

GEOMETRIYA



DAŞKENT
“YANGIYO’L POLIGRAPH SERVICE”
2013

**Awtorlar: A. Azamow, B. Haydarow, E. Sarykow,
A. Koçkarow, U. Sagdiýew**

Syn ýazanlar:

- A. Ýa. Narmanow,** fizika-matematika ylymlarynyň doktory, professor, Özbegistan Milli Uniwersitetiniň geometriýa we amaly matematika kafedrasynyň müdiri;
- S. F. Saidaliýewa,** pedagogika ylymlarynyň kandidaty, matematika we ony okatmagyň metodikasy kafedrasynyň dosenti;
- B. K. Eşmamatow,** fizika-matematika ylymlarynyň kandidaty, Daşkent şäherindäki №6 ýöriteleşdirilen mekdebiň direktory;
- I. W. Çernýakowa,** Daşkent şäherindäki №2 mekdebiň matematika mugallymy.

7-nji synpda geometriýanyň planimetriýa bölegini – ýasy geometrik figuralaryň häsiýetlerini yzygiderlik bilen öwrenmäge girişilýär. Şonda siz ýönekeý geometrik figuralar we olaryň esasy häsiýetleri, geometrik ölçemeler, üçburçluklar, olaryň görnüşleri we häsiýetleri, üçburçluklaryň deňlik nyşanlary, parallel göni çyzyklar we olaryň häsiýetleri, üçburçluguň taraplarynyň we burçlarynyň arasyndaky gatnaşyklar hem-de gurmaga degişli meseleler bilen tanyşarsyňyz.

“Geometriýa-7” dersligi mazmun taýdan aksiomatik ulgam esasynda gurlan bolsa-da, nazary materiallar erkin ýagdaýda, sada we düşnükli dilde beýan etmäge synanyşyldy. Ähli tema we düşüňjeler durmuşdan alnan dürli mysallar arkaly açylyp berilýär. Her bir temadan soň getirilen soraglar, subut etmäge, hasaplamalara we gurmaga degişli ençeme mesele we mysallar sizi döredijilikli pikirlenmäge ündeýär, özleşdirilen bilimleri çuňlaşdyrmaga we barha berkitmäge kömek eder.

Derslik özboluşly dizaýny we dersiň materialynyň görkezmeli edilip berlişi bilen tapawutlanýar. Onda getirilen surat we çyzgylar dersiň materiallaryny gowy özleşdirmegiňize hyzmat edýär.

“Geometriýa-7” dersligi umumy bilim berýän mekdepleriň 7-nji synp okuwçylaryna niýetlenen, ondan geometriýany özbaşdak öwrenmekçi we ony gaýtalamakçy bolan kitap söýjiler hem peýdalanyp bilerler.

MAZMUNY

I bap. Planimetriýa. Geometriýanyň başlangyç maglumatlary

1. Geometriýa ylmy we predmeti. Geometriýa ylmynyň wezipeleri	6
2. Iň ýönekeý geometrik figuralar: nokat, göni çyzyk we tekizlik	11
3. Kesim we şöhle	14
4. Kesimleri deňeşdirmek	16
5. Kesimiň uzynlygy we onuň häsiýetleri. Kesimleri ölçemek	20
6. Töwerek we tegelek	24
7. Amaly sapak	26
8. Burç. Burçlary deňeşdirmek. Bissektrisa	28
9. Burçlary ölçemek. Transportir	31
10. 1-nji barlag işi	36
11. Burçuň görnüşleri: göni, ýiti we kütäk burçlar	37
12. Goňşy we dik burçlar hem-de olaryň häsiýetleri	39
13. Geometriýany öwrenmekde pikirleriň yzygiderligi we baglylygy	42
14. Perpendikulýar göni çyzyklar	44
15. Tersini çak edip subut etmek usuly	48
16. Amaly sapak	51
17. Bilimiňizi synaň	52
18. 2-nji barlag işi	57

II bap. Üçburçluklar

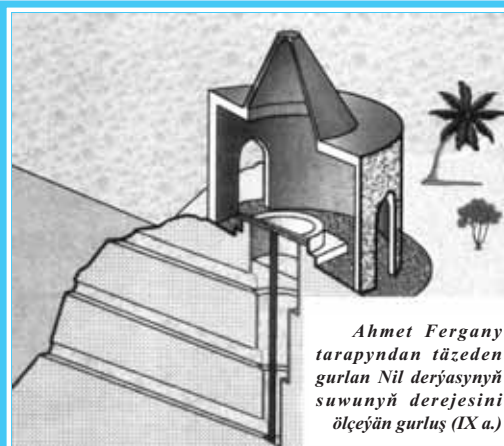
19. Döwür çyzyk. Köpburçluk	58
20. Üçburçluk. Üçburçlugyň görnüşleri	62
21. Üçburçlugyň esasy elementleri: mediana, beýiklik we bissektrisa	64
22. Üçburçluklaryň deňliginiň birinji (TBT) nyşany	67
23. Deňýanly üçburçlugyň häsiýetleri	70
24. Üçburçluklaryň deňliginiň ikinji (BTB) nyşany	73
25. Üçburçluklaryň deňliginiň üçünji (TTT) nyşany	75
26. Kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýeti	77
27. Amaly sapak	78
28. Bilimiňizi synaň	80
29. 3-nji barlag işi	85

III bap. Parallel göni çyzyklar

30. Göni çyzyklaryň parallelligi	87
31. Iki göni çyzyk we kesijiniň emele getiren burçlary	89
32. Iki göni çyzygyň parallellik nyşanlary	91
33. Iki göni çyzygyň parallellik nyşanlary (dowamy)	93

34. Ters teorema	95
35. Iki parallel göni çyzyk we kesijiniň emele getiren burçlary	97
36. Bilimiňizi synaň.....	100
37. 4-nji barlag işi	104
IV bap. Üçburçlugyň taraplarynyň we burçlarynyň arasyndaky gatnaşyklar	
38. Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi hakyndaky teorema	106
39. Üçburçlugyň daşky burçunyň häsiýeti.....	109
40. Meseleler çözmek	111
41. Gönüburçly üçburçlugyň häsiýetleri	112
42. Gönüburçly üçburçluklaryň deňlik nyşanlary	115
43. Burçuň bissektrisasynyň häsiýeti	118
44. Üçburçlugyň taraplarynyň we burçlarynyň arasyndaky gatnaşyklar	120
45. Üçburçlugyň deňsizligi.....	122
46. Bilimiňizi synaň.....	123
47. 5-nji barlag işi	128
V bap. Gurmaga degişli meseleler	
48. Sirkulyň we çyzgyjyň kömeginde gurmaga degişli meseleler	130
49. Berlen burça deň bolan burçy gurmak.....	133
50. Burçuň bissektrisasyny gurmak.....	134
51. Berlen göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk gurmak. Kesimi deň ýarpa bölmek.....	136
52. Üçburçlugy berlen üç tarapyna görä gurmak.....	139
53. Bilimiňizi synaň.....	141
54. 6-njy barlag işi.....	141
VI bap. Gaýtalamak	
55. Geometrik meseleleri çözmek	143
56. Hasaplamaga degişli meseleler	145
57. Subut etmäge degişli meseleler	147
58 – 59. Gaýtalamaga degişli meseleler	149
60 – 61. Bilimiňizi synaň	150
62 – 63. Jemleýji barlag işi	155
Jogaplar we görkezmeler	156

I BAP



PLANIMETRIÝA. GEOMETRIÝANYŇ BAŞLANGYÇ MAGLUMATLARY

Şu baby öwrenmek bilen, siz aşakdaky bilim we amaly endiklere eýe bolarsyňyz:

Bilimler:

- Geometriýanyň taryhyna degişli esasy maglumatlary bilmek;
- nokat, göni çyzyk, tekizlik, kesim, şöhle, burç ýaly geometriýanyň başlangyç düşünjelerine eýe bolmak;
- geometriýanyň başlangyç düşünjeleriniň esasy häsiýetlerini bilmek;
- geometriýanyň we planimetriýanyň kesgitlemesini bilmek;
- töwerek, tegelek we olaryň elementleriniň kesgitlemelerini bilmek;
- göni, ýiti we kütäk burçlary tapawutlandyrmagy başarmak;
- goňşy we dik burçlaryň hem-de olaryň häsiýetlerini bilmek;
- kesgitleme, aksioma, teorema we subut düşünjeleriniň manysyna düşünmek;
- tersini çak edip subut etmek usulyny bilmek.

Amaly endikler:

- Esasy geometrik figuralary tekizlikde şekillendirmek, belgilemek, tanamak we belgilere garap okamak;
- kesimleriň ornuny üýtgetmek, özara deňeşdirmek we olaryň uzynlyklaryny ölçemegi başarmak;
- burçlaryň ornuny üýtgetmek, deňeşdirmek we olaryň gradus ölçeglerini tapmagy başarmak;
- geometrik figuralary gurmak we ölçemek işlerinde çyzgyç, sirkul, transportir ýaly okuw gurallaryndan peýdalanmagy başarmak.



Geometriya degişli başlangyç düşüňjeler, mundan 4-5 müň ýyl ozal gadymy Müsürde peýda bolupdyr. Şol döwürde Nil derýasynyň suwy her ýyl joşup, ekin meýdanlaryny ýuwup durupdyr. Şonuň üçin, ekin meýdanlaryny täzeden paýlamak we salgyt mukdaryny kesgitlemek üçin bu meýdanlarda belgileme we ölçeýiş işlerini ýerine ýetirmeli bolupdyr (1-nji surat). Gadymy ýunan alymlary ýeri ölçeme-giň usullaryny müsülilerden öwrenip, oňa geometriya diýipdirler. “Geometriya” grekçe söz bolup, “geo” — ýer, “metrio” — ölçemek diýen manyny aňladýan böleklerden düzülipdir.

Geometriya degişli başlangyç düşüňjeler Gady-my Wawilonda hem peýda bolupdyr. Hususan-da, taryhçylar Pifagoryň teoremasy Wawilondan tapylypdyr diýip hasaplaýarlar. Mil. öň. VII–VI asyrlarda Gadymy Horezmde hem Müsürdäki ýaly Amyderýanyň aşaky böleginde ýeri ölçemek işleri ýerine ýetirilipdir.

Gadymy Müsürde geometriya äpet piramidalary, köşkleri we ýaşayş jaýlaryny gurmakda hem zerur bolupdyr. Grekler geometriyadan gurluşykdan daşary, deňizde ýüz-mekde-de peýdalanypdylar (2-nji surat). Ynha şeýle amaly zerurlyklar adamy dürli figuralary we olaryň häsiýetlerini öwrenmäge ündäpdir.

Gadymy Gresiýanyň 7 akyldaryndan biri bolan Miletli Fales geometriýanyň ilkinji teoremalaryny subut edipdir.

Eramyzdan öňki IV asyrda, geometriya degişli öwrenilen ençeme düşüňjeler we olaryň häsiýetleri ep-esli toplanypdyr. Grek alymy Platon geometriýanyň ajaýyp bir kanunyny aňypdyr: ýagny ol öň öwrenilen, dogrudyg

tassyklanan häsiýetlerden mantyky pikirlenmek, pikir ýöretmek arkaly täze häsiýetleri getirip çykarmak bolar eken. Bu okuwçylaryň pikirlenmek başarnygyny ösdürýändigini üçin geometriýa mekdeplerde esasy predmete öwrülipdir. Hatda, Platon akademiýasynyň maňlaýyna “Geometriýany bilmeýänler üçin bu mekdebe ýol ýok!” diýen şygar ýazylypdyr (3-nji surat).

Gadymy grek alymy Ýewklid şol döwre çenli belli bolan ähli geometrik düşüňjeleri we häsiýetleri tertipleşdirip, «*Esaslar*» atly kitabynda beýan edipdir. Bu kitap iki müň ýylyň dowamynda mekdepler üçin iň möhüm derslik bolupdyr we ylmyň ösüşinde uly ähmiýete eýe bolupdyr. Geometriýany okatmak häzir hem şol kitaptaky pikirlerä daýanýar.

Geçmişde ýaşap geçen ähli diýen ýaly alymlar geometriýa bilen meşgullanypdyrlar. Beýik watan-daşlarymyz Muhammet ibn Musa al-Horezmi, Ahmet Fergany, Abu Reýhan Biruny, Abu Ali ibn Sina, Omar Haýýam hem Ýewklidniň «*Esaslaryny*» pugta öwrenip, şu ylmyň ösmegine uly goşant goşupdyrlar. Gündogar ýurtlarynda geometriýa *handasa* diýipdirler we oňa uly ähmiýet berlipdir. Bu pikiri, muhandis (inžener) sözüniň özeniniň “handasa” ekenligi hem tassyklap dur.

Bizi gurşaýan her bir predmet nähilidir figura eýe. Meselem kerpiji alalyň. Ol 5-nji synpdan size tanyş bolan gönüburçly parallelepiped şeklindedir (4-nji surat). Mundan başga-da onuň 8 depesi bar — olar nokatlardyr, 12 gyraňy bar — olar kesimlerdir, 6 tarapy bar — olar gönüburçluklardyr.



Geometriýa — geometrik figuralar we olaryň häsiýetleri hakyndaky ylmydyr.

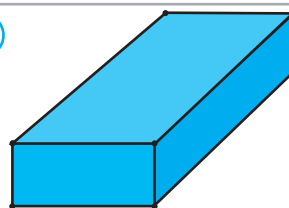


Ýewklid

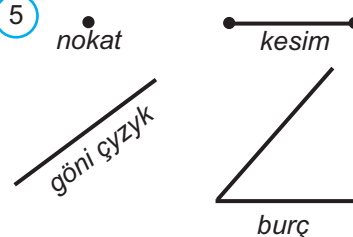
(eramyzdan öňki III asyr)

Gadymy ýunan alymy, geometriýa ylmyň şekillenmeginde uly orun tutan — “*Esaslar*” atly eseri bilen meşhur.

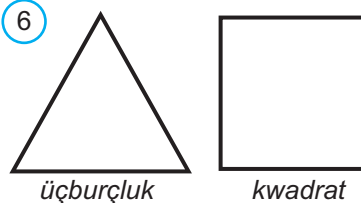
4

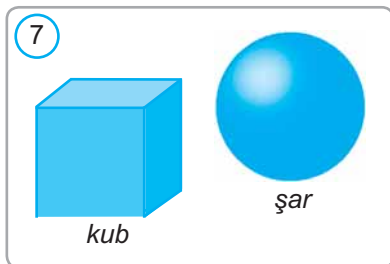


5



6





Nokat, göni çyzyk, kesim, burç, üçburçluk, kwadrat, töwerek, kub, şar ýaly ençeme geometrik figuralar bilen siz aşaky synplarda tanşypdyňyz (5–7-nji suratlar).

7-nji suratda şekillendirilen figuralar tebigatdaky dürli jisimleriň geometrik şeklinden ybarat. Jisimleri geometrik nukdaý nazardan öwrenimizde olaryň diňe şeklini hasaba alýarys.

Biz nokat, kesim, burç, üçburçluk ýaly tekiz figuralary depderiň listine çyzyp bileris. Kub, piramida, şar ýaly giňişlikdäki geometrik figuralary bolsa çyzyp bilmeýäris. Ýöne olaryň görnüşini depdere şekillendirmek mümkin.

Planimetriýa geometriýanyň başlangyç bölümi bolup, ol tekizlikdäki geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwrenýär. Giňişlikdäki figuralaryň häsiýetlerini bolsa geometriýanyň **stereometriýa** bölümi öwrenýär.

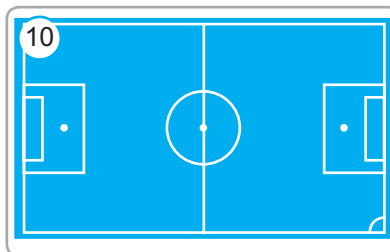


Planimetriýa — geometriýanyň bölümi bolup, ol tekizlikdäki geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwrenýär.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Geometriýa degişli başlangyç malumatlar nirede we nähili peýda bolupdyr?
2. Geometriýa sözüniň manysy näme we näme üçin ol şeýle atlandyrylypdyr?
3. Geometriýany esaslandyran we onuň ösmegine goşant goşan haýsy alymlary bilýärsiňiz?
4. 8-9-njy suratlardaky taryhy ýadygärlikleriň we häzirki döwre degişli desgalaryň suratlarynda nähili geometrik şekiller bar?
5. Geometriýa ylmy nämäni öwrenýär?
6. Planimetriýa geometriýanyň nähili bölümi? Stereometriýa nähili?
7. Daş-töwregiňizde geometrik figuralary ýada



salýan predmetlere mysallar getiriň we olary depderiňize çyzyň.

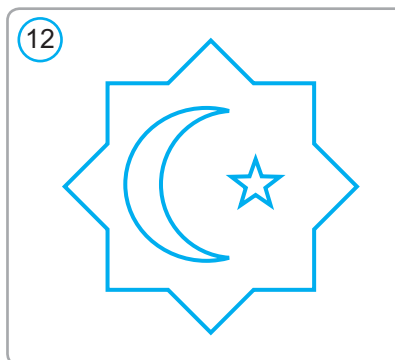
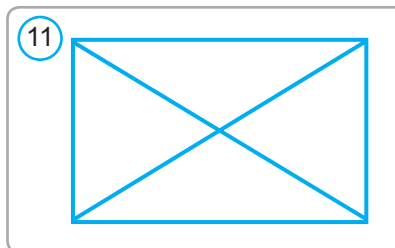
8. 5–7-nji suratlarda şekillendirilen figuralaryň haýsy aýratynlyklaryna garap toparlara bölmek bolar? Olar nähili aýratynlyklar?
9. Planimetriýa 5–7-nji suratlardaky figuralardan haýsylarynyň häsiýetlerini öwrenýär?
10. 10-njy suratda futbol meýdany şekillendirilen. Onda nähili geometrik figuralary görýärsiňiz?
11. 11-nji suratdaky figurada näçe üçburçluk bar?
12. 12-nji suratda gerbimizdäki tymsal nähili geometrik figuralardan düzülen?



Taryhy maglumat.

Nili jylawlan ferganaly alym.

Taryhy maglumatlara görä, ýurdumyzdan ýetiş çykan Ahmet al-Fergany 861-nji ýylda Kair şäheriniň golaýynda Nil derýasyndaky suwuň derejesini ölçeyän "Nilometr" (ýagny "Nili ölçeyji") diýlip atlandyrylýan desgany gurdy (13-nji surat). Ylmy-tehniki we binagärlik taýdan gaty çylşyrymly hasaplanýan hem-de özünde seýrek geometrik çözüwleri jemleýän bu gurluşda alnyp barylýan ölçeg işleri uzak wagtlaryň dowamynda ekerançylyk üçin örän zerur bolupdyr we ol häzire çenli saklanypdyr. Ahmet Fergany özüniň "Usturlob gurmak hakynda risola" atly eserinde astronomiýa üçin möhüm häsiýeti — Ptolomeý teoremasyny nepislik bilen subut edýär. Ahmet al-Ferganyň hormatyna Aýdan tapylan kratere ady dakylp, Kair şäherinde onuň heykeli oturdyldy.

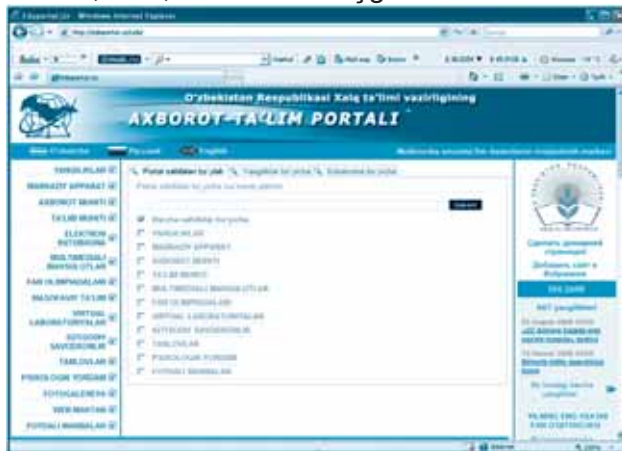


Ahmet al-Fergany

Takmynan 797—875-nji ýyllarda ýaşap döredijilik eden. Beýik astronom, matematik we geograf.

Matematiki meseleleriň hazynasy

Mälim bolşy ýaly, soňky wagtlarda habar kommunikasiýa tehnologiýalary gaty tiz ösýär we çalt depginler bilen bilim ulgamyna hem girip barýar. Şu günki günde, Internetiň World-Wide-Web – Jahan informasion ulgamyna örän köp maglumat çeşmeleri ýerleşdirilen bolup, bu hazynadan peýdalanmak her bir ýaş nesil üçin örän zerur we peýdaly. Şu web-sahypalardan siz özbek, rus, iňlis we başga dillerde matematika älemindeki iň soňky



täzelikler, elektron kitaphanalar ammarynda saklanýan ençeme elektron derslikleri tapyp bilersiňiz. Şeýle hem, olar arkaly dürli nazary materiallar, metodik maslahatlar, kän meseleler, mysallar we olaryň çözüwleri, dürli döwletlerde geçirilýän matematiki çäreler we olimpiadalar baradaky maglumatlar we olarda hödürlenýän meseleler, gyzykly matematiki meseleler we olaryň

çözüwleri bilen tanyşyp bilersiňiz.

Hususan-da, www.uzedu.uz, www.eduportal.uz – Halk bilimi ministrliginiň habar tälim portalyndan hem geometriýa degişli özünüzi gyzyklandyryň dürli maglumatlary alyp tanyşmagyňyzy maslahar berýäris.



Aşakda ýene ençeme maglumat resurs çeşmeleriniň salgylary berilýär:

- www.edu.uz – habar tälim portaly (özbek, rus, iňlis dilinde);
- www.pedagog.uz – hünäri kämilleşdiriş edaralarynyň saýty (özbek we rus dilinde);
- www.school.edu.ru – ABŞ matematika tälimi portaly (iňlis dilinde);
- www.allbest.ru – Internet resurslarynyň elektron kitaphanasy (rus dilinde);
- www.schulen-ans-netz.de – Germaniýanyň «Internet-Mekdep» saýty (nemes dilinde);
- www.studienkreis.de – Germaniýanyň okuw-gurnaklary saýty (nemes dilinde);
- www.educasource.education.fr – Fransiýanyň tälim saýty (fransuz dilinde);
- www.educmath.inrp.fr – Fransiýanyň matematika tälimi sifrlil resurslary (fransuz dilinde);
- <http://mat-game.narod.ru/> – Matematiki gimnastika. Matematiki tapmaça we meseleler (rus dilinde);
- <http://mathproblem.narod.ru/> – Matematiki gurnaklar, mekdepler we olimpiadalar (rus dilinde);
- <http://mathtest.narod.ru/> – Matematiki testler (rus dilinde);
- <http://www.sch57.msk.ru/collect/smogl.htm> – Matematika taryhyna degişli materiallar (rus dilinde);
- <http://www.exponenta.ru> – Matematiki tälim saýty (rus dilinde);
- <http://zadachi.mccme.ru> – Geometrik meseleler saýty (rus dilinde);
- <http://www.math-on-line.com> – Gyzykly matematika meseleleri (rus dilinde).

2

İň ýönekeý geometrik figuralar: nokat, göni çyzyk we tekizlik

Nokat, göni çyzyk we *tekizlik* — geometriýanyň esasy düşüňjeleridir.

Galamyň ujy kagyza, mel tagta degirlende galan yz ýa-da asmandaky ýyldyzlary (1-nji surat) alsak, olar gözümize örän kiçi bolup görünýär, olaryň ölçeglerini hasaplamasaň-da bolar. *Nokat* — ynha şeýle, ölçeglerini hasaba almasaň-da bolýan zatlaryň geometrik şeklidir. Ýewklid özüniň “Esaslar” atly eserinde nokady hiç bir bölege eýe bolmadyk figura hökmünde kesgitleýär.

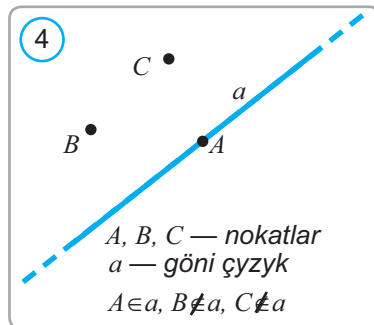
Çölde tekiz goýlan demir ýol relsleri (2-nji surat), telegraf sütünine berk çekilen elektrik simleri, asmana tarap ugrukdyrylan lazer şöhlesi, gaty çekilen dar simi ýaly jisimleriň geometrik şekli— *göni çyzyk* bolýar. Ýagtylyk şöhlesi hem göni çyzyk boýunça ýaýraýar. Aslynda göni çyzyk çäksiz dowam edýän figuradyr. Biz ony kagyz ýa-da synp tagtasyna şekillendirenimizde onuň diňe kiçi bölegini çyzýarys. Ýöne göni çyzygy elmydama iki tarapa çäksiz dowam edýän diýip göz öňüne getirmeli (4-nji surat).

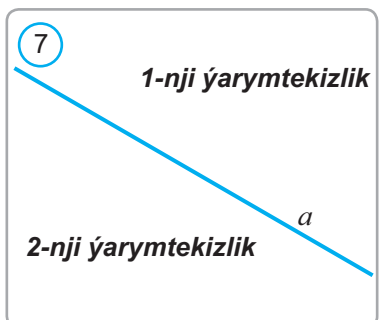
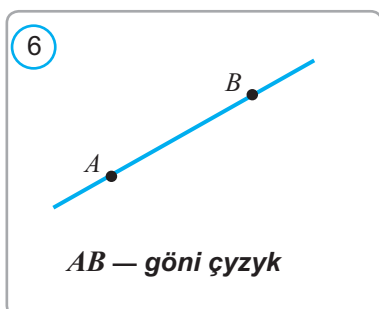
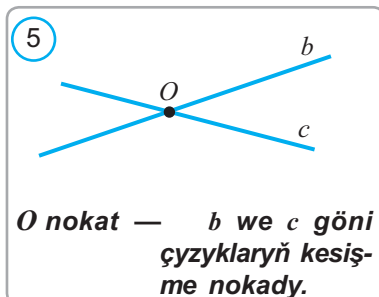
Pol, stoluň üstki bölegi, diwar, petik, depder listi, akmaýan köldäki suwuň üsti (3-nji surat), ýalylaryň geometrik şekli *tekizlik* bolýar.

Nokatlar uly latyn harplary $A, B, C, D, \dots$, göni çyzyklar kiçi latyn harplary $a, b, c, d, \dots$ bilen belgilenýär we “ A nokat”, “ a göni çyzyk” ýaly okalýar (4-nji surat).

A *Tekizlikde nähili göni çyzyk alynsa-da, şu göni çyzyga degişli bolan nokatlar hem, degişli bolmadyk nokatlar hem bar.*

Meselem, 4-nji suratda A nokat a göni çyzyga degişli, B we C nokatlar a göni çyzyga degişli däl. Muny gysgaça $A \in a$ we $B \notin a, C \notin a$





ýaly belgileýäris we “ A degişli a ” we “ B degişli däl a ” diýip okaýarys.

Eger O nokat b göni çyzyga hem, c göni çyzyga hem degişli bolsa, b we c göni çyzyklar O nokatda kesişýär (5-nji surat) we O nokat b bilen c göni çyzyklaryň kesişme nokady diýilýär.

6-njy suratda şekillendirilen göni çyzyk A we B nokatlardan geçýär.

A

Islendik iki nokatdan diňe bir sany göni çyzyk geçýär.

Şu häsiýete görä, göni çyzygyň iki nokady görkezilse, bu göni çyzyk kesgitlenen bolýar. Şonuň üçin kesgitlenen göni çyzygy onda ýatýan iki nokadyň kömeginde hem belgilemek mümkin. 6-njy suratda AB göni çyzyk şekillendirilen.

A

Her bir göni çyzyk tekizligi iki bölege: iki sany ýarymtekizlige bölýär.

Garalýan göni çyzyk ýarymtekizlikleriň ikisine-de degişli diýlip garalýar. Ol özüniň bölen ýarymtekizlikleriniň umumy araçägi bolýar. 7-nji suratda a göni çyzyk tekizligi iki ýarymtekizlige bölýändigini şekillendirilen.

Ýatlatma: Indikide iki göni çyzyk (iki nokat, iki ýarymtekizlik, ...) diýlende her hili iki göni çyzyk (iki nokat, iki ýarymtekizlik, ...) düşünilýär.



1-nji mesele. a we b göni çyzyklar A nokatda kesişýär. a göni çyzyk B nokatdan geçýär. b göni çyzyk hem B nokatdan geçýärmä?

Çözülişi. b göni çyzyk B nokatdan geçip bilmeýär. Tersine bolanda a we b göni çyzyklaryň ikisi-de A we B nokatlardan geçen bolardy. Bu bolsa, iki nokatdan diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin diýen häsiýete garşy. Şu sebäpli-de, b göni çyzygyň B nokatdan geçmegi mümkin däl.

Şu meseläni çözüp, göni çyzyklaryň aşakdaky ýene bir möhüm häsiýetini bildik.

Netije. Iki göni çyzyk diňe bir sany nokatda kesişýär.



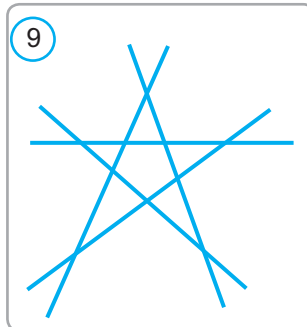
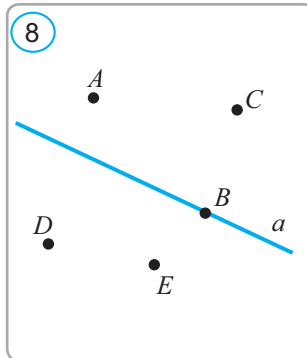
2 -nji mesele. C nokat AB göni çyzyga degişli. AB we AC göni çyzyklaryň dürlüçe bolmagy mümkinmi?

Çözülişi. AB we AC göni çyzyklaryň ikisi-de A we C nokatlardan geçýär. Mälim bolşy ýaly, iki nokatdan diňe bir sany göni çyzygyň geçmegi mümkin. Şu sebäpli bu göni çyzyklar üstme-üst düşýär, ýagny dürlüçe bolup bilmeýär.



Sorag, mesele we ýumuşlar

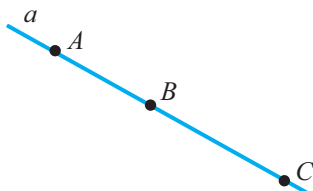
1. Nämeler esasy geometrik şekiller hökmünde kabul edilen?
2. Depderiňizde iki nokat belgiläň. Olar arkaly elde, ýagny çyzgyçdan peýdalanman göni çyzyk geçiriň. Gurmagyň dogrudygyny çyzgyjyň kömeginde barlaň. Gönükmäni gaýtalaň.
3. a , A , AB görmüş haýsy geometrik figuralar belgilenýär?
4. Aşakdaky aňlatmalary okaň we düşündiriň: a) $A \in b$; b) $C \notin b$; c) $C \in AB$. Şu aňlatmalara laýyk çyzgylar guruň.
5. 8-nji suratdan mümkingadar köpräk nokat, göni çyzyk, tekizlik we ýarymtekizlikleriň arasyndaky gatnaşyklary aýdyň we olary girizilen belgileriň kömeginde ýazyň.
6. A we B nokatlar c göni çyzyga degişli, C nokat bolsa c göni çyzyga degişli däl. AB we AC göni çyzyklar hakynda näme diýmek bolar?
7. AB we AK göni çyzyklar näçe umumy nokada eýe bolmagy mümkin?
8. Tekizlikde b göni çyzyk çyzyň we onda A nokady belgiläň. b göni çyzykdan tapawutly AB göni çyzygy geçiriň. B nokat b göni çyzykda ýatýarmy?
9. a) Bir sany; b) iki sany; c) üç sany nokatdan näçe göni çyzyk geçirmek mümkin? Jogabyňyzy esaslandyryň.
10. 9-njy suratda näçe göni çyzyk şekillendirilipdir?
11. Islendik üçüsi bir göni çyzykda ýatmaýan a) üç sany; b) dört sany nokat arkaly şu nokatlary jübüt-jübütünden birleşdirýän näçe göni çyzyk geçirmek mümkin?
12. Dört sany göni çyzygyň ikisi kesişme nokatlary belgilendi. Nokatlaryň sany köpi bilen näçe bolýar? Göni çyzyklar baş sany bolsa nähili?
13. Tekizlikde baş nokady, olaryň ikisi arkaly göni çyzyk geçirende, göni çyzyklar baş sany bolar ýaly edip ýerleşdiriň.



3

Kesim we şöhle

1



A

Bir göni çyzykda alnan islendik üç nokadyň diňe bir sanygy galan ikisiniň arasynda ýatýar.

Eger a göni çyzykda üç sany A , B , C nokatlar alynsa (1-nji surat), olaryň diňe bir sanygy — B nokatdyň galan ikisi, ýagny A we C nokatlaryň arasynda ýatýar. A we B nokatlar C nokadyň bir tarapynda, B we C nokatlar bolsa A nokadyň bir tarapynda ýatýar.

✓

Kesim diýip göni çyzygyň iki nokady we olaryň arasynda ýatýan nokatlaryndan ybarat bölegine aýdylýar.

2-nji suratda kesim şekillendirilen. A we B nokatlara **kesimiň uçlary** ýa-da **çäkleyän nokatlary**, olaryň arasyndaky nokatlara bolsa kesimiň **içki nokatlary** diýilýär. Kesim çäklenen nokatlarynyň kömeginde “ AB kesim” ýaly belgilenýär. Ony “ BA kesim” ýaly ýazmak bolýar.

Eger iki nokat bir ýarymtekizlige degişli bolsa, uçlary şu nokatlardaky kesim ýarymtekizligiň araçägin kesmeýär, tersine bolsa kesýär (3-nji surat).

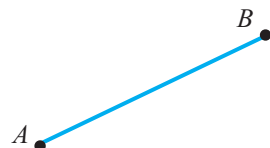
✓

Şöhle diýip göni çyzygyň käbir nokadyndan bir tarapda ýatýan ähli nokatlaryndan ybarat bölegine aýdylýar.

a göni çyzykda ýatýan O nokat şu göni çyzygy **bir-birini doldurýan iki şöhlä** bölýär. O nokada bu şöhleleriň **başy** ýa-da **başlangyç nokady** diýilýär. Şöhläniň O başlangyjy we käbir A nokady arkaly “ OA şöhle” ýaly belgilenýär (4-nji surat). Şeýle ýazgyda şöhläniň uýy birinji ýazylýar.

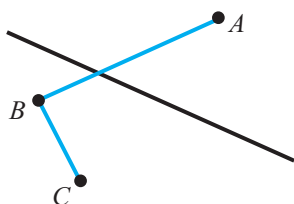
Käte OA şöhlä “ O nokatdan çykýan şöhle” hem diýýärler. Şöhläni ýagtylyk şöhlesiniň geometrik şekli hökmünde garamak bolar.

2



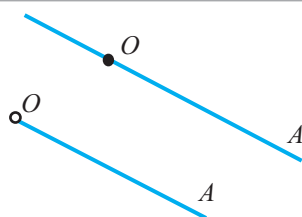
AB kesim
 A, B — kesimiň uçlary

3



BC

4

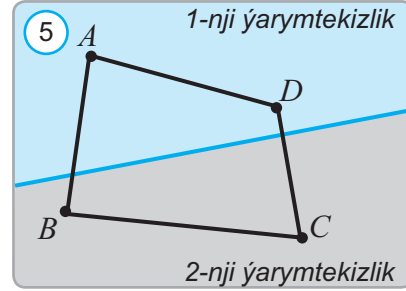


OA — şöhle
 O — şöhläniň başlangyjy



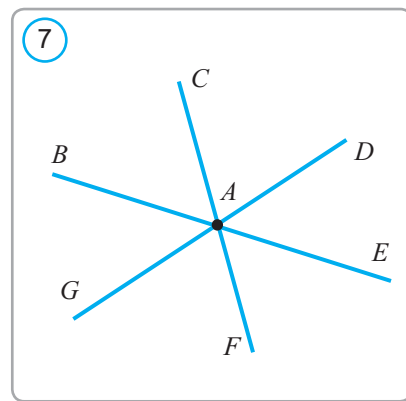
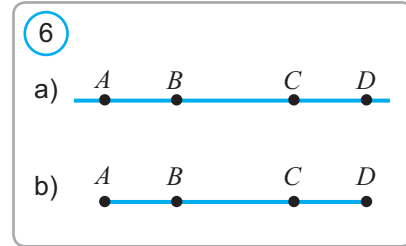
Mesele. Käbir göni çyzyk we onda ýatmaýan A, B, C, D nokatlar berlen. AB we CD kesimler berlen göni çyzyk bilen kesişýär, BC kesim bolsa kesişmeýär. AD kesim göni çyzygy kesip geçýärmä (4-nji surat)?

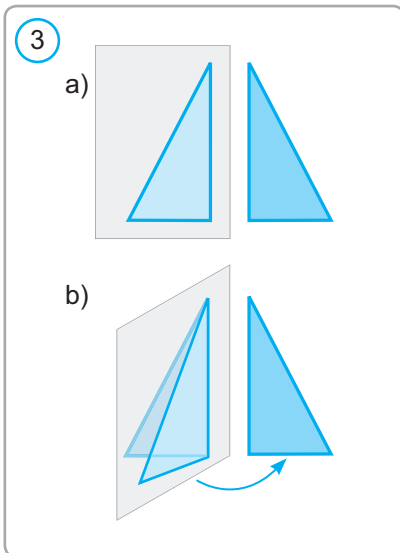
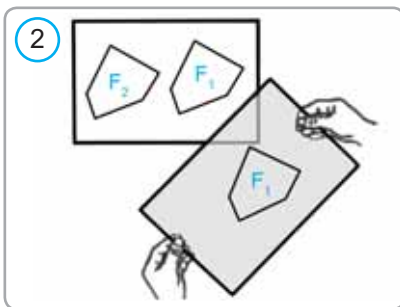
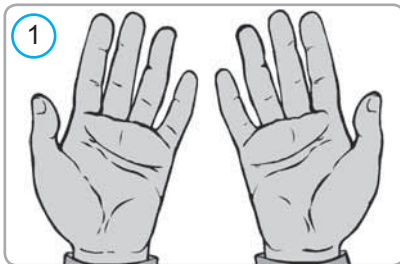
Çözülişi. Göni çyzyk tekizligi iki ýarymtekizlikde bölýär. A nokat şu ýarymtekizlikleriň birinjisine degişli bolsun. AB kesim göni çyzyk bilen kesişýär. Diýmek, B nokat ikinji ýarymtekizlikde ýatýar. BC kesim göni çyzyk bilen kesişmeýär. Diýmek, C nokat hem ikinji ýarymtekizlikde ýatýar. CD kesim bolsa göni çyzygy kesip geçýär. Şonuň üçin D nokat birinji ýarymtekizlikde, ýagny A nokat bilen bir ýarymtekizlikde ýatýar. **Jogaby:** AD kesim göni çyzygy kesip geçmeýär.



Sorag, mesele we ýumuşlar

- 6-njy a suratda B nokat haýsy nokatlaryň arasynda, haýsylar C nokatdan bir tarapda ýatyr?
- Kesimiň we şöhläniň kesgitlemesini aýdyň. Olar nähili belgilenýärler?
- Göni çyzykda C we D nokatlar berlen. CD we DC kesimler we CD we DC şöhleler üstme-üst düşermi?
- Kesim, şöhle we göni çyzyk bir-biriden nämesi bilen tapawutlanýarlar?
- a) Bir; b) iki; c) üç; d) 10 sany; e) n sany nokat göni çyzygy näçe bölege bölýär?
- 6-njy b suratda näçe kesim bar?
- 7-nji suratda näçe şöhle bar? Olaryň haýsysy bir-birini doldurýan şöhleler?
- Bir göni çyzykda ýatýan 2 nokat şu göni çyzykda ýatýan näçe şöhläni anyklaýar? 3 nokat näçe?
- Tekizlikde ýatýan iki göni çyzyk şu tekizligi näçe bölege bölýär?
- Göni çyzyk we onda ýatmaýan A, B, C nokatlar berlen. AB kesim berlen göni çyzygy kesip geçýär, AC kesim bolsa kesip geçmeýär. BC kesim şu göni çyzygy kesip geçýärmä?



**Ugrukdyryjy gönükme**

1. Daş-töweregiňizden şekli, ölçegleri birmeňzeş bolan zatlara mysallar getirň.
2. Iki depder listiniň ölçegleriniň birmeňzeşdigini nähili amaly usul bilen anyklamak mümkin?
3. 1-nji suratda çep el we sag el şekillendirilen. Şu figuralaryň birini ikinjisine doly üstme-üst düşer ýaly edip goýmak mümkinmi? Nädip? Muny öz elleriňiz bilen ýerine ýetirip görüň.



Deň figuralar diýip birini ikinjisiniň üstüne doly üstme-üst goýmak mümkin bolan figuralara aýdylýar.

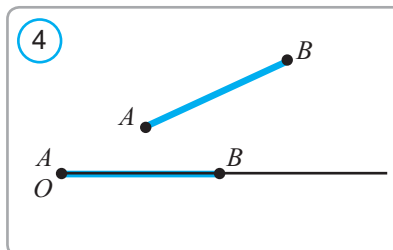
Bir geometrik figurany ikinjisiniň üstüne goýmak düşüňjesi bilen ugrukdyryjy gönükmelerde tanyşdyk. Bu düşüňjani amalda aşakdaky ýaly göz öňüne getirmek bolar. Bir figurany ikinjisiniň üstüne goýmak üçin, ilki dury kagyza birinji figuranyň nusgasyny göçürüp ülnüsini alýarys. Soň, dury kagyzy tekizlik bo-ýunça süýşürüp, birinji figuranyň ülnüsini ikinji figura bilen hut üstme-üst goýmaga synanyşýarys (2-nji surat). Eger şeýle etmek mümkin bolsa, bu figuralar deň bolýar.

Käte bir figurany ikinjisine hut üstme-üst goýmak üçin, ilki onuň nusgasy şekillendirilen dury kagyzy ters öwürmeli bolýar. 3-nji suratda şeýle ýagdaý şekillendirilen.

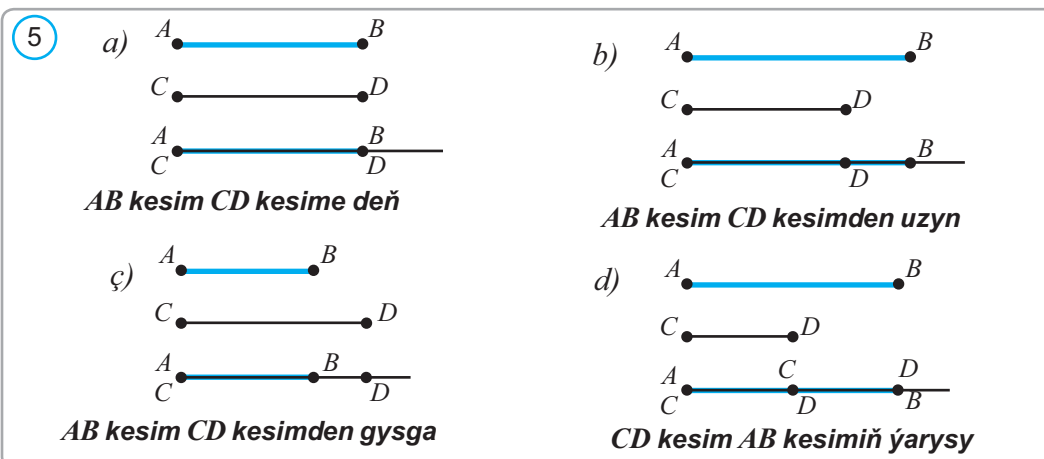
Başlangyjy O nokatda bolan şöhle we islendik AB kesim berlen bolsun. Görnüşi ýaly, bir başlangyjy şu şöhläniň başlangyjy, ikinjisi bolsa şöhlede ýatýan we AB kesime

deň kesimi şöhläniň üstüne goýmak mümkin (4-nji surat). Beýle kesim ýeke-täk bolup, oňa berlen kesimi berlen şöhlä goýmak diýilýär. Ony, indikide gysgaça “kesimi şöhlä goýmak” diýeris.

A Islendik şöhläniň üstüne onuň başlangyjyndan başlap, berlen kesime deň ýeke-täk kesimi goýmak mümkin.

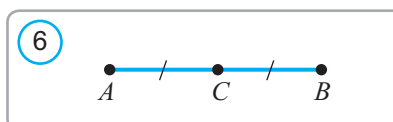


Iki kesimi özara deňeşdirmek üçin olaryň ikisi-de bir şöhläniň üstüne goýulýar. Soňra, aşakdakylardan haýsysynyň bolşuna garap, kesimleriň özara deňdigi ýa-da uzyn-gysgadygy (ýagny uly-kiçiligi) barada netije çykarylýar (5-nji surat):



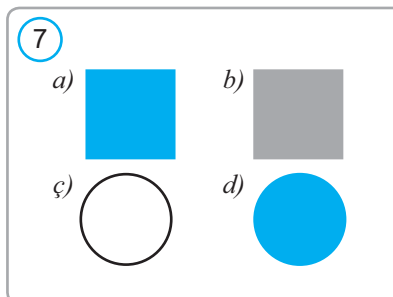
✓ Kesimiň ortasy diýip ony deň iki kesime bölýän nokada aýdylýar.

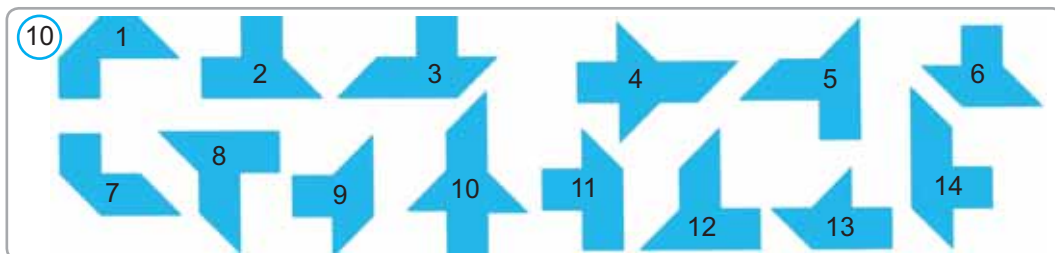
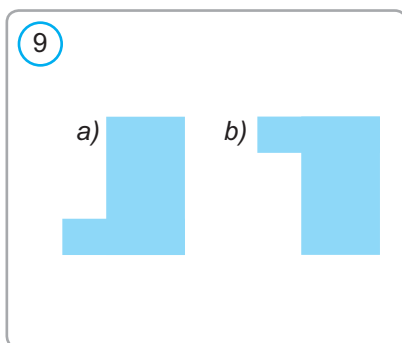
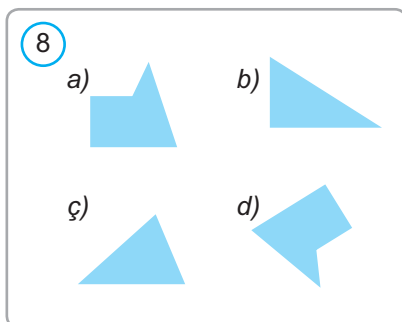
6-njy suratda AB kesimiň ortasy bolan C nokat şekillendirilen. Figurada deň kesimler birmeňzeş sandaky çyzyjaklar bilen belgilenýär.



? Sorag, mesele we ýumuşlar

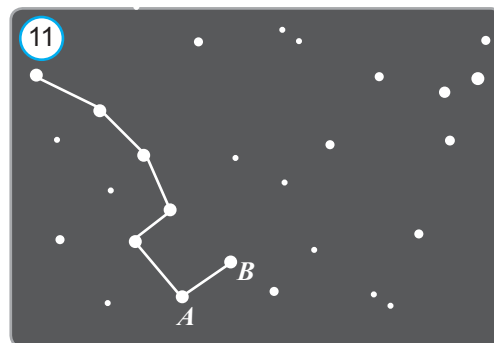
1. Nähili figuralara özara deň diýýäris?
2. 7-nji suratdaky figuralaryň haýsylary özara deň?
3. Aşakdaky harp belgileriniň haýsylary geometrik figura hökmünde özara deň?
a, b, g, d, i, y, n, o, p, u





Amaly gönükme.

11-nji suratda "Ýedigen" şekillenendirilen. Eger bu ýyldyzlary kesimler bilen birleşdirsek, "susaga" meňzär. "Susagyň" ahyrky iki ýyldyzynyň emele getiren AB kesimini AB şöhle boýunça 5 gezek goýup çyksak, Polýar ýyldyzynyň golaýyna barýar. Suratdan Polýar ýyldyzynyň nirede ýerleşendigini anyklaň.



4. 8-nji suratdaky figuralaryň haýsylary özara deň?
5. Aşakdaky sifr belgileriniň haýsylary geometrik figura hökmünde özara deň?

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

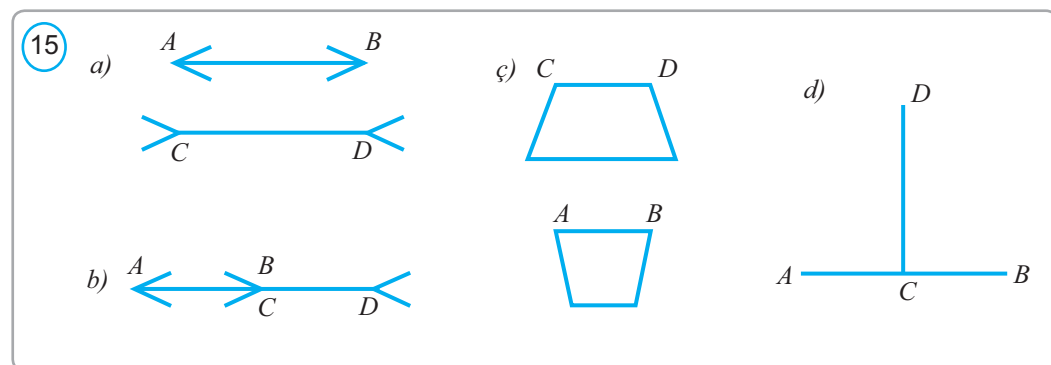
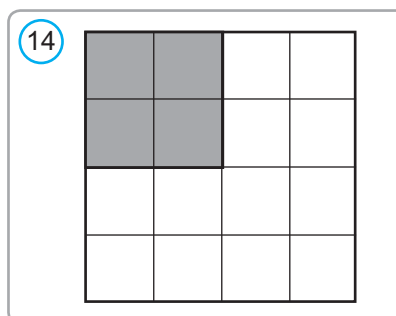
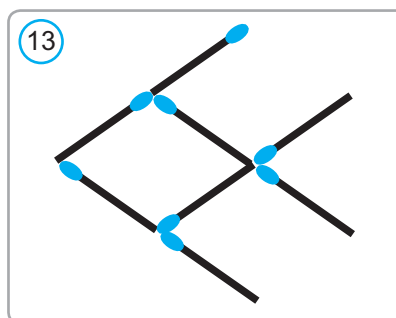
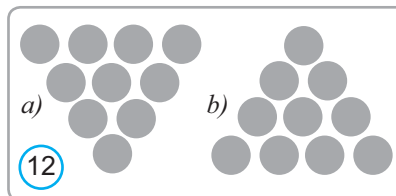
6. 9-njy a suratda şekillendirilen figurany kagyza ölçeglerini üýtgetmezden çyzyp, gyrkyp alyň. Ony 9-njy b suratdaky geometrik figuranyň üstüne goýmak arkaly, olaryň deň ýa-da deň dälligini anyklaň.
7. 10-njy suratdaky figuralaryň arasyndan özara deňlerini tapyň.
8. Nähili kesimler özara deň bolýar?
9. Kesimler nähili deňeşdirilýär?
10. Kesimiň ortasy näme?
11. Göni çyzykda A, B, C, D nokatlar berlen. Uçlary şu nokatlarda bolan näçe kesim bar? Olary ýazyň?
12. Depderiňize käbir kesimi çyzyň we onuň ortasyny göz çeni bilen tapyň. Netijäni çyzgyjyň kömeginde barlaň. Gönükmäni gaýtalaň.



Geometrik tapmaçalar

- 10 sany birmenşeş teňňe 12-nji *a* suratdaky ýaly edilip goýlan. Diňe 3 sany teňňäniň ýerini üýtgedip 12-nji *b* suratdaky görnüşe getiriň.
- 13-nji suratdagi 3 sany çöpüň ýerini üýtgedip, "balygy" başga tarapa öwürüň.
- Daýhan babanyň kwadrat şekildäki mellegi bardy. Ol mellegiň çäryek bölegini 14-nji suratda görkezilişi ýaly edip özi üçin galdyrdy. Galan bölegini bolsa birmenşeş şekildäki deň böleklerä bölüp, dört ogluna paýlap berdi. Garry bu işi nähili amala aşyrypdyr?
- 15-nji suratda şekillendirilen *AB* we *CD* kesimleri göz çeni bilen özara deňeşdiriň. Soň bu işi dury kagyzyň kömeginde ýerine ýetiriň.

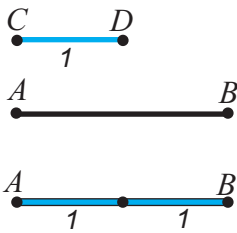
Netije: Geometriýada hüşgär bolmaly: gözüň aldamagy mümkin!



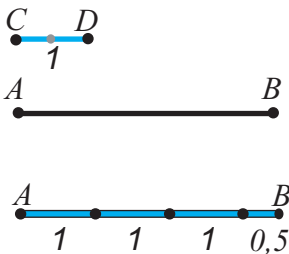
5

Kesimiň uzynlygy we onuň häsiýetleri. Kesimleri ölçemek

①



②



Kesimleri şöhläniň üstüne goýmak arkaly deňeşdirmek onçakly amatly däl. Kesimleriň haýsy biriniň uzyn ýa-da gysgadygyny (ýagny uly ýa-da kiçiligini), olaryň uzynlyklaryny deňeşdirmek esasynda anyklamak bolar.

Haýsy-da bolsa bir kesimi birlik kesim diýip alyp, onuň uzynlygyny 1 -e deň diýip kabul edýäris. Galan kesimleriň uzynlyklaryny şu birlik kesimiň uzynlygyna görä anyklaýarys. *Kesimiň uzynlygy* položitel san bolup, ol kesime birlik kesim we onuň böleklerini näçe gezek ýerleşdirip boljakdygyny görkezýär. Görnüşi ýaly, 1-nji suratdaky CD kesimi birlik kesim diýip alyp, onuň uzynlygyny 1 -e deň diýsek, onda AB kesimiň uzynlygy 2 -ä deň bolýar. Çünki, AB kesime CD kesim iki gezek ýerleşär.

2-nji suratdaky CD kesimi birlik kesim diýip alsak, onda AB kesimiň uzynlygy 3,5 -e deň bolýar. Çünki, AB kesime CD kesim tutuşlygyna üç gezek we onuň ýarysy ýerleşýär.

A

Islendik kesim noldan tapawutly belli bir uzynlyga eýe bolup, ol položitel san bilen aňladylýar.

**Ugrukdyryjy gönükmä.**

3-nji suratda şekillendirilen AB , BC we AC kesimleriň uzynlygyny çyzgyjyň kömeginde ölçäň. Şu kesimleriň uzynlyklaryny nähili formulanyň kömeginde özara baglanyşdyrmagyň mümkindigini anyklaň.

③



Göni çyzykda A , B we C nokatlar berlen bolup, B nokat A we C nokatlaryň arasynda ýerleşen bolsa, AC kesimiň uzynlygy AB we BC kesimiň uzynlyklarynyň jeminden ybarat bolýar, ýagny $AC = AB + BC$ deňlik dogry bolýar (3-nji surat). Kesimleriň uzynlyklary hakyndaky bu tassyklamany subutsyz kabul edýäris:

A

Eger göni çyzykda B nokat A we C nokatlaryň arasynda ýerleşen bolsa, AC kesimiň uzynlygy AB we BC kesimleriň uzynlyklarynyň jemine deň bolýar:

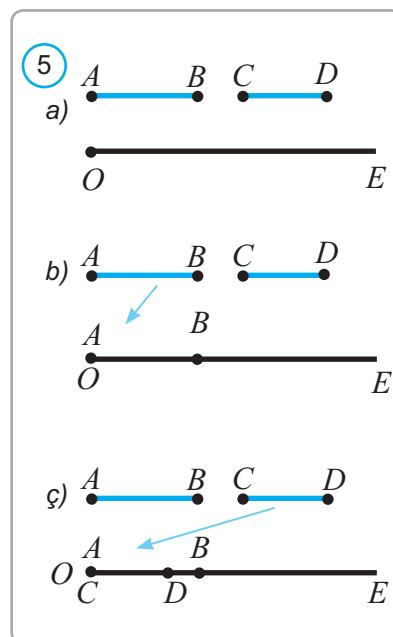
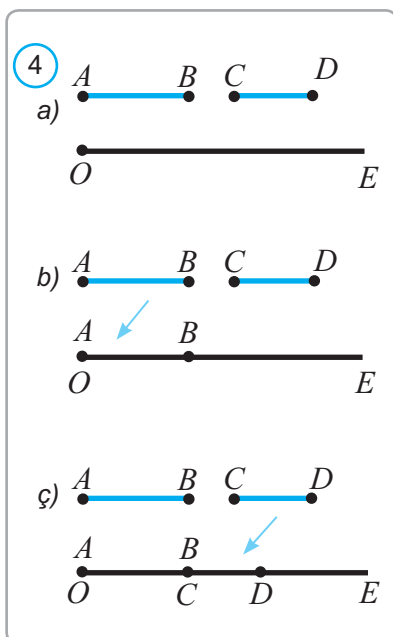
$$AC = AB + BC.$$

Ýokarda getirilen tassyklama kesimleriň üstünde goşmak we aýrmak amallaryny anyklamaga mümkinçilik berýär. OE şöhle, AB we CD kesimler berlen bolsun (4-nji a surat). Ilki OE şöhlä AB kesimi goýýarys (4-nji b surat). Soňra BE şöhlä CD kesimi goýýarys (4-nji ç surat).

