сеқабата сохташуда бисёр иншоот ва асбобҳо мавҷуд буданд (расми 8). Квадранти вертикалии аз рӯи андоза ва ҳалли геометрӣ бемисл асоситарини онҳо ба ҳисоб меравад. Радиуси он 42 метр будааст! Улугбек бо



ёри ин иншоот (дастгоҳ) 1018 ситораро дар коинот ба тарзи ҳайратовар аниқ чен карда, дар асари худ “Зичи ҷадиди Қўрагонӣ” овардааст. Дар расми 9 қисми дар зери замин ҳифз шуда, то имрӯз расида омадаи он тасвир гардидааст. Дар расми 10 квадранте тасвир шудааст, ки пеш аз телескопро ихтироъ кардани олимони Аврупо аз он истифода мебаранд. Вай аз квадранти Улугбек албатта хеле хурд аст. Ҳоло дар вақти чен кардани замин аз теодолит ном асбоб, ки вай ба дақиқии баланд соҳиб аст (расми 11) истифода мебаранд.



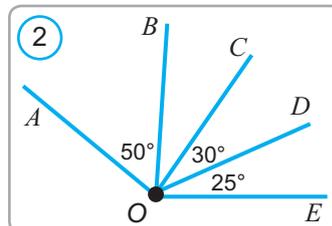
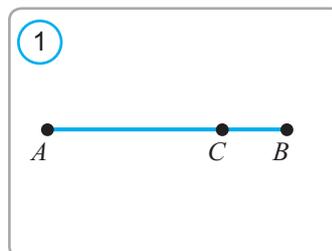
10 Кори назоратии 1

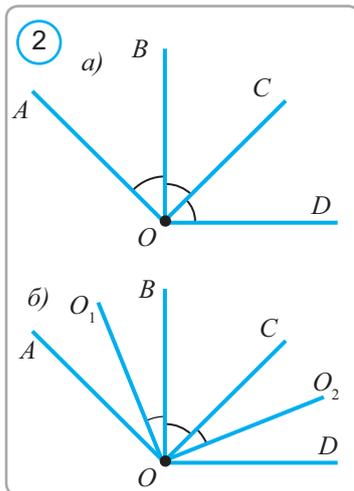
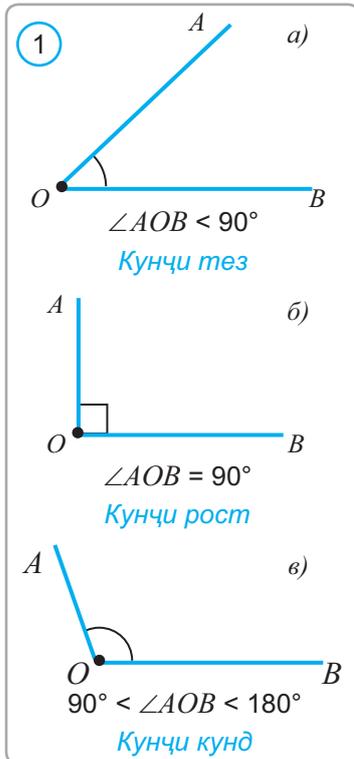
Кори назоратии намунавӣ аз ду қисм иборат аст:

I. Қисми назариявӣ. Шаклҳои геометрии то ин вақт омӯхтаатонро шуморед. Ба онҳо таъриф диҳед ва хосиятҳои онҳоро нависед.

II. Қисми амалӣ: Масъалаҳои зеринро ҳал кунед. (масъалаи 4 барои хонандаҳое, ки баҳои “аъло” гирифтаанд мехоҳанд пешниҳод шудааст):

1. Барои нуқтаҳои дар як хати рост хобидаи A , B ва C . $AB = 9$ см, $AC = 12$ см бошад, дарозии порчаи BC ба чӣ баробар аст?
2. $AB = 48$, $AC = 3BC$, $BC = ?$ (расми 1)
3. Агар дар расми 2 $\angle AOE = 140^\circ$ бошад, ченаки градусии кунҷи BOC -ро ёбед.
- 4*. Соат 5.00 шавад, кунҷи ақрабаҳои соат ва дақиқа ҳосилнамуда чанд градус мешавад?





Тавре, ки дар дарсҳои гузашта таъкид карда будем, ченаки градусии кунҷи кушод ба 180° баробар аст. Кӯтоҳақак: “Кунҷи кушод ба 180° баробар аст” ҳам мегӯем. Кунҷҳо ба бузургиашон нигоҳ карда, ба намудҳо ҷудо мешаванд: Агар ченаки градусии кунҷ аз 90° хурд бошад (расми 1.а), кунҷи тез, ба 90° баробар бошад (расми 1.б), кунҷи рост, дар байни 90° ва 180° бошад (расми 1.в), кунҷи кунд номида мешавад.

Дар нақша барои кунҷи рост будани кунҷро нишон додан ба монанди расми, 1 б алоҳида ишора мекунам.



Масъала. Агар $\angle AOD = 135^\circ$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$ бошад (расми 2.а),

а) дар нақша чанд кунҷи тез, кунд ва рост ҳаст?

б) кунҷи байни биссектрисаҳои кунҷҳои AOB ва COD -ро ёбед.

Роҳи ҳал: а) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \alpha$ бошад. Дар ин ҳолат, мувофиқи хосиятҳои асосии чен кардани кунҷҳо, $\angle AOD = \alpha + \alpha + \alpha = 135^\circ$ мебошад. Аз ин $\alpha = 45^\circ$ аст. Пас $\angle AOC = 2\alpha = 90^\circ$, $\angle BOD = 2\alpha = 90^\circ$ мешавад. Ҳамин тавр, дар нақша 3-то кунҷи тез, 2-то кунҷи рост ва 1-то кунҷи кунд мавҷуд аст.

б) OO_1 ва OO_2 — биссектрисаҳои мувофиқ бошанд (расми 2.б). Аз сабаби $\angle AOB = \angle COD = 45^\circ$ буданаш, назар ба таърифи биссектрисаи кунҷ,

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22,5^\circ \text{ аст.}$$

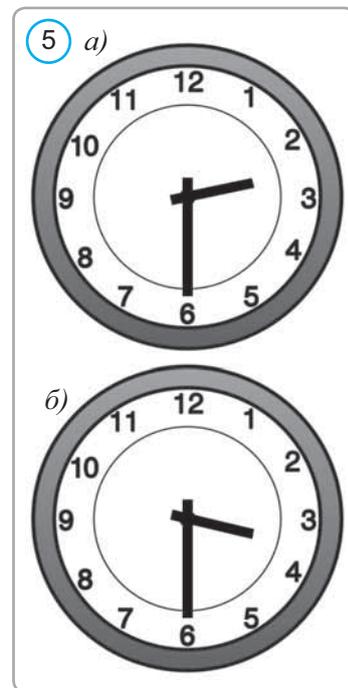
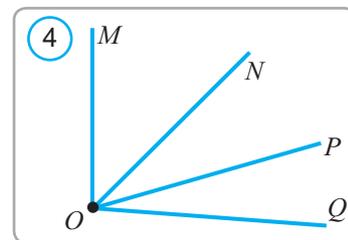
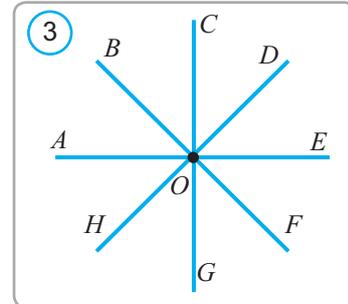
Кунҷи чустучӯ карда истодаамон бошад:

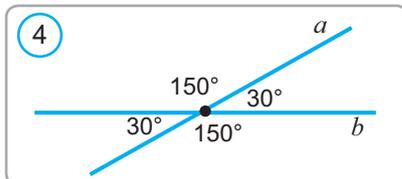
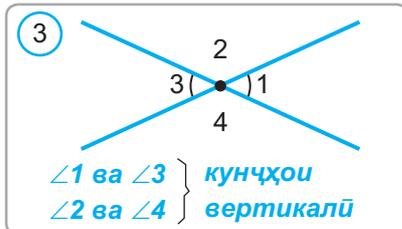
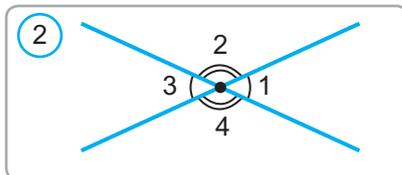
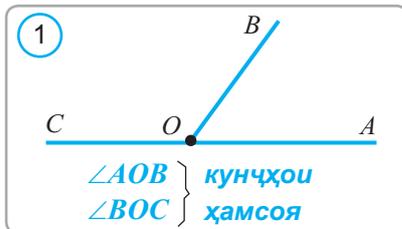
$$\begin{aligned} \angle O_1OO_2 &= \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 = \\ &= \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90^\circ, \end{aligned}$$

яъне O_1OO_2 — кунҷи рост аст.

? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Чӣ гуна кунҷро кунҷи рост меноманд? Аз гирду атрофатон оиди кунҷи рост мисолҳо биёред.
2. Кунҷҳои тез ва кунд аз якдигар чӣ хел фарқ мекунанд?
3. Сето кунҷ кашед. Онҳоро ба таври мувофиқ бо $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ ишора кунед. Онҳоро бо транспортир чен кунед ва намудҳояшонро муайян созед.
4. Нури OA кашед. Бо ёрии транспортир кунҷҳои AOB , AOC ва AOD -ро созед, ки ченакҳои градусиашон ба таври мувофиқ, 25° , 72° ва 146° бошанд.
5. Биссектрисаи кунҷи рост бо тарафҳои вай чӣ гуна кунҷ ҳосил мекунанд?
6. Дар расми 3 чандто: а) кунҷи тез; б) кунҷи кунд; в) кунҷи рост; г) кунҷи кушод мавҷуд аст?
7. Дар расми 4 чанд кунҷи тез ва чанд кунҷи кунд мавҷуд аст?
8. Варақро қат карда, магар кунҷи рост ҳосил карда метавонед?
9. Аз вақтҳои кунҷи рост ҳосилкунандаи ақрабаҳои дақиқа ва соатро ифодакунандаи соат якчандтоашро гӯед.
10. Ақрабаки соат: а) дар 1 соат; б) дар 6 соат; с) дар 2 дақиқа ба чанд градус тоб меҳӯрад?
11. Ақрабаки дақиқаро нишон медиҳади соат: а) дар 1 дақиқа; б) дар 5 дақиқа; в) дар 0,5 соат ба чанд градус тоб меҳӯрад?
- 12*. Агар соат: а) 14^{30} ; б) 15^{30} шавад, кунҷи ақрабаҳои соат ва дақиқа ҳосилкардари муайян созед (расми 5).
13. Кунҷи AOB ба воситаи нурҳои OC , OD ва OE ба чор кунҷи баробар тақсим гардидааст. Нурҳои мазкур биссектрисаи кадом кунҷҳо ба ҳисоб мераванд?





Кунҷҳои ҳамсоя гуфта, ҷуфти кунҷҳоеро меноманд, як тарафашон умумӣ буда, тарафҳои боқимондашон хати ростро ташкил медиҳанд.

Дар расми 1 кунҷҳои ҳамсояи AOB ва BOC тасвир шудаанд. Дар он нурҳои OC ва OA дар як хати рост меҳобад.



Машқи фаъолкунанда

- Кунҷи кушода шудани маҷмӯи кунҷҳои ҳамсояро нишон диҳед.
- Агар кунҷҳои ҳамсоя ба ҳам баробар бошанд, кунҷи рост шудани онҳоро нишон диҳед.
- Аз кунҷҳои $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ ва $\angle 4$, ки аз буриши хати рост пайдо шудаанд ва дар расми 2 тасвир гардидаанд, кадомашон ҷуфти кунҷҳои бо якдигар ҳамсояро ҳосил мекунанд?

Хосият. Суммаи кунҷҳои ҳамсоя ба 180° баробар аст.



Кунҷҳои вертикалӣ гуфта, ҷуфти кунҷҳоеро меноманд, ки аз буриши ду хати рост ҳосил шудаанд ва бо ҳамдигар ҳамсоя нестанд.

Дар расми 3 $\angle 1$ ва $\angle 3$ кунҷҳои вертикалӣ мебошанд. Инчунин, $\angle 2$ ва $\angle 4$ ҳам ҷуфти кунҷҳои вертикалиро ҳосил мекунанд.

Акнун хосиятҳои зерини кунҷҳои вертикалиро исбот менамоем.

Хосият. Кунҷҳои вертикалӣ ба ҳам баробаранд.

Фарз кардем, ки кунҷҳои вертикалии $\angle 1$ ва $\angle 3$ дода шудаанд (расми 3). $\angle 1 = \angle 3$ шуданашро исбот мекунем.

Исбот: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, чунки $\angle 1$ ва $\angle 2$ кунҷҳои ҳамсояанд.

$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, чунки $\angle 2$ ва $\angle 3$ ҳам кунҷҳои ҳамсояанд.

Аз ин ду баробарӣ $\angle 1 + \cancel{\angle 2} = \cancel{\angle 2} + \angle 3$, яъне $\angle 1 = \angle 3$ буданашро исбот мекунем.

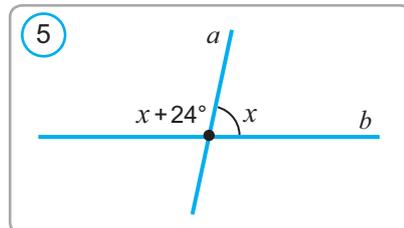
Хосият исбот карда шуд.

Ҳамин тавр, дар натиҷаи буриши ду хати рост кунҷҳои вертикалӣ ва ҳамсоя ҳосил мегарданд. Тавре ки маълум аст, ҷуфти кунҷҳои ҳамсоя байни худ кунҷҳои кушодро ташкил медиҳанд. Агар яке аз онҳо аз 90° калон бошад, дуюмаш аз 90° хурд мешавад. Ченаки градусии кунҷи хурди кунҷҳои ҳамсоя ҳамчун кунҷи мобайни хатҳои рост қабул карда шудааст. Кунҷи мобайни хатҳои рост, ки дар расми 4 тасвир шудааст, 30° -ро ташкил медиҳад. Ба ибораи дигар «хатҳои рост дар зер кунҷҳои 30° якдигарро мебуранд» низ мегӯем.



Масъала. Яке аз кунҷҳои дар натиҷаи буриши ду хати рост ҳосилшуда аз дигараш 24° калон бошад, кунҷоро ёбед.

Роҳи ҳал. Тавре ки маълум аст, кунҷҳои аз буриши ду хати рост ҳосилгардида кунҷҳои ҳамсоя ё ки вертикалӣ мешаванд. (расми 5) Кунҷҳои вертикалӣ ба ҳам баробар мешаванд.

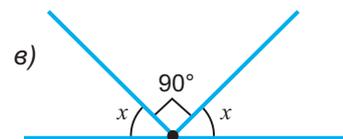
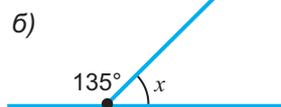
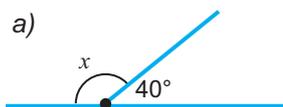


Пас, кунҷҳои дар шарти масъала додашуда кунҷҳои ҳамсоя будаанд. Агар яке аз онҳоро (хурдашро) бо x ишора кунем, дуюмаш ба $x + 24^\circ$ баробар мешавад. Аз рӯи хосияти кунҷҳои ҳамсоя, $x + x + 24^\circ = 180^\circ$ аст. Аз ин $x = 78^\circ$ ва $x + 24^\circ = 102^\circ$ буданашро аниқ месозем. Пас, ҳангоми буриши хатҳои рост, a ва b кунҷҳои 78° , 102° , 78° ва 102° ҳосил мегарданд. **Ҷавоб:** 78° , 102° , 78° ва 102° .

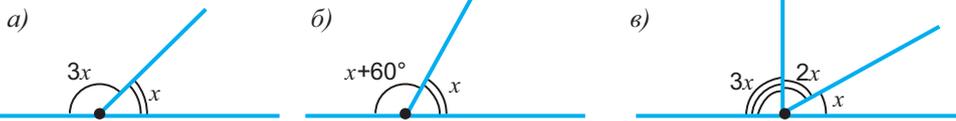


Савол ва масъалаҳо

1. Чӣ гуна кунҷоро, кунҷҳои ҳамсоя меноманд?
2. Суммаи кунҷҳои ҳамсоя ба чӣ баробаранд? Ҷавобҳоятонро шарҳ диҳед.
3. Оё кунҷҳои ҳамсоя ба ҳам баробар шуда метавонанд?
4. Чӣ гуна кунҷҳо, кунҷи вертикалӣ номида мешавад?
5. Хосиятҳои асосии кунҷҳои вертикалиро эзоҳ диҳед.
6. Ба кунҷҳои а) 20° ; в) 30° ; с) 45°) д) 90° – нок кунҷи ҳамсоя буда, чанд градуснок мешавад?
7. Агар як кунҷи ҳамсоя аз дигараш се маротиба калон бошад, онҳоро ёбед.
8. Ҳарду кунҷи ҳамсоя ҳам оё кунҷҳои: а) тез; б) рост; в) кунд шуда метавонанд?
9. Агар ду кунҷ баробар бошад, кунҷҳои ба онҳо ҳамсоя буда, ҳам баробар буда метавонанд?

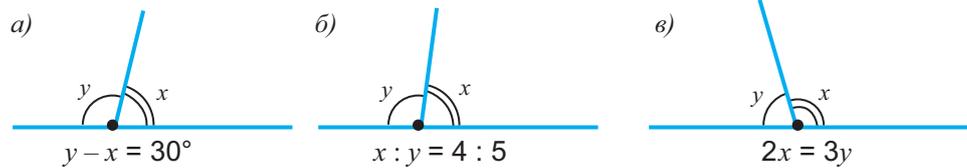


10. Кунчи номаълуми x -ро ёбед.



11. Кунчи номаълуми x -ро ёбед.

12. Агар нисбати ченаки градусии кунҷҳои ҳамсоя: а) 2:7; б) 11:25; в) 1:9 бошанд, онҳоро ёбед.

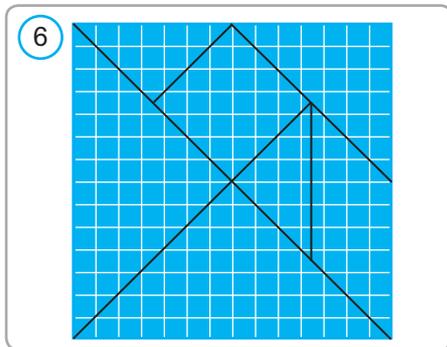


13. Аз рӯи шакл масъала тартиб диҳед ва онро ҳал кунед.

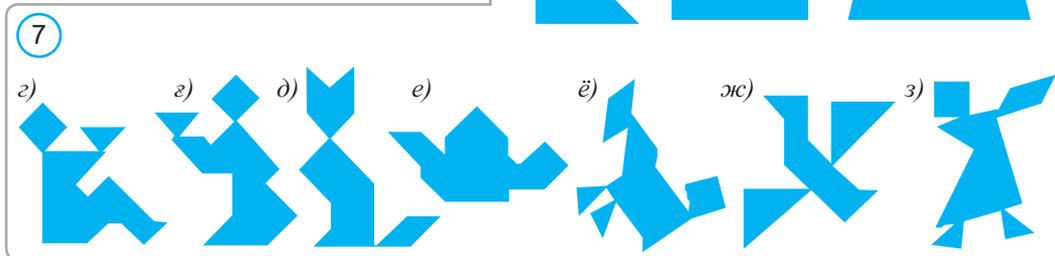
14. Агар яке аз кунҷҳои дар натиҷаи буриши ду хати рост ҳосилгардида 40° бошад, кунҷҳои боқимондари ёбед.

15. Тасдиқи "Агар кунҷҳо баробар бошанд, онҳо кунҷҳои вертикалӣ мешаванд", — оё ҳар доим дуруст буда метавонанд?

Муаммои геометрӣ



Танграм ном бозичаи хитойиро созад. Барои ин мисле, ки дар расми 6 тасвир гардидааст, дар коғази гафс квадратро кашед ва онро ба ҳафт ҳисса тақсим карда, бурида гиред. Сипас, аз ҳамаи қисмҳои танграм истифода бурда, шаклҳои дар расми 7 тасвир гардидаро ҳосил кунед.



То ба ин дам ба як қатор шаклҳои геометрӣ ва хосиятҳои онҳо шинос гардидем. Масалан, дар ҷараёни дарси гузашта бо кунҷҳои вертикалӣ шинос гардидем ва ба ҳам баробар будани онҳоро нишон додем. Дар ёд дошта бошед, бо хосият фақат шинос нагардида, онро исбот кардем: дурустии тасдиқи “Кунҷҳои вертикалӣ баробаранд”-ро дар натиҷаи мулоҳизаронӣ асоснок кардем. Ин, бо мафҳуми “исбот” бори аввал шинос гардидани мо ба ҳисоб мерафт.

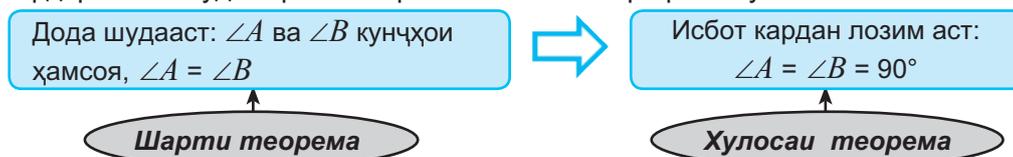
Дар геометрия шахси аввалин шуда мафҳуми “исбот”-ро дохилнамуда – олими математики юнонӣ – Фалеси Милетӣ ба ҳисоб меравад, ки ӯ дар солҳои 625-527 пеш аз эраи мо зиндагӣ кардааст.

Бо ёрии мулоҳизаҳои мантиқӣ ҳосил намудани дурустии ягон тасдиқ **исбот** номида мешавад. Тасдиқи дурустиаш бо роҳи исбот асоснок мегардида бошад, **теорема** номида мешавад. Теорема одатан аз қисмҳои шарт ва хулоса иборат мешавад. Дар қисми аввали теорема – шарт - чиҳо дода шудааст, баён мегардад. Дар қисми дуюм – хулоса бошад, чиро исбот намудан лозим, ифода карда мешавад. Масалан, теоремаи зеринро аз назар мегузаронем:

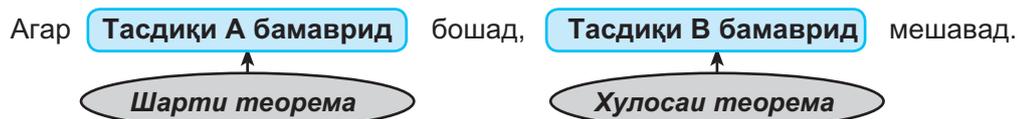


Теорема. Агар кунҷҳои ҳамсоя ба якдигар баробар бошанд, ҳардуи онҳо ҳам кунҷҳои рост мешаванд.

Қисми шarti теорема “ ба ҳам баробар будани кунҷҳо” бошад, қисми хулосааш аз “онҳо кунҷи рост мешаванд” иборат аст. Исбот кардани теорема – аз шarti он истифода бурда, ба маълумотҳои то ба ҳозир маълум буда таъя карда, мулоҳиза ронда, ҳосил намудани дурустии тасдиқи дар қисми хулоса ифодагардида мебошад. Аниқ карда гирифтани қисмҳои шарт ва хулосаи теорема ба он равшанӣ меандозад, ҷараёни фаҳмидану исбот сохтани теоремаро осон менамояд. Аз ҳамин сабаб, пеш аз исбот кардани теорема вайро ба қисмҳои шарт ва хулоса ҷудо намуда, аз сари нав навишта гирифтани он ба мақсад мувофиқ аст. Масалан, теоремаи дар боло овардаро ба намуди зерин аз сари нав навишта гирифтани мумкин аст:



Умуман теоремаро ба қисмҳои шарт ва хулоса ҷудо карда, дар намуди нақшаи зерин тасвир намудан мумкин аст:



Мафҳумҳои ибтидоӣ ва аксиомаҳо. Мафҳумҳои нуқта, хати рост ва ҳамворӣ мафҳумҳои ибтидоии геометрия ба ҳисоб мераванд. Ба онҳо таъриф надодем. *Мафҳумҳои ибтидоии геометрӣ* мафҳумҳои мебошанд, ки мустақиман қабул шудаанд. Геометрияро ҳамчун як бино тасаввур кунем, мафҳумҳои номбурда пойдевори он мебошанд. Дар асоси мафҳумҳои ибтидоӣ дар бораи шаклҳои нав ва мафҳумҳои дигар маълумот дода мешавад, яъне онҳо *таъриф дода мешаванд*. Дар китоби дарсӣ таърифҳо бо аломати  ба таври алоҳида ҷудо карда шудаанд, чунки онҳо барои омӯхтани геометрия мавқеи муҳимро ишғол менамоянд.

Инчунин, то ба ин лаҳза як қатор хосиятҳои худ ба худ аёни нуқта, хати рост ва ҳамвориро ҳам беисбот – мустақиман қабул кардем. Ин гуна хосиятҳоро **аксиомаҳо** меноманд. Агар эътибор дода бошад, дар китоби дарсӣ ҳамаи аксиомаҳоро аз матни асосӣ алоҳида ҷудо намуда, таҳти ишораи **A** пешбарӣ кардем. Ба аксиомаҳои, ки то ин вақт шинос шуда баромадем, мисолҳо меорем (аксиомаҳои боқимондари аз саҳифаҳои китоби дарсӣ дарёфта, навишта гиред):

1. *Хати рости дар ҳамворӣ буда ба кадом тарзе, ки гирифта шавад ҳам нуқтаҳои ба ин хати рост тааллуқдошта ва ҳам нуқтаҳои тааллуқ надошта вуҷуд доранд.*

2. *Аз ҳар гуна ду нуқта фақат якто хати рост гузаронидан мумкин аст.*

3. *Аз се нуқтаи дилхоҳи дар хати рост гирифташуда фақат яктояш дар мобайни ду нуқтаи боқимонда меҳобад.*

Дар геометрия мафҳумҳо ба як пайдарҳамии узви ва паёпайии мантиқӣ дохил карда мешаванд. Пештар аз ҳама пойдевори геометрия-мафҳумҳои ибтидоӣ бе таъриф ва аксиомаҳо бе исбот, мустақиман қабул карда мешаванд. Сипас, дар асоси пойдевор мафҳумҳои нав таъриф карда мешаванд ва хосиятҳои нави онҳо аниқ мегарданд. Чанде аз ин хосиятҳо бе исбот ба сифати аксиома қабул карда мешаванд. Хосиятҳои боқимонда бошад дар шакли теоремаҳо ифода карда мешавад ва ба аксиомаҳо инчунин ба хосиятҳои то ин муддат дурустиаш исбот карда шуда асос карда шуда, ба воситаҳои мулоҳизаҳои мантиқӣ исбот карда мешавад. Дар ҷараёни мулоҳизаронӣ аз хосиятҳои исбот карда нашуда, агарчи дурустии онҳо кушоду равшан ба назар расанд ҳам, истифода бурдан мумкин нест ин ба сохти мантиқии геометрия муқобил мебошад.

Савол, масъала ва супоришҳо

1. Таъриф чист? Кадом мафҳумҳо бе таъриф қабул карда мешаванд?
2. Теорема чист? Вай аз кадом қисмҳо иборат аст?
3. Теорема чӣ тавр исбот карда мешавад? Исбот гуфта чиро мефаҳмед?
4. Аксиома чист?
5. Агар хосияти шакл дар нақша кушоду равшан ба назар намоён бошад, хосиятро оё бе исбот қабул кардан мумкин аст?
6. Кадоме аз тасдиқҳои дар поён овардашуда бе исбот қабул гардидаанд:
 - 1) ба воситаи ҳар гуна ду нуқта фақат як хати рост гузаронидан мумкин аст;

- 2) кунчи кушод аз кунчи рост ду маротиба калон аст;
 - 3) суммаи кунҷҳои ҳамсоя ба 180° баробар аст;
 - 4) ҳар як кунҷ ба биссектриса соҳиб аст;
 - 5) ҳар як порча фақат якто байн дорад;
 - 6) барои ҳар як шумораи мусбат порчаи дарозиаш ба ҳамин шумора баробар вуҷуд дорад?
7. Тасдиқи зеринро магар бе исбот қабул кардан мумкин аст? «Барои нуқтаҳои дар хати рост хобидаи A, B, C, D $AB = CD$ бошад, миёнаҳои порчаҳои AD ва BC болои ҳам меафтанд».
 8. Аз китоби дарсӣ хосиятҳоеро ёбед, ки дар дарсҳои пешина доир ба мавзӯи гузашта исбот шуда буданд.

14 Хатҳои рости перпендикуляр

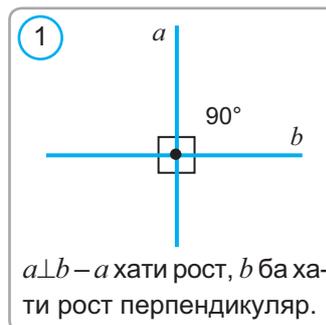


Машқи фаъолкунанда

Яке аз кунҷҳои дар натиҷаи буриши ду хати рост ҳосилшуда кунҷи рост бошад (расми 1), дар бораи кунҷҳои боқимонда чӣ гуфтан мумкин аст?



Хатҳои ростеро, ки таҳти кунҷи рост (90°) якдигарро мебуранд, **хатҳои рости перпендикуляр** меноманд.



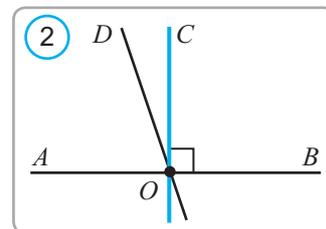
Дар расми 1 хатҳои рости a ва b тасвир шудаанд, ки ба якдигар перпендикуляр мебошанд. Перпендикуляр будани ин хатҳои рост бо ёрии ишораи махсус ба таври $a \perp b$ навишта ва “хати рости a ба хати рости b перпендикуляр аст” гуфта, хонда мешавад. Аз буриши хатҳои рости перпендикуляр чорто кунҷи рост ҳосил мегардад.

Порчаҳои (нурҳои) дар хатҳои рости перпендикуляр хобида ҳам перпендикуляр номида мешаванд.



Теорема. Аз нуқтаи дилхоҳи хати рост хати рости ягонаи ба он перпендикуляр гузаронидан мумкин аст.

Исбот. Фарз кардем, ки хати рости AB ва дар он нуқтаи O дода шудааст (расми 2). Маълум аст, ки дар нури OB кунҷи нӯгаш дар нуқтаи O будаи COB -ро, ки 90° -ро ташкил медиҳад, гузоштан мумкин аст. Дар он хати рости CO хати рости ба хати рости AB перпендикуляр мешавад.

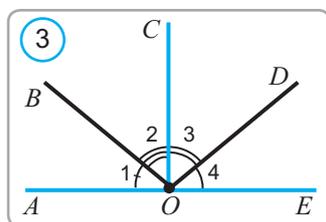


Акнун ягона будани ин хати ростро исбот мекунем. Акси онро фарз мекунем, яъне боз як хати рости DO вучуд дошта, вай аз нуқтаи O гузашта, ба хати рости AB перпендикуляр бошад. Дар он ҳолат, ҳар як кунҷи, DOB ва COB 90° шуда, ба кунҷҳои ба нури OB гузошта табдил меёбанд. Лекин, мувофиқи аксиома дар бораи мумкин будани дар нури O гузоштани кунҷи ягонаи соҳиби ченаки градусии муайян, набояд ин хел шавад.

Пас, ба нуқтаи AB аз нуқтаи O фақат якто хати рости перпендикуляр гузаронидан мумкин будааст. **Теорема исбот карда шуд.**

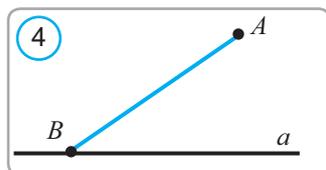


Масъала. Агар $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$ бошад, $CO \perp AE$ шуданашро нишон диҳед (расми 3).

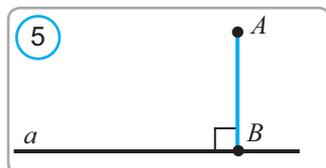


Роҳи ҳал: Фарз кардем, ки $\angle 1 = \angle 4 = \alpha$, $\angle 2 = \angle 3 = \beta$ бошад. Мувофиқи чен кардани ҳосиятҳои кунҷҳо $\angle AOE = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \alpha + \beta + \alpha + \beta = 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, $2(\alpha + \beta) = 180^\circ$, яъне $\alpha + \beta = 90^\circ$ мешавад. Он гоҳ, аз сабаби $\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = \alpha + \beta = 90^\circ$ будан, $CO \perp AE$ мешавад.

Хати рости a ва хати рости ба он нахобидаи A дода шудааст. Нуқтаи A -ро бо ягон нуқтаи B -и хати рост пайваст месозем (расми 4). Порчаи ҳосилшудаи AB **мойил** номида мешавад. Нуқтаи B **асоси** мойил ном дорад.



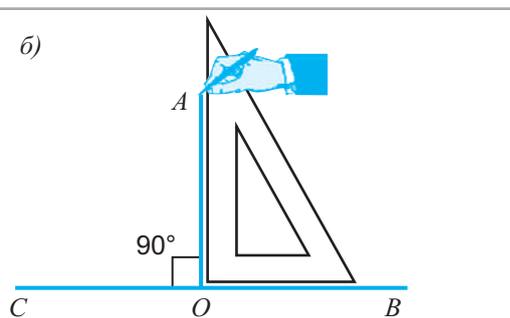
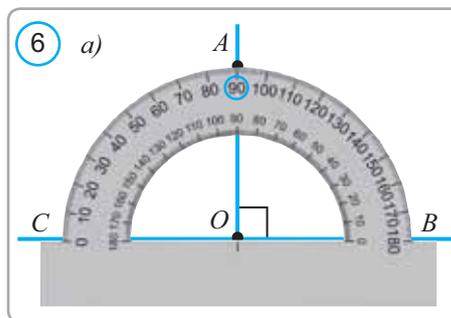
Агар хати рости дар он порчаи AB хобида ба хати рости a перпендикуляр бошад, он гоҳ порчаи AB ба хати рости a **перпендикуляри фаровардашуда** номида мешавад. Дар расми 5 перпендикуляри аз нуқтаи A ба хати рости a фаровардашуда тасвир гардидааст.



Роҳҳои амалии ба хати рост гузаронидани перпендикуляр:

Усули 1. Бо ёрии транспортири (расми 6.а).

Усули 2. Бо ёрии хаткашаки росткунҷа (гунё) (расми 6.б).





Тадқиқоти геометрӣ

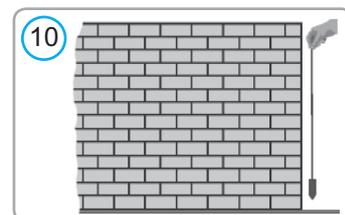
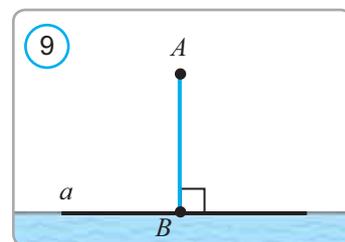
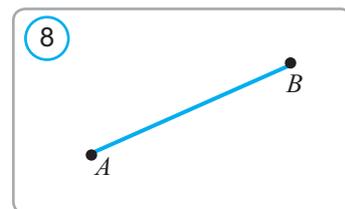
Хати рост кашед. Аз ягон нуқтаи ба он намехобида ба хати рост перпендикуляр ва якчанд мойилҳо гузаронед. Дарозии перпендикуляр ва мойилҳоро чен кунед ва бо якдигар муқоиса намоед. Дарозии кадоме аз порчаҳо аз ҳама хурд мешавад? Ҷавобатонро дар намуди фарзия (гипотеза) ифода созед. Ин фарзияро оё бе исбот қабул кардан мумкин аст ё ин ки исбот кардани он албатта шарт аст?

Машқ. Дар расми 7 харитаи хоҷагии фермерии деҳқонӣ тасвир гардидааст.

1. Фермер ният дорад, ки роҳи аз хона то ферма мебурдари созед. Ба \bar{y} аз r -и кадом хат сохтани роҳро маслиҳат медиҳед? Барои чӣ? Ин роҳро дар нақша кашед, нишон диҳед.
2. Фермер мехоҳад, ки роҳи аз фермааш то канал мебурдари созад. Ба \bar{y} аз r -и кадом хат сохтани роҳро маслиҳат медиҳед? Барои чӣ? Дар нақша ин роҳро кашед, нишон диҳед.

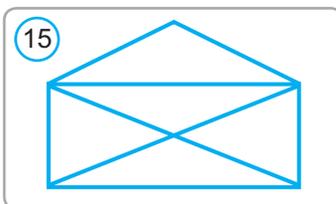
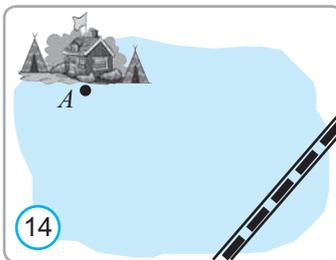
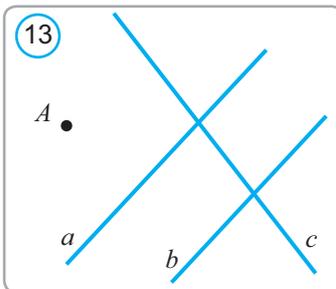
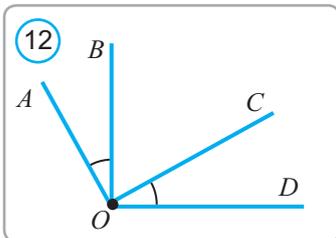
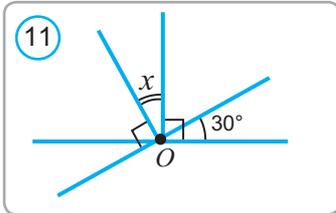
Тавре ки маълум аст, дар расми 8 роҳи аз ҳама “кӯтоҳ”-и нуқтаҳои A ва B -ро мепайваста ин порчаи AB мебошад. Аз ҳамин сабаб дар синфҳои поён дарозии порчаи AB -ро масофаи байни нуқтаҳои A ва B гуфта қабул карда будем. Ба ҳамин монанд, масофаи байни нуқтаҳои A ва хати рости a гуфта, дарозии перпендикуляри AB -ро қабул мекунем, ки аз нуқтаи A ба хати рости a фароварда шудааст. Равшан аст, ки ин масофа аз дарозии ҳама мойилҳои аз нуқтаи A ба хати рости a фаровардашуда кӯтоҳ мешавад (расми 9). Ба исботи ин тасдиқ баъдтар бармегардем.

Дар сохтмон рост будани деворҳо ва сутунҳоро (нисбат ба фарш перпендикуляр буданашонро) бо ёрии шоқул ном асбоб месанҷанд (расми 10).



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Хатҳои рост дар кадом ҳолат перпендикуляр мешаванд? Ҷавобҳоятонро дар нақша шарҳ диҳед.
2. Аз нуқтаи дар хати рости додашуда хобида чандто хати рости перпендикуляр гузаронидан мумкин аст? Ҷавобҳоятонро шарҳ диҳед.

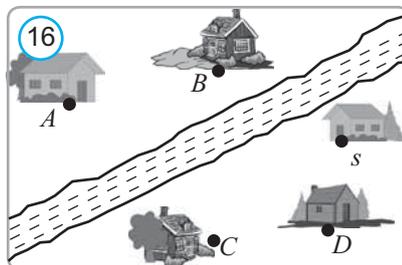


3. Чиро перпендикуляр ба хати рост фаровардашуда меноманд?
4. Мойили аз нуқтаи додашуда ба хати рост фаровардашуда чист?
5. Аз нуқтаи додашудаи A ба хати рост чандто мойил фаровардан мумкин аст?
6. Бо ёрии хаткашак ва гунё ба хати рости додашуда аз нуқтаи дар он хобида перпендикуляр фароред.
7. Дар хати рости a нуқтаҳои A, B, C -ро аниқ кунед ва бо ёрии транспортир ба воситаи ҳар яки ин нуқтаҳо хатҳои рости ба хати рости a перпендикуляр гузаронед.
8. Кунҷе, ки ба кунҷи рост вертикал аст, чанд градус мебошад?
9. Хати рости a тарафҳои кунҷи A -ро дар нуқтаҳои B ва C бурида мегузарад. Оё хатҳои рости AB ва AC ба хати рости a перпендикуляр шуда метавонанд?
10. Дар натиҷаи буриши ду хати рост 4-то кунҷи баробар ҳосил гардид. Оё хатҳои рост перпендикуляр шуда метавонанд?
11. Кунҷи номаълуми дар расми 11 тасвиршудаи x -ро ёбед.
12. Агар $OB \perp OD$ ва $OA \perp OC$ бошад, $\angle AOB = \angle COD$ шуданаширо нишон диҳед (расми 12).
13. Масофаи байни нуқта ва хати рост чӣ ном дорад?
14. Бо ёрии гунё масофаи байни нуқтаи A ва хатҳои рости a, b ва c -ро ёбед (расми 13).
15. Бо ёрии транспортир ва хаткашаки оддӣ масофаи аз осоишгоҳ то роҳи оҳан дар расми 14 тасвиргардидаро аниқ кунед. Масштаб (миқёс) 1:10 000.

Муаммои геометрӣ

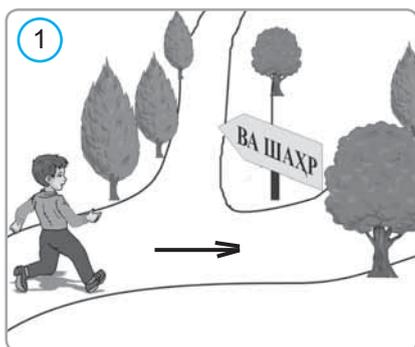
1. а) аз 10-то; б) аз 11-то чӯби якхела 3-то квадрати баробар тартиб диҳед.
2. Оё аз 12-то чӯби якхела, онҳоро нашикаста, а) 4-то; б) 6-то квадрати баробар сохта метавонед?

3. Қаламро аз рӯи қоғаз набардошта ва аз болои як порча ду маротиба онро надавонида, ба кашидани шакли дар расми 15 тасвиршуда кӯшиш намоед.
4. Дар соҳили дарё панҷ деҳа мавҷуд буда, сетои он дар як тараф, дутои боқимондааш дар тарафи дигари дарё ҷойгир шудааст (расми 16). Агар ҳар як деҳа бо деҳаҳои боқимонда бевосита бо роҳҳо пайваस्त шуда бошанд, чандтои ин роҳ дарёро бурида мегузарад?



15

Усули баръаксашро фараз намуда, исбот кардан



Усули ҳангоми исбот кардани ягонагии хати рости дар теоремаи дарси 13 овардашуда «Усули баръаксашро фараз намуда, исбот кардан» ном гирифтааст. Ин усул дар масъалаи соддаи мантиқии зерин асоснок карда шудааст. Фараз кардем, роҳ рафта истода, дар қисми ба ду тараф ҷудо гардидаи он дучор омадед (расми 1).

Фақат яке аз роҳҳо ба манзилатон, ба шаҳр бурда расониданашро медонед. Дар тахтача роҳи яқум, яъне роҳи шуморо ба манзилатон мерасонида нишон дода шудааст. Шумо ба навишта бовар накардед ва бо роҳи дуюм сӯи манзил ҳаракат намудед. Роҳ рафта-роҳ рафта ба ҷои дигар, ба деҳаи бегона расидед. Дар ин ҳолат аз ҳаёлатон аввалин шуда, чӣ гуна фикр мегузарад? Албатта, фикри «Навиштаҳои тахтача дуруст будаанд!» аз ҳаёлатон мегузарад (расми 2).

Дар усули баръаксашро фараз намуда, исбот кардан низ ҳамин гуна роҳ пеш гирифта мешавад.

Тасдиқе, ки шартҳои теоремаро ташкил медиҳад, бамаврид ҳисобида мешавад. Дар акси ҳол, аз ду хел тасдиқи «роҳи» якдигарро инкор мекарда метавонад фақат яктояш дуруст бошад:

Ҳолати 1. Дар хулосаи теорема тасдиқи овардашуда дуруст аст.

Ҳолати 2. Дар хулосаи теорема тасдиқи овардашуда нодуруст аст.

Дар хулосаи теорема тасдиқ баръакс буда-«роҳ»-и дуҷум интиҳоб карда мешавад. Агар дурустии мулоҳизаҳои мантиқии «роҳ» нисбати ягон хосияти пештар аниқгардида (ё ки қабулгардида) ба хулосаи муқобил оварда расонад, нодурустии «роҳ»-и интиҳобшударо мефаҳмонад. Дар навбати худ, дуруст будани «роҳ»-и яқум, яъне ҳангоми бамаврид будани тасдиқи шартӣ дар теорема овардашуда бамаврид будани тасдиқи дар хулосаи он овардашударо ҳам нишон медиҳад. Ҳамин тавр, теорема исботшуда ба ҳисоб меравад.

Ҳангоми исботи теорема бо усули баръаксашро фараз намуда, исбот кардан ба қоидаҳои зерин эътибор додан лозим аст: а) дуруст тартиб додани ҷумлаи ба тасдиқи исботаш талаб карда шуда муқобил; б) дар асоси тасдиқи фараз кардашуда ва дигар хосиятҳои маълум хулосаҳои дуруст баровардан; в) дар вақти мулоҳизаронӣ натиҷаи ба хосиятҳои пештар маълум буда зидро аниқ намудан.



Машқи фаъолкунанда

Тасдиқеро тартиб диҳед, ки баръакси тасдиқи зерин бошад:

- а) порчаи CD хати ростии a -ро бурида мегузарад;
- б) нуқтаҳои A ва B дар як тарафи хати ростии a меҳобанд;
- в) дарозии порчаи CD ба 15 баробар аст;
- г) кунҷи AOB кунҷи рост нест;
- ғ) $\angle ABC > \angle MNL$;
- д) мойили AB аз перпендикуляри AC дароз аст.



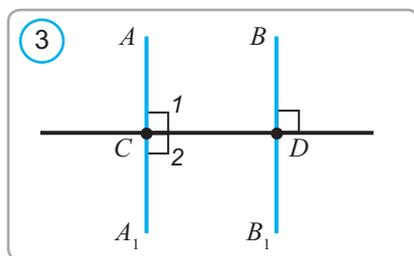
Теорема. Ду хати ростии ба як хати рост перпендикуляр якдигарро намебуранд.



AA_1, BB_1 ва CD хатҳои рост,
 $AA_1 \perp CD$ ва $BB_1 \perp CD$ (расми 3)

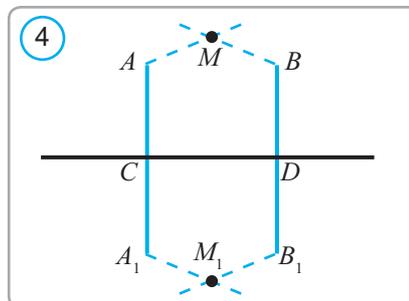


Хатҳои ростии AA_1 ва BB_1
якдигарро намебуранд



Исбот. Хаёлан расми 3-ро сӯи хати ростии CD қат карда, нимҳамвории болоиро бо нимҳамвории поён болои ҳам мегузорем. Барои баробар шудани кунҷҳои 1 ва 2 нури CA бо нури CA_1 болои ҳам меафтад. Ба ҳамин монанд нури DB бо нури DB_1 болои ҳам меафтад.

Барои исбот кардани теоремаи додашуда усули “баръаксашро фараз намуда, исбот кардан”-ро татбиқ мекунем. Фараз мекунем: шarti теорема иҷро шуда бошад ҳам, хулосаи вай бамаврид нашавад, яъне хатҳои рости AA_1 ва BB_1 дар кадом як нуқтаи M якдигарро бурида гузаранд (расми 4). Дар он ҳолат, ҳангоми дар пушти нимҳамвории болоӣ нуқтаи M бо нуқтаи дар нимҳамвории поёни будаи M_1 ки дар хатҳои рости AA_1 ва BB_1 хобидааст, болои ҳам меафтад. Дар натиҷа, аз нуқтаҳои, M ва M_1 ду хати рости AA_1 ва BB_1 гузашта мемонад. Аммо ин ба аксиома зид аст. Пас, фарази мо нодуруст аст: якдигарро буридани хатҳои рости AA_1 ва BB_1 мумкин нест.



