МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ИНСТИТУТ ТЕКСТИЛЬНОЙ И ЛЁГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Кафедра: «Технологические машины, оборудования и сервисное обслуживание»

Лекции

по курсу

Надежность машин отрасли

Направление обучения
5320300 – Технологические машины и оборудование (текстильная, легкая и хлопкоочистительная промышленность)
5610600 Техника и технология оказания услуг (текстильная, легкая и хлопкоочистительная промышленность)

Ташкент – 2017

Методические указания разработаны в соответствия с программой курса " Надежность текстильных машин" и содержат лекционные материалы, подготовленные согласно утвержденной учебной программы и содержат 14 тем.

Подготовлено к печати не кафедре **«ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ МАШИНЫ, ОБОРУДОВАНИЯ И СЕРВИСНОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ»**

Составил: к.т.н., ст. преп. Асраров Г.Г.

Под редакцией; академика АН РУз, д.т.н., профессора Махкамова Р.Г.

Рецензенты: к.т.н., доц. ТИТЛП Бабаджанов С.Х.

Вед.инж. ООО RIM KOLOSS Абдуллаев А.Б.

Обсуждено и утверждено на методическом совете ТИТЛП 24 марта 2017г., протокол № 6

Содержание

Введение……………………………………………………….,,,,,.. 4

1. Основные понятия и определения теории надежности ………5

2. Определение показателей надежности ………………………12

3. Прогнозирование надежности деталей машин ………………27

4. Структурный анализ надежности системы …………………..57

5. Расчет надежности сложных систем …………………………60

6. Физические основы надежности ………………………………67

7. Характеристика видов коррозии ………………………………81

8. Надежность системы при резервировании замещением …….84

9.Задача оптимального резервирования ………………………...87

10. Надежность восстанавливаемых систем ………………………92

11. Восстанавливаемая система с параллельным соединением …96

12. Надежность программного обеспечения ……………………..102

13.Надежность человека как элемента автоматизированной системы ……………………………………………………………106

14. Энтропия состояния отказавшей системы и информация ….. 111

Список использованных литературных источников………… 115

ВВЕДЕНИЕ

Надежность представляет собой комплексное свойство, обеспечиваемое и поддерживаемое на всех этапах жизненного цикла машины. Поэтому необходимы знания как о теоретических основах науки о надеж-ности, так и о практических методах расчета и конструирования агрегатов и узлов с учетом требований надежности. При этом необходимо иметь представление о методах технологического обеспечения надежности машин при их изготовлении и о мероприятиях по поддержанию их надежности в процессе эксплуатации.

Материал в учебном пособии содержит основные понятия, свойства и физические основы надежности. Рассмотрены вопросы, связанные с прогнозированием и обеспечением надежности машин. Проанализированы методы структурного анализа надежности сложных систем по показателям безотказности и дано понятие о надежности технологических систем.

Учебный материал разделен на учебные блоки-модули с тестовыми заданиями, по которым может проводиться как самопроверка знаний, так и объективный контроль за их усвоением. Практические вопросы рассмотрены на конкретных примерах.

Все это способствует изучению дисциплины «Надежность машин отрасли» студентами специальностей 5320300 – Технологические машины и оборудование (текстильная, легкая и хлопкоочистительная промышленность) и 5610600 Техника и технология оказания услуг (текстильная, легкая и хлопкоочистительная промышленность)

Тема 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

1.1 Обобщенные объекты исследования надежности

В соответствии с государственным стандартом понятие «надежность» определяется применительно к техническим объектам. Под объектом понимается предмет определенного целевого назначения, рассматриваемый в период проектирования, производства, эксплуатации, исследований и испытаний на надежность. При изучении надежности технических устройств рассматриваются самые разнообразные объекты – машины, сооружения, аппаратура и др. В зависимости от задачи объектом может быть отдельная деталь, кинематическая пара, узел, агрегат, машина в целом или система машин.

Большинство машин и оборудования лесного комплекса являются сложными системами, состоящими из отдельных деталей, узлов, агрегатов, систем управления и т. п.

Под сложной системой понимается объект, предназначенный для выполнения заданных функций, который может быть расчленен на элементы, каждый из которых также выполняет определенные функции и находится во взаимодействии с другими элементами системы.

Понятие сложной системы условно. Оно может применяться к отдельным узлам и механизмам (шпиндельный узел, двигатель, коробка перемены передач, система смазки, охлаждения, привод к исполнительным механизмам), к машинам (ткацкий станок, питатель-смеситель хлопка) и к системе машин (прядильный цех, материальный склад, линия сортировки материалов).

Анализ надежности сложной системы связан с изучением ее структуры. Важную роль при этом играет выделение элементов, составляющих данную систему. При анализе надежности сложных систем их разбивают на элементы с тем, чтобы в начале рассмотреть параметры и характеристики элементов, а затем оценить работоспособность всей системы.

Под элементом понимается составная часть сложной системы, которая может характеризоваться самостоятельными входными и выходными параметрами. Теоретически любую машину можно условно разделить на сколь угодно большое число элементов, понимая под элементом: узел, агрегат, деталь или часть деталей.

Элемент обладает следующими особенностями:

1) он выделяется в зависимости от поставленной задачи, может быть достаточно сложным и состоять из отдельных деталей и узлов; 2) при исследовании надежности системы элемент не расчленяется на составные части, показатели надежности относятся к элементу в целом;

3) возможно восстановление работоспособности элемента независимо от других частей и элементов системы.

Расчленение сложной системы на элементы условно. Например, при рассмотрении надежности автоматической линии элементами могут быть отдельные станки, транспортные и загрузочные устройства, системы управления и другие достаточно сложные объекты. Однако и каждый станок представляет собой весьма сложную систему и при необходимости оценки его надежности может быть расчленен на отдельные элементы – шпиндельный узел, привод подачи, механизм базирования и др. В то же время надежность шпинделя (вала) зависит от жесткости его тела, износостойкости шеек, посадочных поверхностей и т. д. Таким образом, каждый элемент системы можно рассматривать как совокупность более простых элементов.

При анализе надежности сложной системы все элементы целесообразно разделить на следующие группы:

1) элементы, отказ которых практически не влияет на работоспособность машины (деформация кожуха ограждения, повреждение окраски кабины и т.п.);

2) элементы, работоспособность которых за рассматриваемый промежуток времени практически не изменяется (элементы высокой надежности: станина, несущая рама, корпусные детали, малонагруженные элементы и т. п.);

3) элементы, ремонт или регулировка которых возможны при работе машины или во время регламентированных остановок (под наладка инструмента, регулировка гидравлической системы и т. п.);

4) элементы, отказ которых приводит к отказам машины.

С позиций надежности могут иметь место следующие структуры системы:

1) расчлененные, у которых надежность отдельных элементов может быть заранее определена, т. к. отказ элемента можно рассматривать как независимое событие;

2) связанные, у которых отказ элементов является зависимым событием, связанным с изменением выходных параметров всей системы;
3) комбинированные, состоящие из подсистем со связанной структурой и с независимым формированием показателей надежности для каждой из подсистем.

1.2 Основные состояния, характеризующие надёжность

Надежность характеризуется следующими основными состояниями и событиями.

1**)** ***Работоспособное*** – это состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции, сохраняя значения заданных параметров в пределах, установленных нормативно-технической документацией. Техническая документация определяет допустимый уровень внешних воздействий, методы технического обслуживания и ремонта, нормы и допустимые отклонения от установленных параметров. Работоспособность объекта связана не только со «способностью работать», т. е. выполнять необходимые функции, но и с тем, чтобы при этом выходные параметры объекта находились в допустимых пределах. Работоспособность не касается требований, непосредственно не влияющих на эксплуатационные показатели, например, повреждение окраски и т. п.

2**)** ***Неработоспособное*** – это состояние объекта, при котором хотя бы один из основных параметров, установленных в технической документации, вышел за пределы установленных параметров.

3**)** ***Исправное*** – это состояние объекта, при котором он удовлетворяет всем не только основным, но и вспомогательным требованиям технической документации.

4) ***Неисправное*** – это состояние объекта, при котором он не удовлетворяет хотя бы одному из требований технической документации.

Переход из одного состояния в другое происходит в результате случайных событий. При этом различают повреждение, отказ и сбой.

Повреждение – событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния.

Например, для трелевочного трактора повреждениями могут быть незначительные вмятины или погнутость облицовки, поручней, нарушение лакокрасочного покрытия, незначительные подсекания масла и т.д.
Отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта. Например, значительные вмятины и погнутость ограждений, поручней, ограничивающих маневр машины или затрудняющих посадку оператора в кабину, будут соответствовать уже неработоспособному состоянию машины. Такое состояние наступает и в случаях нарушения герметичности гидросистемы, появления трещин в элементах конструкции технологического оборудования, падения давления масла, перегрева двигателя и т. д.
Сбой – самоустраняющийся отказ. Например, соринка в карбюраторе, контакты в электрической цепи. В процессе эксплуатации любого вида техники наступает момент, когда применение всей совокупности мероприятий по поддержанию и восстановлению исправного состояния

не даст должного эффекта. Этот момент соответствует предельному состоянию машины.

5) ***Предельное*** – это состояние объекта, при котором его дальнейшее применение по назначению недопустимо или нецелесообразно, либо восстановление его исправного или работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно.

Ввиду разной надежности составных частей лесных машин понятие «предельное состояние» рассматривается применительно к отдельным ее частям (агрегатам, системам, деталям).

Под ***агрегатом*** понимается сложная сборочная единица, обладающая свойствами полной взаимозаменяемости, независимой сборки и самостоятельного выполнения определенной функции (редуктор, коробка передач, гидромотор и т. д.).

Под ***системой*** понимается совокупность деталей, агрегатов, сборочных единиц, объединенных общностью выполняемых ими функций, необходимых для использования машины по назначению, например: гидросистема, ходовая система, манипулятор и т. д.

Деталью называется составная часть изделия, изготовленная из однородного материала без применения сборочных операций.

Предельное состояние машины чаще всего связывается с неустранимым отказом базовых ее частей.

Базовой составной частью (деталью, сборочной единицей) машины называется основная часть изделия (машины, агрегата или системы), предназначенная для компоновки и установки других составных частей (привод вращения веретен, корпус коробки передач, рама станка и т. д.). Например:

1) для прядильных машин предельное состояние связывается с рамой или приводом;

2) в свою очередь предельное состояние трансмиссии считается достигнутым, если в таком состоянии находятся два агрегата из следующих: коробка передач, главная передача, бортовая передача;

3) у двигателя критериями предельного состояния являются:

– неустранимые отказы блока цилиндров;

– предельный износ шеек коленчатого вала или усталостные трещины на нем;

– предельный износ комплекса деталей цилиндропоршневой группы;

4) предельное состояние бесчокерного технологического оборудования определяется по состоянию двух сборочных единиц из следующих:

опорный узел (база, основание), манипулятор (стрела, рукоять, захват, поворотная колонна);

5) Предельное состояние гидросистемы считается достигнутым, если в

предельном состоянии находится не менее 50% основных агрегатов. Таким образом, функционирование любой машины может быть представлено в виде случайного процесса с дискретными состояниями. При этом переход из одного состояния в другое происходит в результате случайных событий: повреждений или отказов, а также событий, направленных на восстановления исправного состояния: профилактика, различные виды ремонта.

1.3 Определение надежности и ее основные свойства

Надежность – это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования.

Чтобы четко уяснить понятие надежности необходимо иметь в виду следующие три основные момента.
1) Что понимается под «объектом» было рассмотрено выше.
2) К параметрам, характеризующим способность выполнять требуемые функции, относятся кинематические и динамические характеристики, показатели производительности, скорости, грузоподъемности, экономичности, точности и т. п.

3) Требование к объекту выполнять необходимые функции распространяется только при соблюдении заданных режимов и условий применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортировки. Например, если двигатель изготовлен для северных районов, а эксплуатируется в южных районах, где он будет перегреваться, то нельзя считать этот двигатель с низкой надежностью. Также нельзя считать машину с низкой надежностью, если не проводят технические обслуживания и ремонты, соответствующие технической документации.

Актуальность надежности возрастает в связи со сложностью современных машин и важностью функций, которые они выполняют. Современные технические средства состоят из множества взаимодействующих

механизмов. Отказ в работе хотя бы одного ответственного элемента сложной системы без резервирования приводит к нарушению работы всей системы.

Недостаточная надежность машин и оборудования приводит к огромным затратам на ремонт и простою в работе, иногда к авариям, связанным с большими экономическими потерями и с человеческими жертвами.

Надежность – сложное свойство, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения состоит из сочетания четырех свойств: безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемой. Для каждого объекта характерны все или часть свойств надежности. Так, для объектов, подлежащих длительному хранению, важно свойство сохраняемости. Рассмотрим эти четыре свойства.

1***) Безотказность*** – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки. Это свойство особенно важно для объектов, отказ которых опасен для жизни людей. Отказ рулевого управления или тормозов автомобиля может иметь тяжелые последствия, поэтому для таких объектов безотказность –наиболее важная составная часть надежности.

Первостепенное значение безотказность имеет для объектов, отказ которых вызывает перерыв в работе большого комплекса машин или остановку автоматизированного производства.

2***) Долговечность*** – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Долговечность и безотказность – не взаимоисключающие, а дополняющие друг друга и связанные между собой показатели. Различие же заключается в следующем. Безотказность характеризует свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки. Долговечность же характеризует продолжительность работоспособного состояния объекта по суммарной наработке, прерываемой периодами на техническое обслуживание, устранения отказов и ремонтов. В зависимости от характера производства и вида объекта на первый план при оценке его надежности может выдвигаться безотказность или долговечность. Например, для ткацкого станка или разрыхлительно-трепальной машины отсутствие отказов в течение смены скорее желательное, чем необходимое условие, поскольку после не продолжи-тельного ремонта они вновь поступают в работу. Для сложной и высоко-производительной автоматической линии, работа которой в значительной степени определяет технико-экономические показатели всего предприятия, свойство безотказности выдвигается на первый план. Как видно из приведенных определений, свойство безотказности определяется, в основном, совершенством конструкции машины и качеством ее изготовления. Свойство долговечности же определяется еще и качеством ремонта, регулярностью и тщательностью технического обслуживания.
Все объекты делятся на ремонтируемые и неремонтируемые.

Ремонтируемым называется объект, для которого проведение ремонтов предусмотрено в нормативно-технической и (или) конструкторской документации.

Очевидно, что для неремонтируемых объектов понятия «безотказность» и «долговечность» совпадают. Машины и оборудование текстиль-ной, легкой и хлопкоочистительной промышленности относятся к категории ремонтируемых, следовательно, для них важную роль играют такие свойства, как ремонтопригодность и сохраняемость.

Ремонтопригодность – свойство объекта, заключающееся в приспособленности к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов и повреждений, к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

С усложнением систем все труднее становится находить причины отказов и отказавшие элементы. Так, в сложных электрогидравлических системах поиск причин отказов может занимать более 50% общего времени восстановления работоспособности. Поэтому облегчение поиска отказавших элементов закладывается в конструкцию новых сложных систем. Возможность быстрого обнаружения и устранения отказа, легкий доступ ко всем узлам определяют малые затраты времени на ремонт. Таким образом, важность ремонтопригодности определяется простоями, связанными с обнаружением отказов и проведением ремонта, что в свою очередь ведет к недовыпуску продукции и значительным убыткам.

4***) Сохраняемость*** – свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способность объекта выполнять требуемые функции в течение и после хранения и (или) транспортирования. Т. е. здесь речь идет о сохраняемости значений показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности. Сохраняемость характеризует способность объекта противостоять отрицательному влиянию условий хранения и транспортирования (дождь, снег, пыль). Продолжительность хранения и транспортировки иногда не оказывает заметного влияния на поведение объекта во время нахождения в этих режимах, но при последующей работе их свойства могут быть значительно ниже, чем аналогичные свойства объектов, не находящихся на хранении и не подлежащих транспортировке. Например, после продолжительного хранения аккумуляторных батарей их наработка до отказа существенно снижается. Сохраняемость таких объектов обычно характеризуется таким сроком хранения в определенных условиях, в течение которого снижение средней наработки до отказа, обусловленное хранением, находится в допустимых пределах. Вследствие воздействия внешней среды на незащищенные составные части машин во время хранения сокращаются сроки их службы, увеличиваются затраты на ремонт.

Коррозионное поражение во время хранения – это, например, одна из главных причин выбраковки втулочно-роликовых цепей (23% –

передающие звенья, транспортеры). Кроме того, эксплуатационные испытания втулочно-роликовых цепей, показали, что условия хранения оказывают влияние на их износ.

При хранении в сыром, не отапливаемом помещении резиновых манжет в течение 3, 4 и 5 лет их ресурс, соответственно, снижается до 70, 30 и 3% ресурса новых манжет. Более 40% клиновых ремней выбраковывают из-за расслоения и трещин, возникающих вследствие неправильного хранения.

Ресурс резинотехнических изделий снижается и при хранении в сухих отапливаемых помещениях, т. к. естественный процесс старения можно только замедлить, но предотвратить полностью нельзя.

Ресурс клиновых ремней уменьшается вследствие снижения механической прочности, модуля упругости и прочности связи между элементами конструкции клиновых ремней. Физико-механические свойства клиновых ремней минимально снижаются при их хранении в сухих отапливаемых помещениях при температуре 18…23^0С и относительной влажности воздуха 55…70%.

Тема 2. Определение показателей надёжности

2.1 Классификация показателей надежности

Показатель надежности – количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта. Все показатели классифицируются следующим образом.

1) По числу характеризуемых свойств надежности показатели делятся на единичные и комплексные:

а) единичный показатель – характеризует одно из свойств, составляющих надежность объект;

б) комплексный показатель – характеризует несколько свойств, составляющих надежность объекта.

В отличие от единичного показателя надежности комплексный показатель надежности количественно характеризует не менее двух свойств, составляющих надежность, например, безотказность и ремонтопригодность. Примером комплексного показателя надежности служит коэффициент готовности K_r, значение которого определяют по формуле

$$K_r = \frac{T}{T + T_в},$$

где Т – средняя наработка на отказ; – среднее время восстановления.

2) По виду характеризуемого свойства показатели делятся на:

а) показатели безотказности; б) показатели долговечности; в) показатели ремонтопригодности; г) показатели сохраняемости.

3) По способу определения показатели делятся на: а) расчетный показатель – значения которого определяются расчетным методом;

б) экспериментальный показатель – оценка которого определяется по данным испытаний;

в) эксплуатационный показатель – оценка которого определяется по данным эксплуатации;

г) экстраполированный показатель – оценка которого определяется на основании результатов расчетов, испытаний и эксплуатационных данных путем экстраполирования на другую продолжительность эксплуатации и другие условия эксплуатации. Такую классификацию показателей надежности вводят в зависимости от способов их получения. Наличие этих понятий должно предупредить путаницу, которая имеет место на практике при обсуждении численных данных, полученных разными способами и на разных стадиях жизненного цикла объекта.

2.2 Определение показателей безотказности

Безотказность характеризуется следующими основными показателями.

1) Вероятность безотказной работы – вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникает (ВБР).

ВБР определяется в предположении, что в начальный момент времени объект находился в работоспособном состоянии. Обозначим через ***t***– текущее значение наработки. Возникновение первого отказа – случайное

событие, а наработка от начального момента до возникновения этого события – случайная величина. Вероятность безотказной работы P_t объекта от 0 до t включительно определяют как

$$= PT \quad t$$

$$P(t)$$

Это вероятностная трактовка определения ВБР (когда известен закон распределения наработки до отказа).

При статистической трактовке (после проведения испытаний получены статистические данные)

$$P(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{N_{0-n(t)}}{N_0},$$

где **N(t)** – количество объектов, безотказно проработавших до момента времени t;

$n(t)$ – количество объектов, отказавших к моменту времени t;

N_0 – количество объектов, работоспособных в начальный момент времени.

Наряду с понятием ВБР часто используют понятие вероятности отказа – это вероятность того, что объект откажет хотя бы один раз в течение заданной наработки.

2) Интенсивность отказов – условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ объекта не возник.

При вероятностной трактовке интенсивность отказов $\lambda(t)$ определяется по формуле

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)},$$

где $f(t)$ – плотность распределения наработки до отказа;

$F(t)$ – функция распределения наработки до отказа.

При статистической трактовке $$\lambda(t) = \frac{n(\Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t},$$

где $n(\Delta t)$ – число объектов, отказавших в интервале (Δt)

(Δt) – интервал наработки.

3) ***Средняя наработка до отказа*** – математическое ожидание наработки объекта до первого отказа.

При вероятностной трактовке

$$T_1=\int_0^\infty t\cdot f(t)dt=\int_0^\infty [1-F(t)]dt=\int_0^\infty P(t)dt,$$

При статистической трактовке $T_1=\frac{1}{N_0}\sum_{j-1}^{N_0} t_j$,

где t_j - наработка до первого отказа каждого из j х объектов. Если наблюдаемый период времени разбит на интервалы Δt , то

$$t_j=t+\Delta t_j/2,$$

где t суммарная наработка до интервала; Δt_j – значение интервала наработки.

4) Средняя наработка на отказ – отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки. При вероятностной трактовке

$$=\frac{t}{M\{r(t)\}}$$

$$T ,$$

Где t суммарная наработка; $r(t)$ – число отказов, наступивших в течение этой наработки $M\{r(t)\}$ – математическое ожидание этого числа отказов.

$$=\frac{t}{r(t)}$$

При статистической трактовке T .

5) Гамма процентная наработка до отказа T_γ – наработка, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью , выраженной в процентах. Определяется как корень уравнения

$$F(t_\gamma)=1-\frac{\gamma}{100} \quad \text{или} \quad P(t_\gamma)=\frac{\gamma}{100}.$$

Где F(t_γ) – функция распределения наработки до отказа;

$P(t_\gamma)-$ вероятность безотказной работы.

При статистической трактовке ориентировочно определяется по графику P(t), а точно – путем экстраполирования значений наработки на соответствующем интервале Δt .

6) Осредненный параметр потока отказов – отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за конечную наработку к значению этой наработки.

При вероятностной трактовке $\mu(t) = \frac{M\{r(t_2) - r(t_1)\}}{t_{2-t_1}}$,

где $r(t_1)$ и $r(t_2)-$ соответственно число отказов, наступивших за $t_1 < t < t_2$

суммарные наработки t_1 и t_2, причем .

При статистической трактовке $\mu(t) = \frac{r(t_2) - r(t_1)}{t_2 - t_1}$.

7) Функция распределения наработки до отказа ***F(t)*** – это вероятность того, что объект откажет хотя бы один раз в течение заданной наработки.

При вероятностной трактовке $F(t)1- P(t)$

$= \frac{n(t)}{N_0}$

При статистической трактовке $F(t)$,

Где $n(t)$ кол-во объектов, отказавших за суммарную наработку t

N_0- кол-во объектов, работоспособных в нач. момент времени.

8) Плотность распределения наработки до отказа – характеризует частоту отказов.

При вероятностной трактовке $f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$

$$= \frac{n(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}$$

При статистической трактовке $f(t)$,

где $n(\Delta t)$ – количество объектов, отказавших в интервале Δt .

Рассмотрим на примерах определение показателей безотказности при статистической трактовке.

Пример 1.

На испытание поставлено 1000 однотипных гидра распределителей. За 3000 часов отказало 80 гидра распределителей. Требуется определить ВБР и функцию распределения наработки до отказа (вероятность отказа).

Решение:

По формулам

$$P(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} \qquad P(3000) = \frac{1000 - 80}{1000} = 0{,}92$$

$$= \frac{n(t)}{N_0}$$

F(t) F(3000)

$$= \frac{80}{1000} = 0{,}08$$

Или F(t) = 1− P(t) = 1− 0,92 = 0,08

Пример 2.

На испытание было поставлено 1000 одно типных гидр распределителей. За первые 3000 часов отказало 80 гидра распределителей, а за интервал времени от 3000-4000 часов отказало еще 50 гидро распределителей. Требуется определить плотность распределения наработки до отказа (частоту отказов) и интенсивность отказов гидро распределителей в промежутке времени 3000-4000 часов.

Решение

$$= \frac{n(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}$$

По формуле *f(t)*

$$= \frac{50}{1000 \cdot 1000} =$$

f(4000) $5 \cdot 10^{-5}ч^{-1}$ $\Delta t = 1000$ ч

По формуле $\lambda(t) = \frac{n(\Delta t)}{N(t) \cdot \Delta t}$ $\lambda(4000) = \frac{50}{870 \cdot 1000} =$ $5{,}75 \cdot 10^{-5}ч^{-1}$

$$N(t) = 1000 - 80 - 50 = 870$$

Пример 3.

В течение некоторого периода времени проводилось наблюдение за работой гидростанции. За весь период наблюдений было зарегистрировано 15 отказов. До начала наблюдений гидростанция проработала 258 часов, к концу наблюдений наработка станции составила 1233 часов. Требуется определить:

1) среднюю наработку на отказ;

2) осредненный параметр потока отказов.

Решение:

$$= \frac{t}{r(t)}$$

1) По формуле T определим суммарную наработку за наблюдаемый период

$$t = 1233 - 258 = 975ч$$

2) По формуле $\mu(t) = \frac{r(t_2) - r(t_1)}{t_2 - t_1}$ до начала наблюдений r(t)=15

$$\mu(\gamma_1) = \frac{15 - 0}{1233 - 258} = 0{,}015$$

Пример 5.

По данным наблюдений была получена следующая информация отказам объектов на соответствующем интервале

Границы интервалов, ч	500-600	600-700	700-800
Число отказов,n(t)	5	4	31

Число объектов, работоспособных в начальный момент времени N_0=40. Интервал Δt =100 ч.

Требуется определить:

1) среднюю наработку до первого отказа;

2) γ – процентную наработку до первого отказа при γ = 80%

Решение:

1) По формуле $T_1 = \frac{1}{N_0}\sum_{j-1}^{N_0} t_j$, $t_j = t + \frac{\Delta t_j}{2}$

Для первого интервала $t_1 = t + \frac{\Delta t_1}{2}$ = ***500***+$\frac{100}{2}$ = ***550*** ч.

Для второго интервала t_2 = 600+100/2=650 ч.

Для третьего интервала t_3 =700+100/2=750 ч.

T_1 ==715 ч.

3) По формуле $P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100} = \frac{80}{100}$ ***=0,8*** Имеем след. информацию

P(600)= $\frac{40 - 5}{40}$ =0,875, P(700) = $\frac{40 - 5 - 4}{40}$ = 0,775

T_γ = 600+$\frac{100}{0{,}875 - 0{,}775}(0{,}875 - 0{,}8)$=675 ч.

2.3 Определение показателей долговечности

Долговечность характеризуется следующими основными показателями.

1) Средний ресурс – математическое ожидание ресурса.

2) Гамма-процентный ресурс – суммарная наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью, выраженной в процентах.

3) Средний срок службы – математическое ожидание срока службы.

4) Гамма-процентный срок службы – календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью γ, выраженной в процентах.

Определение показателей долговечности производится по формулам, аналогичным для определения показателей безотказности.

Пример 1.

Ресурс двигателя распределен по экспоненциальному закону с параметром $\gamma = 5 \cdot 10^{-6}$ Км$^{-1}$. Требуется определить:

1) Средний ресурс двигателя

2) 90% ресурс

3) Вероятность того, что ресурс окажется не больше среднего ресурса

4) Количество двигателей из общей партии из 202 двигателей, которые будут отправлены в капитальный ремонт при пробеге до 100 тыс. км.