Netijede alnan AD kesime AB we CD kesimleriň jemi diýilýär we elbetde bu kesimler üçin $AD = AB + CD$ deňlik dogry bolýar.

Edil şeýle, kesimleri bir-birinden aýrmak amalyňy hem girizmek mümkin.

Aýdaly, OE şöhle, AB we CD kesimler berlen hem-de $AB > CD$ bolsun (5-nji a surat). OE şöhlä ilki uzyn kesim AB -ni goýýarys (5-nji b surat). Soňra ýene OE şöhlä CD kesimi goýýarys (5-nji ç surat). Alnan DB kesime AB we CD kesimleriň tapawudy diýilýär we $DB = AB - CD$ deňlik dogry bolýar.



AB kesimiň uzynlygyna A we B nokatlaryň arasyndaky aralyk hem diýilýär. Görnüşi ýaly, birmeňzeş uzynlyga eýe bolan kesimler özara deň bolýar.

Adamlar uzynlygy ölçände dürli uzynlyk birliklerinden gadymdan peýdalanýarlar. Meselem, Orta Aziýada bogun, garyş, gulaç, çakrym ýaly uzynlyk birlikleri bolupdyr. Dürli ölçeg birliklerinden peýdalanmak amatsyzdy. Şu sebäpli, XVIII asyrdan başlap dünýä boýunça halkara uzynlyk ölçeg birligi hökmünde metr kabul edilen.

Siz uzynlygyň nusgasy bolan metr etalony bilen 6-njy synp “Fizika” dersliginde tanşypdyňyz. Onda metre görä ep-esli uly ýa-da kiçi uzynlyklary ölçände ulanylýan birlikler hem bardy. Şol sanda:

$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$; $1 \text{ sm} = 0,01 \text{ m}$; $1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$.

Kesimleriň uzynlygy dürli gurallaryň kömeginde ölçelýär. Olaryň iň ýönekeýi şkalaly, ýagny bölünen nokatlaryna eýe bolan çyzgyçdyr. Kesimiň uzynlygynyň bahasy saýlanan uzynlyk ölçeg birligine bagly bolýar. Eger uzynlyk birligi hökmünde uzynlygy 1 sm -e deň kesimi alýan bolsak, 6-njy suratda şekillendirilen kesimiň uzynlygy 5 sm -e deň bolar we $AB = 5 \text{ sm}$ diýlip ýazylýar. Eger uzynlyk ölçeg birligi hökmünde uzynlygy 1 millimetre deň kesimi alsak, $AB = 50 \text{ mm}$ bolýar.

Käte kesimiň uzynlygy ölçeg birligi görkezilmän ýazylýar. Meselem, $AB = 5$. Munda AB kesimiň uzynlygy 5 ölçeg birligine deň diýlip düşünilýär.

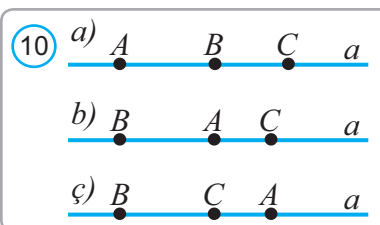
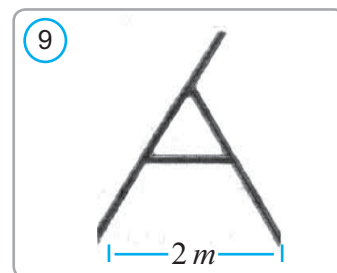
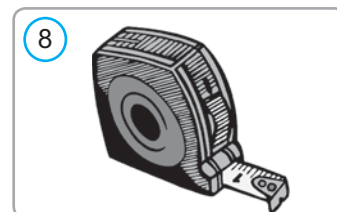
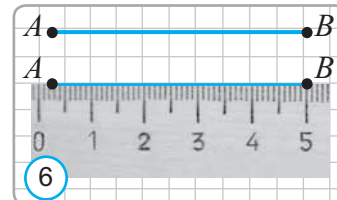
Depderde dürli kesimleriň uzynlyklaryny ölçemek üçin millimetrlil bölmelere eýe bolan okuw çyzgyjyndan (7-nji surat) peýdalandyňyz. Kesimleri tagtada çyzmak üçin santimetrli bölmelere eýe mekdep çyzgyjyndan peýdalanylýar. Ýeriň üstünde dürli ölçeg işlerini amala aşyrmak üçin lentaly ölçeg gural — ruletkadan (8-nji surat), meýdanda bolsa — meýdan sirkulyndan (9-njy surat) peýdalanylýar.



Mesele. Bir göni çyzykda ýatýan A , B we C nokatlar üçin $AB = 8 \text{ sm}$. $BC = 11 \text{ sm}$ bolsa, AC kesimiň uzynlygy nämä deň?

Çözülişi: Aşakdaky ýagdaýlara seredeliň:

1) A , B , C nokatlar a göni çyzykda 10-njy a suratda şekillendirilen tertipde ýerleşen bolsun.



Kesimlerin uzunlyklarynyň häsiýetine görä $AC = AB + BC = 8 + 11 = 19 \text{ sm}$ bolýar.

2) A, B we C nokatlar a göni çyzykda 10-nji b suratda şekillendirilen tertipde ýerleşen bolsun. Onda kesimiň uzunlygynyň häsiýetine görä $BA + AC = BC$, ýa-da $AC = BC - BA = 11 - 8 = 3 \text{ sm}$ bolýar.

3) C nokat 8-nji ζ suratdaky ýaly B we A nokatlaryň arasynda ýerleşip bilmeýär. Çünki $AB < BC$.

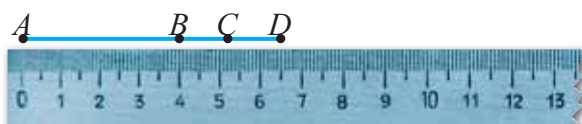
Diýmek, AC kesimiň uzunlygy nokatlaryň özara ýerleşişine garap 19 sm ýa-da 3 sm ga deň bolýar.

Jogaby: 19 sm ýa-da 3 sm .

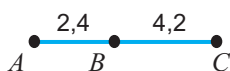


Sorag, mesele we ýumuşlar

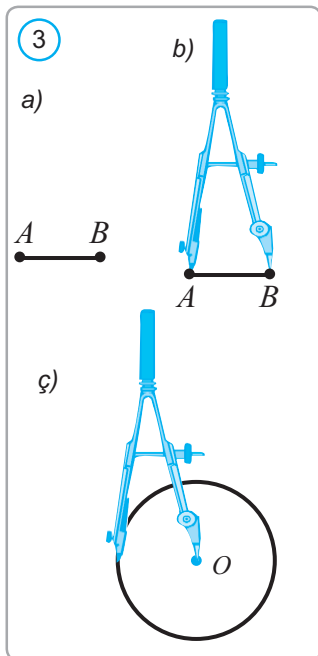
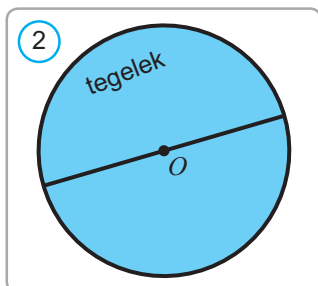
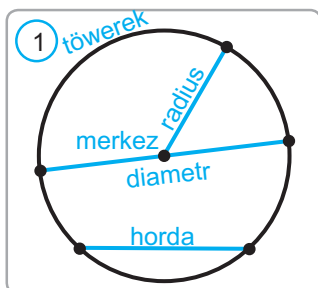
1. Kesimler nähili ölçelýär?
2. Kesimiň uzunlygynyň esasy häsiýetlerini aýdyň.
3. Aşakdaky suratdan AB, AC, AD, BC, BD, CD kesimleriň uzunlygyny anyklaň.



4. $AC = ?$
5. $AB = 3, AC = 2BC, BC = ?$
6. $AB = 24, BC = AC + 6, AC = ?$



7. Eger $B \in AC, AB = 7,2 \text{ sm}, AC = 2 \text{ dm}$ bolsa, BC -ni tapyň.
8. Eger $M \in AB, N \in AB, AB = 5, AM = 2,2$ we $BN = 3,6$ bolsa, MN -i tapyň.
9. Göni çyzykda göz çeni bilen, a) 3 sm ; b) 7 sm ; c) 10 sm bolan kesimi alyň. Soňky işi nähili derejede dogry ýerine ýetirendigiňizi çyzygç bilen barlaň.
10. Göni çyzykdaky A, B, C nokatlar üçin $AB = 600 \text{ m}, BC = 200 \text{ m}$ bolsa, AC -ni tapyň.
11. Göni çyzykdaky A, B, C we D nokatlar üçin $AB = 2, AC = CB, 2AD = 3BD$ bolsa, CD -ni tapyň.
12. Şöhle we uzynlyklary $AB = 1,2 \text{ sm}, CD = 2,8 \text{ sm}$ bolan kesimler berlen. Şu kesimlerden peýdalanyň şu şöhlä uzynlygy a) 4 sm ; b) $1,6 \text{ sm}$; c) $0,4 \text{ sm}$; d) $2,6 \text{ sm}$ bolan kesimleri goýuň.
13. Eger $AB = 9$ bolsa, AB kesimde C nokady, a) $AC - BC = 1$; b) $AC + BC = 11$; c) $AC + BC = 10$ bolar ýaly edip belgiläň.
- 14*. AB kesim berlen. Uzynlygy: a) $2AB$; b) $AB : 2$; c) $AB : 4$; d) $0,75AB$ bolan kesimleri gurun.
15. Göni çyzykdaky A, B, C nokatlar üçin $AB = 5,6 \text{ sm}, AC = 8,9 \text{ sm}$ we $BC = 3,3 \text{ sm}$ bolýandygy belli. A, B, C nokatlaryň haýsy biri galan ikisiniň ortasynda ýatýar?



Bir ýa-da birnäçe berlen häsiýetleri kanagatlandyran ähli nokatlardan ybarat şekile *nokatlaryň geometrik orný* diýilýär.

Nokatlaryň geometrik ornuna töwerek we tegelek mysal bolup biler.

Berlen nokatdan deň uzaklykda ýatýan nokatlardan ybarat figura *töwerek* diýilýär. Şu berlen nokada töweregiň *merkezi* diýilýär. Töweregiň islendik nokadyndan onuň merkezine çenli bolan uzaklyk töweregiň *radiusy* diýilýär (1-nji surat). Şeýle hem, töweregiň merkezini onuň islendik nokady bilen birleşdirýän kesime-de radius diýýäris. Töweregiň islendik iki nokadyny birleşdirýän kesime töweregiň *hordasy*, merkezden geçýän horda bolsa *diametr* diýilýär.

Tegelek diýip, tekizlikde berlen nokatdan berlen sandan uly bolmadyk aralykda ýatýan nokatlaryň geometrik ornuna aýdylýar. (2-nji surat) Berlen nokat tegelegiň *merkezi*, berlen san bolsa onuň *radiusy* diýlip atlandyrylýar.

Töwerek sirkulyň kömeginde çyzylýar. Merkezi berlen O nokatda, radiusy AB kesimden ybarat töweregiň sirkulyň kömeginde çyzylyşy 3-nji suratda görkezilen.

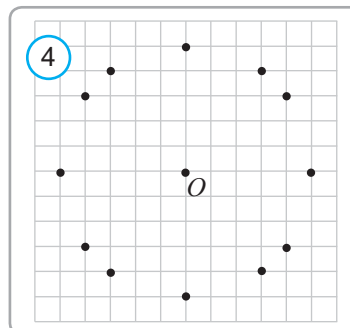
Töweregiň (tegelegiň) diametri merkezden geçýänligi üçin ol iki radiusdan ybarat bolýar (2-nji surat). Diýmek, diametriň uzynlygy iki radiusyň uzynlygyna deň.

Töweregi gözenek depderde sirkulsyz elde çyzmagyň usullary.

1. Gözenekli depdere 4-nji suratda görkezilişi ýaly edip, nokatlary belläň. Onda nokatlaryň ýerleşişine üns beriň.
2. Emele gelen 12 sany nokatlary yzygider ýaý şekilli çyzyk bilen birleşdiriň.

Netijede, merkezi O nokatda bolan töweregiň takmyny şekili emele gelýär. Bu usuly (nokatlaryň ýerini) ýatda saklaň. Ol size sirkul bolmadyk mahalynda töwerek çyzanda gerek bolar.

3. O nokatdan ynha şu 12 sany nokada çenli bolan aralyklaryň özara deňligini çyzgyjyň kömeginde barlap görüň.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Töwerege kesgitleme beriň we çyzgyda düşündiriň.
2. Töweregiň merkezi, radiusy, hordasy we diametri näme?
3. Töweregiň haýsy hordasy iň uzyn bolýar?
4. Sirkuly ulanmazdan töwerek çyzmagyň nähili usullaryny bilýärsiňiz?
5. Näme üçin arabanyň, welosipediň we awtomobilleriň tigirleri töwerek şeklinde?
6. Näme üçin guýylaryň gapagy kwadrat şeklinde däl-de, tegelek şeklinde bolýar?
7. Daş-töweregiňizde töwerege mysal bolýan 10 sanydan predmetleriň adyny ýazyň.
8. Töweregiň radiusy a) 18 mm; b) 45 sm; c) 2 m 11 sm bolsa, onuň diametrini tapyň.
9. Töweregiň hordasy diametrinden uzyn bolmagy mümkinmi? Näme üçin?
10. Tegelegiň diametri a) 10 sm; b) 7 sm; c) 1 m 14 sm bolsa, onuň radiusyny tapyň;
11. Merkezi berlen göni çzykda ýatýan radiusy: a) 5 sm -e b) 7 sm -e c) 4,6 sm -e deň töwerek çzyň.
12. Aşakdaky aňlatmalaryň haýsysy merkezi O nokatda, radiusy R -e deň bolan a) töwerege; b) tegelege degişli A nokady aňladýar: $OA = R$, $OA \leq R$, $AO > R$.
13. Töweregiň radiusyndan 65 sm uzyn bolan diametrini tapyň.
14. Radiusy 8 m bolan tegelegiň iň uly hordasyny tapyň.

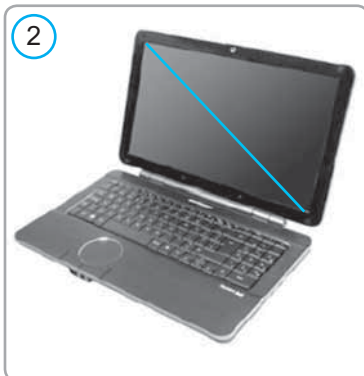


Ugrukdyryjy amaly gönükmeler

1. Eliňizdäki dersligiň boýuny, inini we galyňlygyny çyzgyjyň kömeginde ölçäň.
2. Eliňizdäki dersligiň bir listiniň galyňlygyny nähili ölçemek bolar? Çyzgyjyň kömeginde kerpijiň diagonalyny ölçäp bilersiňizmi?
3. Çen bilen synpdaşlaryňyzyň boýuny ölçäň we deňeşdiriň. Boýy iň uzyn synpdaşyňyzy anyklaň.
4. Garyşyňyzy çyzgyjyň kömeginde santimetrlerde ölçäň. Soň birnäçe predmetleriň ölçeglerini (partanyň inini, uzynlygyny we beýikligini, äpişgäniň beýikligini we inini, synp tagtasynyň boýy we inini) garyşlap ölçäň we santimetrlerde aňladyň.
5. Ädimiňiziň uzynlygyny ölçäň. Mekdep jaýynyň boýy we inini, sport meýdançasynyň boýy we inini ädimläp ölçäň we metrlerde aňladyň.
6. Özbegistanyň kartasyndan berlen masştaba görä dürli şäherleriň arasyndaky uzaklyklary tapyň (1-nji surat).

Garyşyňyzyň we ädimiňiziň uzynlygyny ölçäp, ýatda saklaň. Olary bilmek size gündelik durmuşda köp gerek bolar!

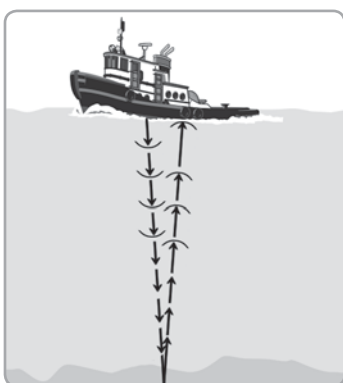
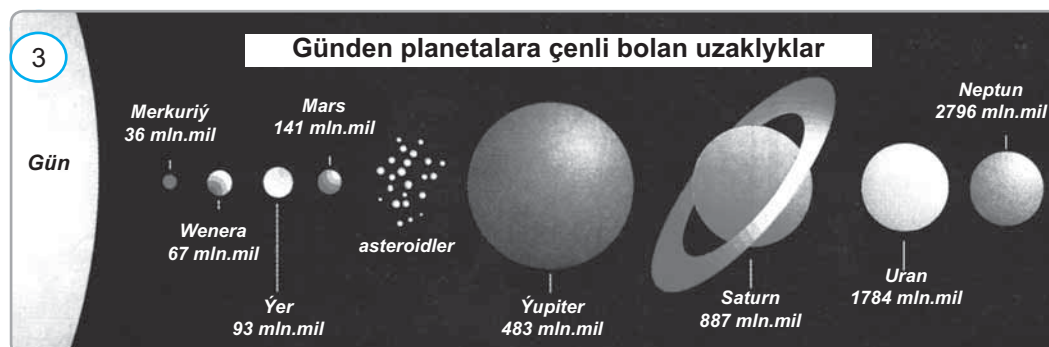




Köp döwletlerde halkara ölçeg birliklerinden daşary aşakdaky uzynlyk ölçeg birlikleri hem ulanylýar.

$$1 \text{ dýuým} = 2,54 \text{ sm}, \quad 1 \text{ mil} = 1,609 \text{ km}.$$

7. Telewizoryň we kompýuteriň monitorunyň diagonaly (2-nji surat) dýuýmlarda ölçelýär. Eger 1 dýuým 2,54 sm bolsa, 15, 17 we 19 dýuýmly monitoryň diagonalyny santimetrlerde aňladyň.
8. 3-nji suratda berlen maglumatlardan peýdalanyp, Ýerden Güne we başga planetalara çenli bolan uzaklygy tapyň we ony kilometrlerde aňladyň.
9. Eger bir çakyrymyaňladyň 900 metrdigi belli bolsa, Buhara we Samarkant şäherleriniň arasyndaky uzaklygy çakyrymlarda aňladyň.



Gyzykly mesele. Uzaklygy ses bilen ölçemek. Deňizde ýüzýän gämi üçin deňziň çuňlugyny bilmek örän möhüm hasaplanýar. Onuň üçin deňziň düýbüne ses signaly iberilýär we sesiň deňziň düýbüne urlup näçe wagtda gaýdyp gelendigi ölçelýär. Şu wagtyň ýarysyny sesiň suwdaky tezligi — 500 m/s-a köpeldip deňziň düýbünüň çuňlugy kesgitlenilýär.

Eger bu wagt 3 sekuntdan ybarat bolsa, deňziň düýbünüň çuňlugy näçe metr?



Burç diýip nokat we ondan çykýan iki şöhleden ybarat figura aýdylýar.

Burçy emele getiren şöhlelere **burçuň taraplary**, olaryň umumy başlangyjyna bolsa **burçuň depesi** diýilýär. 1-nji suratda burç şekillendirilen. Onda O nokat burçuň depesi, OA we OB şöhleler bolsa onuň taraplarydyr. Bu burç " $\angle AOB$ " ýa-da " $\angle BOA$ " ýaly belgilenýär we " AOB burç" ýa-da " BOA burç" diýlip okalýar. Beýle ýazuwda burçuň depesi hemişe ortada ýazylýar. Şeýle hem, bu burç gysgaça " $\angle O$ " ýaly hem belgilenip, " O burç" diýlip okalýar. Çyzgyda burçy tapawutlandyryp görkezmek üçin, käte onuň iki tarapy 1-nji suratda görkezilişi ýaly edilip ýaý şekilli çyzyk bilen utgaşdyrylýar.



Ýazgyn burç diýip taraplary bir göni çyzygyň üstünde ýatýan burça aýdylýar.

2-nji suratda ýazgyn burçlar şekillendirilen.

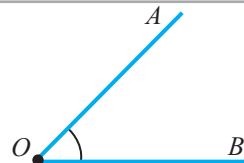
Ýazgyn burçdan tapawutly O burç berlen bolsun. Depeleri şu burçuň taraplarynda bolan käbir AB kesime seredeliň (3-nji surat).

Eger burçuň depesinden çykýan OC şöhle (3-nji surat) AB kesimi kesip geçse, bu şöhläni **burçuň taraplarynyň arasyndan geçýär** diýýäris. Burçuň taraplarynyň arasyndan geçýän şöhle ony iki burça bölýär.

O burç ýazgyn bolanda, onuň depesinden çykýan we taraplaryndan tapawutly islendik şöhläni onuň taraplarynyň arasyndan geçýär, diýýäris.

Görnüşü ýaly, 4-nji suratda şekillendirilen O burç tekizligi iki bölege bölýär.

1

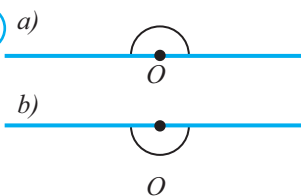


$\angle AOB$ — AOB burç

O — burçuň depesi

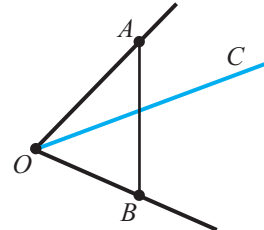
OA , OB şöhleler — burçuň taraplary

2



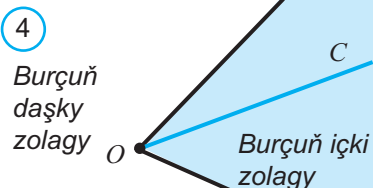
$\angle O$ — ýazgyn burç

3



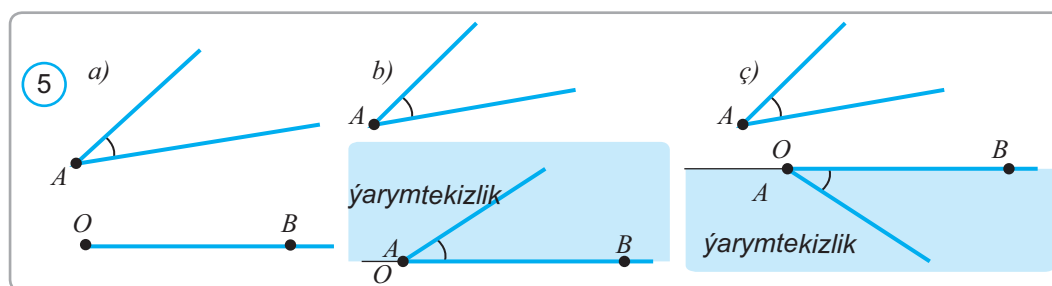
OC — burçuň taraplarynyň arasyndan geçýän şöhle.

4



Tekizligiň burçuň taraplarynyň arasyndan geçýän käbir şöhle ýatýan bölegine *burçuň içki zolagy* diýilýär, ikinjisine bolsa *burçuň daşky zolagy* diýilýär.

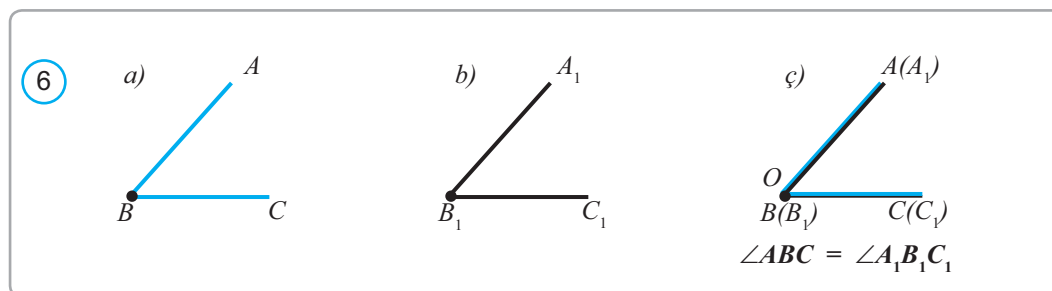
Islendik OB şöhle we ýazgyn bolmadyk A burç berlen bolsun (5-nji *a* surat). Mälim bolşy ýaly, OB şöhle ýatýan göni çyzyk tekizligi iki ýarymtekizlige bölýär. Görnüşi ýaly, A burça deň, bir tarapy OB şöhle bilen üstme-üst düşýän, ikinji tarapy berlen ýarymtekizlikde ýatýan burçy goýmak mümkin (5-nji *b*, *ç* suratlar). Muňa başgaça "burçy şöhleden ýarymtekizlige goýmak" diýilýär.



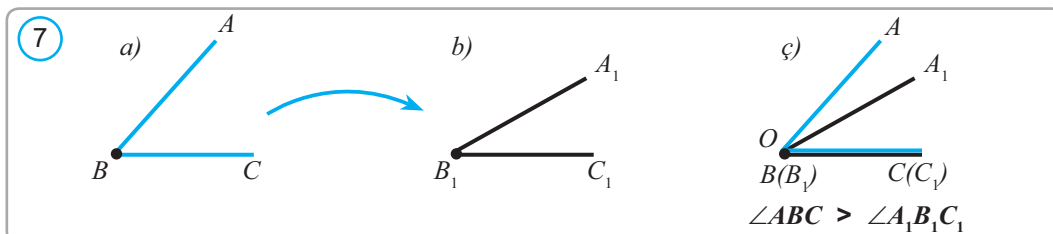
Şekilde burçlaryň deňligi birmeňzeş sandaky dugalar bilen belgilenýär.

A Islendik şöhleden başlap berlen ýarymtekizlige berlen ýazgyn däl burça deň ýeke-täk burçy goýmak mümkin.

Iki burçy özara deňeşdirmek üçin, bu burçlar käbir şöhleden başlap berlen ýarymtekizlige goýulýar. Soňra, aşakdaky ýagdaýlardan haýsy biriniň ýüze çykyşyna garap, burçlaryň özara deňligi ýa-da uly-kiçiligi hakynda netije çykarylýar:



ABC we $A_1B_1C_1$ burçlary O şöhleden berlen ýarymtekizlige goýanymyzda (6-njy *ç* surat) BA tarap B_1A_1 tarap bilen, BC tarap bolsa B_1C_1 tarap bilen üstme-üst düşýär. Bu ýagdaýda, ABC burç $A_1B_1C_1$ burça *deň* diýilýär we bu deňlik $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ ýaly aňladylýar.



7-nji ϵ suratda şekillendirilen ýagdaýda, ABC burç $A_1B_1C_1$ burçdan **uly** diýilýär we $\angle ABC > \angle A_1B_1C_1$ ýaly aňladylýar. Şeýle hem, bu ýagdaýda $A_1B_1C_1$ burç ABC burçdan **kiçi** diýilýär we $\angle A_1B_1C_1 < \angle ABC$ ýaly aňladylýar.



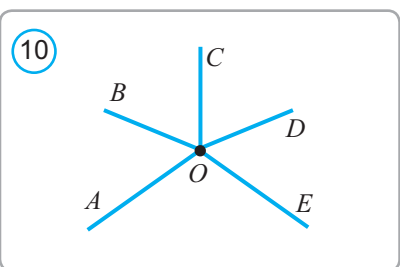
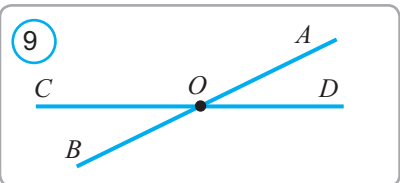
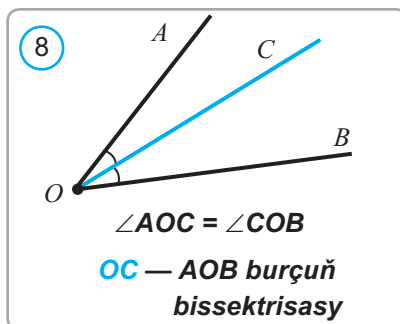
Burçuň bissektirisasy diýip burçy deň iki burça bölýän şöhle aýdylýar.

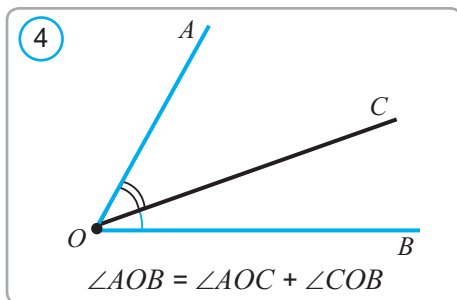
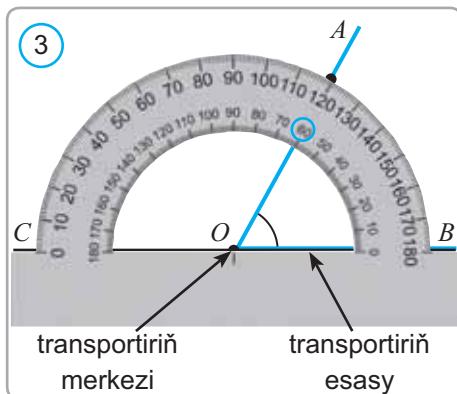
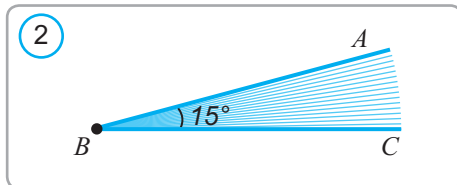
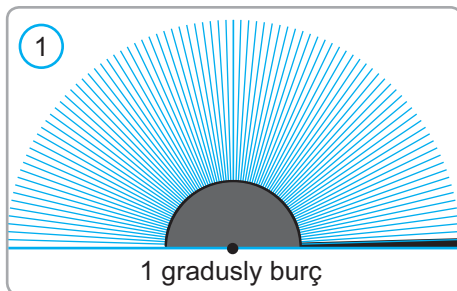
8-nji suratda AOB burçuň OC bissektirisasy şekillendirilen.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Burç diýip nämä aýdylýar we ol nähili belgilenýär?
2. Ýazgyn burç näme?
3. Burç tekizligi nähili bölekler bölýär?
4. 9-njy suratda şekillendirilen burçlary anyklaň we olary ýazyň.
5. 10-njy suratda näçe burç bar? Olara at dakyp depderiňize ýazyň.
6. "Burçy şöhleden berlen ýarymtekizlige goýmak" diýende nämäni düşüňärsiňiz?
7. Haçan burçlar özara deň bolýar?
8. Haçan bir burç ikinjisinden uly ýa-da kiçi bolýar?
9. Burçuň bissektirisasyna kesgitleme beriň.
10. $\angle AOB$ berlen. Aşakdaky deňlikler dogrumy? $\angle AOB = \angle BOA$; $\angle AOB = \angle ABO$; $\angle AOB = \angle OAB$.





Ýazgyn burç onuň taraplarynyň arasynda ýatýan şöhleler bilen 180 sany deň burça bölünen bolsun (1-nji surat). Şu burçlardan birini ölçeg birligi — *birlik burç* hökmünde almak kabul edilen. Onuň burç ululygyna *bir gradus* diýilýär we 1° diýlip belgilenýär. Islendik burçuň gradus ölçegini şu birlik esasynda kesgitlemek bolar. *Burçuň gradus ölçegi* burçuň içki zolagyna näçe birlik burçuň we onuň bölekleriniň ýerleşýändigini görkezýär.

2-nji suratda şekillendirilen ABC burç 15° -a deň. Çünki onuň içki zolagyna 15 sany birlik burç ýerleşýär.

A Islendik burç berlen gradus ölçegine eýe bolup, onuň bahasy položitel san bilen aňladylýar. Ýazgyn burçuň gradus ölçegi 180° -a deň.

Burçlaryň gradus ölçegi *transportir* diýlip atlandyrylýan guralyň kömeginde ölçelýär. Transportir bilen siz aşaky synplarda tanşypdyňyz. Onuň şkalaly ýaý şekilli bölege çyzyjaklar bilen 180 sany deň bölege bölünen bolup, her bir bölek bir gradusy aňladýar. 3-nji suratda transportiriň kömeginde burçuň ölçelişi görkezilen. Suratda görşüňiz ýaly, AOB burçuň ululygy 60 gradusa deň we bu $\angle AOB = 60^\circ$ ýaly ýazylýar. Görnüşi ýaly, birmeňzeş gradus ölçegine eýe burçlar özara deň bolýar, we tersine özara deň burçlaryň gradus ölçegleri-de deň bolýar. Uly burçuň gradus ölçegi hem uly bolýar we tersine.

Burçlary ölçemekde gradusyň ülüşlerinden hem peýdalanylýar. 1° -yň $1/60$ bölegi «*minut*», $1/3600$ bölegi «*sekunt*» diýlip atlandyrylýar we degişlilikde «'» we «"» ýaly belgilenýär. Meselem, ululygy 45 gradus 38 minut 59 sekunda deň burç $45^\circ 38' 59''$ ýaly ýazylýar. Görnüşi ýaly, $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

Goý, AOB burç berlen bolup, onuň taraplarynyň arasynda ýatýan islendik OC şöhle ony AOC we COB burçlara bölýän bolsun (4-nji surat). Onda AOB burçuň gradus ölçegi AOC we COB burçlaryň gradus ölçegleriniň jemine deň bolýar:

$$\angle AOB = \angle AOC + \angle COB.$$

Bu häsiýeti aşakdaky ýaly aňlatmak bolar:

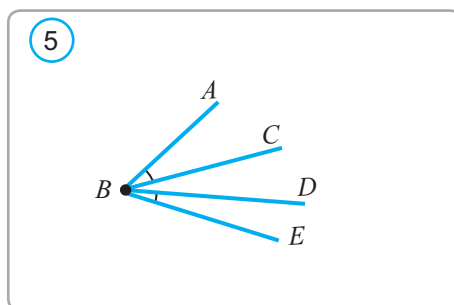
A Burçuň gradus ölçegi, burçuň taraplarynyň arasyndan geçýän islendik şöhläniň bölen burçlary gradus ölçegleriniň jemine deň.

1-nji mesele. Eger 5-nji suratda $\angle ABC = \angle DBE$ bolsa, $\angle ABD = \angle CBE$ bolýandygyny görkeziň.

Çözülişi. Berlen $\angle ABC = \angle DBE$ deňligiň iki tarapyna-da $\angle CBD$ -ni goşýarys:
 $\angle ABC + \angle CBD = \angle CBD + \angle DBE$

Ýöne, $\angle ABC + \angle CBD = \angle ABD$ we
 $\angle CBD + \angle DBE = \angle CBE$.

Diýmek, $\angle ABD = \angle CBE$.



Berlen şöhlä berlen gradus ölçegli burçy goýmagyň amaly usuly:

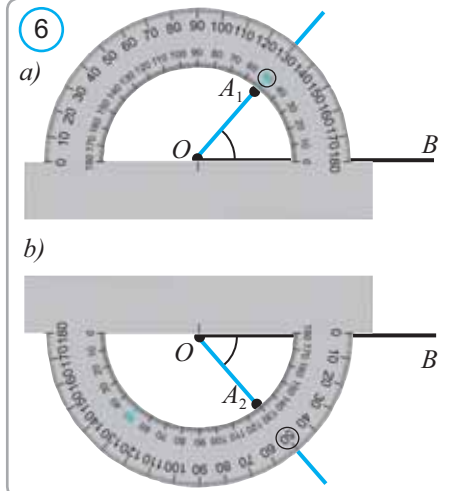
1. Islendik OB şöhle çyzylyp alynýar.
2. Transportiriň esasy berlen OB şöhläniň üstüne, merkezini bolsa O nokada 6-njy suratda görkezilişi ýaly edilip goýulýar.
3. Transportiriň şkalasyndan burçuň berlen gradus ölçegini görkezýän bölmesi tapylýar we onuň garşysyna $A_1(A_2)$ nokat goýulýar.
4. O we $A_1(A_2)$ nokatlar arkaly şöhle geçirilýär. Netijede berlen gradus ölçegli A_1OB (A_2OB) burç emele gelýär.



2-nji mesele. Berlen OB şöhlä 50° -ly burçy goýuň.

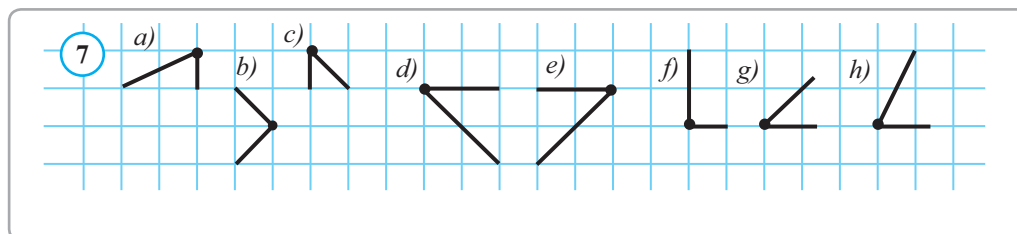
Çözülişi. OB göni çyzyk tekizligi iki sany ýarymtেকizlige bölýändigine mälim. Transportiriň esasyňy OB şöhläniň üstüne, merkezini bolsa O nokada 2 usulda goýup, onuň şkalasynda 50° -a laýyk gelýän bölünme tapylýar we burçlar gurylýar. Diýmek, berlen şöhleden her bir ýarymtেকizlige bir sanydan 50° -ly burçy goýmak mümkin (6-njy surat):

$$\angle A_1OB = \angle A_2OB = 50^\circ.$$

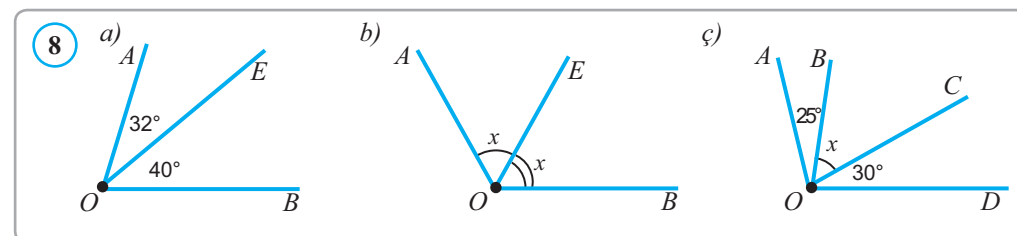


Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Burçuň gradus ölçegi diýip nämä aýdylýar?
2. Ýazgyn burç näçe gradus?
3. 1° -a deň burç diýende nähili burça düşünyärsiňiz?
4. Iki burçuň gradus ölçegleri deň bolsa, olar deň bolarmy?
5. 7-nji suratda şekillendirilen burçlardan deň burçlary anyklaň.

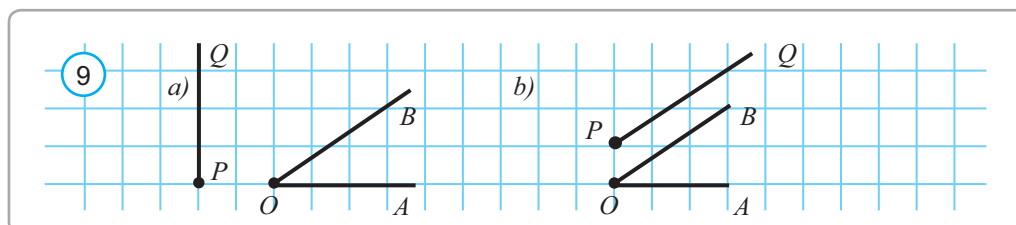


6. Transportiriň kömeginde 10° , 30° , 70° , 100° we 160° -ly burçlary guruň.
7. a) $\angle AOB = ?$ (8-nji a surat); b) $\angle AOB = 120^\circ$, $x = ?$ (8-nji b surat);
ç) $\angle AOD = 105^\circ$, $x = ?$ (8-nji ç surat).



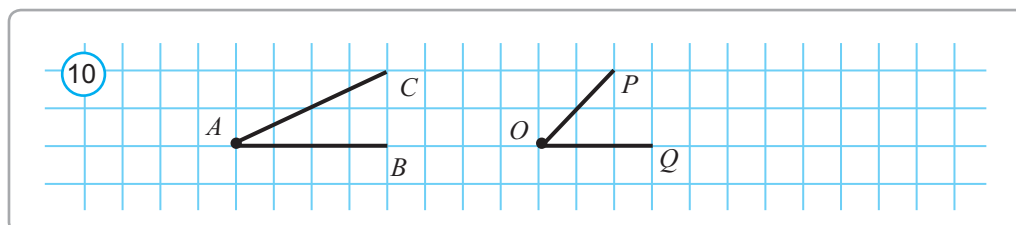
8. Berlen AB şöhlä 150° -ly OAB burçy goýuň.

9. PQ şöhlä AOB burçlary goýuň (9-njy surat).



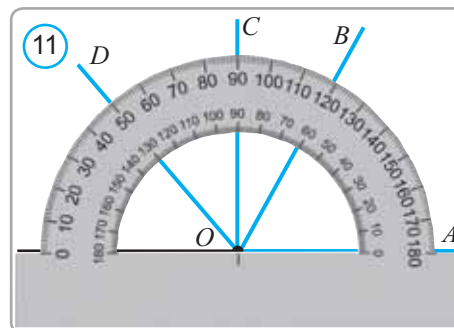
10. Umumy tarapa eýe bolan 60° -lyk we 120° -lyk burçlary guruň. Nähili burç emele geldi?

11. 10-njy suratda şekillendirilen burçlardan haýsysy uly?



12. Eger a) $\angle AOE = 20^\circ$, $\angle EOB = 40^\circ$, $\angle AOB = 60^\circ$; b) $\angle AOE = 80^\circ$, $\angle EOB = 120^\circ$; c) $\angle AOE > \angle AOB$ bolsa, OE şöhle $\angle AOB$ taraplarynyň arasyndan geçermi?

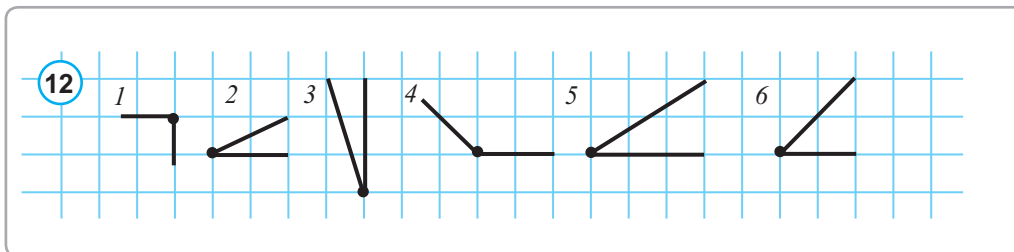
13. Depderiňize şöhle çyzyň we oňa göz çeni bilen ýönekeý çyzgyjyň kömeginde 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90° , 120° we 150° -lyk burçlary goýuň. Soňra emele gelen burçlary transportiriň kömeginde ölçäň we nähili dogry çyzandygynyzy barlaň. Gönükmäni gaýtalaň.



14. Strelkaly sagatda a) 3.00; b) 6.00 bolanda sagat we minut milleriniň emele getiren burçunyň näçe gradusa deň bolýandygyny anyklaň.

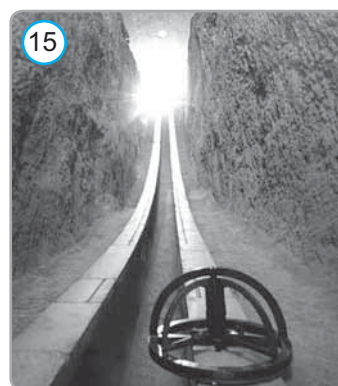
15. 11-nji suratdan peýdalanyň AOB , AOC , AOD , BOC , BOD we COD burçlaryň gradus ölçegini anyklaň.

16. 12-nji suratda şekillendirilen burçlaryň nomerlerini olaryň gradus ölçegleri artýan tertipde ýazyň.

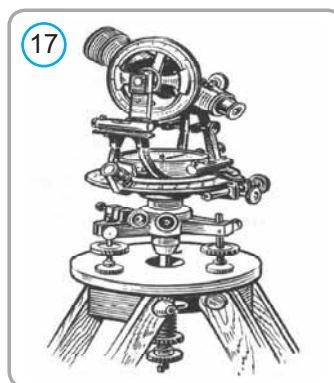
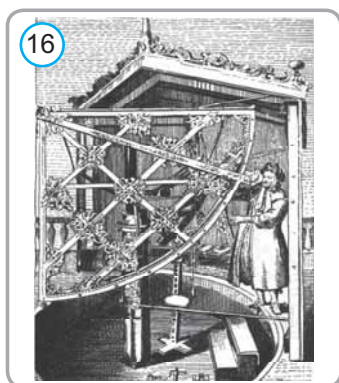


Taryhy maglumatlar

Astrolyabiya (Asturlob) – burç ölçeýän gural bolup, ol gadymky grek astronomy Gipparh tarapyndan eramyzdan 180–125 ýyl öň açyş edilipdir (13-nji surat). Görnüşi gaty ýönekeý bolan bu guralda onlarça ölçeş işlerini ýerine ýetirmek mümkin bolupdyr. Samarkantdaky Ulugbek observatoriýasynda hem burç ölçemek işleri alnyp barylýpdyr. Bu ullakan silindr şeklindeki üç gatly edilip gurlan observatoriýada ençeme gurluşlar we esbaplar bolupdyr (14-nji surat). Olaryň iň esasy synyň ölçeği we geometrik çözüwüne görä çäksiz bolan dik kwadrant hasaplanýar. Onuň radiusy 42 m bolupdyr! Ulugbek bu gurluşyň kömeginde 1018 sany ýyldyzyň kosmosdaky ornuny iňňän takyklykda ölçäp, özüniň "Ziji jadidi Kuragany" eserinde getiripdir. 15-nji suratda onuň ýeriniň astynda sak-



lanyp, şu güne çenli ýetip gelen bölegi şekillendirilen. 16-njy suratda ýewropaly alymlar teleskopy oýlap tapanlaryndan öňki peýdalanylan kwadrant şekillendirilen. Ol Ulugbekiň kwadrantyndan ep-esli kiçi elbetde. Häzirki ýer ölçemek işlerinde ýokary takyklyga eýe bolan teodolit (17-nji surat) diýen gural ulanylýar.



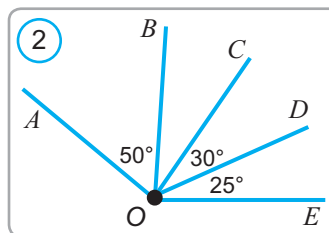
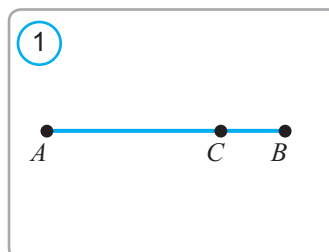
10 1-nji barlag işi

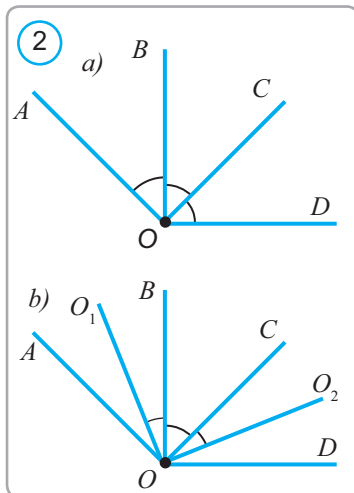
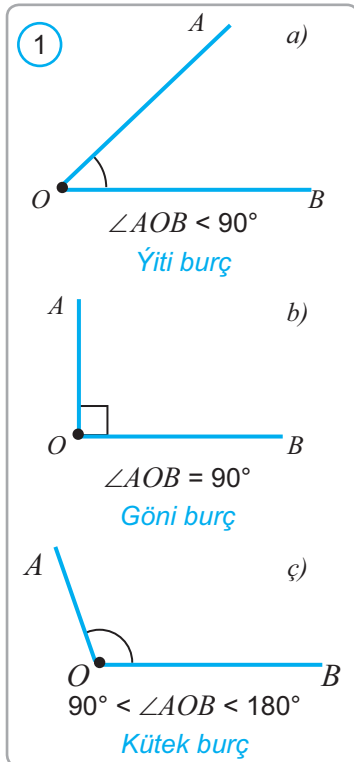
Nusga barlag işi iki bölümden ybarat bolýar:

I. Nazary bölüm. Şu wagta çenli öwrenilen geometrik şekilleri sanap geçiň. Olara kesgitleme beriň we olaryň häsiýetlerini ýazyň.

II. Amaly bölüm. Aşakdaky meseleleri çözüň (4-nji mesele “oňat” baha almakçy bolan okuwçylara niýetlenilendir):

1. Bir göni çyzykda ýatýan A , B we C nokatlar üçin $AB = 9 \text{ sm}$, $AC = 12 \text{ sm}$ bolsa, BC kesimiň uzynlygy nämä deň?
2. $AB = 48$, $AC = 3BC$, $BC = ?$ (1-nji surat)
3. Eger 2-nji suratda $\angle AOE = 140^\circ$ bolsa, $\angle BOC$ burçuň gradus ölçegini tapyň.
- 4*. Sagat 5.00 bolanda sagat we minut milleri (strelkalary) emele getiren burç näçe gradus bolar?





Öňki derslerde nygtalyşy ýaly, ýazgyn burçuň gradus ölçegi 180° -a deň. Muny gysgaça: “**Ýazgyn burç 180° -a deň**” diýip hem aýdýrys. Burçlar ululygyna garap görnüşlere bölünýärler: Eger burçuň gradus ölçegi 90° -dan kiçi bolsa (1-nji a surat), **ýiti burç**, 90° -a deň bolsa (1-nji b surat), **göni burç**, 90° bilen 180° arasynda bolsa (1-nji c surat), **kütek burç** diýilýär.

Çyzgyda burçuň göni burçdugyny görkezmek üçin aýratyn, 1-nji b suratdaky ýaly belgilenýär.



Mesele. Eger $\angle AOD = 135^\circ$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$ bolsa (2-nji a surat),

- a) çyzgyda näçe ýiti, kütek we göni burç bar?
b) AOB we COD burçlaryň bissektisalarynyň arasyndaky burçy tapyň.

Çözülişi: a) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \alpha$ bolsun. Onda, burçlary ölçemegiň esasy häsiýetine görä, $\angle AOD = \alpha + \alpha + \alpha = 135^\circ$. Bu ýerde $\alpha = 45^\circ$. Diýmek, $\angle AOC = 2\alpha = 90^\circ$, $\angle BOD = 2\alpha = 90^\circ$. Şeýlelikde, çyzgyda 3 sany ýiti, 2 göni we 1 sany kütek burç bar.

b) OO_1 we OO_2 — laýyk bissektisalar bolsun (2-nji b surat). $\angle AOB = \angle COD = 45^\circ$ bolany üçin, burçuň bissektisalarynyň kesgitlemesine görä,

$$\angle O_1OB = \angle O_2OC = \frac{\alpha}{2} = 22,5^\circ.$$

Gözlenýän burç bolsa,

$$\begin{aligned} \angle O_1OO_2 &= \angle O_1OB + \angle BOC + \angle COO_2 = \\ &= \frac{\alpha}{2} + \alpha + \frac{\alpha}{2} = 2\alpha = 90^\circ, \end{aligned}$$

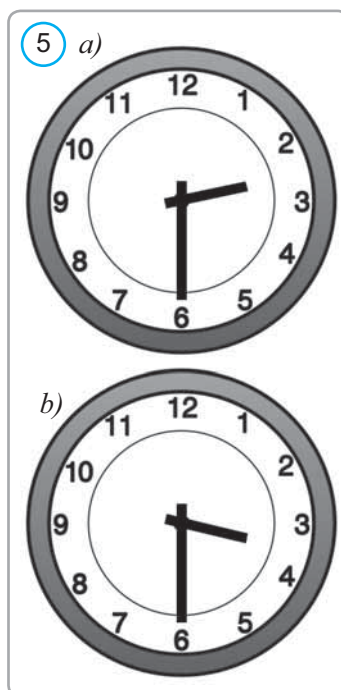
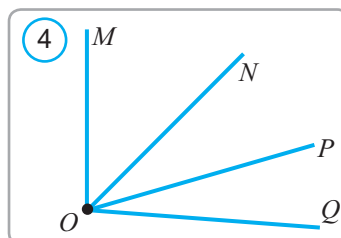
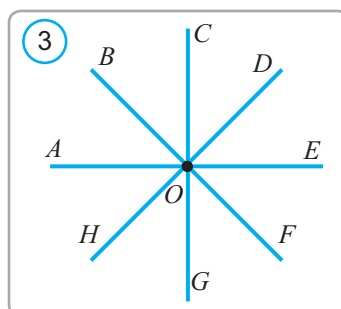
ýagny O_1OO_2 — göni burç.

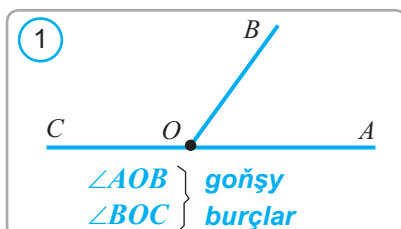
Ýatlatma. Adatça burçlaryň ölçegleri grek elipbiýiniň kiçi α (alfa), β (beta), γ (gamma), ... harplary bilen belgilenýär.



Sorag, mesele we ýumuşlar

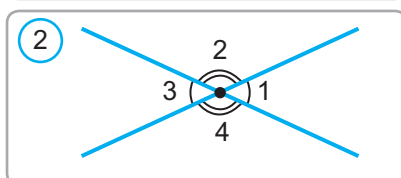
1. Nähili burça göni burç diýilýär? Daş-töweregiňizden göni burça mysallar getirň.
2. Ýiti we kütäk burçlar bir-birinden nähili tapawutlanýar?
3. Üç sany burç çyzyň. Olary deňişlilikde $\angle AOB$, $\angle MNL$, $\angle PQR$ bilen belgiläň. Transportirde olary ölçäň we görnüşlerini anyklaň.
4. OA şöhle çyzyň. Transportiriň kömeginde gradus ölçegi deňişlilikde 25° , 72° we 146° bolan AOB , AOC we AOD burçlary gurun.
5. Göni burçuň bissektirisasy onuň tarapy bilen nähili burçy emele getirýär?
6. 3-nji suratda näçe: a) ýiti; b) kütäk; c) göni; d) ýazgyn burç bar?
7. 4-nji suratda näçe ýiti we näçe kütäk burç bar?
8. Kagyz listini epläp göni burç emele getirip bilersiňizmi?
9. Haçan sagadyň sagat we minut milleri göni burç emele getirýär?
10. Sagadyň sagat mili: a) 1 sagatda; b) 6 sagatda; c) 2 minutda näçe gradusa aýlanýar?
11. Sagadyň minut mili: a) 1 minutda; b) 5 minutda; c) 0,5 sagatda näçe gradusa gyşarýar?
- 12*. Sagat: a) 14^{30} ; b) 15^{30} bolanda sagat we minut milleriniň emele getiren burçuny anyklaň (5-nji surat).
13. AOB burç OC , OD we OE şöhleler bilen deň dört burça bölünen. Şu şöhleler haýsy burçlaryň bissektrisalary bolýar?





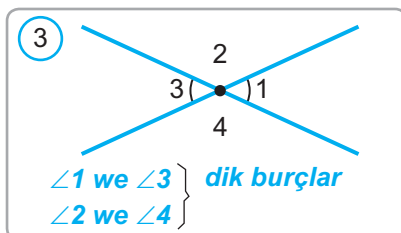
Goňşy burçlar diýip, bir sanydan tarapy umumy, galan taraplary göni çyzygy emele getirýän burçlar jübütine aýdylýar.

1-nji suratda AOB we BOC goňşy burçlar şekillendirilen.



Ugrukdyryjy gönükme

- Goňşy burçlaryň jeminiň ýazgyn burç bolýandygyny görkeziň.
- Eger goňşy burçlar özara deň bolsa, olaryň göni burç bolýandygyny görkeziň.
- 2-nji suratda şekillendirilen, iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ we $\angle 4$ burçlardan haýsylary özara goňşy burçlaryň jübütini emele getirýär?



Goňşy burçlaryň kesgitlemesine görä aşakdaky häsiýeti yerliklidir. Onuň dogrudygyny özbaşdak barlaň.

Häsiýeti. Goňşy burçlaryň jemi 180° .



Dik burçlar diýip, iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen we özara goňşy bolmadyk burçlaryň jübütine aýdylýar.

3-nji suratdaky $\angle 1$ we $\angle 3$ dik burçlardyr. Şeýle-de, $\angle 2$ we $\angle 4$ hem dik burçlar jübütini emele getirýär.

Indi dik burçlaryň aşakdaky häsiýetini subut edýäris.

Häsiýeti. Dik burçlar özara deň.

Goý, $\angle 1$ we $\angle 3$ dik burçlar berlen bolsun (3-nji surat). $\angle 1 = \angle 3$ bolýandygyny subut edýäris.

Subudy: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, çünki $\angle 1$ we $\angle 2$ goňşy burçlardyr.

$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, çünki $\angle 2$ we $\angle 3$ -ler hem goňşy burçlardyr.

Şu iki deňlikden $\angle 1 + \cancel{\angle 2} = \cancel{\angle 2} + \angle 3$, ýagny $\angle 1 = \angle 3$ alarys.

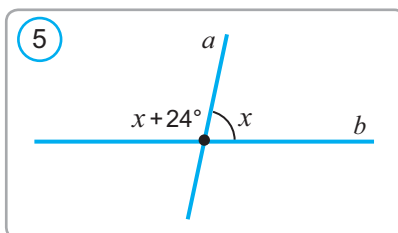
Häsiýet subut edildi.

