



**O'ZBEKSTAN RESPUBLIKASI AWIL HA'M SUW
XOJALIG'I MINISTR'LIGI**

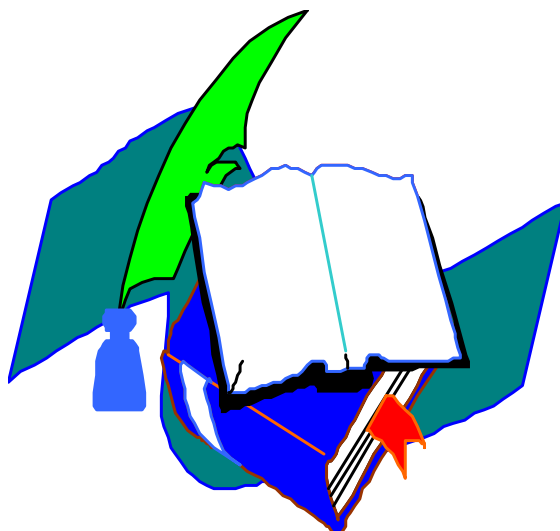
**TASHKENT MA'MLEKETLIK AGRAR UNIVERSITETI
NO'KIS FILIALI**

**«ULIWMA TEXNIKALIQ PA'NLER HA'M O'MIR
QA'WIPSIZLIGI» KAFEDRASI**

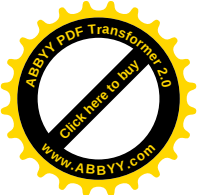
B.K. UTEPBERGENOV

«TEORIYALIQ MEXANIKA»

**PA'NI BOYINSHA
LEKTSIYA TEKSTLERI
(statika bo'limi)**



NO'KIS - 2017



Sizlerge usınıs etilgen «Teoriyalıq mexanika» pa`ninin` lektsiya tekstleri Joqarı ha`m Orta arnawlı ta`lim Ministrılgı ta`repinen tastıyqlang`an u`lgi da`stu`r tiykarında du`zilgen bolıp, bunda pa`nnin` stataka bo`liminin` tiykarg`ı anıqlamaları, aksiomaları, baylanıs reaktsiya ku`shleri, ku`shtin` tochkag`a ha`m ko`sherlerge proektsiyaları, ku`sh momentleri, ku`shler sisteması ha`mde denelerdin` awırlıq orayları haqqında mag`lıwmatlar berilgen.

«Teoriyalıq mexanika» pa`ninen teren` bilimge iye bolıw ushın studentler lektsiya ha`m laboratoriya-a`meliy sabaqlarına aktiv qatnasıwı, sonın` menen birge o`z betinshe oqıw ha`m ilimiy a`debiyatlarınan paydalanıwları kerek boladı.

Lektsiya tekstleri joqarı awıl xojalıg`ı bilim jurıtları bakalavriyatlarına bag`darlang`an.

Du`ziwshi: dots. Utepbergenov B.K.

Pikir bildiriwshiler:

M. Tagaev, texnika ilimlerinin` doktorı, professor, Qaraqalpaq ma`mleketlik universiteti «Ulıwma fizika» kafedrası baslıg`ı;

M. Arzuov, texnika ilimlerinin` kandidatu, TashMAU No`kis filialı, «Awıl xojalıg`ı mashinaları, paydalanıw ha`m on`law» kafedrası dotsenti.

«Teoriyalıq mexanika» pa`ninen lektsiya tekstleri TashMAU No`kis filialı Ilimiy-metodikalıq Ken`esi ta`repinen tastıyqlang`an (№1 is qag`azı, 30.08.2017 j.) isshi oqıw bag`darlaması tiykarında tayarlang`an.



LEKTSIYA № 1

Tema: Kirisiw. Pa`nnin` maqseti ha`m wazıypaları. Ku`sh tu`sinigi

REJE :

1. Kirisiw. Pa`nnin` maqseti ha`m wazıypaları.
2. Statikanın` tiykarg`ı aksiomaları.
3. Baylanıslar, olardıń` tu`rleri ha`m baylanıs reaksiyaları.
4. Erkin ha`m erkin emes deneler. Baylanıslar aksioması.

1. Kirisiw. Pa`nnin` maqseti ha`m wazıypaları

Teoriyalıq mexanikada materiallıq denelerdin` *mexanikalıq ha`reketi*-olardıń` ken`isliktegi jaylasıwının` waqıt o`tiwi menen o`zgeriw nızamları u`yreniledi, bunda qozg`alıstag`ı denelerdin` fizikalıq qa`siyetleri ha`m olardıń` o`zgerisleri esapqa alınbastan u`yreniledi. Teoriyalıq mexanikanın` tiykarg`ı tu`sinikleri ta`biyat qubılısların u`zliksiz baqlawlardıń` na`tiyjesinde ha`m olar menen o`tkeriletug`ın ko`p jıllıq ta`jiriybelerge tiykarlana otırıp kelip shıqqan ha`m qa`liplesken. Teoriyalıq mexanika texnika (aviatsiya, mashina qurılısı, kosmonavtika, a`sbaplar qurılısı h.b.) da ken` qollanıladı. Bul ilimler ushın teoriyalıq mexanika teoriyalıq jaqtan tiykarlang`an nızamları menen xızmet etedi.