Решение:

1) Средний ресурс двигателя T_p, тыс.км. $T_p = \int_0^\infty P(t)dt$,

где P(t) вероятность безотказной работы

$P(t) = e^{-\lambda t}$, поэтому $T_p = \int_0^\infty e^{-\lambda t}\,dt = \frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}\Big|_0^\infty = 0 - \left(-\frac{e^0}{\lambda}\right) = \frac{1}{\lambda}$;

$T_p =$ = 200000 км

2) Гамма – процентный ресурс при $\lambda = 90\%$. Функция распределения ресурса

$$F(t_\lambda) = 1^{-\frac{\gamma}{100}} = 1^{-\frac{90}{100}} = 0{,}1$$

$$F(t) = 1 - e^{\lambda t},$$

$$0{,}1 = 1 - e^{\lambda t}/$$

После логарифмирования получим $\ln 0{,}1 = \ln 1 - \lambda t$

При ln1=0 ресурс $t = -\frac{\ln 0{,}1}{\lambda}$, таким образом, $T_{p\gamma} = -\frac{\ln 0{,}1}{5 \cdot 10^{-6}}$ =460517 км

3) По определению вероятность $P(t_p \le T_p)$,
Где t_p - текущее значение ресурса.

При среднем значении ресурса $T_p =$ 200000 км

$$P(t_p) = e^{-\lambda t} = e^{-5 \cdot 10^{-6}} = 0{,}368$$

4) Вероятность того, что двигатель будет отправлен в ремонт

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

При заданном пробеге =100000 км

$$Q(t) = 1 - e^{-5 \cdot 10^{-6}} = 0{,}393$$

По определению $Q(t) = \frac{n(t)}{N_0}$,

Где - количество двигателей, отправленных в ремонт до пробега t;

N_0 - общее кол-во двигателей

При заданных значениях $Q(t)$ и N_0 кол-во двигателей, которые будут отправлены в капитальный ремонт

$$N(t) = Q(t) \cdot N_0 = 0{,}393 \cdot 202 = 79 \text{ шт.}$$

Одними из основных показателей долговечности являются:

1) средний ресурс, средний срок службы, гамма–процентный ресурс, гамма–процентный срок службы; *

2) средний ресурс, средний срок сохраняемости, гамма–процентный ресурс, гамма-процентный срок сохраняемости;

3) средний срок службы, средний срок сохраняемости, гамма процентный срок службы, гамма–процентный срок сохраняемости;

4) средний срок службы, средний срок сохраняемости, средний ресурс, средняя наработка до отказа.

Математическое ожидание ресурса называется:

1) назначенный ресурс;

2) гамма–процентный ресурс;

3) остаточный ресурс;

4) средний ресурс. *

Суммарная наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью «гамма», выраженной в процентах, называется:

1) гамма–процентный ресурс; *

2) гамма–процентный срок службы;

3) гамма–процентный срок сохраняемости;

4) гамма–процентная наработка до отказа.

Математическое ожидание срока службы называется:

1) гамма–процентный срок службы;

2) средний срок службы; *

3) остаточный срок службы;

4) назначенный срок службы.

Календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятность «гам-ма», выраженной в процентах, называется:

1) гамма–процентный срок службы; ?

2) гамма–процентный ресурс;

3) гамма–процентный срок сохраняемости;

4) гамма–процентная наработка до отказа.

2.4 Определение показателей ремонтопригодности

Ремонтопригодность характеризуется следующими основными показателями.

1) Вероятность восстановления – вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превышает заданное значение.

При вероятностной трактовке

$$P(t_b) = P\{t_b < T_b\},$$

где (t_b) – текущее время восстановления, ч;

T_b – заданное время восстановления, ч.

При статистической трактовке

$$P(t_b) = \frac{n(t_b)}{N_0} = \frac{N_0 - N(t_b)}{N_0},$$

где $n(t_b)$ - количество объектов, восстановленных к моменту (t_b).

$N(t_b)$ - количество объектов, не восстановленных к моменту (t_b).

N_0 – общее число восстанавливаемых объектов.

2) Интенсивность восстановления – условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определенная для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено.

При вероятностной трактовке

$$\lambda(t_b) = \frac{f(t_b)}{1 - F(t_b)},$$

Где $f(t_b)$ - плотность распределения времени восстановления;

$F(t_b)$ – функция распределения времени восстановления.

При статистической трактовке

$$\lambda(t_b) = \frac{n(\Delta t_b)}{N(t_b) \cdot \Delta t_b}$$

Где $n(\Delta t_b)$= количество объектов, восстановленных в интервале Δt_b.

Δt_b = интервал времени восстановления.

3) Среднее время восстановления – математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния объекта после отказа. При вероятностной трактовке

$$T_b = \int_0^{\infty} t_b \cdot f(t_b) dt_b = \int_0^{\infty} [1 - F(t_b)] dt_b = \int_0^{\infty} P(t_b) dt_b.$$

При статистической трактовке

$$T_b = \quad ,$$

где t_{bj} – среднее время восстановления j-го объекта.

Если время восстановления разбито на интервалы, то

$$t_{bj} = t + \frac{\Delta t_{bj}}{2},$$

где t – время восстановления до i-го интервала;

Δt_{bj} – значение интервала времени восстановления.

4) Гамма-процентное время восстановления – время, в течение которого восстановление работоспособности объекта будет осуществлено с вероятностью λ, выраженной в процентах.

При вероятностной трактовке определяется как корень уравнения

$$P(t_{b\gamma}) = \frac{\gamma}{100} \quad \text{или} \quad F(t_\gamma) = 1 - \frac{\gamma}{100}.$$

При статистической трактовке ориентировочно определяется по графику $P(t_b)$; точно – путем экстраполирования значений времени восстановления на соответствующем интервале Δt_b

Определение показателей ремонтопригодности при статической трактовке рассмотрим на примере.

Пример 1.По данным наблюдений была получена следующая информация по восстановлению объектов на соответствующем интервале.

Границы интервалов восстановления, ч	0,5 – 1,0	1,0 – 1,5	1,5 – 2,0
Число восстановленных	21	4	5

объектов, $n(t_b)$			

Общее число восстановленных объектов N_0=30. Интервал Δt_b=0,5 ч. Требуется определить количественные характеристики надежности

$P(t_b), \lambda(t_b), T_b, T_{b\lambda}$

Решение:

1) Вероятность восстановления $P(t_b)$.

$$P(t_b) = \frac{n(t_b)}{N_0}$$

$$P(0,1) = \frac{21}{30} = 0{,}7 \qquad P(1,5) = \frac{21+4}{30} = 0{,}83 \qquad P(2,0) = \frac{25+5}{30} = 1{,}0$$

2) Интенсивность восстановления

$$\lambda(t_b) = \frac{n(\Delta t_b)}{N(t_b)\cdot\Delta t_b};$$

$$\lambda(1,0) = \frac{21}{9\cdot 0,5} = 4{,}7;$$

$$\lambda(1,5) = \frac{4}{5\cdot 0,5} = 1{,}6;$$

$$\lambda(2,0) = \frac{5}{0\cdot 0,5} = \infty.$$

3) Среднее время восстановления T_b, ч;

$$T_b = \frac{1}{N_0}\sum_{j=1}^{N_0} t_{bj}$$

$$t_{bj} = t + \frac{\Delta t_{bj}}{2}$$

первого интервала $t_1 = 0{,}5 + \frac{0{,}5}{2} = 0{,}75$ ч;

$t_2 = 1{,}0 + \frac{0{,}5}{2} = 1{,}25$ ч;

$$t_з = 1{,}5 + \frac{0{,}5}{2} = 1{,}75 \text{ ч.}$$

$$T_b = \; = 0{,}98 \text{ ч.}$$

4) Гамма процентное время восстановления при $\gamma = 80\%$ $T_{bj,}$ ч.

По формуле $P(t_{b\gamma}) = \frac{\gamma}{100} = \frac{80}{100}$ = 0,8

Имеем следующую информацию:

P(1,0) = 0,7; P(1,5) = 0,83; Δt = 0,5 ч.

Путем экстраполирования определяем

$$T_\gamma = 1{,}0 + \frac{0{,}5}{0{,}83 - 0{,}7}(0{,}8 - 0{,}7) = 1{,}38 \text{ ч.}$$

При вероятностной трактовке определение показателей ремонтопригодности поясним на следующем примере.

Пример 1.

Определить количественные характеристики надежности для случая нормального распределения времени восстановления при параметрах м = 4ч. S = 1 ч для времени t = 6 ч.

Решение:

1) Вероятность восстановления $P(t_b)$

$$P(t_b) = 1 - \Phi(z),$$

Где $z = \frac{l - m}{S} = \frac{6-4}{1} = 2$

По таблице определяем Ф(2) = 0,48

P(6) = 1 – 0,48 = 0,52

2) Интенсивность восстановления

$$\lambda(t_b) = \frac{f(t_b)}{P(t_b)} \qquad f(t) = f(t) = 5{,}4 \cdot 10^{-2}$$

$$\lambda(6) = \frac{5{,}4 \cdot 10^{-2}}{0{,}52} = 0{,}1$$

3) Среднее время восстановления T_b, ч

$$T = m = 4$$

2.5 Определение показателей сохраняемости

Сохраняемость характеризуется следующими основными показателями:

1) Средний срок сохраняемости – математическое ожидание срока сохраняемости.

При вероятностной трактовке

$$T_c = \int_0^\infty t_c \cdot f(t_c)\,dt = \int_0^\infty [1 - F(t_c)]dt = \int_0^\infty P(t_c)dt$$

При статистической трактовке

$$T_c = \qquad ,$$

Где t_{cj} - срок сохраняемости i-го объекта;

N_0 - общее число сохраняемых объектов.

2) Гамма-процентный срок сохраняемости – срок сохраняемости, достигаемый объектом с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах.

Определяется как корень уравнения

$$F(t_{c\gamma}) = 1 - \frac{\gamma}{100}$$

Или $P(t_{c\gamma}) = \frac{\gamma}{100}$,

где $F(t_{c\gamma})$ - функция распределения срока сохраняемости;

$P(t_{c\gamma})$ - вероятность срока сохраняемости.

Определение показателей сохраняемости осуществляется с помощью рассмотренных ранее методов.

2.6 Определение комплексных показателей

К одним из основных комплексных показателей надежности относятся: коэффициент готовности, коэффициент оперативной готовности и коэффициент технического использования.

Коэффициент готовности – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается

$$K_T = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} t_j}{\sum_{j=1}^{N_0} t_i + \sum_{j=1}^{N_0} t_{bi}},$$

где t_i – суммарная наработка i-го объекта в заданном интервале эксплуатации;

t_{bi} – суммарная продолжительность восстановления работоспособности i -го объекта в том же интервале эксплуатации N_0 – общее число наблюдаемых объектов.

Если на заданном интервале определены среднее время на отказ Т= 20 ч и среднее время восстановления T_b = 3,43 ч, то коэффициент готовности

$$K_r = \frac{T}{T + T_b} = \frac{20}{20 + 3{,}43} = 0{,}85$$

Коэффициент оперативной готовности – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и, начиная с этого момента, б у-дет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

$\cdot P(t_0; t_1)$,

где t_0 - момент времени, с которого начинается применение объекта по назначению, ч;

t_1 – момент времени, с которого применение объекта по назначению прекращается, ч.

Если для наработки t_1 = 700 ч вероятность безотказной работы составляет Р(700) =0,775, то коэффициент оперативной готовности

= 0,85 х 0,775 = 0,66

Коэффициент технического использования – отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период. Если определены: средняя

наработка до первого отказа среднее время технического

обслуживания = 1,3 ч и среднее время восстановления = 3,43 ч , то коэффициент технического использования

$$= \frac{715}{715 + 1{,}3 + 3{,}43} = 0{,}99$$

Тема 3. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Общие положения

Работоспособность деталей машин характеризуется рядом критериев: прочностью, жесткостью, износостойкостью, имеющих свои расчетные параметры x и их предельные значения $x_{\lim}$

Работоспособность обеспечивается, если $x \le x_{lim}$. Оба параметра статистически представляют собой случайные величины, поэтому ВБР

$$P = P\{x \le x_{lim}\}$$

Для обеспечения заданной ВБР необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\bar{x} - \overline{x_{\lim}} = u_p\, S;$$

$$S = \sqrt{S_{\lim}^2 + S_x^2}\ ,$$

где u_p – квантиль нормального нормированного распределения;

$S_{\lim}$ – среднее квадратическое отклонение x_{lim};

S_x – среднее квадратическое отклонение $\bar{x}$.

При известных $\bar{x}$, $\overline{x_{\lim}}$, $\overline{S_x}$, $\overline{S_{\lim}}$ определяется квантиль

$$u_p = -(x_{\lim} - \bar{x})/\sqrt{S_{\lim}^2 + S_x^2}$$

Разделим дробь на $\bar{x}$, введя следующие обозначения;

$\bar{n} = \dfrac{\overline{x_{\lim}}}{x}$ - средний коэффициент безопасности;

$\vartheta_{\lim} = \dfrac{S_{lim}}{x}$ – коэффициент вариации расчетного значения;

$\vartheta_x = \dfrac{S_{lim}}{x}$ – коэффициент вариации расчетного значения.

После преобразований получим:

$$u_p = .$$

3.1 Надежность резьбовых соединений

Вопрос о надежности резьбовых соединений возникает в основном в связи с рассеянием нагрузок, предела выносливости болтов, разбросом их ударной прочности при низких температурах и с недостаточной надежностью применяемых средств стопорены.

Специфика расчета резьбовых соединений на надежность может быть сведена к учету рассеяния концентрации напряжений. В расчете принимают случайными величинами внешнюю нагрузку, силу начальной затяжки, предел выносливости материала и эффективный коэффициент концентрации напряжений в связи с разбросом радиуса выкружки резьбы.

Напряжение в болте зависит от силы затяжки. Сильная затяжка повышает надежность работы резьбового соединения, т. к. при этом повышается жесткость стыка и существенно понижается доля переменной нагрузки, приходящейся на болт.

Чтобы обеспечить требуемую затяжку болтов, силу затяжки контролируют. Методы контроля основаны на замерах удлинения болта, угла поворота гайки, крутящего момента при затяжке гайки. Первый метод наиболее точен, третий – наиболее распространен вследствие простоты и приспособленности для крупносерийного производства. Контроль в этом случае производят с помощью ключа предельного момента, или динамометрического ключа.

Считается, что при затяжке динамометрическим ключом разброс силы затяжки составляет (25…30)%, при затяжке на определенный угол поворота гайки –15%, при контроле затяжки по деформации тарированной упругой шайбы – 10%, при контроле удлинения болта (3…5)%. Этим значениям разброса соответствуют приблизительно следующие коэффициенты вариации силы затяжки: 0,09; 0,05; 0,04; 0,02.

Напряжение в болте от внешней нагрузки в затянутом резьбовом соединении определяются с учетом того, что лишь -я часть нагрузки передается на болты. Величина χ называется коэффициентом основной нагрузки и может быть оценена по расчету

$$\chi = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_\delta},$$

Где λ_0 ,λ_δ - податливость деталей и болта.

В рабочем диапазоне внешних нагрузок при достаточных силах затяжки болтов для стальных и чугунных деталей обычно χ = 0,2 ...0,3.

Предполагая, что стыки достаточно сильно затянуты и поэтому контактная жесткость мало меняется от давления, можно принимать значения χ детерминированной величиной. Отсюда коэффициент вариации номинальных напряжений в болте, вызванный рассеянием внешней нагрузки, полагается равным коэффициенту вариации внешней нагрузки.

Коэффициент концентрации в резьбе в первую очередь определяется формой впадины резьбы. Форма может быть неоговоренной или закругленной.

Для ответственных высоконагруженных соединений при переменных и динамических нагрузках должна применяться резьба с закругленной впадиной. У этой резьбы радиус кривизны впадины не должен быть менее 0,1 Р, где Р – шаг резьбы. У болтов с закругленной впадиной в конце их обозначения ставится буква R. Рассеяние радиуса впадины заключено в пределах (0,1…0,144)Р независимо от степени точности резьбы.

Эффективный коэффициент концентрации в резьбе определяют экспериментально или через теоретический коэффициент концентрации напряжений и коэффициент чувствительности. Теоретический коэффициент концентрации для наиболее распространенного сопряжения болта с гай-кой, работающего на сжатие, связан с шагом Р и радиус омвыкружки R зависимостью

$$\alpha = 1 + 1{,}1\sqrt{\frac{P}{R}}\ .$$

Отсюда среднее значение α и коэффициент вариации ϑ_a коэффициента концентрации напряжений

$$\bar{\alpha} = 1 + 1{,}1\sqrt{\frac{2R}{R_{max} + R_{\min}}} = 1 + 1{,}1\sqrt{\frac{2R}{(0{,}1 + 0{,}144)P}} = 4{,}15$$

$$\vartheta_a = \frac{1{,}1\left(\sqrt{\frac{P}{R_{\max}}} - \sqrt{\frac{P}{R_{\min}}}\right)}{6\bar{\alpha}} = 0{,}023$$

Вероятностный расчет работоспособности и надежности болтового соединения сводится к оценке вероятности Р безотказной работы соединения, в простейшем предположении равной произведению

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4$$

вероятностей безотказной работы по основным критериям: не раскрытия стыка, не сдвигаемой стыка, статической прочности и сопротивлению усталости.

1) Надежность резьбового соединения по критерию нераскрытые стыка. Вероятность безотказной работы по критерию не раскрытия стыка P_1 соответствует вероятности того, что наименьшее напряжение сжатия в стыке после приложения внешней нагрузки больше нуля.

Для простейшего случая, когда единичное болтовое соединение нагружено центральной отрывающей силой F_0 (величина случайная), вероятность P_1 определяют из условия

$$P_1 = Вер\left[\frac{F_{зат}}{\beta_c} > F_0(1-\chi)\right],$$

Где – сила затяжки, Н;

$(1-\chi)$ - множитель характеризующий долю внешней нагрузки на стык

β_c – коэффициент, учитывающий возможное ослабление затяжки вследствие обмятия стыков, β_c=1,1.

Вероятность P_1 безотказной работы определяется в зависимости от квантили

$$u_{p1} = ,$$

Где $\overline{n}_1$ – коэффициент запаса не раскрытия стыка по средним нагрузкам;
- коэффициент вариации силы затяжки ;

ϑ_{F_0} – коэффициент вариации отрывающей силы ;

Коэффициент запаса определяется по формуле

$$\overline{n}_1 =.$$

2) Надежность резьбового соединения по критерию не сдвига мости стыка.

Вероятность безотказной работы по критерию не сдвигаемости стыка P_2 единичного затянутого болтового соединения, нагруженного сдвигающей силой F_c, определяется из условия

$$P_2 = Bep\left[\left(f \cdot \frac{F_{зат}}{\beta_c}\right) < F_c\right]$$

Для определения P_2 вычисляют квантиль

$u_{p_2} =$,

Где $\bar{n}_1$ - коэффициент запаса не сдвигаемости стыка по средним нагрузкам;

$\vartheta_{\lim}$ - предельное значение коэффициента вариации;

ϑ_{F_c} – коэффициент вариации сдвигающей силы.

Коэффициент запаса определяется по формуле

$\bar{n}_2 =$,

Где $\bar{f}$ – среднее значение коэффициента трения.

Предельное значение коэффициента вариации определяется из выражения

$\vartheta_{\lim} =$,

ϑ_f

Где – коэффициент вариации коэффициента трения f.

3) Надежность резьбового соединения по критерию статической прочности.

Вероятность безотказной работы по критерию статической прочности определяется из условия

$P_3 = Bep(\delta_{1}рас < \delta_{1}т)$,

Где - расчетное напряжение в опасном сечении болта, МПа

$\delta_т$ – предел текучести материала болта, МПа.

Расчетное напряжение в болте единичного болтового соединения, нагруженного центральной отрывающей силой, определяется выражением

$$= \qquad = (k + \chi \cdot F_0),$$

Где d_p - расчетный диаметр резьбы болта;

К - коэффициент, учитывающий кручение болта (если кручение при затяжке исключено, k = 1 , в остальных случаях k = 1,0…1,3).

Среднее значение расчетного напряжения σ_p определяется по зависимости для , в которую вместо и F_0 подставляются их среднее значение

$\bar{F}_{зат}$ и F_0.

Среднее квадратическое отклонение расчетного напряжения опреде–ляется по формуле

$$=$$

Решая это уравнение относительно коэффициента вариации , получим

.

Вследствие относительной малости величины α и соизмеримости коэффициентов вариации ϑ_{F_0} и в технических расчетах принимается

.

Вероятность безотказной работы по критерию статической прочности $P_з$ находят по квантили

,

Где $\bar{n}_з$ – коэффициент запаса прочности;

$\vartheta_{\sigma_т}$ – коэффициент вариации предела текучести $\sigma_т$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям определяется по формуле

$$\bar{n}_з = \frac{\bar{\sigma}_т}{\bar{\sigma}_{рас}} = \quad ,$$

$\sigma_т$ – среднее значение предела текучести болта, МПа.

4) Надежность резьбового соединения по критерию сопротивления усталости.

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости определяется из условия

$$P_н = Вер(\sigma_a < \sigma_{-1d})$$

Где σ_a – действующие напряжения, приведенные к симметричному циклу, МПа;

σ_{-1d} – предел выносливости материала болта, МПа.

Среднее значение действующих напряжений определяется по формуле

$$0{,}5\chi\bar{F}_0 + \frac{\psi}{k_\sigma\left(\bar{F}_{зат} + 0{,}5\chi\bar{F}_0\right]} \quad ,$$

Где $\bar{F}_0$ – среднее (учитывая случайный характер силы) значение максимальной нагрузки цикла, Н;

$0{,}5\bar{F}_0$ – среднее значение амплитуды нагрузки, Н;

ψ – коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла, $\psi = 0{,}1$;

k_σ - среднее значение эффективного коэффициента концентрации напряжений, принимают в зависимости от предела прочности материала $\sigma_в$.

Коэффициент вариации напряжения σ_a можно принимать равным коэффициенту вариации нагрузки ϑ_{F_0}, так как влияние на сопротивление усталости средней составляющей напряжений мало по сравнению с переменной. Среднее значение предела выносливости болта определяется по формуле

$\bar{\sigma}_{-1d}$ = ,   где

σ_{-1} среднее значение предела выносливости гладкого образца, МПа;

$\varepsilon_{б}$ – коэффициент влияния абсолютных размеров, в технических
$\varepsilon_{б}$

расчетах принимается =1;

β – коэффициент, зависящий от типа соединений; для соедине-ний стандартными болтами и гайками β = 1,0…1,1;

коэффициент технологического упрочнения; для болтов с нарезной резьбой 1,0...1,1; для болтов с накатанной резьбой 1,2...1,3.

Коэффициент вариации предела выносливости болта σ_{-1} включает коэффициенты вариации предела выносливости детали одной плавки, приближенно принимаемого ϑ_d=0,06…0,08 среднего предела выносливости по плавкам =0,9, эффективного коэффициента концентрации напряжений

и вычисляется по формуле

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости

определяется в зависимости от квантили нормированного нормального распределения

$$u_{p4} = -\frac{n_4 - 1}{\sqrt{\bar{n}_4^2\vartheta_{-1D}^2 + \vartheta_F^2}}$$

Коэффициент запаса сопротивления усталости $\bar{n}_4$ определяется по формуле

$$\bar{n}_4 = \frac{\bar{\sigma}_{-1D}}{\bar{\sigma}_a}$$

Пример.

Две стальные детали стянуты болтом М12–6g класса прочности 6.6. Соединение нагружено растягивающей силой, изменяющейся от 0 до F_0 и сдвигающей силой, изменяющейся от 0 до F. Среднее значение силы F_0 = 9$\cdot 10^3$ *Н*, силы F_c = 1,2$\cdot 10^3$ *Н*. Контроль затяжки осуществляется дина-мометрическим ключом.

Класс прочности обозначен двумя числами. Первое число, умноженное на 10, определяет величину минимального сопротивления в кгс/$Мм^2$,

второе число, умноженное на 10, определяет отношение предела текучести к временному сопротивлению в %, произведение чисел определяет величину предела текучести в кгс/$Мм^2$.

При переходе к системе СИ получим следующие значения

$\bar{\sigma}_T$ = 60$\cdot 0,6 \cdot 10 \cdot 10^6$ = 360$\cdot 10^6$ *Па* = 360 *МПа* $\bar{\sigma}_{-1}$ = 360$\cdot 0,6 = 220$ МПа

Требуется определить вероятность безотказной работы этого болтового соединения.

Решение

1) Определение ВБР по критерию нераскрытия стыка. Среднее значение силы затяжки вычисляется по формуле

$$\bar{F}_{зат} = 0,5 \, \bar{\sigma}_{т} \pi d_{p}^{2} / 4$$

Расчетный диаметр резьбы болта в технических расчетах принимается равным среднему диаметру резьбы $d_p = d_2$ = 10,86 mm, поэтому

$$\bar{F}_{зат} = 0,5 \cdot 360 \cdot \pi \cdot 10,86^2 / 4 = 1,67 \cdot 10^4 \, H$$

При расчете коэффициента запаса нераскрытия стыка по средним нагрузкам принимаем β_c = 1,1; $\chi = 0,2$

$$\bar{n}_1 = \frac{1,67 \cdot 10^4}{1,1 \cdot 9 \cdot 10^3 (1 - 0,2)} = 2,1$$

При расчете квантили принимаем = 0,1

$$u_{p1} = -\frac{2,1 - 1}{\sqrt{2,1^2 \cdot 0,09^2 + 0,1^2}} = 5,144$$

По таблице находим вероятность безотказной работы. При значениях квантили $u_{p1} > 3{,}719$ вероятность безотказной работы принимается по максимальному значению, приведенному в таблице. Поэтому P_1= 0,9999

2) Определение ВБР по критерию не сдвигаемой стыка.

При расчете коэффициента запаса принимаем $f = 0{,}15$

$$\bar{n}_2 = \frac{0{,}15 \cdot 1{,}67 \cdot 10^4}{1{,}1 \cdot 1{,}2 \cdot 10^3} = 1{,}89$$

При расчете предельного значения коэффициента вариации принимаем $\vartheta_f = 0{,}09$

$$\vartheta_{\lim} = \sqrt{0{,}09^2 + 0{,}09^2} = 0{,}127$$

При расчете квантили принимаем $\vartheta_{F_c} = 0{,}09$

$$u_{p2} = -\frac{1{,}89 - 1}{\sqrt{1{,}89^2 + 0{,}127^2 + 0{,}09^2}} = -3{,}47$$

По таблице путем экстраполирования данных определяем P_2 =0,9997

3) Определение ВБР по критерию статической прочности. При определении среднего значения расчетного напряжения принимаем k=1,3

$$\bar{\sigma}_{рас} = \frac{4 \cdot 10^6}{\pi \cdot 10{,}86^2}(1{,}3 \cdot 1{,}67 \cdot 10^4 + 0{,}2 \cdot 9 \cdot 10^3) = 254\ МПа$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_3 = \frac{360}{254} = 1{,}42$$

Квантиль определяют полагая, что

$$u_{p3} = -\frac{1{,}42 - 1}{\sqrt{1{,}42^2 + 0{,}06^2 + 0{,}09^2}} = -3{,}389$$

ПО таблице путем экстраполирования полученных данных определяем

= 0,9997.