Şeýlelikde, iki göni çyzyk kesişende dik we goňşy burçlar emele gelýär. Mälim bolşy ýaly, goňşy burçlar jübüti özara ýazgyn burçy düzýär. Olaryň biri 90° -dan uly bolsa, ikinjisi 90° -dan kiçi bolýar. Goňşy burçlardan kiçisiniň gradus ölçegi göni çyzyklaryň arasyndaky burç diýlip kabul edilen. 4-nji suratdaky göni çyzyklaryň arasyndaky burç 30° -y düzýär. Muny başgaça "göni çyzyklar 30° -ly burç astynda kesişýärler", diýip hem aýdýarys.



Mesele. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan biri ikinjisinden 24° uly bolsa, şol burçlary tapyň.

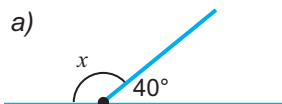
Çözülişi. Mälim bolşy ýaly, iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlar goňşy ýada dik burçlar bolýar (5-nji surat). Dik burçlar özara deň bolýar. Diýmek, meseläniň şertinde berlen burçlar goňşy burçlar eken. Olaryň birini (kiçisini) x bilen belgilesek, ikinjisi $x+24^\circ$ -e deň bolýar. Goňşy burçlaryň häsiýetine görä, $x+x+24^\circ=180^\circ$. Mundan $x=78^\circ$ we $x+24^\circ=102^\circ$ bolýandygyny anyklaýarys. Diýmek, a we b göni çyzyklar kesişende 78° , 102° , 78° we 102° -ly burçlar emele gelýär. **Jogaby:** 78° , 102° , 78° we 102° .



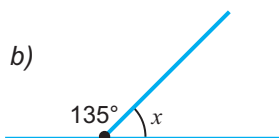
Sorag we meseleler

1. Nähili burçlara goňşy burçlar diýilýär?
2. Goňşy burçlaryň jemi nämä deň? Jogabyňyzy düşündiriň.
3. Goňşy burçlaryň özara deň bolmagy mümkinmi?
4. Dik burçlar näme? Çyzgyda görkeziň.
5. Dik burçlaryň esasy häsiýetini düşündiriň.
6. 20° , 30° , 45° , 90° -ly burçlara goňşy bolan burçlary tapyň.
7. Eger goňşy burçlaryň biri ikinjisinden üç esse uly bolsa, olary tapyň.
8. Goňşy burçlaryň ikisi-de: a) ýiti; b) göni; c) kütäk burçlar bolup bilermi?
9. Eger iki burç deň bolsa, olara goňşy bolan burçlar hem deň bolarmy?
10. Näbelli x burçy tapyň.

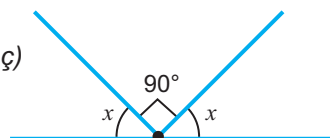
a)



b)

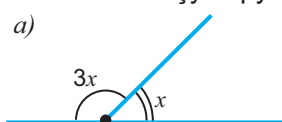


c)

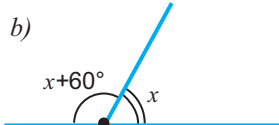


11. Näbelli x burçy tapyň.

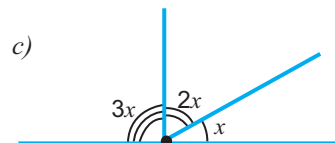
a)



b)



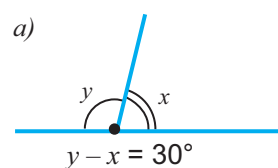
c)



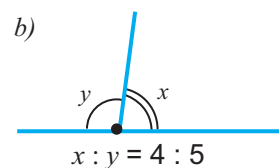
12. Eger goňşy burçlaryň gradus ölçegleriniň gatnaşygy a) 2:7; b) 11:25; c) 1:9 bolsa, olary tapyň.

13. Figuraga garap mesele düzüň we ony çözüň.

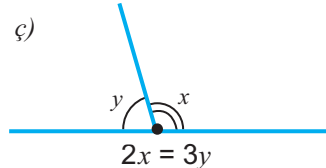
a)



b)



c)



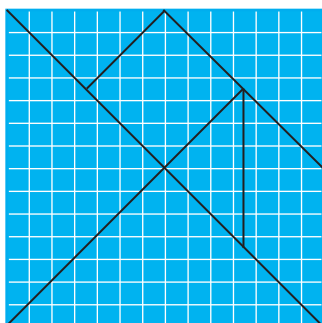
14. Eger iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan biri 40° bolsa, galan burçlary tapyň.

15. "Eger burçlar deň bolsa, olar dik burçlar bolýar", — diýen tassyklama hemişe dogrumy?



Geometrik tapmaça

6



"Tangram" atly hytaý oýnawajyny ýasaň. Onuň üçin 6-njy suratda görkezilişi ýaly, kwadrat kagyza çyzyň we ony ýedi bölege bölüp, gyrkyp alyň.

Soňra "Tangram" bölejikleriniň hemmesinden peýdalanyp, 7-nji suratda şekillendirilen figuralary alyň.

a)



b)

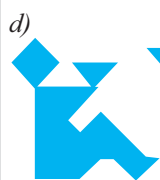


c)



7

d)



e)



ä)



f)



g)



h)



i)



Biz köp geometrik figuralar we olaryň häsiýetleri bilen tanyşdyk. Meselem, geçen dersde dik burçlar bilen tanyşdyk we olaryň özara deň bolýandygyny görkezdik. Ýadyňyzda bolsa, bu häsiýet bilen ýöne tanyşman, eýsem ony subut etdik: “Dik burçlar deň” diýen tassyklamanyň dogrudygyny pikir ýöretmek arkaly esaslandyrdyk. Bu “subut” düşüňjesi bilen ilkinji tanyşlykdy. Geometriýa birinji bolup “subut” düşüňjesini alyp giren grek alymy Fales hasaplanýar.

Käbir tassyklamanyň dogrudygyny mantyky pikirlenme arkaly getirip çykarmaga **subut** diýilýär. Dogrulygy subut etmek ýoly bilen esaslandyrylýan tassyklama bolsa **teorema** diýilýär. Teorema adatda şert we netije bölümlerinden ybarat bolýar. Şert bölümünde nämeleriň berlendigi, netije bölümünde bolsa nämäni subut etmelidigi beýan edilýär. Meselem, aşakdaky teoremany alalyň:



Teorema. Eger goňşy burçlar özara deň bolsa, olaryň ikisi-de göni burç bolýar.

Bu teoremanyň *şert bölegi*, “özara goňşy burçlaryň deňligi” bolsa, netije bölegi “olaryň göni burç bolýar” diýeninden ybarat. *Teoremany subut etmek* – onuň şertinden peýdalanyňp, şu wagta çenli belli maglumatlara daýanyňp, pikir ýöredip, netije bölümünde aňladylan tassyklamanyň dogrudygyny getirip çykatrmakdyr. Teoremanyň şert we netije bölümlerini kesgitlemek teoremany aýdyňlaşdyrýar, ony düşüňmegi we subut etmegi ýeňilleşdirýär. Şu sebäpli teoremany subut etmekden öňürti ony şert we netije bölümlere bölüp, täzeden ýazyp almak maksada laýyk bolýar. Meselem, ýokarda getirilen teoremany aşakdaky görnüşde täzeden ýazyp almak bolar:

Berlen: $\angle A$ we $\angle B$ goňşy burçlar,
 $\angle A = \angle B$

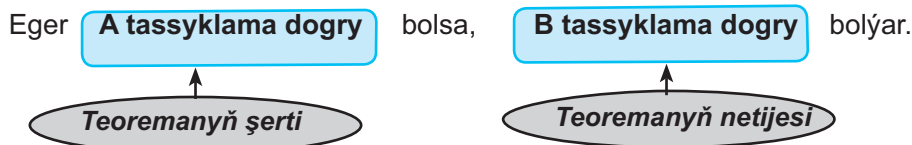


Subut etmeli:
 $\angle A = \angle B = 90^\circ$

Teoremanyň şerti

Teoremanyň netijesi

Umuman alanda, teoremany şert we netije bölümlerine bölüp, aşakdaky shema görnüşinde şekillendirmek bolar:



Başlangyç düşünjeler we aksiomalar. Nokat, göni çyzyk we tekizlik ýaly düşünjeler geometriýanyň başlangyç düşünjeleri hasaplanýar. Olara kesgitleme bermedik. *Geometriýanyň başlangyç düşünjeleri* kesgitlemesiz gönüden-göni girizilýän düşünjelerdir. Geometriýany bir bina diýip alsak, bu düşünjeler onuň binýadydyr. Başlangyç düşünjeler esasynda başga täze figura we düşünjeler hakynda düşündiriş berilýär, ýagny olar *kesgitlenýär*. Derslikde kesgitlemeler  belgisi bilen berlen, çünki olar geometriýany öwrenmekde möhüm orun tutýar.

Şeýle hem, şu wagta çenli nokat, göni çyzyk we tekizligiň öz-özünden aýdyň bolan ençeme häsiýetlerini hem subutsyz, gönüden-göni kabul etdik. Şeýle häsiýetlere **aksiomalar** diýilýär. Eger üns beren bolsaňyz, derslikde ähli aksiomalar esasy tekstden aýratynlandyrylyp,  belgisi astynda berlen. Şu wagta çenli tanyşylan aksiomalara mysallar getirýäris (galanlaryny dersligiň sahypalaryndan tapyp, ýazyň):

1. *Tekizlikdäki göni çyzyk nähili alynsa-da, şu göni çyzyga degişli bolan nokatlar hem, degişli bolmadyk nokatlar hem bar.*
2. *Islendik iki nokatdan diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin.*
3. *Göni çyzykda alnan islendik üç nokatdan diňe bir sanysy galan ikisiniň arasynda ýatýar.*

Geometriýada düşünjeler belli bir baglylykda we mantyky yzygyderlikde girizilýär. Ilki bilen geometriýanyň binýadybolan – başlangyç düşünjeler kesgitlemesiz we aksiomalar subutsyz, gönüden-göni kabul edilýär. Soňra, şu binýadyň esasynda täze düşünjelere kesgitleme berilýär we olaryň täze häsiýetleri kesgitlenýär. Bulardan birnäçesi subutsyz, aksioma hökmünde kabul edilýär. Galanlary bolsa teoremlar görnüşinde aňladylýar we aksiomalara esaslanyp mantyky pikir ýöretmeler arkaly subut edilýär. Pikir ýöredilende subut edilmedik häsiýetlerden, hatda olaryň dogrudyggy aç-açan görnüp duran bolsa-da peýdalanmak mümkin däl – bu geometriýanyň mantyky gurluşyna ters bolýar.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Kesgitleme näme? Nähili düşünjeler kesgitlemesiz kabul edilýär?
2. Teorema näme? Ol nähili böleklerden ybarat?
3. Teoremlar nähili subut edilýär? Subut diýende nämä düşünýärsiňiz?
4. Aksioma näme?
5. Eger figuranyň häsiýeti çyzygyda açyk-aýdyň görnüp duran bolsa, bu häsiýetini subut etmezden kabul edip bolarmy?
6. Aşakda getirilen tassyklamalaryň haýsylary subutsyz kabul edilen:
 - 1) islendik iki nokat arkaly diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin;

- 2) ýazgyn burç göni burçdan iki esse uly;
- 3) goňşy burçlaryň jemi 180° -a deň;
- 4) her bir burç bissektrisa eýe;
- 5) her bir kesimiň diňe bir sany ortasy bar;
- 6) her bir položitel san üçin uzynlygy şu sana deň bolan kesim bar?
7. Şu tassyklamany subutsyz kabul edip bolarmy: “Göni çyzykda ýatýan A, B, C, D nokatlar üçin $AB=CD$ bolsa, AD we BC kesimleriniň ortalary üstme-üst düşýär”?
8. Derslikden öňki derslerde geçilen temalara degişli subut edilen häsiýetleri tapyň.

14

Perpendikulýar göni çyzyklar

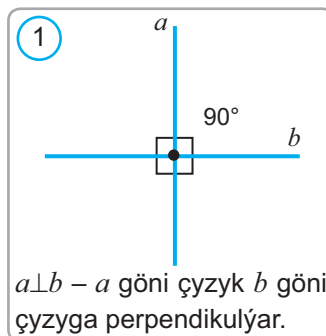


Ugrukdyryjy gönükmä

Iki göni çyzyk kesişende emele gelen burçlaryň bir sanysy göni burç bolsa (1-nji surat), galan burçlar hakynda näme diýmek bolar?



Göni (90° -ly) burç astynda kesişýän göni çyzyklara **perpendikulýar göni çyzyklar** diýilýär.



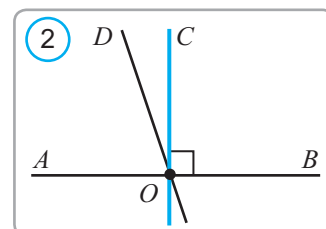
1-nji suratda bir-birine perpendikulýar a we b göni çyzyklar şekillendirilen. Bu göni çyzyklaryň perpendikulýardygy ýörite belginiň kömeginde $a \perp b$ ýaly ýazylýar we “ a göni çyzyk b göni çyzyga perpendikulýar” diýlip okalýar. Perpendikulýar göni çyzyklaryň kesişmeginden 4 sany göni burç emele gelýär.

Perpendikulýar göni çyzyklarda ýatýan kesimler (şöhleler) hem bir-birine perpendikulýar diýlip aýdylýar.



Teorema. Göni çyzygyň islendik nokadyndan oňa ýeke-täk perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin.

Subudy. Goý, AB göni çyzyk we ondaky O nokat berlen bolsun (2-nji surat). Mälim bolşy ýaly, OB şöhlä depesi O nokatda bolan, 90° -li COB burç goýmak mümkin. Onda CO göni çyzyk AB göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk bolýar.

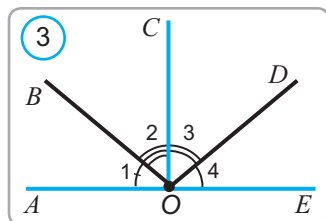


İndi şu göni çyzygyň ýeke-täkdigini subut edeliň. Tersini çak edýäris, ýagny O nokatdan geçýän, berlen AB göni çyzyga perpendikulýar bolan ýene bir sany DO göni çyzyk bar bolsun. Onda, DOB we COB burçlaryň her biri 90° -ly bolup, OB şöhlä goýlan burçlara öwrülýär. Ýöne, OB şöhlä belli bir gradus ölçegine eýe bolan ýeke-täk burç goýmagyň mümkindigi hakyndaky aksioma görä beýle bolmagy mümkin däl.

Diýmek, AB göni çyzyga O nokatdan diňe bir sany perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin eken. **Teorema subut edildi.**



Mesele. Eger $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$ bolsa, $CO \perp AE$ bolýandygyny görkeziň (3-nji surat).



Çözülişi: Goý, $\angle 1 = \angle 4 = \alpha$, $\angle 2 = \angle 3 = \beta$ bolsun.

Burçlary ölçemegiň häsiýetine görä

$\angle AOE = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \alpha + \beta + \alpha + \beta = 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$,
 $2(\alpha + \beta) = 180^\circ$, ýagny $\alpha + \beta = 90^\circ$ bolýar. Onda, $\angle AOC = \angle 1 + \angle 2 = \alpha + \beta = 90^\circ$ bolýandygy üçin, $CO \perp AE$ bolýar.

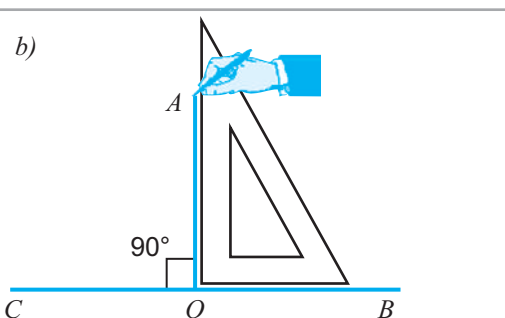
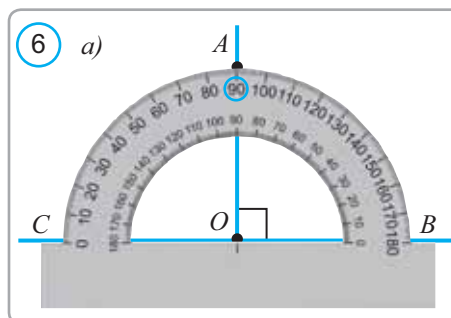
a göni çyzyk we onda ýatmaýan A nokat berlen bolsun. A nokady a göni çyzygyň käbir B nokady bilen utgaşdyrýarys (4-nji surat). Emele gelen AB kesime **gyşarma** diýilýär. B nokat gyşarmanyň **asosy** diýlip atlandyrylýar.

Eger AB kesim ýatýan göni çyzyk, a göni çyzyga perpendikulýar bolsa, onda AB kesim a göni çyzyga **inderilen perpendikulýar** diýlip atlandyrylýar. 5-nji suratda A nokatdan a göni çyzyga inderilen perpendikulýar şekillendirilen.

Göni çyzyga perpendikulýar geçirmegiň amaly usullary

1-nji usul. Transportiriň kömeginde (6-njy a surat).

2-nji usul. Üçburçluk lineýkanyň kömeginde (6-njy b surat).





Geometrik barlag

Haýsy-da bolsa bir göni çyzyk çyzyň. Onda ýatmaýan käbir nokatdan göni çyzyga perpen-dikulýar we birnäçe gyşarmalar geçiriň. Perpendikulýar we gyşarmalaryň uzynlyklaryny ölçäň we özara deňeşdiriň. Haýsy kesimiň uzynlygy iň kiçi bolar? Jogabyňyzy çak etme (gipoteza) görnüşinde aňladyň. Bu çak etmäniň dogrudygyny subutsyz kabul etmek bolarmy ýa-da ony hökman subut etmelimi?

Gönükme. Daýhan-fermer hojalygynyň kartasy 7-nji suratda berlen.

1. Fermer öýünden ferma barýan ýol gurmakçy. Oňa ýoly haýsy çyzyk boýunça gurmagy maslahat berýärsiňiz? Näme üçin? Çyzgyda şu ýoly çyzyp görkeziň.
2. Fermer fermasyndan kanala eltýän ýol gurmakçy. Oňa ýoly haýsy çyzyk boýunça gurmagy maslahat berýärsiňiz? Näme üçin? Çyzgyda şu ýoly çyzyp görkeziň.

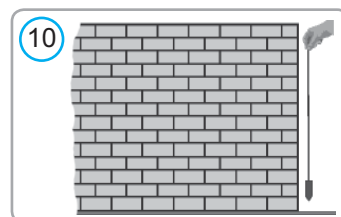
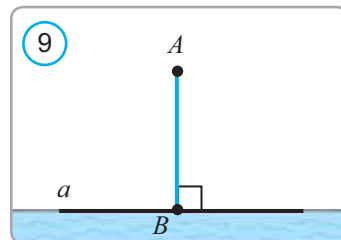
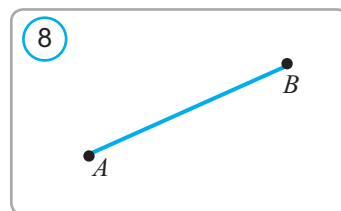
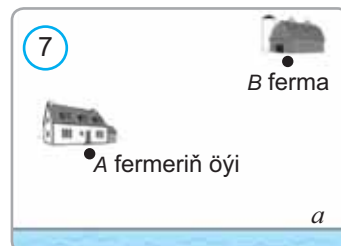
Mälim bolşy ýaly, 8-nji suratda şekillendirilen A we B nokatlary birleşdirýän iň gysga “ýol”, bu AB kesimdir. Şu sebäpli aşaky synplarda AB kesimiň uzynlygyny *A we B nokatlaryň arasyndaky uzaklyk* diýip kabul edipdik. Şuňa meňzeş, *A nokatdan a göni çyzyga çenli bolan uzaklyk* diýip, A nokatdan a göni çyzyga inderilen AB perpendikulýaryň uzynlygyny kabul edýäris. Görnüşi ýaly, bu uzaklyk A nokatdan a göni çyzyga inderilen ähli gyşarmalaryň uzynlygyndan kiçi bolýar (9-njy surat). Bu tas-syklamanyň subudy barada soňrak durup geçäris.

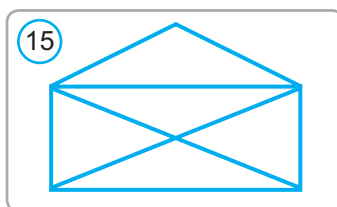
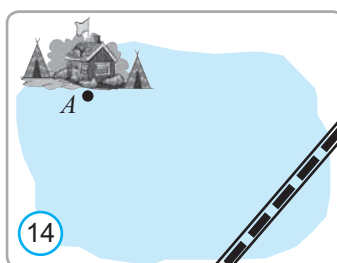
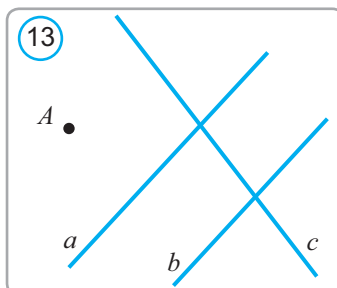
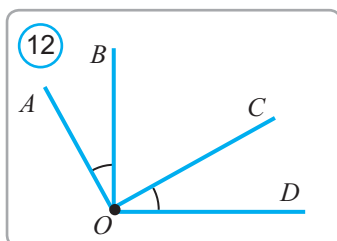
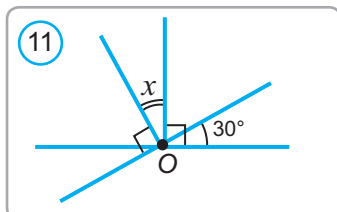
Gurluşykda diwarlaryň we sütünleriň dikligi (pola görä perpendikulýardygy) otwes diýilýän guralyň kömeginde barlanylýar (10-njy surat).



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Haçan göni çyzyklar perpendikulýar bolýarlar? Jogabyňyzy çyzgyda düşündiriň.
2. Berlen göni çyzykda ýatýan nokatdan oňa näçe perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin? Jogabyňyzy düşündiriň.





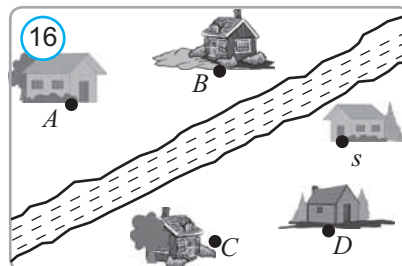
3. Göni çyzyga inderilen perpendikulýar diýip nämä aýdylýar?
4. Berlen nokatdan göni çyzyga inderilen gyşarma näme?
5. Berlen A nokatdan göni çyzyga näçe gyşarma geçirmek mümkin?
6. Çyzgyjyň we üçburçluk lineýkanyň kömeginde berlen göni çyzyga onda ýatýan nokatdan perpendikulýar inderiň.
7. a göni çyzykda A, B, C nokatlary belgiläň we transportiriň kömeginde şu nokatlaryň her biri arkaly a göni çyzyga perpendikulýar bolan göni çyzyklary geçiriň.
8. Göni burça dik bolan burç näçe gradus?
9. a göni çyzyk A burçuň taraplaryny B we C nokatlarda kesip geçýär. AB we AC göni çyzyklar a göni çyzyga perpendikulýar bolup bilermi?
10. Iki göni çyzygyň kesişmegi netijesinde 4 sany deň burç emele geldi. Bu göni çyzyklar perpendikulýar bolarmy?
11. 11-nji suratdaky näbelli x burçy tapyň.
12. Eger $OB \perp OD$, $OA \perp OC$ bolsa, $\angle AOB = \angle COD$ bolýandygyny görkeziň (12-nji surat).
13. Nokatdan göni çyzyga çenli bolan uzaklyk näme?
14. Üçburçluk lineýkanyň kömeginde A nokatdan a, b we c göni çyzyklara çenli bolan uzaklyklary tapyň (13-nji surat).
15. Transportiriň we ýönekeý çyzgyjyň kömeginde 14-nji suratda şekillendirilen dynç alyş mesgeninden demir ýola çenli bolan iň gysga uzaklygy anyklaň. Masştab: $1 : 10000$.



Geometrik tapmaçalar

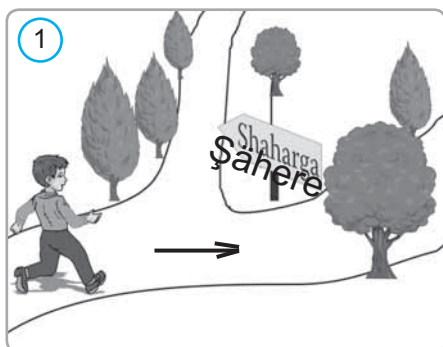
1. a) 10 sany; b) 11 sany birmeňzeş çöpden 3 sany deň kwadrat düzüň.
2. 12 sany birmeňzeş çöpden, olary döwmezden, a) 4 sany; b) 6 sany deň kwadrat gurup biler-siňizmi?

3. 15-nji suratda görkezilen figurany galamy kagyzdan aýyrman we bir kesimiň üstünden iki gezek geçmezden çyzmaga synanyşyň.
4. Derýanyň boýunda baş sany oba bar, olardan üçüsi derýanyň bir tarapynda, galan ikisi bolsa derýanyň ikinji tarapynda ýerleşýär (16-njy surat). Eger her bir oba galan obalar bilen göni ýollar bilen baglanan bolsa, bu ýollaryň näçesi derýany kesip geçýär?



15

Tersini çak edip subut etmek usuly



13-nji dersde getirilen teoremadaky göni çyzygyň ýeke-täkdigini subut etmekde ulanylan usul “Tersini çak edip subut etmek usuly” diýlip atlandyrylypdy. Bu usul aşakdaky ýönekeý mantyky meselä esaslanandyr. Aýdaly, ýolda barýarkaňyz, ýoluň ikä bölünen bölegine duş geldiňiz (1-nji surat). Şu ýollaryň diňe bir sanysy menziliňize, şahere eltýändigini bilýärsiňiz. Ýol görkeziji tagtajykda birinji ýoluň menzile eltýändigini görkezilen. Siz bu ýazga ynamadyňyz we ikinji ýol boýunça ýoluňyzy dowam etdirdiňiz. Ýöräp-ýöräp başga ýere, nätanyş obanyň üstünden bardyňyz. Bu ýagdaýda ilki bilen hyýalyňyza nähili pikir geler? Elbetde, “Tagtajykdaýy ýazgy dogry eken!”, — diýen pikir gelýär (2-nji surat).

Tersini çak edip subut etmek usulynda hem şuna meňzeş çemeleşilýär. Teoremanyň şertini düzýän tassyklama dogry diýlip alynýar. Onda bir-birini inkär edýän iki tassyklamadan (“ýol”dan) diňe bir sanysy dogry bolmagy mümkin:

1-nji ýagdaý. Teoremanyň netijesinde getirilen tassyklama dogry.

2-nji ýagdaý. Teoremanyň netijesinde getirilen tassyklama dogry däl.

Teoremanyň netijesine ters bolan tassyklama – ikinji “ýoly” saýlanýar. Eger bu “ýol”daky mantyky pikir ýöretmeleriniň dogrudygyny öň anyklyan (ýa-da kabul edilen) käbir häsiýetine ters netijä getirse, bu saýlanan “ýoluň” nädogrudygyny aňladýar. Bu bolsa, öz gezeginde, birinji “ýoluň” dogrudygyny, ýagny teoremanyň şertinde getirilen tassyklama ýerlikli bolanda onuň netijesinde getirilen tassyklama hem ýerlikli bolýandygyny görkezýär. Şeýdip, teorema subut edilen bolup çykýar.

Tersini çak edip subut etmek usulyny ulanyp teoremalary subut etmekde aşakdakylara üns bermeli: a) subut edilmegi talap edilen tassyklama ters bolan jümläni dogry düzmek; b) çak edilen tassyklama we başga mälüm häsiýetler esasynda dogry netijeleri çykarmak; c) pikir ýöredilende öň belli bolan häsiýetlere ters bolan netijäni anyklamak.



Ugrukdyryjy gönükme

Aşakda berlen tassyklama ters bolan tassyklamany düzüň:

- a) CD kesim a göni çyzygy kesip geçýär;
- b) A we B nokatlar a göni çyzygyň bir tarapynda ýatýar;
- c) CD kesimiň uzynlygy 15 -e deň;
- d) AOB burç göni burç däl;
- e) $\angle ABC > \angle MNL$;
- ä) AB gysarma AC perpendikulýardan uzyn.



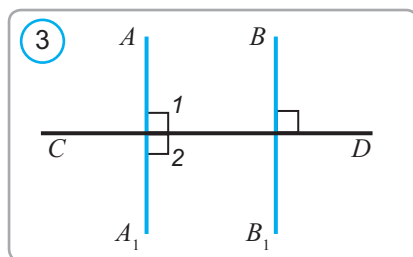
Teorema. Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk özara kesişmeýär.



AA_1, BB_1 we CD göni çyzyklar,
 $AA_1 \perp CD$ we $BB_1 \perp CD$ (3-nji surat)



AA_1 we BB_1 göni çyzyklar
özara kesişmeýär



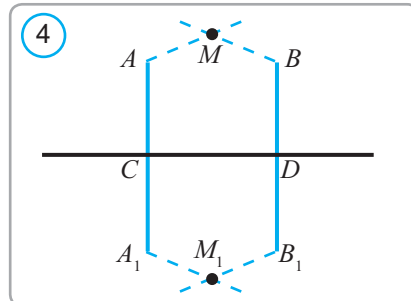
Subudy. Hyýalda 3-nji suraty CD göni çyzyk boýuna epläp, ýokarky ýarymtekizligi aşaky ýarymtekizlige üstme-üst goýýarys. 1-nji we 2-nji burçlar deň bolany üçin CA şöhle CA_1 şöhle bilen üstme-üst düşýär. Şuňa meňzeş DB şöhle DB_1 şöhle bilen üstme-üst düşýär.

Berlen teoremany subut etmek üçin «tersini çak edip subut etmek» usulyny ulanýarys. Teoremanyň şerti ýerine ýetirilen bolsa-da, onuň netijesi ýerlikli bolmasyn, diýip çak edeliň, ýagny AA_1 we BB_1 göni çyzyklar nähilidir M nokatda kesişsin (4-nji surat). Onda, ýokarky ýarymtekizligi aşaky ýarymtekizlige üstme-üst goýanda M nokat AA_1 we BB_1 göni çyzyklarda ýatýan, aşaky ýarymtekizlikdäki M_1 nokat bilen üstme-üst duşýar. Netijede, M we M_1 nokatlardan iki sany AA_1 we BB_1 göni çyzyk geçýär. Ýöne bu islendik iki nokatdan diňe bir sany göni çyzyk geçýär diýen aksioma ters. Diýmek, biziň çakymyz nädogry: AA_1 we BB_1 göni çyzyklaryň özara kesişmegi mümkin däl.

Teorema subut edildi.

Teorema. Göni çyzykda ýatmaýan nokatdan şu göni çyzyga perpendikulýar edip bir sanydan artyk göni çyzyk geçirmek mümkin däl.

Bu häsiýetiň tersini çak etmek usulynyň kömeginde özbaşdak subut ediň.



Sorag, mesele we ýumuşlar

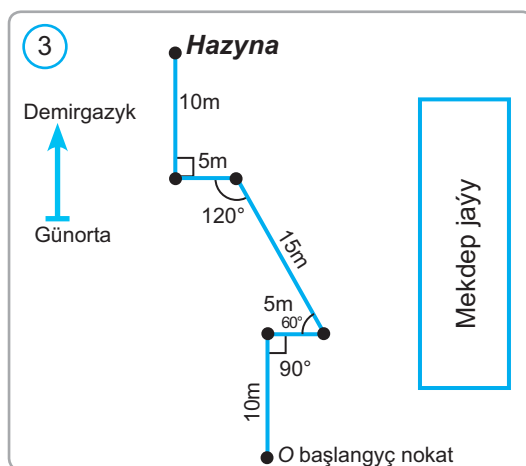
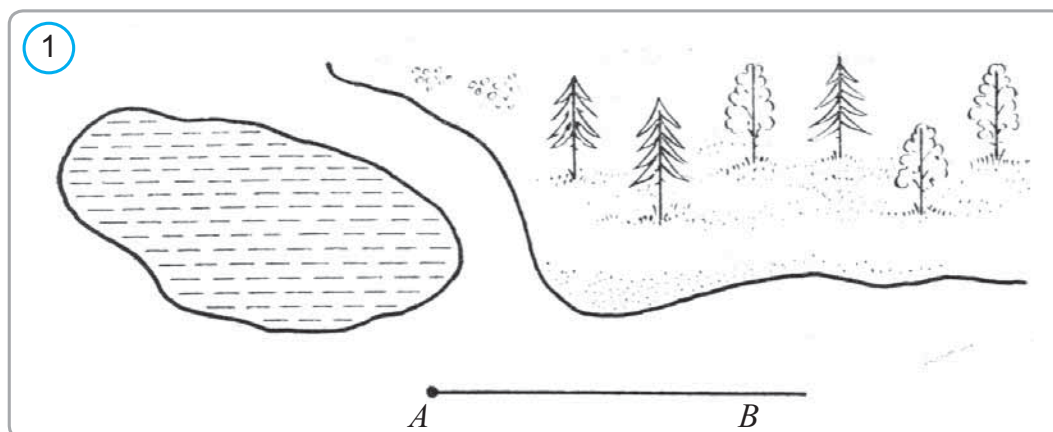
1. Tersini çak edip subut etmek usuly nähili kadalara esaslanan?
2. A, B, C nokatlar bir göni çyzykda ýatsa we: a) $AB=3,6$; $BC=5,4$; $AC=9$; b) $AB=2,4$; $BC=4,2$; $AC=1,8$ bolsa, C nokadyň A we B nokatlaryň arasynda ýatmaýandygyny subut ediň. Şu nokatlardan haýsy biri galan ikisiniň arasynda ýatýar?
3. Goňşy burçlaryň bissektisalarynyň arasyndaky burçy tapyň.
4. Dik burçlaryň deňdigini ters çak etmek usuly bilen subut ediň.
5. Eger $\angle AOB = 58^\circ$, $\angle BOC = 17^\circ$ we $\angle AOC = 41^\circ$ bolsa, OA , OB we OC şöhlelerden haýsy biri galan ikisiniň arasynda ýatýar.
6. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan ikisiniň jemi 20° . Şu burçlary tapyň.
7. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan ikisiniň tapawudy 20° . Şu burçlary tapyň.
8. Dik burçlaryň bissektisalarynyň bir göni çyzykda ýatýandygyny subut ediň.
9. Tekizlikde üç sany A, B, C nokat berlen: $AB=2,6$, $AC=8,3$, $BC=6,7$. Bu nokatlaryň bir göni çyzykda ýatmaýandygyny subut ediň.
10. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen iki burçuň jemi 180° -a deň däl. Bu burçlaryň dik burçladygyny subut ediň.



1. Hazynany tapyň.

1-nji suratda karta we AB şöhle şekillendirilen. Şu şöhlä köl ýerleşýän ýarymtেকizlikde ýatýan 60° -ly burçy goýuň. Gurlan burçuň AB -dan tapawutly tarapy boýunça 60 m ýöräň. C nokada gellersiňiz. CA şöhlä ýene şol köl ýerleşýän ýarymtেকizlikde ýatýan 120° -ly burçy goýuň. Şu burçuň CA şöhleden tapawutly tarapy boýunça 120 m ýöräň. Şu ýerde, beýik garagajyň aşagynda hazyna gömlen.

Kartanyň masştaby: $1:2000$. Kartany depderiňize çyzyp alyň. Hazynanyň gizlenen nokadyny tapyň.



2. Açyk howada geometrik ýaryş.

Ýaryşa iki ýa-da ondan artyk toparlar gatnaşyp bilerler. Her bir topara ruletkadan we uly transportirden peýdalanmaga rugsat edilýär.

Synp toparlara bölünip, mekdep meýdanynyň dürli burçlarynda iş alyp barýarlar. "Hazyna" (meselem, çişirilýän şar, konwerte salnan hat, ...) öňünden meýdanyň bir ýerine gömülýär. Hazyna eltýän kartalar hem

mugallym tarapyndan öňünden düzülýär we toparlara paýlanýar (Kartanyň nusgasy 2-nji suratda görkezilen). Toparlar öz kartalary esasynda hazynany gözläp başlaýarlar. Haýsy topar birinji bolup kartada görkezilen döwürk çyzyk boýunça hemme nokatlary anyklap, hazynany tapsa, şol topar ýeňiji hasaplanýar.



Ýumuş. Öýüňizden mekdebe barýan ýoluň 2-nji suratdaky ýaly kartasyny düzüň. Şu ýoluň uzynlygyny çen bilen anyklaň.

17

Bilimiňizi synaň

1. Jümleleri manysyndan gelip çykyp dolduryň:

1. Nokat we depeleri şu nokatda bolan ybarat figura burç diýilýär.
2. Tekizlikde iki nokat arkaly göni çyzyk geçirmek mümkin.
3. Ýazgyn burçuň gradus ölçegi deň.
4. Iki göni çyzyk diňe kesişýär.
5. Burçuň depesinden çykyp, ony burçuň bissektisasy diýilýär.
6. Göni çyzygyň käbir nokadyndan bir tarapda ýatýan nokatlardan ybarat bölegine diýilýär.
7. Umumy tarapa eýe bolup, galan iki tarapy göni çyzygy emele getirýän burçlara..... diýilýär.
8. Göni çyzyk tekizligi bölýär.
9. Dik burçlaryň bissektisalary emele getirýär.
10. Kesimi deň şu kesimiň ortasy diýilýär.
11. Eger goňşy burçlar, olar göni burçlar bolýar.
12. Deň kesimleriň hem deň bolýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň:

1. Jemi 180° -a deň bolan burçlar goňşy burçlar bolýar.
2. Tekizlikdäki islendik iki göni çyzyk diňe bir sany umumy nokada eýe bolýar.
3. Burçuň depesinden geçip, ony deň ýarpa bölýän göni çyzyga burçuň bissektisasy diýilýär.
4. Islendik nokat arkaly diňe iki göni çyzyk geçirmek mümkin.
5. Iki tarapy hem şöhlelerde ýatýan burça ýazgyn burç diýilýär.
6. Tekizlikdäki iki göni çyzyk ony iki ýarymtekizlige bölýär.
7. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlara dik burçlar diýilýär.
8. Kesimi ikä bölýän nokada kesimiň ortasy diýilýär.

9. Berlen şöhläniň başlangyjyna diňe bir sany göni burç goýmak mümkin.
 10. Tekizlikdäki islendik A, B, C nokatlar üçin $AB + BC = AC$ deňlik dogry.
 11. Dik burçlaryň jemi 180° -a deň.

3. Berlen häsiýete eýe bolan geometrik figurany sag sütündäki degişli hatara ýazyň:

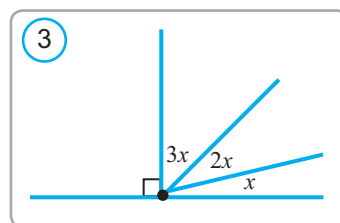
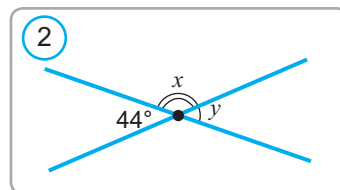
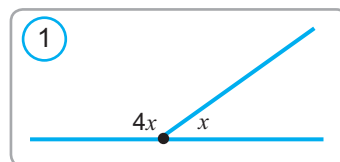
1.	Jemi 180° -a deň	
2.	Taraplary şöhlelerden ybarat	
3.	Ululygy 180° -a deň	
4.	Berlen uzynlyga eýe	
5.	Kesimi deň ýarpa bölýär	
6.	Subutsyz dogry diýlip kabul edilen jümle	
7.	Burçy deň ýarpa bölýär	
8.	Göni çyzyklar kesişende emele gelýär	
9.	Dogrudygyny subut etmeli	
10.	Ölçege eýe däl	

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşüňjä ikinji sütünden degişli häsiýeti ýa-da düşündirmeleri laýyk goýuň:

Geometrik düşüňje	Düşündirmesi, häsiýeti
1. Nokat	A. "Geometriýa" sözünüň manysy
2. Göni çyzyk	B. Jemi 180° -a deň
3. Ýer ölçemek	C. Özara deň burçlar
4. Kesim	D. Göni çyzykdaky nokat we ondan bir tarapda ýatýan nokatlar
5. Şöhle	E. 180°
6. Kesim uzynlygy	F. Umumy depä eýe bolan iki şöhle
7. Deň figuralar	G. Uzynlygyny ölçäp bolmaýar
8. Ýarymtekizlik	H. Göni burçuň $1/90$ bölegi
9. Planimetriýa	I. Subutsyz kabul edilýän tassyklama
10. Burç	J. Subut edilmeli bolan tassyklama
11. 1 gradus	K. Göni çyzygyň iki nokady we olaryň arasyndaky nokatlar
12. Ýazgyn burç gradus ölçegi	L. Tekizlikdäki geometrik figuralaryň häsiýetlerini öwren-ýär
13. Dik burçlar	M. Burçy deň ýarpa bölýär
14. Goňşy burçlar	N. Tekizligiň göni çyzygyň bölen böleklerinden biri
15. Teorema	O. Böleklere eýe däl
16. Aksioma	P. Položitel san
17. Bissektrisa	Q. Hut üstme-üst düşer ýaly edip goýmak mümkin

5. Testler (berlen jogaplaryň içinden iň dogry bolan bir sanysyny anyklaň):

- Kesgitlemesiz kabul edilen esasy geometrik düşüňjeleri görkeziň: a) tekizlik; b) nokat; c) kesim; d) şöhle; e) göni çyzyk; ä) ýarymtekizlik.
A) a; b; c B) b; c; e C) a; b; c; e D) a; b; e.
- Iki goňşy burçuň tapawudy 24° -a deň bolsa, olardan kiçisini tapyň:
A) 72° ; B) 76° ; C) 78° ; D) 82° .
- Geometriýa ylym hökmünde haýsy ýurtda şekillenipdir?
A) Gadymy Müsür; B) Wawilon; C) Gresiýa; D) Hytaý.
- Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlardan üçüsiniň jemi 200° -a deň. Burçlardan kiçisini tapyň:
A) 20° ; B) 40° ; C) 60° ; D) 80° .
- Üç nokadyň hiç biri bir göni çyzykda ýatmaýan 4 nokat berlen. Şu nokatlaryň her bir jübüti arkaly göni çyzyklar geçirildi. Olaryň sanyny tapyň.
A) 1; B) 4; C) 5; D) 6.
- Burçuň bissektisasy onuň tarapy bilen 60° -ly burçy emele getirýär. Berlen burça goňşy bolan burçy tapyň:
A) 30° ; B) 60° ; C) 90° ; D) 120° .
- AB kesimi 2 göni çyzyk kesip geçse, köpi bilen näçe kesim emele geler?
A) 3; B) 4; C) 5; D) 6.
- Sagat 4 bolanda, sagat we minut milleriniň arasyndaky burç näçe gradus bolar?
A) 60° ; B) 75° ; C) 105° ; D) 120° .
- $AB = 6$, $C \in AB$, $AC = 3BC$, $BC = ?$
A) 1; B) 1,5; C) 2; D) 3.
- Sagadyň sagat mili 30 minutda näçe gradusa aýlaw eder?
A) 180° ; B) 6° ; C) 60° ; D) 30° .
- $AB = 18$, $C \in AB$, $AC - BC = 4$, $BC = ?$
A) 7; B) 8; C) 10; D) 11.
- Dik burçlaryň jemi 180° . Şu burçlary tapyň:
A) 60° we 120° ; B) 45° we 135° ;
C) 90° we 90° ; D) 45° we 45° .
- Üç göni çyzyk tekizligi iň köpi bilen näçe bölege bölmegi mümkin?
A) 4; B) 5; C) 6; D) 7.
- 1-nji suratdaky $x = ?$
A) 30° ; B) 36° ; C) 45° ; D) 60° .
- 2-nji suratdaky $x = ?$
A) 136° ; B) 72° ; C) 56° ; D) 96° .
- 3-nji suratdaky $x = ?$

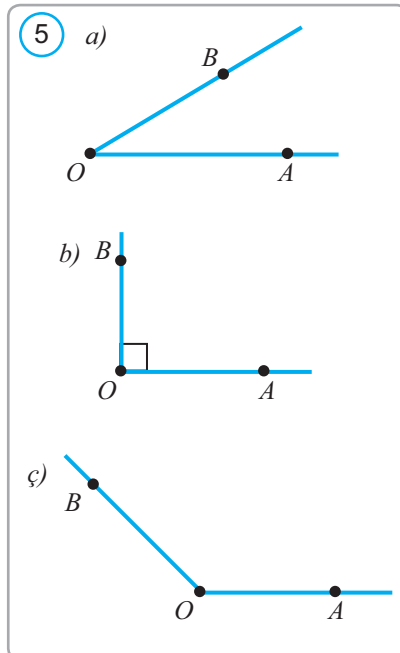
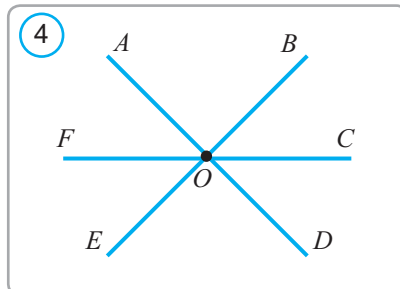


- A) 15° ; B) 30° ; C) 45° ; D) 60° .
17. Aşakdaky pikir ýöretmelerden dogrusyny tapyň:
- A) Tekizlikde berlen nokatdan diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin.
 B) Göni çyzygyň käbir nokadyndan bir tarapda ýatýan nokatlaryndan ybarat bölegine şöhle diýilýär.
 C) Göni çyzygyň, iki nokadynyň arasynda ýatýan nokatlaryndan ybarat bölegine kesim diýilýär.
 D) Islendik şöhlä diňe bir sany burç goýmak mümkin.
18. Aşakdaky pikir ýöretmelerden dogrusyny tapyň.
- A) Goňşy burçlar ýazgyn burç bolýar.
 B) Eger $AB = 5$ sm, $BC = 6$ sm bolsa, $AC = 11$ sm bolýar.
 C) Eger burçlar deň bolsa, olar dik burçlar bolýar.
 D) Eger iki burç deň bolsa, olara goňşy bolan burçlar hem deň bolýar.

6. Meseleler

- Transportiriň kömeginde bir tarapy umumy bolan 10° , 20° , 40° , 60° , 90° , 130° , 170° -ly burçlary guruň.
- Ýazgyn burçuň bissektirisasy onuň taraplary bilen nähili burçy emele getirýär?
- Burçuň bissektirisasy onuň tarapy bilen 30° -ly burçy emele getiren bolsa, burçuň özi näçe gradus?
- Burçuň bissektirisasy onuň taraplary bilen kütek burçy emele getirmegi mümkinmi?
- $\angle AOB = 50^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ bolsa, AOB we BOC burçlaryň bissektisalarynyň arasyndaky burçy tapyň. Mesele näçe çözüwe eýe?
- 15° -ly burça 10 esse ulaldyjy lupa arkaly garalanda, näçe gradusly burç görünýär?
- a) 90° ; b) 60° ; c) 50° ; d) 20° -ly burçuň bissektisasyny transportiriň kömeginde guruň.
- $\angle AOB = 120^\circ$ bolan burçuň OK bissektisasyny transportiriň kömeginde guruň. Soňra emele gelen AOK we KOB burçlaryň bissektisalaryny guruň we şu bissektisalaryň arasyndaky burçy tapyň.
- Eger $AB = 1,8$ m, $AC = 1,3$ m we $BC = 3$ m bolsa, A , B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatarmy?
- A , B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger $AB = 2,7$ m, $AC = 3,2$ m bolsa, BC kesimiň uzynlygyny tapyň. Mesele näçe çözüwe eýe?
- Uzynlygy 15 m bolan AB kesimde C nokat belgilenen. Eger:
 - AC kesim BC kesimden 3 m uzyn,
 - C nokat AB kesimiň ortasy bolsa,

- ç) AC we BC kesimleriň uzynlyklary 2:3 gatnaşykda bolsa, AC we BC kesimleriň uzynlyklaryny tapyň.
12. A, B, C, D nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger B nokat AC kesimiň, C nokat bolsa BD kesimiň ortasy bolsa, $AB = BC = CD$ bolýandygyny görkeziň.
13. Üç nokadyň hiç biri bir göni çyzykda ýatmaýan: a) 6; b) 7; ç) 10 sany nokat arkaly näçe göni çyzyk geçirmek mümkin?
14. OA we OB şöhleler haçan üstme-üst düşýär?
15. AB şöhlede C nokat, BA şöhlede D nokat, $AC = 0,7$ we $BD = 2,1$ bolar ýaly edilip alnan. Eger $AB = 1,5$ bolsa, CD -ni tapyň.
16. 4-nji suratda näçe dik burçlar jübüti şekillendirilen?
- 17*. Eger sagadyň sagat we minut milleriniň arasyndaky burç 45° bolup, minut mili 6 -da duran bolsa, sagat haýsy wagty görkezýän bolýar?
18. Göni çyzyga onda ýatmaýan O nokatdan OA gyşarma we OB perpendikulýar geçirilen. Olaryň uzynlyklarynyň jemi 13, tapawudy bolsa 1 -e deň bolsa, O nokatdan göni çyzyga çenli bolan uzaklygy tapyň.
19. AOB we BOC goňşy burçlardygyny belli. Eger:
- AOB burç BOC burçdan 40° uly;
 - AOB burç BOC burçdan 4 esse kiçi;
 - $\angle AOB = \angle BOC + 44^\circ$;
 - $\angle AOB = 5 \cdot \angle BOC$ bolsa, bu burçlary tapyň.
20. Iki göni çyzygyň kesişmeginden dört sany burç emele geldi. Olardan ikisiniň gradus ölçegleriniň jemi 100° -a deň bolsa, şu dört sany burçuň gradus ölçeglerini tapyň.
21. A, B we C nokatlar tekizlikde şeýle ýerleşipdir, a) $AC + CB = AB$; b) $AB + AC = BC$. Haýsy nokat galan ikisiniň arasynda ýatýar?



-
22. 5-nji suratdaky burçlaryň taraplaryna A we B nokatlar arkaly perpendikulýar göni çyzyklary geçiriň. Şu göni çyzyklaryň kesişme nokadynda nähili burçlar emele geler?

18

2-nji barlag işi

Nusga barlag işi iki bölekden ybarat bolup, birinji bölege 54–55-nji sahypalarda getirilen testlerden başisi girizilýär. Ikinji bölekde bolsa aşakda getirilen meselelere meňzeş 3 sany mesele berilýär (4-nji mesele “başlik” baha almakçy bolan okuwçylar üçin goşmaça hödürlenýär):

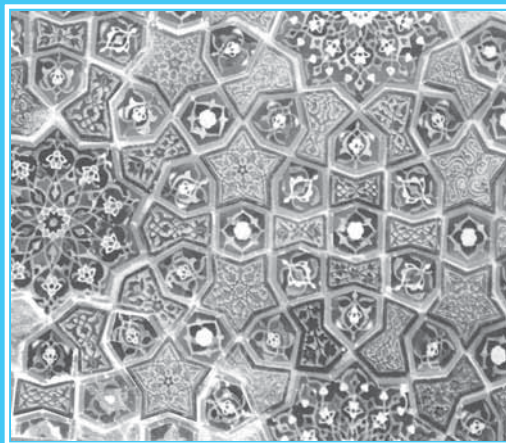
1. MN we KL göni çyzyklaryň kesişmeginden emele gelen MOL we KON dik burçlaryň jemi 148° -a deň. MOK burçy tapyň.
2. Goňşy burçlaryň tapawudy 60° -a deň. Şu burçlaryň kiçisini tapyň.
3. Burçuň bissektrisasy şu burçuň tarapy bilen 66° -ly burçy emele getirýär. Şu burça goňşy bolan burçy tapyň.
- 4*. Goňşy burçlaryň bissektrisalarynyň göni burç astynda kesişýändigini subut ediň.



Zehinli okuwçylar üçin goşmaça ýumuş.

1. «Geometriýa–7» elektron dersliginiň degişli babynyň sahypalary bilen tanyşyň. Şu baba girizilen temalara degişli interaktiw animasiýa goşmaçalarynda berlen ýumuşlary ýerine ýetirip we test ýumuşlaryny çözüp öz bilimiňizi synaň.
2. Şeýle hem, 10-njy sahypada getirilen internet resurslaryndan şu baba degişli materiallary tapyň we öwreniň.

II BAP



ÜÇBURÇLUKLAR

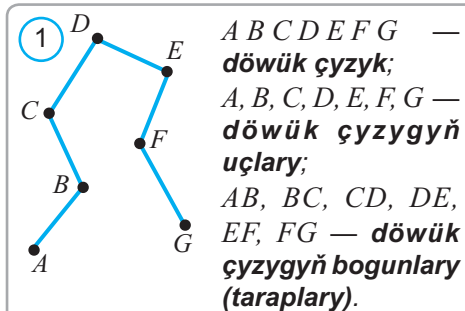
Şu baby öwrenmek bilen siz aşakdaky bilim we amaly endiklere eýe bolarsyňyz:

Bilimler:

- Döwük çyzyk we onuň görnüşlerini bilmek;
- köpburçlugyň kesgitlemesini bilmek;
- üçburçluk we onuň esasy elementlerini bilmek, şu elementler boýunça üçburçlugy görnüşlere bölmegi başarmak;
- üçburçlugyň medianasynyň, bissektisasynyň we beýikliginiň kesgitlemelerini bilmek;
- üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyny bilmek;
- deňýanly üçburçlugyň häsiýetlerini bilmek;
- üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyny bilmek;
- üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyny bilmek;
- deňtaraply üçburçlugyň häsiýetlerini bilmek;
- kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýetini bilmek.

Endikler:

- Üçburçluklaryň deňliginiň nyşanlaryna görä deň üçburçluklary anyklamagy başarmak;
- özleşdirilen bilimleri meseleler çözendä we amaly işleri ýerine ýetirende ulanmagy başarmak;
- geometriýanyň owadanlygyny we täsirini duýmak.

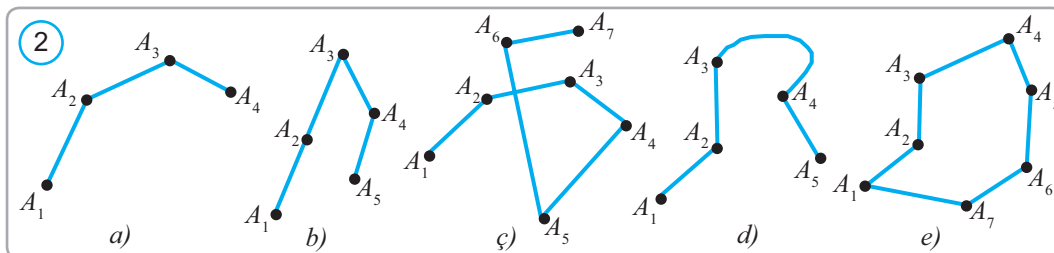


Yzygider gelýän ikisi bir göni çyzykda ýatmaýan $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesimlerden düzülen figura döwük çyzyk diýilýär.

$A_1, A_2, \dots, A_n$ nokatlara döwük çyzygyň uçlary, $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ kesimlere bolsa döwük çyzygyň bogunlary ýa-da taraplary diýilýär. ndyrylýar.

1-nji suratda $ABCDEFG$ — döwük çyzyk şekillendirilen. Başlangyç we ahyrky uçlary üstme-üst düşýän döwük çyzyga — ýapyk döwük çyzyk diýýäris.

Gönükme. 2-nji suratda şekillendirilen çyzyklaryň döwük çyzyk bolmagy ýa-da bolmazlygyny anyklaň we düşündiriň.

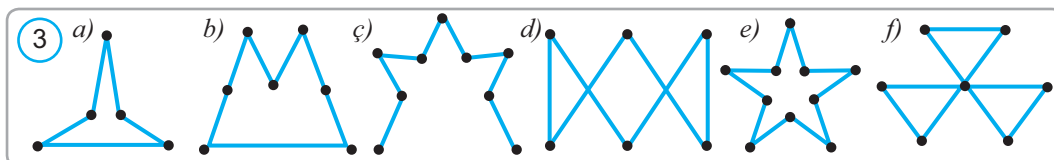


Öz-özünü kesmeýän ýapyk döwük çyzyk köpburçluk diýlip atlandyrylýar.



Ugrukdyryjy gönükme.

Köpburçlugyň kesgitlemesinden gelip çykýan aýratynlyklaryny sanaň we 3-nji suratdaky figuralaryň köpburçlukmy ýa-da ýokdugyny anyklaň we düşündiriň.



Taraplarynyň sanyna garap, köpburçluklar üçburçluk, dörtburçluk, başburçluk, altyburçluk, umumy ýagdaýda *n*-burç diýlip aýdylýar. Siz käbir köpburçluklar bilen aşaky synplarda tanşypdyňyz.

Islendik köpburçluk tekizligi iki zolaga bölýär. Köpburçluk bilen araçäklenen *çäkli zolak* — köpburçlugaň *içki zolagy*, ikinji — çäksiz zolak bolsa köpburçlugaň *daşky zolagy* diýlip atlandyrylýar. 4-nji suratda *ABCDEF* altyburçlugaň içki (*a surat*) we daşky (*b surat*) zolaklar reňklenip görkezilen.