Теорема исбот карда шуд.

Натиҷа. Аз нуқтаи аз хати рост берун зиёда аз як хати рости ба ҳамин хати рост перпендикуляр гузаронидан мумкин нест.

Барои ба таври мустақил исбот кардани хосият кӯшиш намоед.



Савол, масъала ва супоришҳо

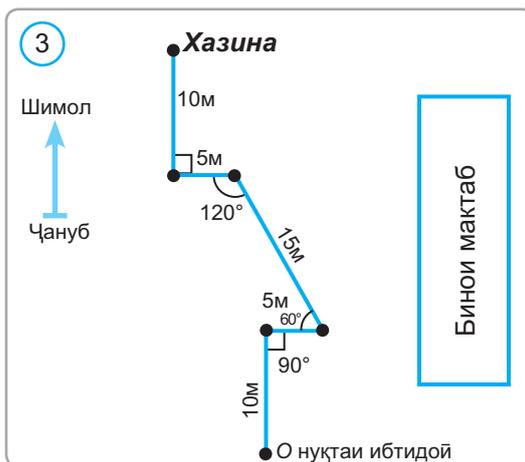
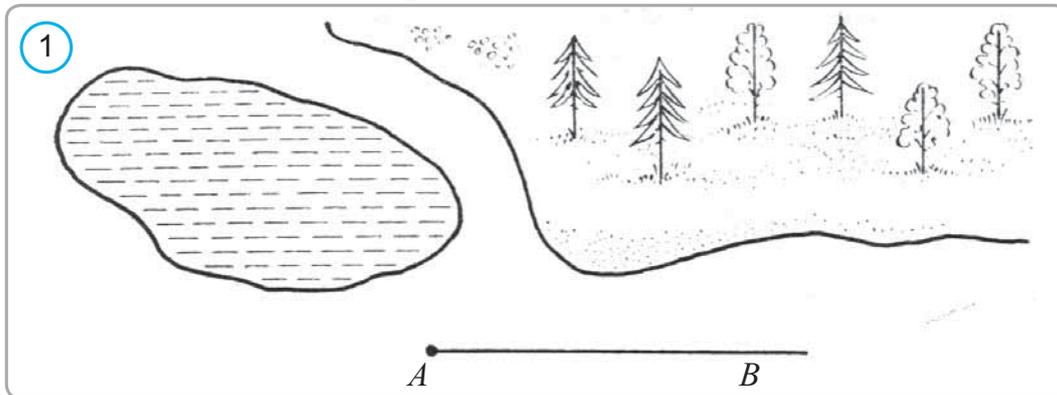
- Усули баръаксашро фараз намуда, исбот кардан бо кадом қоида асоснок шудааст?
- Нуқтаҳои A , B , C дар як хати рост хобанд ва: а) $AB = 3,6$; $BC = 5,4$; $AC = 9$; б) $AB = 2,4$; $BC = 4,2$; $AC = 1,8$ бошад, дар мобайни нуқтаҳои A ва B нахобидани нуқтаи C -ро исбот кунед. Кадоме аз нуқтаҳо дар мобайни ду нуқтаи боқимонда меҳобад?
- Дар ҳамворӣ се нуқтаи A , B , C дода шудааст: $AB = 2,6$, $AC = 8,3$, $BC = 6,7$. Дар як хати рост хоб нарафтани ин нуқтаҳоро исбот намоед.
- Кунҷи мобайни биссектрисаҳои кунҷҳои ҳамсоҷро ёбед.
- Баробар будани кунҷҳои вертикалиро бо усули баръакс фараз кардан исбот кунед.
- Дар як хати рост хобидани биссектрисаҳои кунҷҳои вертикалиро исбот кунед.
- Агар $\angle AOB = 58^\circ$, $\angle BOC = 17^\circ$ ва $\angle AOC = 41^\circ$ бошад, кадоме аз нурҳои OA , OB ва OC аз мобайни ду нури боқимонда мегузарад.
- Суммаи ду кунҷи аз буриши ду хати рост ҳосилшуда ба 120° баробар аст. Кунҷҳоро ёбед.
- Тарҳи ду кунҷи аз буриши ду хати рост ҳосилгардида, ба 20° баробар аст. Ин кунҷҳоро ёбед.
- Суммаи ду кунҷи дар натиҷаи буриши ду хати рост пайдошуда, ба 180° баробар нест. Кунҷҳои вертикалӣ будани кунҷҳоро исбот кунед.



1. Хазинаро ёбед.

Дар расми 1 харита ва нури AB тасвир гардидааст. Дар ин нур кунҷи 60° -и дар нимҳамвориҳои кӯл меҳобидаро монед. Ба тарафи аз AB фарқдоштаи кунҷи сохташуда нигоҳ карда 60 м роҳ гардед. Ба нуқтаи C меоед. Ба нури CA кунҷи 120° -и боз дар нимҳамвориҳои ҳамон кӯл ҷойгиршуда меҳобидаро гузored. Ба тарафи аз нури CA фарқдоштаи ин кунҷ нигоҳ карда, 120 м роҳ гардед. Дар ҳамин ҷо дар зери бурси баланд хазина гӯр карда шудааст.

Масштаби (миқёси) харита: $1:2000$. Харитаро ба дафтратон кашед. Нуқтаи хазина пинҳон гардидааро ёбед.



2. Мусобиқаи геометрӣ дар ҳавои кушод.

Дар мусобиқа ду ва ё аз он зиёд гурӯҳ иштирок карда метавонад. Барои ҳар як гурӯҳ иҷозат дода мешавад, ки аз рулетка (чентаноб) ё ки транспортири калон истифода барад.

Синф ба гурӯҳҳо ҷудо шуда, дар гӯшаҳои гуногуни мактаб ба кор шурӯъ мекунанд. “Хазина” (масалан, пуфакча нома дар лифофа...) пешаки дар ягон ҷои майдон гӯр карда мешавад.

Харитаҳои сӯи хазина мебурда ҳам аз тарафи муаллим пешакӣ тартиб дода ба гурӯҳҳо тақсим карда мешавад. (Намунаи харита дар расми 2 нишон дода шудааст).

Гурӯҳҳо дар асоси харитаҳояшон аз паи чустуҷӯи хазина мешаванд. Кадам гурӯҳ аввалин шуда, ба воситаи хати шикастаи дар харита нишондода ҳамаи нуқтаҳоро аниқ намуда, хазинаро ёбад, ҳамон гурӯҳ ғолиб мегардад.



Супориш. Харитаи роҳи аз хонаатон ба сӯи мактаб меомадаро мисле, ки дар расми 3 тасвир гардидааст, тартиб диҳед.

17

Донишатонро санҷед

1. Ҷумлаҳои аз рӯи моҳияташон пурра созед:

1. Нуқта ва шакли аз нӯғҳояш дар ҳамин нуқта иборат бударо кунҷ меноманд.
2. Дар ҳамворӣ ба воситаи ду нуқта хати рост гузаронидан мумкин аст.
3. Ченаки градусии кунҷи кушода ба баробар аст.
4. Ду хати рост фақат ҳамдигарро мебурад.
5. Биссектрисаи кунҷ гуфта меноманд, ки аз нӯғи кунҷ баромада вайро
6. Қисми иборат аз нуқтаҳои ягон нуқтаи хати рост ба як тараф хобида номида мешавад.
7. Кунҷҳое, ки ба тарафи умумӣ соҳиб буда, ду тарафи боқимондашон хати рост ҳосил мекунанд номида мешаванд.
8. Хати рост ҳамвориро ҷудо мекунад.
9. Биссектрисаи кунҷи вертикалӣ ҳосил мекунад.
10. , ки порчаро, мобайни ҳамин порча ном дорад.
11. Агар кунҷҳои ҳамсоя онҳо кунҷҳои рост мешаванд.
12. порчаҳои баробар ҳам баробар мешаванд.

2. Агар дар ҷумлаҳои дар поён овардашуда, хатоҳо бошанд, онҳоро ёбед ва ислоҳ кунед:

1. Кунҷҳои ҷамъашон ба 180° баробар кунҷҳои ҳамсоя мешаванд.
2. Ду хати ростии ихтиёрии ҳамворӣ фақат ба як нуқтаи умумӣ соҳиб мешаванд.
3. Хати росте, ки аз нӯғи кунҷ гузашта, онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад, биссектрисаи кунҷ номида мешавад.
4. Ба воситаи нуқтаи ихтиёрӣ фақат дуто хати рост гузаронидан мумкин аст.
5. Кунҷе, ки ҳар ду тарафаш ҳам ба нурҳо мехобад, кунҷи кушод номида мешавад.
6. Ду хати ростии ҳамворӣ онро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунад.
7. Кунҷҳоро, ки аз буриши ду хати рост ҳосил гардидаанд, кунҷҳои вертикалӣ меноманд.
8. Нуқтае, ки порчаро ба ду тақсим мекунад, мобайни порча номида мешавад.

9. Дар болои нури додашуда фақат якто хати рост гузоштан мумкин аст.
10. Барои нуқтаҳои ихтиёрии A, B, C -и ҳамворӣ баробарии $AB + BC = AC$ ҷой дорад.
11. Суммаи кунҷҳои вертикалӣ ба 180° баробар аст.

3. Шакли геометрии ба хосиятҳои додашуда соҳиб бударо ба қатори мувофиқи сутуни рост нависед:

1.	Суммааш ба 180° баробар	
2.	Тарафҳояш аз нурҳо иборатанд	
3.	Бузургиаш ба 180° баробар	
4.	Ба дарозии аниқ соҳиб аст	
5.	Порчаро ба ду ҳиссаи баробар тақсим мекунад	
6.	Ҷумлаи беисбот қабулгардида	
7.	Кунҷро ба ду ҳиссаи баробар тақсим мекунад	
8.	Дар натиҷаи буриш хатҳои рост ҳосил мешавад	
9.	Дурустиашро исбот кардан зарур аст	
10.	Ба ченак соҳиб нест	

4. Ба мафҳумҳои геометрии дар сутуни якум додашуда аз сутуни дуюм хосият ё талқини ба он тааллуқ дошташро ёфта, ба таври мувофиқ нависед.

<i>Мафҳуми геометрӣ</i>	<i>Талқин, хосият</i>
1. Нуқта	А. Маънои калимаи “Геометрия”
2. Хати рост	Б. Суммааш ба 180° баробар
3. Замиро чен кардан	В. Кунҷҳои баҳам баробар
4. Порча	Г. Нуқтаи хати рост ва нуқтаҳои ба тарафи вай хобанда
5. Нур	Ғ. 180°
6. Дарозии порча	Д. Ду нури ба нӯги умумӣ соҳиббуда
7. Шаклҳои баробар	Е. Дарозиаширо чен карда намешавад
8. Нимҳамворӣ	Ё. $1/90$ қисми кунҷи рост
9. Планиметрия	Ж. Тасдиқи бе исбот қабулгардида
10. Кунҷ	З. Тасдиқи исботаш лозим буда
11. 1 градус	И. Ду нуқтаи хати рост ва нуқтаҳои байни онҳо
12. Ченаки градиуси кунҷи кушод	Й. Хосиятҳои шаклҳои геометриво дар ҳамворӣ меомӯзад
13. Кунҷҳои вертикалӣ	Й. Кунҷро ба ду ҳиссаи баробар тақсим мекунад
14. Кунҷҳои ҳамсоя	К. Яке аз қисмҳои ҳамворӣ, ки хати рост ҷудо кардааст
15. Теорема	Қ. Ба қисмҳо соҳиб нест
16. Аксиома	Л. Адади мусбат
17. Биссектриса	М. Айнан болои ҳам хобанда карда мондан мумкин аст

5. Тестҳо (аз байни ҷавобҳои додашуда яқтои аз ҳама дурусташро муайян кунед):

- Мафҳумҳои асосии геометрии бе таъриф қабулшударо нишон диҳед: а) ҳамворӣ; б) нуқта; в) порча; г) нур; ғ) хати рост; д) нимҳамворӣ.
А) а; б; в Б) б; в; ғ В) а; б; в; ғ Г) а; б; ғ.
- Агар фарқи ду кунҷи ҳамсоя ба 24° баробар бошад, аз онҳо хурдашро ёбед:
А) 72° ; Б) 76° ; В) 78° ; Г) 82° .
- Геометрия ба сифати илм дар кадом мамлакат ташаккул ёфтааст?
А) Мисри Қадим; Б) Бобул; В) Юнон; Г) Хитой.
- Суммаи се кунҷи аз буриши ду хати рост ҳосилгардида ба 200° баробар аст. Кунҷи хурдро ёбед:
А) 20° ; Б) 40° ; В) 60° ; Г) 80° .
- 4 нуқта дода шудааст, ки аз 3 нуқта яқтояш ҳам ба як хати рост намеҳобад. Ба воситаи ҳар як ҷуфти ин нуқтаҳо хатҳои рост гузаронида шуд. Шумораи онҳоро ёбед.
А) 1; Б) 4; В) 5; Г) 6.
- Биссектрисаи кунҷ бо тарафи он кунҷи 60° ҳосил мекунад. Кунҷҳои ба кунҷи додашуда ҳамсояро ёбед:
А) 30° ; Б) 60° ; В) 90° ; Г) 120° .
- Агар порчаи AB -ро 2- хати рост бурида гузарад, ҳамагӣ чанд порча ҳосил мешавад?
А) 3; Б) 4; В) 5; Г) 6.
- Агар соат 4 бошад, кунҷи байни ақрабаки соат ва дақиқа чанд градус мешавад?
А) 60° ; Б) 75° ; В) 105° ; Г) 120° .
- $AB = 6$, $C \in AB$, $AC = 3BC$, $BC = ?$

А) 1; Б) 1,5; В) 2; Г) 3.

- Ақрабаки соат дар 30 дақиқа ба чанд градус тоб меҳӯрад?

А) 180° ; Б) 15° ; В) 60° ; Г) 30° .

- $AB = 18$, $C \in AB$, $AC - BC = 4$, $BC = ?$

А) 7; Б) 8; В) 10; Г) 11.

- Суммаи кунҷҳои вертикалӣ ба 180° баробар аст. Ин кунҷҳоро ёбед:

А) 60° ва 120° ; Б) 45° ва 135° ;
В) 90° ва 90° ; Г) 45° ва 45° .

- Се хати рост ҳамвориро ҳамагӣ ба чанд қисм ҷудо карда метавонад?

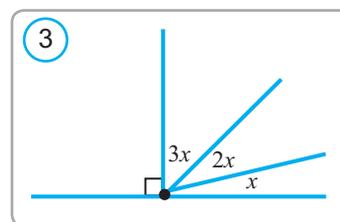
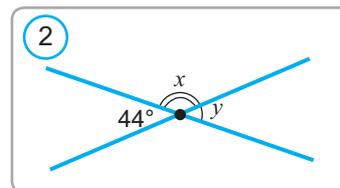
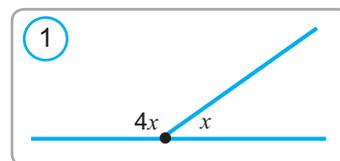
А) 4; Б) 5; В) 6; Г) 7.

- Дар расми 1 $x = ?$

А) 30° ; Б) 36° ; В) 45° ; Г) 60° .

- Дар расми 2 $x = ?$

А) 136° ; Б) 72° ; В) 56° ; Г) 96° .

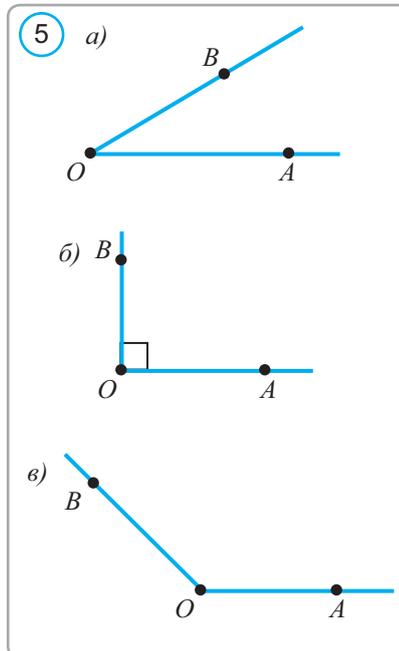
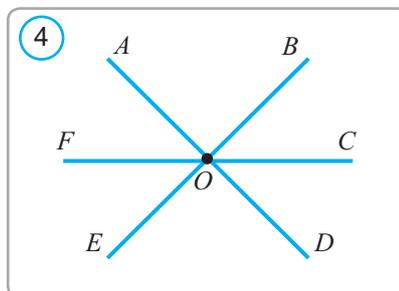


16. Дар расми $3x = ?$
 А) 15° ; Б) 30° ; В) 45° ; Г) 60° .
17. Аз мулоҳизаҳои зерин дурусташро ёбед:
 А) Аз нуқтаи дар ҳамворӣ додашуда фақат якто хати рост гузаронидан мумкин аст.
 Б) Қисми иборат аз нуқтаҳои ягон нуқтаи хати рост дар як тараф хобидаро нур меноманд.
 В) Қисми иборат аз нуқтаҳои дар мобайни ду нуқтаи хати рост хобидаро порча меноманд.
 Г) Аз ҳар гуна нур фақат якто кунҷи (таин) гузоштан мумкин.
18. Аз мулоҳизаҳои зерин дурусташро ёбед.
 А) Кунҷҳои ҳамсоя кунҷҳои кушод мешаванд.
 Б) Агар $AB = 5$ см, $BC = 6$ см бошад, $AC = 11$ см мешавад.
 В) Агар кунҷҳо баробар бошанд, онҳо кунҷҳои вертикалӣ мешаванд.
 Г) Агар ду кунҷ баробар бошад, кунҷҳои ба онҳо ҳамсоя ҳам баробар мешаванд.

6. Масъалаҳо

- Бо ёрии транспортир кунҷҳои як тарафашон умумӣ будаи 10° , 20° , 40° , 60° , 90° , 130° , 170° -ро созед.
- Биссектрисаи кунҷи кушод бо тарафҳои он чӣ гуна кунҷ ҳосил мекунад?
- Агар биссектрисаи кунҷ якҷоя бо тарафи вай кунҷи 30° ҳосил карда бошад, ҳуди кунҷ чанд градус мешавад?
- Биссектрисаи кунҷ бо тарафҳои вай оё кунҷи кунд ташкил карда метавонад?
- $\angle AOB = 50^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ бошад, кунҷи мобайни биссектрисаҳои кунҷҳои AOB ва BOC -ро ёбед. Масъала чанд роҳи ҳал дорад?
- Ба кунҷи 15° ба воситаи лупаи (оинаи) 10 маротиба калоннишонмедода назар андозем, кунҷи чандградуса ба чашм метобад?
- Бо ёрии транспортир биссектрисаи кунҷҳои а) 90° ; б) 60° ; в) 50° ; г) 20° -ро созед.
- Бо ёрии транспортир биссектрисаи OK -и кунҷи $\angle AOB = 120^\circ$ бударо созед. Баъд биссектрисаҳои кунҷҳои ҳосилшудаи AOK ва KOB -ро созед ва кунҷи байни ин биссектрисаҳоро ёбед.
- Агар $AB = 1,8$ м, $AC = 1,3$ м ва $BC = 3$ м бошад, нуқтаҳои A , B ва C оё дар як хати рост меҳобанд?
- Нуқтаҳои A , B ва C дар як хати рост меҳобад. Агар $AB = 2,7$ м, $AC = 3,2$ м бошад, дарозии порчаи BC -ро ёбед. Масъала ба чанд роҳи ҳал соҳиб аст?
- Дар порчаи дарозиаш 15 м нуқтаи C дода шудааст. Агар:
 - Порчаи AC аз порчаи BC 3 м дароз,
 - Нуқтаи C байни порчаи AB бошад,
 - Дарозии порчаҳои AC ва BC дар нисбати 2:3 бошад, дарозии порчаҳои AC ва BC -ро ёбед.

12. Нуқтаҳои A, B, C, D дар як хати рост меҳобанд. Агар нуқтаи B миёнаҳои порчаи AC , нуқтаи C бошад, миёнаҳои порчаи BD ба ҳисоб равад, $AB = BC = CD$ буданаширо нишон диҳед.
13. Ба воситаи: а) 6; б) 7; в) 10-то нуқтаи аз се нуқтаи ҳеҷ кадомаш дар як хати рост намехобида чандто хати рост гузаронидан мумкин аст?
14. Нурҳои OA ва OB кай болои ҳам меафтанд?
15. Ба нури AB нуқтаи C , ба нури BA нуқтаи D тавре гирифта шудааст, ки $AC = 0,7$ ва $BD = 2,1$ мебошад. Агар $AB = 1,5$ бошад, CD -ро ёбед.
16. Дар расми 4 чанд ҷуфти кунҷҳои вертикалӣ тасвир гардидаанд?
- 17*. Агар кунҷи мобайни ақрабақҳои соат ва дақиқа 45° буда, ақрабаки дақиқа дар болои 6 истода бошад, соат кадом вақтро нишон медиҳад?
18. Ба хати рост аз нуқтаи дар он намехобидаи O мойили OA ва OB перпендикуляр гузаронида шудааст. Чамъи дарозии онҳо 13, фарқашон ба 1 баробар бошад, масофаи байни нуқтаи O ва хати ростро ёбед.
19. Кунҷҳои ҳамсоя будани AOB ва BOC маълум аст. Агар:
- кунҷи AOB аз кунҷи BOC калон;
 - кунҷи AOB аз кунҷи BOC 4-маротиба хурд;
 - $\angle AOB = \angle BOC + 44^\circ$;
 - $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ бошад, ин кунҷҳоро ёбед.
20. Аз буриши ду хати рост 4-то кунҷ ҳосил гардид. Агар суммаи ченаки градусии 2-тои онҳо ба 100° баробар бошад, ченаки градусии ҳамин 4 кунҷро ёбед.
21. Нуқтаҳои A, B ва C дар ҳамворӣ чунон ҷойгир шудаанд, ки, а) $AC + CB = AB$; б) $AB + AC = BC$ мебошад. Кадом нуқта дар байни 2-тои боқимонда меҳобад?
22. Ба тарафҳои кунҷҳои дар расми 5 тасвиргардида ба воситаи нуқтаҳои A ва B хатҳои рости перпендикуляр гузаронед. Дар нуқтаи буриши ин хати рост чӣ гуна кунҷҳо ҳосил мекунад?



Кори намунавии назоратӣ аз ду қисм иборат буда, дар қисми якум панҷ тести дар саҳифаҳои 49-50 овардашуда дохил мегардад. Дар қисми дуюм бошад, 3-то масъалаи ба масъалаҳои зерин монанд дода мешавад (масъалаи 4-ум барои хонандаҳое, ки мехоҳанд баҳои “аъло” гиранд ба таври илова пешниҳод мегардад):

1. Суммаи кунҷҳои вертикалии MOL ва KON , ки аз буриши хатҳои рости MN ва KL ҳосил шудаанд ба 148° баробар аст. Кунҷи MOK -ро ёбед.
2. Тарҳи кунҷҳои ҳамсоя ба 60° баробар аст. Аз ин кунҷҳо хурдашро пайдо кунед.
3. Биссектрисаи кунҷ бо тарафи ҳамин кунҷ кунҷи 66° ҳосил мекунад. Кунҷеро ёбед, ки ба ин кунҷ ҳамсоя аст.
- 4*. Дар таҳти кунҷи рост бурида шудани биссектрисаҳои кунҷҳои ҳамсояро исбот кунед.

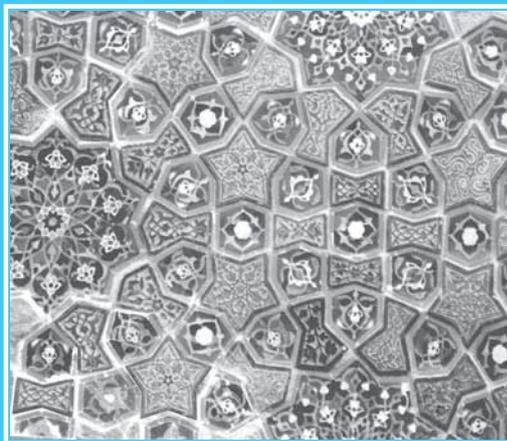


Супориши иловагӣ барои хонандаҳои қобилиятнок.

1. Бо саҳифаҳои боби дахлдори китоби дарсии электроники “Гометрия-7” шинос гардед. Супоришхоеро, ки дар иловаҳои аниматсияи интерактив оид ба мавзӯҳои боби мазкур дохил шудаанд иҷро намоед ва тестҳоро ҳал карда, донишхоятонро санҷед.

2. Ҳамчунин, аз ресурсҳои интернет, ки дар саҳифаи 10 оварда шудаанд, материалҳои ба боби мазкур дахлдоштаро ёбед ва омӯzed.

БОБИ II



СЕКУНЧАҶО

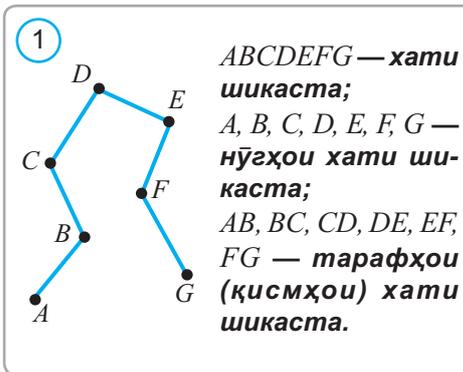
Бобро омӯхта баромада, ба дониш ва малакаҳои амалии зерин соҳиб мегардед:

Донишҳо:

- хати шикаста ва намудҳои онро доништан;
- таърифи бисёркунҷаро доништан;
- секунҷа ва элементҳои асосии онро доништан, аз рӯи элементҳои секунҷаро ба намудҳои ҷудо кардан;
- таърифҳои медиана, биссектриса ва баландии секунҷаро доништан;
- аломати ТКТ баробарии секунҷаро доништан;
- хосиятҳои секунҷаҳои баробарпаҳлӯро доништан;
- аломати КТК баробарии секунҷаро доништан;
- аломати ТТТ баробарии секунҷаро доништан;
- хосиятҳои секунҷаи баробартаарафро доништан;
- хосияти перпендикулярӣ миёнаи порҷаро доништан.

Малакаҳо:

- Аз рӯи аломатҳои баробарии секунҷаро муайян карда тавонистани секунҷаҳои баробар;
- Донишҳои андӯхтаро ҳангоми ҳалли масъалаҳо ва иҷро намудани корҳои амалӣ татбиқ карда тавонистан;
- Зебӯӣ ва ҷозибавӣ геометрияро ҳис кардан.

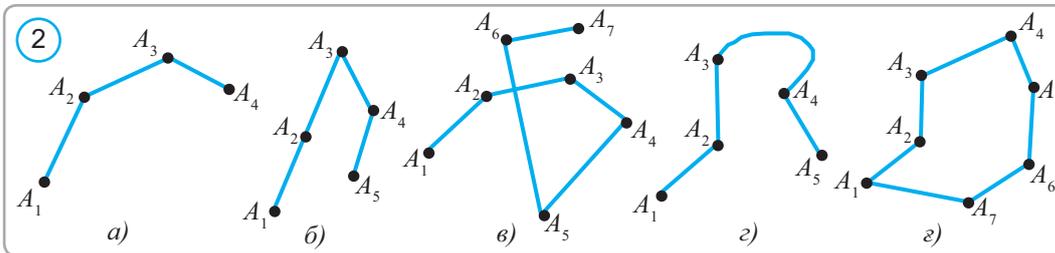


Шаклро, ки аз порчаҳои пайи ҳам омада, дутояш дар як хати рост нахобидаи $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ ташкил ёфтааст, хати шикаста меноманд.

Нуқтаҳои A_1, A_2, \dots, A_n нӯғҳои хати шикаста, порчаҳои $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ бошанд, қисмҳои хати шикаста, ё ки тарафҳои он номида мешаванд. Дар расми 1 хати шикастаи $ABCDEFGG$ тасвир гардидааст.

Хати шикастаи нӯғҳои аввал ва охиринаш болои ҳам меафтадари хати шикастаи пӯшида меномем.

Машқ. Хати шикаста будан ё набудани хатҳои дар расми 2 тасвир гардидаро муайян кунед ва шарҳ диҳед.

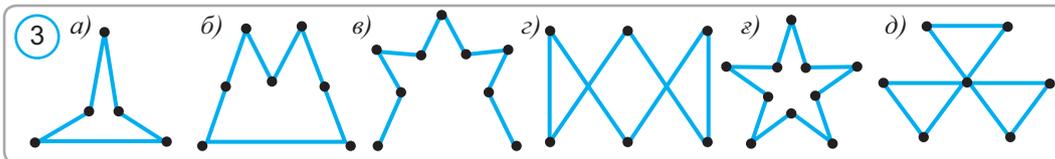


Хати шикастаи сарбаст, бисёркунча номида мешавад.



Машқи фаъолкунанда

Хусусиятҳои аз рӯи таърифи бисёркунча бармеомадари шуморед ва бисёркунча шудан ё ки нашудани шаклҳои расми 3-ро муайян кунед ва шарҳ диҳед.

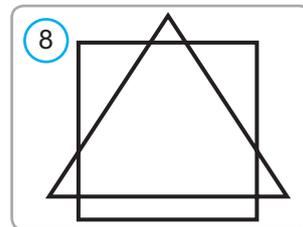
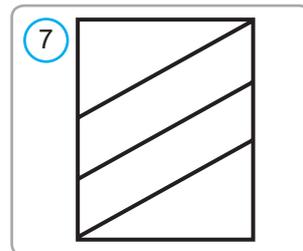
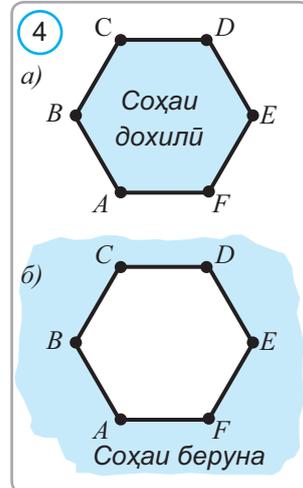


Ба шумораи тарафҳо нигоҳ карда, бисёркунҷаҳо-секунҷа, чоркунҷа, панҷкунҷа, шашкунҷа ба таври умумӣ n -кунҷа номида мешавад. Шумо бо баъзе аз ин бисёркунҷаҳо дар синфҳои поён шинос гардида будед.

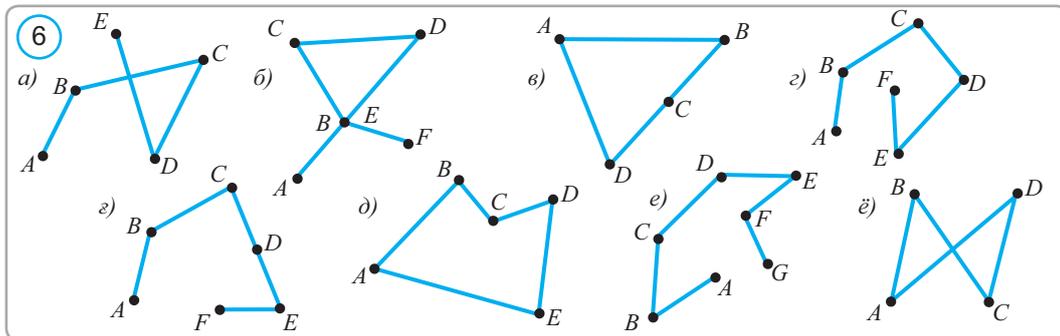
Ҳар гуна бисёркунҷа ҳамвориро ба ду соҳа ҷудо мекунад. Соҳаи дохилӣ бо бисёркунҷа маҳдудгардида соҳаи дохилии бисёркунҷа, соҳаи дуюм-соҳаи беинтиҳо бошад, соҳаи берунаи бисёркунҷа номида мешавад. Дар расми 4 соҳаи дохилӣ (расми а) ва соҳаи берунаи (расми б) шашкунҷаи $ABCDEF$ ранг карда нишон дода шудааст.

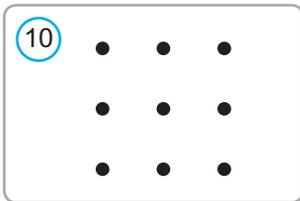
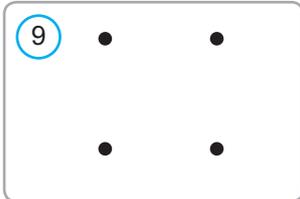
Савол, масъала ва супоришҳо

1. Хати шикаста чист?
2. Хати шикаста кашед, онро аниқ созед, нӯғҳо ва қисмҳои онро дар нақша нишон диҳед.
3. Ба хатҳои шикастаи пӯшида мисолҳо оред.
4. Ба ашёҳое, ки дар синф, мактаб, хона хати шикастаро ба ёд меорад, мисолҳо ёбед.
5. Бисёркунҷа чист? Мисолҳо биёред.
6. Рақамҳои дар расми 5 тасвиргардида чӣ гуна хатҳоро ифода мекунанд?



7. Қадоме аз шаклҳои дар расми 6 тасвиргардида а) хати шикаста; б) хати шикастаи пӯшида; в) бисёркунҷа буданашро аниқ созед.





8. Хати рости шикастаи панҷқисма кашед, ки ҳар дуи қисмҳои ҳамсояш перпендикуляр бошад. Ин гуна хати шикаста чанд хел буда метавонад?



Муаммоҳои геометрӣ

1. Дар расми 7 чандто чоркунҷа ҳаст?
2. Қаламро аз коғаз набардошта ва онро аз болои як хат дубора надавонида, шакли дар расми 8 тасвиршударо кашед.
3. Секунҷаи тарафҳояш аз чор нуқтаи дар расми 9 додашуда мегузаштаре кашед.
4. Оё хати шикастаи аз ҳамаи 9 нуқтаи дар расми 10 тасвиршуда мегузашта ва шумораи қисмҳои 4-то бударо кашеда метавонед?

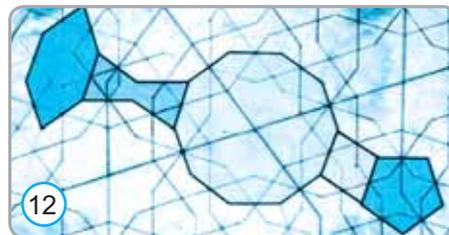
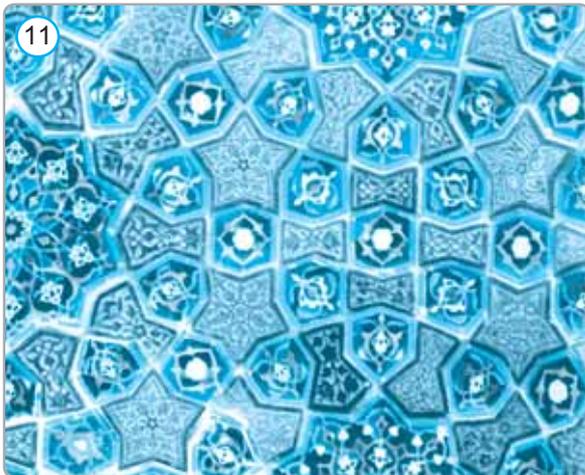


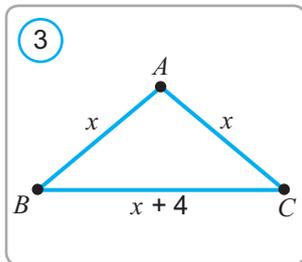
Лаеҳаҳои таърихӣ

Меъмороне, ки дар илми ҳандаса аз замони худ панҷ аср пеш рафтаанд.

Мақолае, ки моҳи феврале соли 2007 дар Амрико дар бораи меъморӣ асри миёнагӣ ба таърифи расид, ба ҳангомаҳои илмӣ сабаб шуд. Гап дар сари он аст, ки соли 2005 аспиранти Донишгоҳи Гарвард Питер Лу нақшҳои кошанкории гумбази мадрасаи Абдуллохонро дар шаҳри Самарқанд аз назар гузаронида аз ҳайрат гиребонашро дошт. Пеши назари ӯ шаклҳои мураккаби геометрӣ меистоданд, ки онҳоро бо номи нақшҳои Пенроуз соли 1970 кашф шудааст мегуфтанд. Маълум мешавад, ки аҷдодони меъмори мо дар ақлу заковат аз замони худ панҷ аср пеш рафта, аз шаклҳои мураккаби геометрии ба қариби дар илм дохилгардида фақат бохабар набудаанд, балки аз онҳо дар кори худ ба таври эҷодӣ истифода ҳам бурдаанд. Оре, дар

ҳақиқат ҳамин тавр будааст. Дар расми 11 нақши ёдгории меъморӣ тасвир гардидааст. Расми 12 аз дастхатҳои асри миёна гирифта шуда, дар он бисёркунҷаҳои асоси нақшро ифода мекарда тасвир гардидаанд.





Масъала. Асоси секунҷаи баробарпахлӯи периметраш ба 28 см баробар аз тарафи паҳлӯяш 4 см дароз аст. Тарафҳои ҳамин секунҷаро ёбед.

Роҳи ҳал: Тарафи паҳлӯи секунҷаи ABC -ро x гуфта муайян кунем, асосаш $x + 4$ мешавад (расми 3). Он гоҳ, аз рӯи мувофиқи шарти масъала, $P = x + x + x + 4 = 3x + 4 = 28$, $x = 8$. мешавад. Пас, $AB = AC = 8$ см; $BC = 12$ см.

Ҷавоб: 8 см; 8 см; 12 см.

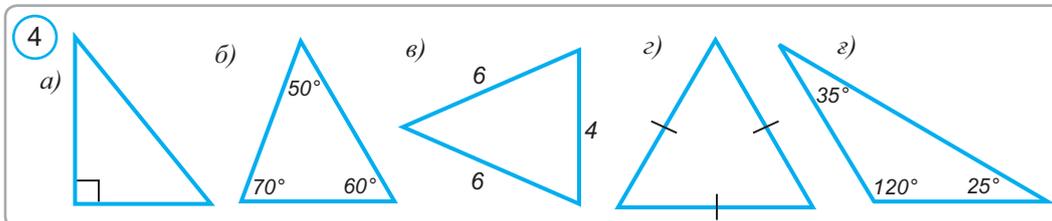


Савол, масъала ва супоришҳо

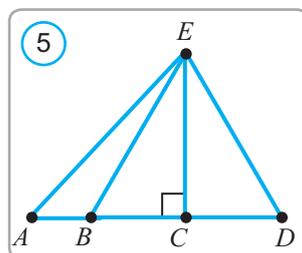
1. Чӣ гуна шаклро секунҷа меноманд?
2. Дар секунҷаи PQR
 - а) дар муқобили $\angle P$ кадом тараф меҳобад?
 - б) дар тарафи PQ кадом кунҷ часпидааст?
 - в) дар байни тарафҳои PQ ва QR кадом кунҷ ҷойгир шудааст?
 - г) тарафи PR дар муқобили кадом кунҷ хобидааст?

Ба саволҳо, ба шакл нигоҳ накарда, барои ҷавоб гардонидан ҳаракат намоед.

3. Кадом намудҳои секунҷа вуҷуд дорад? Аз ҳар як намуди секунҷа яктоғӣ кашед. Онҳоро муайян кунед. Мувофиқи таърифи намудҳои секунҷа, хусусиятҳои онҳоро ифода намоед.
4. Намудҳои секунҷаҳои расми 4-ро аниқ кунед.



5. Хаёлан секунҷаи се тарафаш баробар созад. Сипас, тарафҳояшро чен карда, санҷида бинед.



6. Секунҷаи тарафҳояш баробар кашида, кунҷҳояшро чен кунед ва хулоса бароред.
7. Дар расми 5 чанд секунҷаи як қуллааш: а) дар нуқтаи A ; б) дар нуқтаи B ; в) дар нуқтаи C мавҷуд аст?
8. Дар расми 5 кадом намудҳои секунҷаро мебинед? Онҳоро аз рӯи намуд ба дафтаратон нависед.
9. Ягонто секунҷа кашед ва онро ишора кунед. Бо ёрии хаткашак тарафҳояшро чен кунед ва периметри секунҷаро ёбед.

Қуллаи B -и секунҷаи ABC -ро бо нуқтаи M , ки дар мобайни тарафи ба вай муқобил хобидааст, пайваст мекунем (расми 1). Порчаи ҳосилшудаи BM медианаи секунҷаи ABC номида мешавад. Ин медиана аз қуллаи B баромада ё ки ба тарафи AC афтида гуфта мешавад.



Порчае, ки қуллаи секунҷаро бо мобайни тарафи муқобили ҳамин қулла мепайвандад, **медианаи** секунҷа номида мешавад.

Биссектрисаи кунҷи B -и секунҷаи ABC -ро мегузаронем (расми 2). Нуқтаи бо тарафи AC буридашудаи онро бо L ишора мекунем. Порчаи ҳосилшудаи BL **биссектрисаи** секунҷаи ABC номида мешавад.

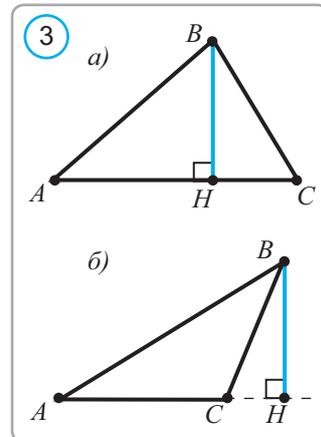
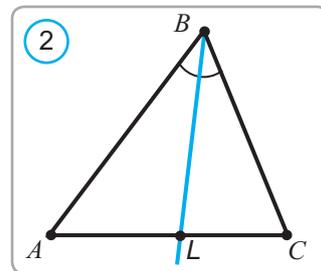
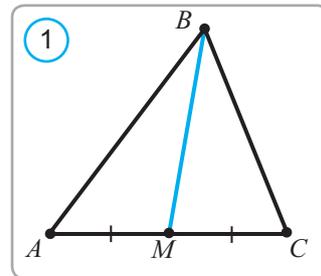


Қисми (порчаи) дар дохили секунҷа хобидаи биссектрисаи кунҷи секунҷаро, **биссектрисаи** секунҷа номида мешавад.

Аз кунҷи B -и секунҷаи ABC ба хати рости ба тарафи AC хобида перпендикуляр мефарорем (расми 3). Асоси перпендикулярро бо H ишора мекунем. Порчаи ҳосилшудаи BH **баландии** секунҷаи ABC номида мешавад.



Перпендикуляри аз кунҷи секунҷа ба хати рости тарафи муқобили ҳамин кунҷ хобида фаровардашуда, **баландии** секунҷа номида мешавад.



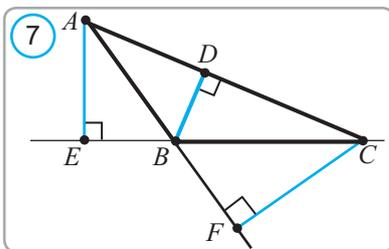
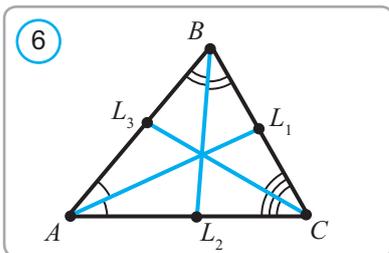
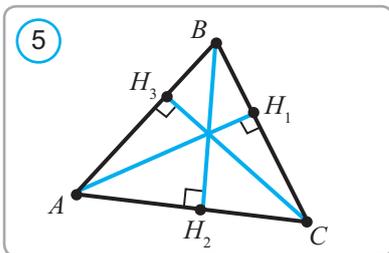
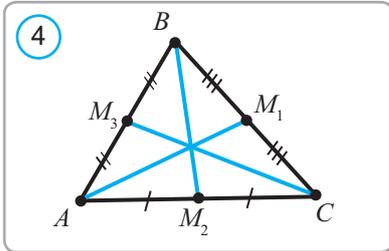
Аз сабаби се кунҷ доштани секунҷа ҳар як секунҷа сетогӣ медиана, баландӣ ва биссектриса дорад.

Порчаҳои AM_1 , BM_2 ва CM_3 дар расми 4-медианаҳои секунҷаи ABC .

Порчаҳои AL_1 , BL_2 ва CL_3 дар расми 5 биссектрисаҳои секунҷаи ABC .

Порчаҳои AH_1 , BH_2 ва CH_3 дар расми 6 баландиҳои секунҷаи ABC .

Бо хосиятҳои муҳими ин мафҳумҳо дар ҷараёни дарсҳои минбаъда шинос мегардем.



Тадқиқоти геометрӣ

1. Секунҷаи дилхоҳ кашед. Ҳама медианаҳои онро гузаронед (расми 4). Чиро дарк кардед? Таҷрибаро боз барои ду секунҷа иҷро карда бинед ва хосияти маълумшударо дар намуди фараз ифода созед.
2. Секунҷаи дилхоҳ кашед. Ҳамаи баландиҳои онро гузаронед (расми 5). Чиро дарк кардед? Таҷрибаро боз барои ду секунҷа иҷро карда бинед ва хосияти маълумшударо дар намуди фараз ифода созед. Хосиятҳои дар асоси таҷрибаҳои гузаронидашуда аниқгардидаро оё теорема ҳисоб карда метавонем? Чаро.
3. Секунҷаи дилхоҳ кашед. Ҳамаи биссектрисаҳои онро гузаронед (расми 6). Чиро дарк кардед? Таҷрибаро боз барои ду секунҷа иҷро карда бинед ва хосияти маълумшударо дар намуди фараз ифода созед.

Хосиятҳои дар асоси таҷрибаҳои гузаронида шуда муайян гардидаро оё теорема ҳисоб карда метавонем? Барои чӣ.

Машқ. Баландиҳои секунҷаи кундкунҷаро гузаронед.

Иҷро: Дар секунҷа, хусусан, дар секунҷаи кундкунҷа ҳам сето баландӣ мавҷуд аст. Секунҷаи кундкунҷаи ABC -ро аз назар мегузаронем (расми 7). Баландии BD , ки аз қуллаи кунҷи кунди он гузаронида шудааст, дар дохили секунҷа мехобад. Барои фаровардани баландӣ аз қуллаи A -и кунҷи тез тарафи BC -и дар муқобили ҳамин кунҷ бударо давом медиҳем ва дар давоми тарафи BC аз

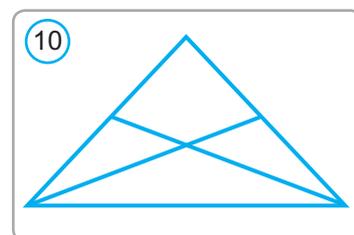
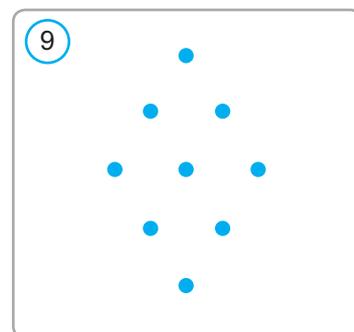
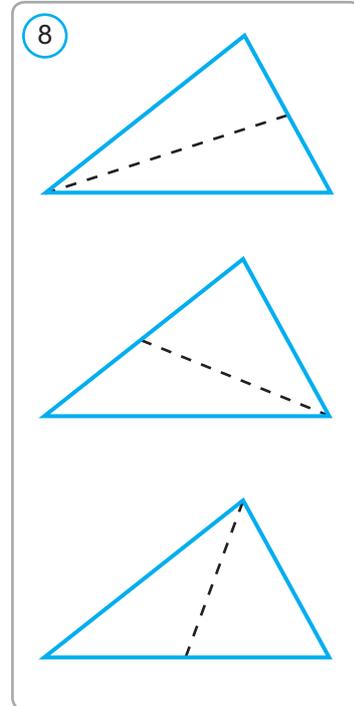
нуқтаи A перпендикуляри AE мефарорем. Порчаи ҳосилшудаи AE баландии аз қуллаи A -фаровардашудаи секунҷаи ABC ба ҳисоб меравад. Айнан ҳамин хел, дар давоми тарафи AB баландии CF -ро фаровардан мумкин аст.



Савол, масъала ва супоришҳо

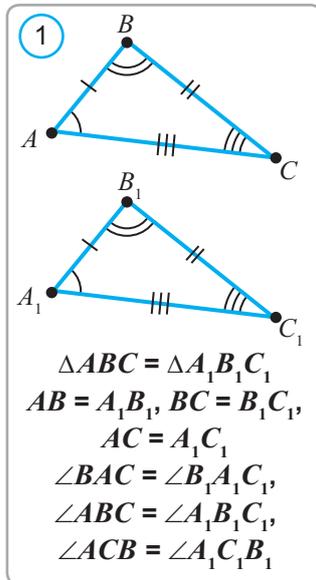
1. Медианаи секунҷа чист? Секунҷа чандто медиана дорад? Дар нақша кашида нишон диҳед.