4) Определение ВБР по критерию сопротивления усталости. Среднее значе-ние предела выносливости болта определяют, принимая $\beta = 1{,}1; \beta_\gamma = 1{,}0.$ Среднее значение эффективного коэффициента напряжений при

$k_b = 400$ *МПа* принимаем

$$\bar{\sigma}_{-1} = 220\frac{1}{3}\cdot 1{,}1\cdot 1{,}0 - 74\ \text{МПа}$$

Среднее значение действующего напряжения $\bar{\sigma}_a = \frac{4}{\pi\cdot 10{,}86^2}\left[0{,}5\cdot 0{,}2\cdot 9\cdot 10^3 + \frac{0{,}1}{3}\left(1{,}67\cdot 10^4 + 0{,}5\cdot 0{,}2\cdot 9\cdot 10^3\right)\right] = 16\ \text{МПа}$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$\bar{n}_a = \frac{74}{16} = 4{,}63$

Коэффициент вариации предела выносливости определяют, принимая $\vartheta_\delta = 0{,}07$, $\vartheta_a = 0{,}023$

$$\vartheta_{-1D} = \sqrt{0{,}07^2 + 0{,}1^2 + 0{,}023^2} = 0{,}124$$

Квантиль определяется по приведенной выше формуле

$$u_{p_4} = -\frac{4{,}63 - 1}{\sqrt{4{,}63^2 + 0{,}124^2 + 0{,}1^2}} = -6{,}22$$

По таблице определяем P_4 = 0,9999

В целом вероятность безотказной работы данного болтового соединения

$$P = P_1\cdot P_2\cdot P_3\cdot P_4 = 0{,}9999\cdot 0{,}9997\cdot 0{,}9997\cdot 0{,}9999 = 0{,}9992$$

3.2 Надежность соединений с натягом

Актуальность расчета надежности этих соединений вызывается большим рассеянием:

1) натягов, образуемых как разность двух больших близких размеров – диаметров вала и отверстия;

2) коэффициентов трения, зависящих от многих факторов – состояния поверхности, оксидных пленок, случайного попадания масла;

3) внешних нагрузок.

Предельный по прочности сцепления момент, (Н· м)

$$= 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot l \cdot p \cdot \frac{f}{k}$$

Где d – диаметр соединения, мм;

l – длина соединения, мм;

р – давление на посадочных поверхностях, МПа;

f – коэффициент трения;

к=1,5 – коэффициент, учитывающий возможность уменьшения сил сцепления со временем (от местных обмятый и частичного снятия сил трения).

Давление на посадочных поверхностях

$$P = \frac{(N - U) \cdot E \cdot 10^{-3}}{d \cdot (1 + \psi)},$$

Где N– натяг, мкм;

U – поправка на обмятые посадочных поверхностей, мкм;

E – модуль упругости, МПа;

ψ – коэффициент поперечного сжатия;

Поправка на обмятие посадочных поверхностей зависит от высоты их микронеровностей

$$U = 1{,}2 \cdot (R_{z1} + R_{z2}),$$

Где R_{z1} и R_{z2} – высота микронеровностей вала и отверстия, мкм.

Для соединения сплошного вала со ступицей коэффициент поперечного сжатия

$$\Psi = \frac{1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2},$$

Где D − где D – наружный диаметр ступицы, мм.

Коэффициент вариации предельного момента

$$\vartheta_{lim} = \sqrt{\vartheta_p^2 + \vartheta_f^2},$$

где ϑ_p – коэффициент вариации давления;

ϑ_f – коэффициент вариации коэффициента трения.

$\bar{p}$

Среднее значение давления вычисляют по вышеприведенной фор-муле для p, в которую подставляют среднее значение натяга $\overline{N}$.

Коэффициент вариации давления

$$\vartheta_p = \frac{S_N}{N - U} = \vartheta_N \cdot \frac{1}{1 - \frac{U}{\overline{N}}},$$

Где S_N – среднее квадратическое отклонение натяга ϑ_N – коэффициент вариации натяга.

Среднее значение натяга

$$\overline{N} = \bar{e} - \bar{E} = ei + 0{,}5(t_c - t_E),$$

где $\bar{e}$ – среднее значение отклонения вала;

$\bar{E}$ – с реднее значение отклонения отверстия;

ei – нижнее отклонение диаметра вала;

t_c – табличное значение допуска диаметра вала;

t_E – табличное значение допуска диаметра отверстия

Среднее квадратическое отклонение натяга

$$S_N = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{t_e^2 + t_E^2},$$

Коэффициент вариации натяга

$$\vartheta_N = \frac{S_N}{\overline{N}}.$$

При изготовлении вала и отверстия по одинаковым квалитетам точности.

$$t_e = t_E = t,$$

где t – допуск соединения.

Отсюда среднее значение натяга $\overline{N} = ei$.

Коэффициент вариации натяга

$$\vartheta_N = \frac{\sqrt{2} \cdot t}{6 \cdot ei} = 0{,}236 \cdot \frac{t}{ei}.$$

Рассмотрим общую задачу оценки надежности соединения с натягом под действием момента со средним значением $\overline{T}$ и коэффициентом вариации ϑ_T

1) Вероятность P_c безотказной работы соединения по критерию прочности сцепления определяется по таблице в зависимости от квантили

$$U_p = -(\overline{n}_c - 1)/\sqrt{(\overline{n}_c^2 \cdot \vartheta_{\lim}^2 + \vartheta_T^2)},$$

Где $\overline{n}_c$ – коэффициент запаса прочности сцепления по средним значениям моментов.

$$\overline{n}_c = \frac{\overline{T}_{lim}}{\overline{T}},$$

где $\overline{T}_{\lim}$ – среднее значение предельного момента;

$\overline{T}$ – среднее значение момента нагружения.

Условие прочности запишется где

наибольшее эквивалентное напряжение;

$G_{t_2,}$ - предел текучести материала охватывающей детали.

Среднее значение эквивалентного напряжения

Коэффициент вариации $\upsilon_{экв}$ напряжения равен коэффициенту вариации υ_p давления на посадочной поверхности соединения

$$\upsilon_{экв} = \upsilon_p$$

2) Вероятность безотказной работы P_n по критерию прочности деталей определяем в зависимости от квантили

,

Где $\bar{n}_n$ – коэффициент запаса прочности по средним значениям пре-дела текучести и эквивалентного напряжения;

υ_1 – коэффициент вариации предела текучести.

Коэффициент запаса прочности

$$\bar{n}_n = \bar{G}_{t_2} / \bar{G}_{экв},$$

В целом надежность соединения с натягом определяем как произведение

вероятностей

$$P = P_c \cdot P_n$$

Рассмотрим определение надежности соединения с натягом на следующих примерах.

Пример 1.

Соединение зубчатого колеса со сплошным валом диаметром d=48ммсоответствует посадке H8/x8. Соединение нагружено вращающим моментом T, заданным случайной нормально распределенной величиной со средним значением $\bar{T}$ = 1050 H и коэффициентом вариации $\upsilon_T = 0{,}12$

Диаметр ступицы зубчатого колеса D= 85mm

Длина посадочной поверхности l = 60mm.

Среднее значение коэффициента трения *f=0,12*

Коэффициент вариации коэффициента трения v_f = 0,1

Коэффициент, учитывая уменьшение сил сцепления со временем k=1,5

Определить вероятность безотказной работы соединения по критерию прочности сцепления P_c

*Дополнительные данные по справочной литературе:

1) Модуль упругости материала (сталь) деталей   E=2,1$\cdot 10^5$ *МПа*

2) Высота микронеровностей посадочных поверхностей (в зависимости от чистоты обработки, т.е. значения величины шероховатости)

R_{Z1}=4 мкм – высота микронеровностей для вала;

R_{Z2} = 6 мкм – высота микронеровностей для отверстия.

3) По таблицам допусков для посадки H8/x8 и d=48мм

верхнее отклонение +136 мкм,

нижнее отклонение +97 мкм.

Отсюда допуск 136- 97 = 39 мкм

Нижнее отклонение вала ei = 97 мкм

Решение.

Среднее значение натяга $N = ei = 97\ mkm$

Коэффициент вариации натяга $v_N = \sqrt{2}\cdot\frac{t}{6}\cdot ei = \sqrt{2\cdot\frac{39}{6}\cdot 97 = 0{,}0948}$

Поправка на обмятые посадочных поверхностей (микронеровностей)

U=1,2$\cdot(R_1 Z1 + R_{Z2})$ = 1,2$\cdot(4+6) = 12$ мкм.

$$\Psi = \frac{1+\left(\frac{d}{D}\right)^2}{1-\left(\frac{d}{D}\right)^2} = 1{,}936$$

Среднее значение давления на посадочной поверхности

$$\bar{P} = \frac{\overline{(N-U)} \cdot E \cdot 10^{-3}}{d(1+\Psi)} = \frac{(97-12)\cdot 2{,}1 \cdot 10^{5}}{48(1+1{,}936)} 10^{-3} = 126{,}7 \text{ МПа}$$

Коэффициент вариации давления p

$$v_p = v_N \frac{1}{1-\frac{U}{N}} = 0{,}0948 \frac{1}{\left(1-\frac{12}{97}\right)} = 0{,}108$$

Среднее значение предельного по прочности сцепления момента

$$\bar{T}_{lim} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot l \cdot \bar{p} \cdot \bar{f} \cdot \frac{1}{k} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 48^2 \cdot 60 \cdot 126{,}7 \cdot 0{,}12 \cdot \frac{1}{1{,}5} = 2200$$

Н$\cdot m$

Коэффициент вариации предельного момента

$$v_{lim} = \sqrt{v_p^2 + v_f^2} = \sqrt{0{,}108^2 + 0{,}1^2} = 0{,}148$$

Коэффициент запаса прочности сцепления по средним значениям моментов

$$\bar{n}_c = \frac{\bar{T}_{lim}}{\bar{T}} = \frac{2200}{1050} = 2{,}09.$$

Квантиль нормированного нормального распределения

$$U_p = -(\bar{n}_c - 1)/\sqrt{\bar{n}_c^2 \cdot v_{lim}^2 + v_t^2} = \frac{2{,}09-1}{\sqrt{2{,}09^2 \cdot 0{,}148^2 + 0{,}12^2}} = -3{,}285.$$

Вероятность безотказной работы определяем по таблице: $P_c = 0{,}9995$.

Пример 2.

Определить ВБР по критерию прочности охватывающей детали (ступицы колеса).

Характеристика соединения приведена в примере 1.

Среднее значение предела текучести материала охватывающей детали

G_{t_2} =580 *МПа*, коэффициент вариации v_1 =0,06.

Решение.

Среднее значение эквивалентного напряжения у посадочной поверхности ступицы колеса

$$= \frac{2 \cdot 126{,}7}{1 - \left(\frac{48}{85}\right)^2} = 372 \text{ } МПа.$$

Коэффициент вариации эквивалентного напряжения

.

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_n = \frac{\bar{G}_{t_2}}{\bar{G}_{экв}} = 580/372 = 1{,}56.$$

Квантиль нормированного нормального распределения

$$= -\frac{1{,}56 - 1}{\sqrt{1{,}56^2 \cdot 0{,}06^2 + 0{,}108^2}} = -3{,}92$$

Вероятность безотказной работы определяем по таблице: $P_n = 0{,}9999$

В целом надежность соединения

$$P = P_c \cdot P_n = 0{,}9995 \cdot 0{,}9999 = 0{,}9994 \text{ .}$$

3.3. Надежность зубчатых передач

Надежность зубчатых передач определяется по двум критериям.

1) Расчет на сопротивление контактной усталости.

Вероятность безотказной работы $P_н$ по критерию сопротивления контактной усталости определяем как вероятность того, что контактное напряжение (расчетный параметр) $G_н$ не превышает предела контактной выносливости (предельное значение расчетного параметра) $G_{H\,lim}$

$$P_H = Вер(G_H < G_{H\,lim})$$

Контактное напряжение G_H, *МПа,*

$$G_H = 6{,}13 \cdot 10^3 \cdot Z_H \cdot \frac{1}{a_w} \cdot \sqrt{\frac{T_{1H} \cdot (u \pm 1)}{b_w \cdot u}} \cdot K_{H\Sigma}$$

Z_H – коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей;

a_w – межосевое расстояние, мм;

b_w – рабочая ширина венца, мм;

u – передаточное число;

T_{1H} – крутящий момент на шестерне при работе в номинальном

режиме (сокращенно номинальный момент), Нм

– коэффициент нагрузки.

Коэффициент нагрузки учитывает влияние следующих факторов

$$= K_a \cdot K_{H\beta} \cdot K_{tn} \cdot K_{H\alpha}$$

K_a – коэффициент внешней нагрузки;

$K_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине венца;

K_{tn} – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении;

$K_{H\alpha}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

Коэффициент вариации нагрузки определяется из выражения

$$\upsilon_{H\Sigma} = \sqrt{\upsilon_{H\beta}^2 + \upsilon_A^2 + \upsilon_{HV}^2 + \upsilon_{H\alpha}^2},$$

Где $\upsilon_A, \upsilon_{H\beta}, \vartheta_{HV}, \upsilon_{H\alpha}$ – коэффициенты вариации соответственно величин $K_A, K_{H\beta}, K_{HV}, K_{H\alpha}$.

Коэффициент вариации υ_{GH} контактного напряжения G_H принимается равным

$$\upsilon_{GH} = 0{,}5\ \upsilon_{H\Sigma}.$$

Среднее значение контактного напряжения $\bar{G}_H$ вычисляют по выше-приведенной формуле для G_H, в которую вместо коэффициента нагрузки $K_{H\Sigma}$ подставляют его среднее значение $\bar{K}_{H\Sigma}$, равное произведению средних значений частных коэффициентов нагрузки $\bar{K}_A, \bar{K}_{H\beta}, \overline{K}_{HV}, \bar{K}_{H\alpha}$.

1) Коэффициент внешней нагрузки (K_A)

В расчетах должны задаваться средние значения $\bar{K}_A$ и коэффициент вариации υ_A коэффициента внешней нагрузки. Два варианта подхода:

а) Если задаются предельные значения K_{Amin} и K_{Amax}, то

$$\bar{K}_A = 0{,}5(K_{Amin} + K_{Amax});$$

$$\upsilon_A = \frac{S_A}{\bar{K}_A},$$

Где $S_A = \frac{(K_{Amax} - K_{Amin})}{6}$ – среднее квадратическое отклонение.

б) Если внешняя нагрузка задается средним значением момента T и коэффициентом вариации υ_T, то

$$\bar{K}_A = \frac{\bar{T}}{\bar{T}_{1H}},$$

$$\upsilon_A = \upsilon_T.$$

2) Коэффициент распределения нагрузки по ширине венца ($K_1(H\beta)$)

$$\bar{K}_{H\beta} = 1 + \frac{0{,}4 \cdot b_w^2 \cdot C_\Sigma \cdot \gamma}{F_{Hm}} \cdot K_{Hw,}$$

где C_Σ - суммарная удельная жесткость сопряженных зубьев;

γ – суммарный угол перекоса зубьев;

$K_{Hw,}$– коэффициент, учитывающий приработку зубьев;

F_{Hm} – приведенная окружная сила.

Суммарный угол перекоса зубьев

$$\gamma = \gamma_w + \gamma_{\Delta,}$$

Где γ_w –угол перекоса зубьев, вызванный упругими деформациями всех деталей: валов, подшипников, зубьев;

$\gamma_{\Delta,}$ – среднее значение угла перекоса зубьев, вызванное неточностью изготовления. Приведенная окружная сила

$$F_{Hm} = \bar{K}_A + F_{Ht}$$

Где F_{Ht} - окружная сила.

Коэффициент вариации коэффициента распределения нагрузки по ширине венца

$$\upsilon_{H\beta} = \frac{1}{9} \cdot \frac{\bar{H}_{H\beta} - 1}{\bar{K}_{H\beta}}.$$

3) Коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку(K_m)

$$\bar{K}_{HV} = 1 + cX,$$

где где с – коэффициент, пропорциональный окружной скорости, приведенной массе и обратно пропорциональный передаваемой удельной нагрузке;

Х – случайная величина, учитывающая влияние следующих факторов.

$$X = \varphi \cdot \sqrt{\Delta_{a,}}$$

где φ – коэффициент, учитывающий снижение динамической нагрузки вследствие кратковременности ее действия и приработки;

$\bar{\Delta}_{a,}$ – разность шагов зацепления (случайная величина – поэтому среднее значение).

Коэффициент вариации величины $\bar{K}_{H\gamma}$

$$\upsilon_{HV} = \frac{\bar{K}_{HV} - 1}{\bar{K}_{HV}} \cdot \upsilon_{x,}$$

Где $\upsilon_{x,}$ - коэффициент вариации случайной величины Х.

$$\upsilon_x = \sqrt{\upsilon_\varphi^2 + (0{,}5 \cdot \upsilon_{\Delta\alpha})^2},$$

Где υ_φ, $\upsilon_{\Delta\alpha}$ – коэффициент вариации величин φ и Δ_α.

В практических расчетах при известных границах изменения υ_φ и $\upsilon_{\Delta\alpha}$ принимается

$\upsilon_{HV} \approx 0{,}17 \cdot \frac{\bar{K}_{HV} - 1}{\bar{K}_{HV}}$ – при твердости поверхности зубьев ННВ 350

$\upsilon_{HV} \approx 0{,}23 \cdot \frac{\bar{K}_{HV} - 1}{\bar{K}_{HV}}$ – при твердости поверхности зубьев Н≤ НВ 350

4) Коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями $\bar{K}_{H\alpha}$

$$K_{H\alpha} = \alpha_{H\alpha} + b_{H\alpha} \cdot \bar{\Delta}_\alpha,$$

где $\alpha_{H\alpha}$– предельная величина, зависящая от коэффициента перекрытия;

$b_{H\alpha}$– коэффициент пропорциональности, зависящий от передаваемой удельной нагрузки, жесткости, приработки зубьев, коэффициента перекрытия;

$\bar{\Delta}_\alpha$ – среднее значение разности шагов зацепления.

Коэффициент вариации коэффициента $\bar{K}_{H\alpha}$

$$\upsilon_{H\alpha} = \frac{(\bar{K}_{H\alpha} - \alpha_{H\alpha})}{\bar{K}_{H\alpha}} \cdot \upsilon_{\Delta\alpha}.$$

В практических расчетах коэффициент вариации $\upsilon_{H\alpha}$ выбирается в зависимости от среднего значения коэффициента $\bar{K}_{H\alpha}$

$\bar{K}_{H\alpha}$	1…0,95	0,95…0,9	0,9…0,85	0,85…0,8	< 0,8
$\upsilon_{H\alpha}$	0	0,05	0,08	0,05	0

В качестве предельной величины расчетного параметра принимают предел контактной выносливости зубчатых колес G_{Hlim}

Среднее значение напряжения G_{Hlim} определяют по зависимости

,

Где $\bar{G}^{0}_{Hlim}$ – среднее значение длительного предела выносливости базового образца;

$K_{H\gamma}$ – коэффициент долговечности;

- произведение «m» коэффициентов, учитывающих влияние смазки, размеров зубчатого колеса, шероховатости сопряженных зубьев, окружную скорость.

Величина $\bar{G}_{Hlim}$ определяется по формуле

$$\bar{G}_{Hlim} = K_r \cdot (a \cdot \bar{H} + b),$$

Где a, b – постоянные, значения которых выбирают по справочнику;

K_r – коэффициент, учитывающий, какой вероятности неразрушения соответствует определенный предел выносливости;

$\bar{H}$ – средняя твердость поверхности зубьев.

Коэффициент K_r определяют по формуле

$$K_r = \frac{1}{1 + U_r \cdot \upsilon^{0}_{Hlim}},$$

Где U_r – квантиль нормированного нормального распределения, зависящая от вероятности не разрушения определяемого предела выносливости;

υ^{0}_{Hlim} – коэффициент вариации длительного предела выносливости базового образца.

В расчетах вероятность неразрушения принимают равной 0,9, что соответствует значению квантили $U_r = 1{,}28$.

Значение коэффициента вариации длительного предела выносливости базового образца

$\upsilon^{0}_{Hlim} = 0{,}08 \ldots .0{,}1$ - для зубьев без термической обработки их поверхности;

$\upsilon^{0}_{Hlim} = 0{,}1 \ldots 0{,}12$ - для поверхностно упрочненных зубьев.

Коэффициент вариации предела выносливости

$$\upsilon_{hlim} = \sqrt{\left(\upsilon_{HLIM}^{2}\right)^{2} + 0{,}05^{2}}.$$

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления контактной усталости P_H определяют по таблице в зависимости от величины квантили U_r.

$$U_r = \frac{\bar{n}_H - 1}{\sqrt{\bar{n}_H^{2} \cdot \upsilon_{Hlim}^{2} + \upsilon_{GH}^{2}}},$$

Где $\bar{n}_F$ – коэффициент запаса прочности по средним напряжениям.

$$\bar{n}_H = \frac{\bar{G}_{Hlim}}{\bar{G}_H}.$$

2) Расчет на сопротивление усталости при изгибе.

В качестве расчетного параметра принимают напряжение на поверхности зуба G_F, МПа,

$$G_F = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot T_{1F} \cdot K_{F\Sigma}}{b_w \cdot d_1 \cdot m} \cdot Y_F \cdot Y_\beta,$$

где T_{1F} – номинальный крутящий момент на шестерне,

$K_{F\Sigma}$ – коэффициент нагрузки;

b_w – ширина венца, мм;

d_1 – делительный диаметр шестерни, мм;

m – модуль, мм;

Y_F – коэффициент, учитывающий форму зуба;

Y_β – коэффициент, учитывающий наклон зуба.

Среднее значение коэффициента нагрузки $\bar{K}_{F\Sigma}$

$$\bar{K}_{F\Sigma} = \bar{K}_A \cdot \bar{K}_{F\beta} \cdot \bar{K}_{FV} \cdot \bar{K}_{F\Sigma},$$

Где $\bar{K}_A$ – коэффициент внешней нагрузки;

$\bar{K}_{F\beta}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине венца;

$\bar{K}_{FV}$ – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку;

$\bar{K}_{F\alpha}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

В качестве предельной величины расчетного параметра принимают предел выносливости зубчатого колеса при изгибе G_{Flim}

Среднее значение предела выносливости

$$\overline{G}_{F\lim} = \overline{G}^{0}_{F\lim} \cdot K_z \cdot K_{FL} \cdot \prod_{i=1}^{m} K_i,$$

где $\bar{G}^{0}_{Flim}$ – среднее значение предела выносливости зубьев базового образца (* обычно зубчатого колеса модулем 3мм, реже 5мм);

K_z – коэффициент, учитывающий многоэлементность (многозубость) зубчатого колеса;

K_{HL} – коэффициент долговечности;

$\prod_{i=1}^{m} K_i$ – произведение корректирующих коэффициентов, учиты-вающих отличие коэффициентов концентрации и шероховатости поверх-ностей базового и рассчитываемого колеса, масштабный фактор, техно-логию изготовления и других назначаемых на основе накопленных ранее результатов исследований.

В расчетах предел выносливости задают для типовых материалов и способов упрочнений в функции твердости или в виде числовых значений.

Для нормализованных и улучшенных сталей:

G^{0}_{Flim} = 1,35НВ+100,

где НВ – твердость по Бринеллю.

Для цементованных легированных сталей:

$G^{0}_{Flim} = 800 \dots 900$ МПа

Для определения среднего значения $\overline{G}^{0}_{Flim}$ рекомендуемые значения G^{0}_{Flim} следует умножать на коэффициент K_{γ}, учитывающий вероятность Р (G^{0}_{Flim}) неразрушения предела выносливости.

Коэффициент K_p определяют по формуле

$$K_p = \frac{1}{1 + U_p \cdot \upsilon^{0}_{Flim}},$$

где U_p – квантиль нормального распределения. В расчетах принимают при вероятности: $0{,}9 \longrightarrow U_p = 1{,}28$.

$\upsilon^{0}_{F\lim}$ – коэффициент вариации предела выносливости зубьев базового образца:

$\upsilon^{0}_{F\lim} = 0{,}08...0{,}1$ – для нормализованных и улучшенных зубчатых колес;

$\upsilon^{0}_{F\lim} = 0{,}1...0{,}14$ – для зубчатых колес с объемной закалкой ТВЧ;

$\upsilon^{0}_{F\lim} = 0{,}1...0{,}12$ – для азотированных колес.

Среднее значение $\overline{G}_{F\lim}$ и коэффициент вариации $\upsilon_{F\lim}$ предела выносливости рассчитывают с учетом коэффициентов: 1) K_z – коэффициент, учитывающий многоэлементность зубчатого колеса; 2) α_z – параметр, учитывающий многоэлементность зубчатого колеса.

Численные значения K_z и α_z принимают в зависимости от коэффициента вариации предела выносливости зубьев базового образца $\upsilon^{0}_{F\lim}$.

$\upsilon^{0}_{F\lim}$	0,08	0,10	0,12	0,14
K_z	0,85…0,80	0,80…0,75	0,77…0,70	0,75…0,65
α_z	0,62...0,54	0,65…0,57	0,68…0,60	0,70…0,66

Коэффициент вариации $\upsilon_{F\lim}$ предела выносливости зубчатого колеса

$$\upsilon_{F\lim} = \sqrt{(\alpha_z \cdot \upsilon^{0}_{F\lim})^2 + 0{,}14^2},$$

где $(\alpha_z \cdot \upsilon^{0}_{F\lim})$ – коэффициент вариации предела выносливости базового колеса, имеющего одинаковое с рассчитываемым колесом число зубьев.

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости при изгибе P_F определяется по таблице в зависимости от квантили

$$U_P = \frac{\overline{n}_F - 1}{\sqrt{\overline{n}_F^2 \cdot \upsilon_{F\,\lim}^2 + \upsilon_{GF}^2}},$$

где $\overline{n}_F$ – коэффициент запаса прочности по средним напряжениям, равный

$$\overline{n}_F = \overline{G}_{F\,\lim} / \overline{G}_F.$$

Надежность зубчатых колес в комплексе

$$P = P_H \cdot P_F,$$

где P_H и P_F – ВБР по критерию сопротивления усталости при контакте и изгибе соответственно.

Рассмотрим определение надежности зубчатых передач на следующих примерах.

Пример 1.

Для цилиндрической прямозубой передачи рассчитать вероятность безотказной работы по критерию сопротивления контактной усталости.

Среднее значение контактных напряжений $\overline{G}_H = 600 МПа$.

Среднее значение частных коэффициентов $\overline{K}_A = 1$, $\overline{K}_{H\beta} = 1{,}15$, $\overline{K}_{HV} = 1{,}2$, $\overline{K}_{H\alpha} = 0{,}8$.

Коэффициент вариации коэффициента внешней нагрузки $\upsilon_A = 0{,}1$.

Колеса выполнены из улучшенных сталей без термической обработки поверхности зубьев.

Среднее значение предела выносливости $\overline{G}_{H\,\lim} = 780 МПа$.

Решение.