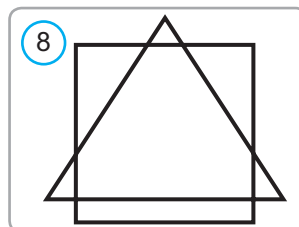
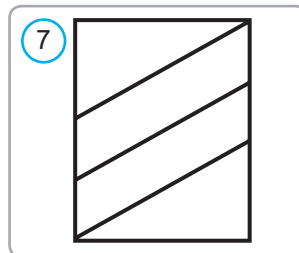
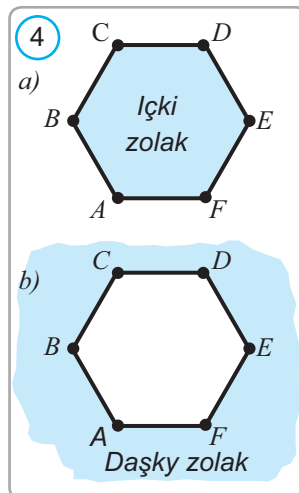
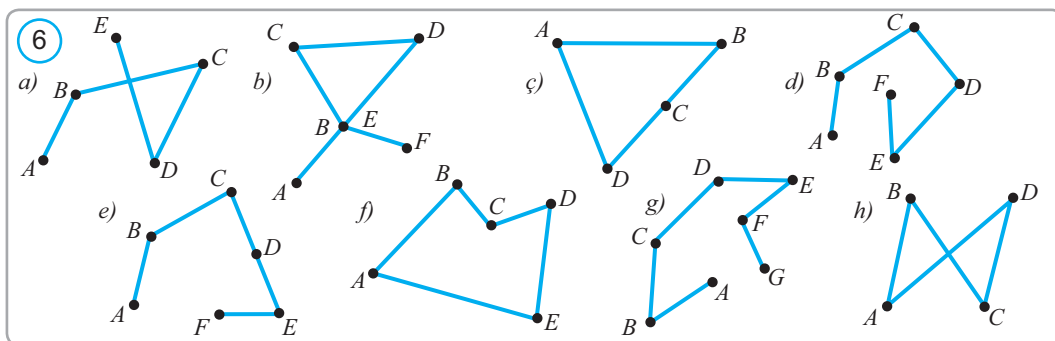


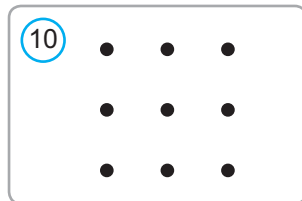
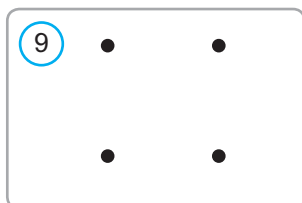
Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Döwürk çyzyk näme?
2. Döwürk çyzyk çyzyň, ony belgiläň we onuň uçlaryny we bogunlaryny çyzgyda görkeziň.
3. Ýapyk döwürk çyzyklara mysallar getiriň.
4. Synp otagynda, mekdepde, öýde döwürk çyzygy ýatladýan zatlar mysallar tapyň.
5. Köpburçluk näme? Mysallar getiriň.
6. 5-nji suratda şekillendirilen sifrler nähili çyzyklary aňladýar.



7. 6-njy suratda şekillendirilen figuralaryň haýsylary a) döwürk çyzyk; b) ýapyk döwürk çyzyk; c) köpburçluk bolýandygyny anyklaň.





8. Her iki goňşy bogny perpendikulýar bolan baş bogunly döwür çyzyk çyzyň. Şeýle döwür çyzygyň näçe dürli bolmagy mümkin?



Geometrik tapmaçalar

1. 7-nji suratda näçe dörtburçluk bar?
2. 8-nji suratda görkezilen figurany galamy kagyздan aýyrman we bir çyzygyň üstünden gaýtadan ýöretmän çyzyň.
3. Taraplary 9-njy suratda berlen dört nokatdan geçýän üçburçluk çyzyň.
4. 10-njy suratda şekillendirilen 9 nokadyň hemmesinden geçýän, bogunlarynyň sany 4 bolan döwür çyzyk çyzyp bilersiňizmi?

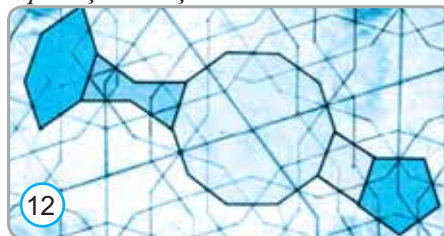
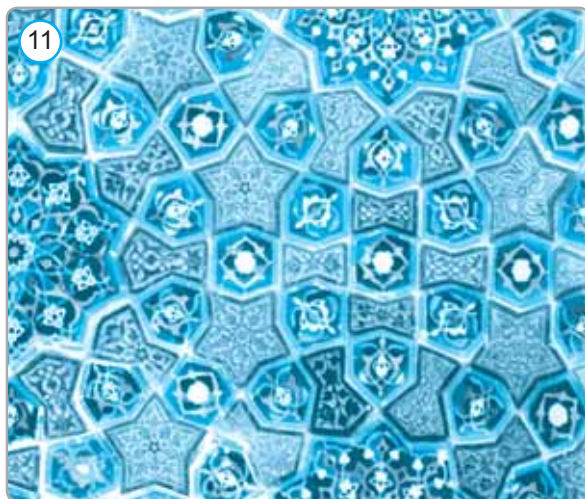


Taryhy maglumat.

Handasa ylmynda öz döwründen baş asyr ozan binagär ussalarymyz.

2007-nji ýylyň fewral aýynda Amerikada çap edilen orta asyr binagärliги hakyndaky makala ylmy şowhuna sebäp bolupdyr. Sebäbi, 2005-nji ýylda Samarkantdaky Abdullahan medresesiniň gümmezindäki kaşan nagşlary gözden geçiren Garward uniwersitetiniň aspiranty Piter Lu haýran galyp ýakasyny tutupdyr. Onuň göz önüne 1970-nji ýyllarda açylan diýlip hasaplanylýan, Penrouz nagşlary diýlip atlandyrylýan çyşyrymly geometrik figuralar gelipdi. Diýmek, biziň binagär eždatlarymyz akyly-başarnykda öz döwründen baş asyr ozup gidip, ylma golaýda girizilen çylşyrymly geometrik figuralary bilmek

bilen çäklenmän, olardan öz işlerinde döredijilikli peýdalanyşyrlar! Hakykatdan-da şeýle bolup çykdy. 11-nji suratda binagärlik ýadygärligindäki nagş şekillendirilen. 12-nji surat orta asyr golýazmalaryndan alnan bolup, onda şu nagşyň esasy düzýän köpburçluklar şekillendirilen.



Bir göni çyzykda ýatmaýan üç nokady belleýäris. Olary özara kesimler bilen birleşdirsek, **üçburçluk** emele gelýär (1-nji surat). Bellenen üç nokada üçburçlugyň **depeleri**, olary birleşdirýän kesimlere bolsa üçburçlugyň **taraplary** diýilýär. Adatda, “üçburçluk” sözüniň ýerine Δ belgisi ulanylýar. “ ΔABC ” ýazgysy “üçburçluk ABC ” ýa-da “ ABC üçburçluk” diýlip okalýar. $\angle BAC$, $\angle ABC$, $\angle ACB$ — üçburçlugyň **burçlary** diýilýär. Olara käte takyklyk üçin **içki burçlar** hem diýýärler (1-nji surat).

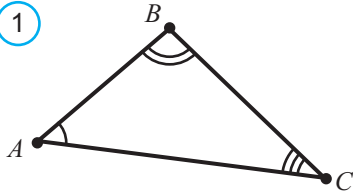
Üçburçlugyň burçlaryny $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ ýaly hem belgilemek mümkin. Üçburçlugyň taraplary we burçlary onuň **esasy elementleri** diýlip atlandyrylýar. Üçburçlugyň üç tarapynyň uzynlyklarynyň jemine, onuň **perimetri** diýilýär. Ol P harpy bilen belgilenýär. Şonuň ýaly-da,

BAC burç üçburçlugyň AB we AC taraplarynyň arasynda ýatýan burçy;

AB we AC taraplar BAC burça seplesýän,

BC tarap BAC burçuň garşysynda ýatyr ýaly jümleler ulanylýar.

1



ΔABC — ABC üçburçluk

A, B, C nokatlar — üçburçlugyň depeleri

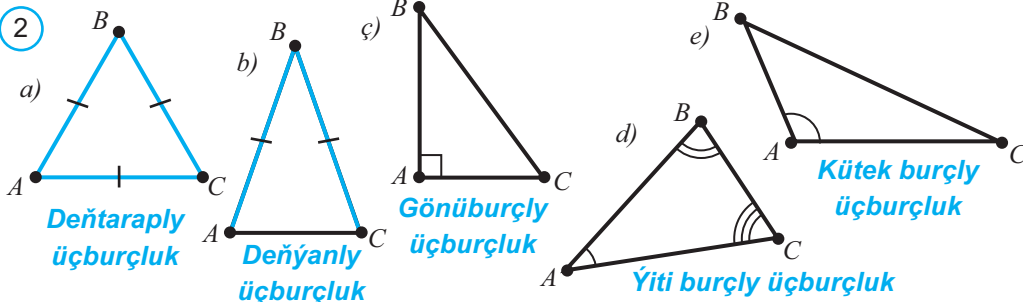
AB, BC, AC kesimler — üçburçlugyň taraplary

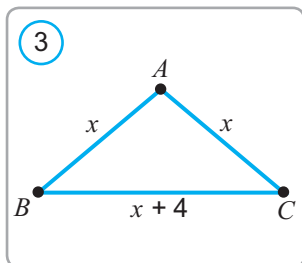
$\angle A, \angle B, \angle C$ — üçburçlugyň burçlary

$P = AB + BC + AC$ — üçburçlugyň perimetri

Taraplaryna we burçlaryna görä üçburçluklar aşakdaky görnüşlere bölünýär: üç tarapy özara deň bolsa, **deňtaraply üçburçluk** (2-nji a surat), taraplaryndan ikisi özara deň bolsa, **deňýanly üçburçluk** (2-nji b surat), bir burçy göni bolsa, **gönüburçly üçburçluk** (2-nji c surat), ähli burçlary ýiti bolsa, **ýiti burçly üçburçluk** (2-nji d surat), bir burçy kütäk bolsa, **kütäk burçly üçburçluk** (2-nji e surat)

2





Mesele. Perimetri 28 sm -e deň bolan deňýanly üçburçlugyň esasy gapdal tarapyndan 4 sm uzyn. Şu üçburçlugyň taraplaryny tapyň.

Çözülişi: ABC üçburçlugyň gapdal tarapy x diýip belgilesek, esasy $x+4$ bolýar (3-nji surat). Onda, meseläniň şertine görä, $P = x + x + x + 4 = 3x + 4 = 28$, $x = 8$. Diýmek, $AB = AC = 8$ sm; $BC = 12$ sm.

Jogaby: 8 sm; 8 sm; 12 sm.

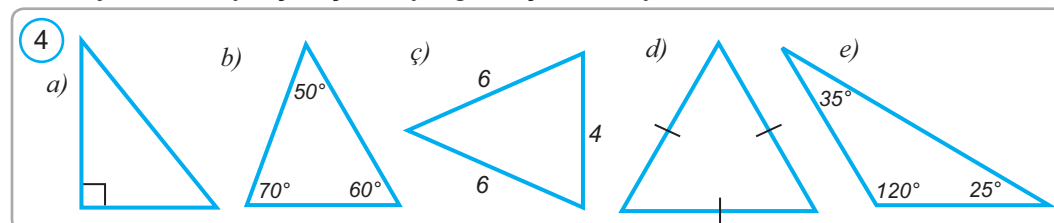


Sorag, mesele we ýumuşlar

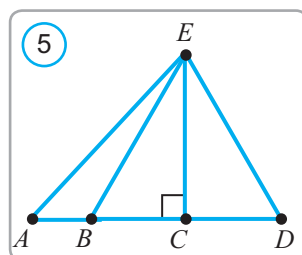
- Nähili figura üçburçluk diýlip atlandyrylýar?
- PQR üçburçlukda
 - $\angle P$ garşysynda haýsy tarap ýatýar?
 - PQ tarapa haýsy burçlar seplesýär?
 - PQ we QR taraplaryň arasynda haýsy burç ýerleşýär?
 - PR tarap haýsy burçuň garşysynda ýatyr?

Bu soraglara figura seretmän jogap bermäge çalyşyň.

- Üçburçlugyň nähili görnüşleri bar? Üçburçlugyň her bir görnüşinden bir sanydan üçburçluk çyzyň. Olary belgiläň. Üçburçlugyň görnüşleriniň kesgitlemesinden gelip çykyp, olaryň aýratynlyklaryny aňladyň.
- 4-nji suratdaky üçburçluklaryň görnüşlerini anyklaň.



- Göz çeni bilen, üç tarapy deň bolan üçburçluk gurun. Soňra taraplaryny ölçäp barlap görüň.



- Deňtaraply üçburçluk çyzyp, burçlaryny ölçäň we netije çykaryň.
- 5-nji suratda bir depesi: a) A nokatda; b) B nokatda; c) C nokatda bolan näçe üçburçluk bar?
- 5-nji suratda üçburçlugyň nähili görnüşlerini görýärsiňiz? Olary görnüşleri boýunça depderiňize ýazyň.
- Käbir üçburçluk çyzyň we ony belgiläň. Çyzgyjyň kömeginde taraplaryny ölçäň we üçburçlugyň perimetrini tapyň.

ABC üçburçlugyň B depesini onuň garşysynda ýatýan tarapyň ortasy M nokat bilen birleşdirýäris (1-nji surat). Emele gelen BM kesim ABC üçburçlugyň medianasy diýlip atlandyrylýar. Bu mediana B depeden çykan ýa-da AC tarapa düşen diýilýär.



Üçburçluk depesini şu depäniň garşysyndaky tarapyň ortasy bilen birleşdirýän kesim üçburçlugyň medianasy diýlip atlandyrylýar.

ABC üçburçluk B burçynyň bissektrisasyny geçirýäris (2-nji surat). Onuň AC tarap bilen kesişme nokadyny L bilen belleýäris. Emele gelen BL kesim ABC üçburçlugyň bissektrisasi diýlip atlandyrylýar.

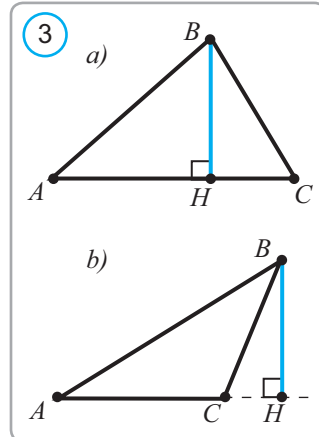
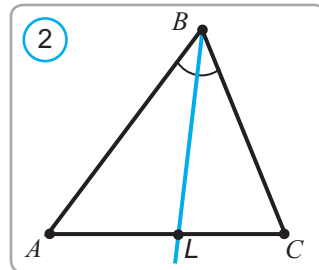
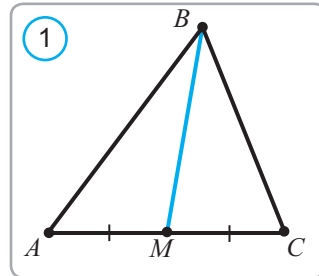


Üçburçlugyň burçunyň bissektrisasynyň üçburçlugyň içinde ýatýan bölegine (kesimine) üçburçlugyň bissektrisasi diýilýär.

ABC üçburçlugyň B depesinden AC tarapda ýatýan göni çyzyga perpendikulýar geçirýäris (3-nji surat). Perpendikulýaryň esasy H bilen belleýäris. Emele gelen BH kesim ABC üçburçlugyň beýikligi diýlip atlandyrylýar.



Üçburçlugyň depesinden şu depäniň garşysyndaky tarap ýatýan göni çyzyga inderilen perpendikulýara üçburçlugyň beýikligi diýilýär.



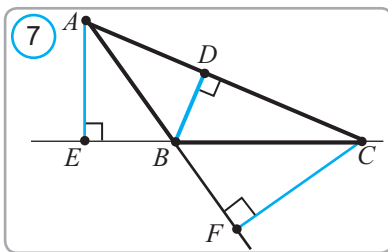
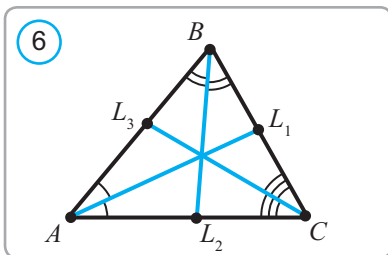
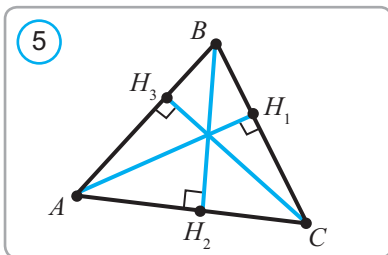
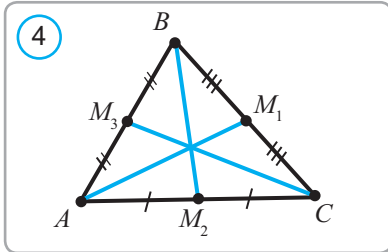
Üçburçlugyň üç depesi bolany sebäpli her bir üçburçluk üç sanydan mediana, beýiklige we bissektrisa eýedir.

4-nji suratdaky AM_1 , BM_2 we CM_3 kesimler — ABC üçburçlugyň medianalary.

5-nji suratdaky AL_1 , BL_2 we CL_3 kesimler — ABC üçburçlugyň bissektrisalary.

6-njy suratdaky AH_1 , BH_2 we CH_3 kesimler — ABC üçburçlugyň beýiklikleri.

Şu möhüm düşünjeleriň häsiýetleri bilen soňky derslerde tanyşarys.



Geometrik barlaglar

1. Islendik üçburçluk çyzyň. Onuň ähli medianalaryny geçiriň (4-nji surat). Nämäni aňdyňyz? Tejribäni ýene iki üçburçluk üçin ýerine ýetirip görüň we anyklanan häsiýeti çak görnüşinde beýan ediň.
2. Islendik üçburçluk çyzyň. Onuň ähli beýikliklerini geçiriň (5-nji surat). Nämäni aňdyňyz? Tejribäni ýene iki üçburçluk üçin ýerine ýetirip görüň we anyklanan häsiýeti çak görnüşinde beýan ediň.
3. Islendik üçburçluk çyzyň. Onuň ähli bisseksisalaryny geçiriň (6-njy surat). Nämäni aňdyňyz? Tejribäni ýene iki üçburçluk üçin ýerine ýetirip görüň we anyklanan häsiýeti çak görnüşinde beýan ediň.

Geçirilen tejribeler esasynda anyklanan häsiýetleri teorema diýip hasaplamak bolarmy? Nämä üçin?

Gönükme. Kütek burçly üçburçlugyň beýikliklerini geçiriň.

Çözülişi: Üçburçlugyň, hususan-da, kütek burçly üçburçlugyň hem üç beýikligi bar. Kütek burçly ABC üçburçluga seredeliň (7-nji surat). Kütek burçuň depesinden geçirilen BD beýiklik üçburçlugyň içinde ýatýar. Ýiti burçy A depesinden beýiklik geçirmek üçin, şu burçuň garşysyndaky BC tarapy dowam etdirýäris we

BC tarapyň dowamyna A nokatdan AE perpendikulýar geçirýäris. Emele gelen AE kesim ABC üçburçlugyň A depesinden inderilen beýikligi bolýar. Edil şeýle, AB tarapyň dowamyna CF beýikligi geçirmek mümkin.



Sorag, mesele we ýumuşlar

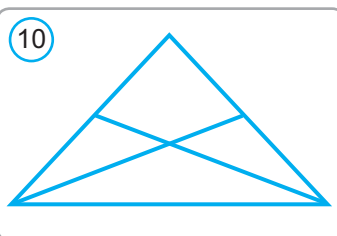
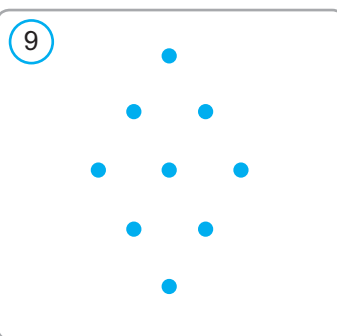
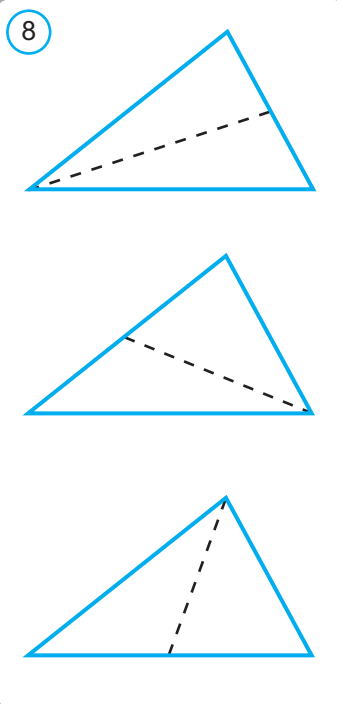
1. Üçburçlugyň medianasy nämä? Üçburçlugyň näçe medianasy bar? Çyzgyda çyzyp görkeziň.

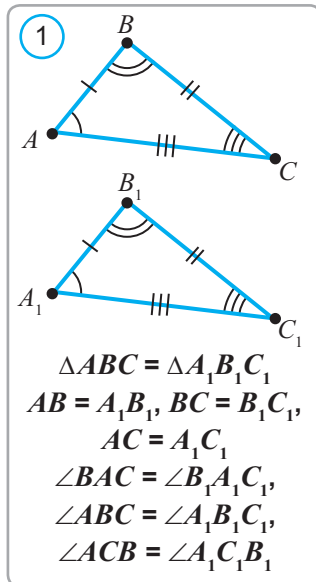
2. Üçburçlugyň beýikligi näme? Üçburçlugyň näçe beýikligi bar? Çyzgyda çyzyp görkeziň.
3. Üçburçlugyň bissektisasy näme? Üçburçlugyň näçe bissektisasy bar? Çyzgyda çyzyp görkeziň.
4. Burçuň bissektisasy bilen üçburçlugyň bissektisa-synyň arasyndaky meňzeşligi we tapawudy aý-dyň?
5. (Amaly gönükmä). Üç sany birmeňzeş üçburçlugy dürli medianalary boýunça gyrkyň (8-nji surat). Emele gelen 6 sany üçburçlukdan bir sany üçburçluk guruň.
6. Üçburçlugyň haýsy elementleri hemişe üçburçlugyň içinde ýatýar?
- 7*. Haýsy üçburçlukda üç sany beýikligi-de üçburçlugyň bir depesinde kesişýär?
- 8*. Üçburçlugyň beýikligi onuň üç tarapyndan hem kiçi bolmagy mümkinmi?
9. Perimetri 36 -a deň bolan üçburçlugyň beýikligi ony perimetrleri 18 we 24 -e deň bolan üçburçluklara bölýär. Berlen üçburçlugyň beýikligini tapyň.
10. Perimetri 36 -a deň bolan üçburçlugyň bissektisasy ony perimetrleri 24 we 30 -a deň bolan üçburçluklara bölýär. Berlen üçburçlugyň bissektisasyny tapyň.
11. ABC üçburçlukda $AB = BC$ we BD medianasy 4 sm. Eger ABD üçburçlugyň perimetri 12 sm bolsa, ABC üçburçlugyň perimetrini tapyň.



Geometrik tapmaçalar

1. Baş sany birmeňzeş çöpden 2 üçburçluk guruň.
2. Dokuz sany birmeňzeş çöpden 5 üçburçluk guruň.
3. Depeleri 9-njy suratda görkezilen nokatlarda ýatýan näçe deňtaraply üçburçluk çyzmak mümkin?
4. 10-njy suratda näçe üçburçluk bar?





Geometrik figuralaryň deňligi kesgitlemesine görä, eger iki üçburçlukdan birini ikinjisine doly üstme-üst düşer ýaly edip goýmak mümkin bolsa, olar **deň** bolýar. 1-nji suratda ABC we $A_1B_1C_1$ — deň üçburçluklar şekillendirilen. Olardan islendik birini ikinjisine üstme-üst goýmak mümkin. Şonda, bir üçburçlugyň üç depesi we üç tarapy deňişlilikde ikinji üçburçlugyň üç depesi we üç tarapy bilen üstme-üst düşýär. Görnüşi ýaly, munda üçburçluklaryň burçlary hem deňişlilikde üstme-üst düşýär.

ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň deňligi

$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

ýaly aňladylr. Çyzgyda deň burçlar birmeňzeş ýaýjagazlar bilen, deň taraplar bolsa birmeňzeş çyzyjaklar bilen 1-nji suratda görkezilişi ýaly tapawutlandyrylyp görkezilýär.



Ugrukdyryjy sorag.

Üçburçluk şeklindäki iki uly ýer meýdanynyň özara deňdigini amalda nähili barlamak bolar? Olardan birini ikinjisiniň üstüne goýup bolmaýar, ahyryn?

Iki üçburçlugyň özara deň ýa-da deň dældigini anyklamak üçin olary el-mydamda üstme-üst goýmak hökmanmy? Munuň geregi ýok. Bu meseläni üçburçluklaryň käbir elementlerini deňeşdirip çözmek mümkin eken. “Üçburçluklaryň deňlik nyşanlary” diýlip atlandyrylýan teoremlar — şu hakdadyr.

Bu teoremlaryň “nyşan” diýilmeginiň sebäbi, olaryň kömeginde üçburçluklaryň deň ýa-da deň dældigi hakynda netije çykarmak mümkin.

Umuman alanda, geometriýada “nyşan” — figuranyň käbir aýratynlyklaryny kesgitlemäge kömek edýän şertler hakyndaky teoremlardan ybarat bolýar.

ABC üçburçluk berlen bolsun. Oňa deň bolan başga üçburçlugy aşakdaky usul bilen gurýarys. A burçy ölçeýäris we tekizligiň başga bir ýerine oňa deň bolan A_1 burçy gurýarys. A_1 burçuň taraplaryna, deňişlilikde $A_1B_1 = AB$ we $A_1C_1 = AC$ kesimleri goýýarys. B_1 we C_1 nokatlary birleşdirýäris. Netijede, ABC

üçburçluk bilen iki tarapy we olaryň arasyndaky bir burçy deň bolan $A_1B_1C_1$ üçburçlugy alarys. Şonda $A_1B_1C_1$ üçburçluk ABC üçburçluga deň bolýar.

Aşakdaky teorema muny tassyklaýar. Ol “Üçburçluklaryň iki tarapy we olaryň arasyndaky burçy boýunça deňligi hakyndaky teorema” diýlip atlandyrylýar. Biz ony gysgacha üçburçluklaryň deňliginiň “TBT nyşany” diýip aýdýarys. (TBT ýazgysy, “tarap”, “burç”, “tarap” sözleriniň baş harplaryndan düzülendir).



Teorema. (Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşany). Eger bir üçburçlugyň iki tarapy we olaryň arasyndaky burçy ikinji üçburçlugyň iki tarapy we olaryň arasyndaky burçuna deňligi bolýar, beýle üçburçluklar özara deň bolýar. (2-nji surat)



$\triangle ABC$ we $\triangle A_1B_1C_1$
 $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$



$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Subudy. $\angle A = \angle A_1$ bolany üçin, ABC üçburçlugy $A_1B_1C_1$ üçburçluga şeýle goýmak mümkin, ýagny onda A depe A_1 depä, AB we AC taraplar bolsa deňligi, A_1B_1 we A_1C_1 şöhlelere gabat gelýär. $AB = A_1B_1$ we $AC = A_1C_1$ bolany üçin, AB tarap A_1B_1 tarap bilen, AC tarap bolsa A_1C_1 tarap bilen üstme-üst düşýär. Hususan-da, B nokat B_1 nokat bilen, C nokat bolsa C_1 nokat bilen üstme-üst düşýär. Onda, B_1C_1 we BC taraplar hem üstme-üst düşýär. Netijede, ABC üçburçlugyň üç depesi, $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň üç depesi bilen, deňligi üstme-üst düşdi.

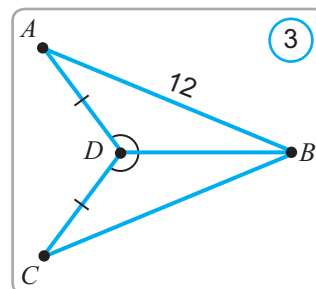
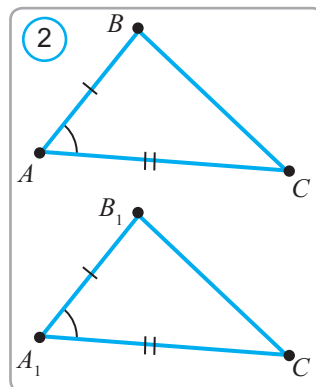
Diýmek, ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklar özara deň.

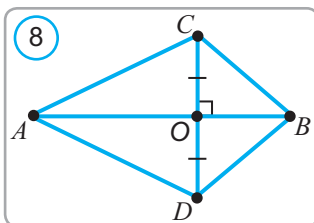
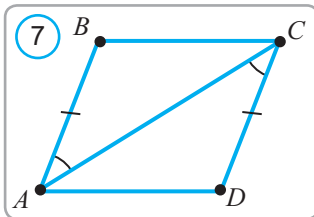
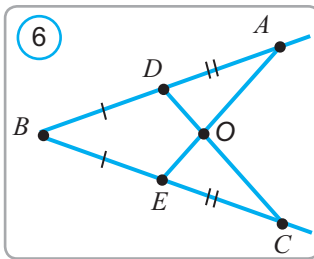
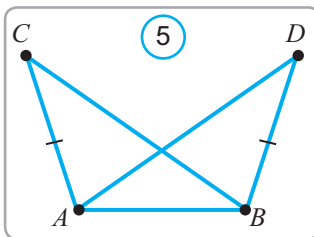
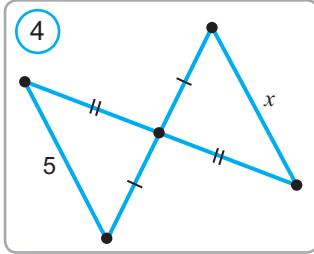


Mesele. 3-nji suratda berlen maglumatlar boýunça BC kesimi tapyň.

Çözülişi: ADB we CDB üçburçluklara garalyň. $AD = DC$, $\angle ADB = \angle CDB$, BD — bu üçburçluklar üçin umumy tarap. Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\triangle ADB = \triangle CDB$, hususan-da, $CB = AB = 12$ bolýandygy belli bolýar.

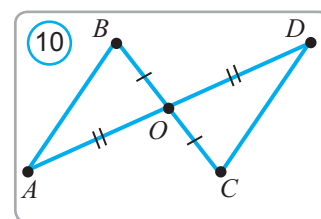
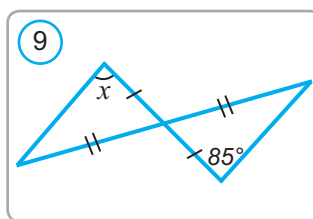
Jogaby: 12.





? Sorag, mesele we ýumuşlar

- Nähili üçburçluklara deň diýilýär?
- $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ deňlik üçburçluklaryň haýsy elementleriniň deňligini aňladýar?
- 4-nji suratdan näbelli x kesimi tapyň.
- TBT nyşanyňa görä üçburçluklaryň deňligi nähili elementler boýunça kesgitleňýär?
- Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyňy düşündiriň.
- Eger 5-nji suratda $\angle CAB = \angle ABD$ bolsa, $AD = BC$ bolýandygyny görkeziň.
- 6-njy suratda $\angle A = \angle C$ bolýandygyny görkeziň.
- 7-nji suratda $\triangle ABC = \triangle CDA$ bolýandygyny subut ediň.
- 8-nji suratda $\triangle ABC = \triangle ABD$ bolýandygyny subut ediň.
- AB we CD kesimler O nokatda kesişýär we şu nokatda deň ýarpa bölünýär (9-njy surat).
 - $\triangle AOB = \triangle DOC$ bolýandygyny;
 - $BD = AC$ bolýandygyny;
 - $\triangle ABD = \triangle DCA$ bolýandygyny subut ediň.
 - Eger AOB üçburçlukda $\angle A = 35^\circ$ we $\angle B = 62^\circ$ bolsa, DOC üçburçlugyň D we C burçlaryny tapyň.
- 10-njy suratdaky näbelli x burçy tapyň.
- Bir üçburçlugyň perimetri ikinji üçburçlugyň perimetrinden uly. Bu üçburçluklaryň deň bolmagy mümkinmi?
- ABC üçburçlugyň AB tarapynda D nokat, $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň A_1B_1 tarapynda D_1 nokat alnan. $ADC = A_1D_1C_1$ we $BD = B_1D_1$ deňlikler belli. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň deňligini subut ediň.



Iki tarapy deň bolan üçburçluga *deňýanly üçburçluk* diýipdik. Deňýanly üçburçlugyň deň taraplary onuň *gapdal taraplary*, üçünji tarapy bolsa *esasy*, esasyň garşysynda ýatýan depä bolsa üçburçlugyň *depesi* diýilýär.



Ugrukdyryjy gönükmä

2-nji suratdaky üçburçluklaryň haýsylary deňýanly? Olaryň esasy we gapdal taraplaryny aýdyň.



Geometrik barlag

Islendik deňýanly üçburçluk guruň. Onuň esasyňa seplesýän burçlaryny ölçäň we olary deňeşdiriň. Tejribäni ýene 2–3 başga deňýanly üçburçluklar üçin gaýtalaň we öz takmyňyzy tassyklama görnüşinde aňladyň. Tejribede tapylan bu häsiýeti ähli deňýanly üçburçluklar üçin ýerlikli diýmek mümkinmi?



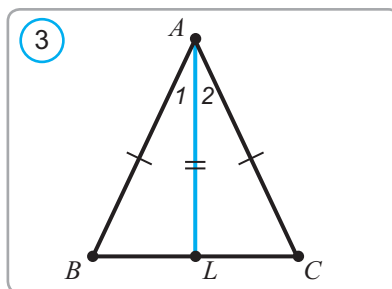
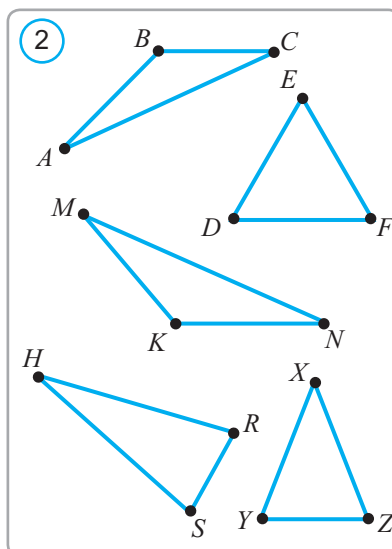
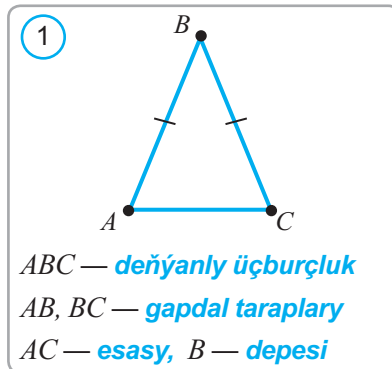
Teorema. Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçlary deň.



Subudy. Goý, AL — ABC üçburçlugyň bissektrisasi bolsun (3-nji surat). ABL we ACL üçburçluklara seredeliň. Birinjiden, AL tarap umumy, ikinjiden, teoremanyň şertine görä $AB = AC$ we $\triangle ABC$ — deňýanly. Üçünjiden, $\angle 1 = \angle 2$, çünki AL — bissektrisa.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyňa görä, $\triangle ABL = \triangle ACL$ bolýar.

Onda, $\angle B = \angle C$. **Teorema subut edildi.**





Geometrik barlag

Deňýanly üçburçluk çyzyň. Onuň depesinden bissektisasyny çykaryň. Bissek- trisa düşen nokat esasy bölen bölekleriň uzynlygyny ölçäp deňeşdiriň. Mundan nähili netije çykýar? Soň bissektisanyň esas bilen emele getiren burçlary transportirde ölçäň we deňeşdiriň. Mundan nähili netije çykýar? Şu netijeleri tassyklama görnüşinde aňladyň. Tejribe netijesinde tapylan bu häsiýetleri ähli deňýanly üçburçluklar üçin ýerlikli diýmek mümkinmi?



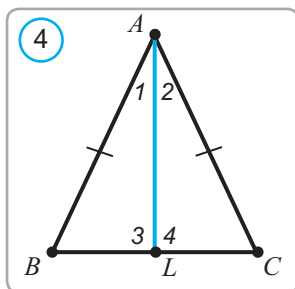
Teorema. Deňýanly üçburçlugyň esasynda inderilen bissektisa onuň hem medianasy, hem beýikligi bolýar (4-nji surat).

$\triangle ABC$, $AB = AC$, AL – bissektisa.



AL – mediana we beýiklik

Subudy. AL kesim ABC üçburçlugyň bissektisasy bolsa, ýokarda subut edilen teorema görä $\triangle ABL = \triangle ACL$ bolýar. Üçburçluklaryň deňliginden $BL = LC$ we $\angle 3 = \angle 4$ bolýandygyny tapýars.



Diýmek, L nokat BC tarapyň ortasy, AL bolsa ABC üçburçlugyň medianasy eken.

$\angle 3$ we $\angle 4$ özara deň we goňşy burçlar bolany üçin, olar göni burçlardyr.

Diýmek, AL kesim ABC üçburçlugyň beýikligi hem bolar eken. **Teorema subut edildi.**

Netije. Şeýlelikde deňýanly üçburçlugyň depesinden çykarylan bissektisasy, medianasy we beýikligi gabat gelýän eken.

Gönükme.

1. Deňtaraply üçburçlugyň bissektisalary, medianalary we beýiklikleri hakynda näme diýmek bolar?



Mesele. Deňýanly ABC üçburçlugyň gapdal taraplaryna AD we CF medianalar geçirilen. $\triangle ADC = \triangle CFA$ we $\triangle ADB = \triangle CFB$ deňligi subut ediň (5-nji surat).



$\triangle ABC$, $AB = BC$, AD we CF — medianalar



$\triangle ADC = \triangle CFA$; $\triangle ADB = \triangle CFB$

Subudy. $AB = BC$ bolany üçin, bu taraplardan AD we CF medianalary bölen kesimler özara deň bolýar:

$$AF = FB = BD = CD. \quad (1)$$

a) $\triangle ADC$ we $\triangle CFA$ üçburçluklarda

1. $\angle ACD = \angle FAC$, çünki $\triangle ABC$ — deňýanly;

2. AC tarap umumy;

3. $AF = CD$ — deňlige görä.

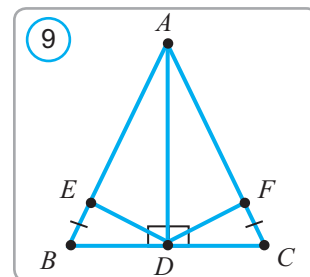
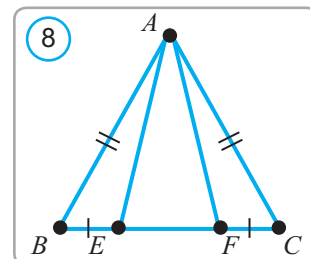
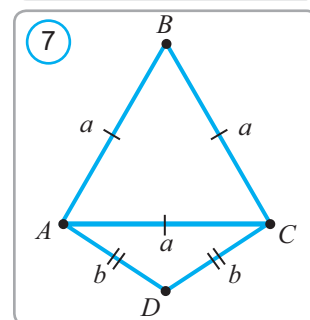
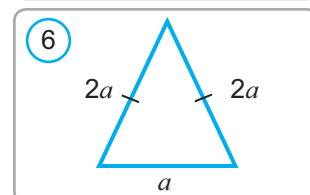
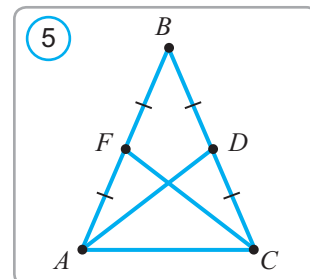
Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyga görä $\triangle ADC = \triangle CFA$.

b) $\triangle ADB = \triangle CFB$ deňligi özbaşdak subut ediň.



Sorag, mesele we ýumuşlar

- Nähili üçburçluklara deňýanly diýilýär?
- Deňýanly üçburçlugyň haýsy burçlary deň bolýar?
- 6-njy suratda $P = 50 \text{ sm}$ bolsa, $a = ?$
- 7-nji suratda $P_{ABC} = 36$ we $P_{ADC} = 28$ bolsa, $a = ?$, $b = ?$
- Deňýanly üçburçlugyň gapdal taraplaryna geçirilen medianalaryň deň bolýandygyny subut ediň.
- 8-nji suratda $AB = AC$, $BE = FC$. a) $\triangle ABE = \triangle ACF$; b) $AE = AF$; c) $\triangle ABF = \triangle ACE$ bolýandygyny subut ediň.
- 9-njy suratda $AB = AC$, $BE = CF$. a) $\triangle AED = \triangle AFD$; b) $\triangle BED = \triangle CFD$ deňlikleri subut ediň.
- Deňtaraply üçburçlugyň ähli burçlarynyň deň bolýandygyny subut ediň.
- Iki deňýanly üçburçluklaryň esaslary we şu esasa inderilen beýiklikleri deňlikde deň bolsa, şu üçburçluklaryň deň bolýandygyny subut ediň.
- Deňýanly üçburçlugyň esasy gapdal tarapyndan 3 sm uly, ýöne gapdal taraplarynyň jeminden 5 sm kiçi. Üçburçlugyň taraplaryny tapyň.
- Deňýanly üçburçlugyň taraplarynyň ortalary birleşdirilse, deňýanly üçburçlugyň emele gelýändigini subut ediň.



Indi üçburçluklaryň bir tarapy we oňa seplesýän burçlary boýunça deňlik nyşanyna seredýäris. Indikide ony “BTB nyşany” diýip atlandyryárs.



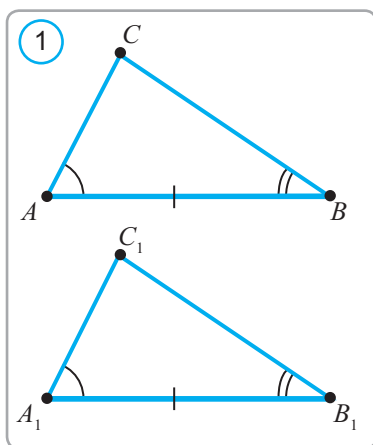
Teorema. (Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşany). Eger bir üçburçlugyň bir tarapy we oňa seplesýän iki burçy ikinji üçburçlugyň bir tarapy we oňa seplesýän iki burçuna degişlilikde deň bolsa, beýle üçburçluklar özara deň bolýar.



$\triangle ABC$ we $\triangle A_1B_1C_1$,
 $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$



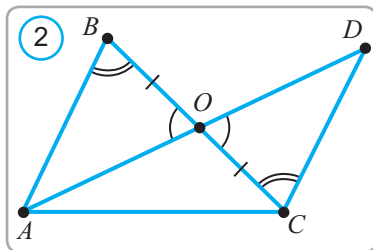
$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$



Subudy. ABC üçburçlugy $A_1B_1C_1$ üçburçlugyň üstüne, A depe A_1 depe bilen AB tarap A_1B_1 tarap bilen üstme-üst düşer ýaly we C we C_1 depeler A_1B_1 göni çyzygyň bir tarapynda ýatar ýaly goýalyň. Onda, $\angle A = \angle A_1$ bolany üçin, AC tarap A_1C_1 şöhlede ýatýar, $\angle B = \angle B_1$ bolany üçin, BC tarap B_1C_1 şöhlede ýatýar. Şonuň üçin C nokat AC we BC şöhleleriň umumy nokady hökmünde A_1C_1 we B_1C_1 şöhleleriň ikisinde-de ýatýar. Onda, C nokat A_1C_1 we B_1C_1 şöhleleriň umumy nokady — C_1 bilen üstme-üst düşýär. Netijede, AC we A_1C_1 , BC we B_1C_1 taraplar hem özara üstme-üst düşýär. Diýmek, ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklar hut üstme-üst düşýär, bu bolsa olar deň diýiligidir. **Teorema subut edildi.**



Mesele. 2-nji suratdan peýdalanyň, $\triangle AOB = \triangle DOC$ deňligi subut ediň.



Çözülişi: $\angle AOB$ we $\angle DOC$ — dik burçlar bolany üçin özara deň bolýar.

Diýmek,

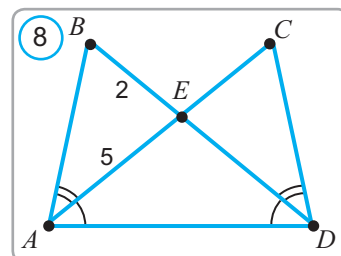
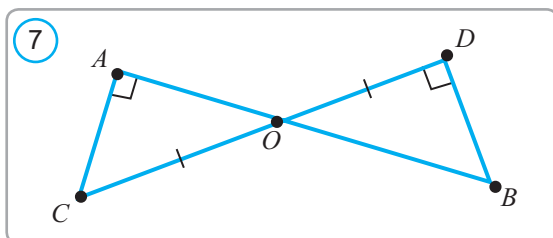
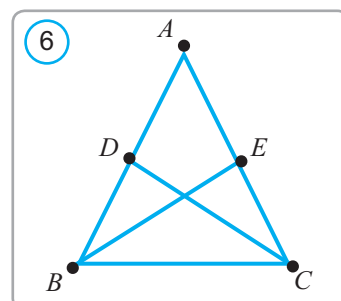
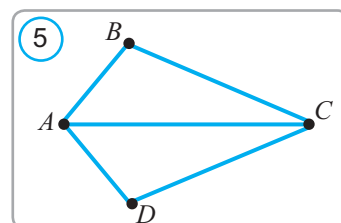
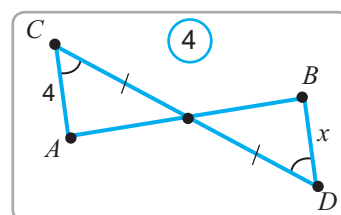
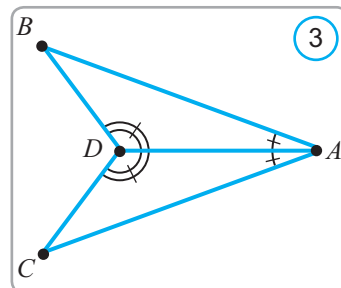
$$BO = OC, \angle ABO = \angle DCO, \angle AOB = \angle DOC$$

we üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyna görä, $\triangle AOB = \triangle DOC$.



Sorag, mesele we ýumuşlar

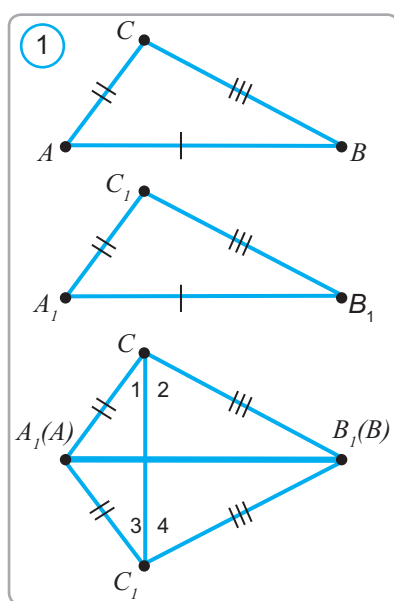
1. Üçburçluklaryň deňligi BTB nyşany boýunça haýsy elementleri deňeşdirmek arkaly kesgittenýär?
2. Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyňy düşündiriň.
3. 3-nji suratda $\triangle ABD = \triangle ACD$ deňligi subut ediň.
4. 4-nji suratdaky näbelli x -i tapyň.
5. 5-nji suratda AC kesim BAC we BCD burçlaryň bissektisasy bolsa, $\triangle ABC = \triangle ADC$ bolýandygyny subut ediň.
6. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ we $\angle B = \angle B_1$ ekenligi belli. AB we A_1B_1 taraplarda degişlilikde D we D_1 nokatlar $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ bolýan edip alnan. Onda $\triangle BCD = \triangle B_1C_1D_1$ bolýandygyny subut ediň.
7. AB we CD kesimler O nokatda kesişýär. Eger $BO = CO$ we $\angle ACO = \angle DBO$ bolsa, $\triangle ACO$ we $\triangle DBO$ üçburçluklaryň deň bolýandygyny subut ediň.
8. Eger ABC üçburçlukda $AB = AC$, BE we CD — bissektisa bolsa, $BE = CD$ bolýandygyny subut ediň (6-njy surat).
9. $\triangle OAC = \triangle ODB$ deňligi subut ediň (7-nji surat).
10. ABC we ADC üçburçluklar deň. B we D nokatlar AC göni çyzygyň dürli tarapynda ýatýar. ABD we BCD üçburçluklaryň deňýanlydygyny subut ediň.
11. 8-nji suratdaky maglumatlar esasynda AC we BD kesimleri tapyň.



Indi üçburçluklaryň üç tarapy boýunça deňlik nyşany bilen tanyşýarys. Indikide ony “TTT nyşany” diýip atlandyryarys.



Teorema. (Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşany). Eger bir üçburçlugyň üç tarapy ikinji üçburçlugyň üç tarapyna deňşililikde deň bolsa, beýle üçburçluklar özara deň bolýar.



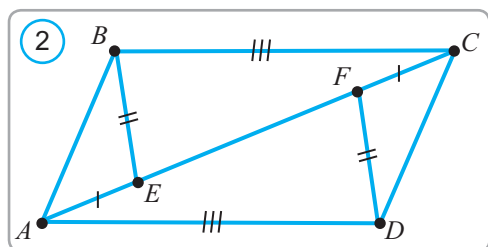
Berlen: $\triangle ABC$ we $\triangle A_1B_1C_1$; $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$.

$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

Subudy. Aýdaly, ABC üçburçlugyň iň uly tarapy AB bolsun. ABC üçburçlugy, AB tarap A_1B_1 tarap bilen üstme-üst düşer ýaly hem-de C we C_1 depeler A_1B_1 göni çyzygyň dürli taraplarynda ýatar ýaly edip goýýarys. Onda, $AC = A_1C_1$ we $BC = B_1C_1$ bolany üçin A_1C_1C we B_1C_1C üçburçluklar deňýanly bolýar. Deňýanly üçburçlugyň häsiýetine görä, $\angle 1 = \angle 3$ we $\angle 2 = \angle 4$ bolýar. Şonuň üçin, $\angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$ bolýar.

Diýmek, ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda: $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ we $\angle A_1CB_1 = \angle A_1C_1B_1$. Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Netije. Eger iki üçburçlugyň üç tarapy-da deňşililikde deň bolsa, olaryň deňşli burçlary hem özara deň bolýar.



Mesele. 2-nji suratda berlenlerden peýdalanyp, a) $\triangle AFD = \triangle CEB$; b) $\triangle AEB = \triangle CFD$ deňligi subut ediň.

Subudy: 2-nji suratda berlenlere görä $AE = FC$, $BE = FD$ we $AD = BC$.

a) $AF = AE + EF$ bolany üçin $EC = EF + FC = EF + AE = AF$.

Diýmek, $\triangle AFD$ we $\triangle CEB$ -niň deňli taraplary özara deň we üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyňa görä $\triangle AFD = \triangle CEB$.

b) $\triangle AFD = \triangle CEB$ bolany üçin $\angle BEF = \angle EFD$. Onda, goňşy burçlar bolany üçin $\angle AEB = \angle CFD$ bolýar.

$\triangle AEB$ we $\triangle CFD$ üçburçluklarda:

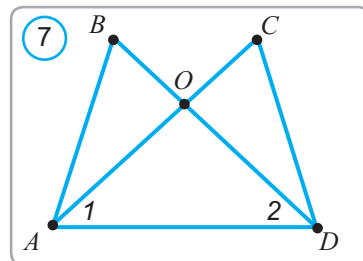
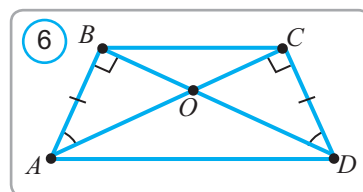
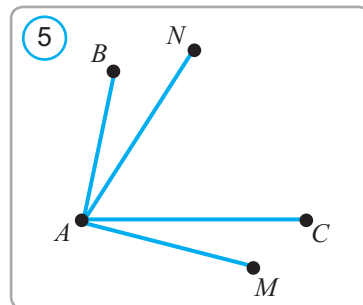
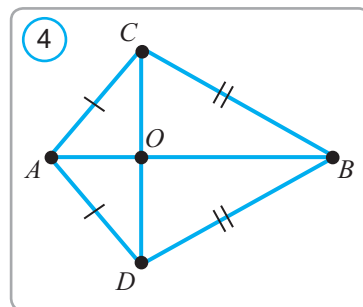
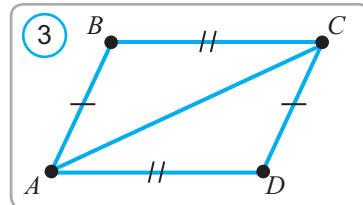
1. $AE = FC$;
2. $BE = FD$;
3. $\angle AEB = \angle CFD$.

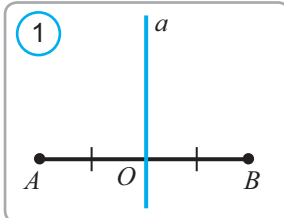
Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyňa görä, $\triangle AEB = \triangle CFD$ bolýar.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. TTT nyşanynda üçburçluklaryň deňligi nähili elementler boýunça deňleşdirilip anyklanýar?
2. Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyňy düşündiriň.
3. 3-nji suratda berlenlere görä $\triangle ABC = \triangle CDA$ bolýandygyny subut ediň.
4. 4-nji suratda: a) $\triangle ABC = \triangle ABD$; b) $\triangle BOC = \triangle BOD$; c) $\triangle AOC = \triangle AOD$; d) $AB \perp CD$ bolýandygyny subut ediň.
5. ABC we ABD — esaslary AB bolan deňýanly üçburçluklar bolsa, $\triangle ACD = \triangle BCD$ bolýandygyny subut ediň.
6. Eger 5-nji suratda $BA = AM$, $AC = AN$, $\angle BAC = \angle NAM$ bolsa, depeleri A , B , C , M we N nokatlarda bolan ähli deň üçburçluklaryň jübütini anyklaň.
7. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda $AB = A_1B_1$ we $BC = B_1C_1$ bolup, olaryň perimetrleri deň bolsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ bolýandygyny görkeziň.
- 8.* AB we CD kesimler kesişme nokadynda deň ýarpa bölünýär. $\triangle ACD = \triangle BDC$ deňligi subut ediň.
9. 6-njy suratda näçe deň üçburçluklar jübüti bar?
- 10*. Eger 7-nji suratda: a) $\angle 1 = \angle 2$, $AC = BD$; b) $\angle 1 = \angle 2$, $BO = OC$, $AB = CD$ bolsa, $\triangle ABD = \triangle ACD$ bolýandygyny görkeziň.





Indi üçburçluklaryň deňlik nyşanlarynyň teoremlary subut etmekde ulanylyşyny öwrenýäris.

AB kesim berlen bolsun. Onuň ortasy bolan O nokatdan AB kesime perpendikulýar a göni çyzygy geçirýäris (1-nji surat). Bu göni çyzyk AB kesimiň *orta perpendikulýary* diýlip atlandyrylýar.



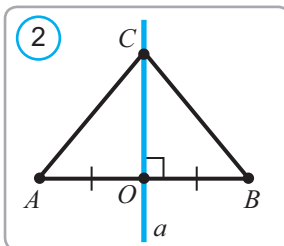
Teorema. Kesimiň orta perpendikulýarynyň islendik nokady kesimiň uçlaryndan deň uzaklykda ýerleşen bolýar.



AB kesim, C — AB kesimiň orta perpendikulýarynyň islendik nokady (2-nji surat).



$$AC = BC$$



Subudy. ACO we BCO üçburçluklarda (2-nji surat):

1. OC — umumy tarap;
2. $AO = BO$ — şerte görä;
3. $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ — şerte görä.

Diýmek, üçburçlugyň deňliginiň TBT nyşanyyna görä

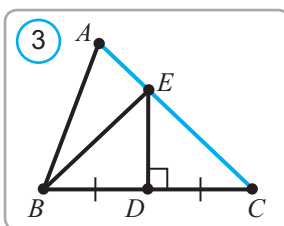
$$\triangle AOC = \triangle BOC.$$

Hususan-da, $AC = BC$.

Teorema subut edildi.



Mesele. ABC üçburçlugyň BC tarapyna inderilen orta perpendikulýar AC tarapy E nokatda kesip geçýär. Eger $BE = 6$ sm, $AC = 8,4$ sm bolsa, AE we CE kesimi tapyň.



Çözülişi: ABC üçburçluk BC tarapyň orta perpendikulýary DE bolsun (3-nji surat). Kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýetine görä, $CE = BE = 6$ sm.

$$AE + EC = AC \text{ bolany üçin,}$$

$$AE = AC - EC = 8,4 - 6 = 2,4 \text{ sm.}$$

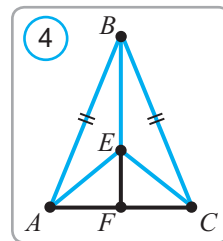
Jogaby: $AE = 2,4$ sm, $CE = 6$ sm.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Kesimiň orta perpendikulýary näme?
2. Kesimiň orta perpendikulýarynyň häsiýetini düşündiriň.

3. Kābir ūčburčluk čyzyň we onuň her bir tarapyna orta perpendikulýar geçiriň. Nämäni aňdyňyz? Čyzgyňyzy synpdaşyňyzyň čyzgysy bilen deňeşdiriň we anyklanan häsiýeti çak etme hökmünde aňladyň.
4. Nähili ūčburčlukda ūčburčlugyň tarapyna inderilen orta perpendikulýar şu tarapa inderilen beýiklik bilen üstme-üst düşýär?
5. ABC ūčburčlugyň BC tarapyna geçirilen orta perpendikulýar AC tarapy D nokatda kesip geçýär. Eger $BD = 7,2 \text{ sm}$, $AD = 3,2 \text{ sm}$ bolsa, AC nämä deň?
6. ABC we ABD deňýanly ūčburčluklar umumy AB esasa eýe. CD göni çyzyk AB kesimiň orta perpendikulýary bolýandygyny subut ediň.
- 7*. ABC deňýanly ūčburčlugyň AB tarapyna geçirilen orta perpendikulýar BC tarapy D nokatda kesip geçýär. Eger ADC ūčburčlugyň perimetri 24 sm -e deň we $AB = 16 \text{ sm}$ bolsa, AC esasyny tapyň.
- 8*. Ūčburčlugyň taraplaryna inderilen orta perpendikulýarlaryň bir nokatda kesişýändigini subut ediň.
9. Deňýanly ABC ūčburčlugyň esasyna inderilen BF bissektisasynda E nokat alnan (4-nji surat). $\triangle ABE = \triangle CBE$ deňligi TTT nyşanyndan: a) peýdalanyp; b) peýdalanman subut ediň.