Teoriyalıq mexanikada ha`mme deneler *absalyut qattı dene* dep qabıl etiledi, yag`nıy denelerdin` ha`reketi dawamında yamasa ten`salmaqlılıq jag`dayında olar o`zinin` formasın o`zgartirmeydi dep oylanadı.

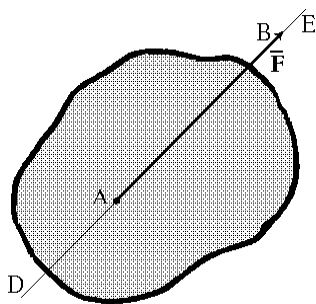
XVII a`sirde Italiya ilimpazı G.Galiley ha`m Inglis ilimpazı I.Nyutonlar ta`repinen uzaq waqıtlar dawamında alıp barılğ`an ta`jiriybe ha`m baqlawlar na`tiyjesinde ha`r qanday materiallıq denelerdin` ha`reketlerinin` payda bolıwı, yamasa usı ha`reketlerdin` o`zgeriwi olardıń` bir-birinin` ta`sirlerine, basqasha etip aytqanda ku`shlerge baylanıslı ekenligin anıqlandı.

Usıg`an baylanıslı *ku`sh, bul bir denenin` ekinshi deneye ha`m ekinshi denenin` birinshi deneye ta`sirinen ibarat eken.*

Ku`sh vektor ma`nisten ibarat, sebebi onın` bag`ıtı, qoyılğ`an tochkası ha`m onın` san ma`nislerinin` birewi belgisiz bolsa, onın` ta`sirindegi denenin` qaysı ta`repke qanday tezleniw menen ha`reketin o`zgartiriwi haqqında anıq mag`lıwmat alıp bolmaydı. Demek ku`sh ha`r dayım vektor ma`nisten ibarat boladı, ha`r dayım onın` modulu (san ma`nisi), bag`ıtı ha`m qoyılğ`an tochkası bizge belgili bolıwı sha`rt.

Tek san ma`nisin biliw o`zine jeterli bolğ`an sanlar skalyar ma`nisler deyiledi. Mısalı *waqıt - t, massa - m, h.t.b.* skalyar ma`nisler esaplanadı. Olardıń` qoyılğ`an tochkası ha`m bag`ıtı bolmaydı. Waqıt ha`m massa ken`isliktin` ha`mme orınlarında birdey o`zgeredi dep qabıl etilgen, yag`nıy oring`a baylanıslı emes.

1.1-su`wrette ku`sh vektorı su`wretlengen, bunda DE sıızığ`ı ku`shtin` ta`sir sıızığ`ı deyiledi, A tochka ku`shtin` deneye qoyılğ`an tochkası, ku`sh vektorı eki $\vec{F}$ yamasa $\overline{AB}$ tu`rinde an`latıladı, ekinshi tu`rde birinshi ha`rip A tochka vektordın` qoyılğ`an tochkasın belgilese, ekinshi ha`rip V tochka usı vektordın` aqırın belgileydi.



1.1 - su'wret.

Vektor ma'nisinin belgisi sızıqtan ibarat bolip a'lbette ha'riptin u'stine sızıladi. Eger sızıqsha bolmasa, bul halda ol vektor emes ba'lkı vektordin san ma'nisi, onı mexanika tilinde *vektordin moduli* dep ataydı.

Eger bir waqıttın o'zinde bir deneye bir neshe ku'shler ta'sir etse, olar *ku'shler sisteması* dep ataladı.

Teoriyalıq mexanikada denelerdin eki tu'rli jag'dayları u'yreniledi. Birinshi na'wbette materiallıq tochka ha'm qattı denelerdin ha'reketsiz yamasa ten'salmaqlılıq jag'dayları u'yreniledi.

Bunday ma'selelerdi *statikalıq ma'seleler* deyiledi. Eger materiallıq tochka yamasa qattı dene ha'rekette bolsa onın ha'reketinin nızamların u'yreniwshi bo'lim *dinamika bo'limi* dep ataladı.

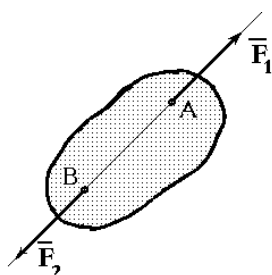
Statika bo'limin u'yreniw *statika aksiomalarinan* baslanadı. Aksioma degen so'z (grek) yunan tilinen aling'an bolip, onın awdarması isbat talap etilmeytug'in a'piwayı haqıyqat degen ma'nisti an'latadı. Olar onsha ko'p emes, biz tek 4 aksiomaga tiykarlang'an halda statika bo'limin u'yrenemiz.