2. Баландии секунҷа чист? Секунҷа чандто баландӣ дорад? Дар нақша кашида нишон диҳед.
3. Биссектрисаи секунҷа чист? Секунҷа чандто биссектриса дорад? Дар нақша кашида нишон диҳед.
4. Монандӣ ва фарқиятҳои байни биссектрисаи кунҷ ва биссектрисаи секунҷаро номбар кунед?
5. (*Машқи амалӣ*). Сето секунҷаи якхеларо қад-қади медианаҳо буред (расми 8). Аз 6-секунҷаи ҳосилгардида якто секунҷа созад.
6. Кадом элементҳои секунҷа доимо дар таҳти секунҷа меҳобанд?
- 7*. Ҳарсе баландии кадом секунҷа дар як кунҷи секунҷа бурида мешавад?
- 8*. Оё баландии секунҷа аз се тарафи он ҳам хурд шуда метавонад?
9. Баландии секунҷаи периметраш ба 36 баробар, вайро ба секунҷаҳои периметрашон ба 18 ва 24 баробар ҷудо мекунад. Баландии секунҷаҳои додашударо ёбед.
10. Биссектрисаи секунҷаи периметраш ба 36 баробар онро ба секунҷаҳои периметрашон ба 24 ва 30 баробар ҷудо мекунад. Биссектрисаи секунҷаи додашударо ёбед.
11. Дар секунҷаи ABC $AB = BC$, медианаи BD 4 см аст. Агар периметри секунҷаи ABD 12 см бошад, периметри секунҷаи ABC -ро ёбед.



Муаммоҳои геометрӣ

1. Аз панҷто ҷӯби якхела 2-то секунҷа созад.
2. Аз нӯхто ҷӯби якхела 5-то секунҷа созад.
3. Чандто секунҷаи баробартарафи қуллаҳояшон дар нуқтаҳои расми 6 меҳобидаро кашидан мумкин аст?
4. Дар расми 7 чандто секунҷа ҳаст?



Мувофиқи таърифи баробарии шаклҳои геометрӣ агар яке аз секунҷаҳоро бо дуюмаш айнан болои ҳам гузоштан мумкин бошад, онҳо баробар мешаванд. Дар расми 1 секунҷаҳои баробар- ABC ва $A_1B_1C_1$ тасвир гардидаанд. Аз онҳо якеро ихтиёрӣ гирифта, бо дуюмаш болои ҳам гузоштан мумкин аст. Он гоҳ, се қулла ва се тарафи як секунҷа ба таври мувофиқ ба се қулла ва се тарафи секунҷаи дуюм болои ҳам меафтад. Тавре, ки маълум аст, дар ин маврид кунҷҳои секунҷаҳо ҳам ба таври мувофиқ болои ҳам меафтанд.

Баробарии секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ ба тарзи

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

ифода карда мешавад. Дар нақша кунҷҳои баробар бо камончаҳои якхела, тарафҳои баробар бошанд бо хатчаҳои якхела, мисле, ки дар расми 1 тасвир гардидаанд, ҷудо карда, нишон дода мешаванд.



Саволи фаъолкунанда

Ба ҳам баробар будани ду майдони калони шакли секунҷаро гирифтаи заминро дар амал чӣ гуна санҷидан мумкин аст? Охир, яке аз онҳоро болои дуюмаш гузошта намешавад-ку?

Барои аниқ сохтани ба якдигар баробар будан ё баробар набудани ду секунҷа ҳар доим онҳоро болои ҳам гузоштан магар шарт аст? Барои ин ҳоҷат набудааст. Баъзе элементҳои секунҷаро муқоиса намуда, ин масъаларо ҳал кардан имкон доштааст. Теоремаҳое, ки «Аломатҳои баробарии секунҷаҳо» ном гирифтаанд дар ин бораанд.

Сабаби «аломати» номбар шудани ин теоремаҳо дар он аст, ки бо ёрии онҳо дар бораи баробар будан ё баробар набудани секунҷаҳо ҳукм баровардан имкон дорад.

Умуман, «аломат» дар геометрия – аз теорема дар бораи шартҳои барои аниқ кардани ягон хусусияти шакл ёрӣ расон мебошад.

Секунҷаи ABC дода шуда бошад. Дигар секунҷаи ба он баробарро бо усули зерин месозем. Кунҷи A -ро чен мекунем ва дар ягон ҷои дигари ҳамвори кунҷи ба он баробари A_1 месозем. Ба тарафҳои кунҷи A_1 ба таври мувофиқ порчаҳои $A_1B_1 = AB$ ва $A_1C_1 = AC$ -ро мегузorem. Нуқтаҳои B_1 ва C_1 -ро пайваस्त менамоем. Дар натиҷа, секунҷаи $A_1B_1C_1$ ҳосил мекунем, ки бо секунҷаи ABC ду тараф ва

як кунҷи мобайни онҳо баробар аст. Он гоҳ, секунҷаи $A_1B_1C_1$ бо секунҷаи ABC баробар мешавад.

Теоремаи зерин ҳаминро тасдиқ мекунад. Вай «Теорема дар бораи баробарии ду тарафи секунҷаҳо ва кунҷи байни онҳо» номида мешавад. Мо онро ба таври мухтасар, «аломати ТКТ» баробарии секунҷаҳо меномем. (*Навишти ТКТ аз сарҳарфи калимаҳои “тараф”, “кунҷ”, “тараф” мурағтаб гардидааст*).



Теорема. (Аломати ТКТ баробарии секунҷаҳо). Агар ду тарафи як секунҷа ва кунҷҳои мобайни онҳо ба таври мувофиқ бо ду тарафи секунҷаи дуюм ва кунҷи байни онҳо баробар бошад, ин гуна секунҷаҳо ба ҳам баробар мешаванд (расми 2).

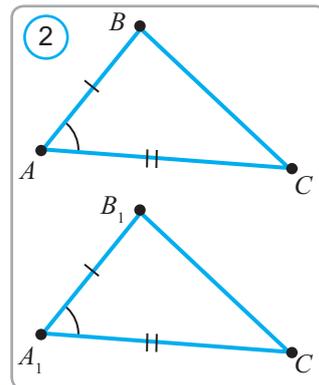


$$\Delta ABC \text{ ва } \Delta A_1B_1C_1 \\ AB = A_1B_1, AC = A_1C_1, \angle A = \angle A_1$$



$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

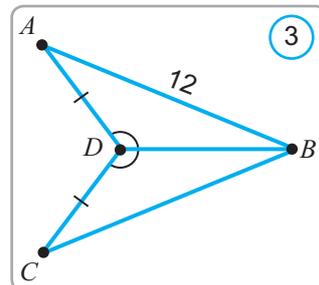
Исбот. Аз сабаби $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ буданаш, секунҷаи ABC -ро ба секунҷаи $A_1B_1C_1$ тавре гузоштан мумкин аст, ки дар он кунҷи A бар кунҷи A_1 , тарафҳои AB ва AC бошад, ба таври мувофиқ дар болои нурҳои A_1B_1 ва A_1C_1 меафтад. Аз сабаби $AB = A_1B_1$ ва $AC = A_1C_1$ буданаш, тарафи AB бо тарафи A_1B_1 тарафи AC бошад, бо тарафи A_1C_1 болои ҳам меафтад. Хусусан, нуқтаи B бо нуқтаи B_1 , нуқтаи C бошад, бо нуқтаи C_1 болои ҳам меафтад. Он гоҳ, тарафҳои B_1C_1 ва BC ҳам болои ҳам меафтанд. Дар натиҷа, се қуллаи секунҷаи ABC бо сенӯги нӯги секунҷаи $A_1B_1C_1$ ба таври мувофиқ болои ҳам меафтанд. Пас секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ ба ҳам баробаранд. **Теорема исбот карда шуд.**

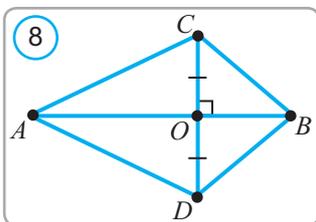
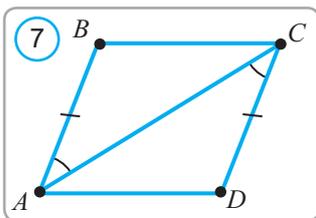
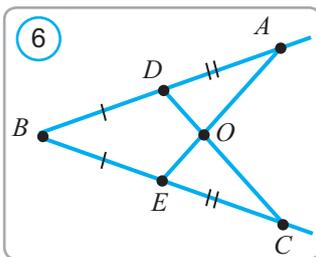
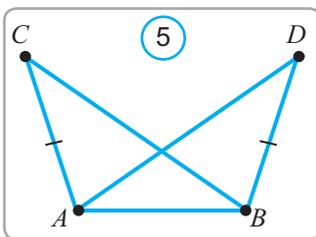
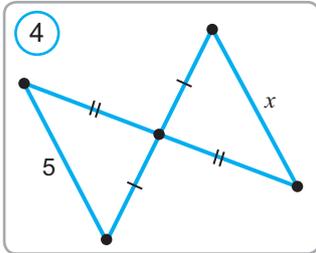


Масъала. Аз рӯи маълумотҳое, ки дар расми 3 дода шудааст порчаи BC -ро ёбед.

Роҳи ҳал: Ба секунҷаҳои ADB ва CDB назар меандозем. $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$, BD — ин барои секунҷаҳо тарафи умумӣ мебошад. Пас, мувофиқи аломати ТКТ баробарии секунҷаҳо, $\Delta ADB = \Delta CDB$, хусусан, $CB = AB = 12$ буданаш маълум мешавад.

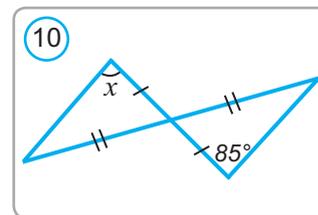
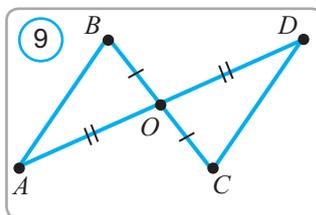
Ҷавоб: 12.





? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Чӣ гуна секунҷаҳо баробар номида мешаванд?
2. Баробарии $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ баробарии кадом элементҳои секунҷаро мефаҳмонад?
3. Аз расми 4 порчаи номаълуми x -ро ёбед.
4. Аз рӯи аломати ТКТ баробарии секунҷаҳо мувофиқи кадом элементҳо аниқ карда мешаванд?
5. Аломати ТКТ баробарии секунҷаҳоро шарҳ диҳед.
6. Агар дар расми 5 $\angle CAB = \angle ABD$ бошад, $AD = BC$ буданашро нишон диҳед.
7. Дар расми 6 $\angle BAO = \angle BCO$ шуданашро нишон диҳед.
8. Дар расми 7 $\triangle ABC = \triangle CDA$ шуданашро исбот кунед.
9. Дар расми 8 $\triangle ABC = \triangle ABD$ шуданашро исбот кунед.
10. Порчаҳои AD ва BC дар нуқтаи O якдигарро мебуранд ва дар ин нуқта ба ду ҳиссаи баробар тақсим мешаванд (расми 10).
 - а) $\triangle AOB = \triangle DOC$ шуданашро;
 - б) $BD = AC$ шуданашро;
 - в) $\triangle ABD = \triangle DCA$ шуданашро исбот кунед.
 - г) Агар дар секунҷаи AOB $\angle A = 35^\circ$ ва $\angle B = 62^\circ$ бошад, кунҷҳои D ва C -и секунҷаи DOC -ро ёбед.
11. Кунҷи номаълуми x -и расми 9-ро ёбед.
12. Периметри як секунҷа аз периметри секунҷаи дуюм қалон аст. Оё секунҷаҳо баробар шуда метавонанд?
13. Дар тарафи AB -и секунҷаи ABC нуқтаи D , дар тарафи A_1B_1 -и секунҷаи $A_1B_1C_1$ нуқтаи D_1 гирифта шудааст. Баробарии $\triangle ADC = \triangle A_1D_1C_1$ ва $BD = B_1D_1$ маълум аст. Баробарии секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ -ро исбот кунед.



Секунҷаи ду тарафаш баробарро **секунҷаи баробарпахлӯ** номида будем. Тарафҳои баробари секунҷаи баробарпахлӯ **тарафҳои паҳлӯии он**, тарафи сеюмаш бошад, **асоси он** номида мешавд.



Машқи фаъолкунанда

Аз секунҷаи расми 2 кадомашон баробарпахлӯ мебошанд? Асос ва тарафҳои паҳлӯии онҳоро номбар кунед.



Тадқиқоти геометрӣ

Секунҷаи баробарпахлӯи дилхоҳатонро созед. Кунҷҳои дар асоси он часпидаро чен кунед ва онҳоро муқоиса намоед. Таҷрибаро барои боз 2-3 секунҷаҳои баробарпахлӯ тақрор кунед ва тахмини худатонро ба сифати тасдиқ ифода намоед. Ин хосияти дар натиҷаи таҷриба пайдо кардари оё барои ҳамаи секунҷаҳои баробарпахлӯ ҷой дорад гуфта метавонем?



Теорема. Кунҷҳои асоси секунҷаҳои баробарпахлӯ баробаранд.



$$\triangle ABC, AB = AC$$



$$\angle B = \angle C$$

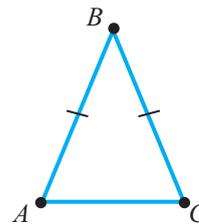
Исбот. Фараз кардем, ки AL биссектрисаи секунҷаи ABC бошад (расми 3). Секунҷаҳои ABL ва ACL -ро аз назар мегузаронем. Яқум, тарафи AL умумӣ, дуюм, аз рӯи шarti теорема $AB = AC$ ($\triangle ABC$ — баробарпахлӯст). Сеюм, $\angle 1 = \angle 2$, аст, чунки AL — биссектриса мебошад.

Пас, мувофиқи аломати ТКТ баробарии секунҷаҳо $\triangle ABL = \triangle ACL$ мешавад.

Дар он ҳолат, $\angle B = \angle C$ мешавад.

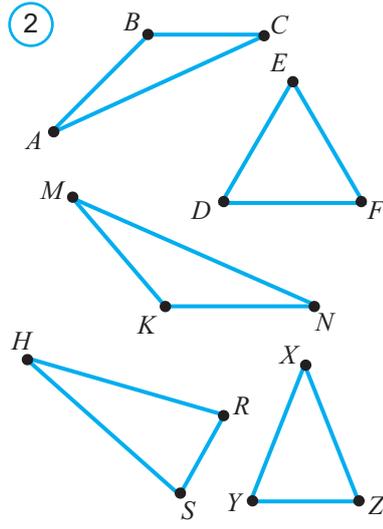
Теорема исбот карда шуд.

1

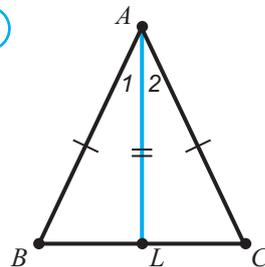


ABC — секунҷаи баробарпахлӯ
 AB, BC — тарафҳои паҳлӯии он
 AC — асоси он

2



3





Тадқиқоти геометрӣ

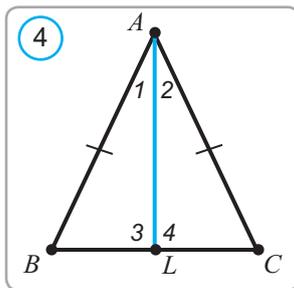
Секунҷаи баробарпахлӯ кашед. Аз қуллаи он биссектрисаашро гузаронед. Дарозии қисмҳои онро, ки асосро чундо гардонидеанд, чен карда, муқоиса намоед. Аз ин ҷӣ гуна хулоса мебарояд? Баъд, кунҷҳои онро, ки биссектриса бо асос ҳосил намудааст, бо транспортир чен созед ва муқоиса кунед. Аз рӯи ин ҷӣ гуна хулоса мебарояд? Ин хулосаҳоро дар намуди тасдиқ ифода созед. Хосиятҳои дар натиҷаи таҷриба пайдо кардари онро барои ҳамаи секунҷаҳои баробарпахлӯ ҷой дорад гуфта метавонем?



Теорема. Биссектрисаи ба асоси секунҷаи баробарпахлӯ фаровардашуда ҳам медиана, ҳам баландии он мебошад (расми 4).

$\triangle ABC, AB = AC, AL$ – биссектриса. \Rightarrow AL – медиана ва баландӣ.

Исбот. Порчаи AL биссектрисаи секунҷаи ABC бошад, мувофиқи теоремаи дар боло исбот гардида $\triangle ABL = \triangle ACL$ мешавад. Аз баробарии секунҷаҳо $BL = LC$ ва $\angle 3 = \angle 4$ буданашро меёбем.



Пас, нуқтаи L мобайни тарафи BC , AL – медианаи секунҷаи ABC будааст.

Аз сабаби $\angle 3$ ва $\angle 4$ ба ҳам баробар ва кунҷҳои ҳамсоя буданашон, онҳо кунҷҳои ростанд.

Пас, порчаи AL баландии секунҷаи ABC ҳам мешудааст.

Теорема исбот карда шуд.

Хулоса. Ҳамин тавр, биссектрисаи аз қуллаи секунҷаи баробарпахлӯ фаровардашуда, медианаи он ва баландии он болои ҳам меафтадаанд.

Машқ.

1. Дар бораи баландӣ, медиана ва биссектрисаи секунҷаи баробарпахлӯ ҷӣ гуфтан мумкин?



Масъала. Ба тарафҳои паҳлӯии секунҷаи баробарпахлӯи ABC медианаҳои AD ва CF фароварда шудааст. $\triangle ADC = \triangle CFA$ ва $\triangle ADB = \triangle CFB$ шуданашро исбот кунед (расми 5).

$\triangle ABC, AB = BC, AD$ ва CF — медиана $\Rightarrow \triangle ADC = \triangle CFA; \triangle ADB = \triangle CFB$

Исбот. Аз сабаби $AB = BC$ буданаш порчаҳоро, ки аз ин тарафҳо медианаҳои AD ва CF чундо кардаанд, ба якдигар баробар мешаванд:

$$AF = FB = BD = CD. \quad (1)$$

а) дар секунҷаи ADC ва CFA

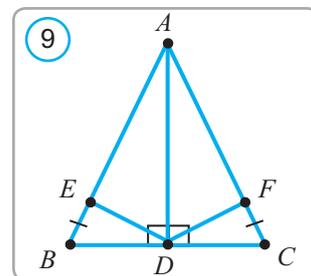
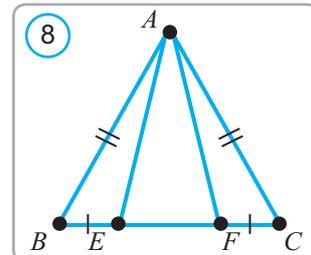
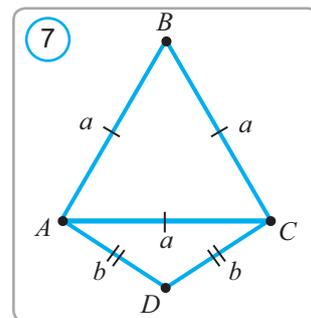
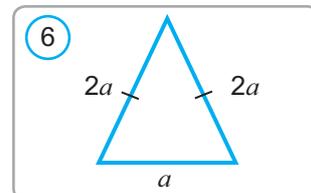
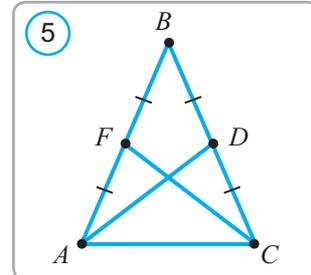
1. $\angle ACD = \angle FAC$ аст, чунки $\triangle ABC$ — баробарпахлӯст;
2. тарафи AC умумӣ аст;
3. мувофиқи баробарии — $AF = CD$.

Пас, мувофиқи аломати ТКТ баробарии секунҷаҳо $\triangle ADC = \triangle CFA$ аст.

б) $\triangle ADB = \triangle CFB$ буданаширо ба таври мустақил исбот кунед.

Савол, масъала ва супоришҳо

1. Чӣ гуна секунҷаро баробарпахлӯ мегӯянд?
2. Кадом кунҷҳои секунҷаи баробарпахлӯ баробар мешаванд?
3. Дар расми 6 агар $P = 50$ см бошад, $a = ?$
4. Дар расми 7 $P_{ABC} = 36$ ва $P_{ADC} = 28$ бошад, $a = ?$, $b = ?$
5. Баробар шудани медианаҳои ба тарафҳои паҳлӯии секунҷаи баробарпахлӯ фаровардари исбот кунед.
6. Дар расми 8 $AB = AC$, $BE = FC$ аст. а) $\triangle ABE = \triangle ACF$; б) $AE = AF$; в) $\triangle ABF = \triangle ACE$ буданаширо исбот кунед.
7. Дар расми 9 баробарии $AB = AC$, $BE = CF$. а) $\triangle AED = \triangle AFD$; б) $\triangle BED = \triangle CFD$ исбот кунед.
8. Баробар будани ҳамаи кунҷҳои секунҷаи баробарпахлӯро исбот кунед.
9. Агар асосҳои ду секунҷаи баробарпахлӯ ва баландиҳои ба ҳамин асос фаровардашуда ба таври мувофиқ баробар бошанд, баробар шудани ин секунҷаҳоро исбот кунед.
10. Асоси секунҷаи баробарпахлӯ аз тарафи паҳлӯияш 3 см калон, лекин аз ҷамъи тарафҳои паҳлӯияш 5 см хурд аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.
11. Миёнаҳои тарафҳои секунҷаи баробарпахлӯ пайваस्त карда шавад, ҳосил шудани секунҷаи баробарпахлӯро исбот намоед.



Аломати баробарии секунҷаҳоро аз рӯи як тараф ва кунҷҳои ба он часпидаш мебинем.



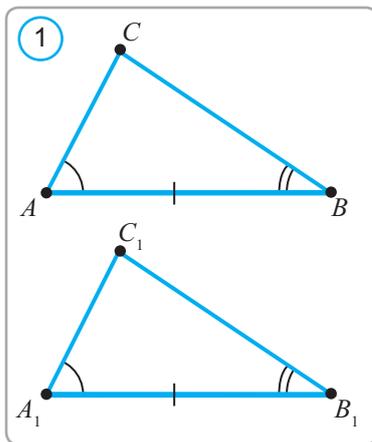
Теорема. (Аломати КТК баробарии секунҷаҳо). Агар як тараф ва ду кунҷи ба он часпидаи як секунҷа ба як тараф ва ду кунҷи ба он часпидаи секунҷаи дигар ба таври мувофиқ баробар бошад, ин гуна секунҷаҳо бо якдигар баробар мешаванд.



$$\Delta ABC \text{ ва } \Delta A_1B_1C_1, \\ AB = A_1B_1, \angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1$$



$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$



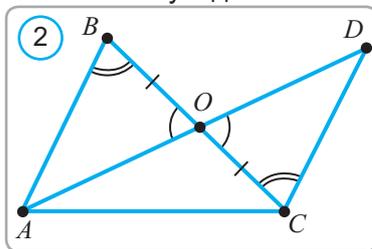
Исбот. Секунҷаи ABC -ро дар болои секунҷаи $A_1B_1C_1$ тавре гузорем, ки қуллаи A бо қуллаи A_1 тарафи AB бо тарафи A_1B_1 болои ҳам афтад ва қуллаҳои C ва C_1 дар як тарафи хати ростии A_1B_1 хоб равад.

Он гоҳ, барои $\angle A = \angle A_1$ шуданаш, тарафи AC дар нури A_1C_1 хоб меравад, аз сабаби $\angle B = \angle B_1$ буданаш, тарафи BC дар нури B_1C_1 хоб меравад. Аз ҳамин сабаб, нуқтаи C ба сифати нуқтаи умумии нуҷҳои AC ва BC дар ҳардуи нуҷҳои A_1C_1 ва B_1C_1 ҳам хоб меравад. Дар он ҳолат, нуқтаи C бо C_1 -нуқтаи умумии нуҷҳои A_1C_1 ва B_1C_1 болои ҳам

меафтанд. Дар натиҷа, тарафҳои AC ва A_1C_1 , BC ва B_1C_1 ҳам бо якдигар болои ҳам меафтанд. Пас, секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ айнан болои ҳам меафтанд, ки ин маънои баробар будани онҳоро дорад. **Теорема исбот карда шуд.**



Масъала. Аз тасвири расми 2 истифода бурда, $\Delta AOB = \Delta DOC$ буданашро исбот кунед.

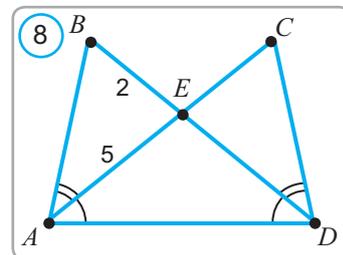
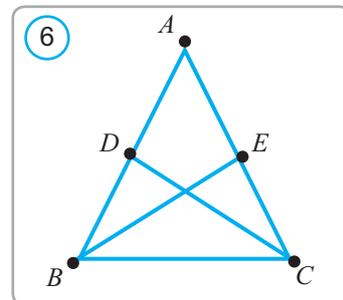
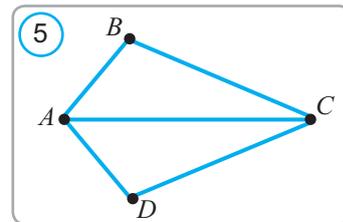
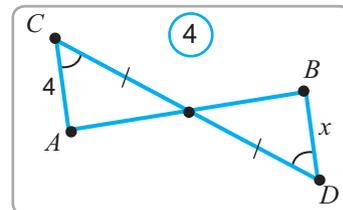
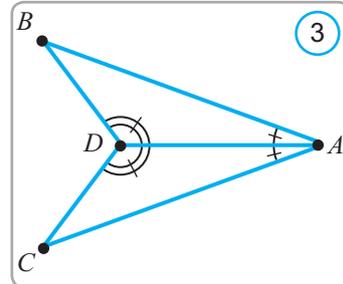
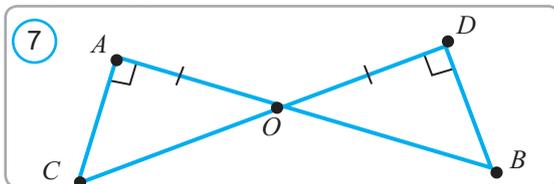


Роҳи ҳал: $\angle AOB$ ва $\angle DOC$ — аз сабаби кунҷҳои вертикали шуданашон ба ҳам баробар мешаванд.

Пас, $BO = OC$, $\angle ABO = \angle DCO$, $\angle AOB = \angle DOC$ ва мувофиқи аломати КТК баробарии секунҷаҳо, $\Delta AOB = \Delta DOC$ мебошад.

Савол, масъала ва супоришҳо

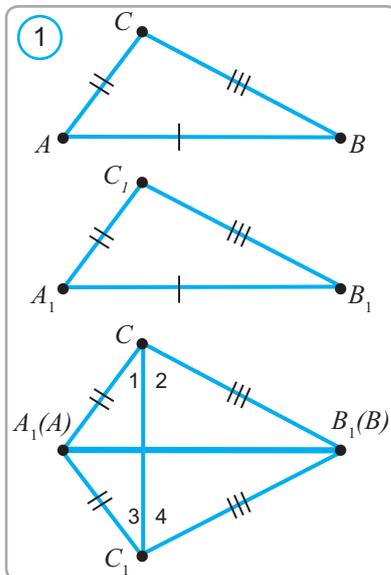
1. Баробарии секунҷаҳо аз рӯи аломати КТК ба воситаи муқоисаи кадом элементҳо аниқ карда мешаванд?
2. Аломати КТК баробарии секунҷаҳоро эзоҳ диҳед.
3. Дар расми 3 $\triangle ABD = \triangle ACD$ шуданашро исбот кунед.
4. Аз расми 4 x – номаълумро ёбед.
5. Дар расми 5 агар порчаи AC биссектрисаи кунҷҳои BAC ва BCD бошад, $\triangle ABC = \triangle ADC$ буданашро исбот кунед.
6. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ ва $\angle B = \angle B_1$ шуданаш маълум аст. Нуқтаҳои D ва D_1 ба тарафҳои AB ва A_1B_1 мувофиқ ҳамчун $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ гирифта шудааст. Дар он $\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$ шуданашро исбот кунед.
7. Порчаҳои AB ва CD дар нуқтаи O бурида мешаванд. Агар $BO = CO$ ва $\angle ACO = \angle DBO$ бошад, баробар будани секунҷаҳои ACO ва DBO -ро исбот кунед.
8. Агар дар секунҷаи ABC $AB = AC$, BE ва CD — биссектриса бошад, $BE = CD$ буданашро исбот кунед (расми 6).
9. $\triangle OAC = \triangle ODB$ шуданашро исбот кунед (расми 7).
10. Секунҷаҳои ABC ва ADC баробаранд. Нуқтаҳои B ва D дар тарафҳои гуногуни хати рости AC мехобанд. Баробарпаҳлӯ будани секунҷаҳои ABD ва BCD -ро исбот кунед.
11. Дар асоси маълумотҳои расми 8 порчаҳои AC ва BD -ро ёбед.



Бо аломати баробарии секунҷаҳо аз рӯи се тараф шинос мешавем. Минбаъд онро “аломати ТТТ” ном мебарем.



Теорема. (Аломати ТТТ баробарии секунҷаҳо). Агар се тарафи як секунҷа бо се тарафи секунҷаи дуюм ба таври мувофиқ баробар бошад, ин гуна секунҷаҳо ба ҳам баробар мешаванд.



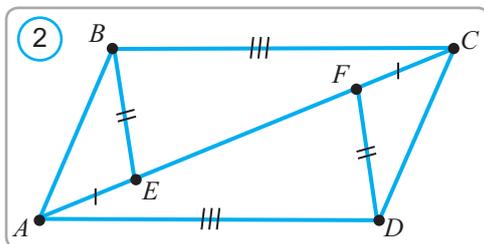
Дода шудааст: $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$.

$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

Исбот. Фараз кардем, дар секунҷаи ABC тарафи аз ҳама калон AB бошад, секунҷаи ABC -ро тавре мегузorem, ки тарафи, AB бо тарафи A_1B_1 расми 1 болои ҳам афтад ва нӯғҳои C ва C_1 дар тарафҳои гуногуни хати ростии A_1B_1 хоб равад. Дар он ҳолат, аз сабаби $AC = A_1C_1$ ва $BC = B_1C_1$ буданаш секунҷаҳои A_1C_1C ва B_1C_1C баробарпахлӯ мешавад. Мувофиқи хосияти секунҷаи баробарпахлӯ, $\angle 1 = \angle 3$ ва $\angle 2 = \angle 4$ мешавад. Аз ҳамин сабаб, $\angle ACB = \angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$ мешавад.

Пас, дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ ва $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$ аст. Аз рӯи аломати ТТТ баробарии секунҷаҳо, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад. **Теорема исбот гардид.**

Хулоса. Агар ҳар се тарафи ду секунҷа ба тариқи мувофиқ баробар бошад, кунҷҳои мувофиқи он ҳам байни ҳамдигар баробар мешавад.



Масъала. Аз расми 2 истифода бурда, а) $\triangle AFD = \triangle CEB$; б) $\triangle AEB = \triangle CFD$ буданашро исбот кунед.

Исбот: Аз рӯи расми 2 $AE = FC$, $BE = FD$ ва $AD = BC$ аст.

а) Аз сабаби $AF = AE + EF$ буданаш $EC = EF + FC = EF + AE = AF$ аст. Пас, тарафҳои мувофиқи $\triangle AFD$ ва $\triangle CEB$ ба

ҳам баробар ва аз рӯи аломати ТТТ баробарии секунҷаҳо $\triangle AFD = \triangle CEB$ мешавад.

б) Аз сабаби $\triangle AFD = \triangle CEB$ буданаш $\angle BEF = \angle EFD$ мешавад. Дар он ҳолат, аз сабаби кунҷҳои ҳамсоя буданашон $\angle AEB = \angle CFD$

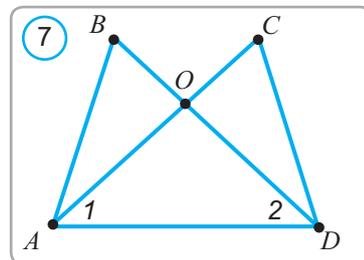
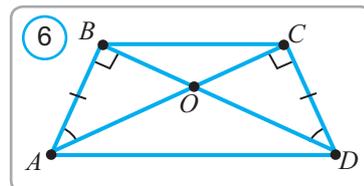
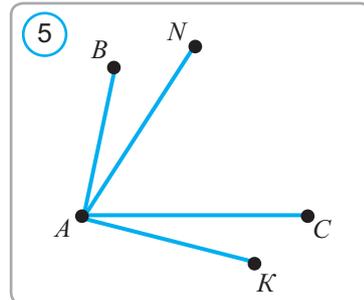
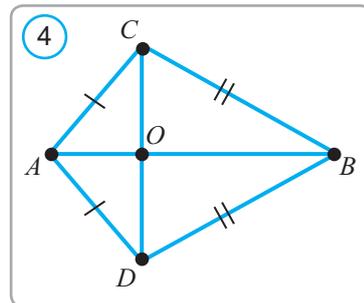
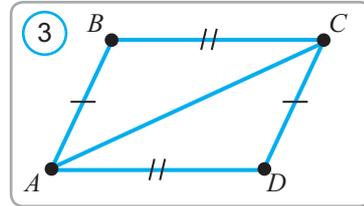
дар секунҷҳои AEB ва CFD :

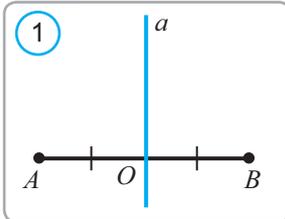
1. $AE = FC$; 2. $BE = FD$; 3. $\angle AEB = \angle CFD$ аст.

Пас, мувофиқи аломати ТКТ баробарии секунҷаҳо $\triangle AEB = \triangle CFD$ мешавад.

? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Дар аломати ТТТ баробарии секунҷаҳо аз рӯи кадом элементҳо муқоиса гардида, аниқ қарда мешаванд?
2. Аломати ТТТ-и баробарии секунҷаҳоро эзоҳ диҳед.
3. Аз рӯи расми 3 $\triangle ABC = \triangle CDA$ буданашро исбот кунед.
4. Дар расми 4: а) $\triangle ABC = \triangle ABD$; б) $\triangle BOC = \triangle BOD$; в) $\triangle AOC = \triangle AOD$; г) $AB \perp CD$ буданашро исбот кунед.
5. AB -асосҳои секунҷаҳои баробарпаҳлӯи ABC ва ABD бошад, $\triangle ACD = \triangle BCD$ буданашро исбот кунед.
6. Агар дар расми 5 $BA = AK$, $AC = AN$, $\angle BAC = \angle NAK$ бошад, ҷуфтҳои ҳама секунҷаҳои баробари нӯғҳояшон дар нуқтаҳои A , B , C , K ва N бударо аниқ кунед.
7. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$ ва $BC = B_1C_1$ ва периметри онҳо баробар бошад, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ буданашро нишон диҳед.
- 8.* Порчаҳои AB ва CD дар нуқтаи буриш ба ду ҷиссаи баробар тақсим мешавад. $\triangle ACD = \triangle BDC$ буданашро исбот кунед.
9. Дар расми 6 чанд ҷуфт секунҷаи баробар мавҷуд буданашро аниқ намоед.
- 10*. Агар дар расми: а) $\angle 1 = \angle 2$, $AC = BD$; б) $\angle 1 = \angle 2$, $BO = OC$, $AB = CD$ бошад, $\triangle ABD = \triangle DCA$ буданашро нишон диҳед.





Акнун аз аломатҳои баробарии секунҷаҳо ҳангоми исбот кардани теоремаҳо истифода бурданро меомӯзем.

Порчаи AB дода шуда бошад. Аз нуқтаи мобайни он O хати рости a -и ба порчаи AB перпендикулярро мегузаронем (расми 1). Ин хати рост, **перпендикуляри миёнаи** порчаи AB номида мешавад.



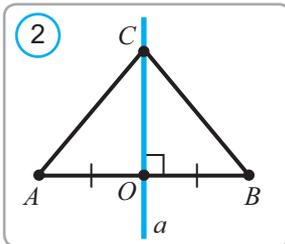
Теорема. Нуқтаи ихтиёрии перпендикуляри миёнаи порча аз нӯғҳои порча дар дурии масофаи баробар ҷойгир мешаванд.



Порчаи AB , C — нуқтаи ихтиёрии перпендикуляри миёнаи порчаи AB (расми 2).



$$AC = BC$$



Исбот. Дар секунҷаҳои ACO ва BCO :

1. OC — тарафи умумӣ ;
2. аз рӯи шарт — $AO = BO$;
3. аз рӯи шарт $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$.

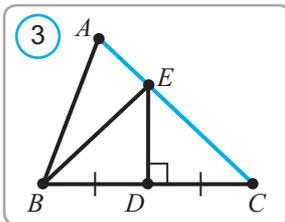
Пас, мувофиқи аломати ТКТ баробарии секунҷаҳо $\triangle AOC = \triangle BOC$ аст.

Хусусан, $AC = BC$ мебошад.

Теорема исбот гардид.



Масъала. Перпендикуляри миёнаи ба тарафи BC -и секунҷаи ABC фаровардашуда тарафи AC -ро дар нуқтаи E бурида мегузарад. Агар $BE = 6$ см, $AC = 8,4$ см бошад, порчаи AE ва CE -ро ёбед.



Роҳи ҳал: DE перпендикуляри миёнаи тарафи BC -и секунҷаи ABC бошад (расми 3). Мувофиқи хосияти перпендикуляри миёнаи порча, $CE = BE = 6$ см аст.

Аз сабаби $AE + EC = AC$ буданаш,

$$AE = AC - EC = 8,4 - 6 = 2,4 \text{ (см) аст.}$$

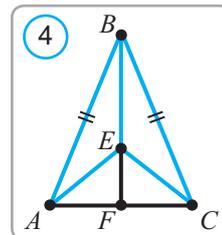
Ҷавоб: $AE = 2,4$ см, $CE = 6$ см.



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Перпендикуляри миёнаи порча чист?
2. Хосияти перпендикуляри миёнаи порчаро эзоҳ диҳед.

3. Ягонто секунча кашед ва ба ҳар як тарафи он перпендикуляри миёна гузаронед. Чиро ҳис кардед? Нақшаатонро бо нақшаи ҳамсинфатон муқоса намоед ва хосияти аниқгардидаро ҳамчун фараз ифода кунед.
4. Дар кадом секунча перпендикуляри миёнаи ба тарафи секунча фаровардашуда бо баландии ба ҳамин фаровардашуда болои ҳам меафтад?
5. Перпендикуляри миёнаи ба тарафи BC -и секунчаи ABC гузаронида шуда тарафи AC -ро дар нуқтаи D бурида мегузарад. Агар $BD = 7,2$ см, $AD = 3,2$ см бошад, AC ба чӣ баробар аст?
6. Секунчаҳои баробарпаҳлӯи ABC ва ABD ба асоси умумии AB соҳиббанд. Перпендикуляри миёнаи порчаи AB будани хати рости AB -ро исбот кунед.
- 7*. Перпендикуляри миёнаи ба тарафи AB -и секунчаи баробарпаҳлӯи ABC гузаронидашуда тарафи BC -ро дар нуқтаи D бурида мегузарад. Агар периметри секунчаи ADC ба 24см баробар ва $AB = 16$ см бошад, асоси AC -ро ёбед.
- 8*. Дар як нуқта бурида шудани перпендикуляри миёнаи ба тарафҳои секунча фаровардашударо исбот кунед.
9. Дар биссектрисаи BF -и ба асоси секунчаи баробарпаҳлӯи ABC фаровардашуда нуқтаи E гирифта шудааст (расми 4). Баробарии $\triangle ABE = \triangle CBE$ -ро аз рӯи аломати ТТТ а) истифода бурда; б) истифода набурда, исбот кунед.



27

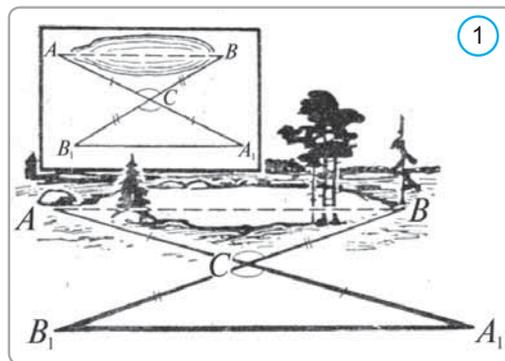
Машғулоти амалӣ

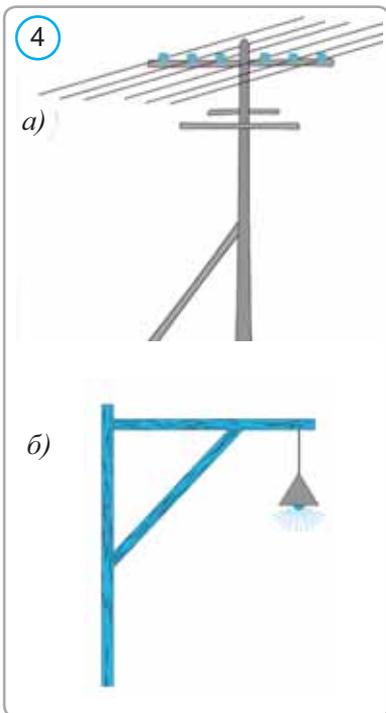
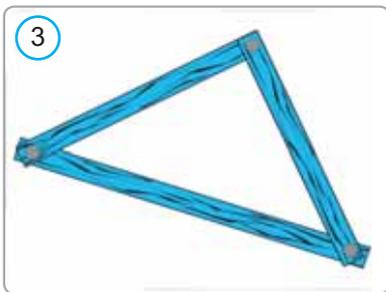
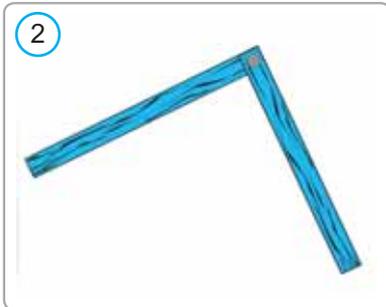
Чен кардани дарозии кӯл

Фараз кардем, ки нуқтаҳои A ва B нуқтаҳои канораи кӯл бошад (расми 1). Дар он ҳолат, равшан аст, ки порчаи, AB -ро бевосита чен карда намешавад. Дар хушкӣ кадом корҳоро иҷро намуда ин масофаро чен кардан мумкин аст?

Роҳи ҳал: Нуқтаи C -ро интихоб мекунем, ки ба воситаи порчаҳои CA ва нуқтаҳои A ва B рафта мерасида бошад ва секунчаи ихтиёрии ABC –ро месозем. Тарафҳои AC ва BC –ро давом дода, порчаҳои, $A_1C = AC$ ва $B_1C = BC$ -ро мегузорем. Нуқтаҳои A_1 ва B_1 -ро пайваستا месозем. Дар натиҷа, назар ба аломати ТКТ баробарии секунчаҳо $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C$ мешавад. Хусусан, $AB = A_1B_1$ буданаш омада мебарояд.

Пас, дарозии порчаи сохташудаи A_1B_1 -ро чен намуда, дарозии порчаи AB -ро пайдо хоҳем кард.





Дар асоси аломати ТТТ баробари секунҷаҳо асоснок кардани шакли «саҳт мустаҳкам» будани секунҷаҳо.

Нӯғҳои ду дона тахтача (рейка) – ро мисле, ки дар расми 2 нишон дода шудааст, ба воситаи мехча пайваст мекунем. Шакли ҳосилшуда мустаҳкам намешавад, чунки нӯғҳои озоди онро ба тарафҳои гуногун тоб дода, кунҷи байни тарафҳоро ба кадом навъе, ки хоҳем, тағйир дода метавонем.

Акнун дар нӯғҳои озоди ин тахтача мисле, ки дар расми 3 нишон дода шудааст, тахтачаи сеюмро ба воситаи мехча пайваст мекунем. Секунҷаи ҳосилшуда шакли мустаҳкам мешавад. Чунки ҳар қадар кӯшиш кунем ҳам, тарафҳои онро тоб дода, кунҷҳоро тағйир дода наметавонем.

1. Дуруст будани ин тасдиқ аз рӯи кадом теорема бармеояд?

2. Аз рӯи расми 4 шарҳ диҳед, ки аз шакли мустаҳкам будани секунҷаҳо дар зиндагӣ – дар кучо истифода бурдан мумкин аст.

? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Секунҷа – «шакли мустаҳкам аст» гуфта, чиро мефаҳмед?
2. Мустаҳкамии секунҷаҳо бо ёрии кадом теорема шарҳ дода шуд?
3. Аз мустаҳкамии секунҷа дар кучоҳо истифода мебаранд? (расми 4)
4. $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$ буданаш маълум аст. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1C_1B_1$ $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ ва $\angle C_1 = 90^\circ$ аст. Кунҷҳои боқимондаи секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ -ро ёбед?
5. Секунҷаҳои баробарпахлӯи ABC ва DEF баробаранд. Дар секунҷаи ABC $AC = BC$ ва $AB = 2$ см аст. Агар $DE = 4$ см бошад, периметри ҳар як секунҷаро ёбед.

1. Ҷойҳои холиро мантиқан бо калимаҳои дуруст пур кунед.

1. Агар ду тарафи секунҷа баробар бошад ва мешавад.
2. Секунҷаи баробарпахлӯ фаровардашуда ҳам медиана, ҳам баландии он мешавад.
3. Шаклро, ки аз хати пӯшидаи шикаста иборат аст меноманд.
4. секунҷаи ҳамаи тарафҳояш ба ҳам баробар, баробар мешавад.
5. Медианаҳо, биссектрисаҳо ва баландиҳои секунҷаи ба ҳам баробар мешаванд.
6. Кунҷҳои ба асоси часпида баробаранд.
7. Секунҷаи баробартараф секунҷаи ҳам мешавад.

2. Ғалатҳои ҷумлаҳои зеринро ёбед ва ислоҳ кунед.

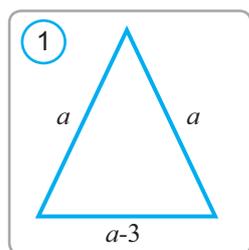
1. Кунҷҳои секунҷаи баробарпахлӯ баробаранд.
2. Агар кунҷҳои ду секунҷа ба таври мувофиқ баробар бошанд, ин секунҷаҳо баробар мешаванд.
3. Номи шакли геометрии ба хосияти додашуда соҳиббударо ба қатори мувофиқи сутуни рост нависед.
4. Нуре, ки аз кунҷи секунҷа баромада, ҳамин кунҷро ба ду ҳиссаи баробар тақсим мекунад, биссектрисаи секунҷа номида мешавад.
5. Медиана – хати ростест, ки тарафи секунҷаро ба ду ҳиссаи баробар тақсим мекунад.
- 6.* Агар як тараф ва ду кунҷи ду секунҷа ба таври мувофиқ баробар бошанд, ин секунҷаҳо баробар мешаванд.
7. Ду тараф ва як кунҷи як секунҷа, ба ду тараф ва як кунҷи секунҷаи дуюм ба таври мувофиқ баробар бошад, ин секунҷаҳо баробар мешаванд.

3. Номи шакли геометрии ба хосияти додашуда соҳиббударо ба қатори мувофиқи сутуни рост нависед.

1.	Ҳамаи медианаҳояш баробар	
2.	Порчае, ки як тарафи секунҷа ва миёнаи тарафи муқобили ҳамин нӯғро пайваст мекунад	
3.	Перпендикуляре, ки аз як нӯғи секунҷа ба тарафи муқобили ҳамин нӯғ фароварда шудааст	
4.	Ҷамъи тарафҳои секунҷа	
5.	Хати пӯшидаи шикаста	

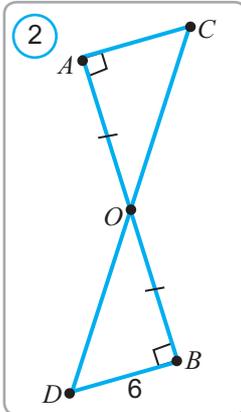
4. Ба мафҳумҳои геометрии дар сутуни якум додашуда аз сутуни дуюм хосият ё талқини ба он тааллуқ дошташро ёфта, ба таври мувофиқ нависед.