27

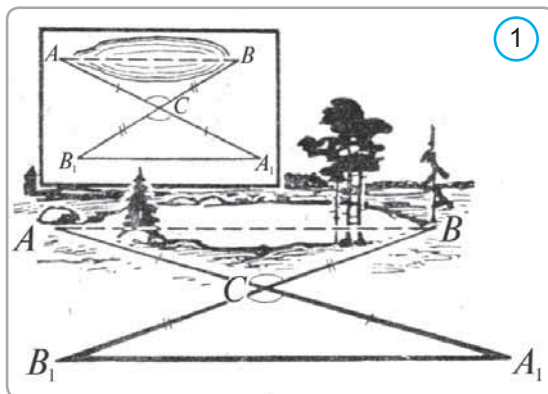
Amaly sapak

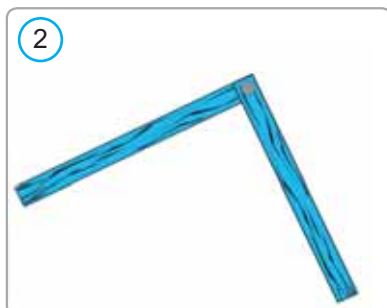
Kölüň giňligini ölçemek.

Aýdaly, A we B nokatlar kölüň çetki nokatlary bolsun (1-nji surat). Onda görnüşi ýaly, AB kesimi göni ölçäp bolmaýar. Gury ýerde nähili gurmak işlerini ýerine ýetirip şu uzaklygy ölçemek bolar?

Çözülişi: CA we CB kesimler arkaly A we B nokatlara baryp bolýan C nokady saýlaýarys we islendik ABC ūčburčlugy gurýarys. AC we BC taraplary dowam etdirip, $A_1C = AC$ we $B_1C = BC$ kesimleri goýýarys. A_1 we B_1 nokatlary birleşdirýäris. Netijede, ūčburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyna görä $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C$ bolýar. Hususan-da, $AB = A_1B_1$ gelip çykýar.

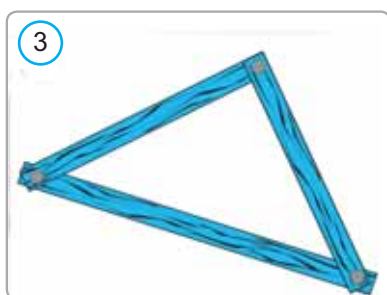
Diýmek, gurlan A_1B_1 kesimiň uzynlygyny ölçäp, AB kesimiň hem uzynlygyny tapdygymyz bolýar.





Üçburçluklaryň deňliginiň TTT-nyşanyna esaslanyp üçburçlugyň «gaty (berk)» figura bolýandygyny esaslandyrmak.

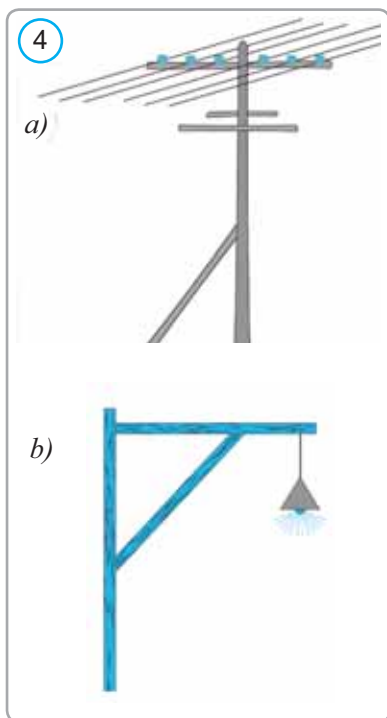
Iki agaç (reýka) tagtalyklaryň uçlaryny bir-birine 2-nji suratda görkezilişi ýaly edip çüý bilen birleşdirýäris. Emele gelen figura berk bolmaýar, çünki onuň erkin uçlaryny dürli tarapa towlamak, taraplarynyň arasyndaky burçy islendikçe üýtgetmek mümkin.



Indi şu reýkalaryň erkin uçlaryna üçünji reýkany 3-nji suratda görkezilişi ýaly edip, çüý bilen kakyp, birleşdirýäris. Emele gelen üçburçluk berk figura bolýar. Çünki her näçe synanyssaň-da onuň taraplaryny towlap, burçlaryny üýtgedip bolmaýar.

1. Şu tassyklamanyň dogrudygyny haýsy teoremadan gelip çykýar?

2. Üçburçlugyň berk figuradygyny durmuşda nirelerde peýdalanylýandygyny 4-nji surat arkaly aýdyp beriň.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Üçburçluk – «berk figura», diýende nämäni düşüňärsiňiz?
2. Üçburçlugyň gatylygyny haýsy teoremanyň kömeginde düşündirilýär?
3. Üçburçlugyň gatylygyny nirelerde ulanylýar? (4-nji surat)
4. $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$ bolýandygyny belli. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ we $\angle C_1 = 90^\circ$. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň galan burçlaryny tapyň.
5. ABC we DEF deňýanly üçburçluklar deň. ABC üçburçlukda $AC=BC$ we $AB = 2 \text{ sm}$. Eger $DE=4 \text{ sm}$ bolsa, her bir üçburçlugyň perimetrini tapyň.

1. Boş galdyrylan ýerleri many taýdan dogry sözler bilen dolduryň.

1. Eger üçburçlugyň iki tarapy we deň bolsa, ol bolýar.
2. Deňýanly üçburçlugyň onuň medianasy hem, beýikligi hem bolýar.
3. Ýapyk döwür çyzykdan ybarat figura diýilýär.
4. Hemme taraplari özara deň bolan üçburçlugyň deň bolýar.
5. üçburçlugyň medianalary, bissektisalary we beýiklikleri özara deň.
6. esasyna seplesýän burçlary deň.
7. Deňtaraply üçburçluk üçburçluk hem bolýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerdäki ýalňyşy tapyň we düzediň.

1. Deňýanly üçburçlugyň burçlary deň.
2. Eger iki üçburçlugyň burçlary deňlikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
3. Deňýanly üçburçlugyň medianasy onuň bissektisasy we beýikligi hem bolýar.
4. Üçburçlugyň burçundan çykyp, şu burçy deň ýarpa bölýän şohlä üçburçlugyň bissektisasy diýilýär.
5. Mediana — üçburçluk tarapyny deň ikä bölýän çyzyk.
6. Eger iki üçburçlugyň bir tarapy we iki burçy deňlikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
7. Bir üçburçlugyň iki tarapy we bir burçy, ikinji üçburçlugyň iki tarapyna we bir burçuna deňlikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.

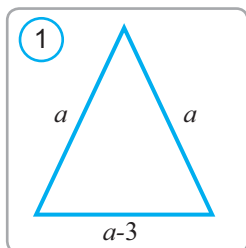
3. Berlen häsiýetlere eýe bolan geometrik şekiliň adyny sag sütündäki laýyk gelýän hatara ýazyň.

1.	Hemme medianalary deň.	
2.	Üçburçlugyň bir depesi we şu depäniň garşysyndaky tarapyň ortasyny birleşdirýän kesim.	
3.	Üçburçlugyň bir depesinden şu depäniň garşysyndaky tarapa inderilen perpendikulýar.	
4.	Üçburçlugyň taraplarynyň jemi.	
5.	Öz-özünü kesip geçmeýän ýapyk döwür çyzyk.	

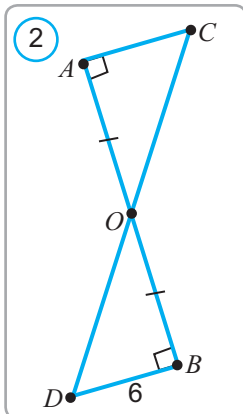
4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjä ikinji sütünden degişli häsiýet ýa-da laýyk düşündirişini tapyp goýuşdyryň.

	Geometrik düşünje	Düşündirişi ýa-da häsiýeti
1.	Döwürk çyzyk	A. Bir burçy göni burç
2.	Köpburçluk	B. Üçburçlugyň depesini şu depäniň garysyndaky tararyň ortasy bilen birleşdirýär
3.	Üçburçlugyň perimetri	C. Iki tarapy deň
4.	Ýiti burçly üçburçluk	D. Öz-özünü kesip geçmeýän ýapyk döwürk çyzyk
5.	Deňýanly üçburçluk	E. Yzygider gelýän ikisi bir göni çyzykda ýatmaýan A_1A_2 , A_2A_3 , $\dots$, $A_{n-1}A_n$ kesimlerden ybarat
6.	Gönüburçly üçburçluk	F. Üç tarapynyň jemi
7.	Üçburçlugyň medianasy	G. Ähli burçlary ýiti
8.	Üçburçlugyň bissektisasy	H. Üçburçlugyň burçunyň bissektisasynyň üçburçlugyň içinde ýatýan bölegi
9.	Üçburçlugyň beýikligi	I. Üçburçlugyň depesinden şu depäniň garşysyndaky tarap ýatýan göni çyzyga inderilen perpendikulýar
10.	Kesimiň orta perpendikulýary	J. Kesimiň ortasyna inderilen perpendikulýar

5. Testler.

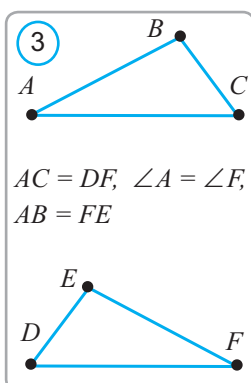


- Deňýanly üçburçlugyň iki tarapy 8 we 3 -e deň. Onuň üçünji tarapyny tapyň.
A) 5; B) 8; D) 11; E) 9.
- $P = 36$, $a = ?$ (1-nji surat)
A) 11; B) 12; D) 13; E) 18.
- Deňýanly üçburçlugyň perimetri 48, gapdal tarapy 18 -e deň. Onuň esasyny tapyň.
A) 18; B) 12; D) 16; E) 18.

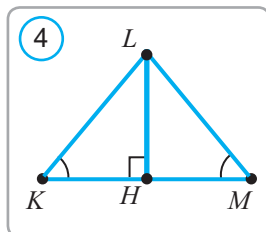


4. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 48 -e deň. Onuň taraplaryndan biri 12 -ä deň bolsa, galan taraplaryny tapyň.
A) 12; 12 B) 16; 16 D) 18; 24 E) 18; 18.
5. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 36 -a, taraplaryndan biri bolsa 16 -a deň. Üçburçlugyň galan iki tarapynyň uzynlygyny tapyň.
A) 16 we 4; B) 10 we 10; D) 10 we 10 ýa-da 16 we 4; E) Beýle üçburçluk bolmaýar.

6. $AC = ?$ (2-nji surat)
A) 6; B) 8; D) 12; E) 10,5.
7. Üçburçlugyň näçe medianasy bar?
A) Bir sany; B) Iki sany; D) Üç sany; E) Altı sany.
8. Üçburçlugyň bissektrisasý nähili şekilde?
A) Kesim; B) Şöhle; D) Göni çyzyk; E) Nokat.



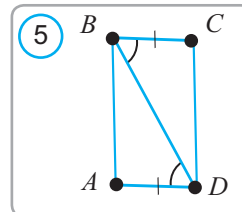
9. Üçburçlugyň haýsy elementi onuň daşky zolagynda ýatmagy mümkin?
A) Medianasy; B) Beýikligi; D) Bissektrisasý; E) Diagonalý.
10. "Eger üçburçlugyň iki burçy deň bolsa, bu üçburçluk deňýanly üçburçluk bolýar", diýen tassyklamany nähili atlandyrmak bolar?
A) Kesgitleme; B) Häsiýet; D) Alamat; E) Aksioma.



11. 3-nji suratda getirilen ABC we DEF üçburçluklar deň bolarmy?
A) Hawa; B) Ýok.
12. 4-nji suratdaky haýsy üçburçluklar özara deň?
A) $\triangle KLM = \triangle LMH$; B) $\triangle KLH = \triangle MLH$; D) $\triangle KLM = \triangle KLH$; E) Hiç haýsysy.

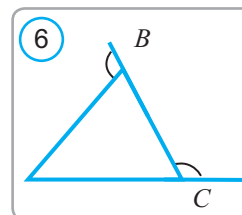
13. 5-nji suratdaky ABD we CDB üçburçluklar haýsy nyşana esasan deň bolýar?

- A) Üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyyna görä;
 B) Üçburçluklaryň deňliginiň BTB nyşanyyna görä;
 D) Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyyna görä;
 E) Bu üçburçluklar deň däl.



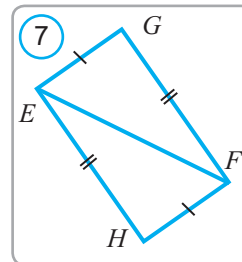
14. 6-njy surata garap üçburçlugyň görnüşini anyklaň.

- A) Deňtaraply; B) Deňyanly;
 D) Kütäk burçly; E) Hiç zat diýip bolmaýar.



15. 7-nji suratdaky maglumatlara görä aşakdaky deňliklerden nädogrusyny tapyň.

- A) $\angle GEF = \angle HFE$; B) $\angle EGF = \angle FHE$;
 D) $\angle EHF = \angle FEG$; E) $\angle EFH = \angle GEF$.

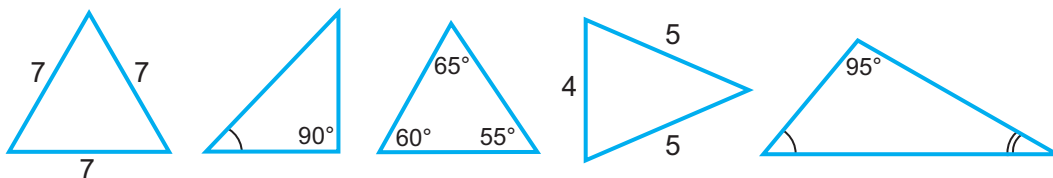


16. Perimetri 12 sm bolan üçburçlugyň beýikligi ony perimetrleri 7 sm we 9 sm bolan üçburçluklara bölýär. Beýikligiň uzynlygyny tapyň.

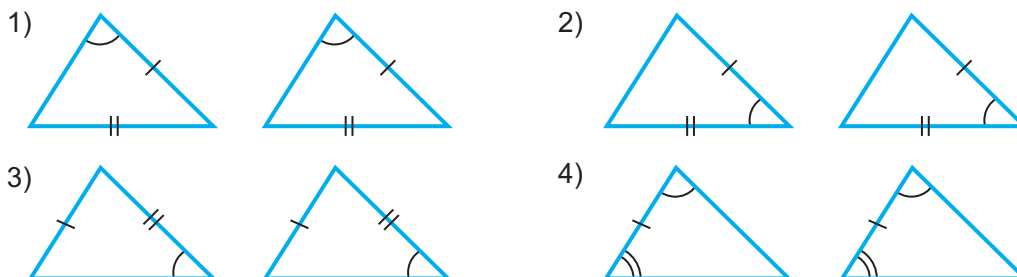
- A) 2 sm; B) 3 sm; D) 1 sm; E) 4 sm.

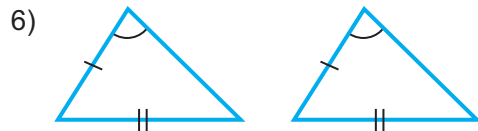
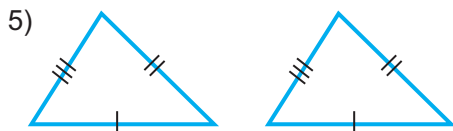
6. Meseleler.

1. Suratda berlen maglumatlar esasynda üçburçluklaryň görnüşlerini anyklaň.

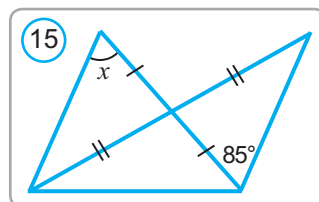
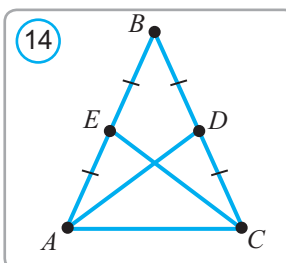
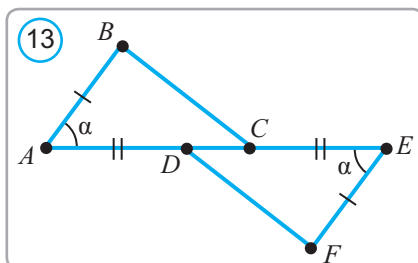
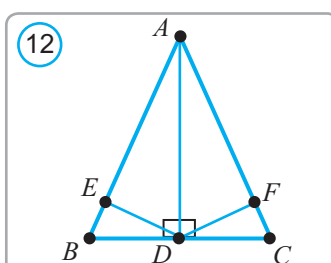
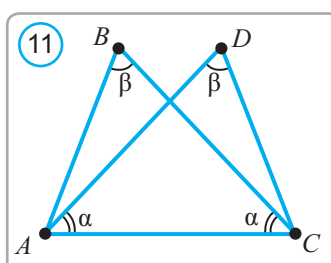
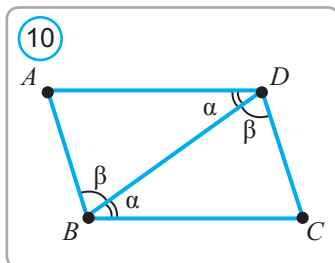
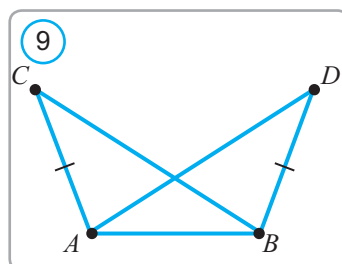
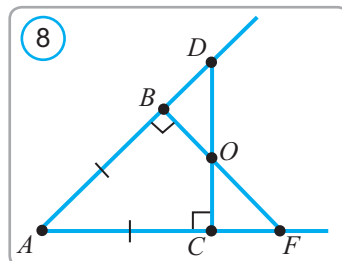


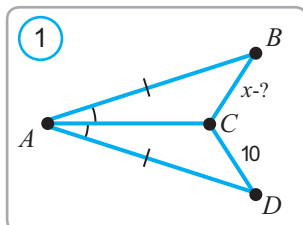
2. Aşakda getirilen üçburçluklaryň jübütliklerinden haýsylary özara deň bolýar? Haýsy nyşanyyna görä?





3. 8-nji suratda $\triangle ACD = \triangle ABF$ deňligi subut ediň.
4. Eger 9-njy suratda $\angle CAB = \angle ABD$ bolsa, $AD = BC$ bolýandygyny görkeziň.
5. 10-njy suratda $\triangle ABD = \triangle BCD$ deňligi subut ediň.
6. 11-nji suratda $\triangle ABC = \triangle ADC$ deňligi subut ediň.
7. Eger $\triangle ABC$ we $\triangle PQR$ da $AB = PQ$, $AC = PR$ we $BC = QR$ bolsa, $\triangle ABC$ we $\triangle PQR$ deň bolarmy?
8. Eger 12-nji suratda $AB = AC$, $BE = CF$ bolsa, a) $\triangle AED = \triangle AFD$; b) $\triangle BED = \triangle CFD$ -ni subut ediň.
9. 13-nji suratda $\triangle ABC = \triangle EFD$ deňligi subut ediň.
10. 14-nji suratda $AD = CE$ deňligi subut ediň.
11. 15-nji suratdaky maglumatlara görä x -i tapyň.
12. AE we BD kesimler C nokatda kesişýär. Eger $DC = DE$, $AB = BC$ we $\angle BAC = 48^\circ$ bolsa, $\angle CED$ -ni tapyň.
13. ABC üçburçlugyň içinde D nokat alnan. Eger $AC = AB$, $CD = BD$ we $\angle BDA = 120^\circ$ bolsa, $\angle ADC$ -ni tapyň.





Barlag işi iki bölekden ybarat bolýar:

I. 81-83-nji sahypalardaky test soraglaryna meňzeş 5 sany test;

II. Aşakdaky meselelere meňzeş 3 mesele (4-nji mesele "bäşlik" baha almakçy bolan okuwçylar üçin goşmaça).

1. 1-nji suratda berlen maglumatlar boýunça näbelli

kesimi tapyň.

2. AB we CD kesimler O nokatda kesişýär. Eger $\angle CAB = \angle ABD$ we $AO = BO$ bolsa, $\angle ACO = \angle BDO$ bolýandygyny subut ediň.
3. Deňýanly üçburçlugyň perimetri $18,4 \text{ m}$ -e deň, esasy bolsa gapdal tarapyndan $3,6 \text{ m}$ gysga. Şu üçburçlugyň taraplaryny tapyň.
- 4*. Üçburçluklaryň deňligini iki tarap we şu taraplaryň birine inderilen medialarynyň deňligine görä subut ediň.



Zehinli okuwçylar üçin goşmaça ýumuş.

1. «Geometriýa–7» elektron dersliginiň degişli babynyň sahypalary bilen tanyşyň. Şu baba girizilen temalara degişli interaktiw animasiýa goşmaçalarynda berlen ýumuşlary ýerine ýetirip we test ýumuşlaryny çözüp öz bilimiňizi synaň.

2. Şonuň ýaly-da, 10-njy sahypada getirilen internet resurslaryndan şu baba degişli materiallary tapyň we öwreniň.

III BAP



PARALLEL GÖNI ÇYZYKLAR

Şu baby öwrenmek bilen siz aşakdaky bilim we amaly endik-lere eýe bolarsyňyz:

Bilimler:

- Parallel göni çyzyklaryň kesgitlemesini we häsiýetlerini bilmek;
- iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelýän burçlaryň görnüşlerini bilmek we olary çyzygyda tapawutlandyryp bilmek;
- iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryny bilmek;
- berlen teorema ters bolan teoremany aňladyp bilmek;

Endikler:

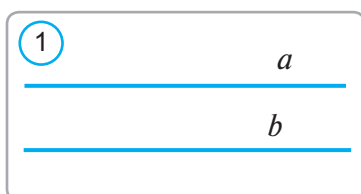
- Üçburçluk we ýönekeý çyzygyň kömeginde parallel göni çyzyklary gurmagy başarmak;
- iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelýän burçlary çyzygyda görkezip bermegi başarmak;

**Ugrukdyryjy gönükme.**

Eger iki göni çyzyk bir göni çyzyga perpendikulýar bolsa, olaryň özara kesişmegi mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.



Bir tekizlikde ýatýan, özara kesişmeýän göni çyzyklara **parallel göni çyzyklar** diýilýär.



1-nji suratda parallel göni çyzyklar şekillendirilen. a we b göni çyzyklaryň parallelligi $a \parallel b$ ýaly ýazylýar ýa-da gysgaça “ a göni çyzyk b göni çyzyga parallel” diýlip okalýar.

Parallel göni çyzyklarda ýatýan kesimlere (şöhlelere) parallel kesimler (şöhleler) diýilýär.

Parallel kesimlere durmuşda köp duşansyňyz. Mysal üçin, demir ýoluň relsleri, gönüburçluk şekindäki stoluň garşylykly gyraňlary, gözenekli depder listindäki gorizont al ýa-da dik çyzyklar we başgalar.

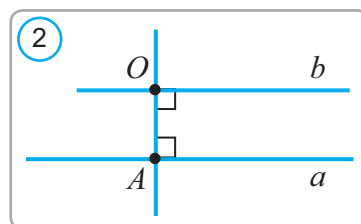
Şeýlelikde, kesgitlemä görä göni çyzyklaryň parallel bolmegi üçin

- olar bir tekizlikde ýatmaly;
- umumy nokada eýe bolmaly däl, ýagny kesişmeli däl.

15-nji temada subut edilen teoremany indi aşakdaky ýaly beýan etmek bolar:



Teorema. Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk özara paralleldir.



Gönükme. a göni çyzyga degişli bolmadyk O nokatdan oňa parallel göni çyzyk geçirmegiň mümkindigini görkeziň.

Çözülişi: O nokatdan a göni çyzyga perpendikulýar OA göni çyzyk geçirýäris (2-nji surat). Soň O nokatdan OA göni çyzyga perpendikulýar

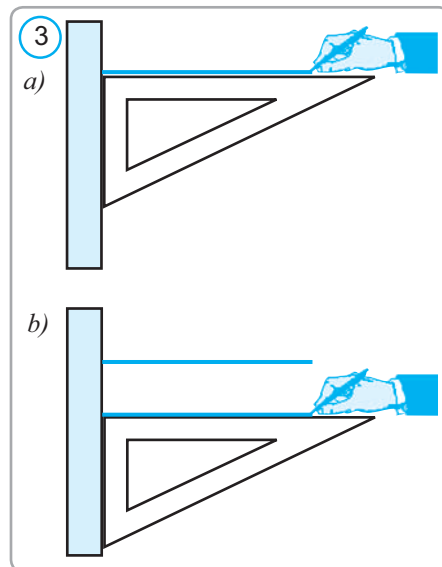
b göni çyzygy geçirýäris. Netijede, $a \perp OA$ we $OA \perp b$, ýagny OA göni çyzyga perpendikulýar bolan iki a we b göni çyzyklary alarys. Onda ýokardaky teorema görä, a we b göni çyzyklar özara parallel bolýar, ýagny, b gözlenýän göni çyzykdyr.

Parallel göni çyzyklary amalyýetde ýönekeý we üçburçluk çyzgyçlaryň kömeginde 3-nji suratdaky ýaly edip çyzmak bolar. Şu usulyň dogrudygyny esaslandyryň.

Göni çyzyga onda ýatmaýan nokatdan näçe parallel göni çyzyk geçirmek mümkin? *Parallellik aksiomasy* diýilýän aşakdaky tassyklama şu soraga jogap berýär.

A *Tekizlikdäki göni çyzyga, onda ýatmaýan nokatdan diňe bir sany parallel göni çyzyk geçirmek mümkin.*

Bu tassyklama aksioma hökmünde subutsyz kabul edilýär.



Teorema. Bir göni çyzyga parallel iki göni çyzyk özara paralleldir.



a, b we c göni çyzyklar, $a \parallel c, b \parallel c$.



$a \parallel b$

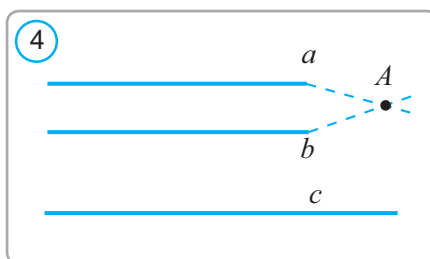
Subudy. $a \parallel c$ we $b \parallel c$ bolsa-da, a we b göni çyzyklar parallel bolmasyn, diýip çak edeliň. Onda, olar käbir A nokatda kesişýär (4-nji surat) we A nokatdan c göni çyzyga iki sany a we b parallel göni çyzyk geçirilen bolýar. Bu bolsa parallellik aksiomasyna ters. Diýmek, çakymyz nädogry — a we b göni çyzyklar özara parallel eken.

Teorema subut edildi.



Geometrik barlag

45° –a deň bolan ABC burç çyzyň. Burçuň depesinden başlap onuň BA tarapynda dört sany bir-birine deň kesimleri yzygider goýuň we şu kesimleriň başlangyçlary arkaly burçuň BC tarapyny kesip geçýän parallel göni çyzyklary geçiriň. Soňra BC tarapda emele gelen kesimleriň uzynlyklaryny özara deňeşdiriň. Şu kesimler hakynda nähili netijä geldiňiz? Netijäni başga ululykdaky burçlar üçin barlaň.



? Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Haçan göni çyzyklara parallel diýilýär?
2. Berlen göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly şu göni çyzyga parallel bolan näçe sany göni çyzyk geçirmek mümkin?
3. Iki kesim haçan parallel bolýar?
4. Synp otagyna nazar salyň we parallel kesimleri anyklaň.
5. Üçünji göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzygyň özara paralleldigini görkeziň.
6. Göni çyzyk çyzyp onda A , B we C nokatlary belläň. Çyzgyjyň we üçburçluk çyzgyjyň kömeginde A nokatdan, B nokatdan we C nokatdan geçýän we bir-birine parallel bolan göni çyzyklary geçiriň.
7. Kesişmeýän iki kesimi parallel kesimler diýmek bolarmy? Kesişmeýän iki şöhläni parallel diýmek mümkinmi?
8. Haçan kesim bilen şöhle parallel bolýar?
9. Gönüburçlugyň garşylykly taraplarynyň özara paralleldigini görkeziň.
10. Eger göni çyzyk parallel göni çyzyklaryň birini kesip geçse, ikinjisini hem kesip geçermi? Jogabyňyzy esaslandyryň.
11. Kagyza listine iki göni çyzyk chizildi. Eger kagyz şu çyzyklar boýunça gyrkylsa, näçe sany bölek emele geler.

31

Iki göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren burçlary

Tekizlikde berlen iki sany a we b göni çyzyk üçünji c göni çyzyk bilen kesilende, 8 sany burç emele gelýär. Olary 1-nji suratda görkezilişi ýaly sifrlar bilen belläliň. Şu burçlaryň aşakdaky jübütlerini aýry-aýry atlandyryrys:

1

$\angle 3$ we $\angle 5$	] atanak burçlar
$\angle 4$ we $\angle 6$	
$\angle 4$ we $\angle 5$	] birtaraplaýyn burçlar
$\angle 3$ we $\angle 6$	
$\angle 1$ we $\angle 5$	] degişli burçlar
$\angle 2$ we $\angle 6$	
$\angle 3$ we $\angle 7$	
$\angle 4$ we $\angle 8$	

Şu burçlaryň aşakdaky häsiýetlerini getirýäris:



1-nji häsiýet. Eger iki göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren bir jübüt atanak burçlary özara deň bolsa, ikinji jübüt atanak burçlar hem özara deň bolýar.



a, b göni çyzyklar we c kesiji:
 $\angle 1 = \angle 2$ (2-nji surat)



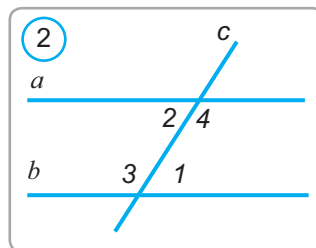
$\angle 3 = \angle 4$

Subudy. $\angle 2$ we $\angle 4$ goňşy burçlar bolany üçin:
 $\angle 2 + \angle 4 = 180$. Mundan $\angle 4 = 180 - \angle 2$.

$\angle 1$ we $\angle 3$ hem goňşy burçlar bolany üçin:
 $\angle 1 + \angle 3 = 180$. Mundan $\angle 3 = 180 - \angle 1$.

Şerte görä $\angle 1 = \angle 2$ bolýandygyny hasaba alsak:
 $\angle 3 = 180 - \angle 1 = 180 - \angle 2 = \angle 4$.

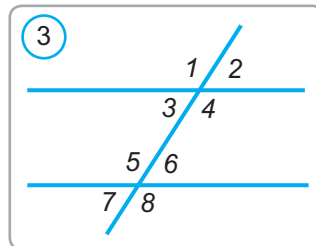
Diýmek, $\angle 3 = \angle 4$. **Häsiýet subut edildi.**



2-nji häsiýet. Eger degişli burçlar deň bolsa, birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180° -a deň bolýar.

Subudy. Degişli burçlardan käbir jübüti, meselem $\angle 2 = \angle 6$ bolsun (3-nji surat). $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ bolýandygyny subut edýäris. $\angle 2$ we $\angle 4$ goňşy burçlar bolany üçin $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ bolýar. Onda, $\angle 2 = \angle 6$ bolany üçin $\angle 6 + \angle 4 = 180^\circ$ gelip çykýar.

Başga birtaraplaýyn burçlaryň jemi hem 180° -a deňligi şeýle subut edilýär. **Häsiýet subut edildi.**



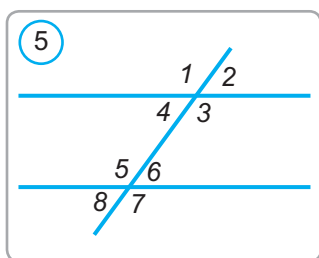
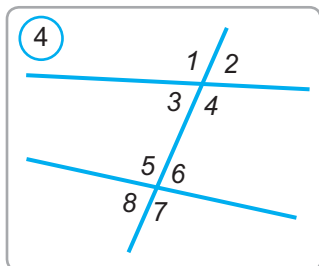
3-nji häsiýet. Eger atanak burçlar özara deň bolsa, onda degişli burçlar hem özara deň bolýar.

Subudy. Deň atanak burçlar $\angle 3$ we $\angle 6$ bolsun (3-nji surat). Onda, $\angle 3$ we $\angle 2$ dik burçlar bolany üçin $\angle 3 = \angle 2$ bolýar. Diýmek, degişli burçlar $\angle 6$ we $\angle 2$ deň eken. Başga degişli burçlaryň jübütleriniň deňligi hem şuna meňzeş subut edilýär.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Islendik iki göni çyzyk çyzyň. Olary üçünji göni çyzyk — kesiji bilen kesiň. Birtaraplaýyn, atanak we degişli burçlary çyzygydan görkeziň.
2. 4-nji suratdaky burçlardan haýsylary dik we haýsylary goňşy burç bolýar?



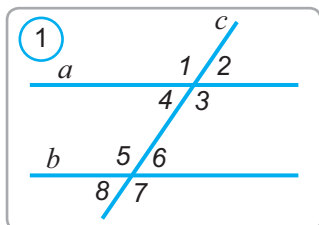
3. Eger 5-nji suratda $\angle 2 = \angle 6 = 63^\circ$ bolsa, galan burçlary tapyň.
4. Eger iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri 82° we ýene biri 110° bolsa, galan burçlary tapyň.
5. 5-nji suratda $\angle 3 = \angle 5$ bolsa, $\angle 4 = \angle 6$ bolarmy? Eger $\angle 1 = \angle 7$ bolsa, $\angle 2 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 6$ deňlikler ýerine ýetirilýärmä? Jogabyňyzy esaslandyryň.
6. Birtaraplaýyn burçlaryň özara deň bolmagy mümkinmi?
- 7.* Atanak burçlar deň bolsa, birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180° -a deňdigini görkeziň. Ters tassyklama hem dogrumy?
- 8.* Eger iki göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren bir jübüt degişli burçlary özara deň bolsa, ikinji jübüt degişli burçlaryň hem deň bolýandygyny subut ediň.

32

Iki göni çyzygyň parallellik nyşanlary



Ugrukdyryjy gönükme.



1-nji suratda a we b parallel göni çyzyklar we c kesiji şekillendirilen. Aşakdaky ýumuşlary ýerine ýetiriň we soraglara jogap beriň.

1. Ähli atanak burçlaryň jübütlerini ýazyň we olary transportirde ölçäň. Her bir jübüt atanak burçlaryň gradus ölçegleri hakynda näme diýip bilersiňiz?
2. Ähli birtaraplaýyn burçlaryň jübütlerini ýazyň we olary transportirde ölçäň. Her bir jübütiň birtaraplaýyn burçlaryň gradus ölçegleriniň jemidigi hakynda näme diýip bilersiňiz?
3. Ähli degişli burçlaryň jübütlerini ýazyň we olary transportirde ölçäň. Her bir jübütiň degişli burçlaryň gradus ölçegleri hakynda näme diýip bilersiňiz?
4. Ýokarda anyklyan aýratynlyklar elmydama ýerlikli boluberermi?

Iki göni çyzygyň paralleldigini nähili usullar bilen anyklamak mümkin? Aşakdaky, iki göni çyzygyň parallellik nyşanlary diýlip atlandyrylýan teoremlar şu soraga jogap berýär.



Teorema. Eger iki göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren atanak burçlary deň bolsa, onda şu iki göni çyzyk parallel bolýar.

Subudy. 1) Ilki $\angle 1$ we $\angle 2$ göni burç bolan ýagdaýa seredýäris (2-nji surat): Munda AB göni çyzyk a we b göni çyzyklara perpendikulýar bolýar. Onda a we b göni çyzyklar bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk hakyndaky teorema esasan özara parallel bolýar (87-nji sahypadaky teorema garaň).

2) Indi $\angle 1$ we $\angle 2$ göni burç bolmadyk ýagdaýa seredýäris: AB kesimiň ortasy ($AO=BO$) O nokatdan a göni çyzyga OC perpendikulýar geçirýäris (3-nji surat). b göni çyzyga B nokatdan uzynlygy AC -ge deň BD kesimi goýýarys. AOC we BOD üçburçluklary seredýäris. Olarda: 1. gurmaga görä: $AC=BD$; 2. gurmaga görä: $AO=BO$; 3. şerte görä: $\angle 1 = \angle 2$.

Onda üçburçluklaryň deňliginiň TBT nyşanyyna görä $\triangle AOC = \triangle BOD$ bolýar. Hususan-da, $\angle 3 = \angle 4$ we $\angle 5 = \angle 6$ bolýar.

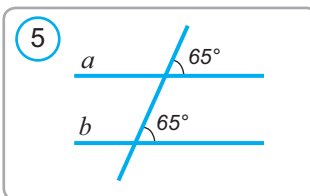
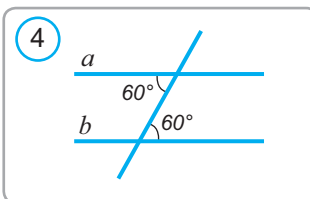
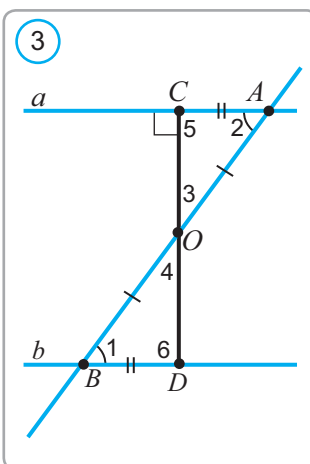
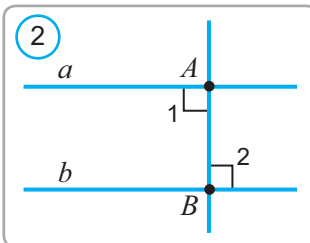
$\angle 3 = \angle 4$ bolýanlygyndan D nokat CO şöhläniň dowamynda ýatýandygy, ýagny C , O we D nokatlaryň bir göni çyzykda ýatýandygy gelip çykýar.

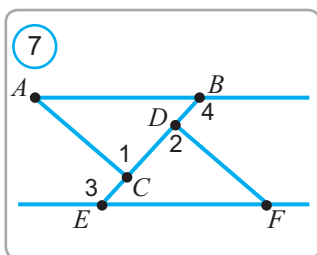
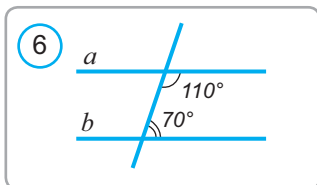
$\angle 5 = \angle 6$ bolýanlygyndan, $\angle 6$ hem $\angle 5$ ýaly göni burçdugy gelip çykýar. Şeýdip, a we b göni çyzyklar bir CD göni çyzyga perpendikulýar eken. Diýmek, olar özara parallel bolýar. **Teorema subut edildi.**



Mesele. Eger 1-nji suratda $\angle 2=55^\circ$ we $\angle 5=125^\circ$ bolsa, a we b göni çyzyklar özara parallel bolarmy?

Çözülişi: $\angle 2$ we $\angle 4$ dik burçlar bolany üçin $\angle 4 = \angle 2 = 55^\circ$. $\angle 5$ we $\angle 6$ goňşy bolany üçin $\angle 6 = 180^\circ - \angle 5 = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$. Netijede, atanak burçlar özara deň bolýandygyny anyklaýarys: $\angle 4 = \angle 6$. Diýmek, ýokarda subut edilen iki göni çyzygyň parallellik nyşanyyna görä a we b göni çyzyklar parallel bolýar. **Jogaby:** Hawa.



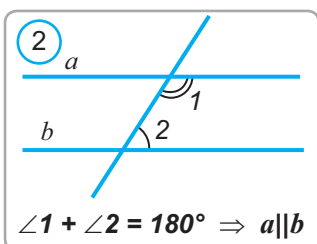
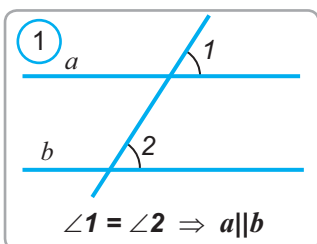


Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Iki göni çyzygyň parallellik nyşanyňy düşündiriň.
2. 4-nji suratda $a \parallel b$ bolýandygyny görkeziň.
3. 5-nji suratda $a \parallel b$ bolýandygyny görkeziň.
4. 6-njy suratda $a \parallel b$ bolýandygyny görkeziň.
5. Eger 1-nji suratda: a) $\angle 1 = 132^\circ$, $\angle 8 = 48^\circ$ b) $\angle 2 = 36^\circ$, $\angle 5 = 144^\circ$ c) $\angle 3 = 113^\circ$, $\angle 6 = 77^\circ$ d) $\angle 1 + \angle 7 = 180^\circ$ bolsa, $a \parallel b$ bolarmy?
6. Eger: 7-nji suratda: a) $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$, $AB = EF$; b) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $BD = CE$; c) $AB = EF$, $BD = EC$, $AC = FD$ bolsa, $\triangle ABC = \triangle EFD$ bolýandygyny görkeziň.
7. a göni çyzyk we onda ýatmaýan K nokat berlen. K nokat arkaly dört sany göni çyzyk geçirildi. Şu göni çyzyklaryň näçe sanysy a göni çyzyk bilen kesişýär.

33

Iki göni çyzygyň parallellik nyşanlary (dowamy)



Teoremadan gös-göni gelip çykýan häsiýete **netije** diýilýär. Öňki temada subut edilen teoremadan we 38-nji temada subut edilen 2-3-nji häsiýetlerden aşakdaky netijeler gelip çykýar.

1-nji netije. Eger iki göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren degişli burçlary deň bolsa, onda şu iki göni çyzyk parallel bolýar (1-nji surat).

2-nji netije. Eger iki göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren birtaraplaýyn burçlarynyň jemi 180° -a deň bolsa, onda bu iki göni çyzyk parallel bolýar (2-nji surat).



Mesele. 3-nji suratdaky göni çyzyklaryň haýsylary parallel?

Çözülişi: Dik burçlar deňliginden, $\angle 1 = 105^\circ$, $\angle 2 = 125^\circ$, $\angle 3 = 115^\circ$. a we b göni çyzyklar parallel däl, çünki $\angle 1 + 65^\circ = 105^\circ + 65^\circ \neq 180^\circ$.
 $a \parallel d$ bolýar, çünki, $\angle 1 + 75^\circ = 105^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ (2-nji netijä garaň).

Edil şeýle $b \parallel e$ bolýar, çünki $65^\circ + \angle 3 = 65^\circ + 105^\circ = 180^\circ$.

a , c we e göni çyzyklar özara parallel däl, çünki olaryň degişli burçlary deň däl (1-nji netijä garaň).

Edil şeýle b we d göni çyzyklar hem parallel däl, çünki degişli burçlar deň däl: $65^\circ \neq 75^\circ$.

Jogaby: $a \parallel d$, $b \parallel e$.



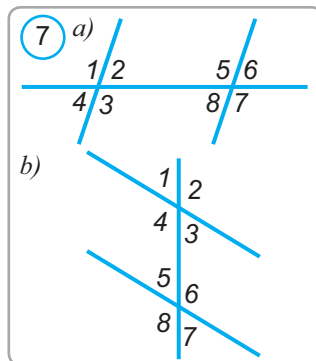
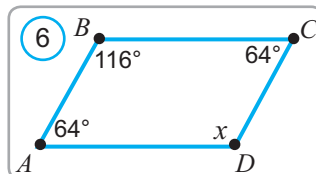
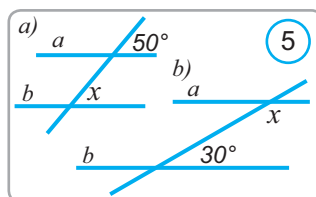
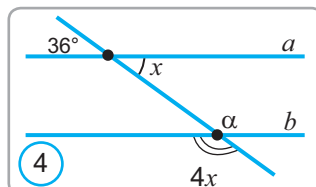
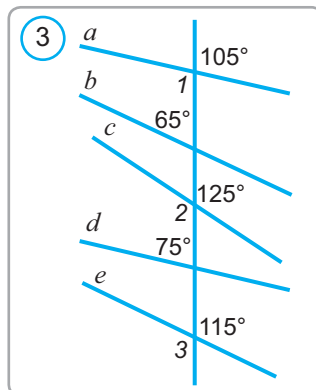
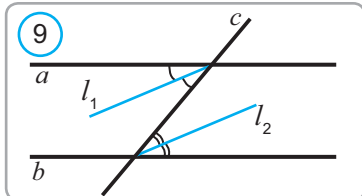
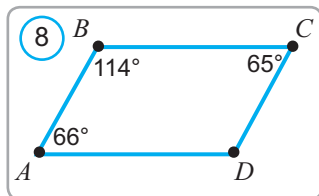
Mesele. 4-nji suratdaky $a \parallel b$ dogrumy?

Çözülişi: Dik burçlaryň häsiýetine görä $x = 36^\circ$. Onda $\alpha = 4x = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$ bolýar. Birtaraplaýyn burçlaryň jemi $x + \alpha = 36^\circ + 144^\circ = 180^\circ$. Diýmek, 2-nji netijä görä $a \parallel b$ bolýar.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryny aýdyň.
2. 5-nji suratda a we b göni çyzyklaryň parallel bolmagy üçin näbelli burç näçe gradus bolmaly?
3. 6-njy suratdaky näbelli burçy tapyň.
4. Eger 7-nji suratda a) $\angle 1 = \angle 5 = 105^\circ$; b) $\angle 3 = 60^\circ$, $\angle 8 = 120^\circ$ bolsa, galan burçlary tapyň.
5. 8-nji suratdaky dörtburçlugyň haýsy taraplary parallel bolar?
6. Iki göni çyzygyň kesiji bilen kesişmeginden emele gelen burçlardan biri 32° , oňa degişli burç bolsa 33° -a deň bolsa, bu göni çyzyklar parallel bolarmy?
7. a we b parallel göni çyzyklary c göni çyzyk bilen kesmekden emele gelen atanak burçlaryň bissektisalarynyň paralleldigini görkeziň (9-njy surat).



Eger teoremanyň şertiniň we netijeleriniň ýeri çalşyrylsa, täze jümle (ýagny tassyklama) emele gelýär. Eger bu jümle hem dogry bolsa (ýagny ony subut edip bolsa), ol berlen teorema *ters teorema* diýilýär.

Dogry teorema: Eger

A tassyklama
ýerlikli

bolsa,

B tassyklama
ýerlikli

bolýar.

Gysgaça: $A \Rightarrow B$

Ters teorema: Eger

B tassyklama
ýerlikli

bolsa,

A tassyklama
ýerlikli

bolýar.

Gysgaça: $B \Rightarrow A$

Mysal. “Eger üçburçluk deňýanly bolsa, onuň esasyndaky burçlary deň bolýar” — diýen teorema ters teorema aşakdakydan ybarat: “**Eger üçburçlugyň iki burçy deň bolsa, ol deňýanly üçburçluk bolýar**”.

1-nji gönükmä. Ýokarda getirilen ters teorema “Üçburçlugyň deňýanly bolmak nyşany”, diýilýär. Onuň dogrudygyny özbaşdak subut ediň.

Elmydama berlen dogry teorema ters bolan tassyklamanyň ýerlikli bolubermeyändigini aýtmak gerek.

Meselem, “Eger burçlar dik bolsa, olar deň bolýar”, diýen teorema ters “Eger burçlar deň bolsa, olar dik bolýar” diýen tassyklama dogry däl.

2-nji gönükmä.

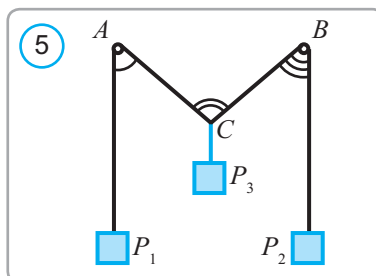
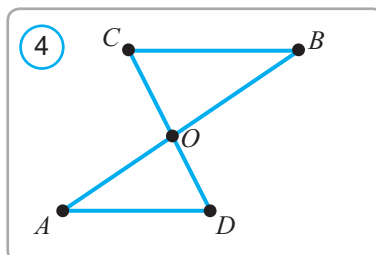
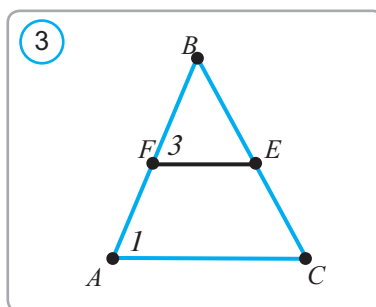
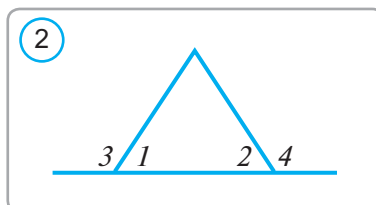
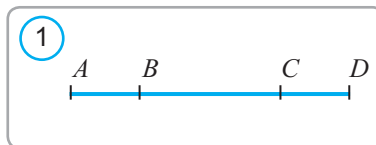
1. “Eger ýagyş ýagsa, asmanda bulut bolýar”, diýen tassyklama ters tassyklama düzüň. Onuň elmydama dogry boljak-bolmajakdygyny düşündiriň.
2. Aşakdaky dogry teoremalara ters teoremalary ýazyň. Her bir ters teorema beýan edilen tassyklamalaryň dogry ýa-da nädogrudygyny barlaň.
 - 1) Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk özara kesişmeýär.
 - 2) Eger iki üçburçluk deň bolsa, olaryň degişli taraplary deň bolýar.
 - 3) Eger goňşy burçlar özara deň bolsa, olar göni burç bolýar.
 - 4) Bir göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk paralleldir.



Soraq, mesele we ýumuşlar

1. Ters teorema bilen dogry teoremanyň nähili tapawudy bar?

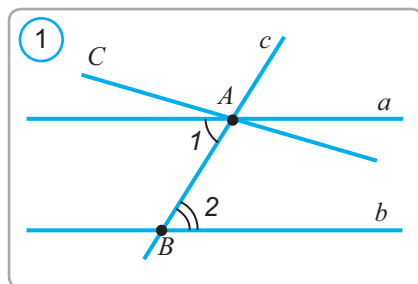
2. Dogry teorema ters bolan teorema elmydama ýerlikli bolarmy?
3. Dogry teoremany subut edip, oňa ters teoremany subutsyz kabul edip bolarmy?
4. Ters teorema ters bolan teorema nähili atlandyryl-ýar.
5. Aşakdaky teoremalaryň şertini we netijesini ýazyň. Bu teoremalara ters teoremalary aňladyň we olaryň dogrudygyny barlaň:
 - 1) Eger 1-nji suratda $AC = BD$ bolsa, $AB = CD$ bolýar.
 - 2) Eger 2-nji suratda $\angle 1 = \angle 2$ bolsa, $\angle 3 = \angle 4$ bolýar.
 - 3) Eger 3-nji suratda $EF \parallel AC$ bolsa, $\angle 1 = \angle 3$.
 - 4) Eger 4-nji suratda $AO = OB$ we $CO = OD$ bolsa, $\triangle AOD = \triangle BOC$ bolýar.
6. A we B nokatlarda berkidilen bloklar arkaly geçýän ýüpde P_1 we P_2 jisimler asylan (6-njy surat). P_3 jisim bolsa şu ýüpüň C nokadynda asylan bolup, P_1 we P_2 jisimleri deňagramlylykda saklap dur. $AP_1 \parallel BP_2 \parallel CP_3$ ekenligi belli bolsa, $\angle ACB = \angle A + \angle B$ bolýandygyny subut ediň.
7. Aşakdaky teoremalara ters teoremalary beýan ediň we olaryň dogrudygyny barlaň:
 - 1) Iki göni çyzygy kesiji bilen kesişmeginden emele gelen deňişli burçlar deň bolsa, onda bu göni çyzyklar paralleldirler.
 - 2) Üçünji göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk parallel bolýar.
 - 3) Deň taraply
8. Üçburçluklaryň deňlik nyşanlaryna ters teoremalary aýdyň. Şu ters teoremlar dogrumy?



Aşakda iki göni çyzygyň parallellik nyşanlaryna ters bolan teoremalaryň üstünde durup geçýäris.



1-nji teorema. İki parallel göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren atanak burçlary özara deň bolýar.



$a \parallel b, c$ – kesiji (1-nji surat)



$\angle 1 = \angle 2$

Subudy. Tersini çak edýäris: $\angle 1 \neq \angle 2$ bol-sun. AB şöhlä $\angle 2$ -ä deň bolan CAB burçy goýýarys ($\angle CAB = \angle 2$). Onda, CA we b göni çyzyklary AB kesiji bilen kesende, bir-birine deň (gurmaga görä) atanak $\angle CAB$ we $\angle 2$ burçlary alarys.

Diýmek, CA we b göni çyzyklar özara parallel. Şeýlelikde, A nokatdan b göni çyzyga parallel bolan iki (CA we a) göni çyzygy alarys.

Bu parallellik aksiomasyna ters. Diýmek, çakymyz nädogry, $\angle 1 = \angle 2$ eken.

Teorema subut edildi.

Netije. Eger göni çyzyk parallel göni çyzyklardan birine perpendikulýar bolsa, ikinjisine-de perpendikulýar bolýar.

Netije hökmünde getirilen tassyklamanyň dogrudygyny özbaşdak barlaň.



2-nji teorema. İki parallel göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren degişli burçlary özara deň bolýar.

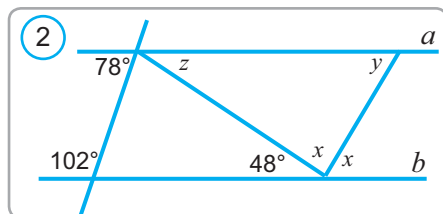


3-nji teorema. İki parallel göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren birtaraplaýyn burçlarynyň jemi 180° -a deň bolýar.

Teoremalary özbaşdak subut etmäge synanyşyň.



Mesele. 2-nji suratdaky näbelli burçlary tapyň.



Çözülüşi: Birtaraplaýyn burçlaryň jemi $78^\circ + 102^\circ = 180^\circ$ bolany üçin $a \parallel b$ bolýar. Diýmek, 1-nji teorema görä $z = 48^\circ$ we $x = y$ bolýar. $x + x + 48^\circ = 180^\circ$ bolany üçin (ýazgyn burçlaryň ululygy), $x = 66^\circ$. Diýmek, $y = 66^\circ$. **Jogaby:** $x = 66^\circ$; $y = 66^\circ$; $z = 48^\circ$.



Mesele. 3-nji suratda $a \parallel b$, $c \parallel d$. Aşakdaky deňlikleriň haýsylary dogry?

- 1) $\angle 1 = \angle 15$; 2) $\angle 3 = \angle 13$; 3) $\angle 4 = \angle 16$; 4) $\angle 4 = \angle 8$; 5) $\angle 1 = \angle 12$;
6) $\angle 7 = \angle 10$; 7) $\angle 8 = \angle 16$; 8) $\angle 8 = \angle 11$; 9) $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$;
10) $\angle 6 + \angle 14 = 180^\circ$; 11) $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$; 12) $\angle 8 + \angle 9 = 180^\circ$

Çözülişi: 3) $\angle 4 = \angle 2$ (dik burçlaryň häsiýetine görä), $\angle 2$ we $\angle 16$ – deňişli burçlar bolany üçin $\angle 2 = \angle 16$. Diýmek, $\angle 4 = \angle 16$ deňlik dogry.

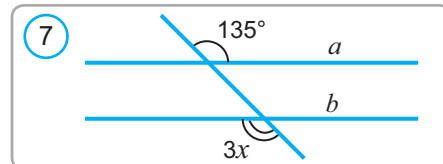
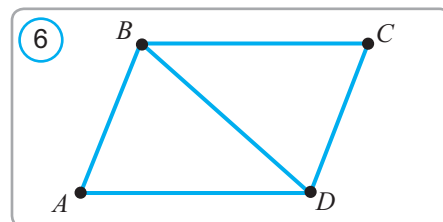
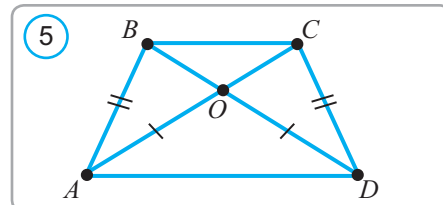
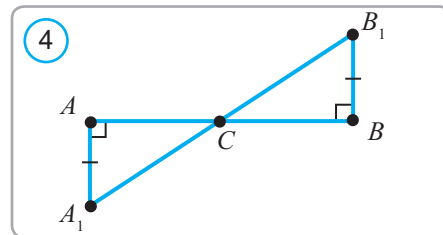
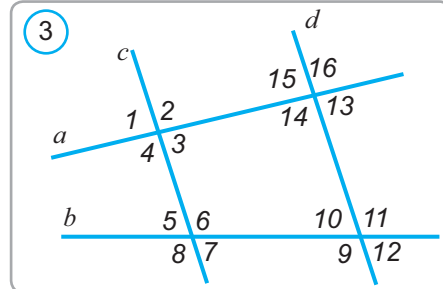
5) $\angle 12 = \angle 7$ (deňişli burçlaryň häsiýetine görä) we $\angle 7 = \angle 5$ (dik burçlar). $\angle 5$ we $\angle 1$ deňişli burçlar. $a \parallel b$, şonuň üçin $\angle 1 = \angle 5 = \angle 7 = \angle 12$, ýagny $\angle 1 = \angle 12$ deňlik nädogry.