2. Statikanın tiykarǵı aksiomalari

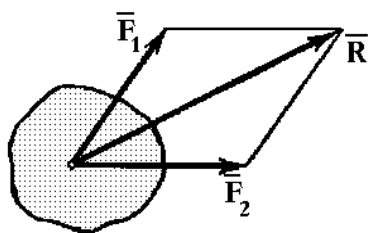
1-aksioma (Eki ku'sh sistemasının ten'salmaqlılıǵı haqqında). Bag'ıtları qarama-qarsı, san ma'nisleri o'zara ten' ha'm ta'sir sızıqları bir tuwrı sızıq boylap jatiwshi eki ku'shler sisteması, o'zara ten'salmaqlastırıwshi ku'shler sisteması deyiledi (1.2-su'wretke qaran').

2-aksioma. Eger qandayda bir qattı dene ten'salmaqlılıq halında yamasa qandayda bir nızam tiykarında ha'rekette bolsa, usı deneye joqarıda aytilg'an o'z ara ten'salmaqlanıwshi ku'shler sistemasın qoysaq yamasa odan usınday ku'shler sistemasın alıp taslasaq, usı dene o'zinin ten'salmaqlılıq jag'dayın yamasa tiyisli nızam tiykarındag'ı ha'reketin dawam ete beredi.

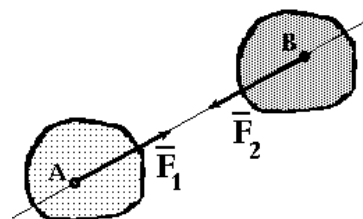
3-aksioma (Parallelogramm aksioması). Eger qandayda bir qattı dene ten'salmaqlılıq halında yamasa qandayda bir nızam tiykarında ha'rekette bolsa, usı denenin qandayda bir tochkasına qoyilg'an eki ku'sh vektorın, usı vektorlarg'a qurilg'an parallelogramnın diagonalına ten' bolg'an basqa bir ku'sh vektorı menen almasıraq, denenin ten'salmaqlılıq jag'dayı yamasa aldındı ha'reketi o'zgermeydi (1.3-su'wret).



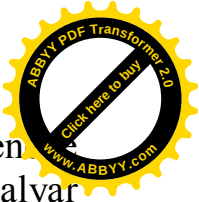
1.2 - su'wret.



1.3 - su'wret.



1.4 - su'wret.



Bul vektor - $\vec{R}$, *ten` ta`sir etiwshi vektor* deyiledi, yag`nıy onın` usı den ta`siri, joqarıdag`ı eki ku`shtin` ta`sirine ten` boladı, onın` vektor ha`m skalyar ten`lemeleri to`mendegishe jazıladı:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \text{lekin} \quad R \leq F_1 + F_2 \quad \text{ямаса} \quad R \geq F_1 + F_2 \quad \text{boladı.}$$

Bul aksiomanı to`mendegishe tu`sindiriw mu`mkin, yag`nıy bir tochkag`a qoyılğ`an ha`rqanday eki  $\vec{F}_1$  ha`m $\vec{F}_2$ ku`sh vektorın, usı tochkag`a qoyılğ`an basqa bir  $\vec{R}$  - ku`sh vektorı menen almasırw mu`mkin bolıp, usı ku`sh alding`ı eki ku`shtin` ten` ta`sir etiwshisi deyiledi ha`m latinsha R ha`rpi menen belgilenedi.

4-aksioma (Ta`sir ha`m qarsı ta`sir aksioması). Eger eki dene bir birine ta`sir ko`rsetip atırg`an bolsa, olar ten`salmaqlılıq halında bolsa, olardıń bir birine ta`sir ku`shlerinin` san ma`nisleri ten`, bag`ıtları qarama qarsı bolıp, bir tuwrı sıızıqta jatadı (1.4-su`wret). Bul aksioma to`mendegishe an`latıladı:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad (1.1).$$

Endi biz usı joqarıdag`ı 4 aksiomalarg`a tiykarlanıp jan`a juwmaqlar ha`m gipotezalarđ keltirip shıg`aramız, mısalı:

**Qag`ıyda.** Absolyut qattı denenin` qandayda bir tochkasına qoyılğ`an ha`r qanday ku`sh vektorın o`z ta`sir sıızıg`ı boylap usı denenin` qa`legen basqa bir tochkasına ku`shirip qoysaq, denenin` jag`dayı o`zgermeydi.

Juwmaq. Qattı denege ta`sir etiwshi ha`rqanday ku`shti o`z ta`sir sıızıg`ı boylap, bir tochkadan qa`legen basqa tochkag`a ku`shirgende onın` mexanik jag`dayı o`zgermes eken. Bul juwmaq ken` paydalanıladı, sonın` ushın bug`an u`lken itibar berilmekte.

Statika bo`liminde tiykarınan eki ma`sele sheshiledi:

1. *Qattı denege ta`sir etip atırg`an ku`shler sistemasın qosıw ha`m olardı a`piwayı jag`dayg`a keltiriw;*

2. *Qattı denege qoyılğ`an ku`shler sistemasının` ten`salmaqlılıq sha`rtlerin tekseriw.*

Statika ma`seleleri grafikalıq ha`m geometriyalıq usıllarda, yamasa analitikalıq usılda sheshiliwi mu`mkin, biraq ha`zirgi ku`nlerde kompyuterler ja`rdeminde analitikalıq usılda sheshiw ken` tarqalg`an, grafikalıq usıl onsha ko`p qollanılmaydı.