	Мафҳумҳои геометрӣ	Талқин ё хосияти он
1.	Хати шикаста	A. Якто кунҷи он рост аст
2.	Бисёркунҷа	B. Қуллаи секунҷа аз байни тарафи муқобили ҳамин қулла фаровада мешавад
3.	Периметри секунҷа	C. Ҳар ду тарафаш баробар
4.	Секунҷаи тезкунҷа	D. Хати шикастаи пӯшидаи ҳамдигарро набуранда
5.	Секунҷаи баробарпахлӯ	E. Аз порчаҳои $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ -и ҳар дуяш пайиҳам ояндаи дар як хати рост нахобанда ташкил ёфтааст
6.	Секунҷаи росткунҷа	F. Суммаи ҳар се тарафи он
7.	Медианаи секунҷа	G. Ҳамаи кунҷҳояш тез
8.	Биссектрисаи секунҷа	H. Қисми дар дохили секунҷа хобидаи биссектрисаи секунҷа
9.	Баландии секунҷа	I. Перпендикуляри аз кунҷи секунҷа ба хати рости тарафи муқобили ҳамин кунҷ хобида фаровардашуда
10.	Перпендикуляри миёнаи порча	J. Перпендикуляри аз байни порча фаровардашуда



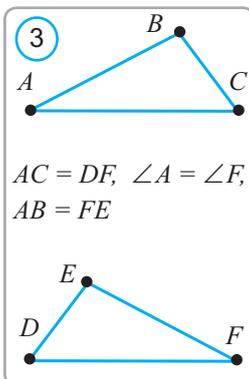
5. Тестҳо.

- Ду тарафи секунҷаи баробарпахлӯ ба 8 ва 3 баробар аст. Тарафи сеюми онро ёбед.
A) 5; Б) 8; В) 11; Г) 9.
- $P = 36, a = ?$ (расми 1)
A) 11; Б) 12; В) 13; Г) 18.
- Периметри секунҷаи баробарпахлӯ ба 48, тарафи паҳлӯияш ба 18 баробар аст. Асоси онро ёбед.
A) 18; Б) 12; В) 16; Г) 18.

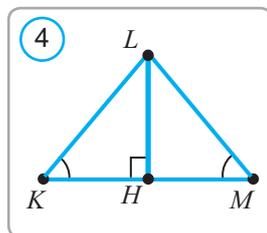


4. Периметри секунҷаи баробарпахлӯ ба 48 баробар аст. Агар яке аз тарафҳои он ба 12 баробар бошад, тарафҳои боқимондари ёбед.
 А) 12; 12 Б) 16; 16 В) 18; 24 Г) 18; 18.
5. Периметри секунҷаи баробарпахлӯ ба 36, яке аз тарафҳояш бошад, ба 16 баробар аст. Дарозии ду тарафи боқимондаи секунҷаро ёбед.
 А) 16 ва 4; Б) 10 ва 10; В) 10 ва 10 ё ин ки 16 ва 4;
 Г) Ин гуна секунҷа вуҷуд надорад.

6. $AC = ?$ (расми 2)
 А) 6; Б) 8; В) 12; Г) 10,5.
7. Секуҷа чандто медиана дорад?
 А) Якто; Б) Дуто; В) Сето; Г) Шашто.
8. Биссектрисаи секунҷа чӣ гуна шакл аст?
 А) Порча; Б) Нур; В) Хати рост; Г) Нуқта.



9. Қадом элементи секунҷа ба соҳаи берунаи он хобиданаш мумкин?
 А) Мединаш; Б) Баландиаш;
 В) Биссектрисааш; Г) Диагоналаш.
10. Агар ду кунҷи секуҷа баробар бошад, ин гуна секунҷа баробарпахлӯ номида мешавад, гуфтаги тасдиқро чӣ хел номидан мумкин?
 А) Таъриф; Б) Хосият;
 В) Аломат; Г) Аксиома.

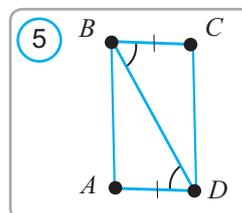


11. Секунҷаи ABC ва DEF-и дар расми 3-юм овардашуда, оё баробар мешаванд?
 А) Ҳа; Б) Не.
12. Дар расми 4-ум қадом секунҷаҳо байни ҳам баробар аст?
 А) $KLM = LMN$ Б) KLN
 В) $KLM = KLN$ Г) Ҳеҷ қадоме
13. Секуҷаҳои ABD ва CDB-и дар расми 5-ум овардашуда дар асоси қадом аломат баробар мешавад?
 А) Аз рӯи аломати ТТТ-и баробарии секуҷаҳо;

- Б) Аз рӯи аломати КТК-и баробарии секунҷаҳо;
- В) Аз рӯи аломати ТТТ-и баробарии секунҷаҳо;
- Г) Ин секунҷаҳо баробар нест.

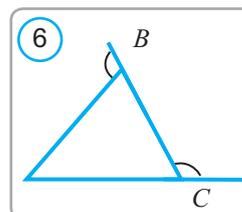
14. Ба расми 6-ум нигоҳ карда, намудҳои секунҷаҳоро муайян кунед.

- А) Баробартараф; Б) Баробарпахлӯ;
- В) Кундкунҷа; Г) Ҳеҷ қиз гуфта намешавад.



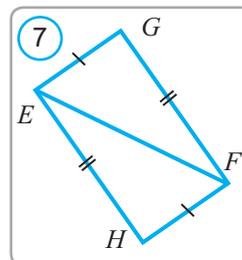
15. Аз рӯи маълумотҳои расми 7-ум аз баробариҳои зерин нодурустаҳо ёбед?

- А) $\angle GEF = \angle HFE$; Б) $\angle EGF = \angle FHE$;
- В) $\angle ENF = \angle FEG$; Г) $\angle EFH = \angle GEF$.



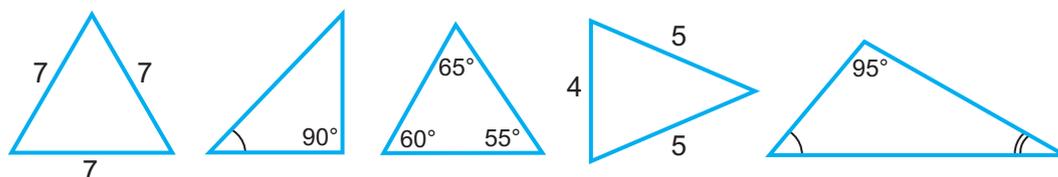
16. Баландии секунҷаҳои периметраш 12 см буда ба секунҷаҳои периметраш 7 см ва 9 см ҷудо карда мешавад. Дарозии баландиро ёбед?

- А) 2 см; Б) 3 см;
- В) 1 см; Г) 4 см.

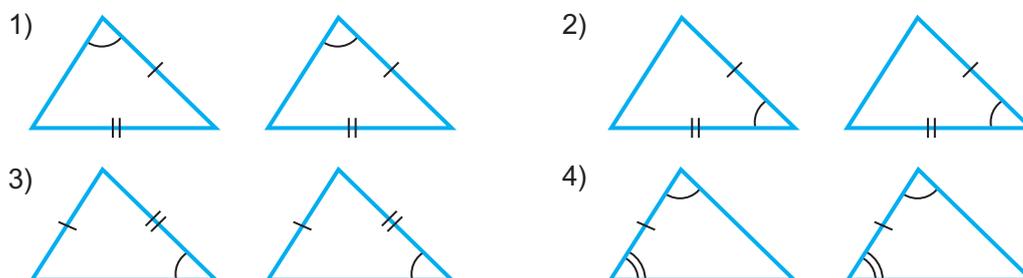


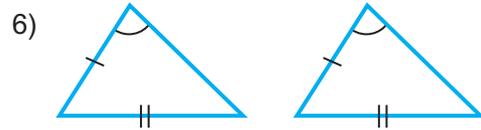
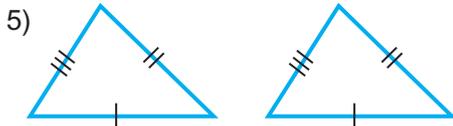
6. Масъалаҳо.

1. Дар асоси маълумотҳои дар расм додашуда намудҳои секунҷаҳоро аниқ намоед.

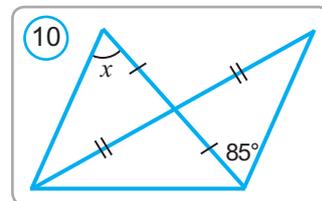
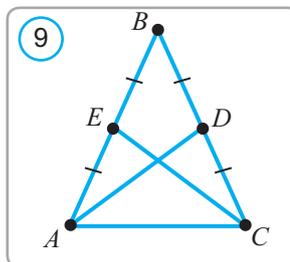
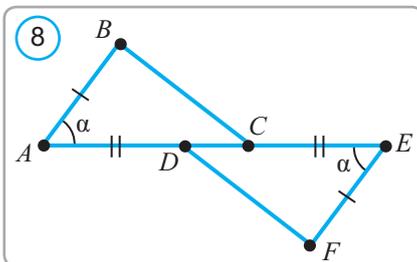
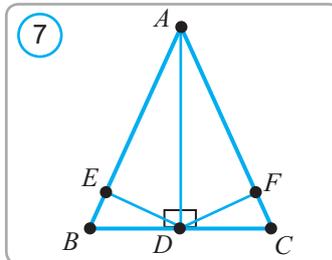
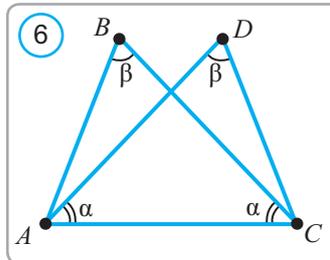
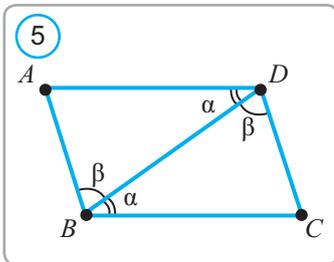
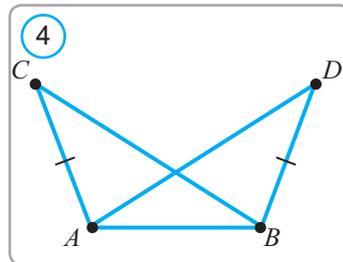
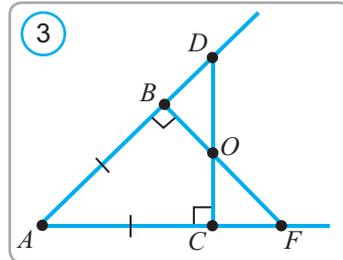


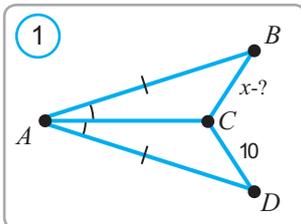
2. Аз ҷуфти секунҷаҳои зерин кадомашон ба ҳам баробар мешаванд? Аз рӯи кадом аломат?





3. Дар расми 3 $\triangle ACD = \triangle ABF$ буданашро исбот кунед.
4. Агар дар расми 4 $\angle CAB = \angle ABD$ бошад, $AD = BC$ буданашро нишон диҳед.
5. Дар расми 5 $\triangle ABD = \triangle BCD$ шуданашро исбот кунед.
6. Дар расми 6 $\triangle ABC = \triangle ADC$ шуданашро исбот кунед.
7. Агар дар $\triangle ABC$ ва $\triangle PQR$ $AB = PQ$, $AC = PR$ ва $BC = QR$ бошад, $\triangle ABC$ ва $\triangle PQR$ оё баробар мешаванд?
8. Агар дар расми 7 $AB = AC$, $BE = CF$ бошад, а) $\triangle AED = \triangle AFD$; б) $\triangle BED = \triangle CFD$ буданашро исбот кунед.
9. Дар расми 8 $\triangle ABC = \triangle EFD$ шуданашро исбот кунед.
10. Дар расми 9 $AD = CE$ буданашро исбот кунед.
11. Аз рӯи маълумотҳои расми 10, x -ро ёбед.
12. Порчаҳои AE ва BD дар нуқтаи C бурида мешаванд. Агар $DC = DE$, $AB = BC$ ва $\angle BAC = 48^\circ$ бошад, $\angle CED$ -ро ёбед.
13. Дар нуғи секунҷаи ABC нуқтаи D гирифта шудааст. Агар $AC = AB$, $CD = BD$ ва $\angle BDA = 120^\circ$ бошад, $\angle ADC$ -ро ёбед.





Кори назоратӣ аз ду қисм иборат мешавад:

- I. 5-то тести ба саволҳои тести саҳифаи 81-83 монанд;
 II. 3-то масъалаи ба масъалаҳои зерин монанд (масъалаи 4-илова барои хонандагоне, ки мехоҳанд баҳои “аъло” гиранд).

1. Аз рӯи маълумотҳои расми 1 порчаи номаълумро ёбед.
2. Порчаҳои AB ва CD дар нуқтаи O бурида мешаванд. Агар $\angle CAB = \angle ABD$ ва $AO = BO$ бошад, $\angle ACO = \angle BDO$ буданашро исбот кунед.
3. Периметри секунҷаи баробарпахлӯ ба $18,4$ м баробар, асосаш бошад аз тарафи паҳлӯияш $3,6$ м кӯтоҳ аст. Тарафҳои ин секунҷаро ёбед.
- 4*. Ду тарафи баробарии секунҷаҳо ва яке аз ин тарафҳоро аз рӯи баробарии медианаҳои фаровардашуда исбот кунед.



Супориши иловагӣ барои хонандагони қобилиятнок.

1. Бо саҳифаҳои боби дахлдори китоби дарсии электроники «Геометрия-7» шинос шавед. Супоришҳои дар иловаҳои аниматсияи интерактивӣ додашударо оид ба мавзӯҳои дар боби мазкур дохилгардида иҷро намуда, супоришҳои тестро ҳал карда, донишатонро санҷед.
2. Инчунин, аз ресурсҳои интернет, ки дар саҳифаи 10 оварда шудаанд, материалҳои ба боби мазкур дахлдорро пайдо кунед ва омӯzed.

БОБИ III



ХАТҶОИ РОСТИ ПАРАЛЛЕЛ

Ин бобро омӯхта ба дониш ва малақаҳои амалии зерин соҳиб мегардед:

Донишҳо оид ба:

- таъриф ва хосиятҳои хатҳои рости параллел;
- намудҳои кунҷҳои дар вақти бо хати рости буранда буридани ду хати рости ҳосилшаванда ва дар нақша фарқ карда тавонистани онҳо;
- аломатҳои параллелии ду хати рости;
- ифодаи теоремаи бо теоремаи додашуда баръакс;

Малақаҳо оид ба:

- сохта тавонистани хатҳои рости параллел бо ёрии хаткашаки оддӣ ва се кунҷдошта;
- дар нақша нишон дода тавонистани кунҷҳои дар натиҷаи бо хати рости буранда, буридани ду хати рости ҳосилшаванда.

**Машқи фаъолкунанда**

Агар ду хати рост бо як хати рост перпендикуляр бошанд, оё онҳо якдигарро бурида метавонанд? Ҷавобатонро асоснок кунед.



Хатҳои рости дар як ҳамворӣ хобида, якдигарро намебурида *хатҳои рости параллел* номида мешаванд.

1



Дар расми 1 хатҳои рости параллел тасвир гардидаанд. Параллел будани хатҳои рости a ва b ба таври $a \parallel b$ навишта мешавад ё ин ки мухтасар «*Хати рости a ба хати рости b параллел аст*» хонда мешавад.

Порчаҳои (нурҳои) дар хатҳои рости параллел хобида, порчаҳои (нурҳои) параллел номида мешаванд. Порчаҳои параллелро шумо дар зиндагӣ бисёр дучор омадаед. Масалан, релсҳои роҳи оҳан теғаҳои r_1 ба r_2 миз, ки шакли чоркунҷаро доранд, хатҳои горизонталӣ ё ин ки вертикалӣ, катакчаҳои варақҳои дафтар ва ҳоказо.

Ҳамин тавр, мувофиқи таъриф барои параллел шудани хатҳои рост:

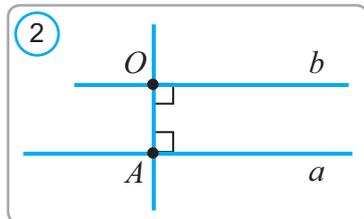
- дар як ҳамворӣ хобидани онҳо;
- ба як нуқтаи умумӣ соҳиб будан, яъне набуридани онҳо зарур аст.

Теоремаи дар мавзӯи 14 исботкардари акнун ба тариқи зайл ифода кардан мумкин аст:



Теорема. Ду хати рост бо як хати рост перпендикуляр байни ҳам параллеланд.

2



Машқ. Аз нуқтаи ба хати рости a тааллуқ надоштаи O мумкин будани гузаронидани хати рости ба он параллелро нишон диҳед.

Роҳи ҳал: Аз нуқтаи O хати рости OA -и ба хати рости a перпендикуляр мегузаронем (расми 2). Сипас, аз нуқтаи O хати рости b -и ба хати рости

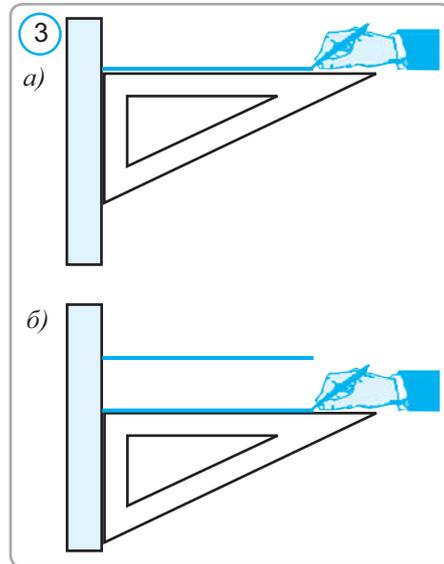
OA перпендикуляр мегузаронем. Дар натиҷа, ба $a \perp OA$ ва $OA \perp b$, яъне ба ду хати рости a ва b -и ба хати рости OA перпендикуляр соҳиб мешавем. Он гоҳ, мувофиқи теоремаи дар боло овардашуда, хати рости a ва b ҳам параллел мешаванд, яъне, b -хати ростест, ки қустуҷӯ мекардем.

Хатҳои рости параллелро дар амал бо ёрии хаткашакҳои оддӣ ва секунҷадошта аз рӯи тартибе, ки дар расми 3 тасвир гардидааст, кашидан имкон дорад. Дуруст будани ин усулро асоснок кунед.

Ба хати рост аз нуқтаи дар он намехобида чандто хати рости параллел гузаронидан мумкин аст? Тасдиқи зерини аксиомаи параллелӣ номидашуда ба ин савол ҷавоб медиҳад.

А Ба хати рости ҳамворӣ, аз нуқтаи дар он намехобида фақат якто хати рости параллел гузаронидан мумкин аст.

Ин тасдиқ, ҳамчун аксиома бе исбот қабул карда мешавад.



Теорема. Ду хати рости ба як хати рост параллел ба ҳам параллеланд.



a, b ва c хатҳои рости, $a \parallel c, b \parallel c$.



$a \parallel b$

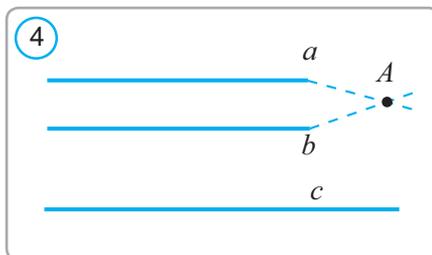
Исбот. Фараз кардем, $a \parallel c$ ва $b \parallel c$ бошаду хатҳои рости a ва b параллел набошанд. Дар он ҳолат, онҳо дар ягон нуқтаи A бурида мешаванд (расми 4) ва аз нуқтаи A ба хати рости c дуто хати рости параллели a ва b гузаронидагӣ шуда мемонад. Ин бошад, ба аксиомаи параллелӣ зид аст. Пас, фарзияи мо нодуруст аст — хатҳои рости a ва b ба ҳам параллел будаанд.

Теорема исбот карда шуд.



Тадқиқоти геометрӣ

Кунҷи ABC -и ба 45° баробарро кашед. Аз қуллаи кунҷ сар карда, ба тарафи AB -и вай чорто порчаи ба якдигар баробарро паи ҳам гузоред ва ба воситаи нӯғҳои ин порчаҳо хатҳои рости параллели тарафи BC -и порчаро буридагузаранда гузаронед. Сипас, дарозии порчаҳои дар тарафи BC ҳосилшударо бо ҳам муқоиса кунед. Дар бораи ин порчаҳо ба кадом хулоса омадед? Натиҷаро барои кунҷҳои бузургташон дигар санҷида бинед.

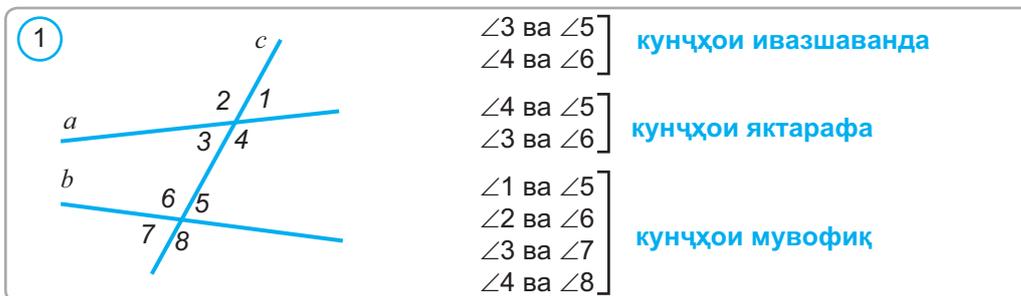


? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Хатҳои рост кадом вақт параллелӣ гуфта мешаванд?
2. Ба воситаи нуқтаи дар хати рости додашуда намехобида чандто хати рости ба ҳамин хати рост параллел бударо гузаронидан мумкин аст?
3. Ду порча кай параллел мешаванд?
4. Ба синф назар андозед ва порчаҳои параллелро аниқ кунед.
5. Ба ҳам параллел шудани ду хати рости ба хати рости сеюм параллел бударо нишон диҳед.
6. Хати рост кашида, дар он нуқтаҳои A , B ва C -ро ишора кунед. Бо ёрии хаткашак ва хаткашаки се кунҷдошта, хатҳои рости аз нуқтаи A , аз нуқтаи B ва аз нуқтаи C гузаранда ва ба яқдигар параллел бударо гузаронед.
7. Оё ду порчаи яқдигарро намебуридаро порчаҳои параллелӣ гуфта метавонем? Ду нури намебуридаро-чӣ?
8. Порча ва нур кай параллел мешаванд?
9. Ба ҳам параллел будани тарафҳои ба яқдигар муқобили росткунҷаро нишон диҳед.
10. Агар хати рост яке аз хатҳои рости параллелро бурида гузарад, оё дуомашро ҳам бурида мегузарад? Ҷавобҳоятонро асоснок кунед.
11. Дар варақ ду хати рост кашед. Агар варақ аз болои ин нуқтаҳо бурида шавад, чандто қисм ҳосил мешавад.

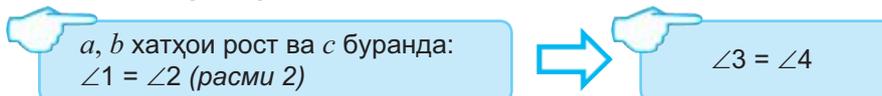
31 Кунҷҳое, ки ду хати рост ва хати рости бурида ҳосил кардаанд

Ду хати рости a ва b -и дар ҳамворӣ додашуда бо хати рости сеюми c бурида шаванд, 8-то кунҷ ҳосил мешавад. Онҳоро мисле, ки дар расми 1 нишон дода шудааст, бо рақамҳо ишора мекунем. Ҷуфтҳои зерини ин кунҷҳоро алоҳида-алоҳидаи номгузорӣ мекунем:



Хосиятҳои зерини ин кунҷоро меорем:

Хосияти 1. Агар як ҷуфт кунҷҳои ду хати рост ва хати рости буранда ҳосилкарда ба ҳам баробар бошанд, кунҷҳои ивазшавандаи ҷуфти дуюм ҳам ба ҳам баробар мешаванд.

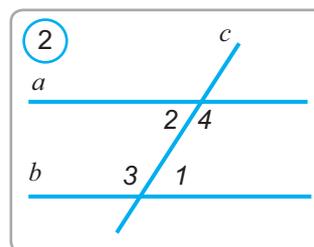


Исбот. Аз сабаби ҳамсоя будани кунҷҳои $\angle 2$ ва $\angle 4$:
 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ аст. Аз ин ҷо $\angle 4 = 180^\circ - \angle 2$ мешавад.

Аз сабаби ҳамсоя будани кунҷҳои $\angle 1$ ва $\angle 3$ ҳам:
 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ аст. Аз ин ҷо, $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1$ мешавад.

Мувофиқи шарт $\angle 1 = \angle 2$ буданашро ба ҳисоб гирем:
 $\angle 3 = 180 - \angle 1 = 180 - \angle 2 = \angle 4$ мешавад.

Пас, $\angle 3 = \angle 4$ аст. **Хосият исбот карда шуд.**

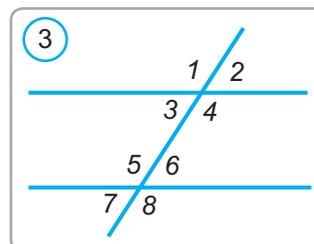


Хосияти 2. Агар кунҷҳои мувофиқ баробар бошанд, суммаи кунҷҳои якतरафа ба 180° баробар мешавад.

Исбот. Ягон ҷуфти кунҷҳои мувофиқ, масалан $\angle 2 = \angle 6$ бошад (расми 3), $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ буданашро исбот мекунем. Аз сабаби кунҷҳои ҳамсоя будани $\angle 2$ ва $\angle 4$, $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ мешавад. Дар он ҳолат, аз сабаби $\angle 2 = \angle 6$ буданаш, $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ буданаш бармеояд.

Ба 180° баробар будани ҷамъи дигар кунҷҳои якतरафа низ ба ҳамин тарз исбот карда мешавад.

Хосият исбот карда шуд.

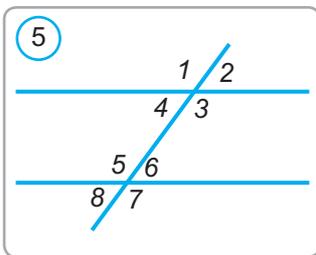
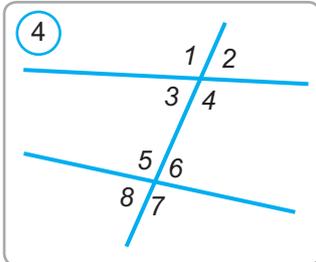


Хосияти 3. Агар кунҷҳои ивазшаванда ба ҳам баробар бошанд, он гоҳ, кунҷҳои мувофиқ ҳам ба ҳам баробар мешаванд.

Исбот. Кунҷҳои баробари ивазшаванда $\angle 3$ ва $\angle 6$ бошанд (расми 3). Он гоҳ, аз сабаби кунҷҳои вертикалӣ будани $\angle 3$ ва $\angle 2$, $\angle 3 = \angle 2$ мешавад. Пас, кунҷҳои мувофиқ — $\angle 6$ ва $\angle 2$ баробар буданд. Баробарии дигар ҷуфтҳои кунҷҳои мувофиқ низ ба ҳамин тарз исбот карда мешаванд.

Савол, масъала ва супоришҳо

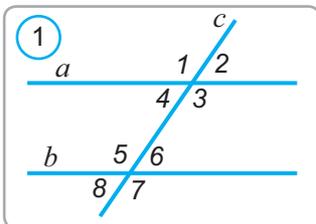
1. Ду хати рости дилхоҳ кашед. Онҳоро бо хати рости сеюм — буранда, буред. Аз нақша кунҷҳои якतरафа, ивазшаванда ва мувофиқро нишон диҳед.
2. Аз кунҷҳои расми 4 кадомашон кунҷи вертикалӣ ва кадомашон кунҷи ҳамсоя мешаванд?



3. Агар дар расм $\angle 2 = \angle 6 = 63^\circ$ бошад, кунҷҳои боқимондари ёбед.
4. Агар яке аз кунҷҳое, ки дар натиҷаи бурида шудани ду хати рост бо хати рости сеюм ҳосил гардидаанд, 82° ва боз яке аз онҳо 110° бошанд, кунҷҳои боқимондари ёбед.
5. Дар расми $\angle 3 = \angle 5$ бошад, оё $\angle 4 = \angle 6$ мешавад? Агар $\angle 1 = \angle 7$ бошад, оё баробарии $\angle 2 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 6$ иҷро мешаванд? Ҷавобҳоятонро асоснок кунед.
6. Ба ҳам баробар шудани кунҷҳои яктарафа оё мумкин аст?
- 7.* Кунҷҳои ивазшаванда баробар бошанд, ба 180° баробар будани ҷамъи кунҷҳои яктарафаро нишон диҳед. Яъне, агар суммаи кунҷҳои яктарафа ба 18 баробар бошад, кунҷҳои ивазшаванда байни ҳамдигар оё баробар мешаванд?
- 8.* Агар як ҷуфт кунҷи мувофиқи ду хати рост ва хати рости буранда ҳосилкарда ба ҳам баробар бошад, баробар шудани ҷуфти дуҷуми кунҷҳои мувофиқро ҳам исбот кунед.

32 Аломатҳои параллелии ду хати рост

Машқи фаъолкунанда



Дар расми 1 хатҳои рости параллелии a ва b ва бурандаи c тасвир ёфтаанд. Супоришҳои зеринро иҷро кунед ва ба саволҳои ҷавоб диҳед.

1. Ҷамъи ҷуфтҳои кунҷҳои ивазшавандари нависед ва онҳоро бо транспортир чен кунед. Дар бораи ченаки градусии ҳар як ҷуфти кунҷҳои ивазшаванда чӣ гуфта метавонед?
2. Ҷамъи ҷуфтҳои кунҷҳои яктарафаро нависед ва онҳоро бо транспортир чен кунед. Дар бораи суммаи ченаки градусии ҳар як ҷуфти кунҷҳои яктарафа чӣ гуфта метавонед?
3. Ҷамъи ҷуфтҳои кунҷҳои мувофиқро нависед ва онҳоро бо транспортир чен кунед. Дар бораи ченаки градусии ҳар як ҷуфти кунҷҳои мувофиқ чӣ гуфта метавонед?
4. Оё хусусиятҳои дар боло аниқ гардида ҳама вақт бамаврид шуда нометавонад?

Параллел будани ду хати ростро бо ёрии кадом усулҳои аниқ кардан мумкин аст? Теоремаҳои зерини аломатҳои параллелии хати рост кашидашуда ба ин савол ҷавоб медиҳад.

Теорема. Агар кунҷҳои ивазшавандаи ду хати рост ва хати рости буранда ҳосилкарда баробар бошанд, он гоҳ ин ду хати рост параллел мешавад.

Исбот. 1) Аввал ҳолати кунҷи рост шудани $\angle 1$ ва $\angle 2$ -ро мебинем (расми 2). Дар ин ҳолат, хати рости AB ба хатҳои рости a ва b перпендикуляр мешавад. Он гоҳ, хатҳои рости a ва b дар асоси теорема дар бораи ду хати рости ба як хати рост перпендикуляр ба ҳам параллел мешаванд (ба саҳифаи 95 нигаред).

2) Акнун ҳолати кунҷи рост набудани $\angle 1$ ва $\angle 2$ -ро мебинем. Аз нуқтаи O -и мобайни порчаи AB ($AO=BO$) ба хати рости a перпендикуляри OC мефурорем (расми 3). Дар хати рости b аз нуқтаи B порчаи дарозиаш ба AC баробари BD -ро мегузаронем. Ба секунҷаҳои AOC ва BOD назар меандозем: Дар онҳо

1. мувофиқи сохтан: $AC=BD$;
2. мувофиқи сохтан: $AO=BO$;
3. мувофиқи шарт: $\angle 1 = \angle 2$.

Он гоҳ мувофиқи аломати ТКТ баробарии секунҷаҳо $\triangle AOC = \triangle BOD$ мешавад. Хусусан, $\angle 3 = \angle 4$ ва $\angle 5 = \angle 6$ мешавад.

Аз сабаби $\angle 3 = \angle 4$ буданаш дар давоми нури CO хобидани нуқтаи D , яъне дар як хати рост хобидани нуқтаҳои C , O ва D бармеояд.

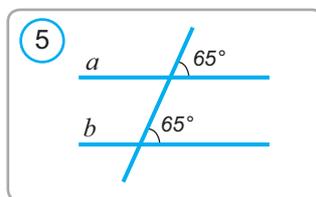
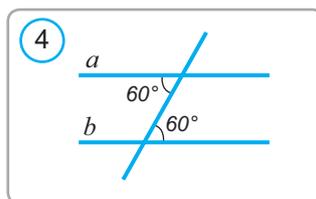
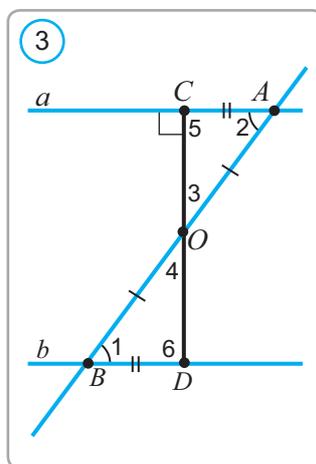
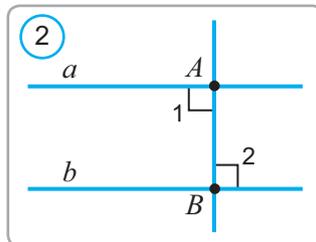
Аз сабаби $\angle 5 = \angle 6$ буданаш, ба монанди $\angle 5$ кунҷи рост будани $\angle 6$ ҳам бармеояд. Ҳамин тавр, хатҳои рости a ва b танҳо ба хати рости CD перпендикуляр будааст.

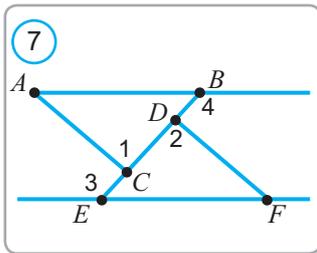
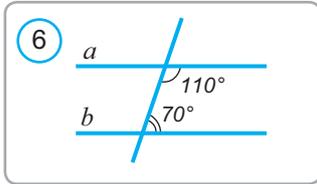
Теорема исбот карда шуд.



Масъала. Агар дар расми 1 $\angle 2 = 55^\circ$ ва $\angle 5 = 125^\circ$ бошад, оё хатҳои рости a ва b ба ҳам параллел мешаванд?

Роҳи ҳал: Аз сабаби кунҷҳои вертикалӣ будани $\angle 2$ ва $\angle 4$, $\angle 4 = \angle 2 = 55^\circ$ аст. $\angle 5$ ва $\angle 6$ аз сабаби ҳамсоя буданаш $\angle 6 = 180^\circ - \angle 5 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ аст. Дар натиҷа, ба ҳам баробар будани кунҷҳои ивазшавандаро аниқ мекунем: $\angle 4 = \angle 6$. Пас, мувофиқи аломати параллелии ду хати рости дар боло исбот карда шуда, хатҳои рости a ва b параллел мешаванд. **Ҷавоб:** Ҳа.

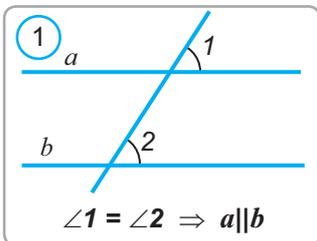




? Савол, масъала ва супоришҳо

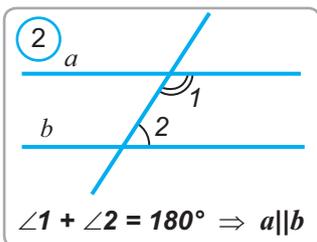
1. Аломати параллелии ду хати ростро шарҳ диҳед.
2. Дар расми 4 $a \parallel b$ буданашро нишон диҳед.
3. Дар расми 5 $a \parallel b$ буданашро нишон диҳед.
4. Дар расми 6 $a \parallel b$ буданашро нишон диҳед.
5. Агар дар расми 1: а) $\angle 1 = 132^\circ$, $\angle 8 = 48^\circ$ б) $\angle 2 = 36^\circ$, $\angle 5 = 144^\circ$ в) $\angle 3 = 113^\circ$, $\angle 6 = 77^\circ$ г) $\angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$ бошад, оё $a \parallel b$ мешавад?
6. Агар дар расми 7: а) $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$, $AB = EF$; б) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$; в) $AB = EF$, $BD = EC$, $AC = FD$ бошад, $\triangle ABC = \triangle EFD$ буданашро нишон диҳед.
7. Хати рости a ва нуқтаи дар он нахобидаи K дода шудааст. Ба воситаи нуқтаи K чорто хати рост гузаронида шуд. Аз ин хатҳои рост, чандтояшон бо a бурида мешаванд.

33 Аломатҳои параллелии ду хати рост (давомаш)



Хосияте, ки айнан аз теорема бармеоюд, натиҷа номида мешавад. Аз теоремаҳои дар мавзӯҳои гузашта исбот кардашуда ва аз хосиятҳои 2-3-и мавзӯи 38 натиҷаҳои зерин бармеоюнд.

Натиҷаи 1. Агар кунҷҳои мувофиқи ду хати рост ва хати ростии буранда ҳосилкарда баробар бошанд, он гоҳ ин ду хати рост параллел мешаванд (расми 1).



Натиҷаи 2. Агар ҷамъи кунҷҳои яктарафаи ду хати рост ва хати ростии буранда ҳосилкарда ба 180° баробар бошанд, он гоҳ, ин ду хати рост параллел мешаванд (расми 2).

Масъала. Кадом хатҳои ростии дар расми 3 тасвиршуда параллеланд?

Роҳи ҳал: Аз баробарии кунҷҳои вертикалӣ, $\angle 1 = 105^\circ$, $\angle 2 = 125^\circ$, $\angle 3 = 115^\circ$. Хатҳои ростии a ва b параллел нестанд, чунки $\angle 1 + 65^\circ = 105^\circ + 65^\circ \neq 180^\circ$. $a \parallel d$ мешавад, чунки $\angle 1 + 75^\circ = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ (ба натиҷаи 2 нигоҳ кунед).

Айнан ҳамин тавр $b \parallel e$ $65^\circ + \angle 3 = 65^\circ + 105^\circ = 180^\circ$ аст.
Хатҳои рости a , c ва e ба ҳам параллел нестанд, чунки кунҷҳои мувофиқи онҳо баробар нестанд (ба натиҷаи 1 нигоҳ кунед).

Айнан ҳамин тавр, хатҳои рости b ва d ҳам параллел нестанд, чунки кунҷҳои мувофиқ баробар нестанд: $65^\circ \neq 75^\circ$. **Ҷавоб:** $a \parallel d$, $b \parallel e$.



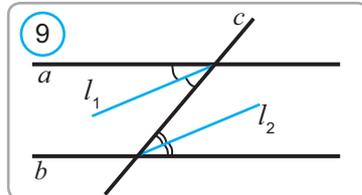
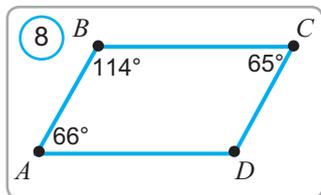
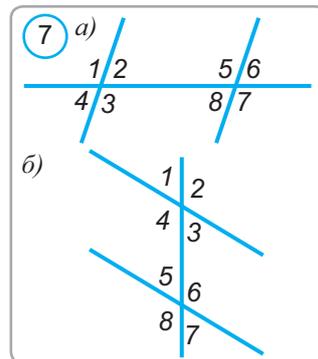
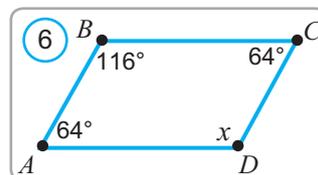
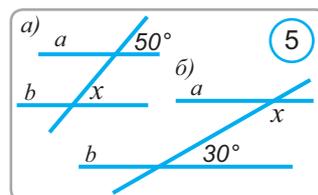
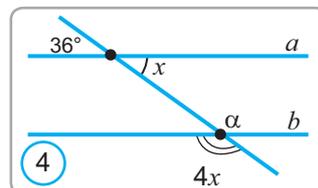
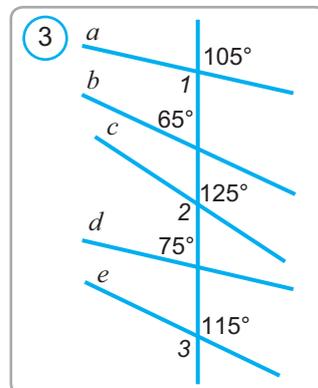
Масъала. Дар расми 4 оё $a \parallel b$ мешавад?

Роҳи ҳал: Аз рӯи хосияти кунҷҳои вертикалӣ $x = 36^\circ$ аст. Он гоҳ, $\alpha = 4x = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$ мешавад. Суммаи секунҷаҳои якҷарафа $x + \alpha = 36^\circ + 144^\circ = 180^\circ$ мешавад. Пас, аз рӯи натиҷаи 2 $a \parallel b$ мешавад.

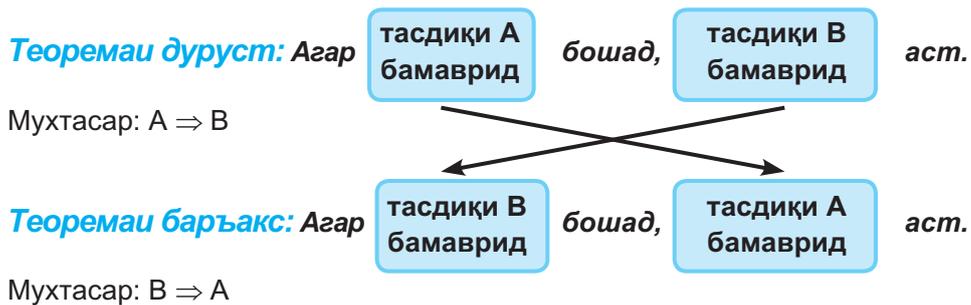


Савол, масъала ва супоришҳо

1. Аломатҳои параллелии ду хати ростро гӯед.
2. Барои параллел шудани хатҳои рости a ва b , ки дар расми 5 тасвир шудаанд, кунҷҳои номаълум бояд чанд градус шаванд?
3. Кунҷи номаълуми расми 6-ро ёбед.
4. Агар дар расми 7 а) $\angle 1 = \angle 5 = 105^\circ$; б) $\angle 3 = 60^\circ$, $\angle 8 = 120^\circ$ бошад, кунҷҳои боқимондари ёбед.
5. Қадом тарафҳои чоркунҷаи расми 8 параллел мешаванд?
6. Яке аз кунҷҳои дар натиҷаи буриши ду хати рост ва хати рости буранда ҳосилгардида 32° , кунҷи ба он мувофиқ ба 33° баробар бошад, оё ин хатҳои рост параллел мешаванд?
7. Параллел будани биссектрисаҳои кунҷҳои ивазшавандаро, ки дар натиҷаи буриши хатҳои рости параллели a ва b ва хати рости c ҳосил гардидаанд, нишон диҳед (расми 9).



Агар ҷои шарт ва хулосаҳои теорема иваз карда шавад, ҷумлаи нав (яъне тасдиқ) ҳосил мегардад. Агар ин ҷумла ҳам дуруст бошад (яъне онро исбот карда шавад) вай теоремаи ба теоремаи додашуда баръакс номида мешавад.



Мисол. “Агар секунҷа баробарпахлӯ бошад, кунҷҳои асоси он баробар мешаванд” — теоремаи ба ин теорема баръакс чунин аст: “Агар ду кунҷи секунҷа баробар бошад, вай секунҷаи баробарпахлӯ мешавад”.

Маиқи 1. Теоремаи баръакси дар болоовардашуда «Аломати баробарпахлӯ шудани секунҷа» ном барда мешавад. Дуруст будани онро мустақилона исбот кунед.

Гуфтан лозим аст, ки тасдиқи ба теоремаи додашуда баръакс ҳар доим ҳам бамаврид буда наметавонад.

Масалан, «ба теоремаи «Агар кунҷҳо вертикалӣ бошанд, онҳо баробар мешаванд» тасдиқи баръакси «Агар кунҷҳо баробар бошанд, онҳо вертикалӣ мешаванд» дуруст нест.

Маиқи 2.

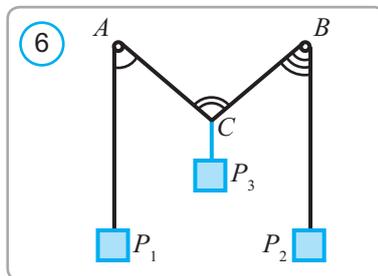
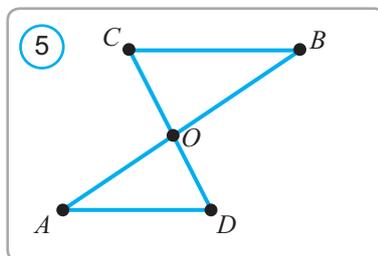
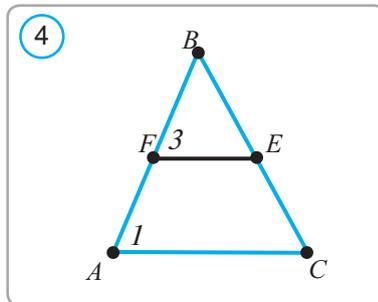
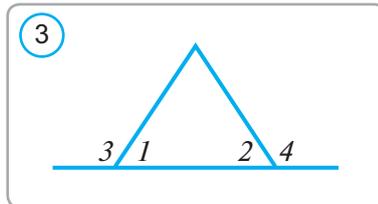
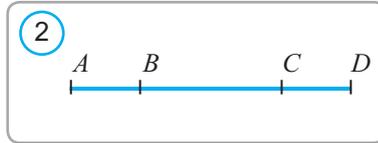
1. “Ба тасдиқи «Агар борон борад, дар осмон абр мешавад» тасдиқи баръакс тартиб диҳед. Ҳар доим дуруст будан ё набудани тасдиқи баръакси ҳосилшударо шарҳ диҳед.
2. Теоремаҳои ба теоремаҳои дурусти зерин баръаксро навишта гиред. Дурустӣ ё ин ки нодурустии тасдиқи дар ҳар як теоремаи баръакс ифодагардидаро санҷед.
 - 1) Ду хати рост ба як хати рост перпендикуляр яқдигарро намебуранд.
 - 2) Агар ду секунҷа баробар бошанд, тарафҳои мувофиқи онҳо баробар мешавад.
 - 3) Агар кунҷҳои ҳамсоя ба ҳам баробар бошанд, онҳо кунҷи рост мешаванд.
 - 4) Ду хати рост ба як хати рост параллелбуда параллеланд.



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Теоремаи баръакс аз теоремаи дуруст чӣ гуна фарқ дорад?

2. Теоремаи ба теоремаи дуруст баръакс оё ҳамеша бамаврид шуда метавонад?
3. Теоремаи дурустро исбот карда, теоремаи ба он баръаксро оё бе исбот қабул карда мешавад?
4. Теоремаи баръакси теоремаи баръакс чӣ ном дорад.
5. Шарт ва хулосаи теоремаи зеринро нависед. Теоремаҳои ба ин теоремаҳо баръаксро ифода кунед ва дурустии онҳоро санҷед:
 - 1) Агар дар расми 2 $AC = BD$ бошад, $AB = CD$ мешавад.
 - 2) Агар дар расми 3 $\angle 1 = \angle 2$ бошад, $\angle 3 = \angle 4$ аст.
 - 3) Агар дар расми 4 $EF \parallel AC$ бошад, $\angle 1 = \angle 3$.
 - 4) Агар дар расми 5 $AO = OB$ ва $CO = OD$ бошад, $\triangle AOD = \triangle BOC$ мешавад.
6. Дар риштаи ба воситаи блокҳо дар нуқтаҳои A ва B басташуда ҷисмҳои P_1 ва P_2 овехта шудааст (расми 6). Ҷисми P_3 бошад, дар нуқтаи C -и ҳамин ришта овехта шуда, ҷисмҳои P_1 ва P_2 -ро дар мувозинат нигоҳ дошта истодааст. $AP_1 \parallel BP_2 \parallel CP_3$ буданаш маълум бошад, $\angle ACB = \angle A + \angle B$ шуданашро исбот кунед.
7. Теоремаҳои ба теоремаҳои зерин баръаксро ифода кунед ва дурустии онҳоро санҷед:
 - 1) Кунҷҳои мувофиқ, ки дар натиҷаи бурида шудани ду хати рост ва хати рости буранда ҳосил шудаанд, баробар бошанд, он гоҳ ин хатҳои рост параллел мешаванд.
 - 2) Ду хати рости ба хати рости сеюм параллел, параллел мешаванд.
 - 3) Ҷамаи кунҷҳои секунҷаи баробарпаҳлӯ ба ҳам баробар мешаванд.
8. Теоремаҳои ба аломатҳои баробарии секунҷаҳо баръаксро гӯед. Ин теоремаҳои баръакс оё дурустанд?