Определяем коэффициенты вариации частных коэффициентов нагрузки

$$\upsilon_{H\beta} = \frac{1}{9} \cdot \frac{\overline{K}_{H\beta} - 1}{\overline{K}_{H\beta}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1{,}15 - 1}{1{,}15} = 0{,}014;$$

$$\upsilon_{HV} = 0{,}17 \cdot \frac{\overline{K}_{HV} - 1}{\overline{K}_{HV}} = 0{,}17 \cdot \frac{1{,}2 - 1}{1{,}2} = 0{,}028;$$

$$\upsilon_{H\alpha} = 0{,}05.$$

Коэффициент вариации коэффициента нагрузки

$$\upsilon_{H\,\Sigma} = \sqrt{\upsilon_A^2 + \upsilon_{H\beta}^2 + \upsilon_{HV}^2 + \upsilon_{H\alpha}^2} = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}014^2 + 0{,}028^2 + 0{,}05^2} = 0{,}116.$$

Коэффициент вариации контактного напряжения

$$\upsilon_{GH} = 0{,}5 \cdot \upsilon_{H\,\Sigma} = 0{,}5 \cdot 0{,}116 = 0{,}058.$$

Принимая коэффициенты вариации базового образца $\upsilon^0_{H\ \lim} = 0{,}09$, определяем коэффициент вариации зубчатого колеса

$$\upsilon_{H\ \lim} = \sqrt{(\upsilon^0_{H\ \lim})^2 + 0{,}05^2} = \sqrt{0{,}09^2 + 0{,}05^2} = 0{,}103.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_H = \frac{\bar{G}_{H\ \lim}}{\bar{G}_H} = \frac{780}{600} = 1{,}3.$$

Квантиль нормального распределения

$$U_P = -\frac{\bar{n}_H - 1}{\sqrt{\bar{n}_H^2 \cdot \upsilon^2_{H\ \lim} + \upsilon^2_{GH}}} = -\frac{1{,}3 - 1}{\sqrt{1{,}3^2 \cdot 0{,}103^2 + 0{,}058^2}} = -2{,}197.$$

По таблице ВБР по критерию сопротивления контактной усталости $P_H = 0{,}986$.

Пример 2.

Рассчитать вероятность безотказной работы колеса прямозубой цилиндрической передачи по критерию сопротивления усталости при изгибе.

Материал зубчатого колеса – *Сталь 45.*

Термообработка – *улучшение*.

Твердость зубчатого колеса – *НВ 300*.

Коэффициент долговечности $K_{FL} = 1$; корректирующие коэффициенты $K_i = 1$.

Среднее значение и коэффициент вариации напряжения изгиба в опасном сечении зуба соответственно равны $\bar{G}_F = 280 МПа$, $\upsilon_{GF} = 0{,}12$.

Решение.

В соответствии с рекомендациями для улучшенных колес принимаем коэффициент вариации предела выносливости базового образца $\upsilon^0_{F\ \lim} = 0{,}09$.

Среднее значение $\bar{G}^0_{F\ \lim}$ вычисляют по формуле

$$\bar{G}^0_{F\ \lim} = (1{,}35HB + 100) \cdot \frac{1}{1 + U_P \cdot \upsilon^0_{F\ \lim}} = (1{,}35 \cdot 300 + 100) \cdot \frac{1}{1 + 1{,}28 \cdot 0{,}09} = 571 МПа.$$

Определяем среднее значение предела выносливости рассчитываемого зубчатого колеса

$$\overline{G}_{F\lim} = \overline{G}^{0}_{F\lim} \cdot K_Z \cdot K_{FL} \cdot \prod_i K_i = 571 \cdot 0{,}8 \cdot 1 \cdot 1 = 457 МПа.$$

Вероятность безотказной работы определяется по квантили нормированного нормального распределения

3.4. НАДЕЖНОСТЬ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ

Вероятность безотказной работы определяется с учетом выполнения условия

$$P \cdot L^{\frac{1}{p}} < C,$$

где P – динамическая эквивалентная нагрузка;

L – заданный ресурс;

C – динамическая грузоподъемность;

p – показатель степени:

$p=3$ – для шарикоподшипников;

$p=10/3$ – для роликоподшипников.

Заданный ресурс L определяют в миллионах оборотов по формуле

$$L = 60 \cdot n \cdot L_h \cdot 10^{-6},$$

где n – частота вращения внутреннего кольца подшипника, мин$^{-1}$

L_h – требуемый ресурс, ч.

$$U_P = -\frac{\overline{n}-1}{\sqrt{\overline{n}^2 \cdot \upsilon_C^2 + \upsilon_P^2}},$$

где $\overline{n}$ – коэффициент запаса по средним нагрузкам;

υ_C – коэффициент вариации динамической грузоподъемности;

υ_P – коэффициент вариации динамической эквивалентной нагрузки.

Коэффициент запаса по средним нагрузкам

$$\overline{n} = \frac{\overline{C}}{\overline{P} \cdot L^{\frac{1}{p}}},$$

где $\overline{C}$ – среднее значение динамической грузоподъемности;

$\overline{P}$ – среднее значение динамической эквивалентной нагрузки.

Среднее значение динамической грузоподъемности в соответствии с ГОСТ 18855-82 принимается:

$\overline{C} = 1{,}46 \cdot C_{90}$ – для роликоподшипников;

$\overline{C} = 1{,}52 \cdot C_{90}$ – для шарикоподшипников;

C_{90} – 90%-ная динамическая грузоподъемность. Значения приводятся в справочниках.

Отсюда коэффициент запаса по средним нагрузкам:

$$\overline{n} = \frac{1{,}46 \cdot C_{90}}{\overline{P} \cdot L^{0,3}}$$ – для роликоподшипников;

$$\overline{n} = \frac{1{,}52 \cdot C_{90}}{\overline{P} \cdot L^{\frac{1}{3}}}$$ – для шарикоподшипников.

При расчете среднего значения динамической эквивалентной нагрузки $\overline{P}$ учитывают средние значения радиальной и осевой нагрузок, действующих на подшипник.

Коэффициент вариации динамической эквивалентной нагрузки υ_P принимается равным коэффициенту вариации внешней нагрузки υ_F, действующей на подшипник.

Коэффициент вариации динамической грузоподъемности

$\upsilon_C = 0{,}25$ – для роликоподшипников;

$\upsilon_C = 0{,}27$ – для шарикоподшипников.

Пример.

Определить вероятность безотказной работы роликоподшипника № 2207, нагруженного случайной радиальной силой, коэффициент вариации которой $\upsilon_F = 0{,}12$. Частота вращения внутреннего кольца подшипника $n = 300 мин^{-1}$. Требуемый ресурс $L_h = 3500 ч$. Среднее значение эквивалентной нагрузки $\overline{P} = 4500 H$.

Решение:

Вычисляем заданный ресурс в миллионах оборотов

$$L = 60 \cdot n \cdot L_h \cdot 10^{-6} = 60 \cdot 300 \cdot 3500 \cdot 10^{-6} = 63.$$

Среднее значение динамической грузоподъемности

$$\overline{C} = 1{,}46 \cdot C_{90} = 1{,}46 \cdot 25600 = 37400 H.$$

Коэффициент запаса по средним нагрузкам

$$\overline{n} = \frac{\overline{C}}{\overline{P} \cdot L^{\frac{1}{p}}} = \frac{37400}{4500 \cdot 63^{\frac{3}{10}}} = 2{,}40.$$

Коэффициент вариации эквивалентной динамической нагрузки принимаем равным коэффициенту вариации внешней нагрузки $\upsilon_P = \upsilon_F = 0{,}12$.

Квантиль нормированного нормального распределения

$$U_P = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\overline{n}^2 \cdot \upsilon_C^2 + \upsilon_P^2}} = -\frac{2{,}4 - 1}{\sqrt{2{,}4^2 \cdot 0{,}25^2 + 0{,}12^2}} = -2{,}288.$$

По таблице ВБР $P_L = 0{,}989$.

СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ

4.1. ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Расчет показателей надежности системы, в зависимости от ее назначения и последствий отказа, проводится по следующим условиям:

Для невосстанавливаемых систем – работа до первого отказа;

Для восстанавливаемых систем – работа до предельного состояния, оценка которого проводится по двум критериям:

1) По критерию эффективности (оценивается ресурс системы);

2) По критерию материальных и стоимостных затрат на восстановление работоспособности.

Структурный анализ состоит:

1) В выявлении элементов, отказы которых приводят к изменению состояния системы.

2) В установлении логических связей между отказами отдельных элементов.

Если отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всей системы, то они образуют последовательную цепочку.

$$\boxed{P_1;Q_1} \text{———} \boxed{P_2;Q_2} \text{- - - -} \boxed{P_n;Q_n}$$

$P_1 ... P_n$ – вероятность безотказной работы элементов;

$Q_1 ... Q_n$ – вероятность отказа элементов.

Вероятность безотказной работы P такой цепочки определяется по формуле

$$P = \prod_{i=1}^{n} P_i,$$

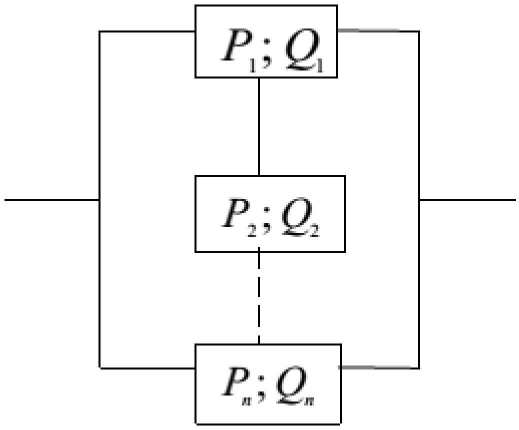
а вероятность отказа – по формуле

$$Q = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - Q_i).$$

Наработка до отказа такой системы равна минимальному значению наработки i-го элемента

$$T_1 = \min_{i=1}^{n} \{T_i\}.$$

Если отказ всей системы происходит только при одновременном отказе ряда элементов, то они образуют между собой параллельную цепочку.



Вероятность безотказной работы такой цепочки определяется по формуле

$$P = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - P_i),$$

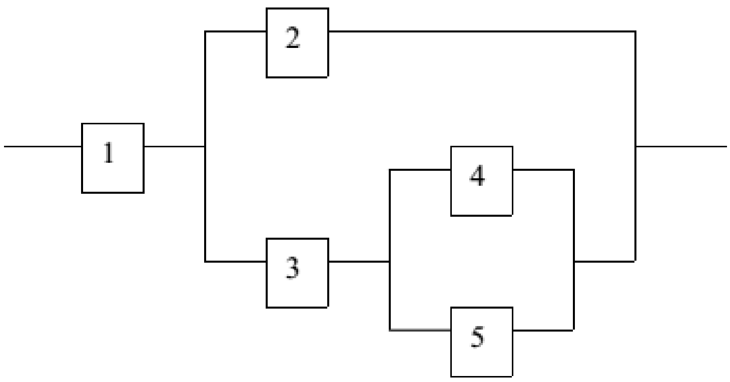
а вероятность отказа – по формуле

$$Q = \prod_{i=1}^{n} Q_i.$$

Наработка до отказа такой системы равна максимальному значению наработки i-го элемента

$$T_1 = \max_{i=1}^{n}\{T_i\}.$$

Например, имеется следующая структурная схема соединения элементов



Решение определяется в следующей последовательности:

1) $P_{4-5} = 1-(1-P_4)\cdot(1-P_5)$;

2) $P_{3-5} = P_3 \cdot P_{4-5}$;

3) $P_{2-5} = 1-(1-P_2)\cdot(1-P_{3-5})$;

4) $P_C = P_1 \cdot P_{2-5}$.

4.2. ПОРЯДОК РАСЧЕТА СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ

За критерий принимаются затраты на текущий и капитальный ремонт. Обозначим:

Z_{KP} – минимальные затраты на капитальный ремонт машины (агрегатно–узловым методом);

Z_{TP} – минимальные затраты на текущий ремонт машины;

Z_i – затраты на ремонт узлов, входящих в машину.

Порядок расчета:

1) Определяется коэффициент α – отношение нормируемых затрат на текущий и капитальный ремонт (норматив текущего ремонта)

$$\alpha = \frac{Z_{TP}}{Z_{KP}}.$$

2) Определяются ранги R_i ремонтных затрат узлов

$$R_i = \frac{Z_i}{Z_{KP}}.$$

3) Выстраивается последовательность ранго

$R_1 \geq R_2 \geq \ldots 1 > R_i \geq R_{i+1} \geq \cdots \alpha > R_j \geq \ldots R_n$.

4) Формируются структурные схемы соединения:

а) Узлы с $R_i \geq 1$ – составляют самостоятельные ремонтные комплекты и в структурной схеме соединяются последовательно.

б) Узлы с $1 > R_i \geq \alpha$ – составляют самостоятельные ремонтные комплекты и в структурной схеме соединяются последовательно.

в) Узлы с $R_i < \alpha$ – группируются в параллельные цепи с минимальным их числом и с суммарным рангом $\Sigma R_i \geq 1$; в совокупности эти узлы составляют самостоятельные ремонтные комплекты.

г) Оставшиеся узлы – группируются в параллельные с минимальным их числом и с суммарным рангом $\Sigma R_i \geq 1$ г; в совокупности эти узлы составляют самостоятельные ремонтные комплекты.

д) Если суммарный ранг оставшихся узлов $\Sigma R < \alpha$, то они не составляют ремонтного комплекта и исключаются из рассмотрения.

е) Все ремонтные комплекты соединяются в последовательную цепь и производится расчет их надежности.

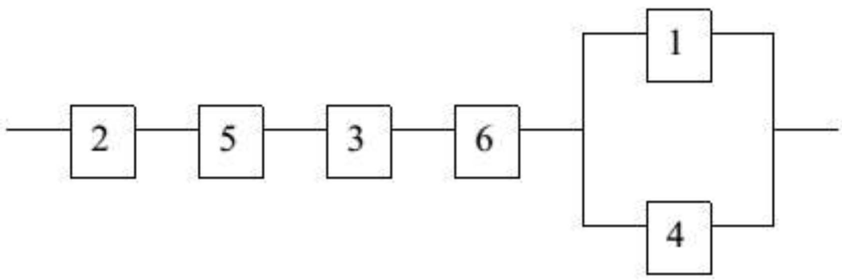
Пример.

Машина состоит из 6 узлов с рангами ремонтных затрат: $R_1 = 0{,}45$; $R_2 = 1{,}2$; $R_3 = 0{,}8$; $R_4 = 0{,}6$; $R_5 = 1{,}1$; $R_6 = 0{,}75$. Норматив текущего ремонта $\alpha = 0{,}7$.

Выстраивается последовательность:

1,2>1,1>1>0,8>0,75>0,7>0,6>0,45.

Узлы с рангами $R_i > 1$ и $R_i > \alpha$ соединяются последовательно; узлы с суммарным рангом $\Sigma R_i > 1$ группируются в параллельную цепь.



Пусть известно: $P_2 = P_3 = P_5 = P_6 = 0{,}95$; $P_1 = P_4 = 0{,}9$

Тогда ВБР системы будет составлять

$P_{1-4} = 1 - \prod(1 - P_i) = 1 - (1 - 0{,}9)^2 = 0{,}99$;

$P = P_2 \cdot P_3 \cdot P_5 \cdot P_6 \cdot P_{1-4} = 0{,}95^4 \cdot 0{,}99 = 0{,}81.$

Тема 5 РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

1 Метод перебора состояний

2 Метод разложения относительно особого элемента

3 Метод преобразования “треугольник-звезда”.

4 Интервалы надежности.

Не все системы сводятся к последовательно-параллельному соединению элементов. Примером системы, которую нельзя разбить на подсистемы с последовательным или параллельным соединением, является так называемая мостиковая схема.

Структурная схема этой системы изображена на рисунке 4.1.

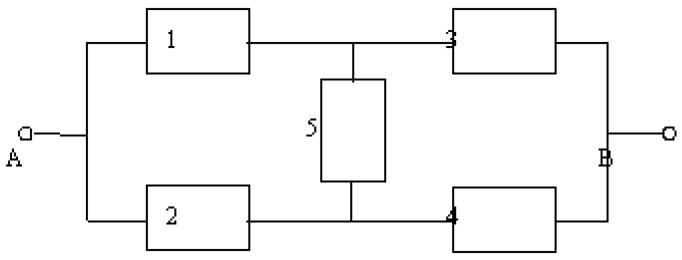


Рис. 4.1. Мостиковая схема.

Системы, не сводящиеся к последовательно - параллельному соединению, будем называть сложными системами.

Будем считать, что работоспособность сложной системы можно однозначно определить, зная состояния всех элементов системы.

Опишем несколько методов расчета надежности сложных систем и продемонстрируем их на мостиковой схеме. Для простоты расчетов будем считать, что все элементы имеют одинаковую функцию надежности p (для упрощения формул опустим параметр t) и вероятность отказа q.

5.1 МЕТОД ПЕРЕБОРА СОСТОЯНИЙ

Состоянием системы будем называть множество работающих элементов системы.

По методу перебора состояний последовательно рассматриваются все возможные состояния системы. Выбираются те состояния, в которых система работоспособна. Для расчета надежности системы суммируются вероятности всех работоспособных состояний.

Для мостиковой схемы получаем следующие работоспособные состояния (каждое состояние определяется указанием работоспособных систем):

Число отказавших элементов	Работоспособные состояния	Вероятность состояния
0	1,2,3,4,5	p^5
1	1,2,3,4 1,2,3,5 1,2,4,5 1,3,4,5 2,3,4,5	p^4q -//-
2	1,2,3 1,2,4 1,3,4 1,3,5 1,4,5 2,3,4 2,3,5 2,4,5	p^3q^2 -//-
3	1,3 2,4	p^2q^3 -//-

Общая надежность системы

$$\mathbf{p_s = p^5 + 5p^4q + 8p^3q^2 + 2p^2q^3}.$$

Например, если $p = q = 0.5, \quad \text{то} \quad p_s = \dfrac{1+5+8+2}{2^5} = \dfrac{16}{32} = 0.5$.

Достоинством метода перебора состояний является его простота. Он относительно легко программируется. Недостатком является громоздкость. Для сложных систем с большим числом элементов метод может оказаться неприменимым из-за больших вычислительных трудностей.

5.2 МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСОБОГО ЭЛЕМЕНТА

В системе выбирается элемент с наибольшим числом связей с другими элементами. Этот элемент называется особым. Обозначим надежность этого элемента p_0, вероятность отказа через $q_0 = 1 - p_0$.

1. Предположим, что особый элемент работоспособен (вероятность этого p_0). Тогда получим новую структурную схему надежности.

Предположим, что новая схема является последовательно-параллельным соединением и мы можем рассчитать ее надежность p_{s1}.

Говорим, что новая схема получена из исходной "замыканием" особого элемента.

1. Предположим, что особый элемент отказал (вероятность этого q_0). Тогда получим еще одну структурную схему. Если она будет последовательно-параллельным соединением, то рассчитаем ее надежность p_{s2}.

Говорим, что эта схема получена из исходной "обрывом" особого элемента.

Введем события:

A- особый элемент работоспособен,

$\overline{A}$ - особый элемент отказал,

B- система работоспособна.

Тогда по формуле полной вероятности

$P\{B\} = P\{A\} \cdot P\{B|A\} + P\{\overline{A}\} \cdot P\{B|\overline{A}\}$.

Но так как

$P\{B\} = p_s$- надежность системы,

$P\{A\} = p_0$, $P\{\overline{A}\} = q_0$,

$P\{B|A\} = p_{s1}$- функция надежности при замыкании,

$p\{B|\overline{A}\} = p_{s2}$- функция надежности при обрыве,

то получаем формулу для надежности системы $p_s = p_0 \cdot p_{s1} + q_0 \cdot p_{s2}$.

Для мостиковой схемы особым элементом, имеющим наибольшее число связей, является элемент 5.

При замыкании получаем структурную схему на рисунке 4.2.

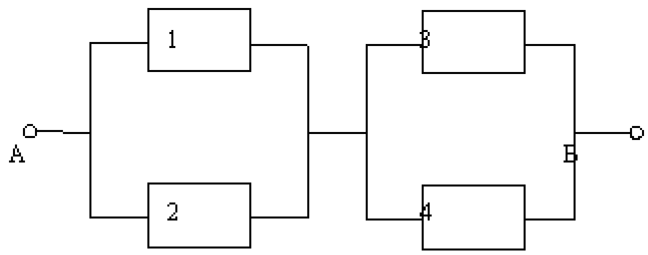


Рис. 4.2. Мостиковая схема после замыкания.

Надежность новой схемы

$\mathbf{p}_{s1} = (1 - q^2)^2$.

При обрыве получаем схему на рисунке 4.3.

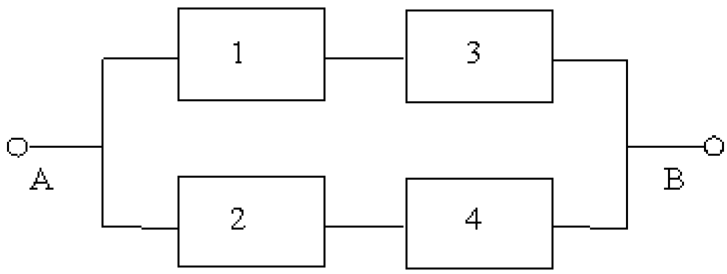


Рис. 4.3. Мостиковая схема после обрыва.

Надежность этой схемы

$\mathbf{p}_{s2} = 1 - (1 - p^2)^2$.

Следовательно, для всей системы

$p_s = p \cdot p_{s1} + q \cdot p_{s2} = p(1 - q^2)^2 + q(1 - (1 - p^2)^2)$.

Например, если $\mathbf{p} = \mathbf{q} = \frac{1}{2}$, то $\mathbf{p}_s = \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{4})^2 + \frac{1}{2}(1 - (\frac{3}{4})^2) = \frac{1}{2}(\frac{9}{16} + \frac{7}{16}) = \frac{1}{2}$.

Если после замыкания или обрыва структурная схема не сводится к последовательно-параллельному соединению, то выделяем в новой структурной схеме еще один особый элемент и т.д.

5.3 МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАНИЯ "ТРЕУГОЛЬНИК - ЗВЕЗДА"

Допустим, что в структурной схеме можно выделить следующий участок (соединение "треугольником"), состоящий из трех элементов с надежностью p_1, p_2, p_3(рис.4.4.).

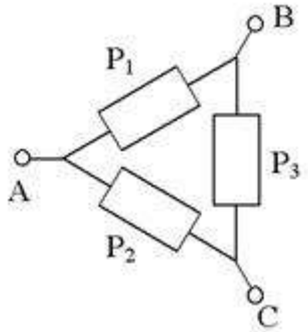


Рис. 5.4 Соединение “треугольником”.

Идея метода в том, что мы заменяем этот участок в схеме другим, состоящим из трех других элементов, имеющих некоторые надежности $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{p}_3$, соединенных "звездой" (рис.4.5.).

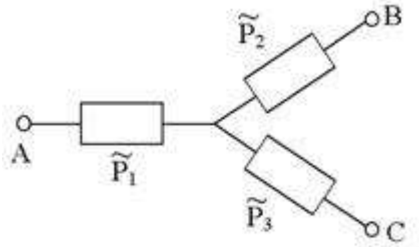


Рис. 5.5 Соединение “звездой”.

Надежность системы при этой замене не должна измениться. Это означает, что вероятность связности А и В должна быть одинаковой как для "треугольника ", так и для "звезды". То же самое должно выполняться для вероятностей связности А и С, В и С.

Для соединения "треугольником" вероятность связности А и В можно рассчитать как надежность схемы на рисунке 4.6.

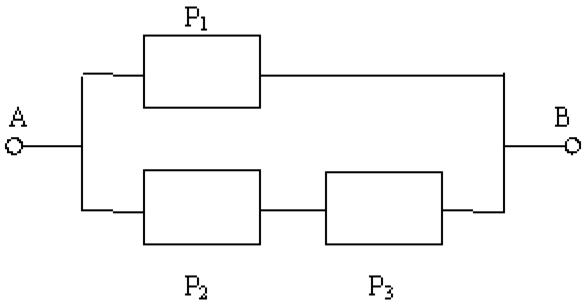


Рис. 4.6. Структурная схема связности А и В при соединении “треугольником”.

Таким образом, первая вероятность равна $P_I = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2 p_3)$.

Для соединения "звездой" вероятность связности А и В можно рассчитать как надежность схемы на рисунке 4.7.

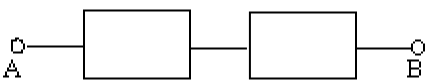


Рис. 4.7. Структурная схема связности А и В при соединении “звездой”.

Таким образом, вторая вероятность равна $P_{II} = \tilde{p}_1 \tilde{p}_2$.

Итак, из условия $P_I = P_{II}$ получаем уравнение $\tilde{p}_1 \tilde{p}_2 = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2 p_3)$.

Аналогично, для вероятностей связности А и С получим уравнение $\tilde{p}_1 \tilde{p}_3 = 1 - (1 - p_2)(1 - p_1 p_3)$,

для вероятностей связности В и С уравнение $\tilde{p}_2 \tilde{p}_3 = 1 - (1 - p_3)(1 - p_1 p_2)$.

Итак, получаем систему уравнений $\tilde{p}_1 \tilde{p}_2 = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2 p_3)$

$\tilde{p}_1 \tilde{p}_3 = 1 - (1 - p_2)(1 - p_1 p_3)$

$\tilde{p}_2 \tilde{p}_3 = 1 - (1 - p_3)(1 - p_1 p_2)$

В этой системе p_1, p_2, p_3 известны, а $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{p}_3$ нужно определить. Решим уравнения:

$$\tilde{p}_1^{\,2} = \frac{\tilde{p}_1\tilde{p}_2\cdot\tilde{p}_1\tilde{p}_3}{\tilde{p}_2\tilde{p}_3} = \frac{(1-(1-p_1)(1-p_2p_3))(1-(1-p_2)(1-p_1p_3))}{1-(1-p_3)(1-p_1p_2)}.$$

Подобным образом найдем и остальные корни:

$$\tilde{p}_1 = \sqrt{\frac{(1-(1-p_1)(1-p_2p_3))(1-(1-p_2)(1-p_1p_3))}{1-(1-p_3)(1-p_1p_2)}};$$

$$\tilde{p}_2 = \sqrt{\frac{(1-(1-p_1)(1-p_2p_3))(1-(1-p_3)(1-p_1p_2))}{1-(1-p_2)(1-p_1p_3)}}; \quad (1)$$

$$\tilde{p}_3 = \sqrt{\frac{(1-(1-p_2)(1-p_1p_3))(1-(1-p_3)(1-p_1p_2))}{1-(1-p_1)(1-p_2p_3)}}.$$

В частности, если $p_1 = p_2 = p_3 = p$, то и $\tilde{p}_1 = \tilde{p}_2 = \tilde{p}_3 = \tilde{p}$, причем $\tilde{p} = \sqrt{1-(1-p)(1-p^2)} = \sqrt{p+p^2-p^3}$. (2)

После замены соединения "треугольником" на соединение "звездой" схема обычно упрощается. При необходимости несколько раз проводят замену "треугольника" на "звезду", пока не приходят к системе с последовательно-параллельным соединением.

Рассмотрим пример мостиковой схемы. Выделим элементы 1,2 и 5, расположенные "треугольникам" (рис.4.8.), и заменим их на соединение "звездой". Получим систему с последовательно-параллельным соединением (рис.4.9.)