3. Baylanıslar, olardıń tu`rleri ha`m baylanıs reaktsiyaları

Erkin denede baylanıs bolmaydı, usı sebepli ol qa`legen ta`repine ha`reket ete aladı. Qısmın erkin ha`m ulıwma erkin emes deneler basqa bir, yamasa bir neshe deneler arqalı baylanısqa halda boladı. Sonın` ushın usı *qattı denelerdin` erkinliklerin shegaralawshı basqa denelerdi baylanıslar* deyiledi.

Eger dene o`ziniń erkinligin shegaralawshı basqa denege, yag`nıy baylanısqa salıstıra qandayda bir ku`sh penen ta`sir etse, o`z ornında baylanıs esaplang`an basqa denede og`an qarsı ta`sir ko`rsetedi, usı qarsı ta`sir ku`shin *baylanıs reaktsiyası* deyiledi. Baylanıs reaktsiyasında ku`sh vektorı bolıp, bul ku`sh tek qarsı ta`sir sıpatında bar boladı, eger dene baylanısqa ku`sh ta`sir etpese, yag`nıy baylanıs alıp taslansa onın` reaktsiyasında nolge ten` boladı.

Demek baylanis reaksiyası tek denenin og'an ko'rsetgen ku'sh vektorına tiy payda boladı ha'm usı ta'sir jog'alsa reaksiya ku'shide jog'aladı yamasa o'z bag'ıtın ha'm san ma'nisin tiyisli tu'rde o'zgertiwi mu'mkin. Eger baylanis alıp taslansa reaksiya ku'shide o'z o'zinen jog'aladı.

Joqarıdag'ılarg'a tiykarlanıp ku'shlerdi endi eki gruppag'a ajiratamız, baylanislar bar joqlıg'ınan qattıy na'zer deneye ta'sir etiwshi ku'shlerdi *aktiv ku'shler* deyiledi, mısalı awırlıq ku'shi, baylanislardıń deneye ko'rsetetug'ın qarsı ta'sir ku'shlerin *reaktsiya ku'shleri* deyiledi.

Baylanislardıń tu'rleri ju'da ko'p, sog'an ko're olardıń reaksiyalarıda tu'rlishe boladı, reaksiyalardıń san ma'nisi ha'r bir ma'seledegi ta'sir etip atırg'an ku'shler sistemasına baylanislı anıqlanadı, biraq bul baylanislardıń reaksiya ku'shleri vektorlarınıń bag'ıtları ha'r dayım bir tu'rde boladı.

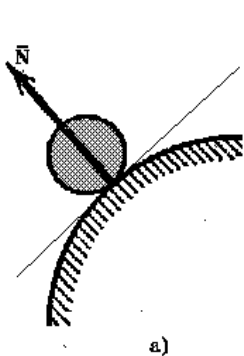
Sonın ushın baylanislardıń reaksiya ku'shlerinin bag'ıtları qanday anıqlanıwın ko'rip shıg'amız.

1. Sıypaq tegis betten ibarat baylanis (1.5 b - su'wret).

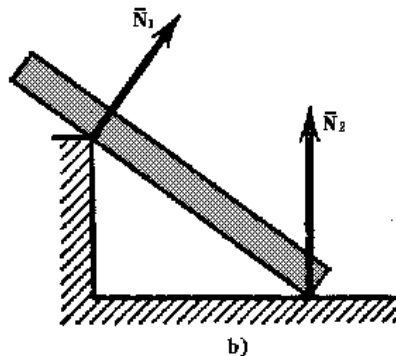
Sıypaq tegis betli baylanis dep, sonday betke ayıladı onıń u'stinde turg'an, yamasa og'an su'yenip turg'an deneye heshqanday su'ykelis ku'shi ta'sir etpeydi. Sol sebepli bunday tegislikten ibarat baylanislardıń reaksiyaları ha'r dayım, usı tegislikke normal (perpendikulyar) halda bag'ıtlang'an boladı.

Jip, arqan ha'm trostan ibarat baylanis (1.6 - su'wret).

Bunday baylanislardıń reaksiyaları ha'r dayım tek usı arqan, jip yamasa trostın serpimlik sızıqları boylap bag'ıtlanadı.

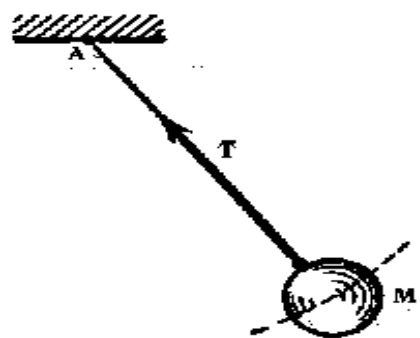


a)



b)

1.5 - su'wret.



1.6 - su'wret.