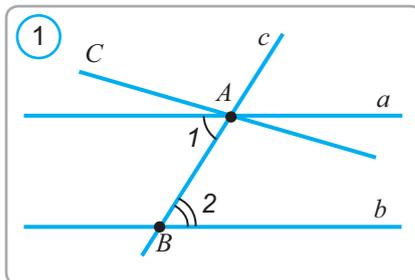
35

Кунҷҳое, ки ду хати рости параллел ва хати рости буранда ҳосил кардаанд

Дар поён теоремаҳои ба аломатҳои параллелии ду хати рост баръаксро аз назар мегузаронем.



Теоремаи 1. Кунҷҳои ивазшавандаи ду хати рости параллел ва буранда ҳосилкарда ба ҳам баробар мешаванд.



$a \parallel b, c$ – буранда (расми 1)

$\angle 1 = \angle 2$

Исбот. Баръаксашро фараз мекунем: $\angle 1 \neq \angle 2$ бошад. Дар нури AB кунҷи $\angle CAB$ -и ба $\angle 2$ баробарро мегузаронем ($\angle CAB = \angle 2$). Дар он ҳолат, ҳангоми бо бурандаи AB буридани хатҳои рости CA ва b ба кунҷҳои ивазшавандаи ба якдигар баробари (мувофиқи сохтан) $\angle CAB$

ва $\angle 2$ соҳиб мегардем. Пас, хатҳои рости CA ва b ба ҳам параллеланд. Ҳамин тавр, ба ду хати рости (CA ва a), аз нуқтаҳои A ба хати рости b параллелбуда соҳибем.

Ин бошад, ба аксиомаи параллелӣ зид аст. Пас, фарози мо нодуруст, $\angle 1 = \angle 2$ будааст. **Теорема исбот гардид.**

Натиҷа. Агар хати рост ба яке аз хатҳои рости параллел перпендикуляр бошад, ба дуюмаш ҳам перпендикуляр мешавад.

Дуруст будани тасдиқи ба тариқи натиҷа овардашударо мустақилона санчида бинед.



Теоремаи 2. Кунҷҳои мувофиқ, ки ки ду хати рости параллел ва буранда ҳосил кардаанд, ба ҳам баробар мешаванд.

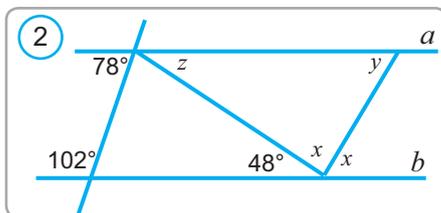


Теоремаи 3. Суммаи кунҷҳои якҷарафаи ду хати рост ва буранда ҳосилкарда ба 180° баробар мешаванд.

Теоремаҳоро барои мустақилона исбот намудан кӯшиш кунед.



Масъала. Кунҷҳои номаълуми расми 2-ро ёбед.



Роҳи ҳал: Аз сабаби суммаи кунҷҳои якҷарафа $78^\circ + 102^\circ = 180^\circ$ буданаш $a \parallel b$ мешавад. Пас, назар ба теоремаи $z = 48^\circ$ ва $x = y$ мешавад. Аз сабаби $x + x + 48^\circ = 180^\circ$ буданаш (бузургии кунҷҳои кушод), $x = 66^\circ$ мешавад. Пас, $y = 66^\circ$.

Ҷавоб: $x = 66^\circ; y = 66^\circ; z = 48^\circ$.



Масъала. Дар расми 3 $a \parallel b$, $c \parallel d$ аст. Аз баробариҳои зерин кадомашон дурустанд?

- 1) $\angle 1 = \angle 15$; 2) $\angle 3 = \angle 13$; 3) $\angle 4 = \angle 16$; 4) $\angle 4 = \angle 8$; 5) $\angle 1 = \angle 12$;
 6) $\angle 7 = \angle 10$; 7) $\angle 8 = \angle 16$; 8) $\angle 8 = \angle 11$; 9) $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$;
 10) $\angle 6 + \angle 14 = 180^\circ$; 11) $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$; 12) $\angle 8 + \angle 9 = 180^\circ$

Роҳи ҳал: 3) $\angle 4 = \angle 2$ (мувофиқи хосияти кунҷҳои вертикалӣ), $\angle 2$ ва $\angle 16$ – аз сабаби кунҷҳои мувофиқ буданашон $\angle 2 = \angle 16$ аст. Пас, баробарии $\angle 4 = \angle 16$ дуруст аст.

5) $\angle 12 = \angle 7$ (мувофиқи хосиятҳои кунҷҳои мувофиқ) ва $\angle 7 = \angle 5$ (кунҷҳои вертикалӣ). $\angle 5$ ва $\angle 1$ кунҷҳои мувофиқанд. Аз ҳамин сабаб. $a \parallel b$, яъне баробарии $\angle 1 = \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$, яъне $\angle 1 = \angle 12$ нодуруст аст.

9) $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 13 = \angle 15$ (кунҷҳои вертикалӣ), $c \parallel d$, $\angle 2$ ва $\angle 15$ – аз сабаби кунҷҳои якҷарафа буданашон, $\angle 2 + \angle 15 = 180^\circ$ мешавад. Пас, баробарии $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$ дуруст аст.

11) Аз сабаби $c \parallel d$ буданаш $\angle 7 = \angle 10$ (мувофиқи хосиятҳои кунҷҳои ивазшаванда) ва $\angle 10 = \angle 12$ (кунҷҳои вертикалӣ) мешаванд. Пас, $\angle 7 = \angle 12$.

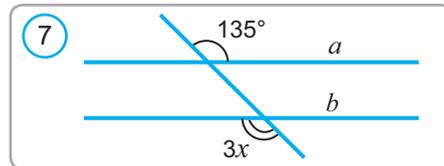
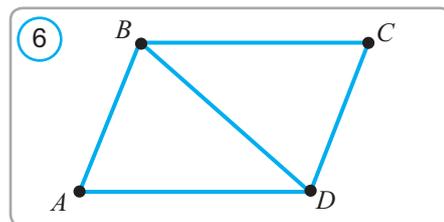
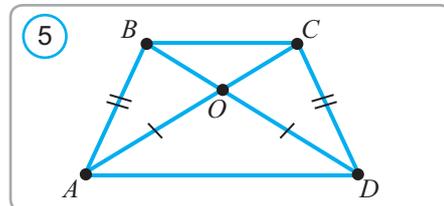
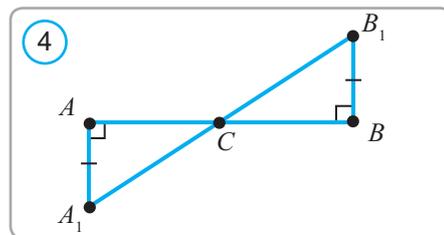
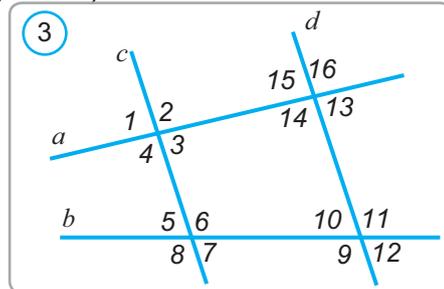
Аз ҳамин сабаб, баробарии $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$ фақат ҳангоми $\angle 7 = \angle 12 = 90^\circ$ шуданаш бамаврид хоҳад буд.

Баробариҳои боқимондари худатон ба ин тарз мустақиллона санҷида бароед.



Савол, масъала ва супоришҳо

- Дар расми 4 $AC = CB$ буданашро нишон диҳед.
- Барои ёфтани мобайни порчаи додашуда аз масъалаи 1 чӣ тавр истифода бурдан мумкин аст?
- Дар расми 5 $BC \parallel AD$, $AO = OD$ буданаш маълум аст. а) $BO = OC$; б) $AC = BD$; в) $\triangle AOB = \triangle COD$; г) $\triangle ABD = \triangle ACD$.
- Дар расми 6 $BC \parallel AD$ ва $AB \parallel CD$ бошад, $\triangle ABD = \triangle CBD$ буданашро исбот кунед.
- Дар расми 7 $a \parallel b$ бошад, $x = ?$



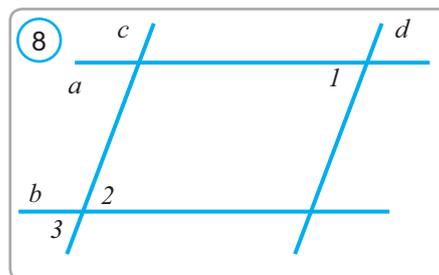
6. Кунҷҳои тези ABC ва $A_1B_1C_1$. дода шудааст. Агар $AB \parallel A_1B_1$ ва $BC \parallel B_1C_1$ бошад, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ буданашро исбот кунед.

7*. Тарафҳои ба ҳамдигар муқобили параллели яке аз кунҷҳои ба хати рост хобида тез ва дуҷуми он кунд мебошад. Суммаи ин кунҷҳо ба 180° баробар буданашро исбот кунед.

Дар хотир доред. Дар масъалаҳои 6 ва 7-ум теоремаҳои додашудаи тарафҳои мувофиқаш параллел буда, хосиятҳои кунҷҳо ном бурда мешавад.

8. Дар расми 8-ум агар $a \parallel b$, $c \parallel d$ ва $1 = 55$ бошад, 2 ва 3-ро ёбед.

9. Хосили тарҳи кунҷҳои тарафҳои мувофиқаш ба яке аз кунҷҳои хатҳои ростии параллелхобида, ба 180° баробар буданашро исбот кунед.

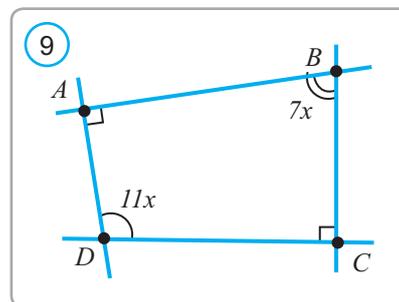


10*. Кунҷҳои тези ABC ва $A_1B_1C_1$, дода шудааст. Агар $AB \parallel A_1B_1$ ва $BC \parallel B_1C_1$ бошад, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ буданашро исбот кунед.

11*. Тарафҳои мувофиқаш перпендикуляри яке аз кунҷҳои ба хатҳои рост хобида тез ва дуҷуми он кунд аст. Суммаи ин кунҷҳои ба 180° баробар буданашро исбот кунед.

Дар хотир доред. Дар масъалаҳои 10 ва 11-ум теоремаҳои додашудаи тарафҳои мувофиқаш перпендикуляр буда, хосиятҳои кунҷҳои ном бурда мешавад.

12. Тарафҳои мувофиқи кунҷҳои ABC ва ADC -и дар расми 9-ум додашуда, перпендикуляранд. Кунҷҳои номаълумро ёбед.



1. Ҷойҳои холимондари бо калимаҳои мантиқан дуруст пур кунед.

1. Ба воситаи нуқтаи дар хати рост хобида ба вай перпендикуляр гузаронидан мумкин аст.
2. Агар ҳангоми буридани ду хати рост ва хати рости буранда ҳосилшуда баробар бошад, ин хатҳои рост параллел мешаванд.
3. Ду хати рости ҳамворӣ , онҳо хатҳои рости параллел номида мешаванд.
4. Хати рости аз ду хати рост якеро бурида гузашта
5. ба воситаи нуқтаи дар хати рост намехобида хати рости ба вай параллел мегузарад.
6. Ба воситаи нуқтаи дилхоҳи хати рост фақат якто хати рост гузаронидан мумкин аст.
7. Хатҳои рости таҳти кунҷҳои рост буридашуда номида мешаванд.
8. Ду хати рости ба як хати рост байни ҳам параллеланд.
9. Кунҷҳои яктарафа, ки дар натиҷаи бо хати рости буранда буридани ду хати рост ҳосил мешаванд, хатҳои рост параллел мешаванд.
10. , ки ҳангоми бо хати рости буранда буридани хатҳои рости параллел, ҳосил мешавад,

2. Ғалатҳои ҷумлаҳои зеринро ёбед ва ислоҳ кунед.

1. Фақат аз як нуқтаи хати рост, хати рости ба вай перпендикуляр гузаронидан мумкин аст.
2. Фақат аз як нуқтаи ба хати рости додашуда намехобида ба ҳамин хати рост перпендикуляр гузаронидан мумкин аст.
3. Хати рости ба яке аз хатҳои рости параллели AB ва AK перпендикуляр буда ба дуоҷамаш ҳам перпендикуляр мешавад.
4. Кунҷҳои ивазшавандаи дар натиҷаи бо хати рости буранда буридани ду хати рост ҳосилгардида баробар мешаванд.
5. Агар ду порча бурида нашаванд, онҳо порчаҳои параллел номида мешаванд.
6. Кунҷҳои тарафҳои мувофиқашон параллел баробар мешаванд.
7. Агар $a \perp b$, $b \perp c$ бошад, $a \perp c$ мешавад.
8. Суммаи кунҷҳои тарафҳои мувофиқашон перпендикуляр ба 180° баробар аст.
9. Агар кунҷҳои яктарафаи дар натиҷаи бо хати рости буранда бурида шудани ду хати рост ҳосилгардида баробар бошанд, хатҳои рост параллел мешаванд.
10. Хатҳои рости ба хатҳои рости перпендикуляр параллелбуда низ байни ҳам параллел мешаванд.
11. Агар $a \parallel b$, $b \parallel c$ бошад, $a \parallel c$ мешавад.

3. Мафҳумҳои геометрии, ки ба хосиятҳо ва талқинҳои дар ҷадвал овардашуда мувофиқанд, ёбед.

1.	Хатҳои рости ба нуқтаи умумӣ соҳибнабуда	
2.	Таҳти хатҳои рост бурида мешаванд	
3.	Аз нуқта ба хати рост фақат якто фузуровардан мумкин	
4.	Аз нуқта ба хати рост ҳар қадаре, ки хоҳед гузаронидан мумкин аст	
5.	Қисми шарт ва хулосааш иваз шудааст	
6.	Кунҷҳое, ки дар натиҷаи бо хати рости бурида, буридаи ду хати рост ҳосил мегарданд	

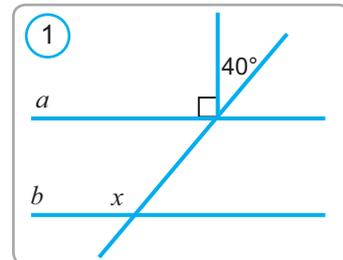
4. Ба мафҳумҳои геометрии сутуни якум хосиятҳо ё ин ки талқинҳои дахлдори сутуни дуюмро мувофиқ гузоред.

<i>Мафҳумҳои геометрӣ</i>	<i>Хосиятҳо, талқинҳо</i>
1. Хатҳои рости параллел	А. Ҳар доим ҳам дуруст нестанд.
2. Хатҳои рости перпендикуляр	Б. Намебурида.
3. Хати рости бурида ҳангоми хати ростро буридан	В. Ҳангоми буридан кунҷҳои рост ҳосил мешаванд.
4. Кунҷҳои ивазшаванда	Г. Кунҷҳои ивазшаванда мувофиқ ва яктарафа ҳосил мешаванд.
5. Теоремаи баръакс	Ғ. Дар як нимҳамворӣ меҳобад.
6. Кунҷҳои яктарафа	Д. Баробар бошад, хатҳои рост параллел мешаванд.

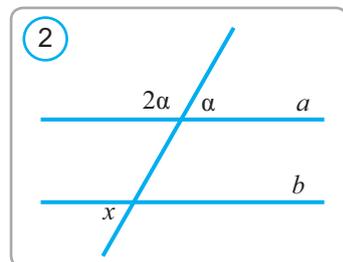
5. Тестҳо.

- Ба воситаи нуқтаи дар хати рости додашуда намехобида чандто хати рости ба вай параллел гузаронидан мумкин аст?
А) 1; Б) 2; В) 4; Г) Чандто, ки хоҳед.
- Агар $a \parallel b$, $b \perp c$, $c \perp d$ бошад, кадоме аз ҷавобҳои зерин дурустанд?
А) $a \perp d$, $b \perp d$ Б) $a \perp c$, $b \parallel d$
В) $a \parallel c$, $a \perp d$ Г) $a \perp c$, $a \perp d$, $b \perp d$.
- Ба воситаи нуқтаи ба хати рости дар ҳамворӣ додашуда намехобида чандто хати рости ба ҳамин хати рост перпендикуляр гузаронидан мумкин аст?
А) 1; Б) 2; В) 4; Г) Чандто, ки хоҳед.

4. Дар расми 1 $a \parallel b$ бошад, $x = ?$
 А) 100° ; Б) 110° ; В) 130° ; Г) 140° .



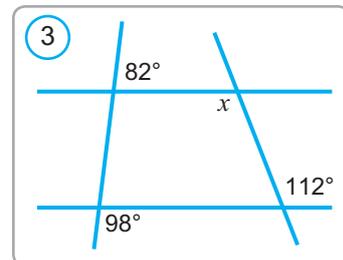
5. Дар расми 2 $a \parallel b$ бошад, $x = ?$
 А) 30° ; Б) 45° ; В) 60° ; Г) 36° .



6. $x = ?$ (расми 3)
 А) 96° ; Б) 108° ; В) 112° ; Г) 78° .

7. Дар расми 5 $a \parallel b$ ва $\alpha - \beta = 70^\circ$ бошад, $\alpha = ?$
 А) 30° ; Б) 125° ; В) 75° ; Г) 36° .

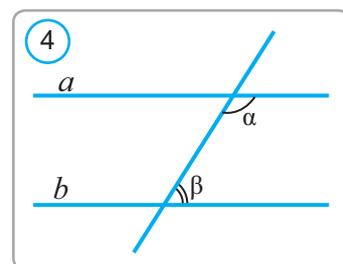
8. Ду хати ростро ҳангоми бо хати рост буридан, чандто кунҷи кунд ҳосил шуданаш мумкин?
 А) 3-то; Б) 8-то;
 Д) 6-то; Е) 4-то.



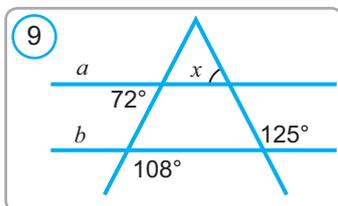
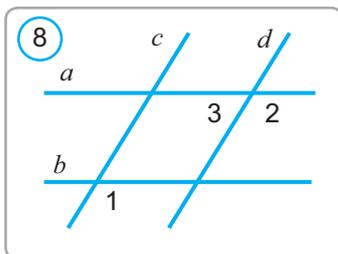
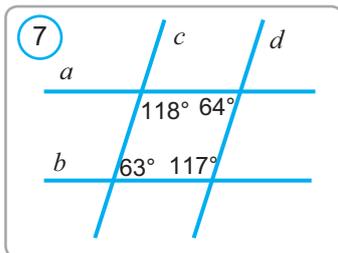
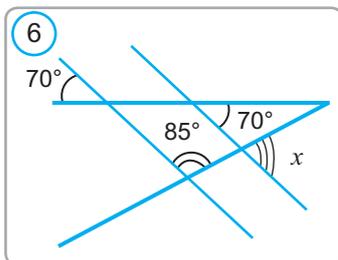
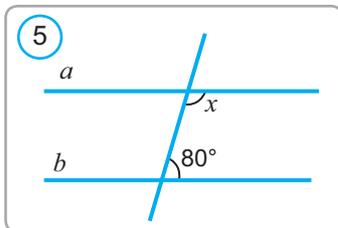
9. Ду хати ростро ҳангоми бо хати рост буридан, яке аз кунҷҳои ҳосилшуда ба 97 баробар мешавад. Кунҷҳои аз ғама хурди ҳосилшударо ёбед.
 А) 97; Б) 83;
 Д) 77; Е) 7.

10. Ду хати ростро ҳангоми бо хати рост буридан, ғамағй чандто кунҷи тези баробар ҳосил мешавад?
 А) 3-то; Б) 4-то;
 Д) 6-то; Е) 5-то.

11. Ду хати ростро ҳангоми бо хати рост буридан, ғамағи чандто кунҷи рост ҳосил мешавад?
 А) 2-то; Б) 6-то;
 Д) 8-то; Е) 5-то.



12. Ду хати ростро ҳангоми бо хати рост буридан, суммаи сето кунҷҳои дохилаи ҳосилшуда ба 290 баробар мешавад. Кунҷи чорумро ёбед?
 А) 145° ; Б) 110° ;



Д) 36° ; Г) 70° .

13. Агар дар расми 5-ум $a \parallel b$ бошад, x -ро ёбед.

- А) 100° ; Б) 80° ;
 Д) 110° ; Г) 90° .

14. Кунхи x -и дар расми 6-ум бударо ёбед?

- А) 105° ; Б) 95° ;
 Д) 85° ; Г) 75° .

15. Дар расми 7-ум кадом кунҷҳои рост, байни ҳам параллел мешаванд?

- А) $a \parallel b$; Б) $a \parallel c$;
 Д) $c \parallel b$; Г) $c \parallel d$.

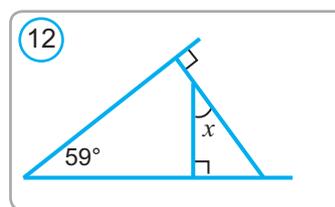
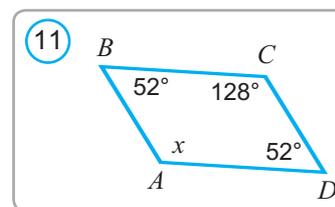
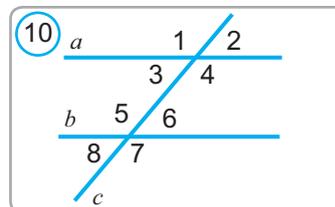
16. Агар дар расми 8-ум $a \parallel b$, $c \parallel d$ ва $\angle 1 = 122^\circ$ бошад, $\angle 2$ ва $\angle 3$ -ро ёбед?

- А) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$; Б) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$;
 Д) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 68^\circ$; Г) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 50^\circ$.

6. Масъалаҳо.

1. Кунҷи x -и дар расми 9-ум додашударо ёбед?
2. Агар дар расми 10-ум $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ бошад, оё $a \parallel b$ мешавад?
3. Агар дар расми 10-ум $\angle 2 = \angle 6$ бошад, оё $a \parallel b$ мешавад?
4. Агар дар расми 10-ум $\angle 1 = \angle 5 = 180^\circ$ бошад, кунҷҳои боқимондаро ёбед?
5. Агар дар расми 10-ум $\angle 2 = 71^\circ$ ва $\angle 7 = 119^\circ$ бошад, оё $a \parallel b$ мешавад?
6. Кунҷҳои номаълуми дар расми 11-ум бударо ёбед?

7. Ду хати ростро ҳангоми бо хати рости сеюм буридан, яке аз кунҷҳои ҳосилшуда ба 47 баробар мешавад. Кунҷи ба он мувофиқ ҳангоми чанд градус шуданаш ин ду хати рост параллел мешавад?
8. Ду хати рости параллелро ҳангоми бо буриш буридан, суммаи кунҷҳои ивазшавандаи ҳосилшуда 84 мешавад. Кунҷҳои боқимондари ёбед?
9. Ду хати рости параллелро ҳангоми бо буриш буридан, яке аз кунҷҳои ҳосилшуда аз дуомаш 8 маротиба калон мешавад. Ҳамаи кунҷҳои ҳосилшударо ёбед?
10. Ду хати рости параллелро ҳангоми бо буриш буридан, ҳосили тарҳи кунҷҳои якҷарафа ҳосилшуда 30 мешавад. Ин кунҷҳоро ёбед?
11. Кунҷи номаълуми дар расми 12-ум додашударо ёбед?



37

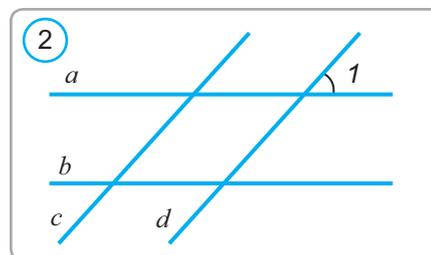
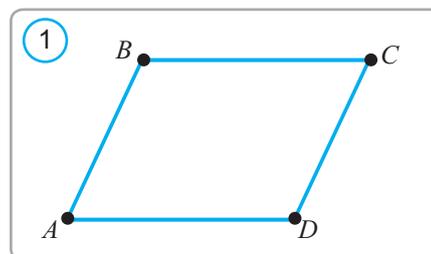
Кори назоратии 4

Кори назоратии намунавӣ аз ду қисм иборат аст:

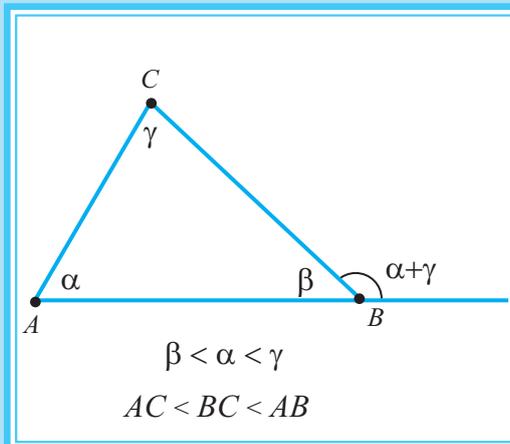
I. 5-то тести ба тестҳои саҳифаҳои 101-103 монанд;

II. 3-то масъалаи ба масъалаҳои зерин монанд (масъалаи 4-ум барои хонандаҳои нағз азхудкунанда).

1. Яке аз кунҷҳои дар натиҷаи буриши ду хати рости параллел ва хати рости буридан ҳосилгардида ба 34° баробар аст. Кунҷҳои боқимондари ёбед.
2. Агар дар расми 1 $BC \parallel AD$ ва $AB \parallel CD$ бошад, $AB = CD$ шуданашро исбот кунед.
3. Агар дар расми 2 $a \parallel b$, $c \parallel d$ ва $\angle 1 = 48^\circ$ бошад, кунҷҳои боқимондари ёбед.
4. Биссектрисаи аз қуллаи A -и сеюмҷаи ABC гузаронидашуда тарафи BC -ро дар нуқтаи D бурида мегузарад. Хати рости аз нуқтаи D гузаронидашуда тарафи AC -ро дар нуқтаи E бурида мегузарад. Агар $AE = DE$ бошад, $DE \parallel AB$ шуданашро исбот кунед.



IV БОБИ



МУНОСИБАТҶОИ БАЙНИ КУНҶО ВА ТАРАФҶОИ СЕКУНҶА

Пас аз омӯхтани ин боб ба дониш ва малакаҳои амалӣ соҳиб мегардед:

Донишҳо:

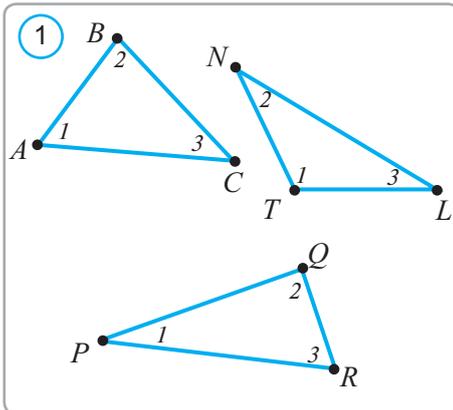
- теорема дар бораи суммаи кунҷҳои дохилаи секунҷа ва исбот кардани он;
- кунҷи берунаи секунҷа ва хосияти он;
- хосиятҳои секунҷаҳои росткунҷа;
- аломатҳои баробарии секунҷаи росткунҷа;
- хосиятҳои биссектрисаи кунҷ;
- теоремаҳои муносибатҳои байни кунҷҳо ва тарафҳои секунҷаро ифодакунанда;
- нобаробарии секунҷа.

Малакаҳо:

- бо усули амалӣ суммаи кунҷҳои дохилаи секунҷаро ёфта тавоништан;
- хосиятҳо ва донишҳои назарии азхудкардашударо ҳангоми иҷрои масъалаҳо ва корҳои амалӣ истифода карда тавоништан.

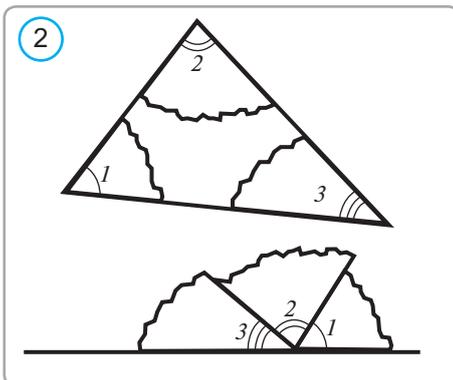


Машқи фаъолкунанда



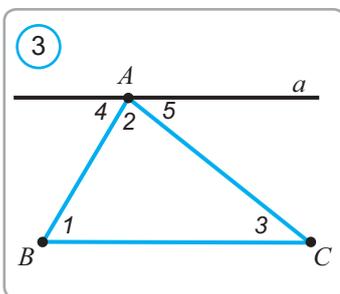
1. Бо ёрии транспортир ҳар се кунҷи секунҷаи ABC -и дар расми зерин тасвир гардидаро чен кунед ва суммаи онҳоро ҳисоб кунед. Ҳамин корро барои секунҷаҳои MNL ва PQR низ иҷро кунед. Дар асоси натиҷаҳо қадвалро пур кунед. Чӣ гуна хосиятро аниқ кардед? Онро бо як ҷумла ифода намоед.

Секунҷаҳо	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$
$\triangle ABC$				
$\triangle MNL$				
$\triangle PQR$				



2. Дар як варақ қоғаз секунҷаи дилхоҳи ABC -ро кашед ва кунҷҳояшро бо рақамҳои 1, 2 ва 3 ишора кунед. Кунҷҳои онро мисле, ки дар расми 1 нишон дода шудааст, даронда гиред ва паҳлӯи якдигар гузоред. Аз ин чӣ хулоса баровардан мумкин аст?

Акнун яке аз муҳимтарин теоремаҳои геометрия — теорема дар бораи суммаи кунҷҳои секунҷаро исбот мекунем.



Теорема. Суммаи кунҷҳои секунҷа ба 180° баробар аст.



$\triangle ABC$



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Исбот. Аз қуллаи A хати рости a -и ба тарафи BC параллел мегузаронем (расми 2).

$\angle 1 = \angle 4$ аст, чунки ин кунҷо кунҷои ивазшавандаи дар натиҷаи бо хати рости бурандаи AB бурида шудани хатҳои рости параллели a ва BC ҳосилгардида мебошанд.

$\angle 3 = \angle 5$ аст, чунки ин кунҷо, кунҷои ивазшавандаи дар натиҷаи бо хати рости бурандаи AC бурида шудани хатҳои рости параллели a ва BC ҳосилгардида мебошанд.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$ аст, чунки ин кунҷо, кунҷи ба қуллаи умумӣ соҳиббуда ва кушодро ташкил карда истодаанд. Аз ин се баробарии ҳосилгардида,

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, яъне $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ буданаширо ҳосил мекунем. **Теорема исбот карда шуд.**

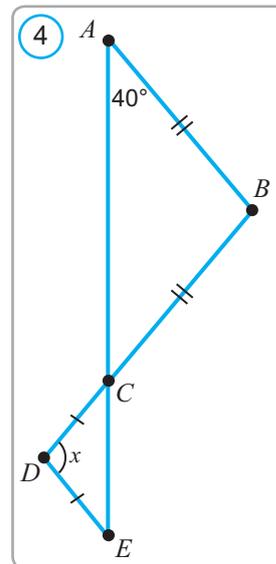


Масъалаи 1. Аз маълумотҳои расми 3 истифода бурда, кунҷи номаълуми x -ро ёбед.

Роҳи ҳал: Аз сабаби секунҷаи баробарпахлӯ будани $\triangle ABC$, $\angle ACB = \angle A = 40^\circ$ аст. Мувофиқи хосияти кунҷи вертикалӣ, $\angle DCE = \angle ACB = 40^\circ$ аст. Мувофиқи шарт, $\triangle CED$ ҳам баробарпахлӯст. Аз ин рӯ, $\angle DCE = \angle DEC = 40^\circ$ аст.

Пас, мувофиқи теоремаи дар бораи суммаи кунҷҳои секунҷа дар $\triangle CDE$: $40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$, ё ки $x = 100^\circ$.

Ҷавоб: 100° .



Масъалаи 2. Кунҷҳои секунҷа дар нисбати 2:3:7 бошанд, ченаки градусии онҳоро ёбед.

Роҳи ҳал: Мувофиқи шарт, кунҷҳои секунҷаро $2x$, $3x$ ва $7x$ гуфта ишора мекунем. Дар он ҳолат, мувофиқи теорема дар бораи суммаи кунҷҳои секунҷа ба баробарии $2x + 3x + 7x = 180^\circ$ соҳиб ҳастем. Аз он $x = 15^\circ$ буданаширо меёбем.

Пас, ченаки градусии кунҷҳои секунҷа ба 30° , 45° ва 105° баробар будааст.

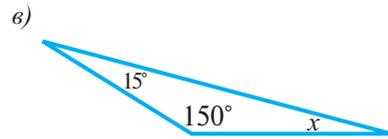
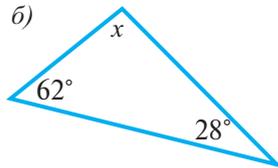
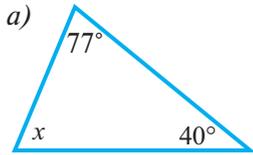
Ҷавоб: 30° , 45° , 105° .



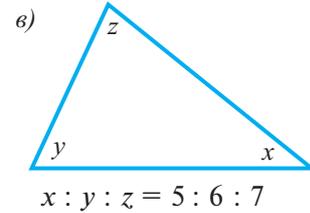
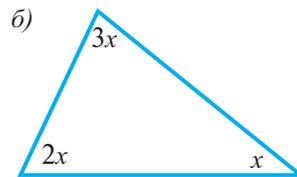
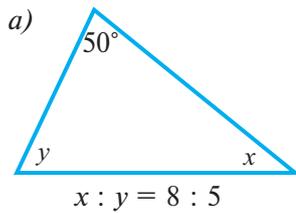
Савол, масъала ва супоришҳо

1. Теорема дар бораи суммаи кунҷҳои секунҷаро биёред ва дар расм шарҳ диҳед.
2. Чандто кунҷи секунҷа рост шуда метавонад?
3. Чанд кунҷи секунҷа кунд шуда метавонад?
4. Оё секунҷаи кунҷҳояш: а) 5° , 55° , 120° ; б) 46° , 150° , 4° ; в) 100° , 20° , 50° буда мавҷуд аст?
5. Агар ду кунҷи секунҷа: а) 60° ва 40° ; б) 70° ва 85° ; в) 90° ва 45° ; г) 105° ва 30° бошад, кунҷи сеюми онро ёбед.

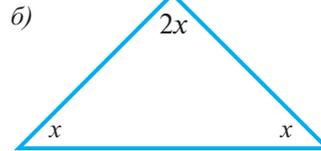
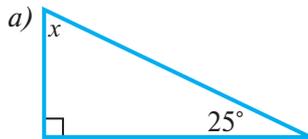
6. Кунчи номаълумро ёбед.



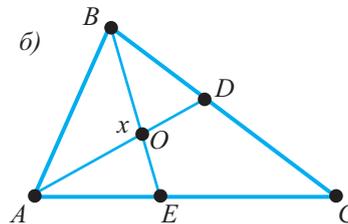
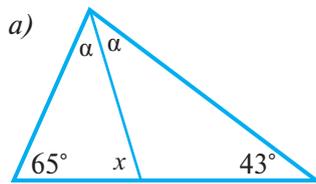
7. Кунчи номаълумро ёбед.



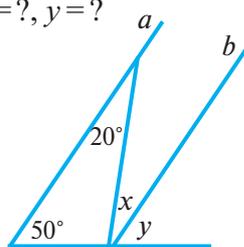
8. Кунчи номаълумро ёбед.



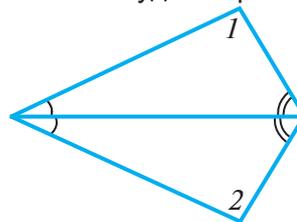
9. а) $x=?$; б) AD ва BE – биссектрисаҳо, $\angle BAC=64^\circ$, $\angle ABC=96^\circ$, $x=?$



10. $a \parallel b$, $x=?$, $y=?$



11. $\angle 1 = \angle 2$ буданашро исбот кунед.



12*. Барои α , β , γ кунҷҳои секунҷа $\alpha = (\beta + \gamma) / 2$ бошад, α -ро ёбед.

13. Кунҷҳои секунҷаи баробартарафро ёбед.

14. Кунҷҳои секунҷаи росткунҷаи баробарпахлӯро ёбед.

15. Агар яке аз кунҷҳои секунҷаи баробарпахлӯ а) 50° ; б) 60° ; в) 105° бошад, кунҷҳои онро ёбед.

✓ Кунҷи ба кунҷи дохилии секунҷа ҳамсоя бударо, **кунҷи берунаи секунҷа** меноманд.

Дар расми 1 кунҷҳои ба кунҷи B -и секунҷаи ABC беруна будаи CBD ва ABE тасвир гардидаанд. Тавре, ки маълум аст, аз сабаби вертикалӣ буданашон ин кунҷҳо байни ҳам баробар мешаванд. Кунҷҳои берунаи кунҷҳои боқимондаи A ва C -ро кашида нишон диҳед.

Кунҷҳои секунҷаро ба мақсади аз кунҷҳои берунаи он фарқ кардан, кунҷҳои дохилӣ ҳам меномем.

Тадқиқоти геометрӣ

Ҳамаи кунҷҳои дохила ва берунаи секунҷаи ABC -и дар расми 2 тасвиршударо бо транспортир чен кунед ва бузургии кунҷҳои зеринро (суммаи ҳар як кунҷи беруна ва кунҷи дохилаи ба он ҳамсоя набударо) байни ҳам муқоиса кунед:

- $\angle 4$ ва $\angle 2 + \angle 3$
- $\angle 5$ ва $\angle 1 + \angle 3$
- $\angle 6$ ва $\angle 1 + \angle 2$

Дар натиҷаи муқоиса кардан ба кадом хулоса омадед? Онро дар намуди тасдиқи тахминӣ ифода кунед.

Теорема. Кунҷҳои берунии секунҷа ба суммаи ду кунҷи ба вай ҳамсоя набуда баробар аст.

$\triangle ABC$, $\angle 4$ – кунҷи беруна (расми 1)



Исбот кардан лозим аст: $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$

Исбот. Ба расми 1 мувоҷиат мекунем.

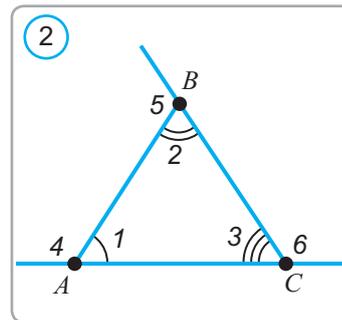
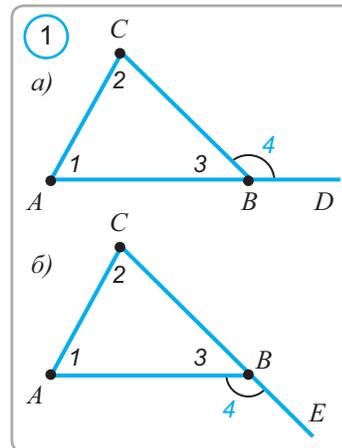
Дар он мувофиқи хосияти кунҷҳои ҳамсоя $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ аст.

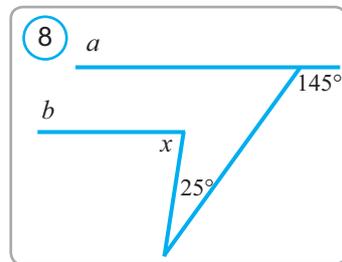
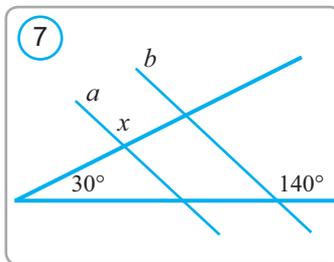
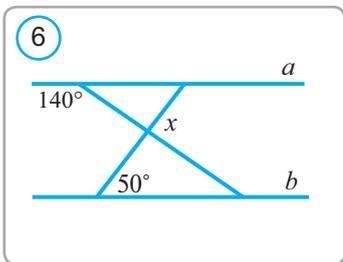
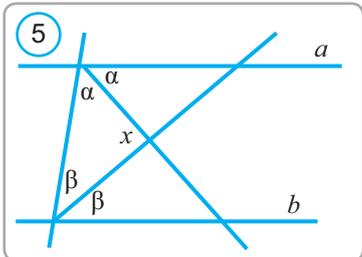
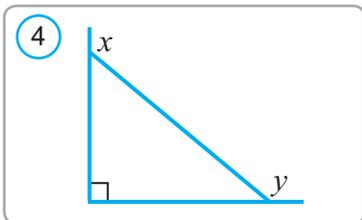
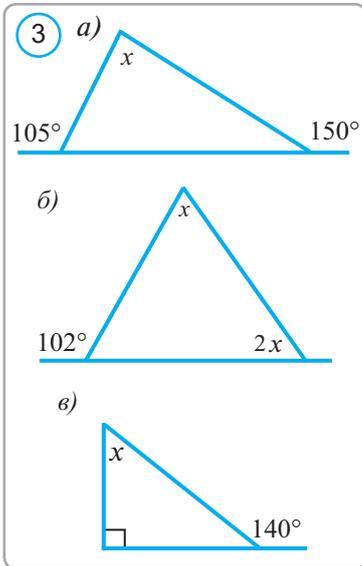
Мувофиқи теорема дар бораи суммаи кунҷҳои секунҷа $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

Аз ин ду баробарӣ,

$\angle 1 + \angle 2 + \cancel{\angle 3} = \cancel{\angle 3} + \angle 4$, яъне баробарии $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ -ро ҳосил мекунем.

Теорема исбот карда шуд.





Аз ин теорема натиҷаи зерин бармеояд.

Натиҷа. Кунҷи берунаи секунҷа аз ҳар яки кунҷҳои дохилаи ба вай ҳамсоя набуда калон аст.

Дуруст будани онро ба таври мустақилона санҷед.



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Кунҷи берунаи секунҷа чист?
2. Теорема дар бораи кунҷҳои берунаи секунҷаро шарҳ диҳед.
3. Ду кунҷи берунаи секунҷа 120° ва 135° бошад, кунҷҳои дохиларо ёбед.
4. Яке аз кунҷҳои дохилаи секунҷа ба 30° ва яке аз кунҷҳои берунаи он ба 60° баробар аст. Кунҷҳои боқимондаи дохилаи секунҷаро ёбед.
5. Кунҷи номаълуми расми 3-ро ёбед.
6. Дар расми 4 $x + y = ?$
7. Агар дар расми 5 $a \parallel b$ бошад, $x = ?$
8. Агар дар расми 6 $a \parallel b$ бошад, $x = ?$
9. Агар дар расми 7 $a \parallel b$ бошад, $x = ?$
10. Агар дар расми 8 $a \parallel b$ бошад, $x = ?$
11. Оё кунҷи берунаи секунҷа тез шуда метавонад? Агар тавонад, чандтояш тез мешавад?
- 12.* Суммаи кунҷҳои берунаи секунҷаро ҳисоб кунед.



Масъала. Ба 360° баробар будани суммаи кунҷҳои чоркунҷаро исбот кунед.

Роҳи ҳал: Чоркунҷаи дилхоҳи $ABCD$ мекашем. Нуқтаҳои A ва C -ро пайваста, онро ба ду секунҷа ҷудо мекунем. Суммаи кунҷҳои дохилаи секунҷаҳои ABC ва ADC ба 180° баробар аст (расми 1):

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \quad \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ.$$

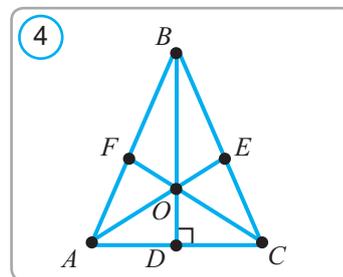
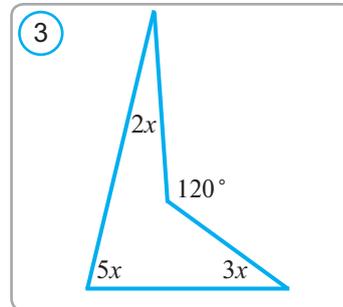
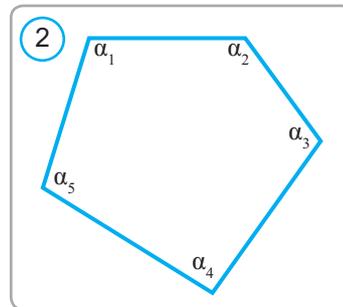
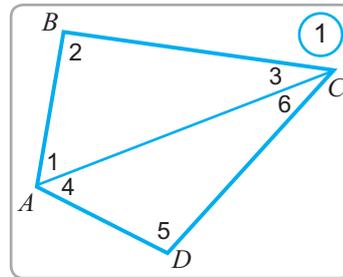
Аз сабаби $\angle A = \angle 1 + \angle 4$ ва $\angle C = \angle 3 + \angle 6$ шуданаш

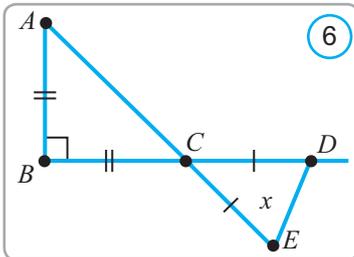
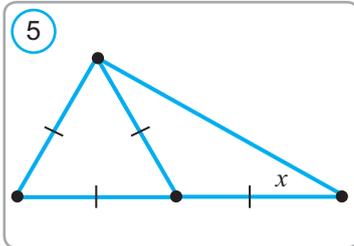
$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C + \angle D &= (\angle 1 + \angle 4) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 5 = \\ &= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ \text{ аст.} \end{aligned}$$



Савол, масъала ва супоришҳо

- Ченаки ду кунҷи секунҷа дар нисбати 5:9 кунҷи сеюмаш аз кунҷи хурди ҳамин кунҷҳо 10° хурд аст. Кунҷҳои секунҷаро ёбед.
- Нисбати кунҷҳои дохилаи ба кунҷи 108° -аи беруна ҳамсоянабудай секунҷа 5:4 аст. Ҳамин кунҷҳои дохиларо ёбед.
- Ду тарафи секунҷа ба тарафи сеюм магар перпендикуляр шуда метавонад?
- Оё кунҷҳои берунаи кунҷи секунҷа: а) 1-то; б) 2-то; в) 3-то шуда метавонад?
- Кунҷҳои дохила ва берунаи як қуллаи секунҷа магар баробар шуда метавонанд?
- Суммаи кунҷҳои панҷкунҷаи дар расми 2 тасвиршударо ёбед.
- Кунҷҳои номаълумро ёбед (расми 3).
- Баробарпахлӯ будани секунҷаи ду кунҷаш баробарро нишон диҳед.
- Як кунҷи секунҷаи баробарпахлӯ: а) ба 120° ; б) ба 70° баробар бошад, кунҷҳои боқимондаи онро ёбед.
- Яке аз кунҷҳои асосии секунҷаи баробарпахлӯ: а) 15° ; б) 75° бошад, кунҷҳои боқимондаш ба чӣ баробар аст?