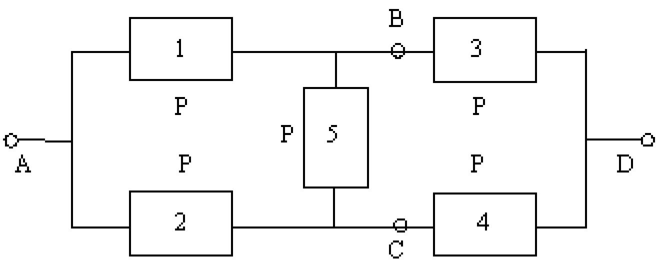


Рис. 4.8. Мостиковая схема.

Надежность новой системы легко рассчитать: $p_s = \tilde{p}(1-(1-\tilde{p}p)^2)$, где $\tilde{p}$ определяется по формуле (2).

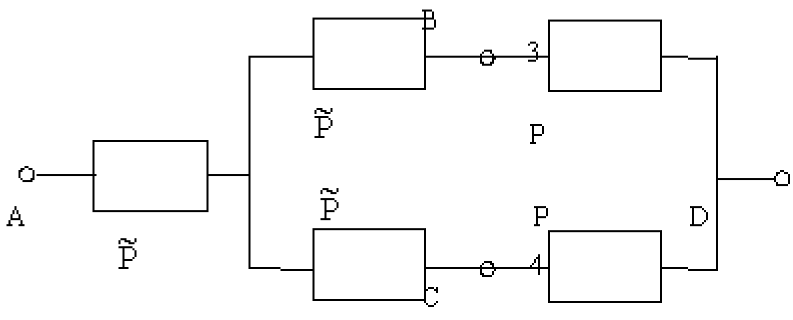


Рис. 4.9. Мостиковая схема после преобразования "треугольник-звезда".

Пусть $p = \frac{1}{2}$, тогда $\tilde{p} = \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{5}{8}} \approx 0{,}7906$,

$$p_s = \sqrt{\frac{5}{8}}(1-(1-\sqrt{\frac{5}{8}}\cdot\frac{1}{2})^2) = \frac{80-\sqrt{250}}{128} \approx 0{,}5015$$.

В двух предыдущих методах мы определим точное значение надежности мостиковой схемы при $p = 0{,}5$; $p_s = 0{,}5$.

По методу преобразования "треугольник - звезда" получаем маленькое отличие в результате. Дело в том, что метод замены "треугольник - звезда" является приближенным: надежность преобразованной схемы не совпадает с надежностью исходной.

Чтобы убедиться в этом, сравним соединения на рисунке 4.10.

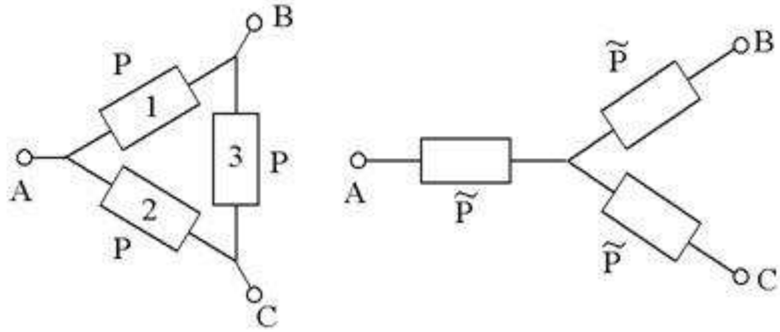


Рис. 4.10. Соединение “треугольником” и соединение “звездой” однотипных элементов.

Вероятности, что связаны A и B, A и C, B и C одинаковы, как для "треугольника", так и для "звезды". Сравним вероятности, что связаны все три вершины A,B и C.

Для "треугольника" все три вершины будут связаны, если работают либо все три элемента (вероятность этого p^3), либо если работают два элемента из трех (1 и 2, 1 и 3 или 2 и 3 - вероятность каждого случая $p^2(1-p)$). Таким образом, общая вероятность будет равна $P_\alpha = p^3 + 3p^2(1-p) = 3p^2 - 2p^3$.

Для "звезды" все вершины будут связаны только, если будут работать все три элемента. Таким образом, $P_в = (\tilde{p})^3 = \sqrt{(p+p^2-p^3)^3}$.

Вероятности P_a и $P_в$ не совпадают. Например, при $M(V_n) = \frac{1}{n\lambda} P_a = 0.5$, $P_в = \sqrt{\frac{125}{512}} \approx 0{,}494$.

Итак, метод замены "треугольник - звезда" является приближенным методом.

5.4 ИНТЕРВАЛЫ НАДЕЖНОСТИ

Иногда структура системы может быть настолько сложной, что задача точного определения надежности оказывается практически не разрешимой. В таких случаях иногда можно ограничиться определением интервалов надежности, т.е. построить оценки надежности сверху и снизу.

Пусть известны надежности $p_i, i=1,\dots,n$ каждого элемента. Оценки сверху и снизу можно получить из следующих соображений. Пусть событие А заключается в том, что система работает, событие A_1 - все элементы системы работают, событие A_2 - работает хотя бы один из элементов системы.

Тогда $A_1 \subseteq A \subseteq A_2$, и следовательно, $P\{A_1\} \le P\{A\} \le P\{A_2\}$.

Но $P\{A\} = p_s$;

$P\{A_1\} = \prod_{i=1}^{n} p_i$ - надежность системы с последовательным соединением;

$P\{A_2\} = 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i$ - надежность системы с параллельным соединением.

Итак, получаем следующие оценки для интервала надежности $\prod_{i=1}^{n} p_i \le p_s \le 1 - \prod_{i=1}^{n} q_i$.

Полученные оценки называют грубыми или тривиальными .

Например, для мостиковой схемы получаем тривиальные оценки $p^5 \le p_s \le 1 - q^5$. При p=0,5 это дает диапазон значений $0.031 \le p_s \le 0.969$.

Правило получения тривиальных оценок можно сформулировать следующим образом: если все элементы системы соединить последовательно, то надежность системы понизится; если все элементы соединить параллельно, то надежность системы повысится.

Тема 6 ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАДЕЖНОСТИ

6.1 КЛАССИФИКАЦИЯ ОТКАЗОВ

Классификация отказов может быть проведена по различным признакам. Но прежде необходимо ввести следующие основные понятия.

Критерий отказа – признак или совокупность признаков нарушения работоспособного состояния объекта, установленные в нормативно-технической и (или) конструктивной документации.

Если работоспособность объекта характеризуют совокупностью значений некоторых технических параметров, то признаком возникновенияотказа является выход значений любого из этих параметров за пределы допусков. Кроме того, в критерии отказов могут входить также качественные признаки, указывающие нарушение нормальной работы объекта.

Причина отказа – явления, процессы и события, вызвавшие возникновение отказа объекта.

Последствия отказа – явления, процессы, события и состояния, обусловленные возникновением отказа объекта.

Критичность отказа – совокупность признаков, характеризующих последствия отказа.

Понятие критичности отказа введено для того, чтобы производить классификацию отказов по их последствиям. Классификация отказов покритичности (например, по уровню прямых или косвенных потерь, связанных с наступлением отказа, или по трудоемкости восстановления после отказа) устанавливается нормативно-технической и (или) конструкторскойдокументацией по согласованию с заказчиком на основании технико экономических соображений и соображений безопасности. Для простых объектов эта классификация не проводится.

При классификации отказов по последовательностям могут быть введены два, три и большее число категорий отказов. Отказ одного и того же объекта может трактоваться как критический, существенный или несущественный в зависимости от того, рассматривается объект как таковой илион является составной частью другого объекта.

Классификация отказов по последствиям необходима при нормировании надежности (в частности, для обоснованного выбора номенклатуры и численных значений нормируемых показателей надежности), а также при установлении гарантийных обязательств.

Отказы также характеризуются взаимосвязью между собой и в целом состоянием объекта, поэтому необходимо различать:

Ресурсный отказ – отказ, в результате которого объект достигает предельного состояния.

Независимый отказ – отказ, не обусловленный другими отказами.

Зависимый отказ – отказ, обусловленный другими отказами.

Скорость развития дефекта в отказ может быть различной и, соответственно, появление отказа может быть постепенным или внезапным.

Постепенный отказ – отказ, возникающий в результате постепенного изменения значений одного или нескольких параметров объекта. Например, постепенное увеличение расхода масла до недопустимой величины вследствие износа деталей цилиндропоршневой группы двигателя.

Внезапный отказ – отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких параметров объекта. Например, резкое падение давления и увеличение расхода рабочей жидкости в гидросистеме валочно – пакетирующей машины.

Эти термины позволяют разделить отказы на две категории в зависимости от возможности прогнозировать момент наступления отказа. В отличие от внезапного отказа наступлению постепенного отказа предшествует непрерывное и монотонное изменение одного или нескольких параме тров, характеризующих способность объекта выполнять заданные функции. Ввиду этого удается предупредить наступление отказа или принять меры по устранению его нежелательных последствий.

Четкой границы между внезапными и постепенными отказами, однако, провести не удается. Механические, физические и химические процессы, которые составляют причины отказов, протекают во времени достаточно медленно. Так, усталостная трещина в стенке трубопровода, зародившаяся из трещинообразного дефекта, медленно растет в процессе эксплуатации. Этот рост в принципе может быть прослежен средствами неразрушающего контроля. Однако собственно отказ (наступление течи) происходит внезапно. Если по каким-либо причинам своевременное обнаружение несквозной трещины оказалось невозможным, то отказ придется признать внезапным.

По способу обнаружения отказов они подразделяются на явные и скрытые отказы.

Явный отказ – отказ, обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или в процессе его применения по назначению. Например, перегрев двигателя автомобиля, обнаруженный при работе по показаниям указателя температуры охлаждающей жидкости.

Скрытый отказ – отказ, не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемый при проведении технического обслуживания или специальными методами диагностики.

Например, износ накладок тормозных колодок сверх допустимого значения, обнаруживаемый при регулировке тормозов; замыкание электродов запальной свечи нагаром, обнаруженное при регулировке системы зажигания.

Классификация отказов проводится также по стадиям жизненного цикла объекта с целью установления, на какой стадии создания или существования объекта следует провести мероприятия для устранения причин отказов. При этом различают конструктивные, производственные, эксплуатационные и деградационные отказы.

Конструктивный отказ – отказ, возникающий по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленных правил и норм проектирования и конструирования.

Производственный отказ – отказ, возникающий по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленного процесса изготовления или ремонта, выполняемого на ремонтном предприятии.

Эксплуатационный отказ – отказ, возникающий по причине, связанной с нарушением установленных правил и условий эксплуатации.

Деградационный отказ – отказ, обусловленный естественными процессами старения, изнашивания, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и норм проектирования, изготовления и эксплуатации.

При анализе надежности различают ранние отказы, когда проявляется влияние дефектов, не обнаруженных в процессе изготовления, испытаний и приемочного контроля, и поздние отказы. Последние происходят на заключительной стадии эксплуатации объекта, когда вследствие естественных процессов старения, изнашивания и т.п. объект или его составные части приближаются к предельному состоянию по условиям физического износа. Вероятность возникновения деградационных отказов в пределах планируемого полного или межремонтного срока службы (ресурса) должна быть достаточно мала. Это обеспечивается расчетом на долговечность с учетом физической природы деградационых отказов, а также надлежащей системой технического обслуживания и ремонта.

Классификация отказов по основным признакам приведена на рис. 5.1.

Причинами отказа являются результаты определенных процессов и события, обуславливающие его возникновение. К процессам относятся изнашивание, рост трещин, коррозия и старение материалов. Событиями, приводящими к отказам, могут быть чрезмерные нагрузки, попадание абразива в масло, нарушение установленных режимов и правил эксплуатации и т.п.

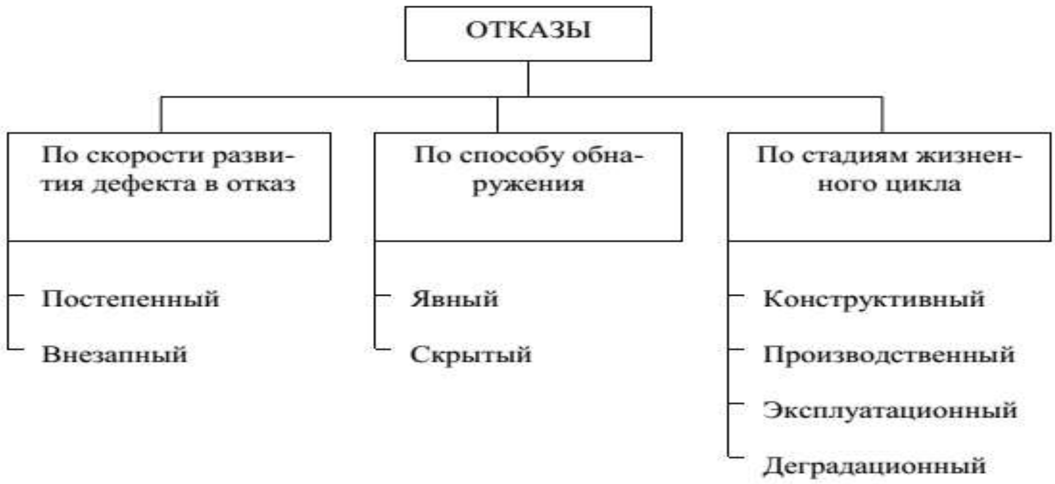


Рисунок 5.1 – Классификация отказов

Состояниями изделий, являющимися причинами отказов, могут быть повреждение защиты от попадания влаги и пыли, макро- и микротрещины, риски или царапины, дефекты сборки и т.п.

С точки зрения физики отказов основными причинами их возникновения являются изнашивание, потеря прочности и коррозионное разрушение.

6.2 Характеристика процесса изнашивания

Изнашиванием называется процесс разрушения и отделения материала с поверхности твердого тела и (или) накопления его остаточной дефор-мации при трении, проявляющийся в постепенном изменении размеров и (или) формы тела.

Количественно процесс изнашивания характеризуется тремя параметрами:

1) износом;

2) скоростью;

3) интенсивностью изнашивания.

Износ U – результат изнашивания, определяемый в установленных единицах: изменение геометрических размеров (линейный износ), массы или объема (соответственно весовой или объемный износ).

В соответствии с состоянием машины различают понятия предельного и допустимого износов. При допустимых значениях износа машину (агрегат) считают работоспособной.

Скорость изнашивания $U_{и} = \frac{dU}{dt}$ мкм/ч - отношение износа к интервалу времени, в течение которого он возник.

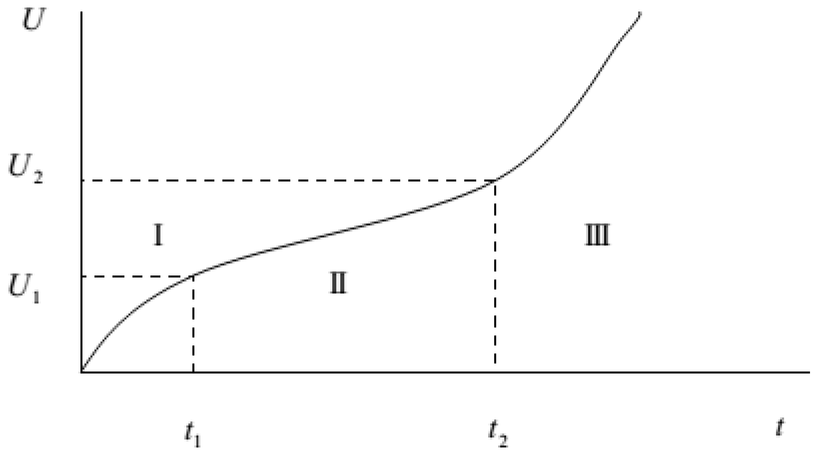
Интенсивность изнашивания $J = \frac{dU}{dt}$ мкм/ч – отношение износа к определенному пути, на котором проходило изнашивание. Иногда интенсивность изнашивания оценивается относительно объема выполненной работы.

Изнашивание является сложным физико-механическим процессом,

зависящим от множества внешних (нагрузки, скорости относительных п е-ремещений и т.п.) и внутренних (состояние поверхности, ее химический состав и т.д.) факторов.

Графически процесс изнашивания можно представить в виде кривой (кривая Лоренца), имеющей три характерных участка:

1– приработка; 11–нормальный износ; 111– катастрофический износ.



U_1 – начальный износ; U_2 – предельный износ;

t_1– время окончания приработки; t_2 – начало катастрофического износа.

Рис. 6.2 – Типичная зависимость износа U от времени t

На участке приработки происходит процесс изменения геометрии и физико-механических свойств поверхностей трущихся деталей, сопровождающийся уменьшением силы трения, температуры, скорости и интенсивности изнашивания.

Начальные моменты приработки характеризуются повышенными температурами и тепловыделением, вызывающим изменение физико-механических свойств и микрогеометрии поверхности. Эти изменения приводят к образованию одинаковой («равновесной») шероховатости, обеспечивающей в дальнейшем наилучшие условия работы сопряжения. Действительно, после участка приработки скорость (интенсивность) изнашивания резко падает и наступает длительный участок нормального или установившегося изнашивания.

Участок 11характеризуется сравнительно небольшой и постоянной скоростью (интенсивностью) изнашивания и, соответственно, малыми изменениями геометрических размеров.

Постепенное изменение зазора в сопряжении из-за износов элементов трущейся пары приводит к ухудшению условий работы машины или агр е-гата: большим динамическим нагрузкам, ударам, неточностям в требуемых положениях и т.д. При этом резко ухудшаются условия работы и самого сопряжения, и наступает период быстрого (катастрофического) изнашивания. На участке 111 эксплуатация машин в этом случае должна быть прекращена.

Закономерность изнашивания и, соответственно, мероприятия по увеличению надежности определенного соединения машины зависят от вида изнашивания и конструкции элемента машины.

Различают три основные группы изнашивания:

1) механическое; 2) коррозионно-механическое; 3) молекулярно-механическое.

Каждая из этих групп подразделяется на отдельные виды. Механическое изнашивание происходит в результате механических воздействий на поверхность трения. Оно включает в себя: абразивное, гидро - и газоабразивное, эрозионное, усталостное, кавитационное.

Абразивное изнашивание происходит в результате механического воздействия на поверхность металла твердых абразивных частиц - двуокиси кремния, окиси железа, окислов алюминия, кальция, магния, натрия и др., содержащихся в почве и пыли. Размеры таких частиц могут быть 5–120 мкм, что позволяет им свободно проникать в незащищенные зазоры сопряжений, а твердость от $12 \cdot 10^3$ до $25 \cdot 12^3$ МПа, что намного превышает твердость рабочих поверхностей машин.

Интенсивность абразивного износа значительно зависит от степени превышения микротвердости абразивной частицы по отношению к твердости металла рабочего органа машины. Так, если твердость частицы абразива соизмерима с твердостью металла , то абразивные частицы лишь разрушают окисную пленку на поверхности металла (рисунок 5.3 а), что активизирует процесс изнашивания другого вида – коррозионно-механического.

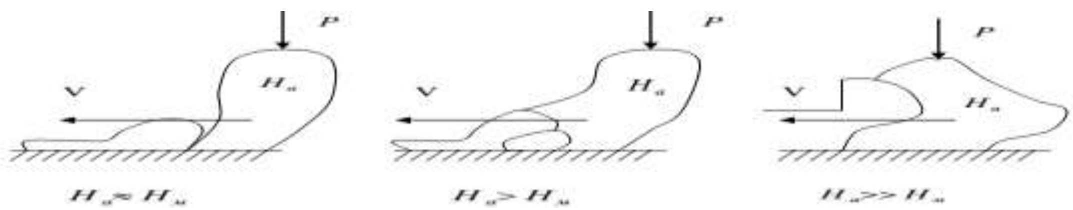


Рисунок 6.3 – Виды абразивного изнашивания

Считается, что экономически целесообразно повышать твердость материала по сравнению с твердостью абразива не более, чем в 1,3 раза

При дальнейшем повышении твердости эффект резко снижается и, кроме того, поверхность становится хрупкой и разрушается при действии динамических нагрузок.

Гидро- и газоабразивное изнашивание происходит в результате воздействия на поверхность твердых частиц, содержащихся в жидкости или газе.

Гидроабразивное изнашивание характерно для элементов топливных и гидравлических систем, двигателей внутреннего сгорания.

Газоабразивное изнашивание присуще элементам компрессоров и пневматического инструмента, где носителем взвешенных твердых частиц является сжатый воздух.

Эрозионное изнашивание происходит при воздействии на поверхность потоков жидкости или газов, движущихся, как правило, с большими скоростями. К эрозионному изнашиванию относится гидроэрозионное и кавитационное изнашивание. Эти виды изнашивания сравнительно редко наблюдаются в конструкциях машин.

Усталостное изнашивание (питтинг) происходит при неоднократных, циклических деформациях микрообъемов поверхности. При этом на поверхности или на некоторой сравнительно небольшой глубине сначала образуются микротрещины, дальнейшее развитие которых приводит к выкрашиванию материала.

Интенсивность усталостного изнашивания зависит от многих факторов: величины остаточных напряжений в поверхностном слое металла; наличия концентраторов напряжения в виде различного рода включений, дислокаций и других структурных нарушений; качества поверхности, характеристик шероховатости, царапин, задиров т.д.; распределения нагрузок в сопряжении, определяемого зазором, перекосом, упругими деформациями и т.д.; наличия и типа смазки. В большей степени на усталостное изнашивание влияют условия трения (качения, скольжения или их комбинации), нагрузка и температура, твердость и шероховатость поверхности и свойства применяемых смазочных материалов.

Усталостное изнашивание наиболее часто происходит у деталей, работающих при больших знакопеременных контактных нагрузках (зубчатые колеса, подшипники качения, передаточные механизмы манипуляторов). Оно сопровождается повышением шума и вибраций. При разборке сопряжения усталостное изнашивание может определяться визуально по наличию двух характерных областей: относительно гладкой поверхности по краям микротрещин и шероховатой поверхности дна раковины.

Умеренное усталостное изнашивание не является опасным в неответственных сопряжениях и детали, имеющие незначительные повреждения, могут эксплуатироваться. Однако, если усталостное разрушение прогрессирует, эксплуатация сопряжения должна быть прекращена до исключения причин.

Коррозионно-механическое изнашивание возникает при механическом воздействии, сопровождаемом химическим и электрохимическим взаимодействием материала с окружающей средой.

В этом процессе на поверхностях сопряжения происходит окисление. В результате трения менее прочные, чем исходный металл пленки окислов удаляются вместе с другими частицами. Различают два вида коррозионно-механического изнашивания: окислительное и фреттинг-коррозию. Окислительным называется изнашивание, при котором главное влияние на интенсивность процесса оказывает образование окислов. Скорость изнашивания при этом невелика (0,05-0,10 мкм/ч). Процесс становится более интенсивным с повышением температуры и влажности.

Изнашиванием при фреттинг-коррозии называется процесс изменения сопряженных поверхностей деталей при малых колебательных перемещениях.

Как показывает название, процесс фреттинг-коррозии сопровождается образованием на трущихся поверхностях окислов. Так же, как и процесс фреттинга, необходимым условием его протекания являются малые относительные перемещения сопряженных деталей из-за вибраций, периодического изгиба или кручения. Этот процесс происходит обычно на поверхностях валов с напрессованными на них муфтами, дисками или обоймами

подшипников скольжения, на осях и ступицах колес, опорных кольцах пружин, шпоночных и шлицевых соединений, опорных поверхностях корпусов двигателей и редукторов.

При фреттиинг-коррозии усталостная прочность поверхности снижается в 3–6 раза, что приводит к натирам, налипаниям, вырывам, раковинам и поверхностным микротрещинам. Характерным признаком фреттинг-коррозии является наличие на трущихся поверхностях раковин, в которые вдавлены окислы, отличающиеся по цвету от основного металла. Этот вид изнашивания приводит к нарушению вида посадки сопряжения при выносе окислов за его пределы, либо заеданию и заклиниванию, если окислы остаются на месте.

Молекулярно-механическое изнашивание имеет место при одновременном механическом воздействии и воздействии молекулярных сил. К этой группе видов изнашивания относятся: изнашивание при заедании и изнашивание в условиях избирательного переноса.

При заедании происходит схватывание и глубинное вырывание материала, перенос его на сопряженную поверхность и воздействие образовавшихся неровностей на обе трущиеся поверхности.

Сущность процесса заключается в местном соединении поверхностей двух твердых тел под действием молекулярных сил, при этом образуютсяпрочные металлические связи. Чаще всего явление заедания происходит при неправильном подборе материала трущихся пар, в условиях трения без достаточного слоя смазки или общей перегрузки сопряжения по нагрузочным и температурным условиям. Интенсивность процесса при этом зависит от режимов работы сопряжения, скоростей относительного перемещения, нагрузки и температуры.

Изнашивание при заедании наблюдается в тяжело нагруженных подшипниках скольжения, зубчатых зацеплениях, передающих значительные крутящие моменты.

Заедание поверхностей, по существу, является аварийным состоянием трущейся пары и должно быть исключено правильным проектированием, качественным изготовлением и грамотной эксплуатацией машины.

Избирательный перенос – это вид фрикционного взаимодействия, возникающий в результате протекания на поверхностях трения химических и физико-химических процессов, приводящих к образованию систем

автокомпенсации износа и снижения трения.

Работа узла трения в условиях избирательного переноса требует введение в смазку специальных присадок, содержащих бронзу, медь и другие мягкие металлы.

На начальном этапе функционирования узла трения происходит окисление смазочного материала. Образовавшиеся кислоты растворяют части-цы меди и доставляют в смазку ионы меди. Ионы меди осаждаются на поверхностях трущихся деталей только в зоне трения. В результате образует-ся тонкая пленка меди, покрывающая поверхности трения, и пара трения «сталь–сталь» заменяется парой «медь–медь».

В установившемся режиме трения медная пленка не разрушается. Она может переходить с одной поверхности трения на другую. Продукты износа удерживаются в зазоре электрическими силами.

Классификация основных видов изнашивания приведена на рис.5.4 .

Рис.6.4 Классификация видов изнашивания

6.3 ПОТЕРЯ ПРОЧНОСТИ

Прочностью называется свойство материала сопротивляться определенным нагрузкам без разрушения.

Отказы из-за нарушения свойства прочности могут быть внезапными при однократном превышении нагрузки по отношению к несущей способности материала и постепенными при накоплении повреждений из-за многократно действующих нагрузок.

Прочностной отказ чаще всего сопровождается изломом детали. В зависимости от скорости деформирования различают хрупкие и вязкие изломы.

Под хрупким изломом понимают излом без признаков макроскопических пластических деформаций. При этом скорость распространения трещины сопоставима со скоростью распространения звука в данном материале. Граница разрушения проходит вдоль кристаллов или по границам зе-рен. Хрупкое разрушение происходит в тех случаях, когда по каким-либо причинам затруднена пластическая деформация (раковины, твердые включения, неоднородность структуры и т.д.). Расчеты надежности по критери-ям хрупкого разрушения проводятся на основе линейной (или нелинейной) механики разрушения.

К вязкому излому относится волокнистый излом, образующийся, как правило, в условиях плоского напряженного состояния. Этот вид излома сопровождается пластическими деформациями.