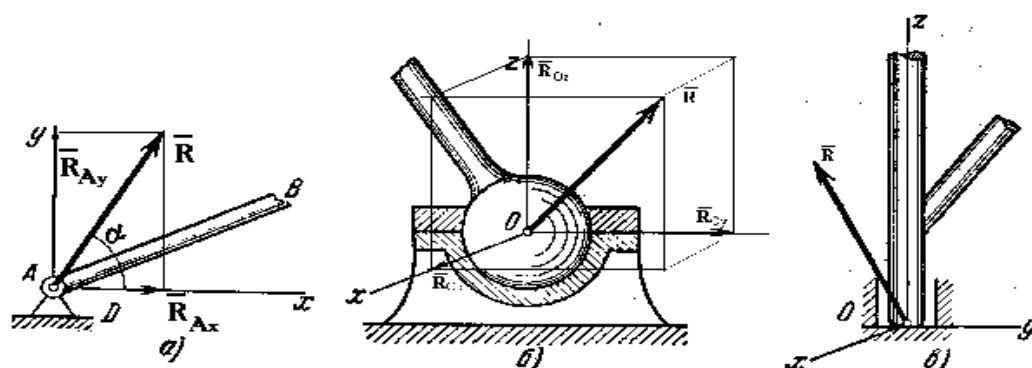
3. Tsilindrsıman sharnirli (podshipnikli) baylanis (1.7 a - su'wret).

Bunday baylanislardıń reaksiya ku'shleri eki qurawshıdan ibarat bolıp, olar sharnir ko'sherine perpendikulyar tegislikte jatiwshi qa'legen eki o'z ara perpendikulyar ko'sherler boylap bag'ıtlanadı, a'melde barhama Ox ha'm Ou ko'sherleri boylap bag'ıtlanadı.

4. Sharsıman sharnir ha'm tabanlardan ibarat baylanislar (1.7 b, v su'wret).

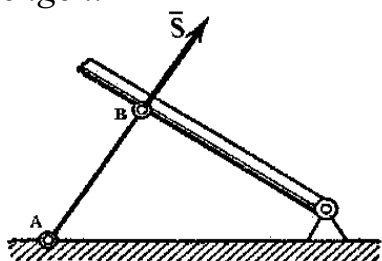
Bunday baylanislar menen baylanisqan denelarge u'sh qurawshılardan ibarat reaksiya ku'shi ta'sir etadi ha'm olar sharsıman sharnirdin orayınan o'tiwshi o'z ara

perpendikulyar bo'lgan u'sh ko'sherler boylap bag'itlanadi. A'melde reaksiya kuchinin qurawshilari qag'iydag'a ko're Ox , Oy , Oz ko'sherleri boylap bag'itlanadi.



1.7 - su'wret .

5. Jin'ishke sterjenlerden ibarat baylanislar. 1.8-su'wrette AV sterjen su'wretlengen.



1.8 - su'wret.

Bunday baylanislar deneg'e tek usi sterjennin ko'sheri boylap bag'itlang'an $\vec{S}$ qarsiliq ku'shi ko'rsete aladi, usig'an baylanisli olardın reaksiya ku'shleri tek sterjenler ko'sheri boylap bag'itlanadi.

6. Sferasiman siypaq betten ibarat baylanis (1.7 a-su'wret).

Bunday baylanislar denelerg'e tek normal bag'itlag'i reaksiya ku'shi (qarsiliq ku'shi) ko'rsete aladi, usig'an ko're dene menen sferik bet tutasqan tochkadan urinba ko'sher o'tkeziledi ha'm reaksiya ku'shin usi tochkadan baslap urinba ko'sherge perpendikulyar (normal) ra'wishte bag'itlandiriladi.

Uliwma baylanislardın ja'ne basqa tu'rleride ushrasıwı mu'mkin, biraq isshi da'stu'rimizge ko're tek usi baylanislar benen g'ana a'meliy shınıg'ıwlar o'tkeriw rejelestirilgen.

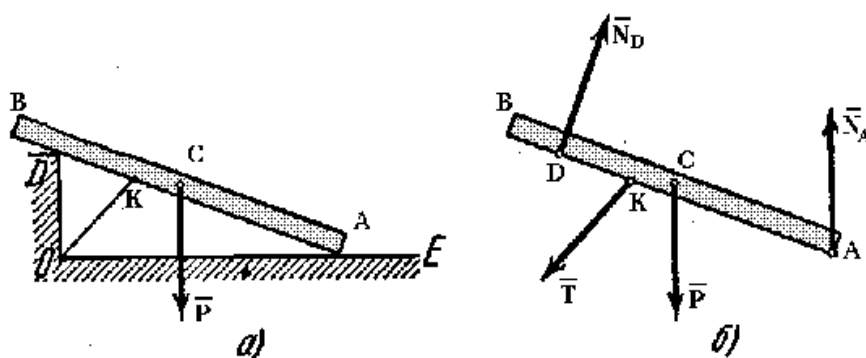
4. Erkin ha'm erkin emes deneler. Baylanislar aksiomasi

Eger berilgen qattı qattı dene og'an ta'sir etip atirg'an ku'shler arqasında, ken'isliktin qa'legen bag'itında ha'reket ete alsa bunday dene erkin dene deyiledi. Eger onın ha'reketi belgili da'rejede sheklengen bolsa bunday denelar qisman erkin deyiledi.