11. Тарафҳои мувофиқи ду секунҷа параллел бошад, баробар шудани кунҷҳои ба онҳо мувофиқомадаро исбот кунед.
12. Агар дар расми 4 $AB=BC$, $\angle ABC=50^\circ$, AE ва FC — биссектрисаҳо бошанд, кунҷҳои AOB ва EOC -ро ёбед.
13. Кунҷи номаълуми x -и расми 5-ро ёбед.
14. Кунҷи номаълуми x -и расми 6-ро ёбед.
15. Тарафҳои мувофиқи ду секунҷа перпендикуляр бошанд, магар кунҷҳои мувофиқи онҳо баробар мешаванд? Ҷавобҳоятонро асоснок кунед.
16. Ягон секунҷаро фақат бо як самти хати рост бурида, дуто секунҷаи тезкунҷа ҳосил кардан мумкин-мӣ? Ҷавобатонро асоснок кунед.

41

Хосиятҳои секунҷаи росткунҷа

Хотиррасон мекунем, ки як кунҷи секунҷаи росткунҷаи рост (90°) буда, ду кунҷи боқимондаш бошад, аз кунҷҳои тез иборатанд. Тарафи муқобили кунҷи рости секунҷаи росткунҷа гипотенуза, ду тарафи боқимондаш бошад, катет номида мешавад. Акнун баъзе аз хосиятҳои секунҷаи росткунҷаро аз назар мегузаронем.



Хосияти 1. Суммаи ду кунҷи тези секунҷаи росткунҷа ба 90° баробар аст. Барои ҳамин, суммаи ду кунҷи боқимондаи он ба 90° баробар мешавад.

Дарҳақиқат, суммаи дохили кунҷҳои секунҷа ба 180° баробар аст. Якто кунҷи секунҷаи росткунҷа бошад, ба 90° баробар аст. Барои ҳамин ҳам, суммаи боқимондаи ду кунҷи он ба 90° баробар мешавад.



Масъалаи 1. Катети дар муқобили кунҷи 30° -аи секунҷаи росткунҷа бар нисфи гипотенуза баробар аст.

Фараз кардем, секунҷаи росткунҷаи ABC -и дар расми 1 тасвиргардида дода шуда, дар он $\angle ACB = 90^\circ$ ва $\angle ABC = 30^\circ$ бошад. Дар он ҳолат, $\angle BAC = 60^\circ$ мешавад.

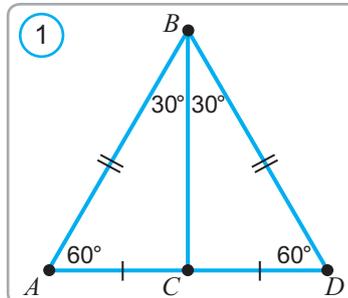
$AC = \frac{AB}{2}$ шуданашро нишон медиҳем.

Секунҷаи $B CD$ -и ба секунҷаи додашуда баробарро мисле, ки дар расми 1 нишон дода шудааст, месозем. Дар натиҷа, ба секунҷаи ҳамаи кунҷояш ба 60° баробари ABD соҳиб мешавем. Пас, секунҷаи ABD баробартаараф аст. Хусусан, $AB = AD$ мешавад. Лекин,

$$AD = AC + CD = 2AC \text{ аст.}$$

Ҳамин тавр, $AB = 2AC$, яъне $AC = \frac{AB}{2}$ мешавад.

Хосият исбот карда шуд.



Хосияти 2. Яке аз катетҳои секунҷаи росткунҷа ба нисфи гипотенуза баробар бошад, ин катет дар муқобили кунҷи 30° -а меҳобад.

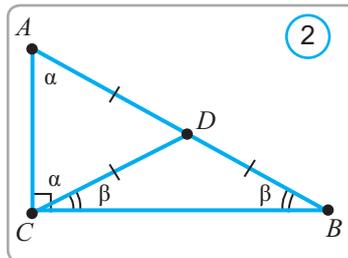
Ин хосият баръакси хосияти 2 баръакс буда, онро мустақилона исбот кунед.

Масъалаи 2. Дар секунҷаи росткунҷаи ABC кунҷи рости C ва $AB=12$ ва $CD=DB$ бошад, CD -ро ёбед (расми 2).

Роҳи ҳал: CDB — секунҷаи баробарпахлӯст, чунки $CD=DB$ (расми 2). Пас, $\angle B = \beta$ гӯем, аз сабаби $\angle A + \angle B = 90^\circ$ буданаш, $\angle A = \alpha$. Пас, ADC — секунҷаи баробарпахлӯст. Аз ҳамин сабаб, $AD = CD = DB$, яъне нуқтаи D мобайни порчаи AB аст.

Пас, $CD = \frac{AB}{2} = 6$. **Ҷавоб:** $CD = 6$

Дар ҷараёни ҳалли ин масъала баробариҳои $AD = DB$ ва $AD = CD$ -ро ҳосил кардем. Онҳо хосиятҳои зерини секунҷаҳои росткунҷаро мефаҳмонанд.



Хосияти 3. Медианаи ба гипотенуза фурувардаи секунҷаи росткунҷа ба нисфи гипотенуза баробар аст.

Ба он хосияти муҳим дар синфи 8 боз бармегардем.

Савол, масъала ва супоришҳо

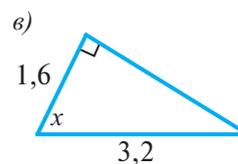
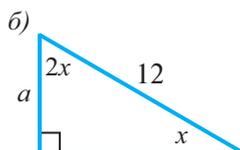
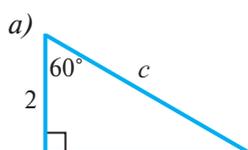
1. Тарафҳои секунҷаи росткунҷа чӣ ном доранд?
2. Суммаи кунҷҳои тези секунҷаи росткунҷа ба чанд баробар аст?
3. Яке аз кунҷҳои секунҷаи росткунҷа магар кунд шуда метавонад?
4. Секунҷаи росткунҷа чандто баландӣ дорад?
5. Дар байни катет ва гипотенузаи муқобили кунҷи 30° -аи ҷойдошта чӣ вобастагӣ ҳаст?

6. Ба нисфи гипотенуза баробар будани баландии ба гипотенузаи секунҷаи росткунҷаи баробарпахлӯ фурувардашударо нишон диҳед.

7. а) $c = ?$

б) $a = ?$

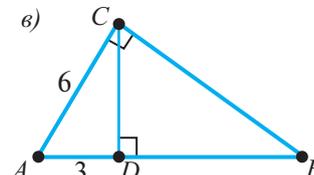
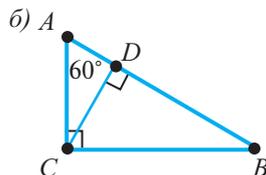
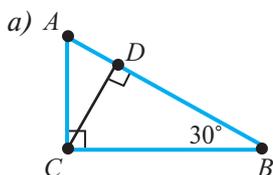
в) $x = ?$



8. а) $AB = 20, AD = ?$

б) $AB = 18, BD = ?$

в) $BD = ?$



9. Медианаи ба гипотенуза фурувардаи секунҷаи росткунҷа 8 см. Агар як кунҷи секунҷа ба 60° баробар бошад, тарафҳои ба ин кунҷ часпидаро ёбед.

Дақиқӣ ва кӯтоҳбаёнӣ дар геометрия

Маълумки, ҷумлаи аниқӣ математикӣ ба дараҷае пурра, дар баробари ин, кӯтоҳ ва холӣ аз суҳанҳои зиёдати буданаш зарур аст.

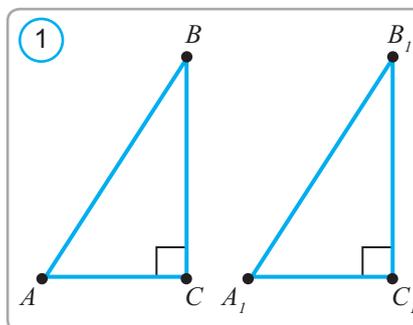
1. Калимаҳои зиёдати ҷумлаҳои зеринро аниқ карда бинед-чӣ?
 - а) суммаи ду кунҷи тези секунҷаи росткунҷа ба 90° баробар аст.
 - б) агар дар секунҷаи росткунҷа катет бар нисфи гипотенуза баробар бошад, кунҷи тези дар муқобили вай хобида ба 30° баробар мешавад.
2. Аз истилоҳҳои дахлдор истифода бурда, ҷумлаҳои зеринро содда кунед.
 - а) бисёркунҷае, ки тарафҳояш аз ҳама кам аст;
 - б) хордае, ки аз маркази давра мегузарад;
 - в) секунҷаи баробарпахлӯи асосаш ба тарафи паҳлӯ баробар.

Машқ. Секунҷаҳои росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ дода шуда аст. Аз сабаби рост будани яктогӣ кунҷи ин секунҷаҳо, ин кунҷҳо доимо байни ҳам баробаранд. Аз ин рӯ, барои секунҷаҳои росткунҷа аломатҳои баробарии секунҷаҳо хеле содда мегарданд.

Барои секунҷаҳои росткунҷа аз рӯи ду катет (аломати КК), аз рӯи катет ва кунҷи тез (аломати ККТ), аз рӯи гипотенуза ва кунҷи тез (аломати ГКТ) ва аз рӯи гипотенуза ва катет (аломати ГК) барин аломатҳои баробариро меорем:

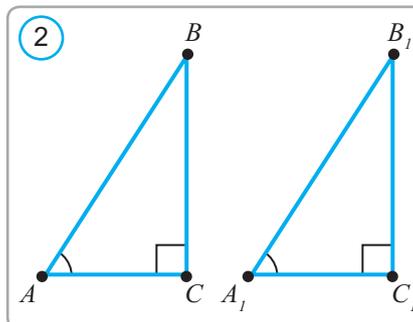
Теорема. Аломати КК. Катетҳои як секунҷаи росткунҷа ба катетҳои секунҷаи росткунҷаи дуюм ба таври мувофиқ баробар бошад, ин секунҷаҳо байни ҳам баробар мешаванд (расми 1).

Ин аломат бевосита аз аломати ТКТ баробарии секунҷаҳо бармеояд.



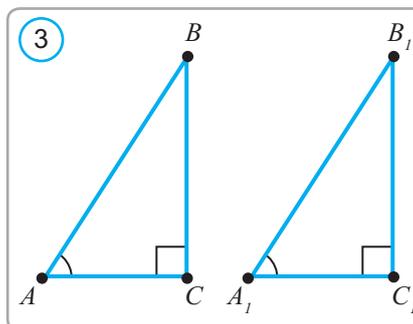
Теорема. Аломати ККТ. Катети як секунҷаи росткунҷа ва кунҷи тези бар вай часпида ба катети секунҷаи росткунҷаи дуюм ва кунҷи тези ба вай часпида баробар бошад, ин кунҷҳо байни ҳам баробар мешаванд (расми 2).

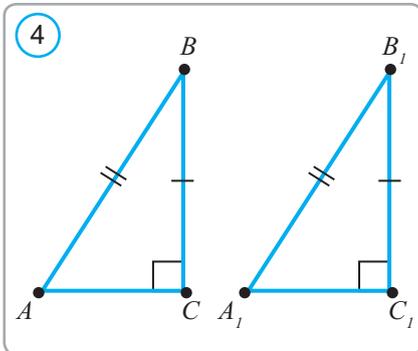
Ин аломат бевосита аз рӯи аломати КТК баробарии секунҷаҳо бармеояд.



Теорема. Аломати ГКТ. Гипотенузаи як секунҷаи росткунҷа ва як кунҷи тези вай ба гипотенузаи секунҷаи росткунҷаи дуюм ва як кунҷи тези вай баробар бошад, ин секунҷаҳо байни ҳам баробар мешаванд (расми 3).

Ин аломат бевосита аз рӯи аломати КТК баробарии секунҷаҳо бармеояд.





Теорема. Аломати ГК. Гипотенуза ва як катети як секунҷаи росткунҷа ба гипотенуза ва як катети секунҷаи росткунҷаи дуюм баробар бошад, ин секунҷаҳо байни ҳам баробар мешаванд (расми 4).

Ин аломат бояд исбот карда шавад. Секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ дода шудаанд (расми 4) ва дар онҳо $\angle C = 90^\circ$, $\angle C_1 = 90^\circ$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ бошанд. Дар он ҳолат, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ шуданастро нишон медиҳем.

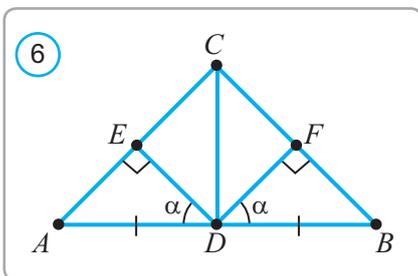
Исбот. Дутоғӣ тарафҳои секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ байни ҳам баробаранд: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ аст. Агар баробарии секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ -ро нишон диҳем, мувофиқи аломати ТКТ секунҷаҳо байни ҳам баробар мешаванд.

Барои ин секунҷаи ABC -ро бо секунҷаи $A_1B_1C_1$ тавре паҳлӯ ба паҳлӯ мегузорем, ки катетҳо болои ҳам афтанд (расми 5). Дар он ҳолат, аз сабаби кунҷи рост будани $\angle C$ ва

$\angle C_1$ нурҳои CA ва C_1A_1 кунҷи кушодро ташкил медиҳанд, яъне нуқтаҳои A , C , C_1 ва A_1 дар як хати рост меҳобанд. Дар натиҷа, ABA_1 секунҷаи баробарпаҳлӯ мешавад. Лекин дар секунҷаи баробарпаҳлӯ баландии ба асос фурувардашуда биссектриса ҳам мешавад (аз рӯи хулосаи теоремаи саҳифаи 66). Пас, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. **Аломати ГК исбот карда шуд.**



Масъала. Ба маълумотҳои расми 6 такя карда, баробарпаҳлӯ будани секунҷаи ABC -ро исбот кунед.

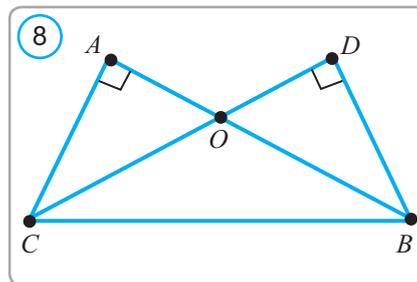
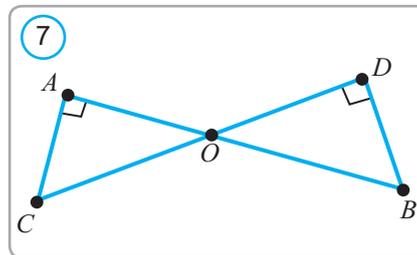
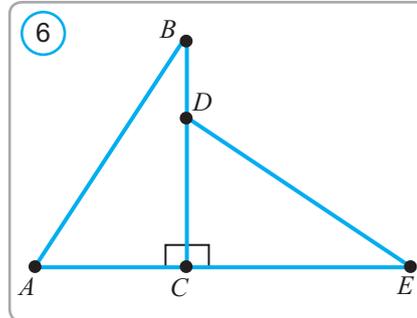


Роҳи ҳал: $\triangle AED = \triangle BFD$, аст, чунки гипотенузаҳо ва яктоғӣ кунҷҳои тези онҳо баробаранд. $\triangle CED$ ва $\triangle CFD$ — секунҷаҳои росткунҷаанд, аз сабаби $ED = FD$ ва CD гипотенузаи умумӣ буданаш, мувофиқи аломати ГК баробарии секунҷаҳои росткунҷа $\triangle CED = \triangle CFD$ аст.

Пас, $\triangle ADC = \triangle BDC$, яъне $AC = BC$ ва ABC — секунҷаи баробарпаҳлӯ аст.

? Савол, масъала ва супоришҳо

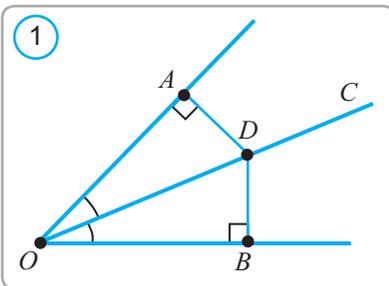
- Аломатҳои баробарии секунҷаҳои росткунҷаро номбар кунед ва шарҳ диҳед.
- Як катет ва як кунҷи секунҷаҳои росткунҷа ба таври мувофиқ баробар бошанд, оё ин секунҷаҳо баробар мешаванд?
- Агар дар расми 6:
 - $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$;
 - $BC = DE$, $AB = CE$;
 - $AC = CD$, $BC = CE$;
 - $AB = DE$
 бошад, оё секунҷаҳои ACB ва DCE баробар мешаванд?
- Агар дар расми 7: а) $OC = OB$; б) $AC = BD$; в) $AO = OD$; г) $AC = OD$; ғ) $\angle OCA = \angle OBD$ бошад, оё секунҷаҳои OAC ва ODB баробар мешаванд?
- Дар секунҷаҳои росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ агар A ва A_1 кунҷҳои рост, BD ва BD_1 биссектрисаҳо ва $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ бошад, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ шуданашро исбот кунед.
- Агар дар расми 8:
 - $AC = BD$;
 - $OA = OD$;
 - $\angle OCB = \angle OBC$;
 - $BC = OD$;
 - $\angle ACB = \angle DBC$ бошад,
 оё секунҷаи BAC ва CDB баробар мешаванд?
- Дар секунҷаи ABC баландии BD гузаронида шудааст. Агар $AD = DC$ бошад, баробарпаҳлӯ будани секунҷаи ABC -ро исбот кунед.
- Дар секунҷаи тезкунҷаи ABC баландиҳои AA_1 ва CC_1 баробаранд. Баробарии $\angle BAC = \angle BCA$ -ро исбот кунед.



Дар хотир дошта бошед, масофаи байни нуқта ва хати рост гуфта, дарозии перпендикуляри аз нуқта ба хати рост фурувардашударо номида будем.



Теорема. Масофаҳои аз нуқтаи дилхоҳи биссектрисаи кунҷ то ба тарафҳои кунҷ тўлкашида байни ҳам баробаранд.



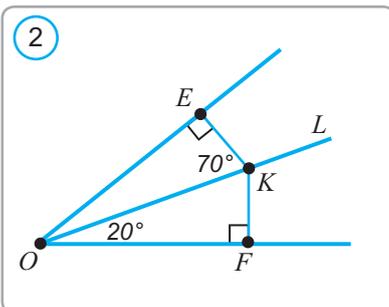
Исбот. Фараз кардем, кунҷи O ва биссектрисаи он OC дода шуда бошад (расми 1). Дар биссектрисаи OC нуқтаи дилхоҳи D мегирем ва ба тарафҳои кунҷи додашуда перпендикулярҳои DA ва DB -ро мефурорем.

Дар секунҷаҳои росткунҷаи OAD ва OBD :

- Мувофиқи шарт — $\angle AOD = \angle BOD$;
- OD — гипотенузаи умумист.

Мувофиқи аломати ГК баробарии секунҷаҳои росткунҷа, $\triangle OAD = \triangle OBD$ мебошад. Хусусан, $DA = DB$.

Теорема исбот карда шуд.



Масъала. Дар биссектрисаи OL -и кунҷи EOF нуқтаи K гирифта шудааст (расми 2). Агар $EK \perp OE$, $KF \perp OF$, $\angle OKE = 70^\circ$ ва $\angle KOF = 20^\circ$ бошад, а) кунҷҳои EOK ва OKF ; б) кунҷҳои EOF ва EKF -ро ёбед.

Роҳи ҳал: а) Тавре, ки дар боло дидем $\triangle EOK = \triangle FOK$. Аз ҳамин сабаб $\angle EOK = \angle FOK = 20^\circ$ ва $\angle OKF = \angle OKE = 70^\circ$ аст.

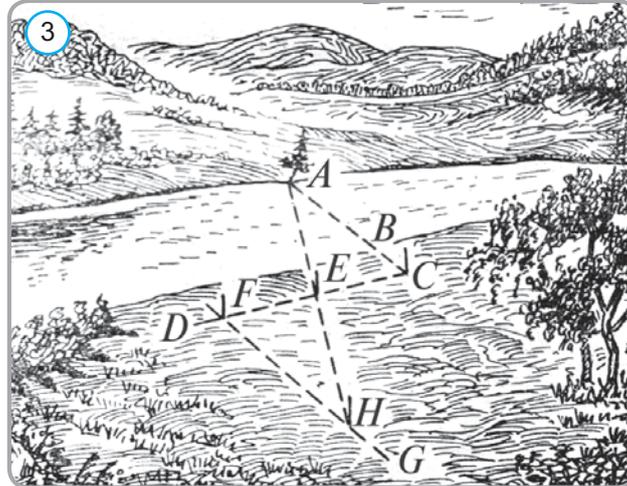
- $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40^\circ$,
 $\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70^\circ + 70^\circ = 140^\circ$.

Ҷавоб: а) 20° ва 70° ; б) 40° ва 140° .



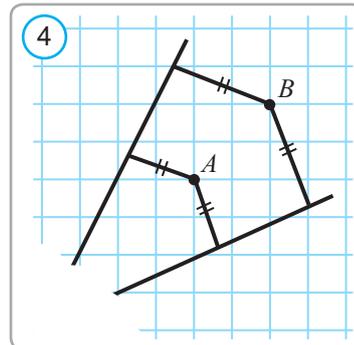
Супориши амалӣ

Аз аломатҳои баробарии секунҷаҳои росткунҷа истифода бурда, қорҳои сохтани барои аниқ намудани васеъгии дарё иҷрошуда ва дар расми 3 тасвир гардидаро шарҳ диҳед ва усули ёфтани паҳнои дарёро баён намоед.



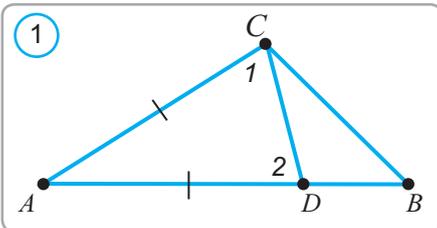
Савол, масъала ва супоришҳо

1. Аз нуқтаи дилхоҳи биссектрисаи кунҷ дар масофаи баробар ҷойгир шудани тарафҳои онро исбот кунед.
2. Аз нуқтаи дар биссектрисаи кунҷи AOB гирифташуда то нури OA масофа 7 см бошад, масофаро аз ҳамин нуқта то нури OB ёбед.
3. Дар кунҷи O ва биссектрисаи он нуқтаи C дода шудааст. Агар $\angle O = 60^\circ$ ва $OC = 14\text{ см}$ бошад, масофаро аз нуқтаи C то тарафҳои кунҷ ёбед.
4. Дар дохили кунҷи AOB нуқтаи N гирифта шудааст. Агар $AN = BN$, $OA \perp AN$ ва $OB \perp BN$ бошад, дар биссектрисаи кунҷи AOB хобидани нуқтаи N -ро исбот кунед.
- 5*. Дар расми 4 як қисми кунҷи дар қоғази катақдор кашидашуда тасвир ёфтааст. Қисми қуллаи кунҷ ҷойгиршуда даридааст. Аз тарафҳои кунҷ дар масофаи баробар ҷойгир шудани нуқтаҳои A ва B маълум аст. Биссектрисаи кунҷро чӣ хел сохтан мумкин аст?
- 6*. Аз се тарафи кунҷ дар масофаи баробар воқеъ гардидани нуқтаи буриши ду биссектрисаи секунҷаро исбот кунед.
7. Асосҳои AC ва A_1C_1 ва баландиҳои ба асос фурувардашудаи BD ва B_1D_1 секунҷаҳои баробарпаҳлӯи ABC ва $A_1B_1C_1$ баробаранд. Баробарии $ABC = A_1B_1C_1$ -ро исбот кунед.



Теорема. Дар муқобили тарафи калони секунҷа кунҷи калон меҳобад.

$\triangle ABC, AB > AC$ (расми 1) $\Rightarrow \angle C > \angle B$



Исбот. Дар нури AB порчаи AD -и ба тарафи AC баробарро мегузорем. Аз сабаби $AB > AD$ буданаш, нуқтаи D ба порчаи AB тааллуқ дорад. Пас, нури CD дар соҳаи дохилии кунҷи C меҳобад ва кунҷи C -ро ба ду кунҷ тақсим мекунад. Мувофиқи он, $\angle C > \angle 1$ аст.

Аз сабаби баробарпахлӯ карда сохтани секунҷаи ACD , $\angle 1 = \angle 2$. мешавад. $\angle 2$ аз сабаби кунҷи берунаи секунҷаи CBD буданаш, $\angle 2 > \angle B$ аст.

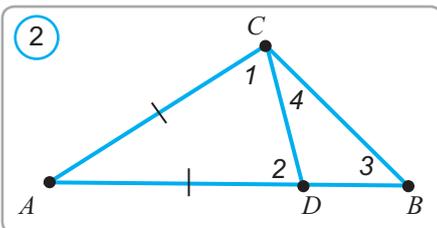
Аз ин се муносибати ҷудокарда нишондодашуда, $\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$, яъне $\angle C > \angle B$ шуданашро ҳосил мегардонем. **Теорема исбот карда шуд.**

Ҳамчунин, теоремаи ба ин теорема баръакс ҳам бамаврид аст.

Теоремаи баръакс. Дар муқобили кунҷи калони секунҷа тарафи калон меҳобад.

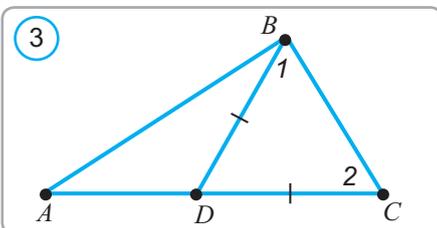
Ин теоремаро ба таври мустақил исбот кунед.

Натиҷа. Дар секунҷаи баробарпахлӯ дар муқобили тарафҳои баробар, кунҷҳои баробар меҳобанд.



Дуруст будани онро пештар исбот карда будем.

Масъалаи 1. Аз маълумотҳои дар расми 1 додашуда истифода бурда, $\angle 1 > \angle 3$ буданашро исбот кунед.



Роҳи ҳал: $\angle 2 > \angle 3$ буданаш маълум аст, чунки $\angle 2$ — кунҷи берунаи секунҷаи BDC буда, аз рӯи хосияти кунҷи беруна $\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ ва $\angle 4 > 0$ мешавад. Аз сабаби секунҷаи баробарпахлӯ будани ACD $\angle 1 = \angle 2$ аст. Пас, $\angle 1 > \angle 3$ мешавад.



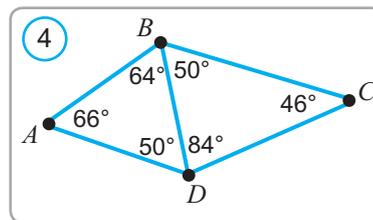
Масъалаи 2. Аз маълумотҳои расми 3 истифода бурда, $AB < AC$ буданро нишон диҳед.

Роҳи ҳал: BDC — секунҷаи баробарпаҳлӯст (чунки $BD = DC$), пас, $\angle 1 = \angle 2$ мешавад. Аз сабаби $\angle 1 < \angle ABC$ буданаш, $\angle 2 < \angle ABC$ аст. Аз сабаби дар муқобили кунҷи калон хобидани тарафи калон $AB < AC$ мешавад.



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Дар муқобили тарафи калони секунҷа хобидани кунҷи калон ва баръакс, дар муқобили кунҷи калон хобидани тарафи калонро исбот кунед.
2. Дар секунҷаи ABC , $AB = 12$ см, $BC = 10$ см, $CA = 7$ см бошад, кунҷҳои аз ҳама калон ва аз ҳама хурди секунҷа кадомҳоянд.
3. Дар секунҷаи ABC а) $AB < BC < AC$; б) $AB = AC < BC$ бошад, кунҷҳои секунҷаро муқоиса кунед?
4. Кунҷи қуллаи секунҷаи росткунҷа 62° бошад, кадом тарафи вай калон мешавад? 58° бошад-чӣ?
5. Дар муқобили кунҷи кунди секунҷа хобидани тарафи хурд магар мумкин аст?
6. Дар секунҷаи ABC а) $\angle A > \angle B > \angle C$; б) $\angle A = \angle B < \angle C$ бошад, тарафҳои секунҷаро муқоиса кунед.
7. Оё аз 60° хурд шудани кунҷи калони секунҷа мумкин аст? Оё аз 60° калон шудани кунҷи хурди секунҷа мумкин аст?
8. Кунҷеро, ки дар натиҷаи бурида шудани ду биссектрисаи секунҷаи баробартараф ҳосил мешавад, ёбед.
- 9*. Дар секунҷаи ABC $AB > BC$ ва $\angle A = 60^\circ$ бошад, кунҷи B кадом қиматҳоро қабул мекунад.
- 10.* Барои кунҷҳои α , β ва γ -и секунҷа $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ бамаврид бошад, вай чӣ гуна секунҷа мешавад?
- 11.* Аз расми 4 порчаҳои аз ҳама калон ва аз ҳама хурдро нишон диҳед. Ҷавобатонро шарҳ диҳед.
12. Гипотенузаи секунҷаи росткунҷа калон аст ё ин ки катети он?





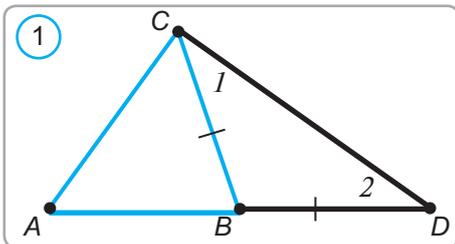
Як тарафи дилхоҳи секунҷа аз суммаи ду тарафи боқимонда хурд аст.



$\triangle ABC$ (расми 1)



$AC < AB + BC$



Исбот. Дар хати рости AB порчаи BD -и ба порчаи BC -ро мегузorem ва нуқтаҳои C ва D -ро пайваст мекунем (расми 1). Дар натиҷа, секунҷаи баробарпаҳлӯи BCD ҳосил мешавад. Он гоҳ, $\angle 1 = \angle 2$ аст, чунки $BC = BD$ мебошад. Аз шакл равшан, ки, $\angle ACD > \angle 1$ аст.

Дар он ҳолат, $\angle ACD > \angle 2$ аст, чунки $\angle 1 = \angle 2$ мебошад,

Ин кунҷҳо ба секунҷаи ACD тааллуқдоранд. Акнун, дар муқобили кунҷи калон ҳолидани тарафи калонро ба ҳисоб гирем, ба нобаробарии $AC < AD$ соҳиб мешавем.

Дар он ҳолат, $AC < AB + BD$ аст, чунки $AD = AB + BD$ мешавад. Аз он $BD = BC$ шуданаширо ба ҳисоб гирем, $AC < AB + BC$ -ро ҳосил мекунем.

Теорема исбот карда шуд.

Аз ин теорема натиҷаи зерин бармеояд.

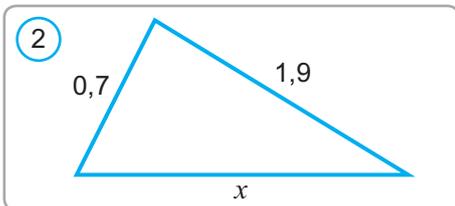
Натиҷа. Барои се нуқтаи дилхоҳи дар як хати рост намехобидаи A , B ва C нобаробариҳои $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$ ва $BC < AB + AC$ бамавриданд.

Ҳар яки ин нобаробариҳо нобаробарии секунҷа номида мешавад.



Масъала. Ду тарафи секунҷа аз 0,7 ва 1,9 иборат аст. Агар рақами бутун шудани тарафи сеюм маълум бошад, онро ёбед (расми 2).

Роҳи ҳал: Ду тарафи секунҷаи додашуда маълум аст: 0,7 ва 1,9. Аз нобаробарии секунҷа истифода бурда, тарафи сеюмашро меёбем:



$$x + 0,7 > 1,9, \text{ ё ин ки } x > 1,2$$

$$1,9 + 0,7 > x, \text{ ё ин ки } x < 2,6.$$

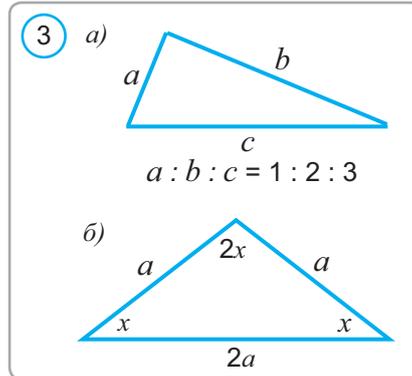
Аз ин ду нобаробарӣ $1,2 < x < 2,6$ -ро ҳосил мекунем.

x -адади бутун, фақат қимати $x=2$ ин нобаробарии дучандаро қонеъ мегардонад. Пас, тарафи номаълуми секунҷа ба 2 баробар аст.

Ҷавоб: 2

? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Мазмуни нобаробарии секунча аз чӣ иборат аст?
2. Нобаробарии секунча дар ҳалли кадом масъалаҳо кор фармуда мешавад?
3. Оё аз порчаҳои дарозиашон 1 м, 2 м ва 3 м секунча сохтан мумкин аст?
4. Секунчаи тарафҳояш: а) 2; 3; 4; б) 2; 2; 4; в) 3,6; 1,8; 5; г) 56; 38; 19 буда оё вучуд дорад?
5. Тарафҳои секунчаи баробарпахлӯ: а) 7 ва 3 б) 10 ва 5; в) 8 ва 5 бошад, тарафи сеюмашро ёбед.
6. Оё шarti додашудаи масъала (расми 3) дуруст аст?
7. Калон будани тарафи дилхоҳи секунҷаро аз фарқи ду тарафи боқимондаи он исбот кунед.
8. Периметри секунчаи баробарпахлӯ 25 см, як тарафаш аз тарафи дуюм 4 см зиёд ва яке аз кунҷҳои берунаш тез бошад, тарафҳои секунҷаро ёбед.
- 9.* Аз порчаҳои дарозиашон ба 2; 3; 4; 5 ва 6 баробар чандто секунчаи гуногун сохтан мумкин аст?
10. Барои нуқтаҳои A, B, C -и ҳамворӣ нобаробарии $AB+BC \geq AC$ иҷро карда шавад, порчаҳои AB, BC ва AC чӣ гуна шакли геометриво ифода мекунанд?
- 11.* Аз нимпериметри секунча хурд будани медианаи секунҷаро исбот кунед.
12. Диаметри давра шудани хордаи аз ҳама калони онро исбот кунед.



46

Донишхоятонро санҷед

1. Ҷойҳои холимондари бо калимаҳои мантиқан дуруст пур кунед.

1. Кунҷи ба кунҷи дохилии секунча кунҷи берунаи секунча номида мешавад.
2. секунча ба 180° баробар аст.
3. Секунчаи суммаи ду кунҷаш ба 90° баробар мешавад.
4. Кунҷҳои берунаи секунча ба вай ҳамсоябуда баробар аст.
5. Агар як кунҷи секунча кунд бошад, ду кунҷи боқимондаи вай
6. Кунҷҳои секунчаи росткунча
7. Суммаи ҳар як тарафи секунча аз тарафҳои боқимондааш

8. Гипотенуза ва ду секунҷаи росткунҷа баробар бошад, ин секунҷаҳо баробар мешаванд.
9. Катетҳои секунҷаи росткунҷа баробар бошад, вай мешавад.
10. ба гипотенузаи секунҷаи росткунҷа фурувардашуда ба нисфи ҳамин гипотенуза баробар аст.
11. Катети секунҷаи росткунҷа бошад, вай дар муқобили 30° меҳобад.
12. Нуқтаи аз тарафҳои кунҷ дар масофаи муайян ҷойгирфта ҳамин кунҷ меҳобад.

2. Ғалатҳои ҷумлаҳои зеринро ёбед ва ислоҳ кунед.

1. Гипотенузаи секунҷаи росткунҷа ва яктогӣ кунҷи он баробар бошад, ин кунҷҳо баробар мешаванд.
2. Суммаи кунҷҳои дохила ва берунаи секунҷа ба 180° баробар аст.
3. Кунҷи берунаи секунҷа ба суммаи ду кунҷи дохилаш баробар аст.
4. Дар муқобили тарафи калони секунҷа кунҷи хурд, дар муқобили кунҷи калон тарафи хурд меҳобад.
5. Ҳар як тарафи секунҷа аз фарқи тарафҳои боқимондаш хурд аст.
6. Секунҷаи росткунҷа фақат якто баландӣ дорад.
7. Катети секунҷаи росткунҷа бар нисфи гипотенузаи он баробар аст.
8. Баландии секунҷаҳои росткунҷа ба нисфи гипотенузаи он баробар аст.
9. Гипотенузаҳои секунҷаи росткунҷа баробар бошанд, ин секунҷаҳо ҳам баробар мешаванд.
10. Кунҷи дохилаи секунҷа аз суммаи ду кунҷи боқимондаи вай ҳар доим хурд мешавад.
11. Кунҷҳои берунаи секунҷа ҳар доим кунд мешаванд.

3. Мафҳумҳои геометриро, ки ба хосиятҳо ва талқинҳои дар ҷадвал овардашуда мувофиқ меоянд, ёбед.

1.	Суммаи кунҷҳои дохилаш ба 180° баробар аст	
2.	Суммаи кунҷҳои кунди вай ба 90° баробар аст	
3.	Тарафҳояш аз порчаҳо иборат аст	
4.	Муносибати байни тарафҳои секунҷа	
5.	Ба нисфти гипотенуза баробар аст	
6.	Ҳар се баландиаш ҳам дар як кунҷ бурида мешавад	
7.	Аз катет ҳар доим калон аст	
8.	Нуқтаҳояш аз тарафҳои кунҷ дар масофаи баробар ҷой гирифтаанд	

4. Тестҳо.

- Агар кунҷҳои секунҷа ба нисбати 2:3:4 барин бошад, кунҷҳои онро ёбед?
 А) 20° , 30° , 40° ; В) 40° , 60° , 80° ;
 С) 36° , 54° , 90° ; Д) 18° , 27° , 36° ;
- Агар кунҷҳои секунҷа бо нисбати 3:2:1 барин бошад, намуди онро муайян кунед?
 А) Кунҷи тезкунҷа; В) Кунҷи кундкунҷа;
 С) Кунҷи росткунҷа; Д) Муайян карда намешавад.
- Агар якто кунҷи берунаи секунҷа тез бошад, намуди онро муайян кунед?
 А) Кунҷи тезкунҷа; В) Кунҷи кундкунҷа;
 С) Кунҷи росткунҷа; Д) Муайян карда намешавад.
- Агар якто кунҷи секунҷа, аз суммаи ду кунҷҳои боқимандаи он калон бошад, намуди онро муайян кунед?
 А) Кунҷи тезкунҷа; В) Кунҷи кундкунҷа;
 С) Кунҷи росткунҷа; Д) Муайян карда намешавад.
- Баландиҳои кадом секунҷа дар як қуллаи вай бурида мешавад?
 А) Секунҷаи баробарпахлӯ;
 В) Секунҷаи баробартаараф;
 С) Секунҷаи росткунҷа;
 Д) Ин гуна секунҷа вучуд надорад.

6. Дар секунҷаи ABC кунҷи берунаи қуллаи A ба 120° , кунҷи дохилаи қуллаи C бошад, ба 80° баробар аст. Кунҷи берунаи қуллаи B -ро ёбед.

- А) 120° ; В) 140° ; С) 160° ; Д) 40° .

7. Яке аз кунҷҳои берунаи секунҷа ба 120° , фарқи кунҷҳои дохилаи ба ин кунҷ ҳамсоянабуда ба 30° баробар аст. Аз кунҷҳои дохилаи секунҷа калонтаринашро ёбед.

- А) 70° ; В) 75° ; С) 85° ; Д) 90° .

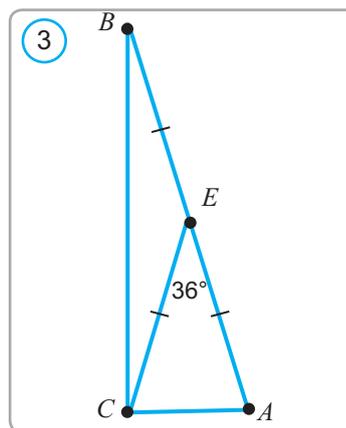
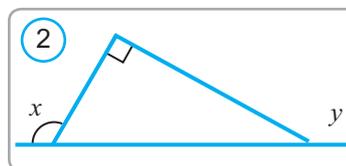
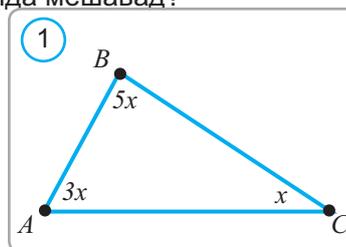
8. Нисбати қиматҳои ду кунҷи секунҷа ба 1:2 баробар аст. Кунҷи сеюм нисбат ба кунҷи хурди ҳамин кунҷҳо 40° калон аст. Кунҷи калони секунҷаро ёбед.

- А) 105° ; В) 75° ; С) 80° ; Д) 90° .

9. Периметри секунҷаи баробарпахлӯ ба 48 баробар аст. Яке аз тарафҳои он ба 12 баробар бошад, тарафҳои боқимондаро ёбед.

- А) 18; 12 В) 16; 16 С) 18; 24 Д) 18; 18.

10. Аз кунҷи рости секунҷаи росткунҷа биссектриса ва баландӣ гузаронида шуда, кунҷи байни онҳо ба 24 баробар аст. Кунҷи хурди секунҷаро ёбед?



A) 21°; B) 24°; C) 36°; Д) 16°.

11. Аз расми 1-ум $\angle A$ -ро ёбед?

A) 10°; B) 20°; C) 60°; Д) 100°.

12. Аз порчаҳои дарозиашон ба 3,5,7 ва 11 баробар чандто секунҷаи баробартаараф сохтан мумкин?

A) 2 B) 3 C) 5 Д) 6

13. Аз расми 2-юм $x + y$ -ро ёбед?

A) 90°; B) 180°; C) 270°;

Д) Аниқ қардан намешавад.

14. Аз расми 3-юм $\angle BCA$ -ро ёбед?

A) 90°; B) 96°; C) 144°; Д) 84°.

15. Аз расми 4-ум агар a в бошад, x -ро ёбед?

A) 35°; B) 45°; C) 25°; Д) 20°.

16. Аз расми 5-ум x -ро ёбед?

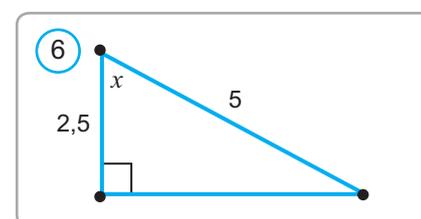
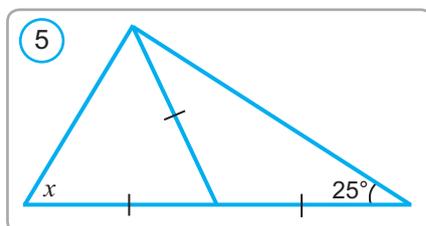
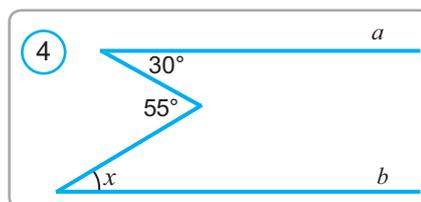
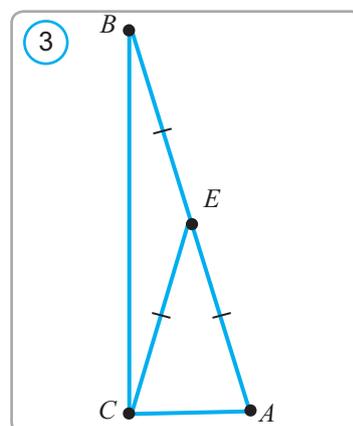
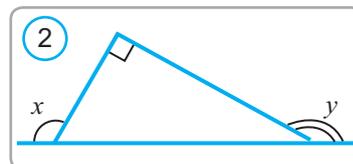
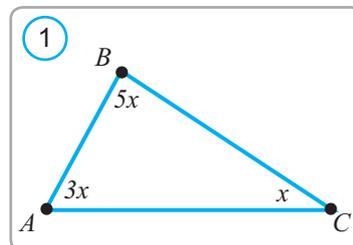
A) 60°; B) 55°; C) 65°; Д) 70°.

17. Аз расми 6-ум x -ро ёбед?

A) 30°; B) 45°; C) 15°; Д) 75°.

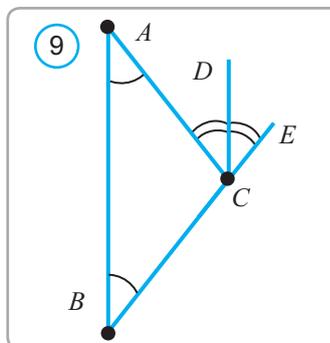
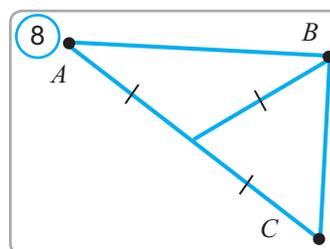
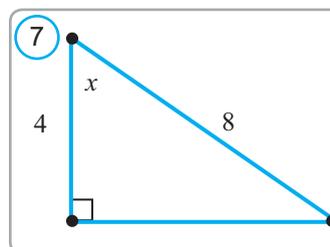
18. Аз парчаҳои дарозиашон 2 см, 3 см, 4 см ва 5 см буда, чандто секунҷа сохтан мумкин?

A) 1-то; B) 2-то; C) 3-то; Д) 4-то.

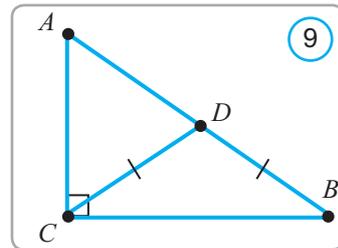


5. Масъалаҳо

- Оё хати шикастаи пӯшидаи дарозии қисмҳояшон 1 м, 2 м, 4 м, 8 м ва 16 м бударо сохтан мумкин аст?
- Агар тарафҳои секунҷа рақамҳои бутун буда, периметраш ба 15 баробар бошад, тарафҳои онро аниқ кунед.
- Оё баландии секунҷа аз тарафҳои он ҳар доим хурд шуда метавонад?
- Кунҷҳои секунҷаи тарафҳои калонаш ба 36 баробар дар нисбати 1:2:3 бошад, тарафи хурди ҳамин секунҷаро ёбед.
- Баландии ба асоси секунҷаи фурувардашуда бо тарафҳои паҳлӯи вай кунҷҳои 27° ва 36° -ро ташкил мекунад. Кунҷҳои секунҷаро ёбед.
- Дар секунҷаҳои росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ ва A_1 кунҷҳои рост, BD ва B_1D_1 биссектрисаҳо ва $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ бошад, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ шуданашро исбот кунед.
- Х-и дар расми 7-ум бударо ёбед.
- ABC-и дар расми 8-ум бударо ёбед.
- Дар расми 9-ум $AB \parallel CD$ буданашро исбот кунед.
- Як кунҷи секунҷаи баробарпахлӯ ба 100 баробар аст. Дигар тарафҳои секунҷаро ёбед?
- Агар яке аз кунҷҳои секунҷаи баробарпахлӯ ба 60 баробар бошад, ин секунҷа оё баробартараф шуда метавонад?
- Дар секунҷаи баробарпахлӯи асосаш AC ва кунҷи B -и он ба 36 баробар будаи секунҷаи ABC , биссектрисаи AD гузаронида шудааст. Баробарпахлӯ будани секунҷаҳои CDA ва ADB -ро исбот кунед.
- Як секунҷа ба кунҷҳои 60 ва 38 -нок, секунҷаи дуюм бошад ба кунҷҳои 38 ва 82 -нок соҳиб аст. Ин секунҷаҳо оё баробар буданаш мумкин-мӣ?