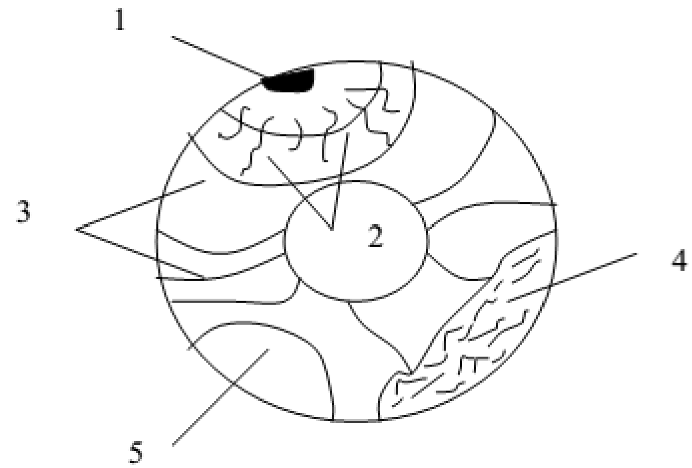
Различные виды изломов получаются и при различных видах нагрузок. При этом изломы могут быть динамическими, усталостными и предельными.

Динамические изломы происходят при резком и чрезмерном нарастании нагрузки или удара. При этом плохо деформируемые материалы в месте излома имеют равномерную крупнозернистую поверхность. Хорошо деформируемые материалы при динамическом изломе имеют в месте излома признаки значительной пластической деформации (утончение, полосы сдвига).

Усталостные изломы возникают при действии многократно действующих нагрузок. Они отличаются по внешнему виду наличием пяти характерных зон (рисунок 5.5).

Фокус излома – малая локальная зона, близкая к точке возникновения

начальной микротрещины. Фокус излома обычно располагается в местах концентрации напряжений.



1 – фокус излома; 2 – очаг разрушения; 3 – зона избирательного развития; 4 – участок ускоренного развития; 5 – зона долома.

Рис. 6.5 Вид усталостного излома

Очаг разрушения с микротрещинами – сравнительно малая гладкая и блестящая зона, прилегающая к фокусу излома.

Зона избирательного развития соответствует зоне развившейся трещины. На этом участке заметны усталостные линии.

Участок ускоренного развития трещины является переходным участком между предыдущей зоной и зоной долома.

Зона долома соответствует микрохрупкому разрушению. Предельные изломы возникают из-за превышения нагрузок по отношению к пределу прочности. Они характеризуются большой поверхностью окончательного долома, а также наличием в месте излома отдельных уступов.

Вид поверхности излома зависит, кроме того, от типа нагрузки: от растягивающих (или сжимающих) нагрузок, от изгибающей нагрузки и при кручении.

Изломы от растягивающих нагрузок у хрупких материалов располагаются перпендикулярно оси растягивающей нагрузки, а у вязких – под углом 45^0

Изломы от изгибающей нагрузки зависят от ее вида (односторонний или двухсторонний изгиб) и степени концентрации напряжения. При двух-

стороннем изгибе имеется внутренняя зона долома, а при одностороннем – она располагается у какого-либо края.

Изломы при кручении хрупких материалов проходят под углом 45^0 по отношению к оси детали и имеют неровную крупнозернистую поверхность. У вязких материалов этот тип излома имеет ровную гладкую поверхность. Описанные выше признаки служат основой установления причин отказов и принятия соответствующих мероприятий по их устранению.

Классификация изломов по основным признакам приведена на рисунке 5.6.

Рисунок 6.6 – Классификация изломов

Тема 7 ХАРАКТЕРИСТИКА ВИДОВ КОРРОЗИИ

Коррозия является одним из наиболее распространенных и опасных факторов разрушения элементов конструкции машины. Кроме непосредственного вреда из-за разрушения и уноса с окислами поверхностных сло-ев металла коррозия косвенно влияет и на функциональные свойства машины: мощность двигателя, потери на трение в шарнирах, снижение прочности, потерю герметичности соединений и т.д. Так, если коррозией поражены зеркала цилиндров двигателя, то его мощность падает на 20 – 25%, одновременно на 50 – 80% повышается расход масла и топлива, почти вдвое снижается ресурс. Износостойкость деталей сопряжений под действием коррозии уменьшается в 1,5 – 4 раза.

Коррозией называется процесс разрушения материалов вследствие их химического или электрохимического взаимодействия с окружающей средой (газовой, атмосферной, жидкостной, биологической). По условиям протекания процесса различают структурную, контактную и щелевую коррозию.

По виду площади повреждения коррозия может быть сплошной, пятнами и с трещинами.

Для оценки интенсивности коррозии используются прямые или косвенные показатели.

К основным прямым показателям относятся: изменение массы, глуби-на коррозии, доля пораженной коррозией поверхности.

В качестве косвенных показателей используются изменения физико-механических свойств или электросопротивление.

Различают два вида коррозии: химическую и электрохимическую.

При химической коррозии процесс разрушения материала сопровождается химическими реакциями (окисление металла с образованием окислов).

Химическая коррозия может происходить в газовой или жидкой средах. Типичным примером химической коррозии в газовой среде является разрушение поршней, клапанов или зеркала цилиндров двигателей внутреннего сгорания. Химическая коррозия может происходить также в узлах трения машин вследствие реакций окисления металла компонентами смазки.

Интенсивность химической коррозии зависит от состава и температуры среды, а также от коррозионной стойкости поверхности. Основным условием протекания именно химической коррозии является отсутствие электропроводящей среды, однако, у машин и технологического оборудования это наблюдается редко. Обычно и на поверхности и в большинстве сопряжений машин есть влага. Поэтому более частым встречается явление электрохимической коррозии.

Механизм электрохимической коррозии связан с возникновением и перетеканием электрических зарядов между поверхностями из разных металлов или участками одной и той же поверхности , имеющими разные потенциалы.

В зависимости от свойств среды и вида материалов возможен анодный и катодный характер протекания коррозионного процесса. Так, например, в паре бронза–сталь деталь из стали будет анодом, а бронза (или медь) – катодом. Железо анода будет терять электроды, которые перемещаясь к катоду, превращаются в гидроксильные ионы. Эти ионы, в свою очередь, реагируют с двухвалентными ионами железа на аноде и образуют гидротированную окись железа $Fe_2O_3(H_2O)_2$ – ржавчину.

Классификация видов коррозии приведена на рисунке 5.7.

Классификация видов коррозии

Кроме указанных физико-химических факторов (химическая активность, температура, коррозионная стойкость и т.д.) на интенсивность коррозии влияют также конструкция деталей и действующие на них нагрузки. Так, например, щелевая коррозия развивается в щелях и зазорах соединений. Ее причиной является неоднородность концентрации агрессивного компонента внутри и вне щели. Это приводит к образованию анодно-катодной пары и интенсивному корродированию стыка.

Аналогичным является механизм контактной коррозии, в котором анодно-катодная пара образуется при контакте металлов, имеющих разные потенциалы в определенной электролитической среде.

Рассмотренное явление коррозии разных участков поверхности носит ание структурной коррозии.

Одновременное воздействие на элемент конструкции коррозионной среды, а также постоянных или переменных напряжений усиливает процесс коррозии. При этом предел выносливости детали снижается (коррозионная усталость). Явление коррозионной усталости наблюдается у рессор, пружин, штоков гидроцилиндров и других деталей, работающих при аналогичных условиях.

Непрерывное одновременное действие агрессивной среды и растягивающих напряжений вызывает явление, так называемого, коррозионного растрескивания поверхности.

Тема 8 Надежность систем при резервировании замещением

Рассмотрим показатели надежности для следующих вариантов резервирования:
а) резервирование с целой кратностью, когда резервированная система содержит один основной элемент и k резервных. Такое резервирование называется резервированием кратности k.
б) резервирование со скользящим резервом, при котором система содержит n последовательно соединенных основных элементов и k резервных. При этом любой из резервных элементов может заменить любой из основных. Такое резервирование называется резервированием кратности k/n.

Основные и резервные элементы предполагаем физически однотипными, т.е. имеющими одинаковые функции надежности при условии одинаковой эксплуатации.

Рассмотрим случаи различных видов резерва.

А. Горячий резерв.

А1. Резервирование кратности k.

Система работает до тех пор , пока не откажут все элементы, и ее можно рассматривать как параллельное соединение (k+1)-го элемента. Следовательно, функция надежности

ps(r)(t) = 1 - (1 - p(t))k+1.

Если все элементы имеют постоянную интенсивность отказов ?, то средняя наработка резервированной системы равна

$$\tau_s^{(r)} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{i}.$$

А2. Резервирование кратности k/n.

Система будет работать до тех пор, пока из всех элементов, как основных, так и резервных, будут работать хотя бы n. Поэтому в случае горячего резерва систему можно рассматривать как структуру типа «n из n+k».

Следовательно,

n+k

ps(r)(t) = ? ?in+k pi(t) qn+k-i(t).

i=n

Если все элементы имеют постоянную интенсивность отказов ?, то средняя наработка резервированной системы равна

$$\tau_s^{(r)} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{n+k} \frac{1}{i}.$$

В. Холодный резерв.

В1. Резервирование кратности k.

Система функционирует следующим образом: основной элемент работает в течение некоторой случайной наработки T0, затем один из резервных переходит в рабочее состояние и работает в течение времени T1, затем включается второй резервный элемент и т.д. Наработка до отказа всей системы

Ts = T0 + T1 + … + Tk.

Так как в случае холодного резерва случайные величины T0, T1, ..., Tk независимы и имеют одинаковые распределения, то средняя наработка резервированной системы равна

?s(r) = M(Ts) = M(T0) + M(T1) + … + M(Tk) = (k + 1) ?,

где ? - средняя наработка одного элемента.

Зная распределение наработки элемента, можно определить и распределение наработки системы как суммы (k+1) независимых случайных величин с одинаковым распределением.

Если все элементы имеют постоянную интенсивность отказов ?, то можно вывести, что функция надежности резервированной системы равна

$$p_s^{(r)}(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^{k} \frac{\lambda t^i}{i!}.$$

В2. Резервирование кратности k/n.

Ограничимся рассмотрением случая, когда все элементы имеют одинаковую постоянную интенсивность отказов ?.

Функционирование системы можно представить в виде графа состояний на рисунке 5.3. Здесь Sn, i – состояние, в котором n элементов работают (среди которых могут быть и резервные, переведенные в рабочее состояние), а i элементов находятся в резерве, S0 – состояние отказа системы.

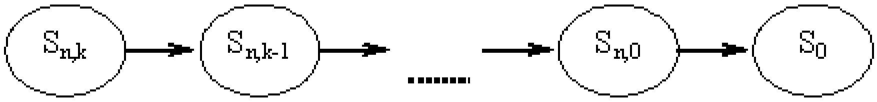


Рис 5.3. Граф состояний холодного резерва кратности k/n

Каждое из состояний Sn, i имеет случайную длительность, распределенную так же, как и наработка системы из n последовательно соединенных элементов с интенсивностью ?, т.е. наработка объекта с интенсивностью n?. Поэтому у исследуемой системы надежность такая же, как у системы с холодным резервом кратности k и интенсивностью каждого элемента n?. Подставив в формулы из предыдущего раздела вместо ? значение n?, получим, что для системы с холодным резервом кратности k/n функция надежности равна

$$p_s^{(r)}(t) = e^{-n\lambda t}\sum_{i=0}^{k}\frac{(n\lambda t)^i}{i!},$$

а средняя наработка до отказа

$$\tau_s^{(r)} = \frac{k+1}{n\lambda} = \frac{k+1}{n}\tau.$$

С. Теплый резерв.

Ограничимся рассмотрением случая, когда все элементы имеют постоянную интенсивность отказов. Пусть у основного элемента интенсивность ?, у резервного элемента в резервном состоянии постоянная интенсивность ?r < ? ; как только резервный элемент переходит в рабочее состояние, значение интенсивности сразу становится равным ?.

С1. Резервирование кратности k

Функционирование системы можно представить в виде графа состояний на рисунке 5.4.

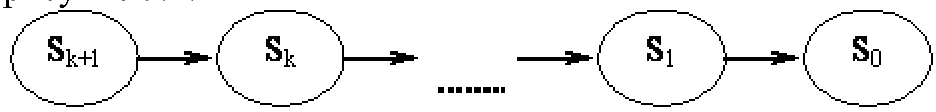


Рис 5.4. Граф состояний теплого резерва кратности к.

Здесь Sk+1 – состояние, в котором исправны и основной, и все резервные элементы. Оно продолжается случайное время Vk+1. Какой бы элемент не отказал в этом состоянии первым: основной или резервный, система в любом случае переходит в состояние Sk: один элемент основной (или резервный, но в рабочем состоянии) и k-1 резервных элементов в резервном состоянии. Случайное время пребывания системы в состоянии Sk обозначим Vk. После этого система переходит в состояние Sk-1 (один какой-то элемент работает, k-2 в резерве). Попав в состояние S1, в котором работает один элемент, и резерва больше нет, система через случайное время V1 переходит в состояние отказа S0.

Случайная величина Vk+1 имеет такое же распределение, как и наработка до отказа системы из k+1 последовательно соединенных элементов, в которой у одного из элементов интенсивность ?, а у всех остальных – ?r. Поэтому среднее время пребывания системы в состоянии Sk+1 равно

$$M(V_{k+1}) = \frac{1}{\lambda + k\lambda_r}.$$

Аналогично,

$$M(V_k) = \frac{1}{\lambda + (k-1)\lambda_r}, \ldots, M(V_1) = \frac{1}{\lambda}.$$

Таким образом, для системы с теплым резервом кратности k средняя наработка в случае постоянной интенсивности отказов равна

$$\tau_s^{(r)} = M(V_{k+1}) + M(V_k) + \ldots + M(V_1) = \sum_{i=0}^{k} \frac{1}{\lambda + i\lambda_r}.$$

С2. Резервирование кратности k/n

Построим граф состояний системы (рис.5.5.). Здесь Sn, i – состояние, в котором n элементов находятся в рабочем состоянии, i элементов - в резервном состоянии, S0 - состояние отказа системы.

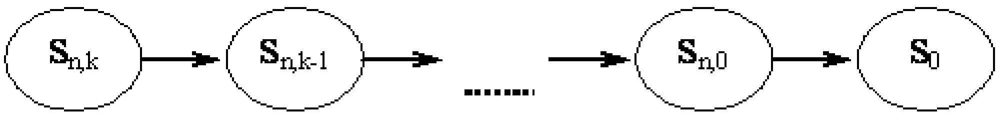


Рис 5.5 Граф состояний теплого резерва кратности k/n.

Пусть в состоянии Sn, i система находится некоторое случайное время Vn, i, тогда наработка до отказа системы

Ts = Vn, k + Vn, k-1 + ... + Vn, 0 .

Каждая из случайных величин Vn, i распределена так же, как и наработка системы из n+i последовательно соединенных элементов, n из которых имеют интенсивность отказов ?, а i элементов - интенсивность отказов ?r.

$$M(V_{n,i}) = \frac{1}{n\lambda + i\lambda_r}.$$

Следовательно,

Таким образом, получаем, что для системы с теплым резервом кратности k/n средняя наработка в случае постоянной интенсивности отказов равна

$$\tau_s^{(r)} = \sum_{i=0}^{k} \frac{1}{n\lambda + i\lambda_r}.$$

Тема 9 ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ

1.Учет надежности переключающих устройств.
2. Мажоритарное резервирование.

Пусть система представляет собой последовательное соединение элементов, среди которых есть однотипные классы. Разобъем множество элементов системы на классы однотипных элементов. В системе окажется m классов элементов. Считаем, что класс с номером i содержит ni элементов с постоянной интенсивностью отказов ?i.

Предположим, что для элементов класса i применяется холодное резервирование кратности ki/ni. Тогда, рассматривая класс i как подсистему из ni последовательно соединенных элементов, получаем, что функция надежности такой подсистемы с учетом резервирования равна

$$\mathbf{p}_{si}^{(r)}(\mathbf{t}) = \mathbf{exp}(-\mathbf{n}_i \lambda_i \mathbf{t}) \sum_{j=0}^{k_i} \frac{(n_i \lambda_i t)^j}{j!}.$$

Вся система является последовательным соединением таких подсистем, поэтому ее функция надежности равна. $$p_s^{(r)}(t) = \prod_{i=1}^{m} e^{-n_i \lambda_i t} \sum_{j=0}^{k_i} \frac{(n_i \lambda_i t)^j}{j!} \qquad (1)$$

Очевидно, чем больше ki, тем выше надежность. Однако есть экономические ограничения. Пусть стоимость одного элемента i-й группы ci, а общие затраты на резерв не должны превышать C. Получаем ограничение

$$\sum_{i=1}^{m} c_i k_i \le C. \qquad . (2)$$

Пусть в качестве показателя надежности системы выбрана вероятность безотказной работы системы в течение определенного срока t. Тогда задача оптимального резервирования ставится следующим образом: среди всех вариантов резервирования системы (k1, ... ,km), которые удовлетворяют ограничению (2), выбрать вариант, при котором функция надежности (1) достигает максимума.

Задачу можно несколько упростить, если учесть, что $$p_s^{(r)}(t) = p_s(t) \cdot \prod_{i=1}^{m} \sum_{j=0}^{k_i} \frac{(n_i \lambda_i t)^j}{j!},$$

где $p_s(t) = \prod_{i=1}^{m} e^{-n_i \lambda_i t}$ - надежность нерезервированной системы.

Значения $p_s(t)$ и $n_i \lambda_i t$, i=1,2, ... ,m не зависят от варианта резервирования. Поэтому вместо максимума функции надежности можно искать максимум более простой функции $\prod_{i=1}^{m} \sum_{j=0}^{k_i} \frac{(\mu_i)^j}{j!}$,

где $\mu_i = n_i \lambda_i t$ - фиксированные величины в нашей задаче.

Таким образом, задача оптимального резервирования сводится к задаче математического программирования: найти набор неотрицательных целочисленных значений k1, k2, ..., km, удовлетворяющих ограничению $\sum_{i=1}^{m} c_i k_i \le C$

и максимизирующих целевую функцию $\prod_{i=1}^{m} \sum_{j=0}^{k_i} \frac{(\mu_i)^j}{j!}$.

Так как для любого допустимого варианта резервирования 0 ? ki ? C/ci, то допустимых вариантов – конечное число, и оптимальное резервирование можно определить простым перебором. Если вариантов слишком много, то применяют специальные методы оптимизации.

9.1 УЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИХ УСТРОЙСТВ

До сих пор, говоря о "переключении" на резервный элемент, мы предполагали, что либо для этого не требуется специального переключающего устройства, либо надежность переключающего устройства равна единице. Это допущение справедливо, если можно считать, что вероятность отказа переключателя значительно меньше вероятности отказа рабочего элемента, и тогда отказом переключателя можно пренебречь. В противном случае необходимо учитывать также и возможный отказ переключателя.

Рассмотрим случай горячего резерва кратности 1. В системе есть основной элемент 1, резервный элемент 2 и переключающее устройство П. Надежности основного и резервного элементов равны p, надежность переключателя равна po.

Для расчета надежности объединим переключатель П и элемент 2 в одну подсистему с последовательным соединением.

Будем рассматривать эту подсистему как параллельно включенный условный элемент (рис.5.6.)

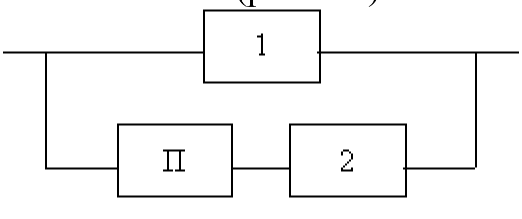


Рис 5.6. Резервированная система с переключателем.

Надежность резервированной системы равна

ps(r) = 1-(1-p)(1-pop).

Таким образом, неполная надежность переключателя может быть учтена простым умножением надежности резервного элемента на надежность переключателя.

Если у нас 1 основной элемент и k резервных с надежностью p, и каждый из резервных элементов снабжен своим переключателем с надежностью po, (рис.5.7.) то надежность каждого резервного элемента умножается на надежность соответствующего переключателя ps(r) = 1-(1-p)(1-pop)k.

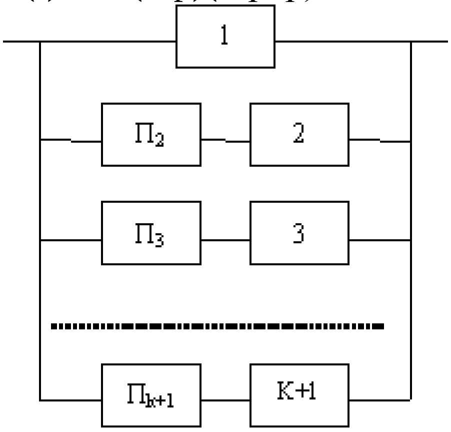


Рис 5.7. Резервированная система с индивидуальными переключателями.

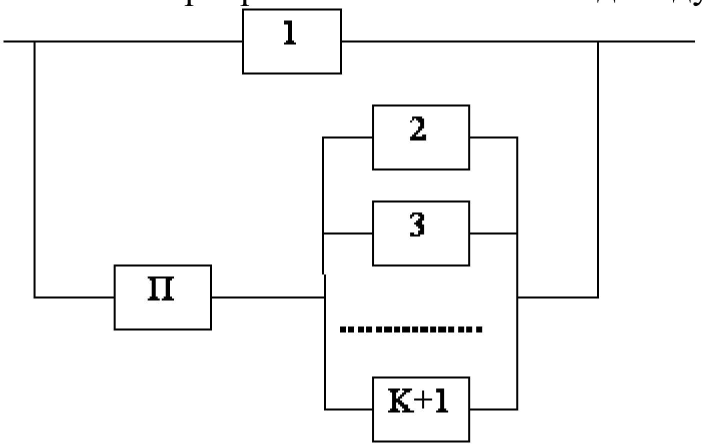


Рис 5.8. Резервированная система с общим переключателем.

Может оказаться, что переключение на любой резервный элемент осуществляется одним и тем же переключателем П (рис.5.8.).

Тогда переключатель П вместе со всем блоком резервных элементов можно рассматривать как один условный резервный элемент с надежностью

p2 = po(1-(1-p)k),

а надежность всей системы вычисляется по формуле

ps(r) = 1-(1-p)(1-p2) = 1- q(1-po(1-qk)), где q = 1-p.

Пример 1. Определить надежность системы, состоящей из основного элемента 1 и трех резервных элементов 2, 3, и 4, имеющих одинаковую надежность p=0,9. Переключение на резервные элементы осуществляется с помощью одного и того же переключателя, имеющего надежность po = 0,95 (рис.5.9.).

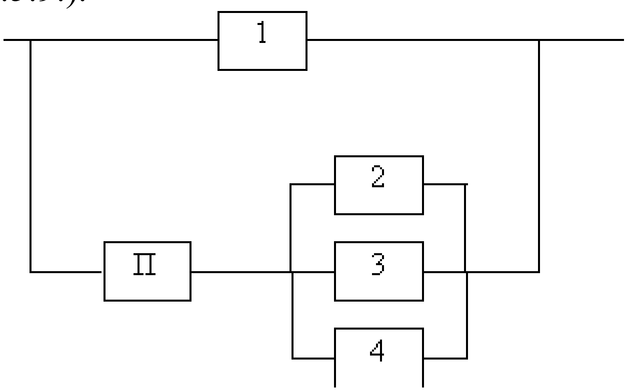


Рис 5.9.

Решение. Объединим переключатель с резервными элементами 2, 3, и 4 в условный элемент с надежностью

p2 = po(1-(1-p))3= 0,95 * (1 - 0,13) ? 0,949.

Надежность всей системы ps(r) = 1 - (1 - 0,9) * (1 - 0,949) = 0,995.

В данном примере сравнительно низкая надежность переключателя практически обесценивает большое количество резервных элементов.

Большую надежность системы мы получили бы, если бы каждый резервный элемент был снабжен своим переключателем (рис.5.10.)

Пусть у всех переключателей одинаковая надежность po = 0,95. Объединяем все резервные элементы и переключатели в один условный элемент с надежностью p2 = 1 -(1-pop)3 = 1-(1-0,95 * 0,9)3 ? 0,997.

Надежность всей системы ps(r) = 1 -(1-p)(1-p2) = 1 - 0,1 * 0,003 ? 0,9997.

Расчет надежности системы с учетом надежности переключателя становится гораздо более сложным в случае холодного или теплого резерва.

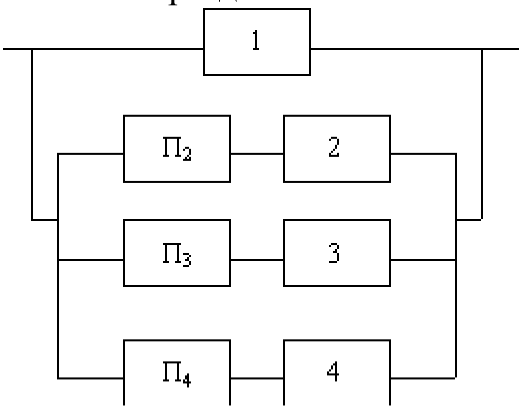


Рис 5.10.

Рассмотрим частный случай холодного резерва кратности 1. Пусть основной элемент и резервный в рабочем состоянии имеют одинаковую постоянную интенсивность отказов ?. Будем считать, что переключатель представляет собой сложный комплекс аппаратуры с постоянной интенсивностью отказов ?o. Можно показать, что в этом случае надежность резервированной системы составит

$$p_S^{(r)}(t) = e^{-\lambda t}(1 + \frac{\lambda}{\lambda_o}(1 - e^{-\lambda_o t})).$$

Для случая холодного резерва кратности 2 и одного переключателя функция надежности будет равна

$$p_S^{(r)}(t) = e^{-\lambda t} \cdot (1 + \frac{\lambda}{\lambda_o}(1 - e^{-\lambda_o t}) + (\frac{\lambda}{\lambda_o})^2 (1 - (1 + \lambda_o t) e^{-\lambda_o t})).$$

9.2 МАЖОРИТАРНОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ

Пусть функции объекта заключается в том, что он принимает и передает сигнал. Сигнал может быть двух типов: "0" или "1" (отсутствие сигнала или наличие сигнала). Объект должен принять сигнал и передать его дальше. Отказ объекта заключается в том, что он начинает передавать сигнал неправильно. В частности, возможны отказы типа "обрыв", когда на выходе объекта вообще ничего не передается, и отказы типа "короткое замыкание", когда на выходе передается постоянный сигнал.

Мажоритарное резервирование заключается в том, что вместо одного объекта работают n объектов, называемых передающими элементами, которые должны передавать один и тот же сигнал. В случае отказа части элементов в сигналах на выходах наступит рассогласование. Тогда в качестве общего выходного сигнала выбирается сигнал, присутствующий на выходе большинства передающих элементов. Для выбора этого сигнала необходим специальный решающий элемент, называемый мажоритарным элементом.

Итак, в системе с мажоритарным резервированием есть n передающих элементов и один мажоритарный элемент. Чтобы мажоритарный элемент мог всегда осуществить выбор сигнала, присутствующего на выходе большинства передающих элементов, число n должно быть нечетным, т.е. n=2k+1.

Систему с мажоритарным резервированием можно рассматривать как последовательное соединение структуры типа к+1 из 2к+1 и мажоритарного элемента. Пусть p - надежность передающего элемента, pm - надежность мажоритарного элемента, тогда надежность всей резервированной системы определяется по формуле

2k+1

ps = pm ? Ci2k+1 pi (1-p)2k+1-i.

i=k+1

В частности, для простейшего случая мажоритарного резервирования, когда n=3, получаем

ps = pm (C32 p2 (1-p) + C33p3) = pm (3p2-2p3).