Ma'selen temir jol vagonı tek usi temir jol boylap ha'reket ete aladi, iymek trubkanın ishinde jaylasqan sharik tek usi trubkanın ishi boylap ha'reket ete aladi, yag'nıy olardın erkinligi shegaralang'an. Eger dene pu'tinley ha'reketsiz bolsa, yag'nıy onın ha'reketi pu'tinley sheklengen bolsa bunday denelar erkinsiz denelar deyiledi.

Joqarida aytıp o'tkenimizdey statika bo'liminde erkin emes qattı deneler ten'salmaqlılıq sha'rtlerin u'yreniwde to'mendegi aksioma qollanıladı: *Ha'r qanday erkin emes qattı denegge qoyılǵ'an baylanıslardı taslap jiberip, olardıń ornına usı baylanıslardıń reaksiya ku'shleri qoyılsa, olardı erkin dene dep qabil etiw mu'mkin.*

Ma'selen awırlıǵı R - g'a ten' bolǵ'an AV brus, o'zinin' A ha'm D tochkalari menen DOE baylanısqa su'yengen halda ten'salmaqlılıq jag'dayın saqlap turıptı (1.11 – su'wret). Endi usı baylanıstı taslap jiberip, onin' ornına N_D ha'm N_A reaksiya ku'shlerin qoyıp, DOE baylanısın taslap jibersek, AV brus og'an qoyılǵ'an to'rt N_D , N_A , T ha'm R - ku'shler ta'sirinde erkin halda ten'salmaqlılıǵın saqlap turadı dep esaplanadı. Statikanın' ha'mme ma'seleleri usı tiykarda sheshiledi.



1.11 - su'wret.

Tekseriw ushın sorawlar:

1. Ku'sh dep nege aytıladı ?
2. Statikanın' tiykarǵı aksiomaların aytıp berin' ?
3. Ku'sh vektorın o'z ta'sir sıızǵı boylap bir tochkadan ekinshi tochkag'a ko'shiriw mu'mkinbe ?
4. Baylanıs dep nege aytıladı ?
5. Sıypaq tegis gorizontál tegislikten ibarat baylanıstın' reaksiyası qanday bag'ıtlanıadı ?
6. Iyiliwshen baylanıslardıń (arqan, tros, jip h.t.b.) reaksiyaları qanday bag'ıtlanıadı ?
7. Tsilindrik sharnirden ibarat qozǵ'almas ha'm qozǵ'alıwshan baylanıslardıń reaksiyaları qanday bag'ıtlanıadı ?
8. Sferik sharnirden ibarat baylanıslardıń reaksiyaları qanday bag'ıtlanıadı ?
9. Jin'ishke awırlıqsız sterjenlerden ibarat baylanıslardıń reaksiyaları qanday bag'ıtlanıadı ?
10. Baylanıslar aksioması neden ibarat ?
11. Statikanın' eki tiykarǵı ma'seleleri nelerden ibarat ?
12. Statika bo'liminde erkin emes qattı denelerdin' ten'salmaqlılıq sha'rtlerin u'yreniwde qaysı aksioma qollanıladı

LEKTSIYA № 2

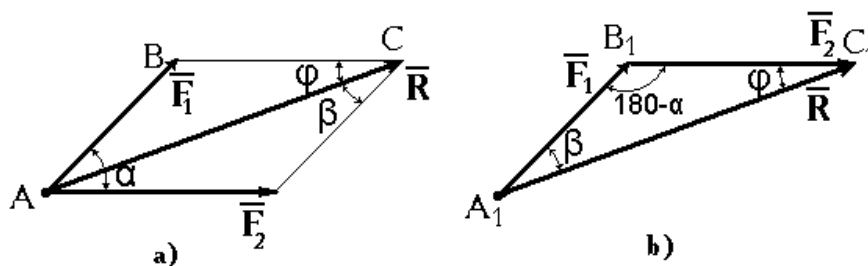
Tema: Bir tochkada ushırıwshı ku`shler sisteması

REJE :

1. Bir tegislikte jaylasqan eki ku`shti qosıw.
2. Ushırıwshı ku`shler sistemasın qosıw.
3. Ku`shti berilgen bag`ıtı boyınsha eki qurawshılarg`a ajratıw.
4. Bir tegislikte jaylasqan parallel yamasa ta`sir sıızıqları sızbadan sırtta kesisiwshı eki ku`shti qosıw.
5. Ku`shtin` ko`sherge ha`m tegislikke proektsiyası.
6. Ushırıwshı ku`shler sistemasın analitikalıq usılda qosıw.

1. Bir tegislikte jaylasqan eki ku`shti qosıw

Eger qandayda bir denenin` A ha`m V tochkalarına qoyılǵ`an eki  $\vec{F}_1$  ha`m $\vec{F}_2$ ku`shlerin qosıw za`ru`r bolsa, olardı u`shinshi aksiomaga tiykarlanıp parallelogramm usılında qosıladı.



2.1 - su`wret.