9) $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 13 = \angle 15$ (dik burçlar), $c \parallel d$, $\angle 2$ we $\angle 15$ – birtaraplaýyn burçlar bolany üçin, $\angle 2 + \angle 15 = 180^\circ$. Diýmek, $\angle 4 + \angle 13 = 180^\circ$ deňlik dogry.

11) $c \parallel d$ bolany üçin $\angle 7 = \angle 10$ (atanak burçlaryň häsiýetine görä) we $\angle 10 = \angle 12$ (dik burçlar). Diýmek, $\angle 7 = \angle 12$.

Şonuň üçin $\angle 7 + \angle 12 = 180^\circ$ deňlik diňe $\angle 7 = \angle 12 = 90^\circ$ bolanda ýerlikli bolýar.

Galan deňlikleri özüňiz şeýdip özbaşdak barlap çykyň.



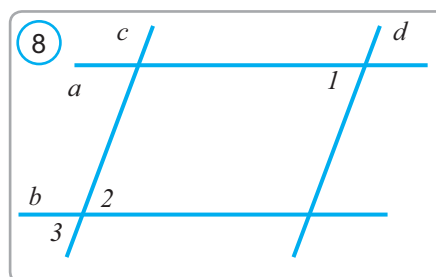
Sorag, mesele we ýumuşlar

- 4-nji suratdaky $AC = CB$ dogrumy?
- Berlen kesimiň ortasyny tapmakda 1-nji meseleden nähili peýdalanmak bolar?
- 5-nji suratda $BC \parallel AD$, $AO = OD$ ekenligi belli. a) $BO = OC$; b) $AC = BD$; c) $\triangle AOB = \triangle COD$; d) $\triangle ABD = \triangle ACD$ deňlikleri subut ediň.
- 6-njy suratda $BC \parallel AD$ we $AB \parallel CD$ bolsa, $\triangle ABD = \triangle CBD$ bolýandygyny subut ediň.

5. 7-nji suratda $a \parallel b$ bolsa, $x = ?$
6. ABC we $A_1B_1C_1$ ýiti burçlar berlen. Eger $AB \parallel A_1B_1$ we $BC \parallel B_1C_1$ bolsa, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.
- 7*. Değişli taraplary parallel göni çyzyklarda ýatýan burçlardan biri ýiti, ikinjisi bolsa kütek. Şu burçlaryň jeminiň 180° -a deň bolýandygyny subut ediň.

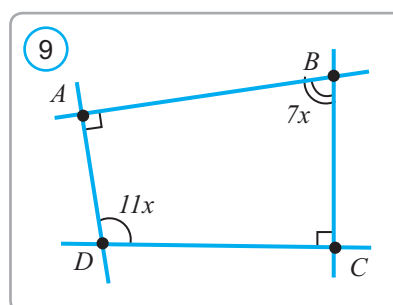
Ýatlatma. 6-7-nji meselelerde getirilen teoremalara – değişli taraplary parallel bolan burçlaryň häsiýetleri diýilýär.

8. Eger 8-nji suratda $a \parallel b$, $c \parallel d$ we $\angle 1 = 55^\circ$ bolsa, $\angle 2$ we $\angle 3$ -i tapyň.
9. Değişli taraplary parallel göni çyzyklarda ýatýan burçlaryň tapawudy 40° -a deň. Şu burçlary tapyň.
- 10*. ABC we $A_1B_1C_1$ ýiti burçlar berlen. Eger $AB \perp A_1B_1$ we $BC \perp B_1C_1$ bolsa, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.
- 11*. Değişli taraplary perpendikulýar göni çyzyklarda ýatýan burçlardan biri ýiti, ikinjisi bolsa kütek. Şu burçlaryň jeminiň 180° -a deň bolýandygyny subut ediň.



Ýatlatma. 10-11-nji meselelerde getirilen teoremalara – değişli taraplary özara perpendikulýar bolan burçlaryň häsiýetleri diýilýär.

12. 9-njy çyzygydaky ABC we ADC burçlaryň değişli taraplary perpendikulýar. Häbelli burçlary tapyň.



1. Boş galdyrylan ýerleri many taýdan dogry sözler bilen dolduryň.

1. Göni çyzykda ýatýan nokat arkaly oňa perpendikulýar bolan geçirmek mümkin.
2. Eger iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen deň bolsa, bu göni çyzyklar parallel bolýar.
3. Tekizlikdäki iki göni çyzyk , olara parallel göni çyzyklar diýilýär.
4. Iki parallel göni çyzykdan birini kesip geçýän göni çyzyk
5. Göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly oňa parallel bolan göni çyzyk geçýär.
6. Göni çyzygyň islendik nokady arkaly diňe bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin.
7. Göni burç astynda kesişýän göni çyzyklara diýilýär.
8. Bir göni çyzyga iki göni çyzyk özara paralleldir.
9. Eger iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen birtaraplaýyn burçlar göni çyzyklar parallel bolýar.
10. Parallel göni çyzyklary kesiji bilen kesende emele gelen degişli

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa tapyň we ony düzediň.

1. Göni çyzygyň diňe bir nokadyndan oňa perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin.
2. Berlen göni çyzykda ýatmaýan diňe bir nokatdan şu göni çyzyga perpendikulýar geçirmek mümkin.
3. AB we AK parallel göni çyzyklaryň birine perpendikulýar bolan göni çyzyk ikinjisine hem perpendikulýar bolýar.
4. Iki göni çyzygyň kesiji bilen kesilmeginden emele gelen atanak burçlary deň bolýar.
5. Eger iki kesim kesişmese olara parallel kesimler diýilýär.
6. Degişli taraplary parallel bolan burçlar deň bolýar.
7. Eger $a \perp b$, $b \perp c$ bolsa, $a \perp c$ bolýar.
8. Degişli taraplary perpendikulýar bolan burçlaryň jemi 180° -a deň.
9. Eger iki göni çyzygyň kesiji bilen kesilmeginden emele gelen birtaraplaýyn burçlar deň bolsa, göni çyzyklar parallel bolýar.
10. Perpendikulýar göni çyzyklara parallel bolan göni çyzyklar hem özara parallel bolýar.
11. Eger $a \parallel b$, $b \parallel c$ bolsa, $a \perp c$ bolýar.

3. Jedwelde getirilen häsiýetlere we düşündirişlere laýyk geometrik düşünjeleri tapyň.

1.	Umumy nokada eýe bolmadyk göni çyzyklar	
2.	Göni burç astynda kesişýär	
3.	Nokatdan göni çyzyga diňe bir sany geçirmek mümkin	
4.	Nokatdan göni çyzyga islendikçe geçirmek mümkin	
5.	Şert we netije bölegi çalyşan	
6.	Iki göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelýän burçlar	

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjä ikinji sütünden degişli häsiýetleri ýa-da düşündirişleri laýyk goýuň.

	<i>Geometrik düşünje</i>	<i>Häsiýetler, düşündirişler</i>
1.	Parallel göni çyzyklar	A. Elmydama dogry däl.
2.	Perpendikulýar göni çyzyklar	B. Kesişmeýär.
3.	Kesiji iki göni çyzygy kesende	Ç. Kesişende göni burçlary emele getirýär.
4.	Atanak burçlar	D. Atanak, degişli we birtaraplaýyn burçlar emele gelýär.
5.	Ters teorema	E. Bir ýarymtekizlikde ýatýar.
6.	Birtaraplaýyn burçlar	Ä. Deň bolsa, göni çyzyklar parallel bolýar.

5. Testler.

1. Berlen göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly oňa parallel bolan näçe sany göni çyzyk geçirmek mümkin?

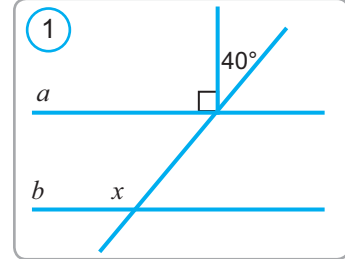
A) 1; B) 2; Ç) 4; D) islendikçe.

2. Eger $a \parallel b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bolsa, aşakdaky jogaplaryň haýsylary dogry?

A) $a \perp d$, $b \perp d$ B) $a \perp c$, $b \parallel d$
 Ç) $a \parallel c$, $a \perp d$ D) $a \perp c$, $a \perp d$, $b \perp d$.

3. Tekizlikde berlen göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly şu göni çyzyga näçe sany perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin?

A) 1; B) 2; C) 4; D) islendikçe.

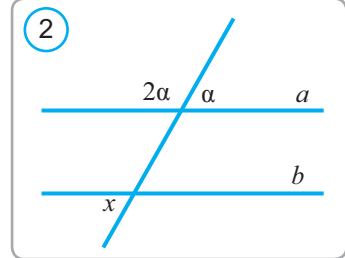


4. 1-nji suratda $a \parallel b$ bolsa, x -i tapyň.

A) 100° ; B) 110° ; D) 130° ; E) 140° .

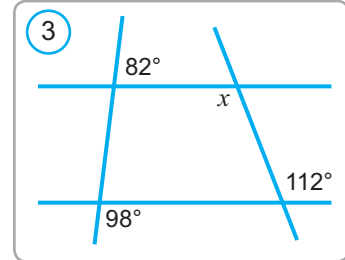
5. 2-nji suratda $a \parallel b$ bolsa, x -i tapyň.

A) 30° ; B) 45° ; D) 60° ; E) 36° .



6. x -i tapyň (3-nji surat).

A) 96° ; B) 108° ; D) 112° ; E) 78° .



7. 4-nji suratda $a \parallel b$ we $\alpha - \beta = 70^\circ$ bolsa, α -ny tapyň.

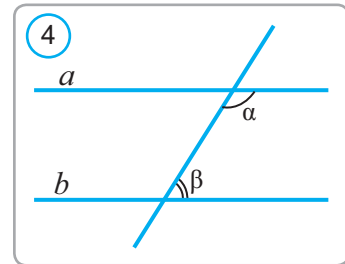
A) 30° ; B) 125° ; D) 75° ; E) 36° .

8. Iki göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilende näçe sany deň kütek burç emele geler?

A) 3 sany; B) 8 sany; D) 6 sany; E) 4 sany.

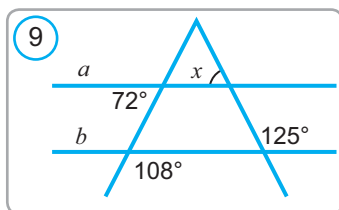
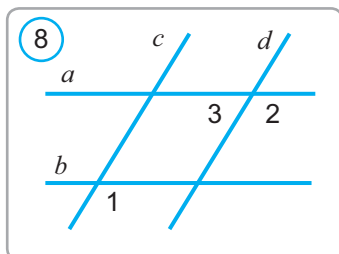
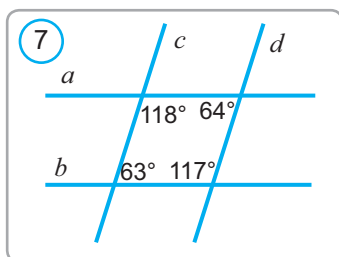
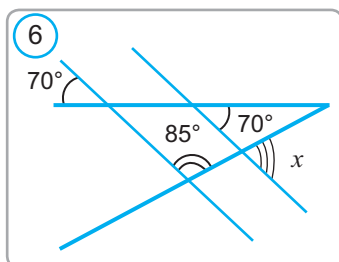
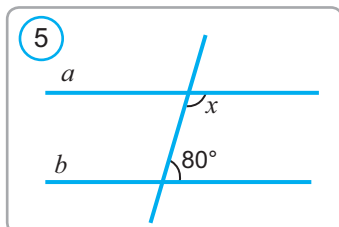
9. Iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri 97° -a deň. Alnan burçlardan iň kiçisini tapyň.

A) 97° ; B) 83° ; D) 77° ; E) 7° .



10. Iki göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilende iň köp näçe sany deň ýiti burç emele geler?

A) 3 sany; B) 4 sany; D) 6 sany; E) 5 sany.



11. İki göni çyzyk üçünji göni çyzyk bilen kesilende iň köp näçe sany deň göni burç emele geler?

A) 2 sany; B) 6 sany; D) 8 sany; E) 5 sany.

12. İki göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen üç sany içki burçlaryň jemi 290° -a deň. Dördünji burçy tapyň.

A) 145° ; B) 110° ; D) 36° ; E) 70° .

13. 5-nji suratda $a \parallel b$ bolsa, x -i tapyň.

A) 100° ; B) 80° ; D) 110° ; E) 90° .

14. 6-njy suratdaky x burçy tapyň.

A) 105° ; B) 95° ; D) 85° ; E) 75° .

15. 7-nji suratda haýsy göni çyzyklar özara parallel?

A) $a \parallel b$; B) $a \parallel c$; D) $c \parallel b$; E) $c \parallel d$.

16. 8-nji suratda $a \parallel b$, $c \parallel d$ we $\angle 1 = 122^\circ$ bolsa, $\angle 2$ we $\angle 3$ -i tapyň.

A) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$; B) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 58^\circ$;
D) $\angle 2 = 122^\circ$, $\angle 3 = 68^\circ$; E) $\angle 2 = 130^\circ$, $\angle 3 = 50^\circ$.

6. Meseleler.

1. 9-njy suratdaky x burçy tapyň.

2. 10-njy suratda $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ bolsa, $a \parallel b$ bolarmy?

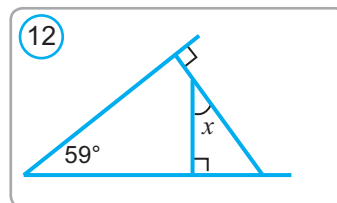
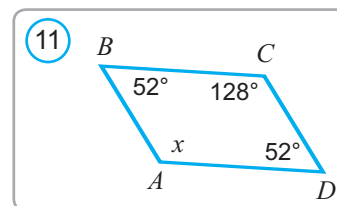
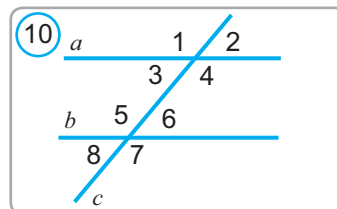
3. 10-njy suratda $\angle 2 = \angle 6$ bolsa, $a \parallel b$ bolarmy?

4. 10-njy suratda $\angle 1 = \angle 5 = 118^\circ$ bolsa, galan burçlary tapyň.

5. 10-njy suratda $\angle 2 = 71^\circ$ we $\angle 7 = 119^\circ$ bolsa, $a \parallel b$ bolarmy?

6. 11-nji suratdaky näbelli burçlary tapyň.

7. Iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk bilen kesende emele gelen burçlardan biri 47° -a deň. Oňa laýyk burç näçe gradus bolanda bu iki göni çyzyk parallel bolýar?
8. Iki parallel göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen çalyşýan burçlaryň jemi 84° . Galan burçlary tapyň.
9. Iki parallel göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen burçlardan biri ikinjisinden 8 esse uly. Emele gelen ähli burçlary tapyň.
10. Iki parallel göni çyzygy kesiji bilen kesende emele gelen bir taraply burçlaryň tapawudy 30° . Şu burçlary tapyň.
11. 12-nji suratdaky näbelli burçy tapyň.
12. Değişli taraplary parallel göni çyzyklarda ýatýan burçlaryň tapawudy 36° -a deň. Şu burçlary tapyň.



37

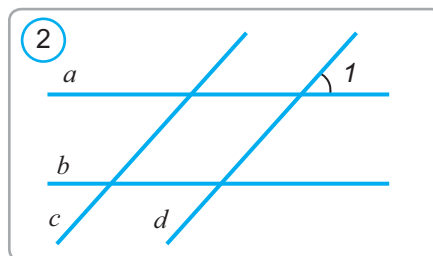
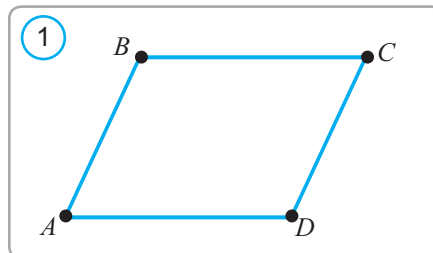
4-nji barlag işi

Nusga barlag işi iki bölekden ybarat:

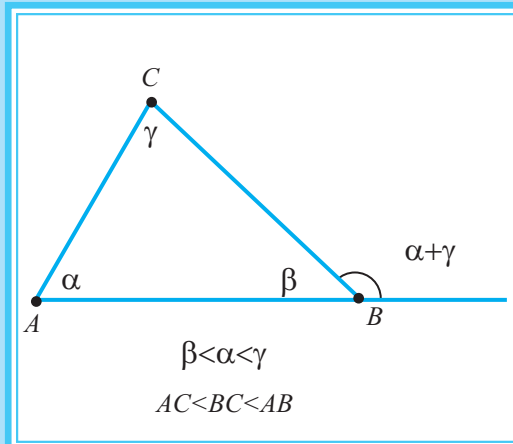
I. 101-103-nji sahypalardaky testlere meňzeş 5 sany test;

II. Aşakdaky meselelere meňzeş 3 sany mesele (4-nji mesele gowy özleşdirýän okuwçylar üçin).

1. Iki parallel göni çyzyk kesiji bilen kesilende emele gelen burçlardan biri 34° -a deň. Galan burçlary tapyň.
2. Eger 1-nji suratda $BC \parallel AD$ we $AB \parallel CD$ bolsa, $AB = CD$ deňligini subut ediň.
3. Eger 2-nji suratda $a \parallel b$, $c \parallel d$ we $\angle 1 = 48^\circ$ bolsa, galan burçlary tapyň.
4. ABC üçburçlugyň A depesinde geçirilen bissektisa BC tarapy D nokatda kesip geçýär. D nokatdan geçirilen göni çyzyk AC tarapy E nokatda kesip geçýär. Eger $AE = DE$ bolsa, $DE \parallel AB$ -ni subut ediň.



IV BAP



ÜÇBURÇLUGYŇ TARAPLARYNYŇ WE BURÇLARYNYŇ ARASYNDAKY GATNAŞYKLAR

Şu baby öwrenmek bilen siz aşakdaky bilim we amaly endiklere eýe bolarsyňyz:

Bilimler:

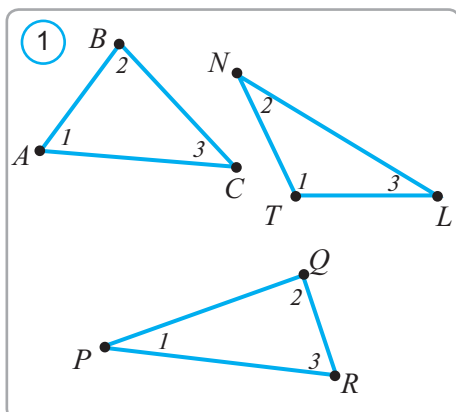
- Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi hakyndaky teoremany bilmek we subut etmegi bilmek;
- üçburçlugyň daşky burçuny we onuň häsiýetini bilmek;
- gönüburçly üçburçlugyň häsiýetlerini bilmek;
- gönüburçly üçburçlugyň deňlik nyşanlaryny bilmek;
- üçburçlugyň burçlarynyň we taraplarynyň arasyndaky gatnaşygy aňladýan teoremlary bilmek;
- üçburçlugyň deňsizligini bilmek.

Endikler:

- Üçburçlugyň içki burçlarynyň jemini amaly usul bilen tapmagy başarmak;
- özleşdirilen nazary bilimleri, häsiýetleri meseleler çözendä we amaly işleri ýerine ýetirende ulanmagy başarmak.

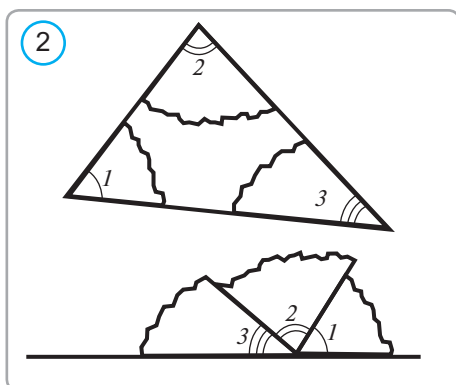


Ugrukdyryjy gönükme.



1. Aşakdaky suratda şekillendirilen ABC üçburçlugyň üç burçlaryny transportiriň kömeginde ölçäň we olaryň jemini hasaplaň. Edil şu işi MNL we PQR üçburçluklar üçin hem ýerine ýetiriň. Netijeler esasynda jedweli dolduryň. Nähili häsiýeti anykladyňyz? Ony bir jümle bilen beýan ediň.

Üçburçluklar	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$
$\triangle ABC$				
$\triangle MNK$				
$\triangle PQR$				

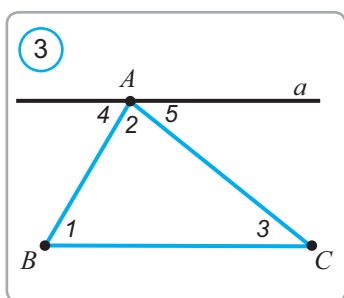


2. Bir list kagyza islendik ABC üçburçlugy çyzyň we burçlaryny 1, 2 we 3 sifrler bilen belläň. Onuň burçlaryny 2-nji suratda görkezilişi ýaly edip ýyrtyp alyň we ýanaşyk goýuň. Mundan nähili netije çykarmak mümkin?

Indi geometriýanyň iň möhüm teoremlaryndan biri – üçburçlugyň burçlarynyň jemi hakyndaky teoremany subut edýäris.



Teorema. Üçburçlugyň burçlarynyň jemi 180° -a deň.



$\triangle ABC$



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Subudy. A depeden BC tarapa parallel a göni çyzyk geçirýäris (3-nji surat).

$\angle 1 = \angle 4$, çünki bu burçlar, a we BC parallel göni çyzyklary AB kesiji bilen kesende emele gelen atanak burçlardyr.

$\angle 3 = \angle 5$, çünki bu burçlar, a we BC parallel göni çyzyklary AC kesiji bilen kesende emele gelen atanak burçlardyr.

$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$, çünki bu burçlar umumy depä eýe we ýazgyn burçy emele getirýär. Emele gelen şu üç deňlikden,

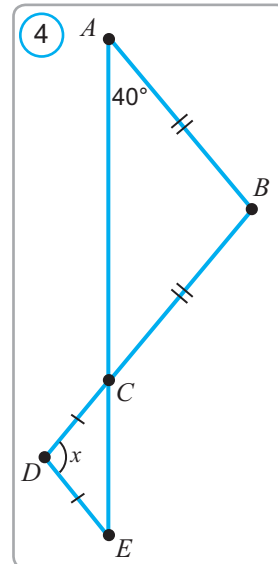
$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, ýagny $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ bolýandygyny görýäris. **Teorema subut edildi.**



1-nji mesele. 4-nji suratda berlen maglumatlardan peýdalanyň näbelli x burçy tapyň.

Çözülişi: $\triangle ABC$ —deňyanly üçburçluk bolany üçin, $\angle ACB = \angle A = 40^\circ$. Dik burçlaryň häsiýetine görä, $\angle DCE = \angle ACB = 40^\circ$. Şerte görä $\triangle CED$ hem deňyanly. Şu sebäpli, $\angle DCE = \angle DEC = 40^\circ$.

Diýmek, üçburçlugyň burçlarynyň jemi hakyndaky teorema görä, $\triangle CDE$ -de: $40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$, ýa-da $x = 100^\circ$. **Jogaby:** 100° .



2-nji mesele. Üçburçlugyň burçlary $2:3:7$ ýaly gatnaşykda bolsa, olaryň gradus ölçegini tapyň.

Çözülişi: Şerte görä, üçburçlugyň burçlaryny $2x$, $3x$ we $7x$ diýip belleýäris. Onda üçburçlugyň burçlarynyň jemi hakyndaky teorema görä $2x + 3x + 7x = 180^\circ$ deňligi alarys. Ondan $x = 15^\circ$ bolýandygyny tapýarys.

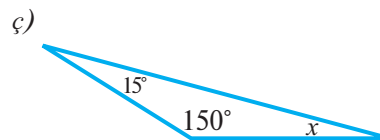
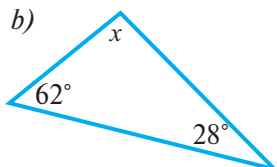
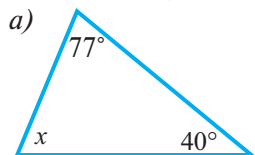
Diýmek, üçburçlugyň burçlarynyň gradus ölçegi 30° , 45° we 105° -a deň eken. **Jogaby:** 30° , 45° , 105° .



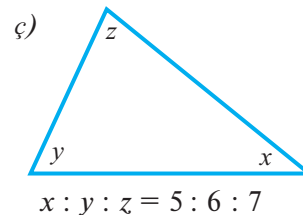
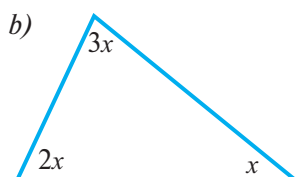
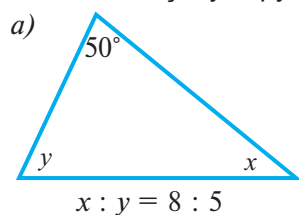
Sorag, mesele we ýumuşlar

- Üçburçlugyň burçlarynyň jemi hakyndaky teoremany getiriň we suratda düşündiriň.
- Üçburçlugyň näçe sany burçunyň göni bolmagy mümkin?
- Üçburçlugyň näçe sany burçunyň kütäk bolmagy mümkin?
- Burçlary: a) 5° , 55° , 120° ; b) 46° , 150° , 4° ; c) 100° , 20° , 50° bolan üçburçluk barmy?
- Eger üçburçlugyň iki burçy: a) 60° we 40° ; b) 70° we 85° ; c) 90° we 45° ; d) 105° we 30° bolsa, onuň üçünji burçuny tapyň.

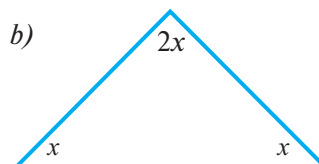
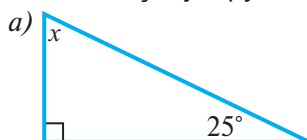
6. Năbelli burçy tapyň.



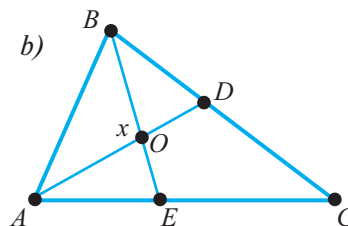
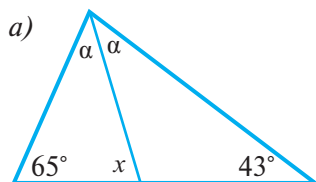
7. Năbelli burçlary tapyň.



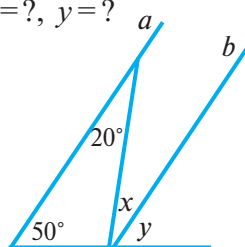
8. Năbelli burçlary tapyň.



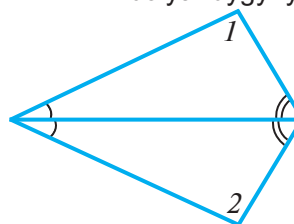
9. a) $x=?$; b) AD we BE – bissektisalar, $\angle BAC=64^\circ$, $\angle ABC=96^\circ$, $x=?$



10. $a \parallel b$, $x=?$, $y=?$



11. $\angle 1 = \angle 2$ bolýandygyny subut ediň.



12*. Üçburçlugyň burçlary α , β , γ üçin $\alpha = (\beta + \gamma)/2$ bolsa, α -ny tapyň.

13. Deňtaraply üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

14. Deňýanly gönüburçly üçburçlugyň burçlaryny tapyň.

15. Eger deňýanly üçburçlugyň burçlaryndan biri a) 50° ; b) 60° ; ç) 105° bolsa, onuň burçlaryny tapyň.



Üçburçlugyň içki burçuna goňşy bolan burça üçburçlugyň *daşky burçy* diýilýär.

1-nji suratda ABC üçburçlugyň B burçuna daşky bolan CBD we ABE burçlar şekillendirilen. Görnüşi ýaly bu burçlar dik bolany üçin özara deň bolýar. Galan A we C burçlarynyň daşky burçlaryny çyzyp görkeziň.

Üçburçlugyň burçlaryny, onuň daşky burçlaryndan tapawutlandyrmak üçin içki burçlar hem diýýäris.



Geometrik barlag

2-nji suratdaky ABC üçburçlugyň ähli içki we daşky burçlaryny transportirde ölçäň we aşakdaky burçlaryň (her bir daşky burçy we oňa goňşy bolmadyk içki burçlaryň jeminiň) ululyklaryny özara deňeşdiriň:

a) $\angle 4$ we $\angle 2 + \angle 3$

b) $\angle 5$ we $\angle 1 + \angle 3$

ç) $\angle 6$ we $\angle 1 + \angle 2$

Deňeşdirmek netijesinde nähili netijä geldiňiz. Ony takmyny tassyklama görnüşinde beýan ediň.



Teorema. Üçburçlugyň daşky burçy üçburçlugyň oňa goňşy bolmadyk iki içki burçlarynyň jemine deň.



$\triangle ABC$, $\angle 4$ – daşky burç
(1-nji surat)



$$\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$$

Subudy. 1-nji surata ýüzlenýäris. Onda,

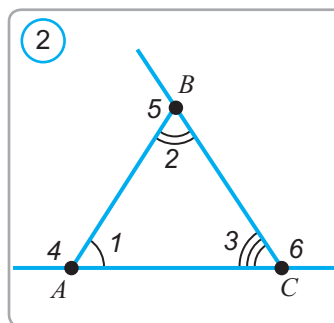
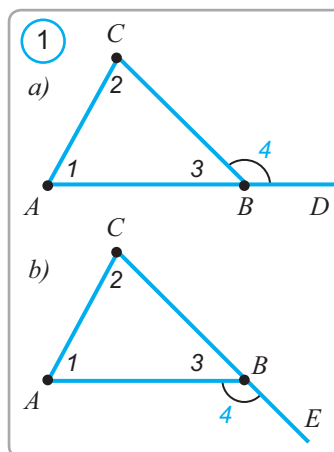
goňşy burçlaryň häsiýetine görä $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$.

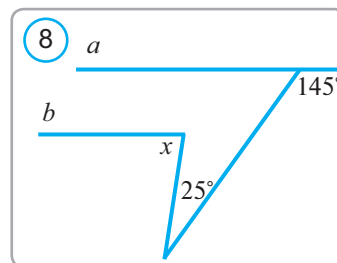
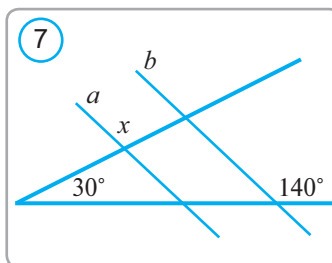
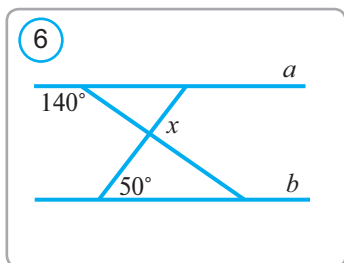
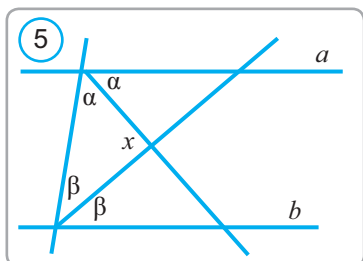
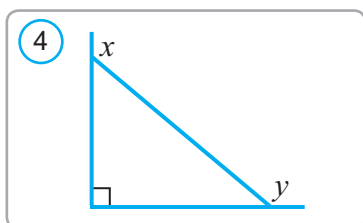
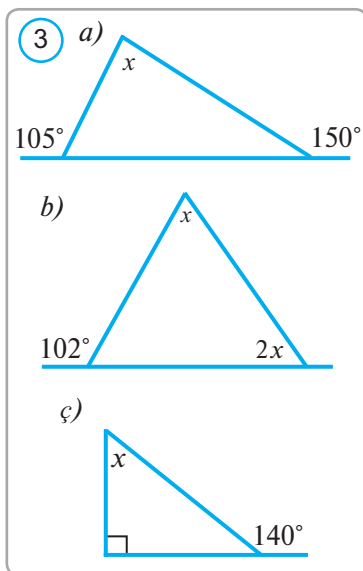
Üçburçlugyň burçlarynyň jemi hakyndaky teorema görä $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.

Bu iki deňlikden,

$\angle 1 + \angle 2 + \cancel{\angle 3} = \cancel{\angle 3} + \angle 4$, ýagny $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4$ deňligi alarys.

Teorema subut edildi.





Şu teoremadan aşakdaky netije gelip çykýar.

Netije. *Üçburçlugyň daşky burçy, oňa goňşy bolmadyk, içki burçlaryň her birinden uly.*

Onuň dogrudygyny özbaşdak barlaň.

? Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Üçburçlugyň daşky burçy näme?
2. Üçburçlugyň daşky burçy hakyndaky teoremany düşündiriň.
3. Üçburçlugyň iki daşky burçy 120° we 135° bolsa, içki burçlaryny tapyň.
4. Üçburçlugyň içki burçlaryndan biri 30° -a, daşky burçlaryndan biri 60° -a deň. Üçburçlugyň galan içki burçlaryny tapyň.
5. 3-nji suratdaky näbelli burçy tapyň.
6. 4-nji suratdaky $x + y$ -i tapyň.
7. Eger 5-nji suratda $a \parallel b$ bolsa, x -i tapyň.
8. Eger 6-njy suratda $a \parallel b$ bolsa, x -i tapyň.
9. Eger 7-nji suratda $a \parallel b$ bolsa, x -i tapyň.
10. Eger 8-nji suratda $a \parallel b$ bolsa, x -i tapyň.
11. Üçburçlugyň daşky burçunyň ýiti bolmagy mümkinmi? Eger mümkin bolsa, näçe sanysy?
- 12.* Üçburçlugyň daşky burçlarynyň jemini hasaplaň.



Mesele. Dörtburçlugyň burçlarynyň jemi 360° -a deňdigini subut ediň.

Çözülişi: Islendik $ABCD$ dörtburçlugy çyzýarys. A we C nokatlary birleşdirip, ony iki üçburçluga bölýäris. ABC we ADC üçburçluklaryň içki burçlarynyň jemi 180° -a deň (1-nji surat):

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ, \quad \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ.$$

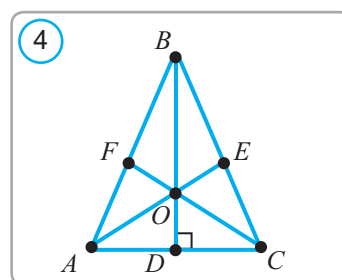
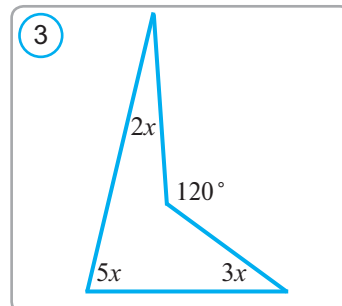
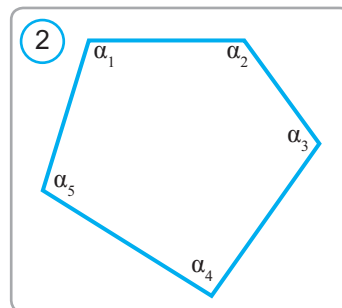
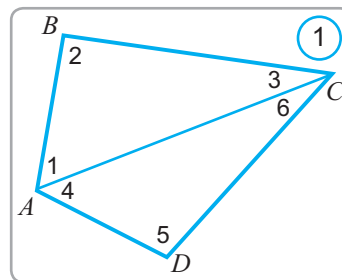
$$\angle A = \angle 1 + \angle 4 \quad \text{we} \quad \angle C = \angle 3 + \angle 6 \quad \text{bolany üçin}$$

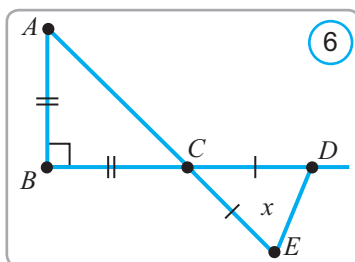
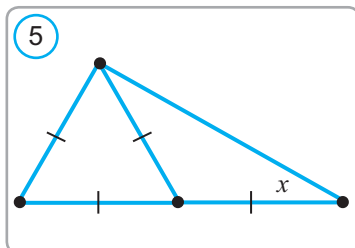
$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C + \angle D &= (\angle 1 + \angle 4) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 6) + \angle 5 = \\ &= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ. \end{aligned}$$



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Üçburçlugyň iki burçunyň ölçegleri 5:9 ýaly, üçünji burçy şu burçlaryň kiçisinden 10° -a kiçi. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.
2. Üçburçlugyň 108° -ly daşky burçuna goňşy bolmadyk içki burçlarynyň gatnaşygy 5:4 ýaly. Şu içki burçlaryny tapyň.
3. Üçburçlugyň iki tarapynyň üçünji tarapa perpendikulýar bolmagy mümkinmi?
4. Üçburçlugyň daşky kütäk burçlarynyň: a) 1 sany; b) 2 sany; c) 3 sany bolmagy mümkinmi?
5. Üçburçlugyň bir depesindäki içki we daşky burçlarynyň deň bolmagy mümkinmi?
6. 2-nji suratda şekillendirilen başburçlugyň burçlarynyň jemini tapyň.
7. 3-nji suratdaky näbelli burçlary tapyň.
8. Iki burçy deň bolan üçburçlugyň deňýanly bolýandygyny görkeziň.
9. Deňýanly üçburçlugyň bir burçy: a) 120° ; b) 70° -a deň bolsa, onuň galan burçlaryny tapyň.
10. Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçlaryndan biri a) 15° ; b) 75° bolsa, galan burçlary nämä deň?





11. Iki üçburçlugyň deňişli taraplary parallel bolsa, olara gabat gelyän burçlaryň deň bolýandygyny subut ediň.
12. Eger 4-nji suratda $AB=BC$, $\angle ABC=50^\circ$, AE we FC — bissektisalar bolsa, AOB we EOC burçlary tapyň.
13. 5-nji suratdaky näbelli x burçy tapyň.
14. 6-njy suratdaky näbelli x burçy tapyň.
15. Iki üçburçlugyň deňişli taraplary perpendikulýar bolsa, olaryň deňişli burçlary deň bolarmy? Jogabyňyzy esaslandyryň.
16. Käbir üçburçlugy diňe bir göni çyzyk boýunça gyrkyp iki ýiti burçly üçburçlugy almak mümkinmi? Jogabyňyzy esaslandyryň.

41

Gönüburçly üçburçlugyň häsiýetleri

Ýatladyp geçýäris, gönüburçly üçburçlugyň bir burçy göni (90°) bolup, galan iki burçy bolsa ýiti burçlardan ybaratdyr. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçunyň garşysyndaky tarapyna *gipotenuza*, galan iki tarapyna bolsa *katet* diýilýär. Indi gönüburçly üçburçlugyň käbir häsiýetlerini seredeliň.



1-nji häsiýet. Gönüburçly üçburçlugyň iki ýiti burçlarynyň jemi 90° -a deň.

Hakykatdan hem, üçburçlugyň içki burçlarynyň jemi 180° -a deň. Gönüburçly üçburçlugyň bir burçy bolsa 90° -a deň. Şonuň üçin, onuň galan iki burçlarynyň jemi 90° -a deň bolýar.



1-nji mesele. Gönüburçly üçburçlugyň 30° -ly burçunyň garşysyndaky kateti gipotenuzasynyň ýarysyna deň.

Goý, 1-nji suratda şekillendirilen ABC gönüburçly üçburçluk berlen bolup, onda $\angle ACB=90^\circ$ we $\angle ABC=30^\circ$ -a deň bolsun. Onda $\angle BAC=60^\circ$ bolýar.

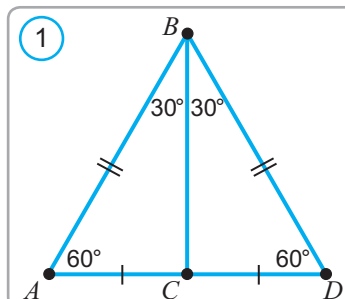
$AC = \frac{AB}{2}$ bolýandygyny görkezýäris.

Berlen üçburçluga deň BCD üçburçluga 1-nji suratda görkezilişi ýaly edip gurýarys. Netijede, hemme burçlary 60° -a deň bolan ABD üçburçluga alarys. Diýmek, ABD üçburçluk deňtaraply. Hususan-da, $AB = AD$ bolýar. Emma,

$$AD = AC + CD = 2AC.$$

$$\text{Şeýlelikde, } AB = 2AC, \text{ ýagny } AC = \frac{AB}{2}.$$

Häsiýet subut edildi.



2-nji häsiýet. Gönüburçly üçburçlugyň katetlerinden biri gipotenuzanyň ýarysyna deň bolsa, ol katet 30° -ly burçuň garşysynda ýatýar. Bu häsiýet 2-nji häsiýete ters bolup, ony özbaşdak subut ediň.

2-nji mesele. ABC gönüburçly üçburçlukda C göni burç we $AB=12$ we $CD=DB$ bolsa, CD -ni tapyň (2-nji surat).

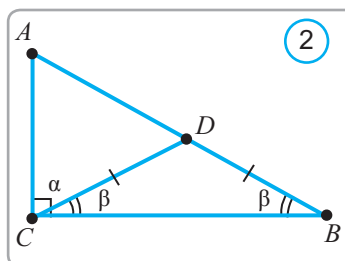
Çözülişi: CDB — deňýanly üçburçluk, çünki $CD=DB$ (2-nji surat). Diýmek, $\angle B = \beta$ diýmek, $\angle A + \angle B = 90^\circ$ bolany üçin $\angle A + \beta = 90^\circ$. Ýöne, $\alpha + \beta = 90^\circ$ bolany üçin, $\angle A = \alpha$. Diýmek, ADC — deňýanly üçburçluk. Şonuň üçin $AD = CD = DB$, ýagny D nokat AB kesimiň ortasy.

$$\text{Diýmek, } CD = \frac{AB}{2} = 6. \quad \text{Jogaby: } CD = 6$$

Bu meseläni çözendä $AD = DB$ we $AD = CD$ deňlikleri hem aldyk. Olar gönüburçly üçburçlugyň aşakdaky häsiýetini aňladýar.

3-nji häsiýet. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuza geçirilen medianasy gipotenuzanyň ýarysyna deň.

Bu möhüm häsiýete 8-nji synpda ýene dolanarys.

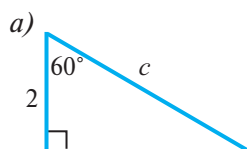


? Sorag, mesele we ýumuşlar

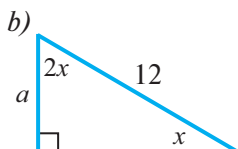
1. Gönüburçly üçburçlugyň taraplary nähili atlandyrylýar?
2. Gönüburçly üçburçlugyň ýiti burçlarynyň jemi nämä deň?
3. Gönüburçly üçburçlugyň burçlaryndan biri kütäk bolmagy mümkinmi?
4. Gönüburçly üçburçlugyň näçe sany beýikligi bar?
5. 30° -ly burçuň garşysyndaky katet bilen gipotenuzanyň arasynda nähili baglanyşyk bar?

6. Deňýanly gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna inderilen beýiklik gipotenuzanyň ýarysyna deňdigini görkeziň.

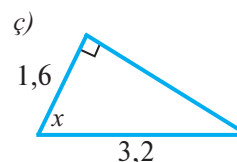
7. a) $c = ?$



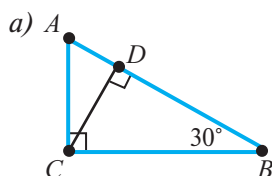
b) $a = ?$



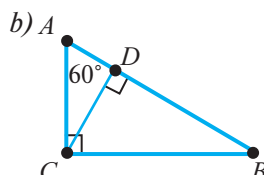
ç) $x = ?$



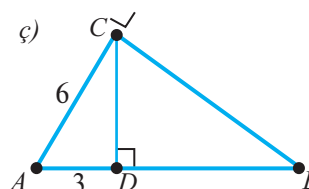
8. a) $AB = 20$, $AD = ?$



b) $AB = 18$, $BD = ?$



ç) $BD = ?$



9. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuza geçirilen medianasy 8 sm. Eger üçburçlugyň bir burçy 60° -a deň bolsa, şu burça seplesýän taraplary tapyň.

Geometriýada anyklyk we gysgalyk

Mälim bolşy ýaly, anyk matematiki jümle ýeterli derejede doly we şonuň bilen birlikde gysga, artykmaç sözlersiz bolmalydyr.

1. Hany, aşakdaky jümlelerdäki artykmaç sözleri anyklamaga synanyşyň?

a) Gönüburçly üçburçlugyň iki ýiti burçlarynyň jemi 90° -a deň.

b) Eger gönüburçly üçburçlukda katet gipotenuzanyň ýarysyna deň bolsa, onuň garşysynda ýatýan ýiti burç 30° -a deň bolýar.

2. Değişli adalgalardan peýdalanyň, aşakdaky jümleleri ykjamlaşdyryň.

a) Iň az tarapy köpburçluk;

b) töweregiň merkezinden geçýän horda;

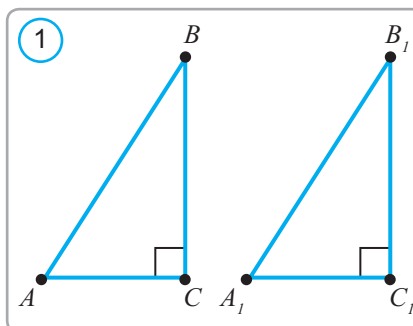
ç) esasy gapdal tarapyna deň bolan deňýanly üçburçluk.

Gönükme. ABC we $A_1B_1C_1$ gönüburçly üçburçluklar berlen bolsun. Şu üçburçluklaryň bir sanydan burçy göni bolany üçin, bu burçlar hemişe özara deň. Şu sebäpli, gönüburçly üçburçluklar üçin üçburçluklaryň deňlik nyşanlary ep-esli ýönekeýleşýär.

Gönüburçly üçburçluklar üçin iki katet boýunça (KK nyşany), katet we ýiti burç boýunça (KB nyşany), gipotenuza we ýiti burç boýunça (GB nyşany) we gipotenuza we katet boýunça (GK nyşany) ýaly deňlik nyşanlaryny getirýäris:

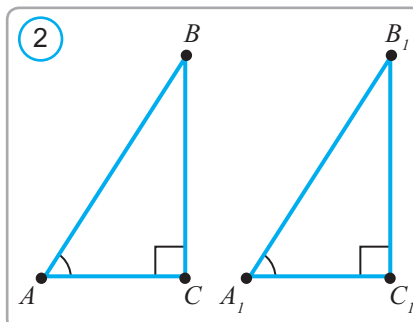
Teorema. KK nyşany. Bir gönüburçly üçburçlugyň katetleri ikinji gönüburçly üçburçlugyň katetlerine deňlililikde deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar (1-nji surat).

Bu nyşan üçburçluklaryň deňliginiň TBT-nyşanyndan gös-göni gelip çykýar.



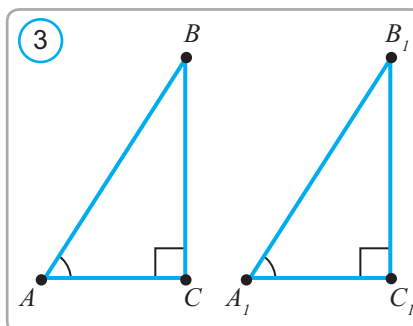
Teorema. KB nyşany. Bir gönüburçly üçburçlugyň kateti we oňa seplesýän ýiti burçy, ikinji gönüburçly üçburçlugyň katetine we oňa seplesýän ýiti burçuna deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar (2-nji surat).

Bu nyşan üçburçluklaryň deňliginiň BTB-nyşanyndan gös-göni gelip çykýar.

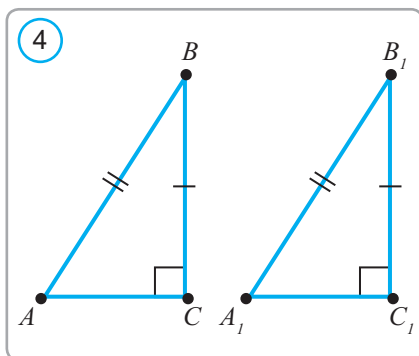


Teorema. GB nyşan. Bir gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we bir sany ýiti burçy, ikinji gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyna we bir sany ýiti burçuna deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar (3-nji surat).

Bu nyşan üçburçluklaryň deňliginiň BTB-nyşanyndan gös-göni gelip çykýar.



Teorema. GK nyşan. Bir gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we bir



sany kateti ikinji gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we bir sany katetine deň bolsa, bu üçburçluklar özara deň bolýar (4-nji surat).

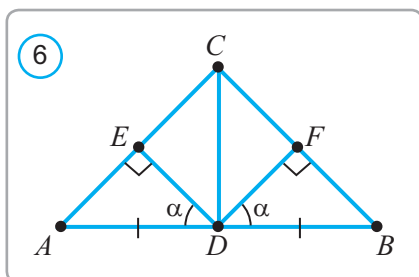
Şu nyşan subut edilmeli. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklar berlen (4-nji surat) we olarda $\angle C = 90^\circ$, $\angle C_1 = 90^\circ$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ bolsun. Onda $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ bolýandygyny nygtaýarys.

Subudy. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň taraplary iki-ikiden özara deň: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$. Eger ABC we $A_1B_1C_1$ burçlarynyň deňligini nygtasak, TBT nyşanyna görä üçburçluklar özara deň bolýar.

Munuň üçin, $A_1B_1C_1$ üçburçlugy ABC üçburçluk bilen, BC we B_1C_1 katetler gabat gelýän edip ýanaşyk goýýarys (5-nji surat). Onda, $\angle C$ we $\angle C_1$ göni burç bolanlygy üçin CA we C_1A_1 şöhleler ýazgyn burçy emele getirýär, ýagny A , C , C_1 we A_1 nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Netijede, ABA_1 deňýanly üçburçluk bolýar. Emma, deňýanly üçburçlukda esasa inderilen beýiklik bissektreisa hem bolýar (71-nji sahypadaky teoremanyň netijesine görä). Diýmek, $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$. **GK nyşan subut edildi.**



Mesele. 6-njy suratda berlen maglumatlara esaslanyp ABC — deňýanly üçburçlukdygyny subut ediň.

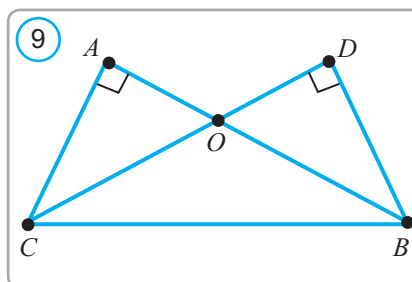
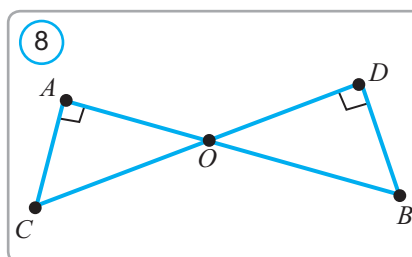
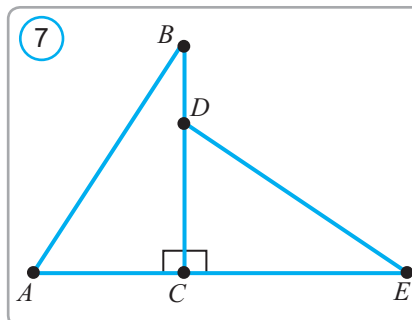


Çözülişi: $\triangle AED = \triangle BFD$, çünki olaryň gipotenuzalary we ýiti burçlary bir sanydan deň. CED we CFD — gönüburçly üçburçluklar, $ED = FD$ hem-de CD gipotenuza umumy bolany üçin, gönüburçly üçburçluklaryň deňliginiň GK nyşanyna görä $\triangle CED = \triangle CFD$.

Diýmek, $\triangle ADC = \triangle BDC$, ýagny $AC = BC$ we ABC — deňýanly üçburçluk.

? Sorag, mesele we ýumuşlar

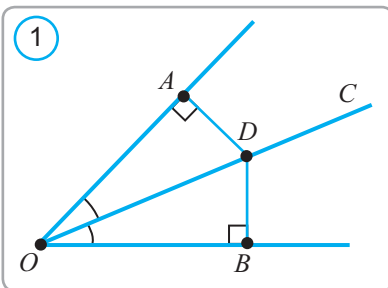
- Gönüburçly üçburçluklaryň deňliginiň nyşanlaryny aýdyň we düşündiriň.
- Gönüburçly üçburçluklaryň bir kateti we bir burçy degişlilikde deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolarmy?
- Eger 6-njy suratda:
 - $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$;
 - $BC = DE$, $AB = CE$;
 - $AC = CD$, $BC = CE$;
 - $AB = DE$
 bolsa, ACB we DCE üçburçluklar deň bolarmy?
- Eger 8-nji suratda: a) $OC = OB$; b) $AC = BD$; c) $AO = OD$; d) $AC = OD$; e) $\angle OCA = \angle OBD$ bolsa, OAC we ODB üçburçluklar deň bolarmy?
- Gönüburçly ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda A we A_1 göni burçlar, BD we BD_1 bissektisalar we $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ bolsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.
- Eger 9-njy suratda:
 - $AC = BD$;
 - $OA = OD$;
 - $\angle OCB = \angle OBC$;
 - $BC = OD$;
 - $\angle ACB = \angle DBC$ bolsa, BAC we CDB üçburçluklar deň bolarmy?
- ABC üçburçlukda BD beýiklik geçirilen. Eger $AD = DC$ bolsa, ABC üçburçlugyň deňýanlydygyny subut ediň.
- Ýiti burçly ABC üçburçlukda AA_1 we CC_1 beýiklikler deň. $\angle BAC = \angle BCA$ deňligi subut ediň.



Ýadyňyzda bolsa, nokatdan göni çyzyga çenli bolan aralyk diýip, nokatdan göni çyzyga inderilen perpendikulýaryň uzynlygyna aýdylypdy.



Teorema. Burçuň bissektisasynyň islendik nokadyndan burçuň taraplaryna çenli bolan aralyklar özara deň.



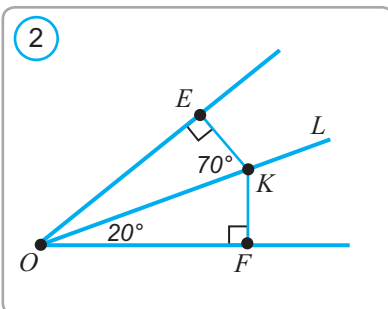
Subudy. Goý, O burç we onuň bissektisasy OC berlen bolsun (1-nji surat). OC bissektisada islendik D nokady alýarys we berlen burçuň taraplaryna DA we DB perpendikulýarlar inderýäris.

OAD we OBD gönüburçly üçburçluklarda:

1. $\angle AOD = \angle BOD$ — şerte görä;
2. OD — umumy gipotenuza.

Gönüburçly üçburçluklaryň deňliginiň GB nyşanyna görä, $\triangle OAD = \triangle OBD$. Hususan-da, $DA = DB$.

Teorema subut edildi.



Mesele. EOF burçuň OL bissektisasynda K nokat alnan (2-nji surat). Eger $EK \perp OE$, $KF \perp OF$, $\angle OKE = 70^\circ$ we $\angle KOF = 20^\circ$ bolsa, a) EOK we OKF burçlary; b) EOF we EKF burçlary tapyň.

Çözülişi: a) Ýokarda görkezilişi ýaly $\triangle EOK = \triangle FOK$. Şonuň üçin $\angle EOK = \angle FOK = 20^\circ$ we $\angle OKF = \angle OKE = 70^\circ$.

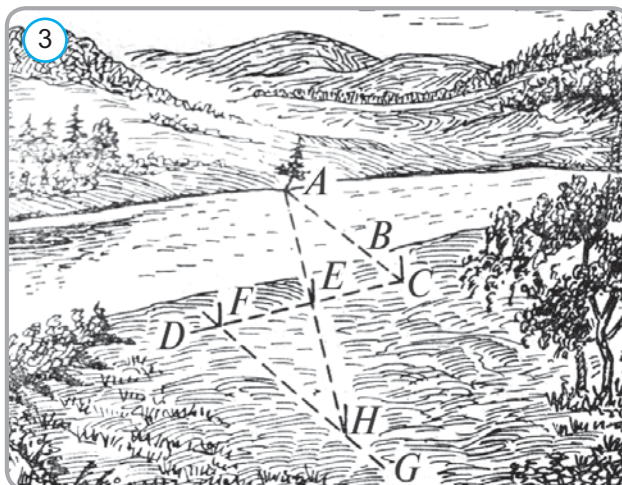
- b) $\angle EOF = 2 \cdot \angle KOF = 40^\circ$,
 $\angle FKE = \angle FKO + \angle OKE = 70^\circ + 70^\circ = 140^\circ$.

Jogaby: a) 20° we 70° ; b) 40° we 140° .