Тема 10. НАДЕЖНОСТЬ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ. ПРОЦЕССЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

До сих пор, рассматривая задачи надежности, мы исходим из того, что отказавший объект выходит из строя окончательно и никакого восстановления его функций не производится. Предположим теперь, что отказавшие объекты восстанавливаются - заменяются новыми или ремонтируются.

Предположим в этом разделе, что время, требуемого на замену или ремонт отказавшего объекта очень мало по сравнению с промежутками между отказами. Тогда можно считать, что объект восстанавливается мгновенно.

Рассмотрим случайные моменты времени, в которые происходят восстановления объекта t1, t2, t3,... Случайные наработки после каждого восстановления T1 = t1, T2 = t2 - t1 ,..., Ti = ti+1 - ti,... являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами.

Последовательность случайных моментов времени t1, t2, ... называется процессом восстановления. Для задачи надежности представляют интерес следующие характеристики процесса восстановления.

1) За промежуток от 0 до t происходит случайное число восстановлений Nt. Важно знать закон распределения Nt, т.е. вероятности P{Nt = k}, где

к = 0,1,2,... Важно также математическое ожидание M(Nt).

2) Пусть событие $A(t,\Delta t)$ заключается в том, что на промежутке $(t, t+\Delta t)$ происходит восстановление. Величина $u(t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{P\{A(t,\Delta t)\}}{\Delta t}$ называется плотностью восстановления.

Можно показать, что плотность восстановления u(t) и частота отказов f(t) (плотность распределения времени между двумя последовательными восстановлениями) связаны интегральным уравнением $u(t)=f(t)+\int\limits_0^t f(x)u(t-x)dx$.

Доказано, что $\lim\limits_{t\to\infty} u(t)=\dfrac{1}{\tau}$, где ? ? среднее время между восстановлениями (средняя наработка до отказа).

Рассмотрим важный случай, когда промежутки между восстановлениями имеют показательное распределение с параметром ?. В этом случае процесс восстановления называется простейшим потоком. Для простейшего потока распределение числа восстановлений на промежутке (0,t) :

$$P\{N_t=k\}=\frac{\lambda^k t^k}{k!}e^{-\lambda t}, \ k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

Среднее число восстановлений на промежутке (0, t) равно M(Nt) = ?t.

Плотность восстановления простейшего потока является константой: u(t) = ? .

10.1 Показатели надежности восстанавливаемого объекта

Будем теперь учитывать время восстановления. Считаем, что время восстановления также является случайной величиной, со своим распределением. Функционирование объекта можно представить как последовательность моментов времени

t01, tb1, t02, tb2, t03, tb3 ,...

где t01 - момент первого отказа;

tb1 - момент первого восстановления;

t02 - момент второго отказа;

tb2 - момент второго восстановления;

...

При этом случайные величины t01, t02 - tb1, t03 - tb2 , t04 - tb3, ... независимы и имеют одно и тоже распределение - распределение наработки до отказа, а случайные величины tb1 - t01, tb2 - t02, tb3 - t03, ... также независимы и имеют одно и то же распределение - распределение времени восстановления.

Показателями надежности восстанавливаемых систем являются:

1) функция готовности Кг(t) - вероятность того, что объект работает в момент t;

2) функция простоя Кп(t) = 1 - Кг(t) - вероятность того, что объект не работает в момент t;

3) функция оперативной готовности Ког(t1, t2) - вероятность того, что объект окажется работающим в момент t1 и проработает без отказа до момента t1 + t2.

Доказано, что

$$\lim_{t\to\infty} K_Г(t) = K_Г = \frac{\tau}{\tau+\tau_в}\ ;\quad \lim_{t\to\infty} K_П(t) = K_П = \frac{\tau_в}{\tau+\tau_в}\ ,$$

где ? - средняя наработка до отказа (для восстанавливаемых объектов обычно говорят "средняя наработка между отказами");

?в - среднее время восстановления.

Величины Кг и Кп называются соответственно коэффициентом готовности и коэффициентом простоя.

Обычно ?в мало по сравнению с ? , и . $K_П \approx \frac{\tau_в}{\tau},\ K_Г \approx 1-\frac{\tau_в}{\tau}$

Значение коэффициента готовности может определить и другим путем. Обозначим через r(t) суммарную наработку объекта за время t. Тогда отношение r(t)/t представляет собой долю рабочего времени объекта в течение промежутка времени t. Предельное значение доли рабочего времени и будет равна коэффициенту готовности . $K_Г = \lim_{t\to\infty}\frac{r(t)}{t}$

Можно показать, что два приведенных выше определения Кг эквивалентны.

10.2 Уравнения состояний восстанавливаемого объекта

Рассмотрим теперь случай, когда наработка между отказами имеет показательное распределение с параметром ? (? называется интенсивностью отказов), а время восстановления имеет показательное распределение с параметром ? (? называется интенсивностью восстановления).

В этом случае средняя наработка между отказами и среднее время восстановления равны $\boldsymbol{\tau = \frac{1}{\lambda}\ ,\ \tau_в = \frac{1}{\mu}}$. Коэффициенты готовности и простоя соответственно равны $K_Г = \frac{\mu}{\lambda+\mu}\ ,\ K_П = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}$.

Обычно ? мало по сравнению с ?, тогда $K_{П} \approx \frac{\lambda}{\mu}$, $K_{Г} \approx 1-\frac{\lambda}{\mu}$.

Можно определить и предельное значение функции оперативной готовности. Введем события:

A(t1) - объект работает в момент t1 ,

B(t1 , t2) - на промежутке (t1, t1 + t2) не будет отказов.

Тогда $K_{ОГ}(t_1,t_2) = P\{A(t_1)\} P\{B(t_1,t_2)| A(t_1)\}$.

Но $P\{A(t_1)\} = K_{Г}(t_1)$; $P\{B(t_1,t_2)| A(t_1)\} = e^{-\lambda t_2}$.

Таким образом, $K_{ОГ}(t_1,t_2) = K_{Г}(t_1) e^{-\lambda t_2}$.

При $t_1 \to \infty$ функция оперативной готовности переходит в стационарную функцию оперативной готовности :

$$K_{ОГ}(t_2) = \lim_{t_1\to\infty} K_{ОГ}(t_1,t_2) = K_{Г} e^{-\lambda t_2} = \frac{\mu}{\lambda+\mu} e^{-\lambda t_2}$$
.

Восстанавливаемый объект может находиться в двух состояниях: S0, в котором объект работает, и S1, в котором объект восстанавливается. Функционирование объекта заключается в последовательности переходов от одного состояния к другому. Интенсивность перехода от S0 к S1 равна ? (интенсивности отказов), интенсивность перехода от S1 к S0 равна ? (интенсивности восстановления).

Функционирование объекта можно описать графом, изображенном на рис.6.1.

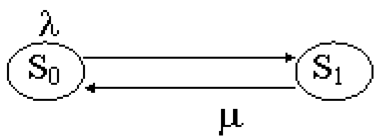


Рис.6.1. Граф состояний восстанавливаемого объекта.

Обозначим через ?0(t) вероятность того, что в момент t объект находится в состоянии S0 (т.е. работает), через ?1(t) - вероятность того, что в момент t объект находится в состоянии S1 (т.е. восстанавливается). Таким образом, ?0(t) = Кг (t), ?1(t) = Кп(t). Изменение состояний представляет собой дискретный марковский процесс, а вероятности П0(t) и П1(t) описываются системой уравнений :

$$\Pi_0'(t) = -\lambda\Pi_0(t) + \mu\Pi_1(t);$$

$$\Pi_1'(t) = \lambda\Pi_0(t) - \mu\Pi_1(t); \qquad \mathbf{(1)}$$

$$\Pi_0(t) + \Pi_1(t) = 1; \qquad \mathbf{(2)}$$

$$\Pi_0(0) = 1 \ , \ \Pi_1(0) = 0. \qquad \mathbf{(3)}$$

Дифференциальные уравнения (1) называются уравнениями переходного режима. Уравнение (2) - уравнением нормировки, условия (3) - начальными условиями. Отметим, что уравнение нормировки (2) делает лишним одно из дифференциальных уравнений (1) (одно из уравнений будет следовать из другого) и одно из начальных условий (3). Получаем в результате систему уравнений :

$$\Pi_0'(t) = -\lambda\Pi_0(t) + \mu\Pi_1(t);$$
$$\Pi_0(t) + \Pi_1(t) = 1;$$
$$\Pi_0(0) = 1.$$

Решив эти уравнения, получаем

$$\Pi_0(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-(\lambda+\mu)t} + \frac{\mu}{\lambda+\mu};$$

$$\Pi_1(t) = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}\left(1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right).$$

Таким образом, получили выражения для функции готовности КГ(t) = ?0(t) и функции простоя Кп (t) = ?1(t)

Теперь можем записать в аналитическом виде и функцию оперативной готовности

$$K_{ОГ}(t_1,t_2) = K_Г(t_1)e^{-\lambda t_2} = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}e^{-\lambda(t_1+t_2)-\mu t_1} + \frac{\mu}{\lambda+\mu}e^{-\lambda t_2}$$
.

Отметим, что при $t \to \infty$

$$\lim_{t\to\infty}\Pi_0(t) = \Pi_0 = \frac{\mu}{\lambda+\mu}\ ;\ \lim_{t\to\infty}\Pi_1(t) = \Pi_1 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}$$

Значения ?0 и П1 совпадают с полученными в начале этого раздела значениями КГ и КП.

Задав некоторую допустимую погрешность, можем считать, что начиная с некоторого момента времени t* вероятности ?0(t), ?1(t) становятся практически равными П0, П1. Промежуток времени 0 < t < t* называется переходным режимом функционирования объекта, при t > t* говорят о стационарном режиме функционирования. Обычно время переходного режима значительно меньше промежутка времени, в течение должен эксплуатироваться объект. Поэтому в основном нас будет интересовать стационарный режим.

Для получения вероятностей П0, П 1 (стационарного решения) необязательно решать уравнения (1) - (3). В стационарном режиме П0(t) = П0, П1(t) = П1, следовательно, $\Pi_0'(t) = 0,\ \Pi_1'(t) = 0.$ Начальные условия (3) для стационарного режима не нужны, а уравнения (1) - (2) переходят в систему линейных уравнений

$$0 = -\lambda\Pi_0 + \mu\Pi_1;$$
$$0 = \lambda\Pi_0 - \mu\Pi_1;$$
$$\Pi_0 + \Pi_1 = 1.$$

Отсюда опять получается то же самое решение . $\Pi_0 = \frac{\mu}{\lambda+\mu}\ ,\ \Pi_1 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}$

Тема11. ВОССТАНАВЛИВАЕМАЯ СИСТЕМА С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ

Пусть имеется система из n параллельно соединенных элементов. Будем считать, что все элементы имеют одинаковую надежность с постоянной интенсивностью ?, а время восстановления каждого элемента имеет показательное распределение с интенсивностью ? .

Предположим сперва, что при нескольких отказавших элементах восстановление производится по очереди (т.е. в любой момент времени восстанавливается не более одного элемента). Такое восстановление называется полностью ограниченным.

Определим состояния системы:

S0 - отказавших элементов нет;

S1 - отказал один элемент;

S2 - отказали два элемента;

....

Sn - отказали все элементы.

Граф состояний системы изображен на рисунке 6.9.

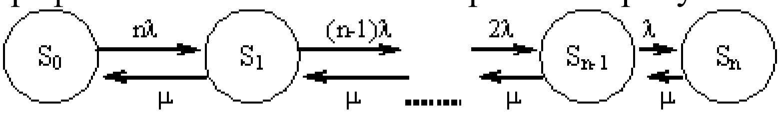


Рис.6.9. Граф состояний системы с параллельным соединением и полностью ограниченным восстановлением.

Предположим теперь, что среди n элементов системы k параллельно соединенных элементов являются основными, а остальные l = n-k - резервными. При этом любой резервный элемент может замещать любой из отказавших основных, и после восстановления любой из элементов становится либо на место основного, если к этому моменту в системе работают менее k элементов, либо становится в резерв.

Если резерв горячий, граф состояний не меняется.

При холодном резерве получаем граф, показанный на рис. 6.10.

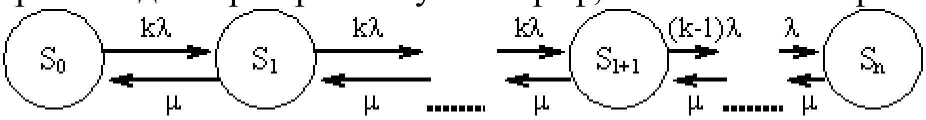


Рис. 6.10. Граф состояний системы с параллельным соединением, холодным резервом и полностью ограниченным восстановлением.

В случае теплого резерва получаем граф, изображенный на рисунке 6.11.

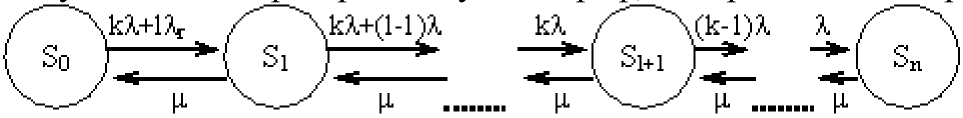


Рис 6.11. Граф состояний системы с параллельным соединением, теплым резервом и полностью ограниченным восстановлением.

Все эти графы состояний можно записать в общем виде (рис.6.12.)

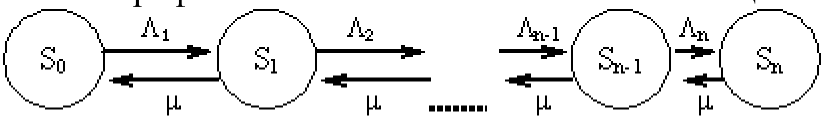


Рис. 6.12. Общий вид графа состояний системы с параллельным соединением и полностью ограниченным восстановлением.

Все рассмотренные выше системы относились к случаю полностью ограниченного восстановления. Рассмотрим теперь случай, когда все отказавшие элементы сразу начинают восстанавливаться. Такое восстановление называется неограниченным. Для неограниченного восстановления получаем граф состояний, изображенный на рисунке 6.13.

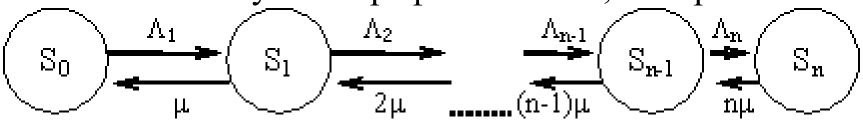


Рис. 6.13. Граф состояний системы с параллельным соединением и неограниченным восстановлением.

Возможен также случай, когда одновременно могут восстанавливаться не более r элементов (например, если есть всего r ремонтных мест). Такое восстановление называется частично ограниченным.

Для случая частично ограниченного восстановления получаем граф состояний, изображенный на рисунке 6.14.

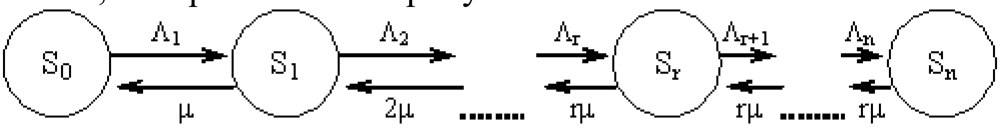


Рис. 6.14. Граф состояний системы с параллельным соединением и частично ограниченным восстановлением.

Таким образом, для любого вида резервирования и любого вида восстановления граф состояний системы с параллельным соединением имеет вид, как на рисунке 6.15.

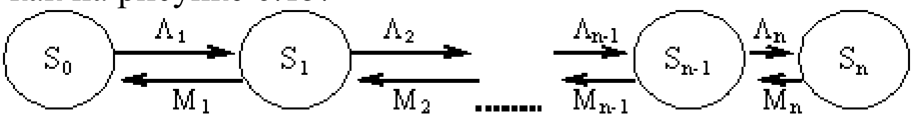


Рис. 6.15. Общий вид графа состояний восстанавливаемой системы с параллельным соединением.

Рассчитаем стационарные вероятности системы. Получаем систему уравнений

$$0 = -\Lambda_1 \Pi_0 + M_1 \Pi_1;$$

$$0 = -(\Lambda_2 + M_1)\Pi_1 + \Lambda_1 \Pi_0 + M_2 \Pi_2;$$

$$. \; .$$

$$0 = -M_n \Pi_n + \Lambda_n \Pi_{n-1};$$

$$\Pi_0 + \Pi_1 + \ldots + \Pi_n = 1.$$

Из первого уравнения получаем $\Pi_1 = \frac{\Lambda_1}{M_1}\Pi_0$.

Подставив это значение во второе уравнение, получим . $\Pi_2 = \frac{\Lambda_1 \Lambda_2}{M_1 M_2}\Pi_0$

И далее, вычисляя последовательно П3, П4 ,....., получаем

$$\Pi_k = \frac{\mathbf{\Lambda}_1 \cdot \mathbf{\Lambda}_2 \cdot \ldots \cdot \mathbf{\Lambda}_k}{M_1 \cdot M_2 \cdot \ldots M_k}\Pi_0 \quad , \; \mathbf{k = 3,4,\ldots,n.}$$

Введем для простоты обозначений константы
$\gamma_0 = 1$; $\gamma_k = \gamma_{k-1}\dfrac{\Lambda_k}{M_k} = \prod\limits_{i=1}^{k}\dfrac{\Lambda_i}{M_i}$, k = 1,2,...,n.

Тогда Пk = ?kП0, k = 1,2,...,n.

В силу уравнения нормировки $\Pi_0 = \dfrac{1}{1+\gamma_1+\ldots+\gamma_n}, \Pi_i = \dfrac{\gamma_i}{1+\gamma_1+\ldots+\gamma_n}, \quad i = 1,2,\ldots,n.$

Так как работоспособными являются все состояния системы, кроме Sn , то
$\mathbf{K}_Г = \dfrac{1+\gamma_1+\ldots+\gamma_{n-1}}{1+\gamma_1+\ldots+\gamma_n}$; $\mathbf{K}_П = \dfrac{\gamma_n}{1+\gamma_1+\ldots+\gamma_n}$
.

11.1 СРЕДНЯЯ НАРАБОТКА ДО ПЕРВОГО ОТКАЗА ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ

Во многих задачах надежности важным показателем является средняя наработка до первого отказа системы. Этот показатель особенно важен для систем, у которых восстановление отдельных элементов возможно только при условии одновременной работы системы (например, для системы обеспечения жизнедеятельности). Такие системы уже не восстановимы после отказа.

Обозначим среднюю наработку до первого отказа через ?1 .

Пример 1. Рассмотрим восстанавливаемый объект с графом состояний, изображенным на рисунке 6.1. Средняя наработка до первого отказа равна среднему времени до первого наступления состояния S1. Очевидно, ?1 = 1/? .

Пример 2. Рассмотрим восстанавливаемую систему с последовательным соединением. Граф состояний такой системы изображен на рисунке 6.8. Среднее время до первого отказа - это среднее время до выхода системы из состояния S0 . Очевидно, . $\tau_1 = \dfrac{1}{\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_n}$

Пример 3. Рассмотрим систему из двух параллельно соединенных элементов с одинаковой интенсивностью отказов и интенсивностью восстановлений. Пусть восстановление в системе является неограниченным. Граф состояний системы изображен на рисунке 6.16.

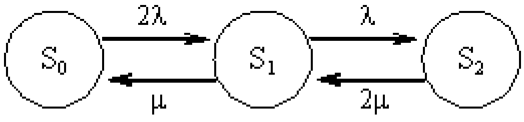


Рис. 6.16.

Система отказывает в состоянии S2, следовательно, ?1 равна среднему времени до первого попадания системы в состояние S2 .

Преобразуем эту систему. Пусть после отказа система уже не восстанавливается, т.е. попав в состояние S2, система уже из этого состояния не выходит. В этом случае состояния S2 называется поглощающим. Тогда получаем новую систему с графом состояний, изображенным на рисунке 6.17. Здесь S0 ,S1 - работоспособные состояния, S2 - состояние отказа.

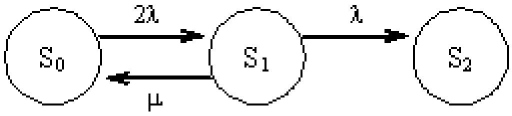


Рис. 6.17.

Тогда средняя наработка до первого отказа ?1 в исходной системе будут равна средней наработке до отказа новой системы.

Рассмотрим теперь метод расчета средней наработки до первого отказа для произвольной восстанавливаемой системы. Обозначим состояния системы через S0 ,S1 ,...Sn . Пусть в состояниях S0,S1,...S m система работает (при этом через S0 обозначим состояние, в котором работают все элементы системы), Sm+1,...,Sn - состояния отказа системы.

Построим граф состояний системы с интенсивностями переходов ?ij и запишем уравнения переходного режима. Для упрощения записи формул введем величины ?ii = 0, i = 0,1,..., n:

$$\Pi_i'(t) = -\sum_{j=0}^{n} \Lambda_{ij}\Pi_i(t) + \sum_{j=0}^{n} \Lambda_{ji}\Pi_j(t), \quad i = 0,1,\dots,n.$$

Сделаем все состояния отказа системы Sm+1 ,...,Sn поглощающими, т.е. положим все ?ij = 0 , если i>m, а в графе сотрем все стрелки, выходящие из вершин Sm+1 ,...,Sn . Для новой системы уравнения переходного режима будут следующими:

$$\Pi_i'(t) = -\sum_{j=0}^{n} \Lambda_{ij}\Pi_i(t) + \sum_{j=0}^{m} \Lambda_{ji}\Pi_j(t)\ , \ i = 0,1,\dots,m;$$

$$\Pi_i'(t) = -\sum_{j=0}^{m} \Lambda_{ji}\Pi_j(t)\ , \ i = m+1,\ \dots\ ,\ n.$$

К этим уравнениям добавим уравнение нормировки :

$$\Pi_0(t) + \Pi_1(t) + \ldots + \Pi_n(t) = \mathbf{1}\ ,$$

и начальные условия:

$$\Pi_0(\mathbf{0}) = \mathbf{1}\ ,\ \ \Pi_i(\mathbf{0}) = \mathbf{0}\ ,\ \ \mathbf{i = 1,2,\dots,n}$$

.

Решая эти уравнения, можно однозначно определить все Пi (t). Отметим, что система обязательно когда-нибудь попадет в одно из поглощающих состояний Sm+1 ,...,Sn . Это означает что для всех i = 0, 1, ... , m

$$\Pi_i(\infty) = \lim_{t\to\infty}\Pi_i(t) = 0.$$

Средняя наработка до первого отказа исходной системы ?1 совпадает со средней наработкой до отказа новой системы с поглощающими состояниями,

значит, $$\tau_1 = \int_0^\infty \rho_S(t)\,dt\ ,$$

где ?S (t) - функция надежности новой системы, т.е. вероятность того, что в момент t новая система находится в одном из своих работоспособных состояний. Таким образом,

$$\rho_S(t) = \Pi_0(t) + \Pi_1(t) + \ldots + \Pi_m(t)$$

.

$$\tau_1 = \sum_{i=0}^{m} \int_0^{\infty} \Pi_i(t)dt$$

Итак, получаем .

Для того, чтобы найти ?1 , нет необходимости решать систему дифференциальных уравнений и находить все функции Пi (t). Вместо этого возьмем уравнения переходного режима для работоспособных состояний:

$$\Pi_i'(t) = -\sum_{j=0}^{n} \Lambda_{ij} \Pi_i(t) + \sum_{j=0}^{m} \Lambda_{ji} \Pi_j(t)\text{, } \mathbf{i = 0,1,\ldots,\ m}.$$

Проинтегрируем эти уравнения по t от 0 до ?:

$$\int_0^{\infty} \Pi_i'(t)dt = -\sum_{j=0}^{n} \Lambda_{ij} \int_0^{\infty} \Pi_i(t)dt + \sum_{j=0}^{m} \Lambda_{ji} \int_0^{\infty} \Pi_j(t)dt\text{, } \mathrm{i = 0, 1, \ldots, m}$$

.

$$u_i = \int_0^{\infty} \Pi_i(t)dt\text{, } \mathbf{i = 0,1,\ldots,\ m}$$

Обозначим .

$$\int_0^{\infty} \Pi_i'(t)dt = \Pi_i(\infty) - \Pi_i(0) = \begin{cases} -1 \text{ , если } i = 0, \\ 0 \text{ , если } \mathrm{i} = 1, 2, \ldots, m, \end{cases}$$

Так как

то получаем систему линейных уравнений

$$-1 = -u_0 \sum_{j=0}^{n} \Lambda_{0j} + \sum_{j=0}^{m} \Lambda_{j0} u_j \text{ ;}$$

$$0 = -u_i \sum_{j=0}^{n} \Lambda_{ij} + \sum_{j=0}^{m} \Lambda_{ji} u_j \text{ , } \mathbf{i = 1, 2, \ldots,\ m}.$$

Из этой системы находим значения ui и определяем среднюю наработку исходной системы до первого отказа

?1 = u0 + u1 + ... + um .

Пример 4. Рассмотрим снова систему из примера 3. Сделав состояние отказа поглощающим, мы получили граф, изображенный на рисунке 6.17.

Запишем уравнения переходного режима для работоспособных состояний

$$\Pi_0'(t) = -2\lambda \Pi_0(t) + \mu \Pi_1(t);$$

$$\Pi_1'(t) = -(\lambda + \mu) \Pi_1(t) + 2\lambda \Pi_0(t).$$

Отсюда получаем систему линейных уравнений

-1 = -2?u0 + ?u1;

0 = -(? + ?)u1 + 2?u0 .

$$u_0 = \frac{\lambda + \mu}{2\lambda^2} \text{ , } u_1 = \frac{1}{\lambda}$$

Решив эту систему, получаем .

$$\tau_1 = u_0 + u_1 = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2}$$

Следовательно, .

Тема 12 НАДЕЖНОСТЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ. ПРОГРАМНЫЕ ОТКАЗЫ

Нет единого определения понятия "программный отказ". Наиболее общим является следующее определение: программный отказ возникает, когда программа работает не так, как предполагает пользователь.

При разработке программного обеспечения (ПО) может возникнуть ряд причин, приводящих к возникновению отказов: неправильное понимание программистом алгоритма, неправильное составление общей структуры ПО и взаимосвязи программ, неправильный выбор методов защиты программ и т.д.

Отладка ПО не может устранить все ошибки, так как число возможных комбинаций входных данных настолько велико, что заранее проверить все возможные ветви исполнения программы практически невозможно. Поэтому моменты появления отказов ПО носят случайный характер: отказы проявляются в случайные моменты времени, когда программа выйдет на участок, содержащий ошибку.

Общая черта между программными и аппаратурными отказами состоит в том, что моменты отказов и время восстановления после отказа носят случайный характер. Однако есть и существенные различия:

1) элементы ПО не имеют периодов приработки или старения. Вероятность программного отказа зависит не от времени или объема выполненной работы, а от выхода программы на участок, содержащий ошибку;
2) устранение аппаратурного отказа не гарантирует, что такой же отказ не повторится в дальнейшем, а устранение программного отказа гарантирует, что этот отказ уже в дальнейшем не произойдет;
3) аппаратурные отказы подразделяют на внезапные и постепенные. Программные отказы могут быть только внезапными.