Oylap qarap qandayda bir A tochkada eki $\vec{F}_1$ ha`m  $\vec{F}_2$  ku`shler qoyılǵ`an bolsın. U`shinshi aksiomag`a tiykarlanıp usı ku`sh vektorlarına parallelogramm quramız, usı parallelogramnıń A tochkasınan o`tiwshı diagonalı bolǵ`an $\vec{R}$ vektor (2.1 a-su`wret), usı  $\vec{F}_1$  ha`m $\vec{F}_2$ vektorlarınan` ten` ta`sir etiwshisi esaplanadı. Basqasha etip aytqanda usı  $\vec{F}_1$  ha`m $\vec{F}_2$ ku`shleri denegе qanday ta`sir ko`rsetse,  $\vec{R}$  ku`shide tap usınday ta`sir ko`rsete aladı.

Ko`p jag`daylarda $\vec{F}_1$ ha`m  $\vec{F}_2$  ku`shlerin parallelogram usılında emes, balki ku`sh ko`pmu`yeshligi usılında qosıladı (2.1 b-su`wret). Bunın` ushın usı A tochkag`a aldın $\vec{F}_1$ ku`shin son` onın` aqırına  $\vec{F}_2$  ku`shin a`kelip qoyamız, son` A tochkanı ekinshi ku`shtin` aqırı menen baylanıstırıwshı vektor $\vec{R}$ ten` ta`sir etiwshı vektor esaplanadı .

Eki usılda birdey na`tiyje beradi, lekin ekinshi usıl qolaylıraq, sebebi azıraq sıızılma sıızıladı, sonın` ushın onı ku`sh ko`pmu`yeshligi usılı deyiledi ha`m ol ken` tarqalg`an.

2. Ushırıwshı ku`shler sistemasın qosıw

Ta`sir sıızıqları bir A tochkada kesisiwshı tegislikte yamasa ken`islikte jaylasqan bir neshe ku`shler sisteması berilgen bolsın .

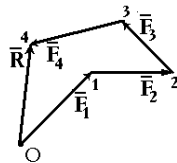
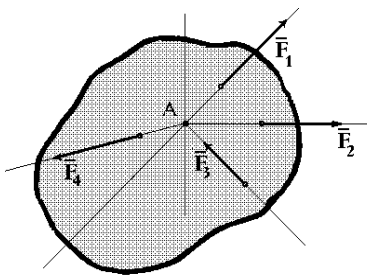
Olardıda joqarıdagı usıl menen, yag`nıy ku`sh ko`pmu`yeshligi usılı me izbe-iz qosıp, aqırgı ku`shtin` aqırı menen birinshi ku`shtin` bası jaylasqan U tochkanı tutastırıwshı kesindi, ten` ta`sir etiwshi ku`sh  $\vec{R}$  vektorı esaplanadı, yag`nıy:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_k \quad (2.1)$$

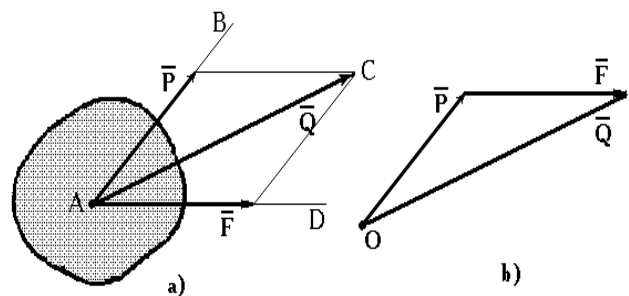
2.2 b-su`wrette ko`rsetilgen figura ku`sh ko`pmu`yeshligi deyiledi. Eger berilgen ku`shler bir tegislikte jaylasqan bolsa ten` ta`sir etiwshi ku`sh  $\vec{R}$  vektorıda usı tegislikte jatadı. Eger berilgen ku`shler sisteması ken`islikte jaylasqan bolsa ten` ta`sir etiwshi ku`sh $\vec{R}$ vektorıda ken`islikte jaylasadı.

3. Ku`shti berilgen bag`ıtı boyınsha eki qurawshılarg`a ajratıw

Bizge qandayda bir $\vec{Q}$ ku`shi berilgen bolsın, usı ku`shti, AB ha`m AD bag`ıtlar boyınsha eki qurawshı ku`shlerge ajratıw gerek bolsın (2.3-su`wret).



2.2 - su`wret.



2.3 - su`wret.

Bul jag`dayda berilgen  $\vec{Q}$  ku`sh vektorının` aqırınan, yag`nıy C tochkadan AB ha`m AD sızıqlarg`a parallel sızıqlar o`tkeremiz, olardıń AB ha`m AD sızıqlar menen kesiskeń tochkaları $\vec{Q}$ ku`shin` payda etiwshi eki ku`shtin` bag`ıtın ha`m modulın belgilewshi eki $\vec{P}$ ha`m  $\vec{F}$  ku`sh vektorların beredi, yag`nıy  $\vec{P} + \vec{F} = \vec{Q}$  ge ten` boladı.

Biraq $\vec{P}$ ha`m  $\vec{F}$  ku`sh vektorların` modullerinin` jıyındısı $\vec{Q}$ ku`shinin` modulinen a`llette u`lken boladı, yag`nıy $R + F > Q$ ekenligin umıtpawımız gerek.