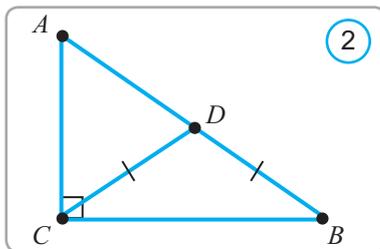
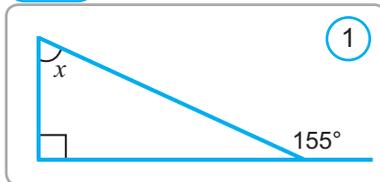


14. Периметри секунҷа аз тарафҳояш 14 см, 16 см ва 24 см калон бошад, тарафҳои аз ҳама калони секунҷаро ёбед?
15. Кунҷи рости секунҷаи ABC -и кунҷи рости дошта, ки аз қуллаи он баландии CD фаровада шудааст. Агар 1) $A = 24^\circ$; 2) $A = 70^\circ$ бошад, кунҷи CDB -ро ёбед?
16. Як кунҷи берунаи секунҷаи баробарпахлӯ ба 70 баробар аст. Кунҷҳои дохилии онро ёбед?
17. Аз қуллаҳои A ва C -и секунҷаи ABC баландии фаровардашуда дар нуқтаи N бурида мешавад. Агар $A = 50^\circ$ ва $C = 84^\circ$ бошад, кунҷи ANC -ро ёбед?
18. Дар секунҷаи ABC медианаи BD ба нисфи тарафи AC баробар аст. Кунҷи B -и секунҷаро ёбед?
19. Агар дар расми 9-ум $BD = CD = 10$ бошад, AB -ро ёбед?



47

Кори назоратии 5



Кори назоратии намунавӣ аз ду қисм иборат аст:
 I. 5-то тести ба тестҳои саҳифаи 133 монанд;
 II. 3 масъалаи ба масъалаҳои зерин монанд (4 масъала барои хонандаҳои нағз азхудкунанда).

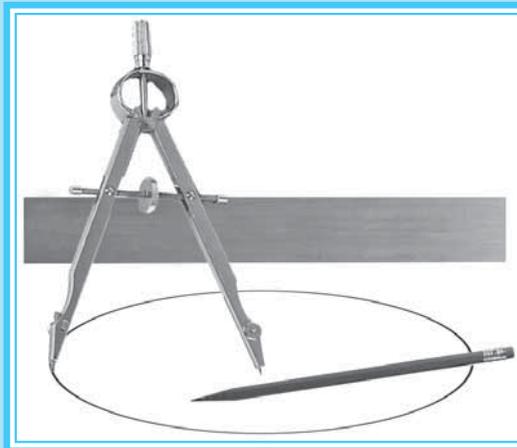
1. Кунҷи номаълумро ёбед (расми 1).
2. Кунҷи берунаи секунҷа 120° буда, кунҷи дохилаи ба вай ҳамсоя набудааш дар нисбати 1:2 бошад, кунҷҳои секунҷаро ёбед.
3. Агар дар расми 2 $\angle ACB = 90^\circ$, $CD = BD$ ва $AB = 24$ см бошад, порчаи CD -ро ёбед.
4. Биссектрисаи BD -и секунҷаи ABC тарафи AC -ро таҳти кунҷи 100° мебурад. Агар $BD = BC$ бошад, тарафҳои секунҷаро ёбед.



Супоришҳои иловагӣ барои хонандаҳои қобилиятнок.

Бо саҳифаҳои боби дахлдори китоби дарсии электронии «Геометрия—7» шинос шавед. Супоришҳои дар иловаҳои аниматсияи интерактивии додашударо оид ба мавзӯҳои дар боби мазкур дохилгардида иҷро намуда, супоришҳои тестро ҳал карда, донишатонро санҷед.

БОБИ V



МАСЪАЛАҶО ДОИР БА СОХТАН

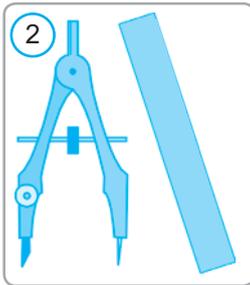
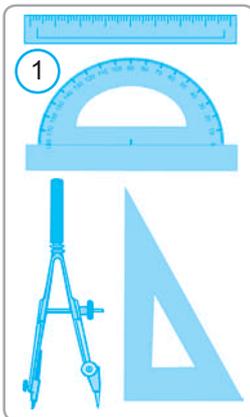
Ин бобро омӯхта, ба дониш ва малакаҳои амалии зерин соҳиб мегардед:

Донишҳо:

- Таърифҳои давра, маркази давра, радиус ва диаметри онро доништан;
- Бо ёрии паргор ва хаткашаки оддӣ чӣ гуна масъалаҳоро ҳал карда тавонистанро доништан.

Малакаҳо:

- Бо ёрии хаткашак ва паргор корҳои сохтусозро дар амал татбиқ кардан;
- Кунҷи ба кунҷи додашуда баробарро сохта тавонистан;
- Биссектрисаи кунҷро сохта тавонистан;
- Хати ростии перпендикулярро сохта тавонистан;
- Порчаро ба ду ҳиссаи баробар тақсим кардан;
- Аз рӯи элементҳои додашуда секунҷаро сохта тавонистан.



Фақат бо ёрии хаткашаки оддӣ ва паргор ҳал кардани масъалаҳо оид ба сохтан дар Юнони Қадим ба дараҷаи санъат расида буд. Албатта, дар зиндагӣ бо асбоби дилхоҳ, ба иҷро расонидани сохтани геометрӣ мумкин ва қулай аст.

Аммо ба воситаи хаткашаки оддӣ ҳал кардани масъалаҳои мушоҳидаронии мантиқиро месабзонад.

То ин дам бо ёрии асбобҳои гуногун шаклҳои ҳархелаи геометрӣ сохта омадем. Масалан, бо ёрии хаткашакҳо хати рост, нур, порча, секунҷа ва дигар шаклҳоро кашидем. Бо ёрии хаткашак ва транспортёр кунҷҳои гуногунро кашидем. Бо ёрии паргор бошад, давра ва камонҳоро тавир кардем (*расми 1*).

Маълум мешавад, ки бисёр шаклҳои геометрӣ фақат бо ёрии хаткашаки як тарафаш рости ба тақсими масштабӣ соҳибнабуда ва паргор (*расми 2*) сохтан мумкин будааст. (Ин гуна хаткашакро хаткашаки оддӣ мегӯем)

Аз ҳамин сабаб, масъалаҳо доир ба сохтан бо ёрии ин ду асбоб дар геометрия ҷудо карда, аз назар гузаронида мешаванд.

Қоидаҳои махсуси истифода бурдан аз ин ду асбоб вучуд доранд – ба воситаи онҳо фақат барои иҷрои корҳои зерин рухсат дода мешавад:

Бо ёрии хаткашаки оддӣ фақат:

1. Кашидани хати рости дилхоҳ;
2. Кашидани хати рости аз нуқтаи муайян мегузашта;
3. Кашидани хати рости аз ду нуқта мегузашта.

Бо ёрии паргор фақат:

1. Кашидани давраи дилхоҳ;
2. Кашидани давраи радиусноки дилхоҳ, ки марказаш дар нуқтаи додашуда қарор дорад;
3. Кашидани давраи радиусаш аниқ, вале марказаш ихтиёрӣ;
4. Кашидани давраи марказаш дар нуқтаи додашуда, радиусаш иборат аз порчаи додашуда;
5. Порчаи ба порчаи додашуда баробарро ба хати рости додашуда аз нуқтаи додашудаи он сар карда ба ҳар ду самт гузоштан.

Ҳар гуна сохтанҳои дигар ба ана ҳамин амалҳо оварда расониданашон лозим аст. Ҳатто дар хаткашак тақсими миллиметрӣ мавҷуд бошад ҳам, ба дарозии порчаҳоро чен кардан ва порчаи дарозияш маълумро барои дар ягон хати рост гузоштан рухсат дода намешавад.

Дар масъалаҳо доир ба сохтан фақат ёфтани роҳ ё усули сохтани ягон шакли геометрӣ талаб карда нашуда, балки аз шаклҳои геометрии ҳосилгардида дар ҳақиқат қаноат ҳосил кардани шартҳои додашударо асоснок кардан, яъне исбот кардан ҳам лозим меояд.

Аз ҳамин сабаб масъалаҳо доир ба сохтан ҳам усули сохтани шакл пайдо кардани роҳу равиш, ҳам асоснок кардани онро талаб мекунад.



Масъалаи 1. Порчаҳои AB ва CD ва нури OE дода шудааст (расми 2.а). Бо ёрии хаткашаки оддӣ ва паргор (сиркул) ба нури OE порчаи дарозиаш ба $AB + CD$ баробар бударо гузоред.

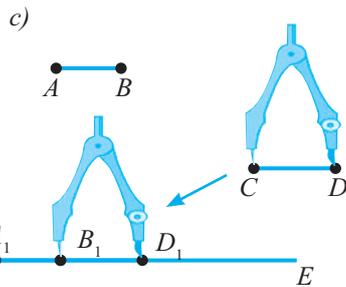
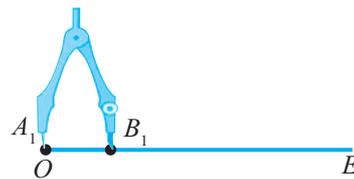
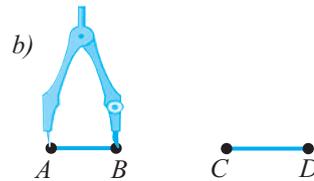
Соҳтан:

Қадами 1. Бо ёрии паргор ба порчаи AB , порчаи баробари A_1B_1 ба нури OE мегузorem (расми 2.в).

Қадами 2. Бо ёрии паргор ба порчаи CD , порчаи баробари C_1D_1 ба нури B_1E мегузorem (расми 2.с).

Порчаи ҳосилшудаи A_1D_1 аз порчаи дарозиаш ба $AB + CD$ баробар буда иборат мешавад.

2



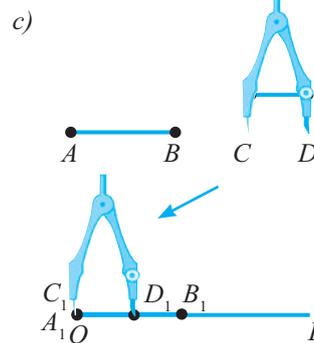
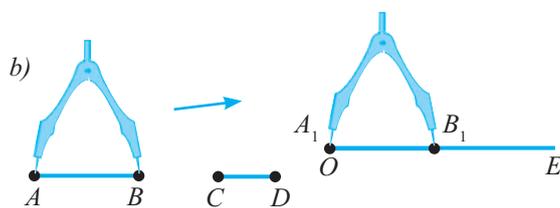
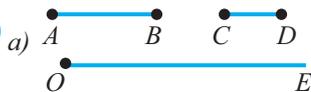
Масъалаи 2. Порчаҳои AB ва CD ва нури OE дода шудааст (расми 3.а).

Агар $AB \perp CD$ буданаш маълум бошад, бо ёрии хаткашаки оддӣ ва паргор ба нури OE порчаи дарозиаш ба $AB - CD$ баробар бударо гузоред.

Соҳтан:

Аввал ба нури OE ба порчаи AB порчаи баробари A_1B_1 -ро (расми 3.в), сипас ба порчаи CD порчаи баробари C_1D_1 -ро мегузaronем (расми 3.д). Порчаи ҳосилшудаи D_1B_1 аз порчаи дарозиаш ба $AB - CD$ баробар буда иборат мешавад.

3





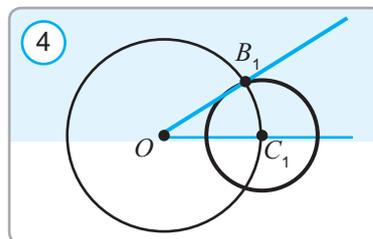
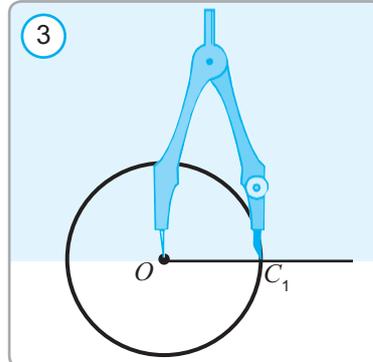
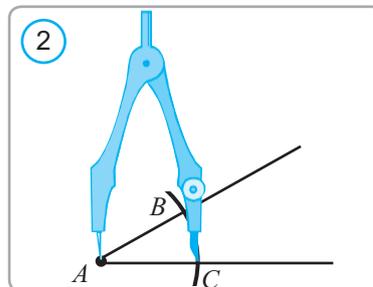
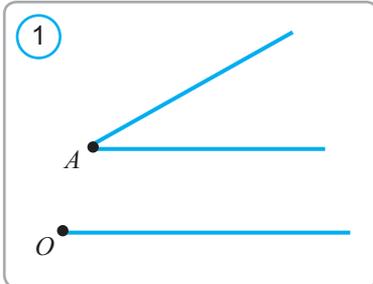
Савол, масъала ва супоришҳо

1. Бо ёрии хаткашаки оддӣ чӣ гуна шаклҳоро кашидан мумкин аст?
2. Бо ёрии паргор кадом корҳоро доир ба сохтан амалӣ гардонидан мумкин аст?
3. Дар хати рост нуқтаҳои A ва B дода шудааст. Порчаи BC -ро дар нури BA аз нуқтаи B сар карда, тавре гузоред, ки $BC = 2AB$ бошад.
4. Агар масофаҳо аз нуқтаи берун аз давра то нуқтаҳои аз ҳама наздик ва дур ба таври мувофиқ 2 см ва 10 см бошад, радиуси давраро ёбед.
5. Нуқтаҳои A ва B дода шудааст. Фақат аз паргор истифода бурда чунин нуқтаи C созед, ки $AC = 3AB$ шавад.
6. Порчаҳои дарозиашон a ва b дода шудааст. Порчаҳои дарозиашон: а) $a + b$; б) $a - b$; в) $2a + 3b$; г) $2a - b$ бударо созед.
7. Порчаҳои дарозиашон 12 см ва 5 см буда дода шудааст. Порчаҳои дарозиашон а) 17 см; б) 7 см; в) 12 см; г) 22 см; ё) 29 см бударо созед.



Муаммои геометрӣ

Сардор пас аз кашидани давра, маркази онро бо қалам ишора карданро аз ёдаш бароварданаширо фаҳмида монд. Пас аз хат задан, изи он ҳам намонда буд. Лекин радиуси давра 12 см буданаш дар хотири ӯ буд. Аз ин маълумот истифода бурда, фақат бо ёрии паргор маркази давраи кашидашударо ёфтани мумкин-мӣ?



Масъалаи 1. Кунчи A дода шудааст. Аз нури O (расми 1) ба кунчи A , кунчи баробар гузored.

Сохтан:

Қадами 1. Марказаш ба нуқтаи A буда давраи ихтиёрӣ мекашем (расми 2). Ин давра тарафҳои кунчи A -и додашударо ба нуқтаҳои B ва C бурида гузарад.

Қадами 2. Даврае мекашем, ки радиуси он ба радиуси давраи кашидашуда баробар ва маркази он ба нуқтаи O бошад (расми 3). Нуқтаи буриши нури O -и ин давраро бо C_1 ишора мекунем.

Қадами 3. Давраи сеюми марказаш дар нуқтаи C_1 радиусаш бошад, бо BC баробар бударо месозем (расми 4). Яке аз нуқтаҳои бо давраи дуюм буридашудаи онро, масалан, дар нимҳамвории болоӣ хобидаашро бо B_1 ишора мекунем.

Қадами 4. Нури OB_1 -ро мегузаронем (расми 4). Кунчи ҳосилшудаи B_1OC_1 дар нури O гузошташуда, кунчи бо кунчи додашудаи A баробар мешавад.

Асоснок кардан: Дар секунҷаҳои ABC ва OB_1C_1 ки дар расми 4 тасвир гардидаанд мувофиқи сохтан: $AB = OB_1$, $AC = OC_1$ ва $BC = B_1C_1$.

Пас, мувофиқи аломати ТТТ баробарии секунҷаҳо $\triangle ABC = \triangle OB_1C_1$ аст. Хусусан, $\angle B_1OC_1 = \angle A$ мебошад.

Эзоҳ: Ин масъала ду роҳи ҳал дошта, ҳаллаш дар расми 3 аз гирифтани кадом нимҳамворие, ки хати ростии нури O хобида чундо кардааст, вобаста мебошад.



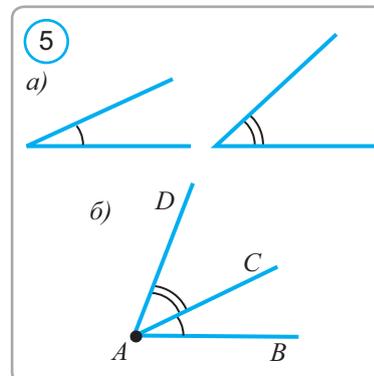
Масъалаи 2. Кунчи ба чамъи ду кунчи додашуда баробар созед (расми 5. а).

Сохтан: Қадами 1. Аввал кунчи BAC -и ба кунчи яқум баробарро месозем (расми 5. б).

Қадами 2. Ба нури AC кунчи CAD -и ба кунчи дуюм баробарро мегузорем. Кунчи ҳосилшудаи BAD ба суммаи кунҷҳои додашуда, кунчи баробар мешавад.

? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Кунҷҳои а) 30° ; б) 60° ; в) 15° ; г) 120° ; ғ) 45° -нок дода шудааст. Аз хаткашаки оддӣ ва паргор истифода бурда, ба онҳо кунҷҳои баробар созед.
2. Кунҷҳои $\angle A = \alpha$ ва $\angle B = \beta$ дода шудааст ($\alpha > \beta$). Кунҷҳои ченакаш а) 2α ; б) $\alpha - \beta$; в) $2\alpha + \beta$ бударо созед.
3. Кунҷҳои 45° ва 30° дода шудааст. Кунҷҳои ченакаш а) 15° ; б) 75° ; в) 105° ; г) 120° бударо созед.



50 Сохтани биссектрисаи кунҷ

Кунҷи дар расми 1 тасвиргардидаи A дода шуда бошад. Барои ба ду ҳиссаи баробар тақсим кардани ин кунҷ роҳи зерин пеш гирифта мешавад:

Сохтан:

Қадами 1. Давраи радиусаш дилхоҳи марказаш дар нуқтаи A буда кашида мешавад ва нуқтаҳои бо тарафҳои кунҷ буридамешудаи вай B ва C ишора карда мешаванд.

Қадами 2. Радиусро тағйир надода, дуто давраи марказаш дар нуқтаҳои B ва C буда кашида мешавад. Нуқтаи аз буриши ин ду давра ҳосилгардидаи D ишора карда мешавад.

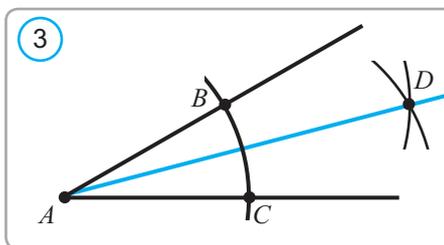
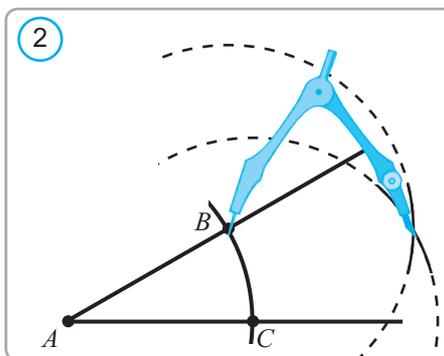
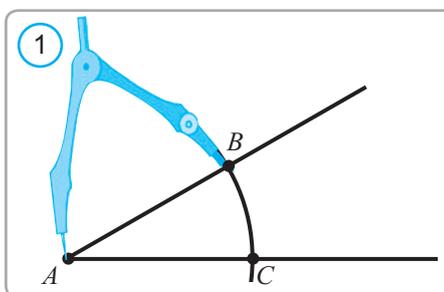
Қадами 3. Нури AD -и аз нуқтаҳои A ва D мегузашта гузаронида мешавад.

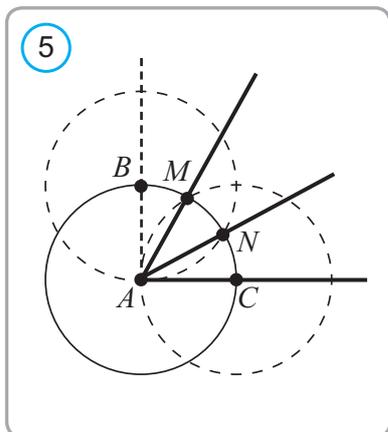
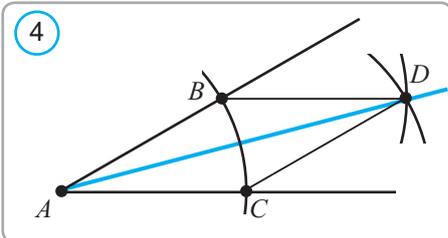
Нури AD — биссектрисаи кунҷ мешавад.

Асоснок кардан. Дар секунҷаҳои ABD ва ACD

- 1) Мувофиқи сохтан $AB = AC$;
- 2) Мувофиқи тохтан $BD = CD$;
- 3) AD – тарафи умумӣ.

Аз рӯи аломати ТТТ баробарии секунҷаҳо, $\triangle ABD = \triangle ACD$ аст. Хусусан, $\angle BAD = \angle CAD$.





Масъала. Кунчи рости додашударо ба се ҳиссаи баробар тақсим кунед.

Роҳи ҳал. Кунчи рости $\angle A$ дода шуда бошад. Қуллаи онро ҳамчун марказ гирифта, давраи радиусаш дилхоҳ мекашем. Давра тарафҳои кунҷро дар нуқтаҳои B ва C бурида гузарад. Радиусро тағйир надода, боз дуто давраи марказаш дар нуқтаҳои B ва C бударо мекашем. Нуқтаҳои бо давраи якум бурида шуда, дар дохили кунҷи рост хобидаи ин даврахоро бо M ва N ишора мекунем. Ин нурҳо кунҷи рости додашударо ба се кунҷи баробар тақсим мекунад. Дуруст будани ин тасдиқро мустақилона асоснок кунед.

Эзоҳ. Масъалаи ба се тақсим кардани кунҷи ихтиёрии додашуда масъалаи қадима ва бисёр машҳур буда, дар ин бора бисёр олимони майна об кардаанд. Фақат дар асри XIX, баъзе кунҷҳо истисно гардида, одатан ба се ҳиссаи баробар тақсим гардидан ё нагардидани кунҷ исбот карда шудааст. Масалан, кунҷи, 60° -ро ба се ҳиссаи баробар тақсим карда намешавад. Сухан, албатта, дар бораи аниқ сохтан бо ёрии хаткашаки оддӣ ва паргор меравад. Ба воситаи ин асбобҳо дар бузургии бисёр калон тақрибан сохтан ё ин ки аз асбобҳои дигар истифода бурда аниқ сохтанро иҷро намудан мумкин аст.



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Бо ёрии хаткашаки оддӣ ва паргор кунҷҳои: а) 90° ; б) 60° ; в) 30° -ро ба ду ҳиссаи баробар тақсим кунед.
2. Кунҷ кашед ва онро ба чорто кунҷи баробар тақсим кунед.
3. Кунҷи 45° ро ба се то кунҷи баробар тақсим кунед.
4. Аз рӯи гипотенуза ва кунҷи тези додашуда секунҷаи росткунҷа созед.
5. Кунҷи 36° дода шудааст. Бо ёрии паргор ва хаткашаки оддӣ кунҷи 99° созед.
- 6*. Кунҷи 54° дода шудааст. Бо ёрии паргор ва хаткашаки оддӣ ин кунҷро ба се ҳиссаи баробар тақсим кунед.



Масъалаи 1. Хати рости a ба хати рости додашуда перпендикуляри аз нуқтаи O -и вай гузарандаро созед.

Соҳтан:

Қадами 1. Нуқтаи O -ро марказ карда, давраи дилхоҳро месозем. Вай хати ростро дар нуқтаҳои A ва B бурида гузаранд (расми 1).

Қадами 2. Нуқтаҳои A ва B -ро марказ гирифта, давраҳои радиусаш ба AB баробар мекашем (расми 2). Яке аз нуқтаҳои буриши ин давраҳоро C гуфта ишора мекунем.

Қадами 3. Хати рости OC -и аз нуқтаҳои C ва O гузарандаро месозем (расми 3).

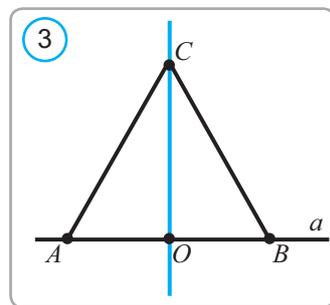
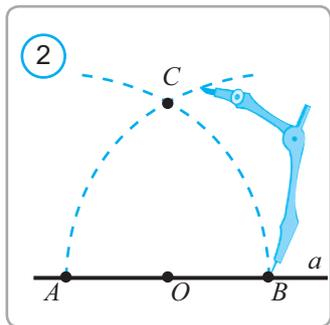
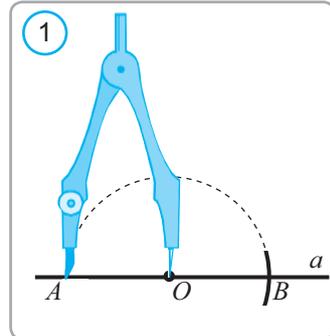
Хати рости OC дода шудааст ба хати рости a аз нуқтаи O -и он гузаранда перпендикуляр мешавад.

Асоснок кардан. Секунҷаҳои AOC ва BOC -ро аз назар мегузаронем. Дар онҳо, аз рӯи соҳтан:

1. $AO = BO$;
2. $AC = BC$;
3. CO бошад, тарафи умумист.

Пас, мувофиқи аломати ТТТ баробарии секунҷаҳо, $\triangle AOC = \triangle BOC$ аст. Дар ин ҳолат, $\angle AOC = \angle BOC$ мешавад. Лекин $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ аст. Аз ин, $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ буданаш бармеояд.

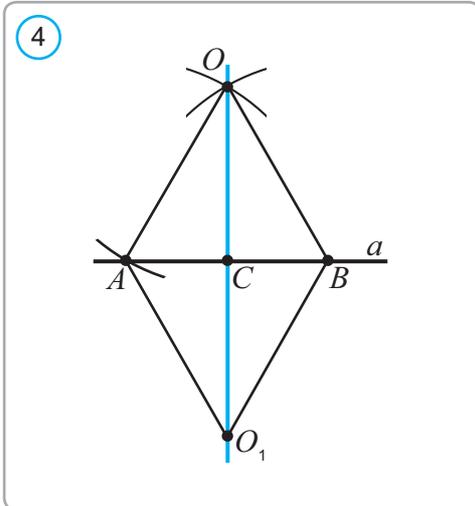
Пас, дарҳақиқат $OC \perp a$ мебошад.



Масъалаи 2. Хати рости ба хати рости додашудаи a перпендикуляри дар вай намехобадаи аз нуқтаи O гузарандаро созед.

Соҳтан:

Қадами 1. Давраи дилхоҳи марказаш дар нуқтаи O бударо мекашем. Вай хати рости додашударо дар нуқтаҳои A ва B бурида гузаранд (расми 4).

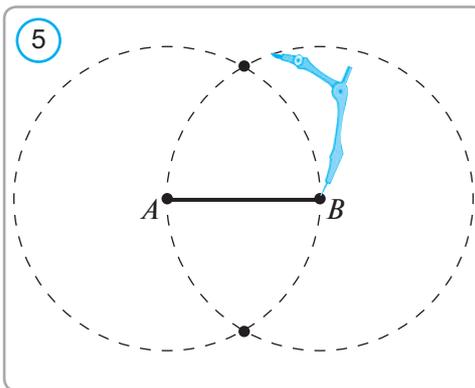


Қадами 2. Давраҳои марказашон дар нуқтаҳои A ва B радиусаш ба радиуси давраи якуми кашидашуда баробарро мекашем. Яке аз нуқтаҳои буриши ин давраҳо нуқтаи O мешавад. Дуюмашро бо O_1 ишора мекунем (расми 4).

Қадами 3. Хати рости аз нуқтаҳои O ва O_1 гузарандаро мекашем. OO_1 ба хати рости додашудаи a перпендикуляр ва хати рости аз нуқтаи O гузарандаи бар вай нахобида мешавад.

Асоснок карданро мустақилона иҷро намоед.

Ин масъаларо ҳал карда, ба хулоса меоем, ки ба воситаи нуқтаи берун аз хати рости a хати рости ба хати рости a перпендикуляр гузаронидан мумкин аст. Аз ҳамин ҷо ва аз натиҷаи теоремаи дар дарси 14 овардашуда ба маврид будани теоремаи зерин бармеояд.



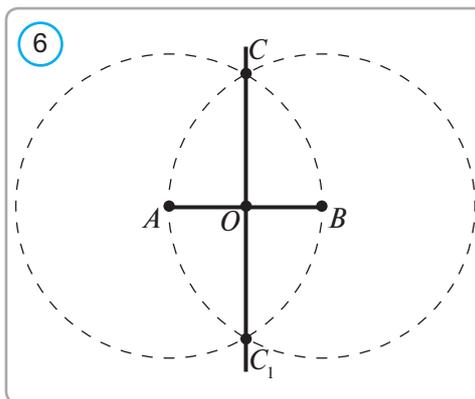
Теорема. Ба воситаи нуқтаи дар хати рост намехобида хати рости ягонаи ба он хати рост перпендикуляр бударо гузаронидан мумкин аст.

Масъалаи 3. Порчаи додашударо ба ду ҳиссаи баробар тақсим кунед.

Соҳтан: Фараз кардем, ки порчаи AB дода шуда бошад. Барои ёфтани нуқтаи ин порчаро ба ду ҳиссаи баробар тақсимкунанда роҳи зерин пеш гирифта мешавад:

Қадами 1. Ду давраи радиусаш ба порчаи додашудаи AB баробар, марказаш бошад, дар нуқтаҳои A ва B буда кашида мешавад (расми 5);

Қадами 2. Нуқтаҳои аз буриши давраҳо ҳосилшудаи C ва C_1 пайваст карда



мешаванд (расми 6). Хати рости CC_1 ва нуқтаи буриши порчаи AB мобайни порчаи додашуда мешавад.

Машқ. Дарҳақиқат мобайни порчаи AB шудани нуқтаи буриши O -ро асоснок кунед.

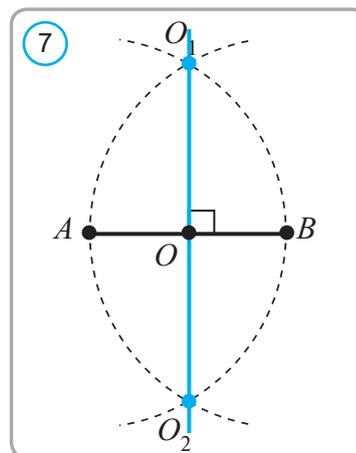


Масълаи 4. Перпендикулярӣ аз мобайни порчаи додашуда гузарандаро созед.

Роҳи ҳал: Порчаи AB дода шуда бошад. Давраҳои AB радиусдори марказашон дар нуқтаҳои A ва B бударо мекашем (расми 7). Ин давраҳо дар нуқтаҳои O_1 ва O_2 бурида мешаванд:

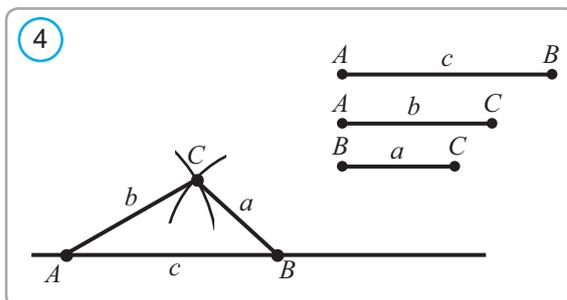
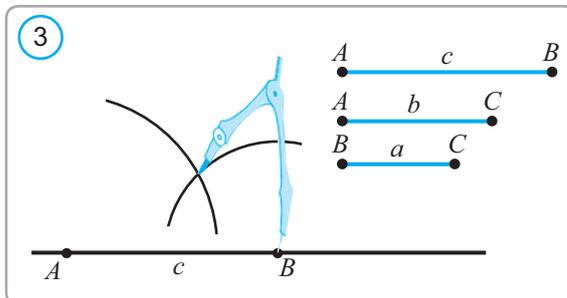
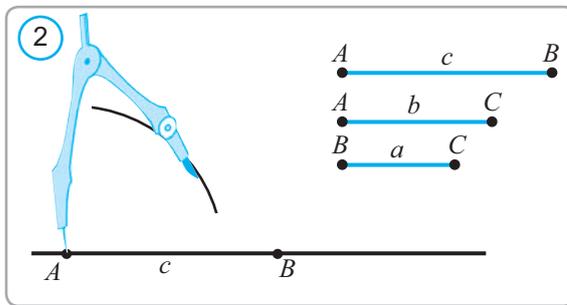
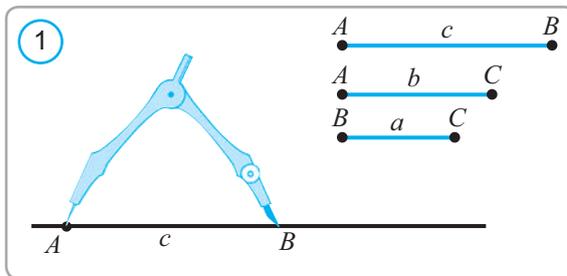
$$AO_1 = AO_2 = BO_1 = BO_2.$$

Хати рости O_1O_2 -ро мегузаронем. Ин хати рост перпендикулярӣ мобайни порчаи AB аст. Чунки нуқтаҳои O_1 ва O_2 аз сабаби аз нӯғҳои порчаи AB дар масофаи баробар дур шуданашон дар перпендикулярӣ аз мобайни ҳамин порча гузаранда меҳобад.



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Кадом усули ба ду ҳиссаи баробар тақсим шудани порчаро медонед? Порча кашед ва онро ба ду ҳиссаи баробар тақсим кунед.
2. Хати ростро чӣ хел сохтан мумкин аст?
3. Фақат корҳои дар як ҳамворӣ сохтанро иҷро намуда, порчаи додашударо ба ду ҳиссаи баробар тақсим кунед.
4. Фақат аз хаткашаки секунҷа истифода бурда, порчаи додашударо ба ду ҳиссаи баробар тақсим кунед.
5. Аз рӯи гипотенузаи додашуда секунҷаи баробарпахлӯи росткунҷа созед.
6. Аз рӯи асос ва баландии дар он даровардашуда секунҷаи баробарпахлӯ созед.
7. Агар илоҷи бевосита аниқ кардани мобайни порчаи AB набошад, оё перпендикулярӣ аз мобайни он гузарандаро ёфтан мумкин аст?
8. Порчаи додашударо ба чор ҳиссаи баробар тақсим кунед.
9. Секунҷа кашед. Баландиҳои онро созед.
10. Медианаҳои секунҷаҳои додашударо созед.
- 11*. Нуқтаи аз нуқтаҳои A ва B дар масофаи якхела ҷойдошта ва ба хати рости a хобидаро ёбед.
12. Фақат бо ёрии хаткашак ба воситаи нуқтаи дар хати рости a намехобидаи M хати рости b -и ба хати рости a параллелро гузаронед.



Фарз кардем, мисле, ки дар расми 1 тасвир гардидааст, порчаҳои дарозиашон ба таври мувофиқ ба a , b ва c баробар дода шуда, аз ҳама калонаш c бошад. Барои соҳтани секунҷаи ABC -и тарафҳояш $AB=c$, $BC=a$ ва $AC=b$ буда роҳи зерин пеш гирифта мешавад:

Қадами 1. Хати ростии дилхоҳ кашида мешавад. Бо ёрии паргор дар хати рост порчаи дарозиаш ба c баробари AB ҷудо карда мешавад.

Қадами 2. Бояд $AC=b$ шавад. Барои ҳамин, дар нуқтаи марказаш A давраи радиусаш ба b баробар кашида мешавад;

Қадами 3. Бояд $BC=a$ шавад. Барои ҳамин, дар нуқтаи марказаш B давраи радиусаш ба a баробар кашида мешавад;

Қадами 4. Нуқтаи буриши давраҳо — C бо нуқтаҳои A ва B пайваस्त карда мешаванд. Тарафҳои секунҷаи ҳосилгардидаи ABC ба a , b ва c баробар мешаванд.

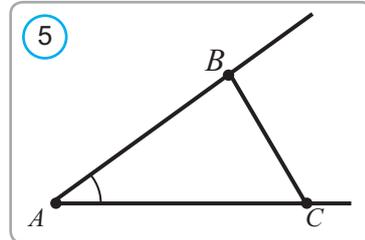
Таҳлил. Аз соҳтан дида мешавад, ки танҳо дар сурати дар қадами 2 ва 3 буридани давраҳо ҳал вуҷуд дорад. Барои ин лозим аст, ки $a+b>c$ шавад.

Дарҳақиқат, баробар шудани тарафҳои a , b ва c -и секунҷаи ҳосилшудаи ABC -ро мустақилона асоснок кунед.



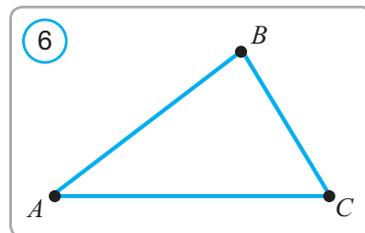
Масъалаи 1. Кунчи ба кунчи додашуда баробарро созед (расми 5).

Роҳи ҳал: Ин масъаларо бо роҳи сохтани секунҷаи ба секунҷаи додашуда баробар ҳал карда метавонем. Барои ин, қуллаи кунчи додашударо бо A ишора мекунем, дар тарафҳои кунҷ ҳам нуқтаҳои ихтиёрии B ва C -ро ишора менамоем. Баъд секунҷаи ба секунҷаи ABC баробар бударо созем, ин маънои онро дорад, ки кунчи ба кунчи A баробарро ҳам сохтаем.



Савол, масъала ва супоришҳо

1. Оё аз порчаҳои дарозиашон дилхоҳ секунҷа сохта мешавад?
2. Секунҷаи тарафҳояш $a = 3$ см, $b = 8$ см ва $c = 9$ см бударо созед.
3. а) Оё секунҷаи тарафҳояш $a = 3$ см, $b = 4$ см ва $c = 7$ см бударо сохтан мумкин аст?
б) барои сохтани секунҷа тарафҳои a , b ва c -и он бояд кадом шартро қонеъ гардонад?
4. Аз рӯи ду катет секунҷаи росткунҷа созед.
5. Аз рӯи гипотенуза ва катет секунҷаи росткунҷа созед.
6. Хати рости a дода шудааст. Секунҷаи як тарафаш ба a хобида ва секунҷаи ABC -и дар расми 6 тасвиргардида баробарро созед.
- 7*. Порчаҳои дарозиашон $a + b$, $b + c$ ва $a + c$ дода шудаанд. Секунҷаи тарафҳояш a , b , c бударо созед.
8. Аз рӯи ду тарафаш ва кунчи байни онҳо секунҷа созед.
9. Аз рӯи тарафи додашуда квадрат созед.
10. Аз рӯи як тараф ва кунҷҳои ба он часпида секунҷа созед.



Супоришҳои иловагӣ барои хонандагони қобилиятнок.

1. Бо саҳифаҳои боби дахлдори китоби дарсии электронии «Геометрия—7» шинос шавед. Супоришҳои дар иловаҳои аниматсияҳои интерактивӣ оид ба мавзӯҳои дар боби мазкур даровардашударо иҷро намуда ва супоришҳои тестиरो ҳал карда, донишҳои худро санҷед.
2. Ҷамчунин, аз ресурсҳои Интернет, ки дар саҳифаи 10 оварда шудаанд, материалҳои ба боби мазкур дахлдорро ёбед ва омӯzed.

1. Тестҳо.

1. Аз кадом қиматҳои овардашудаи порчаҳои дарозиашон a , b ва c аз ин порчаҳо секунҷа сохтан мумкин нест?
А) $a=1, b=2, c=3$; Б) $a=2, b=3, c=4$; В) $a=3, b=4, c=5$; Г) $a=6, b=4, c=3$.
2. Ҳангоми иҷрои сохтанҳои геометрии барои истифода аз кадом асбобҳои нақшакашӣ иҷозат дода мешавад? А) транспортир; Б) транспортир, хаткашак; В) паргор хаткашак; Г) паргор, транспортир.
3. Ҳангоми иҷрои сохтанҳои геометрии дар иҷрои кадом вазифаҳо барои истифода аз хаткашак иҷозат дода мешавад. А) дар чен кардани порча; Б) ҳангоми кашидани порча, хати рост; В) ҳангоми зеҳн монда, кашидани хати рости ба хати рости додашуда ва ба нуқтаи гузаранда перпендикуляр; Г) ҳангоми порчаро чен карда мобайни онро ёфтан.

2. Масъалаҳо.

1. Ягон кунҷ созад. Дигар кунҷи ба ҳамин кунҷ баробар созад.
2. Ягон кунҷ созад. Биссектрисаҳои онро созад.
3. Хати росте кашед ва нуқтаи ба он намехобидаро ишора кунед. Хати рости аз ҳамин нуқта гузаранда ва ба ҳамин хати рости перпендикуляр созад.
4. Хати рост кашед ва нуқтаи ба он намехобида ишора кунед. Хати рости аз ҳамин хати рост гузаранда ва ба ҳамин хати рост параллел созад.
5. Ягон порча созад ва онро ба ду ҳиссаи баробар тақсим кунед.
6. Сето порча созад. Секунҷаи тарафҳояш ба ҳамин порчаҳо баробар созад.
7. Ягон секунҷа созад. Якто: а) медиана; б) биссектриса; в) баландии онро созад.

Кори назоратии намунавӣ аз ду қисм иборат мешавад:

I. 5-то тести назариявӣ.

II. 3-то масъалаи ба масъалаҳои зерин монанд (масъалаи 4 барои хонандаҳои хуб аз худ мекарда ҳамчун илова) дода мешавад

1. Кунҷи 120° дода шудааст. Бо ёрии паргор ва хаткашак кунҷи ба он баробар созад.
2. Секунҷаи тарафҳояш $a = 5 \text{ см}$, $b = 6 \text{ см}$ ва $c = 7 \text{ см}$ бударо созад.
3. Ба тарафи a -и секунҷаи дар масъалаи 2 сохташуда медиана гузаронед.
4. Секунҷаро аз рӯи асос, баландии ба як тараф ва асос даровардашуда созад.

БОБИ VI



ТАКРОР

Ин бобро омӯхта, ба дониш ва малақаҳои амалии зерин соҳиб мешавед:

Донишҳо оид ба:

- марҳилаҳои ҳалли масъалаҳо;
- фарқ карда тавонистани намудҳои масъалаҳои геометрӣ;
- баъзе ғалатҳои, ки ҳангоми ҳалли масъалаҳо дучор меоянд.

Малақаҳо оид ба:

- ба намудҳо ҷудо намудани масъалаҳои геометрӣ ва ташкил кардани фаъолият аз рӯи марҳилаҳои ҳал;
- пешгирӣ намудани ғалатҳои, ки дар ҳалли масъалаҳо дучор меоянд;
- тайёр шудан ба кори назоратии ҷамъбастии солона бахшида ба планиметрия.

- Ҳангоми ҳалли масъалаҳои геометрӣ ба қоидаҳои зерин эътибор додан лозим аст:
1. Мафҳумҳои асосии геометрия ва хосиятҳои онҳоро нағз доништан ва дар хотир нигоҳ доштан;
 2. Усулҳои исбот кардани теоремаҳоро дар бораи хосиятҳои шаклҳои гуногуни геометрӣ азхуд намудан;
 3. Ба моҳияти масъалаҳои додашудаи геометрӣ сарфаҳм рафтан;
Одатан қараёни ҳалли масъалаҳои геометрӣ аз марҳилаҳои зерин иборат мешавад:

Марҳилаи 1. Дарки масъала. Дар ин марҳила шарт ва хулосаи масъалаҳо алоҳида ҷудо карда гирифта мешавад. Чиҳе дода шудаанд, чиҳе ёфтанд, исбот кардан ё ки сохтан лозим аст, аниқ карда мешавад. Доир ба масъала нақша кашида мешавад. Калон ва аниқ будани нақша ба мақсад мувофиқ аст. Тамоми маълумотҳои додашуда дар нақша ишора мегарданд.

Марҳилаи 2. Ба реҷа гирифтанд. Дар ин марҳила усули ҳал кардани масъала интихоб карда мешавад. Барои татбиқи он зарур будани ҷи гуна маълумотҳои иловагӣ аниқ карда мешавад. Шаклҳои ёридиҳанда кашида мешаванд.

Марҳилаи 3. Ҳал кардан. Дар ин марҳила масъала бевосита, дар асоси реҷаи додашуда ҳал карда мешавад.

Марҳилаи 4. Санҷидан. Дар ин марҳила ҳалли ёфтшудаи масъала бевосита санҷида мешавад. Дар қараёни ҳалли масъала назари танқидӣ партофта мешавад. Агар ғалат аниқгардад, он ислоҳ карда мешавад. Имкони ислоҳнабошад, ба марҳилаи ибтидоии ҳалли масъала баргашта, ҳамаи корҳо аз нав сар карда мешаванд.

Барои ёд гирифтани ҳалли масъала бисёртар масъала ҳал кардан лозим аст!

Дуруст кашидани нақша оид ба масъала — ин яъне нисфи ҳалли масъала аст.

Масъалаҳои геометрӣ аз рӯи гузориш ва моҳият се навъ шуда метавонанд:

1. Масъалаҳо доир ба ҳисоб кардан
2. Масъалаҳо доир ба исбот кардан
3. Масъалаҳо доир ба сохтан

Ҳалли масъалаҳои геометрӣ албатта, фақат аз фаъолияти омӯхтани кадом як хосиятҳои шаклҳои геометрӣ иборат нест. Вай ба дуруст фикр кардан, мулоҳизаи мантиқӣ рондан ва дар асоси онҳо қарорҳои дуруст ва оқилона қабул кардан, хулоса баровардан ва малакаю маҳоратро шакл додан низ сабаб мешавад. Ин

гуна малака ва маҳорат танҳо дар математика не, балки дар ҳалли муаммоҳои ҳаёти рӯзмарра низ ба кор меояд.

Албатта, масъаларо ҳал кардан — маънои фақат ёфтани ҷавоби дурустро надорад. Дар ҷараёни ҳалли масъалаҳо дониستاني татбиқи хосиятҳои маълум, теоремаҳо ва натиҷаҳои онҳо истифода бурда тавонистан усулҳои гуногун зарур мешавад.

Ҷараёни ҳалли масъалаҳои зеринро ба мушоҳида мегирем.



Масъала. Баробартараф шудани секунҷаи қуллаҳояш миёнаҳои тарафҳои секунҷаи баробартараф бударо исбот кунед.

1. Марҳилаи фаҳмонидани масъала.



$\triangle ABC$ — баробартараф, M — миёнаҳои тарафи AB ,
 N — миёнаҳои тарафи BC , L — миёнаҳои тарафи AC



$\triangle MNL$ — баробартараф

Дар асоси шартҳои масъала нақша мекашем (*расми 1*).

2. Марҳилаи ба реча гирифтани. Аз хосиятҳои секунҷаи баробартараф ва аломати ТКТ баробарии секунҷа истифода мебарем.

3. Марҳилаи ҳал кардан. Мувофиқи шарт,

$LA = AK = KB = BN = NC = CL$ ва $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$. Дар он, тарафҳои AL , AK ва кунҷи A -и $\triangle LAK$ ба тарафҳои BK , BN ва кунҷи B -и $\triangle KBN$, инчунин, ба тарафҳои CN , CL ва кунҷи C -и $\triangle NCL$ ба таври мувофиқ баробаранд.

Пас, $\triangle LAK = \triangle KBN = \triangle NCL$ аст. Дар он ҳолат тарафҳои сеюми ин секунҷаҳо низ байни ҳам баробар мешаванд: $KL = KN = NL$.

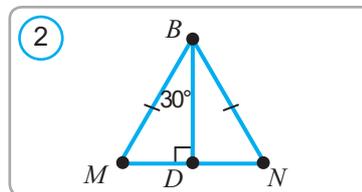
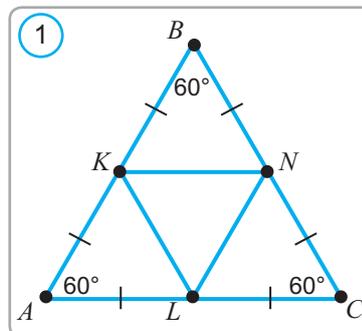
Пас, $\triangle KNL$ — баробартараф аст.

4. Марҳилаи санҷидан.

Ҷараёни ҳалли масъаларо бори дигар аз назар гузаронида, дар он мантиқан дуруст ронда шудани ҳар як мулоҳизаро месанҷем.