Существуют два подхода к выбору показателей надежности ПО. С одной стороны, возможно использовать обычные показатели надежности: вероятность отсутствия отказов за время t, среднее время между отказами и т.п. Такие показатели целесообразно использовать для непрерывно применяемого ПО (например, операционных систем). Для ПО, используемого периодически, возможно применение таких показателей, как вероятность успешного выполнения одного прогона программы.

С другой стороны, для описания надежности ПО могут быть использованы специальные показатели, характерные только для ПО, например показатель корректности ПО: предполагаемое число ошибок в ПО. Есть и другие показатели, характеризующие такие свойства ПО как способность функционировать в условиях возмущенной внешней среды, способность к внесению исправлений, защищенность от внесения искажений при постороннем вмешательстве.

12.1 МОДЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Основным средством определения количественных показателей надежности ПО являются модели надежности, под которыми понимают математические модели построенные для оценки зависимости надежности от заранее известных или оцененных в ходе создания ПО параметров.

Рассмотрим классификацию моделей надежности ПО (МНПО) (рис.7.1.)

Рис.12.1 Классификация моделей надежности ПО.

МНПО подразделяются на аналитические и эмпирические. Аналитические модели дают возможность рассчитать количественные показатели надежности, основываясь на данных о поведении программы в процессе тестирования. Эмпирические - основаны на анализе структурных особенностей ПО и рассматривают зависимость показателей надежности от числа межмодульных связей, количество циклов в модулях, отношения числа прямолинейных участков программы к числу точек ветвления и т.д. Эти модели можно использовать на этапе проектирования ПО, когда осуществлена разбивка на модули и известна структура ПО.

Аналитические модели делятся на две группы: динамические модели и статические. В динамических моделях появление отказов рассматривается во времени. В статических моделях не анализируют время появления отказов, а рассматривают зависимость количества оставшихся ошибок от числа тестовых прогонов или зависимость вероятности отказов от характеристики входных данных.

Для использования динамических моделей необходимо иметь данные о появлении отказов во времени. Если фиксируются моменты каждого отказа, то получим непрерывную картину появления отказов во времени (группа непрерывных динамических моделей). С другой стороны, может фиксироваться только число отказов за произвольный интервал времени. В этом случае поведение ПО может быть представлено только в дискретных точках (группа дискретных динамических моделей).

12.2 НЕПРЕРЫВНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Пусть функционирование ПО описывается графом состояний, изображенным на рисунке 7.2. Здесь Si ? состояние системы, когда произошел i-й по счету отказ, ?i -? интенсивность наступления следующего ((i+1)-го по счету) отказа. После каждого отказа тратится какое-то время на поиск и исправление ошибок, приведших к отказу. Однако это время гораздо меньше промежутка между отказами, и мы в моделях надежности не будем его учитывать.

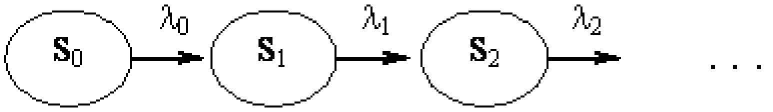


Рис.12.2. Граф состояний функционирования ПО.

Можно задать какую-либо зависимость интенсивности наступления следующего отказа от числа уже наступивших отказов, например, ?i = ?0ri , где r < 1. Значение ?0 и r можно оценить статистически по данным о моментах отказов.

МОДЕЛЬ ЛИТТЛВУДА-ВЕРРАЛЛА. Чем меньше ?i, тем надежнее программа. Программист стремится сделать программу более надежной, чем она была до наступления отказа, т.е. добиться соотношения ?i+1 < ?i. Однако нельзя быть уверенным, что после исправления ошибки, вызвавшей отказ, программа действительно стала лучше -? возможно, что при исправлении программы вводится новый источник ошибок.

Рассмотрим интенсивность ?i как случайную величину с функцией распределения Fi (?). Стремление программиста после исправления ошибок повысить надежность программы запишем следующим образом: Fi(?) < Fi+1(?) для всех i и ? .

Часто функцию ?(i) выбирают в виде ? = exp($\beta_0 + \beta_1 i$), где ?0, ?1 -? параметры модели.

Модель Литтлвуда-Верралла хорошо объясняет процессы, происходящие при отладке ПО. Но для практических расчетов и прогнозов надежности предложены более простые модели.

МОДЕЛЬ ДЖЕЛИНСКОГО-МОРАНДЫ. Модель основана на допущении, что интенсивность отказов программы пропорциональна количеству оставшихся в программе ошибок, а после каждого отказа одна ошибка исправляется.

Пусть N - первоначальное число ошибок ПО, тогда ?1 = CN,

?2 = C(N - 1),...., ?N = C, ?N+1 = ?N+2 = ... = 0 , где C - коэффициент пропорциональности.

Наиболее вероятные значения N и C можно определить на основе данных, полученных при тестировании. Для этого фиксируется время выполнения программы до очередного отказа t1 , t2 ,..., tk .

Плотность вероятности времени ti равна

$$\boldsymbol{f}_i(\mathrm{t}_i) = \boldsymbol{\lambda}_i \boldsymbol{e}^{-\lambda_i t_i} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{N} - \boldsymbol{i} + 1)\boldsymbol{e}^{-C(N-i+1)t_i}$$

.

Составим функцию правдоподобия

$$L = \prod_{i=1}^{k} f_i(t_i) = \prod_{i=1}^{k} C(N - i + 1) e^{-C(N-i+1)t_i} \longrightarrow \max$$

.

Максимум функции ln L достигается при значениях, для которых $\frac{\partial(\ln L)}{\partial C} = 0; \ \frac{\partial(\ln L)}{\partial N} = 0$.

Получаем

$$\begin{cases} \frac{\partial(\ln L)}{\partial C} = \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{C} - (N-i+1)t_i\right) = 0; \\ \frac{\partial(\ln L)}{\partial N} = \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{1}{N-i+1} - Ct_i\right) = 0. \end{cases}$$

Выразим C из каждого выражения.

Отсюда получаем уравнение для определения N:. $\frac{k}{\sum_{i=1}^{k}(N-i+1)t_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{N-i+1}}{\sum_{i=1}^{k}t_i}$

Решая численно это уравнение, можно найти значение N, а затем и значение C.

Недостаток этой модели в том, что при неточном определении величины N интенсивность отказов программы может стать отрицательной, что приводит к бессмысленному результату. Кроме того, предполагается, что при исправлении обнаруженных ошибок не вносятся новые ошибки, что тоже не всегда выполняется.

МОДЕЛЬ ОСОБЫХ СИТУАЦИЙ. В этой модели предполагается, что в ходе работе ПО возникает особые ситуации, в которых может произойти отказ ПО (а может и не произойти). Например, такие ситуации могут возникать в случае поступления входных данных из некоторой специфической области. Время между наступлениями особых ситуаций считается случайным, имеющим показательное распределение с плотностью f(t) = ?e-?t . При наступлении особой ситуации с некоторой вероятностью может произойти отказ ПО. Однако по мере обнаружения и исправления ошибок вероятность отказа в каждой следующей особой ситуации уменьшается. В простейшем варианте модели принято pi = 1 - (1 - p1)ri-1 , где pi - вероятность безотказной работы ПО в i-й по счету особой ситуации, i = 1,2,..., r - параметр модели, 0 < r < 1. Неизвестные параметры ?, p1 , r определяются по данным о моментах отказов.

МОДЕЛЬ ПЕРЕХОДНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. В этой модели учитывается также и время на поиск и исправление ошибки после очередного программного отказа.

Предполагается, что время на поиск и исправление очередной ошибки имеет показательное распределение с параметром ?. Однако интенсивность ? может изменяться в зависимости от предыдущих выявленных ошибок (обычно каждую следующую ошибку искать труднее, поэтому ? уменьшается после каждой исправленной ошибки). Процесс возникновения отказов и исправления ошибок описывается графом состояний, изображенном на рисунке 7.3.

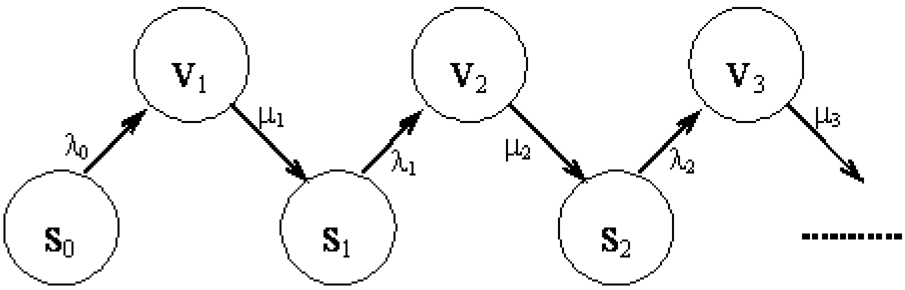


Рис. 12.3. Граф состояний модели переходных вероятностей.

Здесь Vi - состояние, когда произошел i-й по счету отказ ПО и ищется ошибка, вызвавшая этот отказ;

S- состояние, когда ошибка, вызвавшая i-й отказ обнаружена и исправлена, а следующий отказ еще не наступил.

Обозначим через Si(t) вероятность того, что ПО в момент t будет находится в состоянии Si , через Vi(t) - вероятность того, что ПО будет находится в состоянии Vi.

Тогда эти вероятности описываются бесконечной системой уравнений

$$\Pi'_{S0}(t) = -\lambda_0 \Pi_{S0}(t) \ ;$$

$$\Pi'_{Si}(t) = -\lambda_i \Pi_{Si}(t) + \mu_i \Pi_{Vi}(t) \ ;$$

$$\Pi'_{Vi}(t) = -\mu_i \Pi_{Vi}(t) + \lambda_{i-1} \Pi_{Si-1}(t); \qquad i = 1, 2, \ldots$$

$$\Pi_{S0}(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (\Pi_{Si}(t) + \Pi_{Vi}(t)) = 1$$

.

Начальные условия: ?S0(0) = 1, ?Si(0) = ?Vi(0) = 0, i = 1,2,...

Значение параметров ?i и ?i выбираются на основе предыдущего опыта разработчика ПО

Тема 13. НАДЕЖНОСТЬ ЧЕЛОВЕКА КАК ЭЛЕМЕНТА АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ

13.1 Принципы учета человеческого фактора

Роль человека в автоматизированной системе можно охарактеризовать следующими основными положениями:

1. Принцип минимального рабочего усилия. Человек-оператор должен выполнять только ту работу, которая необходима, но не может быть выполнена системой.

2. Принцип максимального взаимопонимания. Система должна обеспечивать полную поддержку человеку: выдаваемая информация не должна требовать интерпретации или перекодировки.

3. Принцип минимального объема оперативной памяти пользователя. От человека требуется, чтобы он запоминал как можно меньше.

4. Принцип максимального контроля со стороны человека. Этот принцип характеризуется следующими требованиями:

- оператор должен иметь возможность изменить очередность обработки, выполняемой системой;
- оператор должен контролировать последовательность работы, особенно там, где нет последовательно определенных операций.

5. Принцип преимущественных возможностей. Состоит в передаче человеку тех функций, которые он выполняет лучше машины, а машине тех, которые она выполняет лучше человека.

6. Принцип оптимальной загрузки. Рекомендует такое распределение функций, при котором оператор по темпу поступления данных не испытывал бы ни сенсорного голода (потеря активности), ни сенсорной перегрузки (пропуск сигналов).

7. Принцип ответственности. Имеет особое значение в системах, где на человека возлагается ряд ответственных функций, даже при наличии технических возможностей их полной автоматизации.

ОШИБКИ ЧЕЛОВЕКА

Надежность работы человека определяется как вероятность успешного выполнения им работы или поставленной задачи на заданном этапе функционирования системы в течение заданного интервала времени.

Ошибка человека определяется как невыполнение поставленной задачи (или выполнение запрещенного действия), которое может явиться причиной нарушения нормального функционирования системы.

Ошибки по вине человека могут возникать в случаях, когда:

1) человек стремится к достижению ошибочной цели;
2) поставленная цель не может быть достигнута из-за неправильных действий человека;
3) человек бездействует в тот момент, когда его участие необходимо.

13.2 Критерии оценки деятельности человека

Деятельность человека - оператора характеризуется быстродействием и надежностью.

Критерий быстродействия - время решения задачи, т.е. время от момента реагирования оператора на поступивший сигнал до момента окончания управляющих воздействий.

Это время пропорционально количеству перерабатываемой информации:, $T = a + H/V$ где a - скрытое время реакции, т.е. промежуток от момента появления сигнала до реакции на него оператора,

H - количество перерабатываемой информации,

V - средняя скорость переработки информации.

Надежность человека-оператора определяет его способность выполнять в полном объеме возложенные на него функции при определенных условиях работы. Надежность деятельности оператора характеризуют его безошибочность, готовность, восстанавливаемость, своевременность и точность.

Коэффициент готовности характеризует вероятность включения человека-оператора в работу в произвольный момент времени

$$K_{ОП} = 1 - \frac{T_0}{T},$$

где Т0 - время, в течении которого человек не может принять поступившую к нему информацию,

Т - общее время работы человека-оператора.

Восстанавливаемость оператора оценивается вероятностью исправления допущенной им ошибки:

$P_в = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3$, где Р1 - вероятность выдачи сигнала об ошибке контрольной системой,

Р2 - вероятность обнаружения этого сигнала оператором,

Р3 - вероятность исправления ошибочных действий при повторном выполнении всей операции.

Этот показатель позволяет оценить возможность самоконтроля оператором своих действий и исправления допущенных им ошибок.

Своевременность действий оператора оценивается вероятностью выполнения задачи в течении заданного времени:

$$P_{св} = P\left(T \le t^*\right) = \int_0^{t^*} f(t)dt,$$

где f(t) - плотность вероятности времени решения задачи оператором,

t* - лимит времени, превышение которого рассматривается как ошибка.

Эта же вероятность может быть определена и по статистическим данным, как

$$P_{св} = \frac{N - N_{нв}}{N},$$

где N - общее количество выполненных задач,

Nне - количество задач с несвоевременным выполнением.

Точность - степень отклонения измеряемого оператором количественного параметра системы от его истинного или заданного значения. Количественно точность оценивается погрешностью, с которой оператор измеряет или регулирует данный параметр:

$\Delta A = A_И - A_{ОП}$, где АИ - истинное или заданное значение параметра,

АОП - фактически измеряемое или регулируемое оператором значение этого параметра.

Значение погрешности, превысившее допустимые пределы, является ошибкой, и ее следует учитывать при оценке надежности.

Точность оператора зависит от характеристик сигнала, сложности задачи, условий и темпа работы, состояния нервной системы, квалификации и других факторов.

13.3 ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ "КТС-ПО-ЧЕЛОВЕК"

Сделаем следующие допущения:
1) отказы КТС (комплекса технических средств), ПО и ошибки оператора являются редкими, случайными и независимыми событиями;
2) появление более одного события за время работы системы от t0 до t0+t практически невозможно;
3) способности оператора к компенсации ошибок и к безошибочной работе - независимые свойства оператора.

Если компенсация ошибок оператора и отказов КТС или ПО невозможна, то вероятность безотказной работы системы

$$P_1(t_0,t) = P_C(t_0,t) \cdot P_0(t),$$

где PC (t0, t) - вероятность безотказной работы КТС и ПО в течении времени от t0 до t0+t,

P0(t) - вероятность безошибочной работы оператора в течении времени t при условии, что КТС и ПО работали безотказно;

(t0, t0+t) - рассматриваемый период работы системы.

При компенсации ошибок оператора с вероятностью p вероятность безотказной работы системы

$$P_2(t_0,t) = P_C(t_0,t)\Big(P_0(t) + \big(1 - P_0(t)\big)p\Big).$$

В случае компенсации только отказов КТС и ПО вероятность безотказной работы системы

$$P_3(t_0,t) = P_0(t)\Big(P_C(t_0,t) + \big(1 - P_C(t_0,t)\big)P_K(t_0,t)\Big),$$

где PK (t0, t) - условная вероятность компенсации последствий отказа и дальнейшей безотказной работы при условии наступления отказа в течение промежутка времени (t0, t0+t).

Вероятность безотказной работы системы с компенсацией ошибок оператора и отказов КТС и ПО

$$P_4(t_0,t) = \Big(P_0(t) + \big(1 - P_0(t)\big)p\Big)\Big(P_C(t_0,t) + \big(1 - P_C(t_0,t)\big)P_K(t_0,t)\Big).$$

Выигрыш в надежности GP за счет компенсации ошибок и отказов характеризуется отношением

$$G_P = \frac{P_4(t_0,t)}{P_1(t_0,t)}.$$

Выигрыш в надежности увеличивается с ростом p и PK (t0, t), т.е. с увеличением уровня натренированности оператора на компенсацию отказов и ошибок.

13.4 ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА. ДИАГНОСТИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

Опыт эксплуатации показывает, что наиболее продолжительным этапом восстановления работоспособности является поиск отказавшего элемента. Поэтому в сложных системах большое внимание уделяется вопросам технической диагностики (поиска отказавших элементов).

Будем рассматривать системы с последовательным (в смысле надежности) соединением элементов. Считаем, что вероятность возникновения одновременно двух и большего числа отказов пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью возникновения одного отказа. Поэтому при отказе системы будем считать, что отказал единственный элемент (неизвестно какой). Целью диагностического процесса является выявление отказавшего элемента.

Поставим задачу оптимизации диагностического процесса по определенному критерию. Таким критерием может быть: продолжительность диагностического процесса; общее число проверок, необходимое для отыскания отказавшего элемента; стоимость реализации диагностического процесса и др. Для многих сложных систем основным критерием оптимизации является продолжительность диагностического процесса.

Весь диагностический процесс состоит из нескольких этапов. Каждый этап включает набор испытаний (в частном случае одно испытание) по заранее заданной программе, каждый новый этап которой определяется на основании информации, полученной в предыдущем этапе.

Условимся в дальнейшем считать процесс поиска неисправного элемента оптимальным, если его продолжительность минимальна. В зависимости от типа системы (характера взаимосвязи между элементами и возможного способа их проверки), а также от квалификации обслуживающего персонала и опыта эксплуатации оптимальная программа поиска может строиться по-разному. Используются следующие методы: метод поэлементных проверок; метод групповых проверок; метод логического анализа симптомов отказа. Первые два метода дают наибольший эффект в ситуации, когда квалификация обслуживающего персонала недостаточно высока. Последний метод весьма эффективен, если специалист в совершенстве знает эксплуатируемую систему.

Тема14. Энтропия состояния отказавшей системы и информация

Диагностический процесс - это процесс, связанный с получением и переработкой информации. Необходимость получения информации возникает всякий раз, когда есть неопределенность исхода испытания. В частности, неопределенность состояния системы после отказа возникает из-за того, что неизвестно, какой именно элемент отказал.

Для каждого элемента i определим коэффициент отказа ?i - условную вероятность того, что отказ системы произошел из-за элемента i.

Пусть наработка системы к моменту отказа равна t, функцию отказа i-го элемента обозначим qi (t). Считаем, что к моменту t все qi (t) намного меньше 1, тогда вероятностью возникновения одновременно нескольких отказов можно пренебречь. Функция отказа всей системы равна $q_S(t) \approx \sum_{k=1}^{n} q_k(t)$, а коэффициенты отказа будут равны. $\beta_i = q_i(t) \Big/ \sum_{k=1}^{n} q_k(t)$, $i = 1,2,\ldots,n$

В частности, если каждый элемент имеет постоянную интенсивность ?i , то $q_i(t) \approx \lambda_i t$ **и**

$\beta_i = \lambda_i \Big/ \sum_{k=1}^{n} \lambda_k$, $i = 1,2,\ldots,n$

.

Испытание состоит в том, что проверяется работоспособность одного элемента или группы элементов. Во втором случае после испытания определяется, содержит ли выбранная группа отказавший элемент, или не содержит. После проведения испытания условные вероятности ?i изменяются и становятся равными ?i* .

Пример 1 . Пусть испытание состоит в том, что проверяется элемент 1. Тогда в зависимости от результата испытания возможны два случая.

А. Элемент 1 отказал. Тогда, очевидно, ?1*=1 , ?i*=0, i>1, и неопределенность системы исчезает.

В. Элемент 1 исправен. Тогда . $\beta_1^* = 0$, $\beta_i^* = \beta_i \Big/ \sum_{k=2}^{n} \beta_k$, $i = 2,3,\ldots,n$

После испытания неопределенность системы уменьшается. Чтобы количественно измерить изменение неопределенности, введем понятие энтропии .

Определение 1. Энтропией системы называется величина $H = -\sum_{i=1}^{n} \beta_i \log_2 \beta_i$. Энтропия служит мерой неопределенности системы. Величина H принимает минимальное значение, когда точно известно, какой элемент отказал (полная определенность). В этом случае ?i =1, если отказал элемент с номером i, ?j = 0 при . Тогда энтропия системы равна 0.

Максимального значения энтропия достигает при полной неопределенности системы, когда равновероятны отказы каждого элемента: . $\beta_i = {}^{1}\!/_{n}$, $i = 1,2,\dots,n$ В этом случае . $H = \log_2 n$ После проведения испытания коэффициенты отказа становятся равными ?i* . Соответственно изменяется и энтропия системы, которая становиться равной $H^* = -\sum_{i=1}^{n} \beta_i^* \log_2 \beta_i^*$.

Определение 2. Количество информации, полученное после проведения испытания, будем определять как I = H - H* .

Таким образом, количество информации равно уменьшению энтропии.

Пусть мы собираемся провести испытание. Текущая энтропия H известна, значение H* зависит от результата испытания. Следовательно, H* и I можно рассматривать как случайные величины.

Определение 3. Средним количеством информации, получаемым при проведении испытания называется математическое ожидание величины I: .

Пример 2. В системе два элемента с коэффициентами отказа β_1 и $\beta_2 = 1 - \beta_1$. Энтропия равна $H = -\beta_1 \log_2 \beta_1 - \beta_2 \log_2 \beta_2$. Испытание заключается в проверке элемента 1. Возможные результаты сведем в таблицу

РЕЗУЛЬТАТ

ВЕРОЯТНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТА

?1*

?2*

H*

Элемент исправен

1-?1

0

1

0

Элемент отказал

?1

1

0

0 Таким образом, M(H*)=0 и J=H. Проведенное испытание полностью устраняет неопределенность системы.

Пусть испытание заключается в проверке группы элементов системы (в частном случае, одного элемента). При этом сумма всех коэффициентов ?i элементов проверяемой группы равна p . Несложно подсчитать, что испытание дает среднее количество информации

$$J(p) == -p \log_2 p - (1-p)\log_2(1-p)$$

Функция J(p) достигает максимума при p=0,5 , при этом $J(p) = J(1-p)$. Таким образом, чем ближе значение p к 0,5, тем большим будет среднее количество информации, получаемое при испытании.

Определение 4 . Скоростью получения информации называется отношение W=J/t,где W - скорость получения информации, J - среднее количество информации, t - средняя продолжительность испытания.

Для получения минимальной продолжительности диагностического процесса необходимо стремиться к увеличению скорости уменьшения неопределенности, что равносильно увеличению скорости получения информации.

На первом этапе испытаний добиваются выполнения равенства $W = \max_i \left(J_i / t_i \right)$.

Учитывая результаты первого этапа, определяют второй этап поиска. Из всех возможных вариантов испытаний при создавшейся ситуации выбирается тот, который вновь обеспечивает максимальное значение скорости получения информации. Затем выбирают третий этап поиска, четвертый и т.д., руководствуясь одним и тем же принципом: получением максимальной скорости информации на каждом этапе.

Данный принцип называется принципом максимальной скорости получения информации (принцип МСПИ).

14.1 МЕТОД ПОЭЛЕМЕНТНЫХ ПРОВЕРОК

Этот метод предусматривает проверку элементов по одному в определенной, заранее заданной последовательности. Каждая проверка имеет два исхода: либо элемент исправен, либо нет. Если проверяемый элемент оказался исправным, то приступают к проверке следующего и так до обнаружения неисправности. Выясним, в какой последовательности необходимо проверять элементы, чтобы удовлетворить принципу МСПИ.

Рассмотрим систему, состоящую из n элементов. Считаем, что коэффициенты отказа элементов ?i и среднее время проверки каждого элемента ti известны.

Рассмотрим сначала случай, когда t1 = t2 =...=t . В этом случае принцип МСПИ вырождается в принцип получения максимальной информации за каждую проверку.

Рассмотрим первый этап, на котором проверяется элемент с коэффициентом ?i. При этом испытании среднее количество получаемой информации равно .$J(\beta_i) = -\beta_i \log_2 \beta_i - (1-\beta_i)\log_2(1-\beta_i)$ Эта величина достигает максимума при значении ?i , наиболее близком к 0,5. Несложно доказать, что ближе всего к 0,5 будет максимальное из всех значений ?1, ?2,..., ?n . Допустим, это значение ?1 .

Если проверка показала, что выбранный элемент неисправен, то процесс диагностики заканчивается. Если элемент оказался исправным, то для оставшихся элементов коэффициенты отказа становятся равными $\beta_2^* = \frac{\beta_2}{1-\beta_1}$, ... , $\beta_n^* = \frac{\beta_n}{1-\beta_1}$.

Для второй проверки следует выбрать элемент со значением β_1^*, наиболее близким к 0,5, т.е. с максимальным из всех значений $\beta_2, \dots, \beta_n$.

Таким образом, можно сделать вывод: если среднее время проверки любого элемента одно и тоже, то в соответствии с принципом МСПИ элементы следует проверять в последовательности $\beta_1 \geq \beta_2 \geq \dots \geq \beta_n$.

Рассмотрим теперь противоположный случай, когда все коэффициенты отказа равны $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n = 1/n$, а значения t1 , t2 ,...,tn различны. В этом случае среднее количество получаемой информации J не зависит от выбираемого элемента, и для получения оптимального диагностического процесса в соответствии с принципом МСПИ, элементы нужно проверять в следующей последовательности: $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$.

Если t1 =t2 =...=tn , $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_n$, то последовательность проверок безразлична, т.е. проверку можно начинать с любого элемента.

Рассмотрим теперь общий случай, когда различаются и коэффициенты ?i и сроки проверок ti . В соответствии с принципом МСПИ выбирается для проверки элемент, для которого величина $J(\beta_i)/t_i$ достигает максимума. Если проверка показала, что элемент исправен, то коэффициенты отказа остальных элементов становятся равными ?i* , и для следующей проверки выбирается элемент, для которого величина достигает максимума.

Список использованных источников

1. Пронников А.С. Надёжность машин. М.: Машиностроение, 1978.-592с.

2. Решетов Д.Н. и др. Надёжность машин: Учебное пособие для машиностроительных спец. ВУЗов. М.: Высшая шк., 1988. - 238с.

3. Пирогов К.М. Вяткин Б.А. Основы надежности текстильных машин. М. Учеб. пособие для текстильных ВУЗов. М.: Легпромиздат. 1985. – 256с.

4. Есюнин Е.Г. и др. Основы надежности машин: Учебное пособие Екатеринбург, 2009.-166с

5. Крагельский И.В. Трение и износ. М., 1968. – 354с.

6. Mahkamov Q.X. «Mashinalar puxtaligi». O‘quv qo‘llanma. –T.: TDTU. 1999. - 96 bet.

7. Safoev A.A., Axmedov A.M. «Mashinalar puxtaligi». O‘quv qo‘llanma. –T.: 2007. - 136 bet.