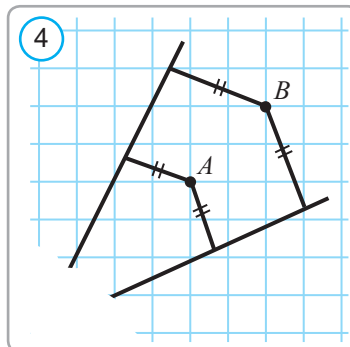
Amaly ýumuş

Gönüburçly üçburçluklaryň deňligi nyşanyndan peýdalanyň, 3-nji suratda şekillendirilen derýanyň giňligini anyklamak üçin ýerine ýetirilen gurmak işlerini aýdyp beriň we derýanyň giňligini tapmak usulyny beýan ediň.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Burçuň bissektisasynyň islendik nokady onuň taraplaryndan deň uzaklaşýandygyny subut ediň.
2. Burçuň AOB bissektisasynda alnan nokatdan OA şöhlä çenli bolan aralyk 7 sm bolsa, şu nokatdan OB şöhlä çenli bolan aralygy tapyň.
3. O burçuň we onuň bissektisasynda C nokat berlen. Eger $\angle O = 60^\circ$ we $OC = 14\text{ sm}$ bolsa, C nokatdan burç taraplaryna çenli bolan aralygy tapyň.
4. AOB burçuň içinde N nokat alnan. Eger $AN = BN$, $OA \perp AN$ we $OB \perp BN$ bolsa, N nokat AOB burçuň bissektisasynda ýatýandygyny subut ediň.
- 5*. 4-nji suratda gözenekli kagyza çyzylan burçuň bir bölegi şekillendirilen. Kagyzyň burçuň depesi ýerleşýän bölegi ýyrtylypdyr. A we B nokatlar burçuň taraplaryndan deň uzaklaşandygy belli. Burçuň bissektisasyny nähili gurmak mümkin?
- 6*. Üçburçlugyň iki bissektisasyny kesişýän nokat üçburçlugyň üç tarapyndan deň uzaklaşýandygyny subut ediň.
7. Deňýanly ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklaryň AC we A_1C_1 esaslaryna we esaslara geçirilen BD we B_1D_1 beýiklikleri deň. $ABC = A_1B_1C_1$ deňligi subut ediň.





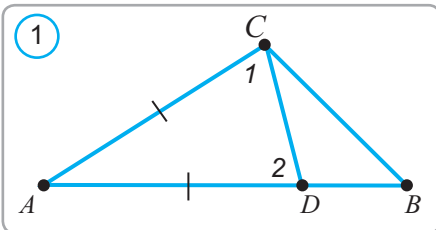
Teorema. Üçburçlugyň uly tarapynyň garşysynda uly burç ýatýar.



$\triangle ABC, AB > AC$ (1-nji surat)



$\angle C > \angle B$



Subudy. AB şöhlede AC tarapa deň AD kesimi goýarys. $AB > AD$ bolany üçin, D nokat AB kesime degişli bolýar. Diýmek, CD şöhle C burçuň içki zolagynda ýatýar we C burçy iki burça bölýär. Şuňa görä, $\angle C > \angle 1$.

ACD üçburçlugy deňýanly edip guran-dygymyz üçin, $\angle 1 = \angle 2$. $\angle 2$ — CBD

üçburçlugyň daşky burçy bolany üçin, $\angle 2 > \angle B$.

Bu aýratynlandyryp görkezilen üç gatnaşykdan,

$\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$, ýagny $\angle C > \angle B$ bolýandygyny alarys.

Teorema subut edildi.

Şonuň ýaly-da, bu teorema ters teorema hem ýerliklidir.



Ters teorema. Üçburçlugyň uly burçunyň garşysynda uly tarap ýatýar.

Bu teoremanyň subudyny özbaşdak ýerine ýetiriň.

Netije. Deňýanly üçburçlukda deň taraplaryň garşysynda deň burçlar ýatýar.

Onuň dogrudygyny öň subut edipdik.

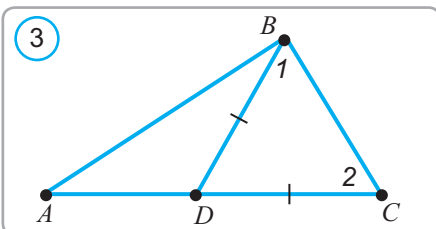
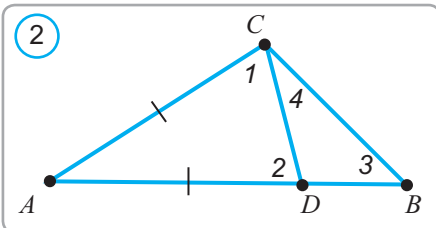


1-nji mesele. 2-nji suratda berlen maglumatlardan peýdalanyň, $\angle 1 > \angle 3$ bolýandygyny subut ediň.

Çözülişi: $\angle 2 > \angle 3$ bolýandygy aýan, çünki $\angle 2$ — BDC üçburçlugyň daşky burçy bolup, daşky burçuň häsiýetine görä, $\angle 2 = \angle 3 + \angle 4$ we $\angle 4 > 0$. ACD — deňýanly üçburçluk bolany üçin $\angle 1 = \angle 2$. Diýmek, $\angle 1 > \angle 3$ bolýar.



2-nji mesele. 3-nji suratda berlenlerden peýdalanyň, $AB < AC$ -ni görkeziň.

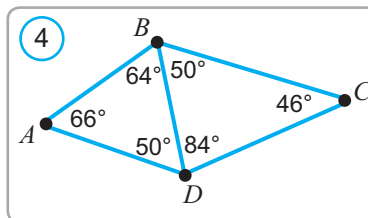


Çözülişi: BDC — deňýanly üçburçluk (çünki $BD=DC$), diýmek, $\angle 1=\angle 2$ bolýar. $\angle 1<\angle ABC$ bolany üçin $\angle 2<\angle ABC$. Uly burçuň garşysynda uly tarap ýatýandygy üçin $AB<AC$ bolýar.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Üçburçlugyň uly tarapyňyň garşysynda uly burçuň we tersine, uly burçuň garşysynda uly tarapyň ýatýandygyny subut ediň.
2. ABC üçburçlukda $AB=12\text{ sm}$, $BC=10\text{ sm}$, $CA=7\text{ sm}$ bolsa, üçburçlugyň iň uly we iň kiçi burçlary haýsy?
3. ABC üçburçlukda a) $AB<BC<AC$; b) $AB=AC<BC$ bolsa, üçburçlugyň burçlaryny deňeşdiriň. A burçuň kütäk bolmagy mümkinmi?
4. Deňýanly üçburçlugyň depesindeki burçy 62° bolsa, onuň haýsy tarapy uly bolýar? 58° bolsa haýsy tarapy?
5. Üçburçlugyň kütäk burçunyň garşysynda kiçi tarapyň ýatmagy mümkinmi?
6. ABC üçburçlukda a) $\angle A>\angle B>\angle C$; b) $\angle A=\angle B<\angle C$ bolsa, üçburçlugyň taraplaryny deňeşdiriň.
7. Üçburçlugyň uly burçy 60° -dan kiçi bolmagy mümkinmi? Üçburçlugyň kiçi burçunyň 60° -dan uly bolmagy mümkinmi?
8. Deňtaraply üçburçlugyň iki bissektrisasy kesişende emele gelýän burçlary tapyň.
- 9*. ABC üçburçlukda $AB>BC$ we $\angle A=60^\circ$ bolsa, B burç nähili bahalary kabul edýär.
- 10*. Üçburçlugyň α , β we γ burçlary üçin $\alpha<\beta+\gamma$, $\beta<\alpha+\gamma$, $\gamma<\alpha+\beta$ gatnaşyklar ýerlikli bolsa, bu nähili üçburçluk bolýar?
- 11.* 4-nji suratdan iň uly we iň kiçi kesimleri görkeziň. Jogabyňyzy düşündiriň.
12. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy ulumy ýada kateti?





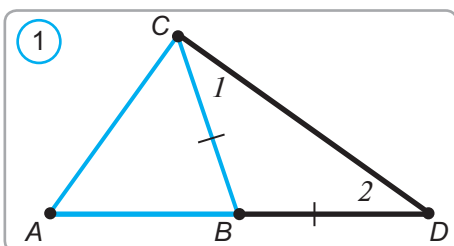
Üçburçlugyň islendik bir tarapy galan iki tarapynyň jeminden kiçi.



$\triangle ABC$ (1-nji surat)



$AC < AB + BC$



Subudy. AB göni çyzykda BC kesime deň BD kesimi goýýarys we C we D nokatlary birleşdirýäris (1-nji surat). Netijede, BCD deňýanly üçburçluk emele gelýär. Onda, $\angle 1 = \angle 2$, çünki $BC = BD$. Figuradan görnüşi ýaly,

$$\angle ACD > \angle 1.$$

Onda, $\angle ACD > \angle 2$ çünki $\angle 1 = \angle 2$,

Bu burçlar ACD üçburçluga deňişli. Indi uly burçuň garşysynda uly tarapyň ýatýandygyny hasaba alsak, $AC < AD$ deňsizligi alarys.

Onda, $AC < AB + BD$ çünki $AD = AB + BD$. Ondan $BD = BC$ bolýandygyny hasaba alsak, $AC < AB + BC$ -ni alarys.

Teorema subut edildi.

Şu teoremadan aşakdaky netije gelip çykýar.

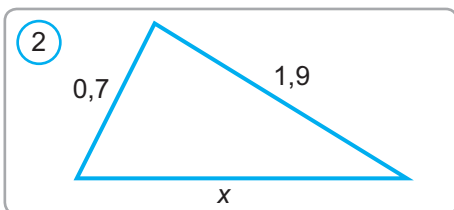
Netije. Bir göni çyzykda ýatmaýan islendik üç sany A , B we C nokat üçin $AC < AB + BC$, $AB < AC + BC$ we $BC < AB + AC$ deňsizlikler ýerliklidir.



Şu deňsizlikleriň her birine *üçburçlugyň deňsizligi* diýilýär.

Mesele. Üçburçlugyň iki tarapy 0,7 we 1,9. Eger üçünji tarapynyň bitin sandygy mälim bolsa, ony tapyň (2-nji surat).

Çözülişi: Berlen üçburçlugyň iki tarapy belli: 0,7 we 1,9. Üçünji tarapyny üçburçlukgyň deňsizliginden peýdalanyp tapýarys:



$$x + 0,7 > 1,9, \text{ ýa-da } x > 1,2$$

$$1,9 + 0,7 > x, \text{ ýa-da } x < 2,6.$$

Şu iki deňsizlikden $1,2 < x < 2,6$ -ny alarys.

x – bitin san, diňe $x=2$ baha şu goşa-deňsizligi kanagatlandyrýar. Diýmek, üçburçlugyň näbelli tarapy 2 -ä deň.

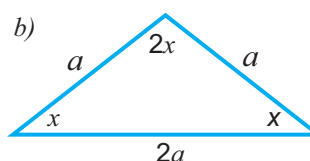
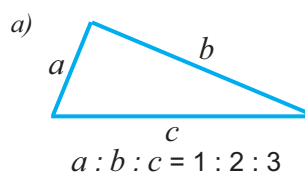
Jogaby: 2



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Üçburçlugyň deňsizliginiň mazmuny nämeden ybarat?
2. Üçburçlugyň deňsizligi nähili meseleleri çözmekde ulanylýar?
3. Uzynlyklary 1 m , 2 m we 3 m bolan kesimlerden üçburçluk gurmak mümkinmi?
4. Taraplary : a) 2; 3; 4; b) 2; 2; 4; c) 3,6; 1,8; 5; d) 56; 38; 19; bolan üçburçluk barmy?
5. Deňýanly üçburçlugyň taraplary: a) 7 we 3 b) 10 we 5; c) 8 we 5 bolsa, üçünji tarapyň tapyň.
6. Meseläniň berlişi dogrumy (3-nji surat)?
7. Üçburçlugyň islendik tarapy onuň galan iki tarapyň tapawudyndan uly bolýandygyny subut ediň.
8. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 25 sm , bir tarapy ikinji tarapyndan 4 sm artyk we daşky burçlaryndan biri ýiti bolsa, üçburçlugyň taraplaryny tapyň.
- 9.* Uzynlyklary 2; 3; 4; 5 we 6 -a deň kesimlerden näçe dürli üçburçluk gurmak mümkin?
10. Tekizlikdäki üç sany A , B , C nokatlar üçin $AB+BC \geq AC$ deňsizlik ýerine ýetirilse, AB , BC we AC kesimler nähili geometrik figurany aňladýar?
- 11.* Üçburçlugyň medianasy üçburçlugyň ýarym perimetrinden (perimetriniň ýarysyndan) kiçidigini subut ediň.
12. Töweregiň iň uly hordasy onuň diametri bolýandygyny subut ediň.

3



46

Bilimiňizi synaň

1. Boş galdyrylan ýerleri many taýdan dogry sözler bilen dolduryň.

1. Üçburçlugyň içki burçuna üçburçlugyň daşky burçy diýilýär.
2. Üçburçluk 180° -a deň.
3. Ikita burçunyň jemi 90° -a deň bolan üçburçluk bolýar.
4. Üçburçlugyň daşky burçy oňa goňşy bolmadyk -a deň.
5. Eger üçburçlugyň bir burçy kütäk bolsa, galan iki
6. Gönüburçly üçburçlugyň burçlary bolup bilmeýär.
7. Üçburçlugyň her bir tarapy galan taraplaryň jeminden

8. Iki gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasy we deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
9. Gönüburçly üçburçlugyň katetleri deň bolsa, ol bolýar.
10. Gönüburçly üçburçlugyň gipotenuzasyňa geçirilen şu gipotenuzanyň ýarysyna deň.
11. Gönüburçly üçburçlugyň kateti bolsa, ol 30° -ly burçuň garşysynda ýatýar.
12. Burçuň taraplaryndan deň aralykda uzaklaşýan nokat şu burçuň ýatýar.

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň.

1. Gönüburçly üçburçluklaryň gipotenuzasy we bir sanydan burçy deň bolsa, bu üçburçluklar deň bolýar.
2. Üçburçlugyň içki we daşky burçlarynyň jemi 180° -a deň.
3. Üçburçlugyň daşky burçy, iki içki burçlarynyň jemine deň.
4. Üçburçlugyň uly tarapynyň garşysynda kiçi burç, uly burçuň garşysynda kiçi tarap ýatýar.
5. Üçburçlugyň her bir tarapy galan taraplarynyň tapawudyndan kiçi.
6. Gönüburçly üçburçlugyň diňe bir sany beýikligi bar.
7. Gönüburçly üçburçlugyň kateti gipotenuzanyň ýarysyna deň.
8. Gönüburçly üçburçlugyň beýikligi gipotenuzanyň ýarysyna deň.
9. Gönüburçly üçburçluklaryň gipotenuzalary deň bolsa, bu üçburçluklar hem deň bolýar.
10. Üçburçlugyň içki burçy onuň galan iki burçunyň jeminden hemişe kiçi bolýar.
11. Üçburçlugyň daşky burçlary hemişe kütäk bolýar.

3. Jedwelde getirilen häsiýetlere we düşündirişlere laýyk gelýän geometrik düşüňjeleri tapyň.

1.	Içki burçlarynyň jemi 180° -a deň	
2.	Ýiti burçlarynyň jemi 90° -a deň	
3.	Taraplary kesimlerden ybarat	
4.	Üçburçluk taraplarynyň arasyndaky gatnaşyk	
5.	Gipotenuzanyň ýarysyna deň	
6.	Üç beýikligi-de bir depede kesişýär	
7.	Katetden hemişe uly	
8.	Nokatlary burçuň taraplaryndan deň uzaklaşan	

4. Testler.

1. Eger üçburçlugyň burçlary 2:3:4 ýaly gatnaşykda bolsa, onuň burçlaryny tapyň.
A) 20° , 30° , 40° ; B) 40° , 60° , 80° ; C) 36° , 54° , 90° ; D) 18° , 27° , 36° .
2. Eger üçburçlugyň burçlary 3:2:1 ýaly gatnaşykda bolsa, onuň görnüşini anyklaň.
A) Ýiti burçly; B) Kütäk burçly;
C) Gönüburçly; D) Anyklap bolmaýar.
3. Eger üçburçlugyň bir sany daşky burçy ýiti bolsa, onuň görnüşini anyklaň.
A) Ýiti burçly; B) Kütäk burçly;
C) Gönüburçly; D) Anyklap bolmaýar.
4. Eger üçburçlugyň bir burçy onuň galan iki burçlarynyň jeminden uly bolsa, onuň görnüşini anyklaň.
A) Ýiti burçly; B) Kütäk burçly;
C) Gönüburçly; D) Anyklap bolmaýar.
5. Haýsy üçburçlugyň beýiklikleri onuň bir depesinde kesişýär?
A) Deňýanly üçburçluk;
B) Deňtaraply üçburçluk;
D) Gönüburçly üçburçluk;
E) Beýle üçburçluk ýok.
6. ABC üçburçlukda A depedäki daşky burç 120° -a, C depesindäki içki burç bolsa 80° -a deň. B depesindäki daşky burçy tapyň.
A) 120° ; B) 140° ; D) 160° ; E) 40° .
7. Üçburçlugyň daşky burçlaryndan biri 120° -a, şu burça goňşy däl içki burçlarynyň tapawudy 30° -a deň. Üçburçlugyň içki burçlaryndan ulusyny tapyň.
A) 70° ; B) 75° ; D) 85° ; E) 90° .
8. Üçburçlugyň iki burçunyň bahalarynyň gatnaşygy 1:2 ýaly. Üçünji burçy şu burçlaryň kiçisinden 40° -a uly. Üçburçlugyň uly burçuny tapyň.
A) 105° ; B) 75° ; D) 80° ; E) 90° .
9. Deňýanly üçburçlugyň perimetri 48-e deň. Onuň taraplaryndan biri 12-ä deň bolsa, galan taraplaryny tapyň.
A) 18; 12 B) 16; 16 D) 18; 24 E) 18; 18.

10. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçundan bissektisa we beýiklik çykarylan bolup, olar olaryň arasyndaky burç 24° -a deň. Üçburçlugyň kiçi burçuny tapyň.

A) 21° ; B) 24° ; D) 36° ; E) 16° .

11. 1-nji suratdaky $\angle A$ -ny tapyň.

A) 10° ; B) 20° ; D) 60° ; E) 100° .

12. Uzynlyklary 3, 5, 7 we 11-e deň kesimler-den näçe dürli taraply üçburçluk gurmak bolar?

A) 2 B) 3 D) 5 E) 6.

13. 2-nji suratdaky $x + y$ -i tapyň.

A) 90° ; B) 180° ; D) 270° ; E) anyklap bolmaýar.

14. 3-nji suratdaky $\angle BCA$ -ni tapyň.

A) 90° ; B) 96° ; D) 144° ; E) 84° .

15. 4-nji suratdaky $a \parallel b$ bolsa, x -i tapyň.

A) 35° ; B) 45° ; D) 25° ; E) 20° .

16. 5-nji suratdaky x -i tapyň.

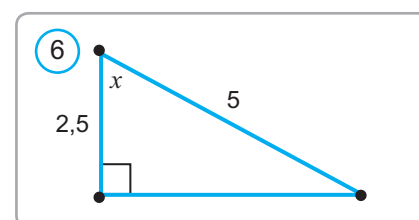
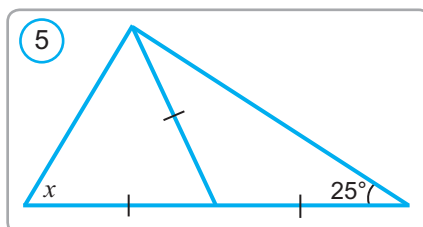
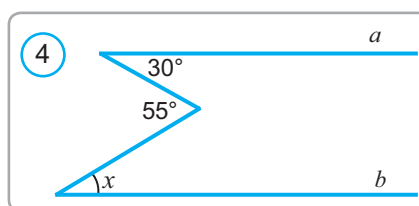
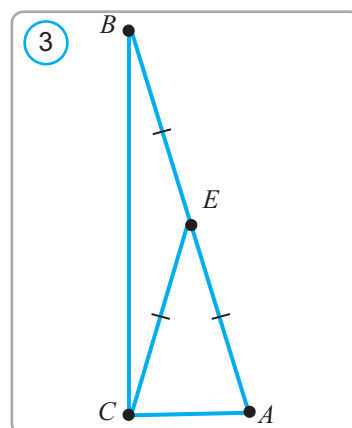
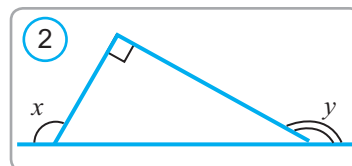
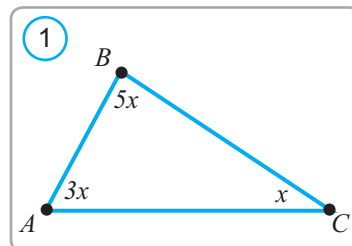
A) 60° ; B) 55° ; D) 65° ; E) 70° .

17. 6-njy suratdaky x -i tapyň.

A) 30° ; B) 45° ; D) 15° ; E) 75° ;

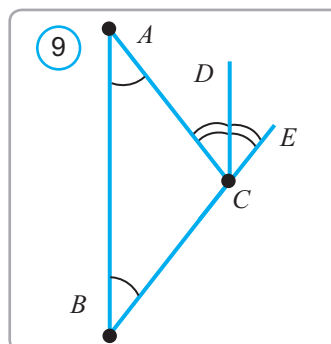
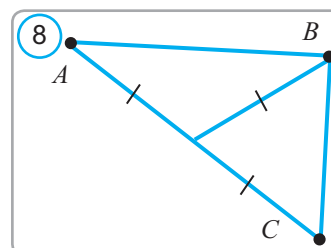
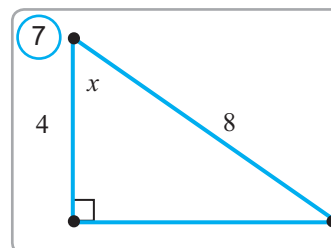
18. Uzynlygy 2 sm, 3 sm, 4 sm we 5 sm bolan kesimlerden näçe üçburçluk gurmak bolar?

A) 1 sany; B) 2 sany; D) 3 sany; E) 4 sany.

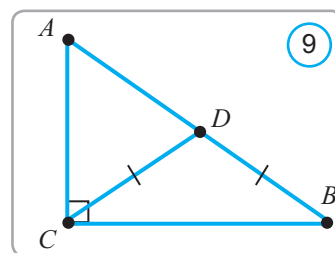


5. Meseleler

1. Bogunlarynyň uzynlygy 1 m , 2 m , 4 m , 8 m we 16 m bolan ýapyk döwür çyzyk gurmak mümkinmi?
2. Eger üçburçlugyň taraplary bitin sanlar bolup, perimetri 15-e deň bolsa, onuň taraplaryny anyklaň.
3. Üçburçlugyň beýikligi onuň taraplaryndan hemişe kiçi bolarmy?
4. Uly tarapy 36-a deň bolan üçburçlugyň burçlary $1:2:3$ ýaly gatnaşykda bolsa, şu üçburçlugyň kiçi tarapyňy tapyň.
5. Üçburçlugyň esasyna geçirilen beýiklik onuň gapdal taraplary bilen 27° we 36° -ly burçlary emele getirýär. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.
6. Gönüburçly ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda A we A_1 göni burçlar, BD we B_1D_1 bissektisalar we $\angle B = \angle B_1$, $BD = B_1D_1$ bolsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.
7. 7-nji suratdaky x -i tapyň
8. 8-nji suratdaky $\angle ABC$ -ni tapyň.
9. 9-njy suratda $AB \parallel CD$ bolýandygyny subut ediň.
10. Deňýanly üçburçlugyň bir burçy 100° -a deň. Üçburçlugyň galan taraplaryny tapyň.
11. Eger deňýanly üçburçlugyň burçlaryndan biri 60° -a deň bolsa bu üçburçluk deňtaraply bolarmy?
12. Esasy AC we B burçy 36° -a deň bolan deňýanly ABC üçburçlugyň AD bissektisasy geçirilen. CDA we ADB üçburçluklaryň deňýanlydygyny subut ediň.

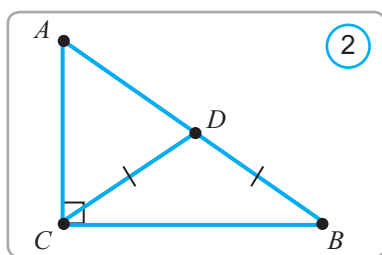
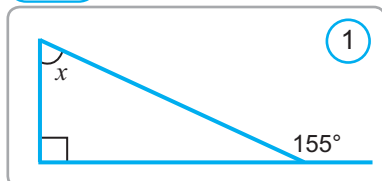


14. Bir üçburçluk 60° we 38° -ly burçlara, ikinji üçburçluk bolsa 38° we 82° -ly burçlara eýe. Şu üçburçluklaryň deň bolmagy mümkinmi?
15. Üçburçlugyň perimetri taraplaryndan 14 sm , 16 sm we 24 sm uly bolsa, üçburçlugyň iň uly tarapyny tapyň.
16. Gönüburçly ABC üçburçlugyň göni burçunyň depesinden CD beýiklik inderilen. Eger 1) $A = 24^\circ$; 2) $A = 70^\circ$ bolsa, CDB burçy tapyň.
17. Deňýanly üçburçlugyň bir daşky burçy 70° -a deň. Onuň içki burçlaryny tapyň.
18. ABC üçburçlugyň A we C depelerinden inderilen beýiklikler N nokatda kesişýär. Eger $\angle A = 50^\circ$ we $\angle C = 84^\circ$ bolsa, ANC burçy tapyň.
19. ABC üçburçlukda BD mediana AC tarapyň ýarysyna deň. Üçburçlugyň B burçuny tapyň.
20. 9-njy suratda $BD = CD = 10$ bolsa, AB -ni tapyň.



47

5-nji barlag işi



Nusga barlag işi iki bölek ybarat:

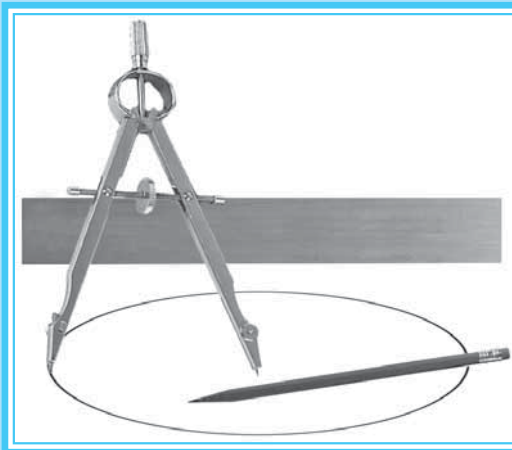
- I. 125-nji sahypadaky testlere meňzeş 5 test;
 - II. Aşakdaky meselelere meňzeş 3 mesele (4-nji mesele gowy özleşdirýän okuwçylar üçin).
1. Näbelli burçy tapyň (1-nji surat).
 2. Üçburçlugyň daşky burçy 120° bolup, oňa goňşy bolmadyk içki burçy $1:2$ gatnaşykda bolsa, üçburçlugyň burçlaryny tapyň.
 3. Eger 2-nji suratda $\angle ACB = 90^\circ$, $CD = BD$ we $AB = 24$ bolsa, CD kesimi tapyň.
 4. ABC üçburçluk BD bissektrisasi AC tarapy 100° burç astynda kesýär. Eger $BD = BC$ bolsa, üçburçlugyň taraplaryny tapyň.



Zehinli okuwçylar üçin goşmaça ýumuş.

«Geometriýa–7» elektron dersliginiň degişli babynyň sahypalary bilen tanyşyň. Şu baba girizilen temalara degişli interaktiw animasiýa goşmaçalarynda berlen ýumuşlary ýerine ýetirip we test ýumuşlaryny çözüp öz bilimiňizi synaň.

VBAP



GURMAGA DEGIŞLI MESELELER

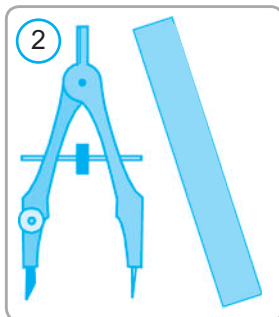
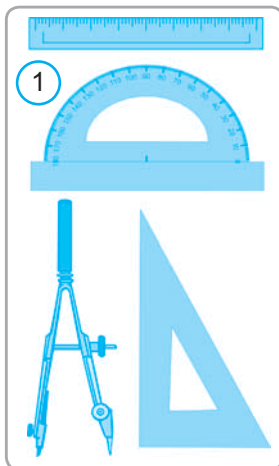
Şu baby öwrenmek bilen siz aşakdaky bilim we amaly endiklere eýe bolarsyňyz:

Bilimler:

- Sirkulyň we ýönekeý çyzgyjyň kömeginde gurmaga degişli meseleler çözülide boýun egmeli ýörite düzgünleri bilmek;
- gurmaga degişli meseleleri çözmegiň basgançaklaryny bilmek.

Endikler:

- Çyzgyjyň we sirkulyň kömeginde gurmak işlerini amala aşyrmak;
- berlen burça deň burçy gurmagy başarmak;
- burçuň bissektisasyny gurmagy başarmak;
- perpendikulýar göni çyzyklary gurmagy başarmak;
- kesimi deň ikä bölmek;
- berlen elementlerine görä üçburçluklary gurmagy başarmak.



Gurmaga degişli meseleleri diňe ýönekeý çyzgyç we sirkul arkaly çözmek — mantlyky pikir ýöretmäni ösdürip, ol Gadymy Gresiyada sungat derejesine ýetipdir.

Şu wagta çenli dürli gurallaryň kömeginde dürli geometrik figuralary gurduk. Meselem, çyzgyjyň kömeginde göni çyzyk, şöhle, kesim, üçburçluk we başga figuralary çyzdyk. Transportir bilen dürli burçlary, sirkulyň kömeginde bolsa töwerek we ýaýlary şekillendirdik (1-nji surat).

Mälim bolşy ýaly, geometrik figuralary diňe masştably bölmelere eýe bolmadyk, bir tarapy tekiz çyzgyjyň we sirkulyň (2-nji surat) kömeginde gurmak mümkin eken. (Beýle çyzgyja ýönekeý çyzgyç diýýäris.)

Şu sebäpli, geometriýada şu iki guralyň kömeginde gurmaga degişli meselelere ýörite garalýar.

Bu iki guraldan peýdalanmagyň mahsus kadalary bolup, olar arkaly diňe aşakdaky işleri ýerine ýetirmek bolýar:

Ýönekeý çyzgyjyň kömeginde diňe:

1. Islendik göni çyzyk çyzmak;
2. Berlen nokatdan geçýän göni çyzyk çyzmak;
3. Iki nokatdan geçýän göni çyzygy çyzmak.

Sirkul kömeginde diňe:

1. Islendik töweregi çyzmak;
2. Merkezi berlen nokatda bolan islendik radiusly töwerek çyzmak;
3. Berlen radiusly, merkezi bolsa islendik töwerek çyzmak;
4. Merkezi berlen nokatda radiusy berlen kesimden ybarat töwerek çyzmak;
5. Berlen kesime deň kesimi berlen göni çyzyga onuň berlen nokadyndan başlap her iki ugurda goýmak.

Başga islendik gurmak ynha şu amallara getirilmelidir. Hatda çyzgyçda millimetrli bölmeler bolsa-da kesimleriň uzynlyklaryny ölçemek we mälim uzynlykdaky kesimi käbir göni çyzyga goýmaga rugsat edilmeýär.

Gurmaga degişli meselelerde diňe käbir geometrik figurany gurmagyň usulyny tapmak talap edilmän, eýsem alnan geometrik figurany hakykatda berlen şertleri kanagatlandyryandygyny esaslandyrmaly, ýagny ony subut hem etmeli.

Şu sebäpli, gurmaga degişli meseleler hem şekil gurmak usulyny, ýollaryny tapmagy, hem ony esaslandyrmagy talap edýär.



1-nji mesele. AB we CD kesimler we OE şöhle berlen (2-nji a surat). Ýönekeý çyzgyjyň we sirkulyň kömeginde OE şöhlä uzynlygy $AB + CD$ deň kesimi goýuň.

Gurmak:

1-nji ädim. Sirkulyň kömeginde AB kesime deň A_1B_1 kesimi OE şöhlä goýýarys (2-nji b surat).

2-nji ädim. Sirkulyň kömeginde CD kesime deň C_1D_1 kesimi B_1E şöhlä goýýarys (2-nji ç surat).

Emele gelen A_1D_1 kesim – uzynlygy $AB + CD$ deň bolan kesimden ybarat bolýar.



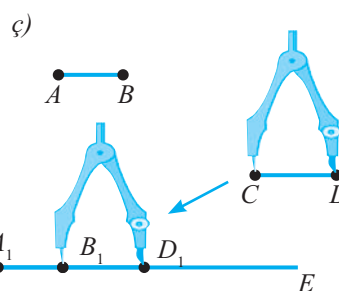
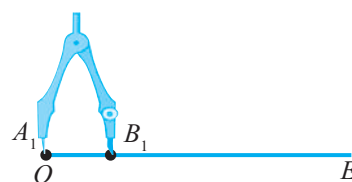
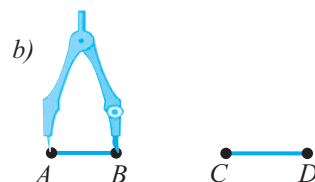
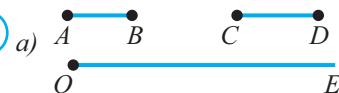
2-nji mesele. AB we CD kesimler we OE şöhle berlen (3-nji a surat).

Eger $AB > CD$ ekenligi belli bolsa, ýönekeý çyzgyjyň we sirkulyň kömeginde OE şöhlä uzynlygy $AB - CD$ deň kesimi goýuň.

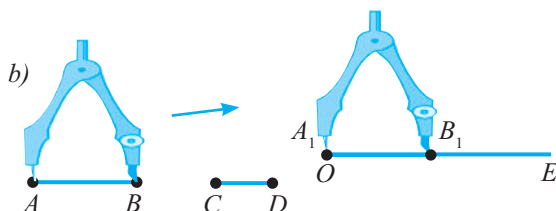
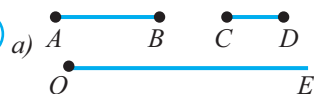
Gurmak:

OE şöhlä ilki AB kesime deň A_1B_1 kesimi (3-nji b surat), soň CD kesime deň C_1D_1 kesimi goýýarys (3-nji ç surat). Emele gelen D_1B_1 kesim – uzynlygy $AB - CD$ deň bolan kesimden ybarat bolýar.

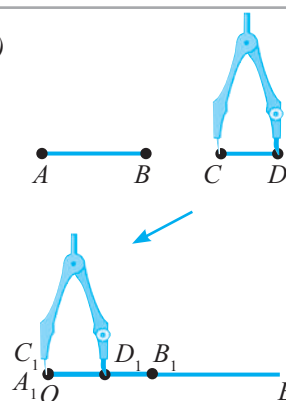
2



3



ç)





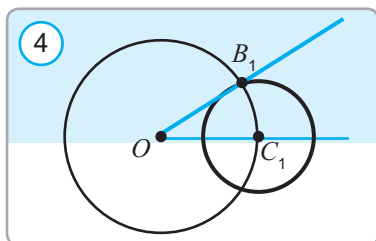
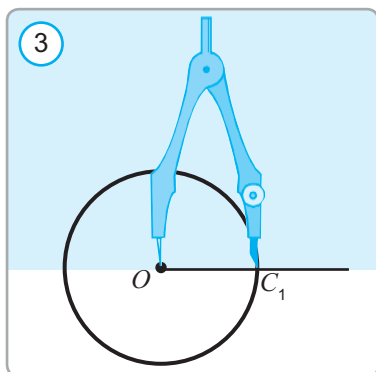
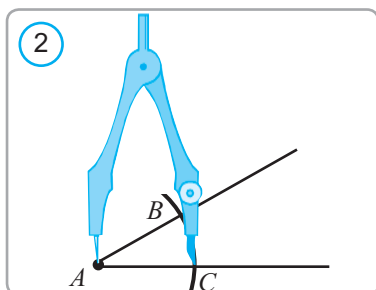
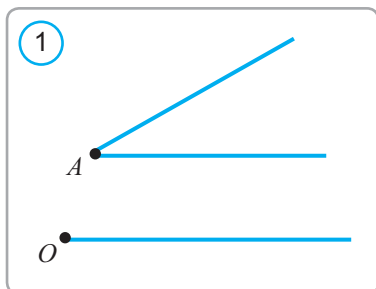
Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Ýönekeý çyzgyjyň kömeginde nähili figuralary çyzmak mümkin?
2. Sirkulyň kömeginde gurmaga degişli nähili işleri amala aşyrmak mümkin?
3. Göni çyzykda A we B nokatlar berlen. BA şöhle B nokatdan başlap BC kesimi, $BC=2AB$ bolar ýaly edip goýuň.
4. Eger töwerekden daşardaky nokatdan töweregiň iň ýakyn we uzak nokatlaryna çenli bolan uzaklyklar degişlilikde 2 sm we 10 sm bolsa, töweregiň radiusyny tapyň.
5. A we B nokatlar berlen. Diňe sirkuldan peýdalanyň, $AC=3AB$ bolar ýaly C nokady guruň.
6. a we b uzynlykdaky kesimler berlen. a) $a + b$; b) $a - b$; c) $2a + 3b$; d) $2a - b$ uzynlykdaky kesimleri guruň.
7. Uzynlygy 12 sm we 5 sm bolan kesimler berlen. Uzynlygy a) 17 sm; b) 7 sm; c) 12 sm; d) 22 sm; e) 29 sm bolan kesimleri guruň.



Geometrik tapmaça

Serdar töwerek çyzyp bolansoň, onuň merkezini galam bilen bellemegi ýatdan çykarandygyny aňdy. Belläýin diýse, yzy hem galmandyr. Ýöne töweregiň radiusynyň 12 sm ekenligi onuň ýadyndady. Şu maglumatdan peýdalanyň, diňe sirkulyň kömeginde çyzylan töweregiň merkezini tapyp bolarmy?



1-nji mesele. A burç berlen. O şöhlä (1-nji surat) A burça deň burç goýuň.

Gurmak:

1-nji ädim. Merkezi A nokatda bolan islendik töwerek çyzýars (2-nji surat). Bu töwerek berlen A burçuň taraplaryny B we C nokatlarda kesip geçsin.

2-nji ädim. Radiusy çyzylan töweregiň radiusyna deň we merkezi O nokatda bolan töwerek çyzýars (3-nji surat). Bu töweregi O şöhle bilen kesişme nokady C_1 bilen belgileýäris.

3-nji ädim. Merkezi C_1 nokatda, radiusy bolsa BC deň bolan üçünji töweregi çyzýars (4-nji surat). Onuň ikinji töwerek bilen kesişme nokatlaryndan birini, aýdaly, ýokarky ýarymtekizlikde ýatýandygyny B_1 bilen belgileýäris.

4-nji ädim. OB_1 şöhläni geçirýäris (4-nji surat). Emele gelen B_1OC_1 burç O şöhlä goýlan, berlen A burça deň burç bolýar.

Esaslandyрма: 2-nji we 4-nji suratda şekillendirilen ABC we OB_1C_1 üçburçluklarda gurmaga görä: $AB = OB_1$, $AC = OC_1$ we $BC = B_1C_1$.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyyna görä $\triangle ABC = \triangle OB_1C_1$. Hususan-da, $\angle B_1OC_1 = \angle A$.

Ýatlatma: Bu mesele iki çözüwe eýe bolup, çözüwler 3-nji ädimde O şöhle ýatýan göni çyzyk bölen haýsy ýarymtekizligiň alnyşyna bagly.



2-nji mesele. Berlen iki burçuň jemine deň bolan burçy guruň (5-nji a surat).

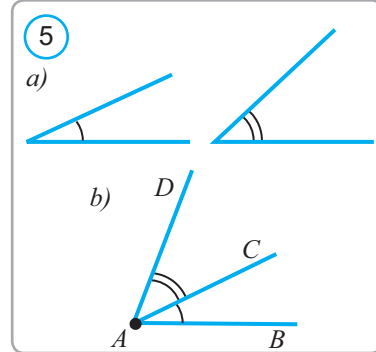
Gurmak: 1-nji ädim. Ilki birinji burça deň bolan BAC burçy gurýars (5-nji b surat).

2-nji ädim. AC şöhlä ikinji burça deň bolan CAD burçy goýýars. Emele gelen BAD burç berlen burçlaryň jemine deň burç bolýar.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. a) 30° ; b) 60° ; c) 15° ; d) 120° ; e) 45° -ly burçlar berlen. Ýönekeý çyzgyçdan we sirkuldan peýdalanyň, olara deň burçlary gurun.
2. $\angle A = \alpha$ we $\angle B = \beta$ burçlar berlen ($\alpha > \beta$). Ölçeği: a) 2α ; b) $\alpha - \beta$; c) $2\alpha + \beta$ bolan burçlary gurun.
3. 45° we 30° burçlar berlen. Ölçeği a) 15° ; b) 75° ; c) 105° ; d) 120° bolan burçlary gurun.



50

Burçuň bissektirisasyny gurmak

1-nji suratda şekillendirilen A burç berlen bolsun. Bu burçy deň ika bölmek üçin aşakdaky ýaly çemeleşilýär:

Gurmak:

1-nji ädim. Merkezi A nokatda bolan islendik radiusly töwerek çyzylýar we onuň burçuň taraplary bilen kesişme nokatlary B we C belgilenýär.

2-nji ädim. Radiusy üýtgetmezden, merkezleri B we C nokatlarda bolan iki töwerek çyzylýar (2-nji surat). Bu iki töweregiň kesişmeginden emele gelen D nokat belgilenýär (3-nji surat).

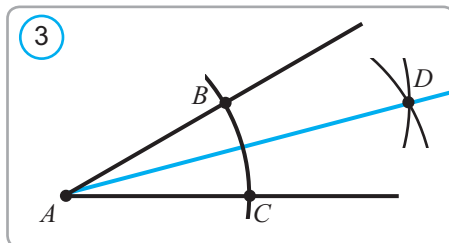
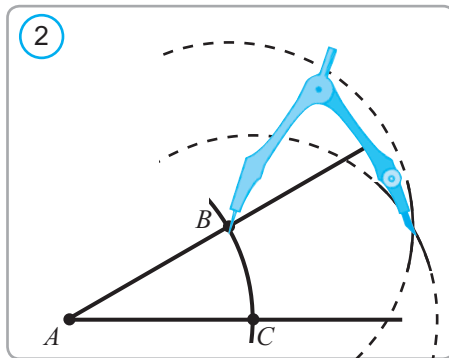
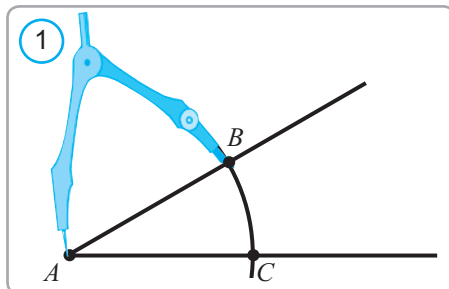
3-nji ädim. A we D nokatdan geçýän AD şöhle geçirilýär (4-nji surat).

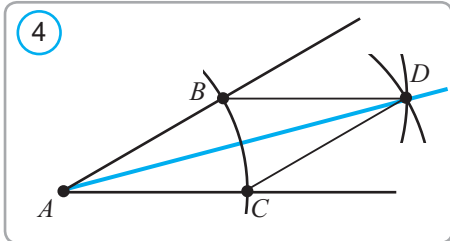
AD şöhle — berlen burçuň bissektirisasy bolýar.

Esaslandyрма. ABD we ACD üçburçluklarda

- 1) gurmaga görä $AB = AC$;
- 2) gurmaga görä $BD = CD$;
- 3) AD — umumy tarap.

Üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyňa görä, $\triangle ABD = \triangle ACD$. Hususan-da, $\angle BAD = \angle CAD$.

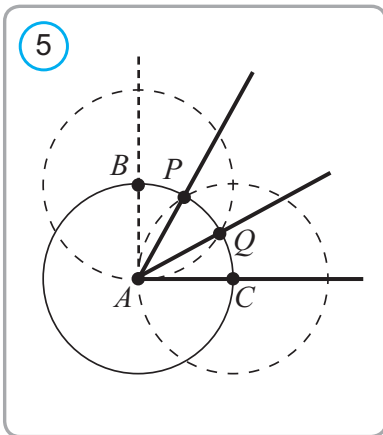




Mesele. Berlen göni burçy deň üçe bölüň.

Çözülüşi: $\angle A$ göni burç berlen bolsun. Onuň depesini merkez edip, islendik radiusly töwerek çyzýarys. Ol göni burçuň taraplaryny B we C nokatlarda kesip geçsin. Radiusy üýtgetmezden merkezi B we C nokatlarda bolan ýene iki töwerek çyzýarys.

Bu töwerekler birinji töwerek bilen kesişen nokatlardan göni burçuň içinde ýatýanlaryny P we Q bilen belgileýäris. AP we AQ şöhleleri çyzýarys. Bu şöhleler berlen göni burçy deň üç burça bölýär. Bu tassyklamanyň dogrudygyny özbaşdak esaslandyryň.



Ýatlatma. Berlen islendik burçy üçe bölmek meselesi gadymy we meşhur mesele bolup, bu hakda köp alymlar kelle döwüpdirlär. Diňe XIX asyra gelip, käbir burçlardan başga, adaty burçy deň üçe bölüp bolmaýandygy subut edilipdir. Meselen, 60° -ly burçy deň üçe bölüp bolmaýar. Gürrüň, elbetde, ýönekeý çyzgyç we sirkul bilen anyk gurmak barada gidýär. Bu gurallar bilen örän uly takyklykda takmyny gurmak ýa-da başga gurallardan peýdalanyň anyk gurnamagy ýerine ýetirmek bolar.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Ýönekeý çyzgyjyň we sirkulyň kömeginde: a) 90° ; b) 60° ; c) 30° -ly burçlary deň ikä bölüň.
2. Burç çyzyň we ony deň dört burça bölüň.
3. 45° -ly burçy deň üç burça bölüň.
4. Berlen uly tarapy we ýiti burçy boýunça göni burçly üçburçluk gurun.
5. 36° -ly burç berlen. Sirkulyň we ýönekeý çyzgyjyň kömeginde 99° -ly burç gurun.
- 6*. 54° -ly burç berlen. Sirkulyň we ýönekeý çyzgyjyň kömeginde bu burçy deň üçe bölüň.



1-nji mesele. Berlen a göni çyzyga onuň O nokadyndan geçýän perpendikulýar göni çyzygy gurun.

Gurmak:

1-nji ädim. O nokady merkez edip islendik töwerek çyzýarys. Ol berlen göni çyzygy A we B nokatlarda kesip geçsin (1-nji surat).

2-nji ädim. A we B nokatlary merkez edip, radiusy AB deň töwerekleri çyzýarys (2-nji surat). Olaryň kesişme nokatlaryndan birini C diýip belgileýäris.

3-nji ädim. C we O nokatlardan geçýän OC göni çyzygy gurýarys (3-nji surat).

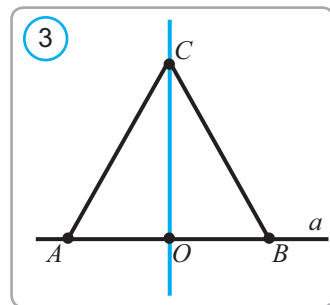
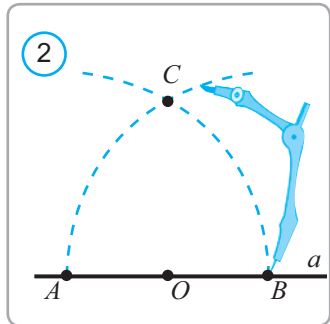
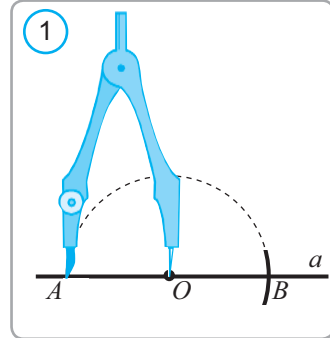
OC göni çyzyk berlen a göni çyzyga onuň O nokadyndan geçýän perpendikulýar bolýar.

Esaslandyрма. AOC we BOC üçburçluklara garaýarys. Olarda, gurmaga görä:

1. $AO = BO$;
2. $AC = BC$;
3. CO bolsa umumy tarap.

Diýmek, üçburçluklaryň deňliginiň TTT nyşanyyna görä, $\triangle AOC = \triangle BOC$. Onda, $\angle AOC = \angle BOC$. Ýöne $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$. Mundan $\angle AOC = \angle BOC = 90^\circ$ ekenligi gelip çykýar.

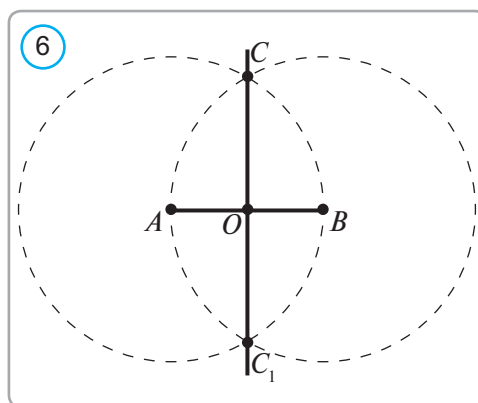
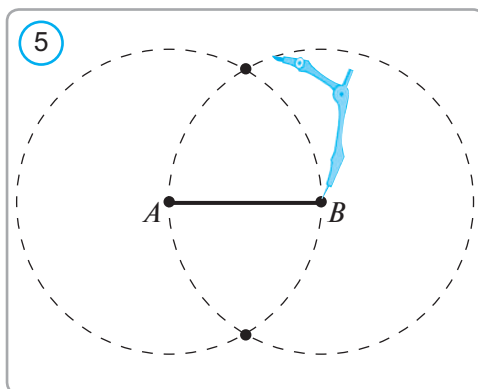
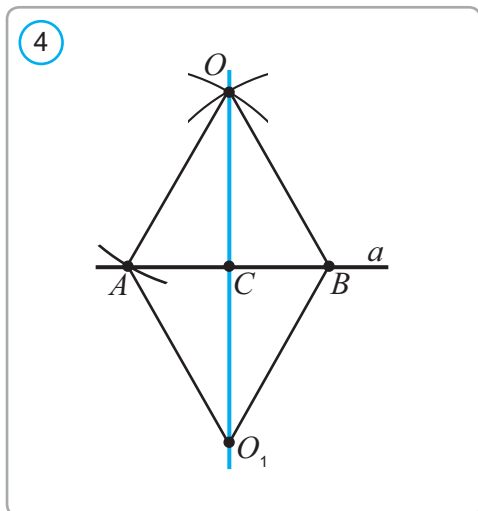
Diýmek, hakykatdan hem $OC \perp a$.



2-nji mesele. Berlen a göni çyzyga onda ýatmaýan O nokatdan geçýän perpendikulýar göni çyzygy gurun.

Gurmak:

1-nji ädim. Merkezi O nokatda bolan, a göni çyzygy kesip geçýän islendik töwerek çyzýarys. Ol berlen göni çyzygy A we B nokatlarda kesip geçsin (4-nji surat).



2-nji ädim. Merkezleri A we B nokatda bolan, radiusy birinji çyzylan töweregiň radiusyna deň töwerekleri çyzýarys. Olaryň kesişme nokatlaryndan biri O nokat bolýar. Ikinjisini O_1 bilen belgileýäris (4-nji surat).

3-nji ädim. O we O_1 nokatlardan geçýän göni çyzyk çyzýarys. OO_1 — berlen a göni çyzyga perpendikulýar we onda ýatmaýan O nokatdan geçýän göni çyzyk bolýar.

Muny özbaşdak esaslandyryň.

Bu meseläni çözüp, a göni çyzykdan daşardaky nokat arkaly a göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk geçirmek mümkin diýen netijä gelýäris. Mundan we 14-nji dersde getirilen teoremanyň netijesinden aşakdaky teoremanyň ýerliklidigi gelip çykýar.



Teorema. Göni çyzykda ýatmaýan nokat arkaly şu göni çyzyga perpendikulýar bolan ýeke-täk göni çyzyk geçirmek mümkin.



3-nji mesele. Berlen kesimi deň ikä bölüň.

Gurmak:

Aýdaly, AB kesim berlen bolsun. Bu kesimi deň ikä bölýän nokady tapmak üçin aşakdaky ýaly çemeleşilýär:

1-nji ädim. Radiusy berlen AB kesime deň bolan, merkezleri bolsa A we B nokatlarda bolan iki töwerek çyzylýar (5-nji surat);

2-nji ädim. Töwerekler kesişýän C we C_1 nokatlary birleşdirilýär (6-njy

surat). CC_1 göni çyzyk we AB kesimiň kesişme nokady berlen kesimiň ortasy bolýar.

Gönükmä. Kesişme nokady O hakykatdan hem AB kesimiň ortasy bolýandygyny esaslandyryň.

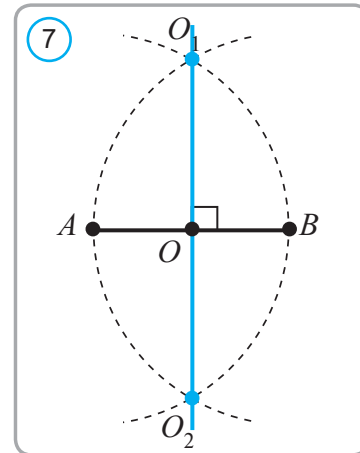


4-nji mesele. Berlen kesimiň ortasyndan geçýän perpendikulýary guruň.

Çözülişi: AB kesim berlen bolsun. Merkezleri A we B nokatlarda bolan AB radiusly töwerekleri çyzýarys (7-nji surat). Bu töwerekler O_1 we O_2 nokatlarda kesişýär:

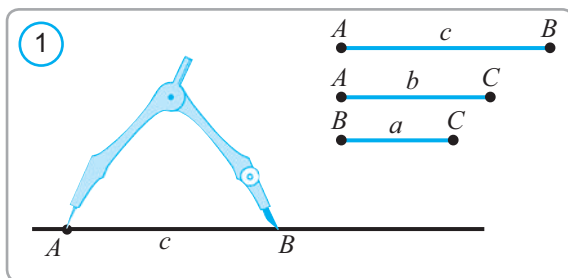
$$AO_1 = AO_2 = BO_1 = BO_2.$$

O_1O_2 göni çyzygy geçirýäris. Bu göni çyzyk AB kesimiň orta perpendikulýarydyr. Çünki O_1 we O_2 nokatlar AB kesimiň uçlaryndan deň uzaklaşýandygyny üçin şu kesimiň ortasyndan geçýän perpendikulýarda ýatýar.

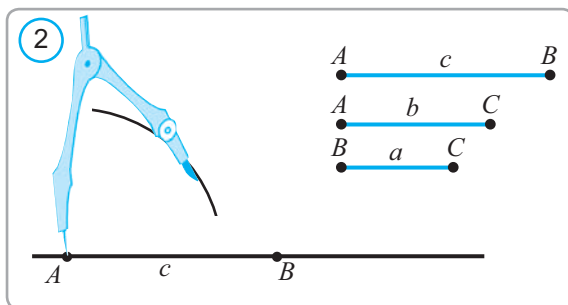


Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Kesimi deň ikä bölmegiň nähili usulyny bilýärsiňiz? Kesim çyzyň we ony deň ikä bölüň.
2. Göni burçy nähili gurmak mümkin?
3. Diňe bir ýarymtelikde gurmak işlerini ýerine ýetirip berlen kesimi deň ikä bölüň.
4. Diňe üçburçluk çyzygydan peýdalanyň berlen kesimi deň ikä bölüň.
5. Berlen gipotenuza boýunça deňýanly gönüburçly üçburçluk guruň.
6. Esasy we oňa galtaşýan beýikligi boýunça deňýanly üçburçluk guruň.
7. AB kesimiň ortasyny gönüden-göni anyklamak mümkin bolmasa, onuň ortasyndan geçýän perpendikulýary gurmak mümkinmi?
8. Berlen kesimi deň dört bölege bölüň.
9. Üçburçluk çyzyň. Onuň beýikliklerini guruň.
10. Berlen üçburçlugyň medianalaryny guruň.
- 11*. A we B nokatlardan birmeňzeş uzaklaşýan hem-de a göni çyzykda ýatýan nokady tapyň.
12. Diňe çyzygyň kömeginde a göni çyzykda ýatmaýan M nokat arkaly a göni çyzyga parallel bolan b göni çyzygy geçiriň.

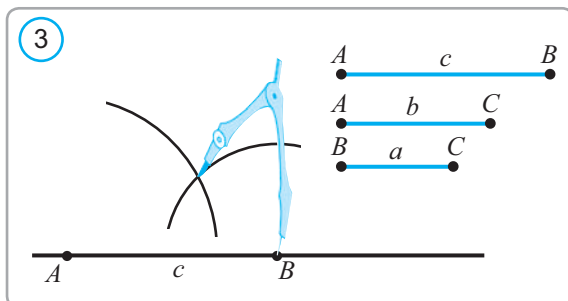


Aýdaly, 1-nji suratda şekillen-dirilişi ly, uzynlyklary degişlilikde a , b we c deň kesimler berlen bolup, c olardan iň ulusy bolsun. Taraplary degişlilikde $AB = c$, $BC = a$ we $AC = b$ bolan ABC üçburçluk gurmak üçin aşakdaky ýaly çemeleşilýär:



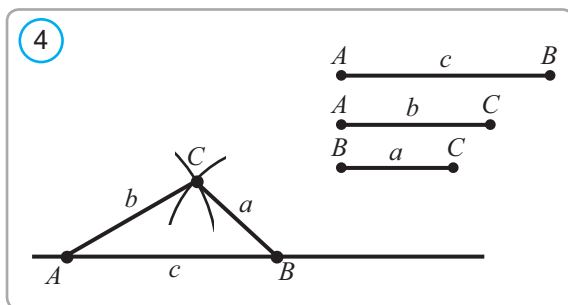
1-nji ädim. Islendik göni çyzyk çyzylýar. Göni çyzykda uzynlygy c deň bolan AB kesim sirkulyň kömeginde bölünip alynýar;

2-nji ädim. $AC = b$ bolmaly. Şonuň üçin, merkezi A nokatda radiusy b deň töwerek çyzylýar;



3-nji ädim. $BC = a$ bolmaly. Şonuň üçin, merkezi B nokatda radiusy a deň töwerek çyzylýar;

4-nji ädim. Töwerekleriň kesişme nokady — C nokat A we B nokatlar bilen birleşdirilýär. Emele gelen ABC üçburçlугyň taraplary a , b we c deň bolýar.