Ин масъаларо бо усули дигар ҳам ҳал кардан мумкин аст. Дар он аз хосиятҳои секунҷаи баробарпахлӯи кунҷи қуллаш ба 60° баробар истифода мебарем. Баландии $\triangle KBN$ -ро мефурорем (*расми 2*). Аз сабаби биссектриса ҳам будани BD , $\angle KBD = 60^\circ / 2 = 30^\circ$ ва $\angle BKD = \angle BND = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ мешавад.

Пас, $\triangle KBN$ секунҷаи баробартараф будааст. Ҳамин тавр, секунҷаҳои баробартараф будани $\triangle KAL$ ва $\triangle NCL$ ҳам аниқ шуд ва $BK = KN = NL = LN$



буданаш маълум мегардад. Аз ин бошад, фақат секунҷаи баробартараф будани $\triangle KNL$ не, балки $\triangle KNL = \triangle KBN = \triangle NCL = \triangle KAL$ шуданаш низ маълум мешавад.

56

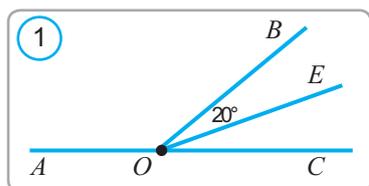
Масъалаҳо доир ба ҳисоб кардан

Масъалаҳо доир ба ҳисоб кардан ба масъалаҳои арифметикӣ ва алгебравӣ шабоҳат доранд. Бо ёрии формулаҳои гуногуни геометрӣ дар асоси бузургиҳои ададии додашуда корҳои ҳисобу китоб пай дар ҳам иҷро карда мешаванд ва бузургии ҷустуҷӯ шудаистода ёфт мегардад.

Дар ин масъалаҳо бештар дуруст кашида тавонистани нақша ва дохил намудани ишораҳои даркорӣ корро хеле осон мегардонад.



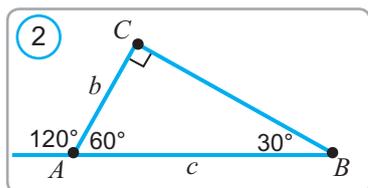
Масъалаи 1. Биссектрисаи яке аз секунҷаҳои ҳамсоя ба яке аз тарафҳои секунҷаи дуюм кунҷи 20° ҳосил мекунад. Ин кунҷоро ёбед.



Роҳи ҳал. Шарти масъаларо дар нақша тасвир мекунем (*расми 1*). Аз ин, биссектрисаи кунҷи тез будани биссектрисаи OE маълум мешавад. Пас, $\angle BOC = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$, $\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ мешавад.



Масъалаи 2. Дар секунҷаи росткунҷаи ABC $\angle C$ – кунҷи рост, кунҷи берунаи қуллаи A ба 120° баробар аст. Агар $AC + AB = 18$ см бошад, гипотенузаи секунҷаро ёбед.



баробарбуда, $c = 2b$ мешавад. Аз ин $b + c = b + 2b = 18$, яъне $b = 6$. аст. Он гоҳ $c = 12$ буданаш маълум мегардад.

Роҳи ҳал. Аз рӯи шарти масъала нақшаро мекашем (*расми 2*). Мувофиқи таърифи кунҷи берунаи секунҷа, $\angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$ шуданашро аниқ мекунем. $AC = b$, $AB = c$ бошад. Дар он ҳолат $b + c = 18$. аст. Мувофиқи хосияти секунҷаи росткунҷаи кунҷи тезаш ба 30°

Ҷавоб: 12.

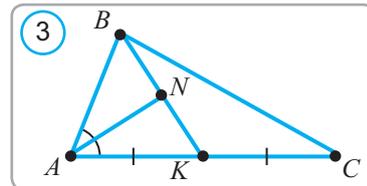


Масъалаи 3. Дар секунҷаи ABC , $AB = 1$, биссектрисаи кунҷи A ба медианаи аз қуллаи B фуруварда перпендикуляр аст. Агар дарозии тарафи BC бо адади бутун ифода гардад, периметри секунҷаро ёбед.

Роҳи ҳал. Шарти масъаларо дар нақша тасвир мекунем (расми 3): $AK = KC$. $AN \perp BK$. $\triangle ANB = \triangle ANK$ буданаширо аниқ мекунем, чунки катети AN умумӣ ва яктогӣ кунҷҳояш (мувофиқи катет ва кунҷи тези ба он часпида) баробар аст. Аз ин бошад $AB = AK = KC = 1$, яъне $AC = 1 + 1 = 2$ шуданаш маълум мегардад.

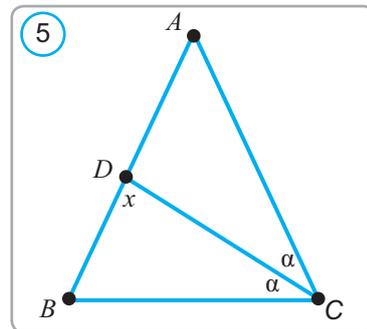
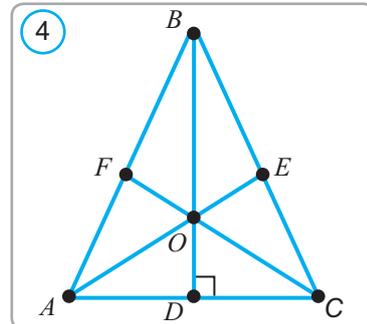
$BC = x$ – адади бутун, мувофиқи нобаробарии секунҷаҳо $2 + 1 > x$ ва $x + 1 > 2$, ё ки $x < 3$ ва $x > 1$, яъне $1 < x < 3$ шуданаш даркор. Дар байни 1 ва 3 якто адади бутун ҳаст: 2. Пас, $BC = 2$ ва $P_{ABC} = 1 + 2 + 2 = 5$.

Ҷавоб: 5



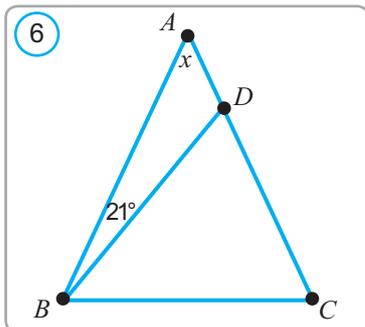
? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Дарозии порчаи AB ба порчаҳои нисбатанон $1:2:3:4$ (дар ҳамин пайдарҳамӣ) чудо карда шудааст. Агар масофаи байни порчаҳои канорӣ ба 15 см баробар бошад, дарозии порчаи AB -ро ёбед.
2. Аз қуллаи кунҷи $\angle ABC = 160^\circ$ буда нури BO ва BE -и дар мобайни тарафҳои ҳамин кунҷ мехобида бароварда шудааст. Агар нури BO кунҷи додашударо ба ду ҳиссаи баробар, нури BE бошад, дар нисбати $3:5$ бошад: кунҷи OBE -ро ёбед.
3. Кунҷи AOB ба воситаи нури OC ба ду кунҷи яке аз дуюмаш 30° калон тақсим карда шудааст. Кунҷи мобайни биссектрисаи додашуда ва нури OC -ро ёбед.
4. Кунҷи асоси секунҷаи баробарпахлӯ ба 30° баробар аст. Кунҷи мобайни тарафи паҳлӯӣ ва баландии ба тарафи паҳлӯии дуюми ҳамин секунҷа фурувардашударо ёбед.
5. Як кунҷи берунаи секунҷа 100° , нисбати кунҷҳои бар вай ҳамсоҷнабуду $2:3$ аст. Кунҷҳои секунҷаро ёбед.
6. Нуқтаҳои A, B, C, D аз рӯи тартиби нишондодашуда дар як хати рост мехобад ва $AB = BC = 1$, $CD = 2$ аст. Нуқтаи K дар порчаи BC тавре ҷойгир шудааст, ки дарозии порчаҳои BC ва AD дар



нисбати якхела мешаванд: $BK : KC = AK : KD$. Ин нисбатҳоро ёбед.

7. Кунчи дар натиҷаи бурида шудани биссектрисаҳои ду кунчи секунҷа ҳосилгардида ба 128° баробар аст. Кунчи сеюми секунҷаро ёбед.
8. Кунчи қуллаи секунҷаи баробарпахлӯ ба 96° баробар аст. Кунчи тези аз бурида шудани биссектрисаҳои асоси кунҷо ҳосилгардидаро ёбед.



9. Аз кунчи рости секунҷаи росткунҷа биссектриса ва баландӣ гузаронида шуда, кунчи мобайни онҳо ба 24° баробар аст. Кунҷҳои боқимондаи секунҷаро ёбед.
10. Агар дар расми 4 $AB = BC$, $\angle ABC = 50^\circ$, AE ва FC — биссектриса бошад, $\angle AOB = ?$, $\angle EOC = ?$
11. Агар дар расми 5 $AB = AC$, $AD = DC$ бошад, $x = ?$
12. Агар дар расми 6 $AB = AC$, $BD = BC$ бошад, $x = ?$

57

Масъалаҳо доир ба исбот кардан

Масъалаҳо доир ба исбот кардан теоремаҳои хурдакаки ба худ хосанд. Ҳал намудани онҳо аз исбот кардани тасдиқи дар масъала овардашуда иборат мебошад. Ба тариқи мисол масъалаҳои зеринро аз назар мегузаронем.



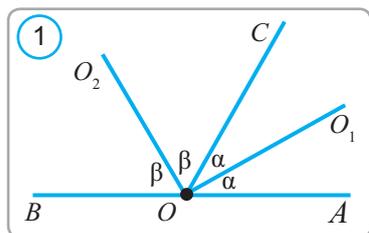
Масъалаи 1. Байни якдигар перпендикуляр будани биссектрисаҳои кунҷҳои ҳамсояро исбот кунед.



$\angle AOC$ ва $\angle BOC$ — кунҷҳои ҳамсоя, OO_1 ва OO_2 — биссектрисаҳо (расми 1).



$OO_1 \perp OO_2$.



Исботаш. Кунҷҳои биссектрисаҳои OO_1 ва OO_2 чудокардаро ба таври мувофиқ (мисле, ки дар расми 1 тасвир гардидааст) ва гуфта ишора менамоем. Дар он ҳолат, 2 ва $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, ё ки $\alpha + \beta = 90^\circ$, яъне $\angle O_1OO_2 = \alpha + \beta = 90^\circ$ мебошад. Пас, $OO_1 \perp OO_2$ аст. Ҳаминро исбот намудан талаб карда мешуд.



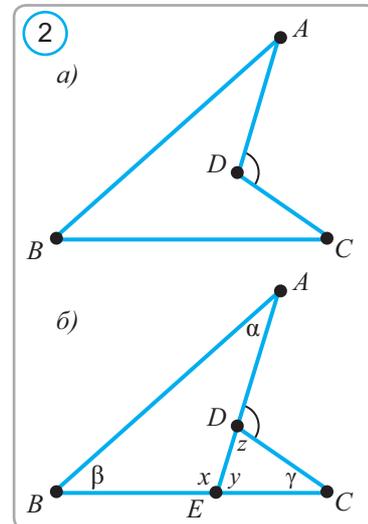
Масъалаи 2. Дар чоркунҷаи $ABCD$ -и дар расми 2.а тасвиргардида $\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$ шуданашро исбот кунед.

Исботаш. Нуқтаи бо тарафи BC буридашудаи хати рости AD -ро бо E ишора мекунем. (тарафи AD -ро давом медиҳем) ва ишораҳои барои кунҷҳо зарурро дохил мекунем. Таври маълум $\alpha + \beta + x = 180^\circ$ ва $y + z + \gamma = 180^\circ$ аст. Ин баробариҳоро ҷамъ карда, ба баробарии $\alpha + \beta + \gamma + x + y + z = 360^\circ$ соҳиб мегардем. Мувофиқи хосияти кунҷи ҳамсоя аз сабаби $x + y = 180^\circ$ буданаш $\alpha + \beta + \gamma + 180^\circ + z = 360^\circ$, $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ - z = \angle D$, яъне

$$\angle D = \alpha + \beta + \gamma = \angle A + \angle B + \angle C \text{ мешавад.}$$

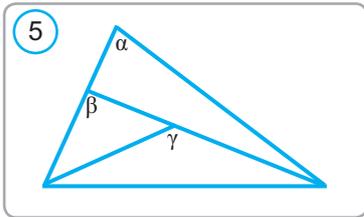
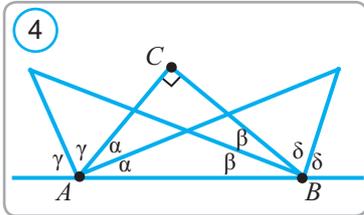
Баробарӣ исбот карда шуд.

Ба нақшаи тайёр така намуда, ду масъалаи болоро иҷро кардем, дар масъалаи 2 сохтани иловагӣ ва ишорагузориҳоро зарурро ба амал баровардем, ин бошад, барои осон ҳал гардидани масъала ёрӣ расонид.



? Савол, масъала ва супоришҳо

1. Як кунҷи секунҷа ба тарҳи кунҷҳои берунаи ба худ ҳамсоянабуда баробар аст. Секунҷаи росткунҷа будани ин секунҷаро исбот кунед.
2. Баробар будани баландиҳои аз кунҷҳои асоси секунҷаи баробарпахлӯи як кунҷаш 150° фурувардашударо исбот кунед.
3. Дар нуқтаи буриш дар нисбати 1:2 будани медианаҳои секунҷаи росткунҷаро исбот кунед.
4. Ба асоси секунҷа параллел будани биссектрисаи кунҷи берунаи қуллаи секунҷаи баробарпахлӯро исбот кунед.
5. Дар масъалаи 4 теоремаи баръаксро ифода намоед ва онро исбот кунед.
6. Таҳти кунҷи 60° бурида шудани ду медианаи дилхоҳи секунҷаи баробартарафро исбот кунед.
7. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯи ду тарафи онҳо ва медианаи ба тарафи сеюм фурувардашуда исбот кунед.
8. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ медианаҳои BM ва B_1M_1 гузаронида шудаанд. Агар $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ ва $BM = B_1M_1$ бошад, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ шуданашро исбот кунед.
9. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ бошад AD , A_1D_1 – биссектрисаҳо мебошанд. Агар $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$ ва $AD = A_1D_1$ бошад, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ шуданашро нишон диҳед.



10. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ баландиҳои BH ва B_1H_1 гузаронида шудаанд. Агар $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ ва $BH = B_1H_1$ бошад, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ шуданашро исбот кунед.

11. Ду баландии секунҷа баробар бошад, секунҷаи баробарпахлӯ будани онро исбот кунед.

12. Дар расми 4 $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90^\circ$ шуданашро исбот кунед.

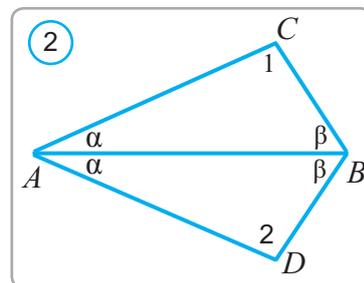
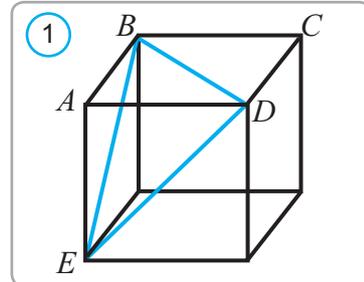
13. Дар расми 5 $\alpha < \beta < \gamma$ шуданашро исбот кунед.

58-59

Масъалаҳо доир ба тақрор

1. Параллел шудани биссектрисаҳои кунҷҳои ивазшавандаро, ки ду хати рости параллел ва хати рости буранда ҳосил намудаанд, исбот кунед.
2. Аз тарҳи ду тарафи боқимонда калон будани як тарафи дилхоҳи секунҷаро исбот кунед.
3. Барои кунҷҳои α , β ва γ -и секунҷа муносибатҳои $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ бамаврид бошанд, вай чӣ гуна секунҷа мешавад?
4. Давраи аз ду нуқтаи додашуда гузаронида созед. Масъала чанд роҳи ҳал дорад?
5. Биссектрисаҳои AA_1 ва BB_1 секунҷаи ABC дар нуқтаи O бурида мешаванд. Агар а) $\angle AOB = 136^\circ$; б) $\angle AOB = 111^\circ$ бошад, кунҷи ACB -ро ёбед.
6. Дар куби дар расми 1 тасвиргардида $BD=6$ бошад, $BE=?$, $DE=?$, $AC=?$, $\angle BED=?$
7. Медианаи секунҷаи периметраш 42 см будаи ABC вайро ба ду секунҷаи периметраш 33 см ва 35 см буда ҷудо мекунад. Дарозии медианаро ёбед.
8. Биссектрисаҳои кунҷҳои тези секунҷаи росткунҷа таҳти кадом кунҷ бурида мешаванд?
9. Дар расми 2 $\angle 1 = \angle 2$ шуданашро исбот кунед.
10. Ҷисми умумии нурҳои MN ва NM дорои чӣ гуна шакланд?
11. Нуқтаҳои A , B ва C дар як хати рост меҳобанд. Агар $AB = 2$ см, $BC = 3$ см ва $AC = 5$ см бошад, оё нуқтаи B ба порчаи AC тааллуқ дорад? Ҷавобатонро асоснок намоед.
12. Нуқтаи A дар байни нуқтаҳои B ва C -и хати рости BC меҳобад. Агар $BC = 15$ см, порчаи AC аз порчаи AB 3 см кӯтоҳ бошад, дарозии порчаи AB -ро ёбед.

13. Кунҷҳои 60° ва 30° созад.
14. Диаметрҳои ба ҳам перпендикуляри давраро созад.
15. Яке аз кунҷҳои ҳамсоя аз дуомаш 4 маротиба хурд бошад, аз ҳамин кунҷҳо калонашро ёбед.
16. Нисбати кунҷҳои аз буриши ду хати рост ҳосилгардида ба $7:3$ баробар аст. Аз ҳамин кунҷҳо хурдашро ёбед.
17. Нуқтаҳои A , B ва C дар як хати рост меҳобанд. Дарозии порчаи BC аз дарозии порчаи AC 3 маротиба калон, дарозии порчаи AB бошад, аз дарозии BC $3,6$ см кӯтоҳ аст. Дарозии порчаи AC -ро ёбед.
18. Ҳангоми ду хати ростро буридани хати рост сеюм, суммаи кунҷҳои як тарафаи беруна ба 180° баробар бошад, ба ҳам параллел шудани он хатҳои ростро исбот кунед.
19. Яке аз кунҷҳои дар натиҷаи ду хати ростро буридани хати рост сеюм ҳосилгардида ба 55° баробар аст. Кунҷҳои боқимондари ёбед.



60-61

Донишатонро санҷед

1. Ҷумлаҳоро аз рӯи моҳият пурра кунед:

1. Дар ҳамворӣ ба воситаи фақат якто хати рост гузаронидан мумкин аст.
2. кунҷ кунҷро ба ду кунҷи ба ҳам баробар тақсим мекунад.
3. Мобайни порча онро ба ду ҷудо мекунад.
4. Дар ҳамворӣ ба хати рост тааллуқдошта ҳам, тааллуқнадошта ҳам вуҷуд дорад.
5. Агар секунҷа баробарпахлӯ бошад, кунҷҳои баробар мешавад.
6. мувофиқи ду секунҷаи баробар ва мувофиқи онҳо баробар мешаванд.
7. Ҳар як секунҷаи баробар тараф ба градус баробар аст.
8. тези секунҷаи росткунҷа ба 90° баробар аст.
9. Биссектрисаи кунҷи кушод вайро ба ду кунҷи тақсим мекунад.
10. Ду хати рост ба хати рост сеюм параллел буда мешавад.

11. Ду хати рости ба як хати рост перпендикуляр буда мешавад.
12. Кунҷҳои яктарафаи дохила, ки дар натиҷаи бо хати рости буранда буридани ду хати рости параллел ҳосил гардидаанд мешавад.
13. Аз нӯғҳои порча баробар дар перпендикулярӣ мобайни порча мехобад.
14. Нуқтаҳои давра аз маркази давра баробар

2. Дар ҷумлаҳои зерин ғалатҳо содир шуда бошанд, онҳоро ёбед ва ислоҳ кунед:

1. Дар ҳамворӣ ба воситаи ду нуқта ду хати рост гузаронидан мумкин аст.
2. Хати рост ба 180° баробар мешавад.
3. Кунҷҳои ҳамсоя баробар мешаванд.
4. Суммаи кунҷҳои вертикалӣ 180° баробар аст.
5. Порчае, ки қуллаи секунҷа ва мобайни тарафи ба ҳамин қулла муқобилро пайваст мекунад, биссектрисаи кунҷ номида мешавад.
6. Периметри секунҷа гуфта, суммаи кунҷҳои онро меноманд.
7. Суммаи тарафҳои секунҷа ба 180° баробар аст.
8. Хатҳои росте, ки таҳти кунҷи ба 90° баробар бурида мешаванд, хатҳои рости параллел номида мешаванд.
9. Хатҳои рости параллел дар як нуқта бурида мешаванд.
10. Диаметри давра ба радиуси он баробар аст.
11. Катетҳои секунҷаи росткунҷа баробар бошад, кунҷи хурди вай ба 300 баробар мешавад.
12. Ҳар як кунҷи секунҷаи баробарпахлӯ ба 60° баробар аст.
13. Нуқтаҳои дар биссектрисаи кунҷ хобида аз қуллаҳои кунҷ дар масофаи баробар мехобанд.

3. Шакли геометрии ба хосияти додашуда соҳиббударо дар қатори мувофиқи сутуни рост нависед:

1.	Дарозиаи 5 см	
2.	Аз нуқта ва нури нӯғҳои дар ҳамин нуқтаҳо иборат	
3.	Хатҳои рости буриданашаванда	
4.	Балансии аз қуллаи барномада ҳам медиана, ҳам биссектрисаи мешавад	
5.	Секунҷаи ҳамаи тарафҳои баробар	
6.	Секунҷаи ду тарафҳои баробар	
7.	Кунҷро ба ду кунҷи баробар тақсим мекунад	
8.	Дуто катет дорад	
9.	Секунҷаи суммаи ду кунҷаш аз 90° калон	

4. Ба мафҳумҳои геометрии дар сутуни якум додашуда аз сутуни дуюм хосият ё ки талқини дахлдорро гирифта ба таври мувофиқ гузored:

Мафҳуми геометрӣ	Талқин, хосият
1. Хатҳои рости перпендикуляр	А. ба дарозии муайян соҳиб аст
2. Секунҷаи баробартараф	Б. Ду кунҷаш баробар
3. Давра	В. Ба нисфи гипотенуза баробар аст
4. Нуқтаи биссектрисаи кунҷ	Г. Миёнҷои қулла ва тарафи муқобилашро пайваст мекунад
5. Баландии секунҷа	Ғ. Ба суммаи як кунҷи дохилаи ҳамсоя ва ду кунҷи боқимонда баробар
6. Катети муқобили кунҷи 30°	Д. Бурида намешавад
7. Медиана	Е. Таҳти кунҷи 90° бурида мешавад
8. Кунҷи берунаи секунҷа	Ё. Тарафҳояш баробар
9. Секунҷаи баробарпахлӯ	Ж. Нуқтаҳояш аз марказ дар масофаи якхела ҷойгир шудаанд
10. Порча	З. Аз тарафҳои вай дар масофаи баробар мехобад
11. Хатҳои рости параллел	И. Аз як қуллааш мегузарад ва ба як тарафаш перпендикуляр аст

5. Тестҳо

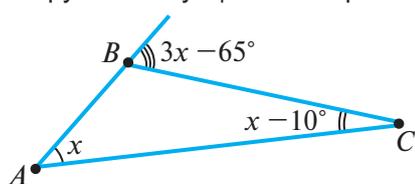
1. Аз нуқтаи додашуда ба хати рости додашуда параллел карда чандто хати рост гузаронидан мумкин аст?

- А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4

2. Кунҷи кушод ба чанд градус баробар аст?

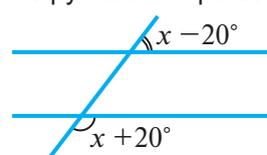
- А) 90° ; Б) аз 90° калон; В) аз 90° хурд; Г) 180° .

3. Аз рӯи шакл кунҷи $\angle BCA$ -ро ёбед.



- А) 25° Б) 35°
В) 45° Г) 55°

4. Аз рӯи шакл x -ро ёбед.



- А) 80° Б) 90°
В) 100° Г) 70°

5. Агар дар секунҷаи ABC , $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ ва $AC = 10$ см бошад, гипотенузаи AB -ро ёбед.

- А) 10 см Б) 12 см В) 15 см Г) 20 см

6. Дар секунҷаи ABC $AB = BC$, $AB = AC + 7$ (см) аст. Агар периметри секунҷаи ABC 23 см бошад, тарафи хурди секунҷаро ёбед.

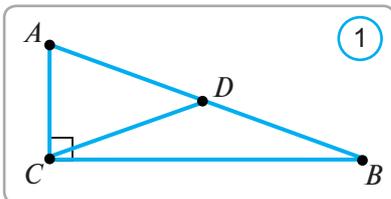
- А) 3 см Б) 5 см В) 7 см Г) 9 см

7. Яке аз кунҷҳои ҳамсоя аз дуҷамаш се маротиба калон аст. Тарҳи ин кунҷҳоро ёбед.

- А) 45° Б) 60° В) 75° Г) 90°

8. Радиуси давра 3,2 см аст. Диаметри онро ёбед.

- А) 3,2 Б) 5,2 В) 6,4 Г) 1,6



9. ABC — секунҷаи росткунҷа аст (расми 1), $\angle C = 90^\circ$, CD — медиана аст. $\angle BDC = 130^\circ$ бошад, $\angle A$ -ро ёбед.

- А) 45° Б) 65° В) 75° Г) 85°

10. Кунҷи B -и қўллаи секунҷаи баробарпахлӯи ABC — ба 80° баробар аст. Кунҷи берунаи қўллаи A -и онро ёбед.

- А) 130° Б) 120° В) 110° Г) 100°

11. Агар $a \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$ бошад, кадоме аз ҷавобҳои зерин нодурустанд.

- А) $a \parallel c$ Б) $b \perp d$ В) $a \parallel d$ Г) $b \parallel c$

12. Агар дар расми 2 $AO = OB$, $OC = OD$, $BC = 5$ см ва $AO + OC = 7$ см бошад, периметри секунҷаи AOD -ро ёбед.

- А) 5 см Б) 7 см
В) 12 см Г) 17 см

13. Агар дар расми 3 $a \parallel b$ ва $b \parallel c$ бошад, $x = ?$

- А) 60° Б) 70° В) 80° Г) 90°

14. Дар секунҷаи ABC $\angle A = 50^\circ$ ва $\angle B = 70^\circ$ бошад, тарафи калони онро аниқ кунед.

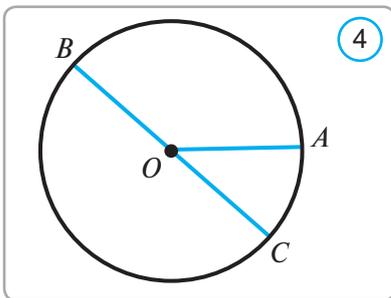
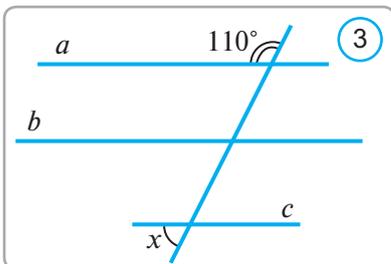
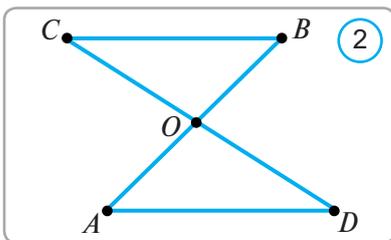
- А) AB Б) BC В) AC
Г) аниқ карда намешавад.

15. Агар дар расми 4 O — маркази давра, $AO = 4$ см бошад, дарозии порчаи BC -ро ёбед.

- А) 4 см Б) 5 см
В) 2 см Г) 8 см

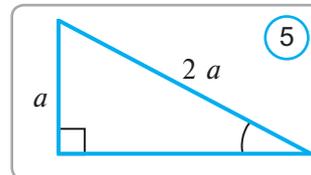
16. Кунҷи хурди секунҷаи дар расми 5 тасвиргардидаро ёбед.

- А) 30° Б) 45°
В) 60° Г) 90°



17. Як баландии секунча вайро ба секунчаи периметрхояш 25 см ва 29 см ҷудо мекунад. Агар периметри секунчаи додашуда 40 см бошад, баландии онро ёбед.

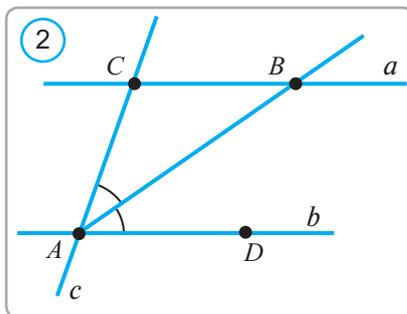
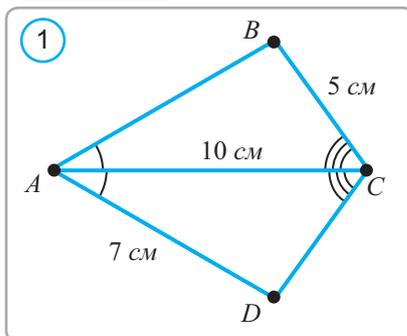
А) 10 см Б) 7 см В) 5 см Г) 9 см



18. Суммаи кунҷҳои ба кунҷи 120° ҳамсояро ёбед.
 А) 30° Б) 45° В) 180° Г) 120°
19. Кунҷи C -и секунчаи ABC ба 70° баробар бошад, кунҷи байни биссектрисаҳои кунҷҳои A ва B -ро ёбед.
 А) 55° Б) 60° В) 65° Г) 75°
20. Биссектрисаҳои аз қуллаҳои A ва D -и росткунҷаи $ABCD$ баровардашуда тарафи BC -ро ба 3 қисми баробар ҷудо мекунад. Агар тарафҳои росткунҷа аз ададҳои бутун иборат буда, $AB = 5$ шавад, периметри онро ёбед.
 А) 20 Б) 30 В) 40 Г) 80

6. Масъалаҳо

- Биссектрисаи аз қуллаи секунчаи баробарпахлӯи ABC ба асоси AB гузаронидашуда вайро ба ду секунча тақсим мекунад. Баробар будани ин секунчаҳоро исбот кунед.
- Як тарафи секунчаи периметраш 30 см буда аз тарафи дуюмаш 2 см калон, аз тарафи сеюмаш бошад, 2 см хурд аст. Тарафи калони секунҷаро ёбед.
- Медианаи ба асоси секунча фурувардашуда вайро ба ду секунчаи баробари периметраш 18 см ва 24 см тақсим мекунад. Тарафи хурди паҳлӯии секунчаи додашуда ба 6 см баробар аст. Тарафи калони паҳлӯии секунҷаро ёбед.
- Баландии ба 5 баробари секунча вайро ба ду секунчаи периметраш 18 ва 26 буда тақсим мекунад. Периметри секунчаи додашударо ёбед.
- Периметри секунчаи баробарпахлӯ ба 7,6 см асосаш бошад, ба 2 см баробар аст. Тарафи паҳлӯиро ёбед.
- Хатҳои рости AB ва CD дар нуқтаи O бурида мешаванд. Суммаи кунҷҳои BOC ва AOD ба 194° баробар аст. Кунҷи AOC -ро ёбед.
- Дар секунчаи ABC кунҷи A ба кунҷи C баробар аст, баландии, AD бошад, тарафи BC -ро ба ду ҳиссаи баробар тақсим мекунад. Агар $BD = 7,8$ см бошад, AC -ро ёбед.
- Баландии ба тарафи паҳлӯии секунчаи баробарпахлӯ фурувардашуда ва кунҷи мобайни тарафи паҳлӯии дуюм ба 20° баробар аст. Кунҷи асоси секунҷаро ёбед.
- Аз нуқтаи D -и дар биссектрисаи кунҷи B хобида ба тарафҳои кунҷ перпендикулярҳои DA ва DC гузаронида шудааст. $DA = DC$ шуданашро исбот кунед.
- Агар нуқтаҳои A , B ва C дар як хати рост хобида, $AC = 7$ м ва $BC = 9$ м бошад, дарозии порчаи AB -ро ёбед.



Кори назоратии ҷамъбасти аз ду қисм иборат мешавад. Дар қисми якум ҳал кардани 5-то диктант ва 10-то тести ба саволҳои диктант ва тести дар дарсҳои 65-66 додашуда монанд пешниҳод карда мешавад. Дар қисми дуюми кори назорати 5-то масъала дода шуданаш мумкин аст, ки ба варианти масъалаҳои дар зер додашуда монанд мебошад.

Намунаи кори назоратии хаттии ҷамъбасти.

1. Яке аз кунҷҳои ҳамсоя аз дуҷумаш 17° хурд аст. Ҳамин кунҷро ёбед.
2. Дар асоси маълумоти дар расми 1 додашуда
 - а) $\triangle ABC = \triangle ADC$ шуданашро исбот кунед;
 - б) периметри секунҷаи ACD -ро ёбед.
3. Дар расми 2 $a \parallel b$ ва AB — CAD биссектрисаи кунҷи, $AC = 7$ см аст. Дарозии порчаи BC -ро ёбед.
4. Баландии аз кунҷи рости секунҷаи росткунҷа фурувардашуда биссектрисаи он ҳам мешавад. Кунҷҳои ин секунҷаро созед.
5. Кунҷи ба кунҷи додашуда баробар ва биссектрисаи онро созед.

Чавобҳо ва нишондодҳо

- 2.** 7. 1-то. 9. а) ҳар қадар хоҳед; б) 1-то; в) 1-то ё ки умуман гузаронида намешавад. 10. 5-то; 10-то. 11. а) 3-то; б) 6-то. 2. 6-то; 10-то.
- 3.** 1. А ва В; А ва Г; А ва Б. 3. Ҳа; не. 5. а) 2-то; б) 3-то; в) 11-то; г) $(n + 1)$ -то. 6. 6-то. 7. 6-то. 8. 4-то, 6-то. 9. 4-то. 10. Ҳа.
- 4.** 4. а ва е. 5. 2 бо 5; 6 бо 9. 7. 3 ва 14; 4 ва 10; 6 ва 9; 5 ва 12. 11. 6-то: $AB, BC, CD; AC; AD; BD$.
- 5.** 3. 4 см; 5 см; 6,5 см; 1 см; 2,5 см; 1,5 см. 4. 6,6;. 5.1. 6. 9. 7. 12,8 см. 8. 0,8. 10. 2 ҳолат шуданаш мумкин аст. Нуқтаи B дар порчаи AC бошад, $AC = 800$ м. Нуқтаи C дар порчаи AB бошад, $AC = 400$ м. 11. 5. 15. Нуқтаи B дар мобайни нуқтаҳои A ва C мехобад.
- 6.** 8. а) 36 мм; б) 90 см; в) 4 м 22 см. 10. а) 5 см; б) 35 см; в) 57 см. 13. 130 см. 14. 16 м.
- 8.** 4. $\angle AOD, \angle COB, \angle DOB, \angle AOC$. 5. 10-то, инҳо: $\angle AOE, \angle EOD, \angle DOC, \angle COB, \angle BOA, \angle EOB, \angle EOC, \angle AOC, \angle AOD, \angle BOD$. 10. Ҳа; не, не.
- 9.** 4. Ҳа. 7. а) 72° ; б) 60° ; в) 50° . 9. а) Ҳа; б) Не; в) Не. 11. а) 90° ; б) 180° . 12. $\angle AOB = 60^\circ, \angle AOC = 90^\circ, \angle AOD = 130^\circ, \angle BOC = 30^\circ, \angle BOD = 70^\circ, \angle COD = 40^\circ$.
- 10.** Кори назоратии 1: 1. $BC = 3$ см. 2. $BC = 12$ см. 3. $\angle BOC = 35^\circ$. 4. 150° .
- 11.** 5. 45° . 6. а) 8-то; б) 8-то; в) 8-то; г) 8-то. 7. 5-то тез; 1-то кунд. 10. а) 30° ; б) 180° ; в) 1° . 12. а) 105° ; б) 75° . 13. Нури $OC, \angle AOD$ -ро; нури $OD, \angle COE$ -ро; нури $OE, \angle DOB$ -ро; нури $OD, \angle AOB$ -ро биссектрисааш мешавад.
- 12.** 2. 180° . 6. $160^\circ; 150^\circ; 135^\circ; 90^\circ$. 7. $45^\circ; 135^\circ$. 8. а) Не; б) Ҳа; в) Не. 9. Ҳа. 10. а) 140° ; б) 45° ; в) 45° . 11. а) 45° ; б) 60° ; в) 30° . 12. а) $40^\circ; 140^\circ$; б) $55^\circ; 125^\circ$; в) $18^\circ; 162^\circ$. 14. $140^\circ, 40^\circ, 140^\circ$. 15. Не.
- 13.** 6. 1), 2), 3), 6). 7. Не, нафаромада монданаш мумкин аст.
- 14.** 2. 1-то. 5. Беҳад бисёр. 8. 90° . 9. Не. 10. Ҳа.
- 15.** 3. 90° . 7. OC . 8. $60^\circ; 60^\circ$.
- 17.** Тестҳои 5: 1. Г; 2. В; 3. В; 4. А; 5. Г; 6. Б; 7. Г; 8. Г; 9. Б; 10. Б; 11. А; 12. В; 13. Г; 14. Б; 15. А; 16. А; 17. Б; 18. Г. Масъалаҳои-6: 2. 90° . 3. 60° . 4. Не. 5. Масъала ду роҳи ҳал дорад: 1) 15° ; 2) 65° . 6. 15° . 9. Не. 10. Масъала ду роҳи ҳал дорад: 1) $0,5$ м; 2) $5,9$ м. 11. а) $AC = 9$ м, $BC = 6$ м; б) $AC = 7,5$ м, $BC = 7,5$ м; в) $AC = 6$ м, $BC = 9$ м. 13. а) 15-то; б) 21-то; в) 45-то. 15. 1,3. 16. 6-то. 17. 4.30 ё ки 7.30. 18. 6. 19. $\angle AOB = 110^\circ, \angle BOC = 70^\circ$; б) $\angle AOB = 36^\circ, \angle BOC = 144^\circ$; в) $\angle AOB = 112^\circ, \angle BOC = 68^\circ$; г) $\angle AOB = 150^\circ, \angle BOC = 30^\circ$. 20. $50^\circ, 130^\circ, 50^\circ, 130^\circ$. 21. а) $C \in AB$; б) $A \in BC$.
- 18.** Кори назоратии 2: 1. 106° . 2. 60° . 3. 48° .

19. 7. а) а, б, в, г, ф; б) е, ё, и; в) е, ё.
20. 2. а) QR ; б) $\angle RPQ$ ва $\angle RQP$; в) $\angle Q$ ёки $\angle PQR$; г) $\angle PQR$. 4. а) рост; б) тез; в) баробарпаҳлӯ; г) баробартараф; ф) кундукунча. 7. а) 3-то; б) 3-то; в) 3-то.
21. 7. Дар секунҷаи росткунҷа. 8. Ҳа. 9. 3. 10. 9. 11. 16.
22. 11. 85° . 12. ф) $\angle D = 35^\circ$, $\angle C = 62^\circ$. 13. Не.
23. 2. Дар асосаш. 3. 10. 4. $a = 12$, $b = 8$. 10. 8,8; 11.
24. 4. 4. 11. $AC = BD = 7$.
25. 6. $\angle BAC = \angle KAN$, $\triangle BAN = \triangle KAC$. 9. 3-то.
26. 4. Дар секунҷаи росткунҷа. 5. 10,4 см. 7. 8 см.
27. 4. $\angle C_1 = 90^\circ$, $\angle A_1 = 30^\circ$, $\angle B_1 = 60^\circ$. 5. 10 см, 10 см.
28. Тестҳои 5: 1. Б; 2. В; 3. Б; 4. Г; 5. В. 6. А. 7. В; 8. А; 9. Б; 10. В; 11. Б. 12. Б. 13. А; 14. Б; 15. В; 16. А. Масъалаҳои 6: 7. Ҳа. 11. 85° . 12. 48° . 13. 120° .
29. 1. 10. 3. $3\frac{11}{15}$, $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$.
30. 7. Не, Не. 10. Ҳа.
31. 3. $\angle 1 = \angle 3 = \angle 5 = \angle 7 = 117^\circ$, $\angle 4 = \angle 8 = 63^\circ$. 4. 98° , 82° , 98° ; 70° , 110° , 70° .
32. 5. а) Ҳа; б) Ҳа; в) Ҳа; г) Не. 7. 1-тояш набуриданаш мумкин аст ё ки ҳаммаш бурида мегузарад.
33. 4. $\angle 3 = \angle 7 = 105^\circ$; $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 75^\circ$. 6. Не.
34. 7. 1) рост; 2) рост; 3) рост.
35. 5. 45° . 8. $\angle 2 = \angle 3 = 53^\circ$. 9. 70° , 110° . 12. 70° , 110° .
36. Тестҳои 5: 1. А; 2. Б; 3. А; 4. Г; 5. В; 6. В; 7. В; 8. Б; 9. Б. 10. Б; 11. В; 12. Г; 13. А; 14. Б; 15. Г; 16. А. Масъалаҳои 6: 1. 55° . 2. Ҳа. 3. Ҳа. 4. $\angle 3 = \angle 7 = 118^\circ$; $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 62^\circ$. 6. 128° . 11. 59° .
37. Кори назорати 4: 1. 34° , 146° , 146° . 3. 48° , 132° .
38. 2. 1-то. 3. 1-то. 4. а) мавҷуд; б) мавҷуд нест; в) мавҷуд нест. 5. а) 80° ; б) 25° ; в) 45° ; г) 45° . 6. а) 63° ; б) 90° ; в) 15° . 7. а) 80° , 50° ; б) 30° ; 60° ; 90° ; в) 50° , 60° , 70° . 8. а) 65° ; б) 45° ; 90° ; 45° . 9. а) 79° ; б) 100° . 10. $x = 20^\circ$, $y = 50^\circ$. 12. 60° . 13. 60° , 60° , 60° . 14. 45° , 90° , 45° . 15. а) 50° , 80° ё ки 65° , 65° ; б) 60° ва 60° ; в) $37,5^\circ$; $37,5^\circ$.
39. 3. 60° , 45° , 75° . 4. 30° , 120° . 5. 75° . 6. 270° . 7. 90° . 8. 90° . 9. 110° . 10. 60° . 11. мумкин аст, яктояш. 12. 360° .
40. 1. 50° ; 90° ; 40° . 2. 60° ; 48° . 5. мумкин. 6. 540° . 7. 24° , 36° , 60° . 9. а) 30° , 30° ; б) 70° , 40° ё ки 55° , 55° . 10. а) 15° , 150° ; б) 75° , 30° . 12. 15° ; 65° . 13. 30° . 14. $67,5^\circ$.
41. 5. Аз катети 30° муқобили гипотенуза 2 маротиба калон мешавад. 7. а) 4; б) 6; в) 60° . 8. а) 5; б) 13,5; в) 9. 10. 8 ва 16.
42. 3. а) Не; б) не; в) мешавад; г) не. 4. а) мешавад; б) мешавад; в) мешавад; г) не; ф) не. 6. а) мешавад; б) мешавад; в) мешавад; г) не; ф) мешавад.
43. 2. 7 см. 3. 7 см, 7 см.

- 44.** 2. аз ҳама калон аз $\angle ACB$, аз ҳама хурданд $\angle ABC$. 3. а) $\angle ABC > \angle BAC > \angle ACB$ мумкин нест; б) $\angle ACB = \angle ABC < \angle BAC$ мумкин. 4. Асосаш, тарафи паҳлӯяш. 5. Не. 6. а) $BC > AC > AB$; б) $BC < AC < AB$. 7. Не, не. 8. 60° ; 60° ; 120° ; 120° . 9. $0 < \angle B < 60^\circ$. 10. Тезкунча. 12. Гипотенузааш.
- 45.** 3. Не. 4. а) мавҷуд; б) не; в) мавҷуд; в) мавҷуд. 5. а) 7; б) 10; в) 8 ё ки 5. 8. 7; 7; 11. 9. 6-то. 10. Секунча ё ки порча.
- 46.** Тестҳои 4: 1. В; 2. Б; 3. Б; 4. Б; 5. Г; 6. А; 7. В; 8. А; 9. В; 10. А; 11. В; 12. В. 13. В; 14. А; 15. В; 16. В; 17. В; 18. В.
- 47.** Кори назоратии 5: 1. 65° . 2. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$. 3. 12 см 4. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$.
- 53.** 1-Тестҳои: 1. А; 2. В; 3. Б.
- 56.** 1. 20 см. 2. 20° . 3. 15° . 4. 30° . 5. 40° ; 60° ; 80° . 6. 1 : 2. 7. 76° . 8. 42° . 9. 21° , 69° . 10. $\angle AOB = 122,5^\circ$. 11. 72° . 12. 46° .
- 58-59.** 3. Тез кунча. 5. а) 92° ; б) 42° . 6. 6; 6; 6; 60° . 8. 45° . 10. Порча. 11. Ҳа. 12. 9 см. 15. 144° . 16. 54° . 17. 3,6 см. 19. 4-то 55° -нок ва 4-то 125° .
- 60-61.** Тестҳои 5: 1. А; 2. Г; 3. В; 4. Б; 5. Г; 6. А; 7. Г; 8. В. 9. Б. 10. А. 11. А; 12. В; 13. Б; 14. В; 15. Г; 16. А; 17. Б; 18. Г; 19. А; 20. В. Масъалаҳои 6: 2. 12 см. 3. 12 см. 4. 34. 5. 2,8 см. 6. 83° . 7. 15,6 см. 8. 55° . 10. 2 м ё ки 16 м.
- 60-61.** Кори назоратии чамъбасти: 1. 81° , 99° . 2. б) 22 см. 3. 7 см.

ABDULLA AZAMOV, BAHODIR HAYDAROV, ERGASHVOY SARIQOV
ATAMURAT QO'CHQOROV, ULUG'BEK SAG'DIYEV

“GEOMETRIYA”

(Tojik tilida)

Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik

Toshkent — “Yangiyul poligraph service” — 2013

Тарҷумон — *А. Тоҳириён*

Муҳаррир — *Ҷ. Эшонқулов*

Муҳаррири техникӣ — *А. Нурматов*

Мусахҳеҳ — *А. Эшонзода*

Саҳифабанди компютерӣ — *К. Костецкий*

Ба чопаш __.__.2013 иҷзат дода шуд. Андозаи 70x901/16. Гарнитурани «Arial». Ҷузъи шартии чопӣ 14,0. Ҷузъи нашриву ҳисобӣ 13,0. Адади нашр _____ нусха. Супориш N_____.

Шартномаи N_____.

Дар матбааи Ҷамъияти масъулияташ маҳдуди “Yangiyul poligraph service”
чоп шудааст. Шаҳри Янгийул, кӯчаи Самарқанд, 44.

Ҷадвали нишондиҳандаи ҳолати китоби ба иҷора додашуда

№	Ному насаби донишомӯз	Соли хониш	Ҳолати китоб Ҳангоми гирифтани	Имзои раҳбари синф	Ҳолати китоб Ҳангоми супоридан	Имзои раҳбари синф
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Ҷадвали боло Ҳангоми ба иҷора дода шудан ва дар охири соли хониш баргардонида гирифтани китоб аз тарафи раҳбари синф аз рӯи меъёрҳои зерин баҳо гузошта мешавад:

Нав	Ҳолати китоб Ҳангоми бори аввал супоридан.
Хуб	Муқовааш бутун, аз қисми асосии китоб ҷудо нашудааст. Ҳамаи варақҳои ҳаст, надаридааст, ҷудо нашудааст, дар саҳифаҳо навишт ва хатҳо нест.
Қаноатбахш	Муқова қач шудааст, қанорҳои қоҳида, якҷанд хатҳо қашида шудаанд, ҳолати аз қисми асосӣ ҷудошавӣ дорад, аз тарафи истифодабаранда қаноатбахш таъмир шудааст. Варақҳои ҷудошудааш аз нав таъмир гаштааст, дар баъзе саҳифаҳо хат қашида шудаанд.
Ғайриқаноатбахш	Муқова хат қашида шудааст, даридааст, аз қисми асосӣ ҷудо шудааст ё ки умуман нест, ғайриқаноатбахш таъмир шудааст. Китобро барқарор қардан аз имкон берун аст.