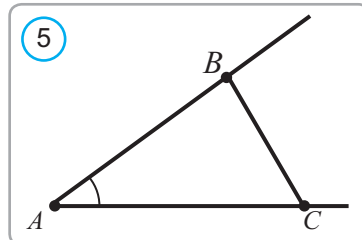
Derňewi. Gurmakdan görnüşi ýaly, eger 2-nji we 3-nji ädimde diňe gurlan töwerekler kesişse çözüwi bolýar. Munuň üçin $a + b > c$ bolmaly.

Emele gelen ABC üçburçlугyň hakykatdan hem taraplary a , b we c deň bolýandygyny özbaşdak esaslandyryň.



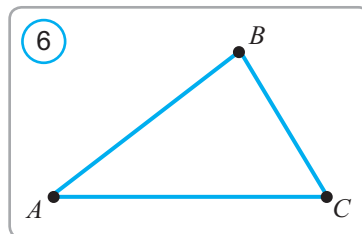
1-nji mesele. Berlen burça deň bolan burçy guruň (5-nji surat).

Çözülişi: Bu meseläni berlen üçburçluga deň bolan üçburçlugy gurmak arkaly çözmek bolýar. Munuň üçin berlen burçuň depesini A bilen belgileýäris, burçuň taraplarynda-da islendik B we C nokatlary belgileýäris. Soňra ABC üçburçluga deň bolan üçburçluk gursak, A burça deň bolan burçy hem guran bolarys.



Sorag, mesele we ýumuşlar

1. Islendik uzynlykdaky kesimlerden üçburçluk gurup bolarmy?
2. Taraplary $a = 3 \text{ sm}$, $b = 8 \text{ sm}$ we $c = 9 \text{ sm}$ bolan üçburçluk guruň.
3. a) Taraplary $a = 3 \text{ sm}$, $b = 4 \text{ sm}$ we $c = 7 \text{ sm}$ bolan üçburçluk gurmak mümkinmi?
b) Üçburçluk gurmak üçin, onuň a , b we c taraplary nähili şerti kanagatlandyrmaly?
4. Iki kateti boýunça gönüburçly üçburçluk guruň.
5. Gipotenuzasy we kateti boýunça gönüburçly üçburçluk guruň.
6. a göni çyzyk berlen. Bir tarapy a -da ýatýan, 6-njy suratda görkezilen ABC üçburçluga deň bolan üçburçluk guruň.
- 7*. Uzynlygy $a+b$, $b+c$ we $a+c$ kesimler berlen. Taraplary a , b , c bolan üçburçluk guruň.
8. Iki tarapy we olaryň arasyndaky burç boýunça üçburçluk guruň.
9. Berlen tarap boýunça kwadrat guruň.
10. Bir tarapy we oňa seplesýän burçlar boýunça üçburçluk guruň.



Zehinli okuwçylar üçin goşmaça ýumuş.

1. «Geometriýa–7» elektron dersliginiň degişli babynyň sahypalary bilen tanyşyň. Şu baba girizilen temalara degişli interaktiw animasiýa goşmaçalarynda berlen ýumuşlary ýerine ýetirip we test ýumuşlaryny çözüp öz bilimiňizi synaň.
2. Şeýle hem, 10-njy sahypada getirilen internet resurslaryndan şu baba degişli materiallary tapyň we öwreniň.

1. Testler.

1. Kesimleriň uzynlyklary a , b we c -leriň getirilen haýsy bahalarynda şu kesimlerden üçburçluk gurmak mümkin däl? A) $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$; B) $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$; D) $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$; E) $a = 6$, $b = 4$, $c = 3$.
2. Geometriýadan gurmagy ýerine ýetirmek üçin haýsy okuw gurallaryndan peýdalanmaga rugsat edilyär? A) Transportir; B) Transportir, çyzgyç; D) Sirkul, çyzgyç; E) Sirkul, transportir.
3. Geometriýadan gurmak ýerine ýetirgende çyzgyçda nähili wezipeleri ýerine ýetirmäge rugsat edilyär.
A) Kesimi ölçemäge; B) Kesim, göni çyzyk çyzmaga;
D) Nokatdan geçýän we berlen göni çyzyga perpendikulýar göni çyzygy çen bilen çyzmaga; E) Kesimi ölçäp, onuň ortasyny tapmaga.

2. Meseleler.

1. Käbir burçy guruň. Şu burça deň başga burç guruň.
2. Käbir burçy guruň. Onuň bissektrisasyny guruň.
3. Göni çyzyk çyzyň we onda ýatmaýan nokady belläň. Şu nokatdan geçýän we şu göni çyzyga perpendikulýar göni çyzyk guruň.
4. Göni çyzyk çyzyň we onda ýatmaýan nokady belläň. Şu nokatdan geçýän we şu göni çyzyga parallel göni çyzyk guruň.
5. Käbir kesim çyzyň we ony deň ýarpa bölüň.
6. Üç sany kesim guruň. Taraplary şu kesimlere deň bolan üçburçluk guruň.
7. Käbir üçburçluk guruň. Onuň bir sany a) medianasyny; b) bissektrisasyny, c) beýikligini guruň.

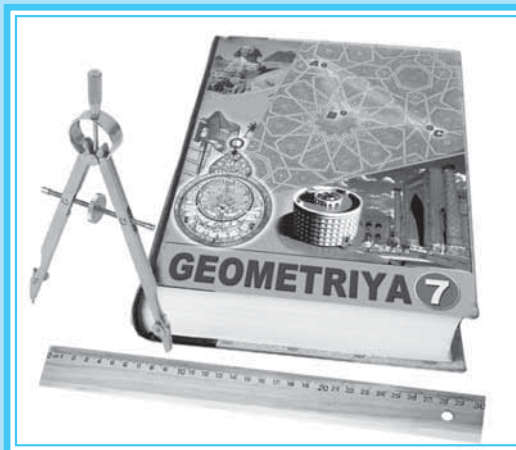
Nusga barlag işi iki bölekden ybarat bolýar:

I. Nazary 5 sany test.

II. Aşakdaky meselelere meňzeş 3 sany mesele (4-nji mesele gowy özleşdirýän okuwçylar üçin goşmaça berilýär).

1. 120° -ly burç berlen, sirkulyň we çyzgyjyň kömeginde oňa deň burç guruň.
2. Taraplary $a = 5 \text{ sm}$, $b = 12 \text{ sm}$ we $c = 15 \text{ sm}$ bolan üçburçluk guruň.
3. 2-nji meselede gurlan üçburçlugyň a tarapyna mediana geçiriň.
4. Üçburçlugy onuň esasyna, bir tarapyna we esasa düşürilen beýikligine görä guruň.

VI BAP



GAÝTALAMAK

Şu baby öwrenmek bilen siz aşakdaky bilim we amaly endiklere eýe bolarsyňyz:

Bilimler:

- Geometrik meseleleri çözmegiň basgançaklaryny bilmek;
- geometrik meseleleriň görnüşlerini tapawutlandyryp bilmek;
- meseleler çözmekde duşýan käbir ýalňyşlyklary bilmek.

Endikler:

- Geometrik meseleleri görnüşlere bölmek we çözüliş basgançaklaryna görä işi ýola goýmak;
- meseleler çözmekde duşýan ýalňyşlaryň önüni almak;
- planimetriýa boýunça ýyllyk jemleýji barlag işine taýýar bolmak.

Geometrik meseleler çözülende aşakdakylara üns berilmelidir:

1. Geometriýanyň esasy düşüňjelerini, olaryň häsiýetlerini gowy bilmeli we ýatda saklamaly;
2. Dürli geometrik figuralaryň häsiýetleri hakyndaky teoremlary subut etmegiň usullaryny ele almaly;
3. Berlen geometrik meseläniň manysyna düşünmeli;

Adatda geometrik meseleleri çözmek aşakdaky basgançaklardan ybarat:

1-nji basgançak. Meselä düşünmek. Bu basgançakda meseläniň şerti we netijesi aýratyn alynýar. Nämeleriň berlendigi, nämäni tapmalydygy, subut etmelidigi ýa-da gurmalydygy anyklanýar. Meselä degişli çyzgy çyzylýar. Çyzgynyň uly we anyk bolmagy maksada laýykdyr. Berlen ähli maglumatlar çyzgyda belgilenýär.

2-nji basgançak. Meýilnamalaşdyrmak. Bu basgançakda meseläni çözmegiň usuly saýlanylýar. Ony ulanmak üçin nähili goşmaça maglumatlaryň gerekdiği anyklanýar. Kömekçi figuralar çyzylýar.

3-nji basgançak. Çözmek. Bu basgançakda mesele gös-göni, berlen meýilnama esasynda çözülýär.

4-nji basgançak. Barlamak. Bu basgançakda meseläniň tapylan çözüwi doly barlanylýar. Mesele çözülende oňa tankydy çemeleşilýär. Eger ýalňyş anyklansa, ol düzedilýär. Düzetmek mümkin bolmasa, meseläni çözmegiň başlangyç basgançagyna gaýdylýar we hemme iş täzeden başlanýar.

Mesele çözmegi öwrenmek üçin köpräk mesele çözmeli!

Meselä degişli çyzgyny dogry çyzmak – meseläni ýarysyny çözmek diýmekdir.

Geometrik meseleler berlişine we manysyna garap üç hili bolmagy mümkin:

1. Hasaplamaga degişli meseleler
2. Subut etmäge degişli meseleler
3. Gurmaga degişli meseleler

Geometrik meseleleri çözmek diňe bir nähilidir geometrik figuranyň häsiýetini öwrenmekden ybarat iş däl, elbetde. Ol dogry pikirlenmek, mantyky pikir ýöretmek we olaryň esasynda dogry we akylyly kararlary kabul etmek, netije

çykarmak endiklerini we başarnyklaryny hem şekillendirýär. Şeýle endik we başarnyklar diňe bir matematikada däl, eýsem gündelik durmuşda duşýan meseleleri çözmekde-de peýdalydyr.

Elbetde, meseläni çözmek - bu diňe bir dogry jogaby tapmak diýilmediği däl. Meseleler çözümlende belli bir häsiýetleri, teoremlary we olaryň netijelerini ulanmagy başarmak, dürli usullardan peýdalanmagy bilmek zerur bolýar.

Aşakdaky meseläniň çözülişine seredeliň.



Mesele. Depeleri deňtaraply üçburçlugyň taraplarynyň ortalary bolan üçburçlugyň deňtaraplydygyny subut ediň.

1. Meselä düşünmek basgançagy.



$\triangle ABC$ — deňtaraply, K — AB tarapyň ortasy, N — BC tarapyň ortasy, L — AC tarapyň ortasy



$\triangle KNL$ — deňtaraply

Meseläniň şertleri esasynda çyzgy çyzýarys (1-nji surat).

2. Meýilnamalaşdyryş basgançagy. Deňtaraply üçburçlugyň häsiýetinden we üçburçlugyň TBT nyşanyndan peýdalanýarys.

3. Çözüliş basgançagy. Şerte görä,

$LA = AK = KB = BN = NC = CL$ we $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$. Onda $\triangle LAK$ -nyň AL , AK taraplary we A burçy $\triangle KBN$ -niň BK , BN taraplary we B burçuna hem-de $\triangle NCL$ -iň CN , CL taraplary we C burçuna degişlilikde deň.

Diýmek, $\triangle LAK = \triangle KBN = \triangle NCL$. Onda bu üçburçluklaryň üçünji taraplary hem özara deň bolýar: $KL = KN = NL$.

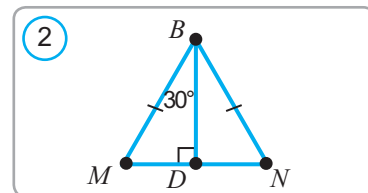
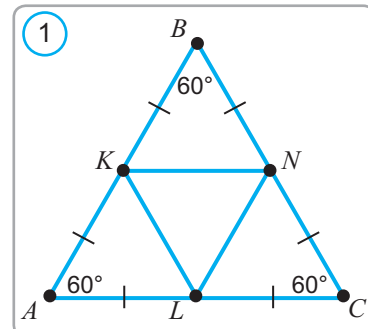
Diýmek, $\triangle KNL$ — deňtaraply.

4. Barlamak basgançagy.

Meseläniň çözülişini ýene bir gezek gözden geçirip, onda her bir pikiriň mantyky dogry alnyp baryladygyny barlaýarys.

Bu meseläni başga usulda hem çözmek mümkin. Munda depesindäki burçy 60° bolan deňýanly üçburçlugyň häsiýetinden peýdalanýarys. $\triangle KBN$ deňýanly üçburçlugyň BD beýikligini geçirýäris (2-nji surat). BD bissektisa hem bolany üçin $\angle KBD = 60^\circ / 2 = 30^\circ$ we $\angle BKD = \angle BND = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ bolýar.

Diýmek, $\triangle KBN$ deňtaraply üçburçluk eken. Şeýlelikde $\triangle KAL$ we $\triangle NCL$ -ler hem deňtaraply



üçburçluklardygy anyklanýar we $BK = KN = NL = LN$ bolýandygy mälim bolýar. Mundan bolsa $\triangle KNL$ -iň diňe bir deňtaraply üçburçluk däl, eýsem, $\triangle KNL = \triangle KBN = \triangle NCL = \triangle KAL$ bolýandygy hem mälim bolýar.

56

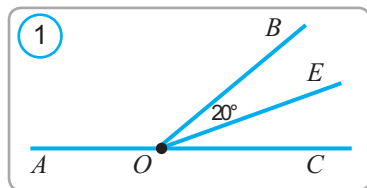
Hasaplamaga degişli meseleler

Hasaplamaga degişli meseleler käte arifmetik we algebraik meselelere meňzeýär. Dürli geometrik formulalaryň kömeginde, berlen sanly ululyklaryň esasynda hasaplamalar yzygider ýerine ýetirilýär we gözlenýän ululyk tapylýar.

Bu meselelerde birnäçe çyzgyny dogry çymak we gerekli belgilemeleri girizmek işi ep-esli ýeňilleşdirýär.



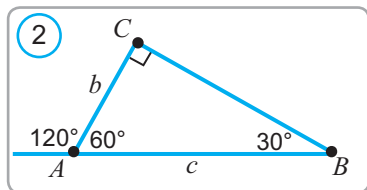
1-nji mesele. Goňşy burçlardan biriniň bissektirisasy ikinji burçuň taraplaryndan biri bilen 20° -ly burçy emele getirýär. Şu burçlary tapyň.



Çözülişi. Meseläniň şertini çyzgyda şekillendirýäris (1-nji surat). Mundan OE bissektirisanyň ýiti burçuň bissektirisasydygy mälim bolýar. Diýmek, $\angle BOC = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$, $\angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ bolýar.



2-nji mesele. ABC gönüburçly üçburçlukda $\angle C$ – göni burç, A depesindäki daşky burçy 120° -a deň. Eger $AC + AB = 18$ sm bolsa, üçburçlugyň gipotenuzasyny tapyň.



häsiýetine görä, $c = 2b$ bolýar. Mundan $b + c = b + 2b = 18$, ýagny $b = 6$. Onda $c = 12$ bolýandygy mälim bolýar.

Jogaby: 12.

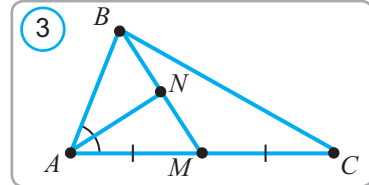


3-nji mesele. ABC üçburçlukda $AB = 1$, A burçuň bissektirisasy B depeden geçirilen mediana perpendikulyar. Eger BC tarapyň uzynlygy bitin san bilen aňladylsa, üçburçlugyň perimetrini tapyň.

Çözülişi. Meseläniň şertini çyzgyda şekillendirýäris (3-nji surat): $AK = KC$. $AN \perp BK$. $\triangle ANB = \triangle ANK$ bolýandygyny anyklaýarys, çünki AN katet umumy we burçlary bir sanydan deň (katet we oňa seplesýän ýiti burç boýunça). Mundan bolsa $AB = AK = KC = 1$, ýagny $AC = 1 + 1 = 2$ bolýandygy belli bolýar.

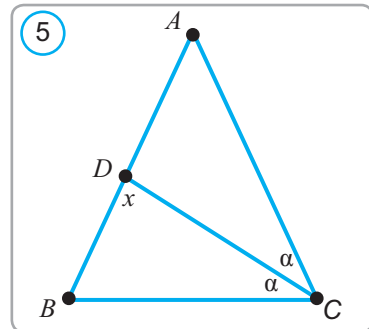
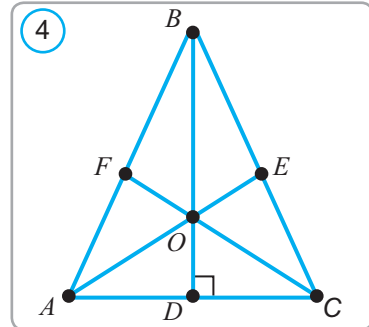
$BC = x$ – bitin san, üçburçlugyň deňsizligine görä $2 + 1 > x$ we $x + 1 > 2$, ýa-da $x < 3$ we $x > 1$, ýagny $1 < x < 3$ bolmaly. 1 bilen 3 -üň arasynda bir sany bitin san bar: 2. Diýmek. $BC = 2$ we $P_{ABC} = 1 + 2 + 2 = 5$.

Jogaby: 5



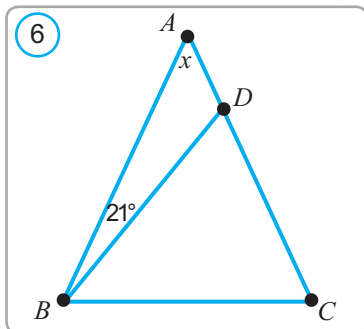
? Sorag, mesele we ýumuşlar.

1. AB kesimiň uzynlyklary $1:2:3:4$ ýaly gatnaşykda kesimlere (şu yzygiderlikde) bölünen. Eger çetki kesimleriň ortalarynyň arasyndaky uzaklyk 15 sm -e deň bolsa, AB kesimiň uzynlygyny tapyň.
2. $\angle ABC = 160^\circ$ bolan burçuň depesinden şu burçuň taraplarynyň arasynda ýatýan BO we BE şöhleler çykarylan. Eger BO şöhle berlen burçy deň ýarpa, BE şöhle bolsa $3:5$ ýaly gatnaşykda bolsa, OBE burçy tapyň.
3. AOB burç OC şöhle arkaly biri ikinjisinden 30° -a uly bolan iki burça bölünen. Berlen burçuň bissektisasy bilen OC şöhläniň arasyndaky burçy tapyň.
4. Deňýanly üçburçlugyň esasyndaky burçy 30° -a deň. Şu üçburçlugyň gapdal tarapy we ikinji gapdal tarapyna geçirilen beýikliginiň arasyndaky burçy tapyň.
5. Üçburçlugyň bir daşky burçy 100° , oňa goňşy bolmadyk burçlaryň gatnaşygy $2:3$ ýaly. Üçburçlugyň burçlaryny tapyň.
6. A, B, C, D nokatlar görkezilen tertipde bir göni çyzykda ýatýar we $AB = BC = 1$, $CD = 2$. K nokat BC kesimde, BC we AD kesimleriň uzynlyklaryny birmeňzeş gatnaşykda bolar ýaly ýerleşýär:



$BK : KC = AK : KD$. Şu gatnaşyklary tapyň.

7. Üçburçlugyň iki burçunyň bissektisalarynyň kesişmeginden emele gelen burç 128° -a deň. Üçburçlugyň üçünji burçuny tapyň.
8. Deňýanly üçburçlugyň depesindeki burçy 96° -a deň. Esasyndaky burçlaryň bissektisalarynyň kesişmeginden emele gelen ýiti burçy tapyň.



9. Gönüburçly üçburçlugyň göni burçundan bissektisa we beýiklik çykarylýan bolup, olaryň arasyndaky burç 24° -a deň. Üçburçlugyň galan burçlaryny tapyň.
10. Eger 4-nji suratda $AB = BC$, $\angle ABC = 50^\circ$, AE we FC — bissektisalar bolsa, $\angle AOB = ?$, $\angle EOC = ?$
11. Eger 5-nji suratda $AB = AC$, $AD = DC$ bolsa, $x = ?$
12. Eger 6-njy suratda $AB = AC$, $BD = BC$ bolsa, $x = ?$

57

Subut etmäge degişli meseleler

Subut etmäge degişli meseleler özboluşly kiçijik teoremlardyr. Olary çözmek meselede getirilen tassyklamany subut etmekden ybarat bolýar. Mysal hökmünde aşakdaky meselelere garalyň.



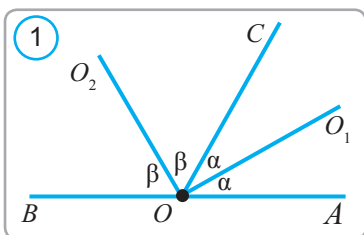
1-nji mesele. Goňşy burçlaryň bissektisalary özara perpendikulýardygyny subut ediň.



$\angle AOC$ we $\angle BOC$ — goňşy burçlar, OO_1 we OO_2 — bissektisalar (1-nji surat).



$OO_1 \perp OO_2$.



Subudy. OO_1 we OO_2 bissektisalaryň bölen burçlaryny deňşlilikde (1-nji suratda görkezilişi ýaly) α we β diýip belleýäris. Onda, $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$, ýa-da $\alpha + \beta = 90^\circ$, ýagny $\angle O_1OO_2 = \alpha + \beta = 90^\circ$. Diýmek $OO_1 \perp OO_2$. Şuny subut etmek talap edilipdi.

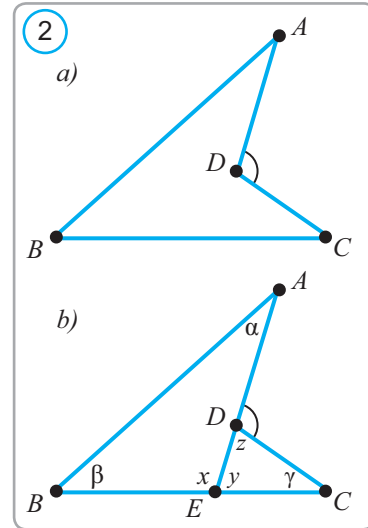


2-nji mesele. 2-nji a suratda şekillendirilen $ABCD$ dörtburçlukda $\angle D = \angle A + \angle B + \angle C$ bolýandygyny subut ediň.

Subudy. AD göni çyzygyň BC tarap bilen kesişýän nokadyny E bilen belleýäris (AD tarapy dowam etdirýäris) we burçlar üçin zerur belgilemeleri girizýäris (2-nji b surat). Mälim bolşy ýaly $\alpha + \beta + x = 180^\circ$ we $y + z + \gamma = 180^\circ$. Şu deňlikleri goşup, $\alpha + \beta + \gamma + x + y + z = 360^\circ$ deňligi alarys. Goňşy burçuň häsiýetine görä, $x + y = 180^\circ$ bolany üçin $\alpha + \beta + \gamma + 180^\circ + z = 360^\circ$, ýa-da $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ - z = \angle D$, ýagny $\angle D = \alpha + \beta + \gamma = \angle A + \angle B + \angle C$ bolýar.

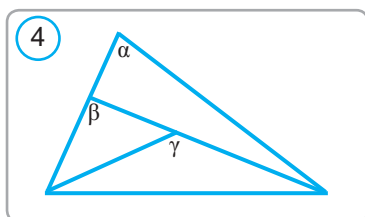
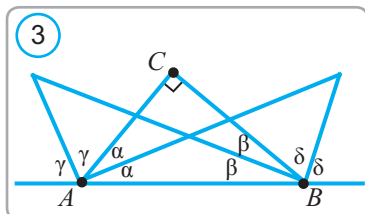
Deňlik subut edildi.

Ýokardaky iki meseläni taýýar çyzga daýanyp işledik, 2-nji meselede goşmaça gurmak we zerur belgilemeleri amala aşyrdyk, bu bolsa meseläni aňsat çözmegimize kömek etdi.



Sorag, mesele we ýumuşlar

- Üçburçlugyň bir burçy özüne goňşy bolmadyk daşky burçlaryň tapawudyna deň. Şu üçburçlugyň gönüburçly üçburçlukdygyny subut ediň.
- Bir burçy 150° bolan deňýanly üçburçlugyň esasyndaky depelerinden geçirilen beýiklikleriniň deň bolýandygyny subut ediň.
- Deňtaraply üçburçlugyň medianalarynyň kesişme nokadynda $2:1$ ýaly gatnaşykda bolýandygyny subut ediň.
- Deňýanly üçburçlugyň depesindäki daşky burçunyň bissektrisasý üçburçlugyň esasyna paralleldigini subut ediň.
- 4-nji meselä ters teoremany aňladyň we ony subut ediň.
- Deňtaraply üçburçlugyň islendik iki medianasy 60° -ly burç astynda kesişýändigini subut ediň.
- Üçburçluklaryň deňligini olaryň iki tarapy we üçünji tarapa geçirilen medianasy boýunça subut ediň.
- ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda BM we B_1M_1 medianalar geçirilen. Eger $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$ we $BM=B_1M_1$ bolsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.
- ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda AD , A_1D_1 – bissektrisalar. Eger $AB=A_1B_1$,



$BD = B_1D_1$ we $AD = A_1D_1$ bolsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ bolýandygyny görkeziň.

10. ABC we $A_1B_1C_1$ üçburçluklarda BH we B_1H_1 beýiklikler geçirilen. Eger $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ we $BH = B_1H_1$ bolsa, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ bolýandygyny subut ediň.

11. Üçburçlugyň iki beýikligi deň bolsa, onuň deňýanly üçburçlukdygyny subut ediň.

12. 3-nji suratda $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 90^\circ$ bolýandygyny subut ediň.

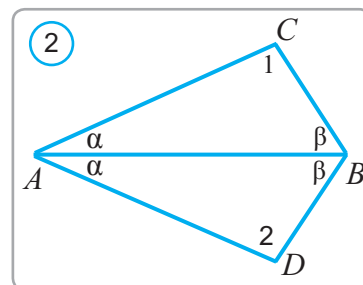
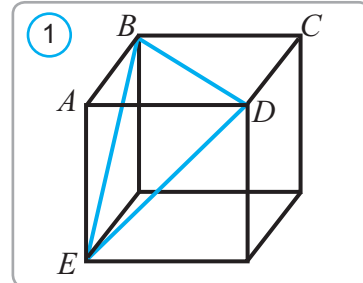
13. 4-nji suratda $\alpha < \beta < \gamma$ bolýandygyny subut ediň.

58-59

Gaýtalamaga degişli meseleler

1. Iki parallel göni çyzygyň we kesijiniň emele getiren atanak burçlarynyň bissektrisalarynyň paralleldigini subut ediň.
2. Üçburçlugyň islendik bir tarapy onuň galan iki tarapynyň tapawudyndan uludygyny subut ediň.
3. Üçburçlugyň α , β we γ burçlary üçin $\alpha < \beta + \gamma$, $\beta < \alpha + \gamma$, $\gamma < \alpha + \beta$ gatnaşyklar ýerlikli bolsa, bu nähili üçburçluk bolýar?
4. Berlen iki nokatdan geçýän töwerek guruň. Mesele näçe çözüwe eýe?
5. ABC üçburçlugyň AA_1 we BB_1 bissektrisalary O nokatda kesişýär. Eger a) $\angle AOB = 136^\circ$; b) $\angle AOB = 111^\circ$ bolsa, $\angle ACB$ burçy tapyň.
6. 1-nji suratdaky kubda $BD = 6$ bolsa, $BE = ?$, $DE = ?$, $AC = ?$, $\angle BED = ?$
7. Perimetri 42 sm bolan ABC üçburçlugyň medianasy ony perimetri 33 sm we 35 sm bolan iki üçburçluga bölýär. Mediananyň uzynlygyny tapyň.
8. Gönüburçly üçburçlugyň ýiti burçlarynyň bissektrisalary nähili burç astynda kesişýär?
9. 2-nji suratda $\angle 1 = \angle 2$ bolýandygyny subut ediň.
10. MN we NM şöhleleriniň umumy bölegi nähili figura bolýar?
11. A , B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. Eger $AB = 2$ sm, $BC = 3$ sm we $AC = 5$ sm bolsa, B nokat AC kesime degişli bolarmy? Jogabyňyzy esaslandyryň.
12. A nokat BC göni çyzygyň B we C nokatlarynyň arasynda ýatýar. Eger $BC = 15$ sm, AC kesim bolsa AB kesimden 3 sm gysga bolsa, AB kesimiň uzynlygyny tapyň.

13. 60° we 30° -ly burçlary guruň.
14. Töweregiň özara perpendikulýar diametrlerini guruň.
15. Goňşy burçardan biri ikinjisinden 4 esse kiçi bolsa, şu burçlardan ulusyny tapyň.
16. Iki göni çyzygyň kesişmeginden emele gelen burçlaryň gatnaşygy $7:3$ -e deň. Şu burçlardan kiçisini tapyň.
17. A , B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatýar. BC kesimiň uzynlygy AC kesimiň uzynlygyndan 3 esse uly, AB kesimiň uzynlygy bolsa BC uzynlygyndan $3,6\text{ sm}$ gysga. AC kesimiň uzynlygyny tapyň.
18. Iki göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende daşky birtaraplaýyn burçlaryň jemi 180° -a deň bolsa, bu göni çyzyklaryň özara paralleldigini subut ediň.
19. Iki parallel göni çyzygy üçünji göni çyzyk kesende emele gelen burçlardan biri 55° -a deň. Galan burçlaryny tapyň.



60-61

Bilimiňizi synaň

1. Jümleleri many taýdan gelip çykyp dolduryň:

1. Tekizlikde arkaly bir sany göni çyzyk geçirmek mümkin.
2. Burç burçy özara iki deň burça bölýär.
3. Kesimiň ortasy ony bölýär.
4. Tekizlikde göni çyzyga degişli bolan hem, degişli bolmadyk hem bar.
5. Eger üçburçluk deňýanly bolsa, burçlary deň bolýar.
6. Iki deň üçburçluklaryň degişli we degişli deň bolýar.
7. Deňtaraply üçburçlugyň her bir gradusa deň.
8. Gönüburçly üçburçlugyň ýiti 90° -a deň.
9. Ýazgyn burçuň bissektirisasy ony iki burça bölýär.
10. Üçünji göni çyzyga parallel bolan iki göni çyzyk bolýar.
12. Bir göni çyzyga perpendikulýar bolan iki göni çyzyk bolýar.

13. Parallel göni çyzyklary kesiji bilen kesende, emele gelen içki birtaraplaýyn burçlar bolýar.
14. Kesimiň başlangyçlaryndan deň..... kesimiň orta perpendikulýarynda ýatýar.
15. Töwerekdäki nokatlar töweregiň merkezinden deň..... .

2. Aşakda getirilen jümlelerde ýalňyş bolsa, ony tapyň we düzediň:

1. Tekizlikde iki nokat arkaly iki göni çyzyk geçirmek mümkin.
2. Göni burç 180° -a deň bolýar.
3. Goňşy burçlar deň bolýar.
4. Dik burçlaryň jemi 180° -a deň.
5. Üçburçlugyň depesi bilen şu depäniň garşysyndaky tarapynyň ortasyny birleşdirýän kesime, üçburçlugyň bissektrisasy diýilýär.
6. Üçburçlugyň perimetri diýip, onuň burçlarynyň jemine aýdylýar.
7. Üçburçlugyň taraplarynyň jemi 180° -a deň.
8. 90° -a deň burç astynda kesişýän göni çyzyklara parallel diýilýär.
9. Parallel göni çyzyklar bir nokatda kesişýär.
10. Töweregiň diametri radiusyna deň.
11. Gönüburçly üçburçlugyň katetleri deň bolsa, onuň kiçi burçy 30° -a deň.
12. Deňýanly üçburçlugyň her bir burçy 60° -a deň.
13. Burçuň bissektrisasynda ýatýan nokatlar burçuň depelerinden deň uzaklykda ýatýar.

3. Berlen häsiýete eýe bolan geometrik figurany sag sütündäki laýyk hatara ýazyň:

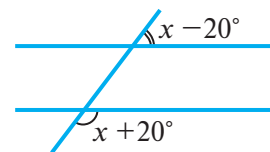
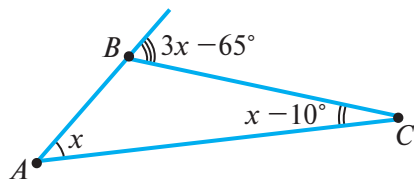
1.	Uzynlygy 5 sm.	
2.	Nokady we başlangyçlary şu nokatlarda bolan iki şöhleden ybarat.	
3.	Kesişmeýän göni çyzyklar.	
4.	Depesinden çykan beýikligi hem medianasy hem bissektrisasy bolýar.	
5.	Hemme taraplary deň üçburçluk.	
6.	Iki tarapy deň üçburçluk.	
7.	Burçy deň ýarpa bölýär.	
8.	Iki kateti bar.	
9.	Iki burçunyň jemi 90° -dan uly bolan üçburçluk.	

4. Birinji sütünde berlen geometrik düşünjä ikinji sütünden degişli häsiýeti ýa-da düşündirişini laýyk goýuň:

Geometrik düşünje	Düşündiriş, häsiýeti
1. Perpendikulýar göni çyzyklar	A. Berlen uzynlyga ega
2. Deňtaraply üçburçluk	B. Iki burçy deň
3. Töwerek	Ç. Gipotenuzanyň ýarysyna deň
4. Burçuň bissektrisasyndaky nokat	D. Depesi bilen garşysyndaky tarapyň ortasyny birleşdirýär
5. Üçburçlugyň beýikligi	E. Bir sany içki burçuna goňşy we galan iki burçunyň jemine deň
6. 30° -ly burçuň garşysyndaky katet	Ä. Kesişmeýär
7. Mediana	F. 90° -ly burç astynda kesişýär
8. Üçburçlugyň daşky burçy	G. Taraplary deň
9. Deňýanly üçburçluk	H. Nokatlary merkezinden deň uzaklaşan
10. Kesim	I. Onuň taraplaryndan deň uzaklykda ýatýar
11. Parallel göni çyzyklar	J. Bir depesinden geçýär we bir tarapyna perpendikulýar

5. Testler

- Berlen nokatdan berlen göni çyzyga parallel edip näçe göni çyzyk geçirmek mümkin?
A) 1 B) 2 Ç) 3 D) 4
- Ýazgyn burç näçe gradusa deň?
A) 90° ; B) 90° dan uly; Ç) 90° -dan kiçi; D) 180° .
- Figura görä $\angle BCA$ burçy tapyň. 4. Figura görä x -i tapyň.



- A) 25° B) 35° A) 80° B) 90°
 Ç) 45° D) 55° Ç) 100° D) 70°
- Eger ABC üçburçlukda $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$ we $AC = 10 \text{ sm}$ bolsa, AB gipotenuzasyny tapyň.
 A) 10 sm B) 12 sm Ç) 15 sm D) 20 sm

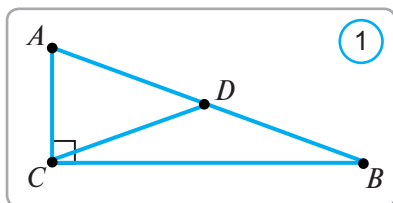
6. ABC üçburçlukda $AB = BC$, $AB = AC + 7$ (sm). Eger ABC üçburçlugyň perimetri 23 sm bolsa, üçburçlugyň kiçi tarapyny tapyň.

A) 3 sm B) 5 sm C) 7 sm D) 9 sm

7. Goňşy burçlardan biri ikinjisinden üç esse uly. Şu burçlaryň tapawudyny tapyň.

A) 45° B) 60° C) 75° D) 90°

8. Töwregiň radiusy 3,2 sm. Onuň diametrini tapyň.



A) 3,2 B) 5,2 C) 6,4 D) 1,6

9. ABC — gönüburçly üçburçluk (1-nji surat), $\angle C = 90^\circ$, CD — mediana. $\angle BDC = 130^\circ$ bolsa, $\angle A$ -ny tapyň.

A) 45° B) 65° C) 75° D) 85°

10. ABC — deňýanly üçburçlugyň depesindäki B burçy 80° -a deň. Onuň A depesindäki daşky burçuny tapyň.

A) 130° B) 120° C) 110° D) 100°

11. Eger $a \perp b$, $b \perp c$, $c \perp d$ bolsa, aşakdaky jogaplardan haýsy biri nädogry.

A) $a \parallel c$ B) $b \perp d$ C) $a \parallel d$ D) $b \parallel c$

12. Eger 2-nji suratda $AO = OB$, $OC = OD$, $BC = 5$ sm we $AO + OC = 7$ sm bolsa, AOD üçburçlugyň perimetrini tapyň.

A) 5 sm B) 7 sm

C) 12 sm D) 17 sm

13. Eger 3-nji suratda $a \parallel b$ we $b \parallel c$ bolsa, $x = ?$

A) 60° B) 70° C) 80° D) 90°

14. ABC üçburçlukda $\angle A = 50^\circ$ we $\angle B = 70^\circ$ bolsa, onuň uly tarapyny anyklaň.

A) AB B) BC C) AC

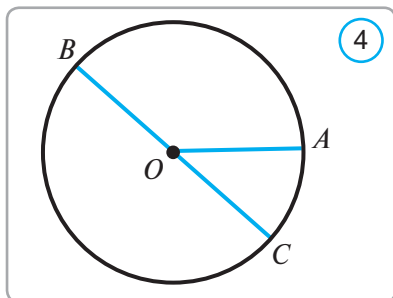
D) anyklap bolmaýar.

15. Eger 4-nji suratda O — töwregiň merkezi, $AO = 4$ sm bolsa, BC kesimiň uzynlygyny tapyň.

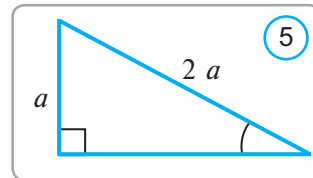
A) 4 sm B) 5 sm

C) 2 sm D) 8 sm

16. 5-nji suratda şekillendirilen üçburçlugyň kiçi burçuny tapyň.

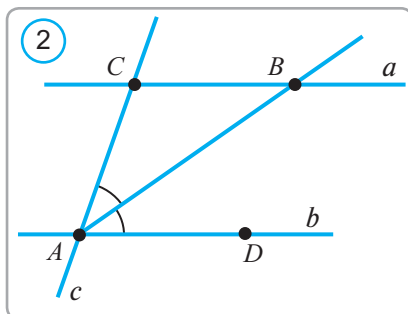
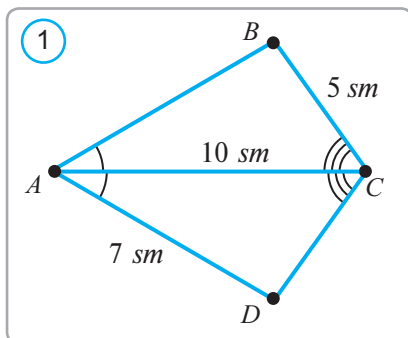


- A) 30° B) 45° Ç) 60° D) 90°
17. Üçburçlugyň bir beýikligi ony perimetrleri 25 sm we 29 sm bolan üçburçluklara bölýär. Eger berlen üçburçlugyň perimetri 40 sm bolsa, onuň beýikligini tapyň.
- A) 10 sm B) 7 sm Ç) 5 sm D) 9 sm
18. 120° -a deň burça goňşy burçlaryň jemini tapyň.
- A) 30° B) 45° Ç) 180° D) 120°
19. ABC üçburçlugyň C burçy 70° -a deň bolsa, A we B burçlaryň bissektisalarynyň arasyndaky burçy tapyň.
- A) 55° B) 60° Ç) 65° D) 75°
20. $ABCD$ gönüburçlugyň A we D depelerinden geçirilen bissektisalar BC tarapy 3 sany deň bölege bölýär. Eger gönüburçlugyň taraplary bitin sanlardan ybarat bolup, $AB = 5$ bolsa, onuň perimetrini tapyň.
- A) 20 B) 30 Ç) 40 D) 80



6. Meseleler

- Deňýanly ABC üçburçlugyň depesinden AB esasyna geçirilen bissektisasy ony iki üçburçluga bölýär. Şu üçburçluklaryň deňdigini subut ediň.
- Perimetri 30 sm bolan üçburçlugyň bir tarapy ikinji tarapyndan 2 sm uly, üçünji tarapyndan bolsa 2 sm kiçi. Üçburçlugyň uly tarapyny tapyň.
- Üçburçlugyň esasyna geçirilen medianasy ony perimetri 18 sm we 24 sm -e deň iki üçburçluga bölýär. Berlen üçburçlugyň kiçi gapdal tarapy 6 sm -e deň. Üçburçlugyň uly gapdal tarapyny tapyň.
- Üçburçlugyň 5 -e deň bolan beýikligi ony perimetri 18 we 26 bolan iki üçburçluga bölýär. Berlen üçburçlugyň perimetrini tapyň.
- Deňýanly üçburçlugyň perimetri 7,6 sm -e, esasy bolsa 2 sm -e deň. Gapdal tarapyny tapyň.
- AB we CD göni çyzyklar O nokatda kesişýär. BOC we AOD burçlaryň jemi 194° -a deň. AOC burçy tapyň.
- ABC üçburçlukda A burç C burça deň, AD beýiklik bolsa BC tarapy deň ýarpa bolýar. Eger $BD = 7,8$ sm bolsa, AC -ni tapyň.
- Deňýanly üçburçlugyň gapdal tarapyna geçirilen beýikligi bilen ikinji gapdal tarapynyň arasyndaky burç 20° -a deň. Üçburçlugyň esasyndaky burçuny tapyň.
- B burçuň bissektisasynda ýatýan D nokatdan burçuň taraplaryna DA we DC perpendikulýarlar geçirilen. $DA = DC$ bolýandygyny subut ediň.
- Eger A , B we C nokatlar bir göni çyzykda ýatyp, $AC = 7$ m we $BC = 9$ m bolsa, AB kesimiň uzynlygyny tapyň.



Jemleýji barlag işi iki bölekden ybarat bolýar. Birinji bölekde 60–61-nji derslerde seredilen diktant we test soraglaryna meňzeş 5 sany diktant we 10 sany testi çözmek teklipe edilýär. Barlag işiniň ikinji böleginde aşakdaky wariantda berlen meselelere meňzeş 5 sany meseläniň berilmegi mümkin.

Jemleýji ýazuw barlag işiniň nusgasy.

- Goňşy burçlardan biri ikinjisinden 17° kiçi. Şu burçlary tapyň.
- 1-nji suratda berlen maglumatlar esasynda
 - $\triangle ABC = \triangle ADC$ bolýandygyny subut ediň;
 - ACD üçburçluk perimetrini tapyň.
- 2-nji suratda $a \parallel b$ we AB — CAD burçuň bissektirisasy, $AC = 7 \text{ sm}$. BC kesimiň uzynlygyny tapyň.
- Gönüburçly üçburçlugyň göni burçundan geçirilen beýikligi onuň bissektirisasy hem bolýar. Şu üçburçlugyň burçlaryny guruň.
- Berlen burça deň burçy we onuň bissektirisasyny guruň.

Jogaplar we görkezmeler

- 2.** 7. 1 sany. 9. a) islendikçe; b) 1 sany; c) 1 sany ýa-da umuman geçirip bolmaýar. 10. 5 sany; 10 sany. 11. a) 3 sany; b) 6 sany. 12. 6 sany; 10 sany.
- 3.** 1. A we C; A we D; A we B. 3. Hawa; ýok. 5. a) 2 sany; b) 3 sany; d) 11 sany; e) $(n+1)$ sany. 6. 6 sany. 7. 6 sany. 8. 4 sany, 6 sany. 9. 4 sany. 10. Hawa.
- 4.** 4. a we d. 5. 2 bilen 5; 6 bilen 9. 7. 3 we 14; 4 we 10; 6 we 9; 5 we 12. 11. 6 sany: $AB, BC, CD; AC; AD; BD$.
- 5.** 3. 4 sm; 5 sm; 6,5 sm; 1 sm; 2,5 sm; 1,5 sm. 4. 6,6. 5. 1. 6. 9. 7. 12,8 sm. 8. 0,8. 10. 2 ýagdaý bolmagy mümkin. B nokat AC kesimde bolsa, $AC=800$ m. C nokat AB kesimde bolsa, $AC=400$ m. 11. 5. 15. B nokat A we C nokatlaryň arasynda ýatýar.
- 6.** 8. a) 36 mm; b) 90 sm; c) 4 m 22 sm. 10. a) 5 sm; b) 3,5 sm; c) 57 sm. 13. 130 sm; 14. 16 m
- 8.** 4. $\angle AOD, \angle COB, \angle DOB, \angle AOC$. 5. 10 sany, bular: $\angle AOE, \angle EOD, \angle DOC, \angle COB, \angle BOA, \angle EOB, \angle EOC, \angle AOC, \angle AOD, \angle BOD$. 10. Hawa; ýok, ýok.
- 9.** 4. Hawa. 7. a) 72° ; b) 60° ; c) 50° . 12. a) Hawa; b) Ýok; c) Ýok. 14. a) 90° ; b) 180° . 15. $\angle AOB = 60^\circ, \angle AOC = 90^\circ, \angle AOD = 130^\circ, \angle BOC = 30^\circ, \angle BOD = 70^\circ, \angle COD = 40^\circ$.
- 10.** 1-nji barlag işi: 1. $BC=3$ sm. 2. $BC=12$ sm. 3. $\angle BOC=35^\circ$. 4. 150° .
- 11.** 5. 45° . 6. a) 8 sany; b) 8 sany; c) 8 sany; d) 8 sany. 7. 5 sany ýiti; 1 sany kütäk. 10. a) 30° ; b) 180° ; c) 1° . 11. a) $0,5^\circ$; b) $2,5^\circ$; c) 15° . 12. a) 105° ; b) 75° . 13. OC şöhle $\angle AOD$ -niň; OD şöhle $\angle COE$ -niň; OE şöhle $\angle DOB$ -niň; OD şöhle $\angle AOB$ niň bissektisasy bolýar.
- 12.** 2. 180° . 6. a) 160° ; b) 150° ; c) 135° ; d) 90° . 7. 45° ; 135° . 8. a) Ýok; b) Hawa; c) Ýok. 9. Hawa. 10. a) 140° ; b) 45° ; c) 45° . 11. a) 45° ; b) 60° ; c) 30° . 12. a) 40° ; 140° ; b) 55° ; 125° ; c) 18° ; 162° . 14. $140^\circ, 40^\circ, 140^\circ$. 15. Ýok.
- 13.** 6. 1), 2), 3), 6). 7. Ýok, kesimleriň ortasy üstme-üst düşmezligi mümkin.
- 14.** 2. 1 sany. 5. Islendikçe. 8. 90° . 9. Ýok. 10. Hawa.
- 15.** 3. 90° . 5. OC . 6. 60° ; 60° .
- 17.** 5-nji testler: 1. E; 2. D; 3. D; 4. A; 5. E; 6. B; 7. E; 8. E; 9. B; 10. B; 11. A; 12. D; 13. E; 14. B; 15. A; 16. A; 17. B; 18. E. 6-njy meseleler: 2. 90° . 3. 60° . 4. Ýok. 5. Mesele 2 çözüwe eýe: 1) 15° ; 2) 65° . 6. 15° . 9. Ýok.

10. Mesele iki çözüwe eýe: 1) 0,5 m; 2) 5,9 m. 11. a) $AC=9\text{ m}$, $BC=6\text{ m}$; b) $AC=7,5\text{ m}$, $BC=7,5\text{ m}$; c) $AC=6\text{ m}$, $BC=9\text{ m}$. 13. a) 15 sany; b) 21 sany; c) 45 sany. 15. 1,3. 16. 6 sany. 17. 4.30 ýa-da 7.30. 18. 6. 19. $\angle AOB=110^\circ$, $\angle BOC=70^\circ$; b) $\angle AOB=36^\circ$, $\angle BOC=144^\circ$; c) $\angle AOB=112^\circ$, $\angle BOC=68^\circ$; d) $\angle AOB=150^\circ$, $\angle BOC=30^\circ$. 20. 50° , 130° , 50° , 130° . 21. a) $C \in AB$; b) $A \in BC$.
18. 2-nji barlag işi: 1. 106° . 2. 60° . 3. 48° .
19. 7. a) a, b, d, e, g; b) c, f, h; c) c, f.
20. 2. QR ; b) $\angle RPQ$ we $\angle RQP$; c) $\angle Q$ ýa-da $\angle PQR$; d) $\angle PQR$. 4. a) göni; b) ýiti; c) deňýanly; d) deňtaraply; e) kütäk burçly. 7. a) 3; b) 3; c) 3.
21. 7. Gönüburçly üçburçlukda. 8. Hawa. 9. 3. 10. 9. 11. 16.
22. 11. 85° . 12. e) $\angle D=35^\circ$, $\angle C=62^\circ$. 13. Ýok.
23. 2. Esasyndaky. 3. 10. 4. $a=12$, $b=8$. 10. 8,8; 11.
24. 4. 4. 11. $AC=BD=7$.
25. 6. $\triangle BAC=\triangle MAN$, $\triangle BAN=\triangle MAC$. 9. 3 sany.
26. 4. Deňtaraply üçburçlukda. 5. 10,4 sm. 7. 8 sm.
27. 4. $\angle C_1=90^\circ$, $\angle A_1=30^\circ$, $\angle B_1=60^\circ$. 5. 10 sm, 10 sm.
28. 5-nji testler: 1. B; 2. D; 3. B; 4. E; 5. D. 6. A. 7. D; 8. A; 9. B; 10. D; 11. B; 12. B; 13. A; 14. B; 15. D; 16. A. 6-njy meseleler: 7. Hawa. 11. 85° . 12. 48° . 13. 120° .
29. 3-nji barlag işi: 1. 10. 3. $3\frac{11}{15}$, $7\frac{1}{3}$, $7\frac{1}{3}$.
30. 7. Ýok, ýok. 10. Hawa.
31. 3. $\angle 1=\angle 3=\angle 5=\angle 7=117^\circ$, $\angle 4=\angle 8=63^\circ$. 4. 98° , 82° , 98° ; 70° , 110° , 70° .
32. 5. a) Hawa; b) Hawa; c) Hawa; d) Ýok. 7. 1 sanysy kesmezligi mümkin ýa-da hemmesi kesip geçýär.
33. 4. $\angle 3=\angle 7=105^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=75^\circ$. 6. Ýok.
34. 7. 1) göni; 2) göni; 3) göni.
35. 5. 45° . 8. $\angle 2=\angle 3=53^\circ$. 9. 70° , 110° . 12. 70° , 110° .
36. 5-nji testler: 1. A; 2. B; 3. A; 4. E; 5. D; 6. D; 7. D; 8. E; 9. B; 10. B; 11. D; 12. E; 13. A; 14. B; 15. E; 16. A. 6-njy meseleler: 1. 55° . 2. Hawa. 3. Hawa. 4. $\angle 3=\angle 7=118^\circ$; $\angle 2=\angle 4=\angle 6=\angle 8=62^\circ$. 6. 128° . 11. 59° .

- 37. 4-nji barlag işi:** 1. 34° , 146° , 146° . 3. 48° , 132° .
- 38.** 2. 1 sany. 3. 1 sany. 4. a) bar; b) ýok; c) ýok. 5. a) 80° ; b) 25° ; c) 45° ; d) 45° . 6. a) 63° ; b) 90° ; c) 15° . 7. a) 80° , 50° ; b) 30° ; 60° ; 90° ; c) 50° , 60° , 70° . 8. a) 65° ; b) 45° ; 90° ; 45° . 9. a) 79° ; b) 100° . 10. $x=20^\circ$, $y=50^\circ$. 12. 60° . 13. 60° , 60° , 60° . 14. 45° , 90° , 45° . 15. a) 50° , 80° ýa-da 65° , 65° ; b) 60° we 60° ; c) $37,5^\circ$; $37,5^\circ$.
- 39.** 3. 60° , 45° , 75° . 4. 30° , 120° . 5. 75° . 6. 270° . 7. 90° . 8. 90° . 9. 110° . 10. 60° . 11. 1 sanysy mümkin. 12. 360° .
- 40.** 1. 50° ; 90° ; 40° . 2. 60° ; 48° . 5. mümkin. 6. 540° . 7. 24° , 36° , 60° . 9. a) 30° , 30° ; b) 70° , 40° ýa-da 55° , 55° . 10. a) 15° , 150° ; b) 75° , 30° . 12. 15° ; 65° . 13. 30° . 14. $67,5^\circ$.
- 41.** 5. Gipotenuza 30° garşysyndaky katetden 2 esse uly bolýar. 7. a) 4; b) 6; c) 60° . 8. a) 5; b) 13,5; c) 9. 10. 8 we 16.
- 42.** 3. a) Ýok; b) ýok; d) bolýar; e) ýok. 4. a) bolýar; b) bolýar; d) bolýar; e) ýok; f) ýok. 6. a) bolýar; b) bolýar; d) bolýar; e) ýok; f) bolýar.
- 43.** 2. 7 sm. 3. 7 sm, 7 sm.
- 44.** 2. iň ulusy $\angle ACB$, iň kiçisi $\angle ABC$. 3. a) $\angle ABC > \angle BAC > \angle ACB$ mümkin däl; b) $\angle ACB = \angle ABC < \angle BAC$ mümkin. 4. Esasy, gapdal tarapy. 5. Ýok. 6. a) $BC > AC > AB$; b) $BC < AC < AB$. 7. Ýok, ýok. 8. 60° ; 60° ; 120° ; 120° . 9. $0 < \angle B < 60^\circ$. 10. Ýiti burçly. 12. Gipotenuzasy.
- 45.** 3. Ýok. 4. a) bar; b) ýok; c) bar; d) bar. 5. a) 7; b) 10; c) 8 ýa-da 5. 8. 7; 7; 11. 9. 6 sany. 10. Üçburçluk ýa-da kesim.
- 46.** 4-nji testler: 1. B; 2. D; 3. B; 4. B; 5. D; 6. B; 7. B; 8. B; 9. E; 10. A; 11. D; 12. A; 13. D; 14. A; 15. D; 16. D; 17. D; 18. D.
- 47. 5-nji barlag işi:** 1. 65° . 2. 40° , 60° , 80° . 3. 12 sm 4. 40° , 60° , 80° .
- 53. 1-nji Testler:** 1. A; 2. D; 3. B.
- 56.** 1. 20 sm. 2. 20° . 3. 15° . 4. 30° . 5. 40° ; 60° ; 80° . 6. 1:2. 7. 76° . 8. 42° . 9. 21° , 69° . 10. $\angle AOB = 122,5^\circ$. 11. 72° . 12. 46° .
- 58-59.** 3. Ýiti burçly. 5. a) 92° ; b) 42° . 6. 6; 6; 6; 60° . 8. 45° . 10. Kesim. 11. Hawa. 12. 9 sm. 15. 144° . 16. 54° . 17. 3,6 sm. 19. 4 sany 55° -ly we 4 sany 125° .
- 60-61. 5-nji Testler:** 1. A; 2. E; 3. D; 4. B; 5. E; 6. A; 7. E; 8. D. 9. B. 10. A. 11. A; 12. D; 13. B; 14. D; 15. E; 16. A; 17. B; 18. E; 19. A; 20. D.
- 6-njy Meseleler:** 2. 12 sm. 3. 12 sm. 4. 34. 5. 2,8 sm. 6. 83° . 7. 15,6 sm. 8. 55° . 10. 2 m ýa-da 16 m.
- 60-61. Jemleýji barlag işi:** 1. 81° , 99° . 2. b) 22 sm. 3. 7 sm.

**ABDULLA AZAMOV, BAHODIR HAYDAROV, ERGASHVOY SARIQOV
ATAMURAT QO'CHQOROV, ULUG'BEK SAG'DIYEV**

“GEOMETRIYA”

(Turkman tilida)

Umumta'lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik

Toshkent — “Yangiyul poligraph service” — 2013

Terjime eden — Ş. Abdullaýewa

Redaktor — K. Hallyýew

Tehredaktor —

Korrektor — K. Hallyýew

Sahaplaýjy —

Original-maketden çap etmäğe 2013-nji ýylyň 15-nji iýulunda rugsat edildi. Ölçeği 70x90¹/₁₆. «Arial» garniturası. Ofset çap ediliş usuly. Ofset kagyzy. Şertli çap listi 14,0. Neşir çap listi 13,0. _____nusgada çap edildi. Buýurma N_____.

Şertnama N_____.

**“Yangiyul poligraph service” JÇJ çaphanasında çap edildi.
Ýangiyol ş., Samarkant köçesi, 44.**

Kärendesine berlen dersligiň ýagdaýyny görkezýän jedwel

T/n	Okuwçynyň ady we familiýasy	Okuw ýyly	Dersligiň alnandaky ýagdaýy	Synp ýolbaşçy-synyň goly	Dersligiň tabşyrlan-daky ýagdaýy	Synp ýolbaşçy-synyň goly
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Derslik kärendesine berlip, okuw ýylynyň ahyrynda gaýtaryp alnanda ýokardaky jedwel synp ýolbaşçysy tarapyndan aşakdaky bahalaýyş kadalaryna esasan doldurylýar:

Täze	Dersligiň birinji gezek peýdalanmaga berlendäki ýagdaýy.
Ýagşy	Kitabyň daşy бүтін, dersligiň esasy böleginden аýryлmandыр. Hemme listleri bar, ýyrtylmadyk, goparylмadyk, sahypalarynda ýazgylar we çyzgylar ýok.
Kanagatlanarly	Kitabyň daşy ýenjilen, birneme çyzylp, gyalary gädilen, dersligiň esasy böleginden аýryлан ýerleri bar, peýdalanyjy tarapyndan kanagatlanarly abatlanypдыр. Goparyлан listleri täzedен abatlanan, käbir sahypalaryna çyzylan.
Kanagatlanarsyz	Kitabyň daşy çyzylan, ýyrтылан, esasy esasy böleginden аýрылан ýа-da бүтінleý ýok, kanagatlanarsyz abatlanypдыр. Sahypalary ýыртылан, listleri ýетиşmeýär, çyzylp, boýalyp таşланан. Dersligi dikeldip bolmaýar.