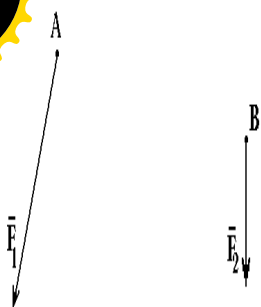
Basqasha etip aytqanda, payda bolg`an  $\vec{P}$  ha`m $\vec{F}$ ku`shleri birgelikte  $\vec{Q}$  ku`shinin` ta`sirin beradi. Usılay etip, ha`rqanday yamasa eki ku`shti parallelogramm usılında qosıp, bir ten` ta`sir etiwshi ku`shti anıqlaw mu`mkin, yamasa bir ku`sh berilse onı qa`legen bag`ıtlang`an eki qurawshılarg`a ajratıw mu`mkin eken.

Ayırım hallarda berilgen ku`shti ken`islikte jaylasqan u`sh qurawshılarg`a ajratıw talap etilse, usı usılg`a uqsas jol menen olardı anıqlaw mu`mkin.

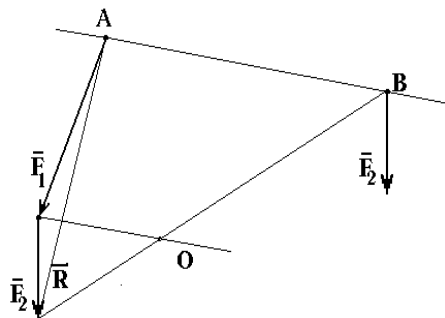
4. Bir tegislikte jaylasqan parallel yamasa ta`sir sızıqları sızbadan sırtta kesisiwshi eki ku`shni qosıw

Qıyalımızda bir tegislikte jaylasqan lekin ta`sir sızıqları ulıwma kesilispeytug`ın, yamasa sızılmadan sırtta kesisetug`ın eki ku`shlerdi qosıw za`ru`r bolsın (2.4 - su`wret).

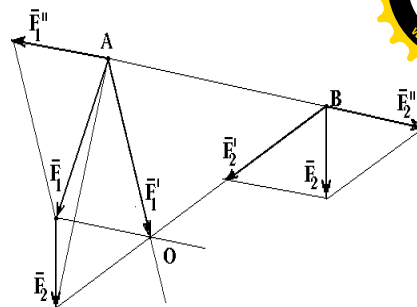
Bunın` ushın,  $\vec{F}_1$  ha`m $\vec{F}_2$ ku`shler qoyılğ`an tochkalardan o`tiwshi AV - ko`sher o`tkeremiz, son` birinshi ku`shtin` aqırına ekinshi ku`shti o`z bag`ıtı ha`m ma`nisi menen ko`shirip qoyamız.



2.4 - su`wret.



2.5 - su`wret.



2.6 - su`wret.

Joqarıda aytqanımızday ku`sh ko`pmu`yeshligi usılınday, A tochkanı, ekinshi ku`shti ko`shirilgennen keyingi halında aqırı menen birlestiriwshi kespe ten` ta`sir etiwshi ku`sh esaplanadı, lekin onın` ta`sir sıızıg`ı qay jerden o`tiwi belgisiz, buni to`mendegishe anıqlaymız.

Bunın` usın usı ko`shirilgen jag`daydag`ı ekinshi ku`shtin` aqırın V tochka menen tutastıramız, ha`mde  $\vec{F}_1$  ku`shtin` aqırınan AV ko`sherine parallel sıızıq o`tkeremiz, usı aqırıg`ı eki sıızıqlardıń kesiskeń tochkası (onı O dep belgileyik) ten` ta`sir etiwshi ku`shtin` ta`sir sıızıg`ı kesip o`tetug`ın tochkanı belgileydi.

Bul qag`ıyda da`lil talap etedi, usının` usın onı to`mendegishe da`lilleymız (2.6-su`wretke qaran`). A tochkanı anıqlang`an O tochka menen birlestiremız ha`m  $\vec{F}_1$  ku`shin su`wrette ko`rsetilgendey eki $\vec{F}_1'$ ha`m  $\vec{F}_1''$  qurawshılarg`a ajratamız. Usıg`an uqsas etip  $\vec{F}_2$  ku`shinde eki $\vec{F}_2'$ ha`m  $\vec{F}_2''$  qurawshı ku`shlerge ajratamız.

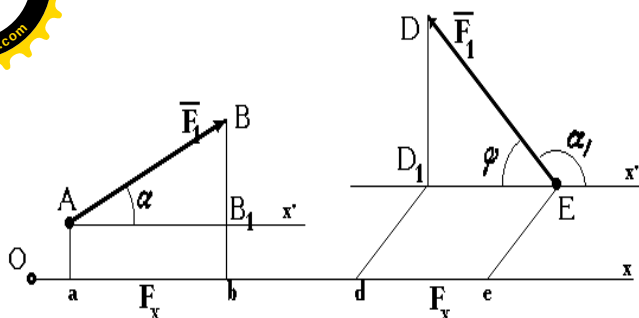
2.6-su`wretten ko`rinip turg`anınday  $\vec{F}_1''$  ha`m $\vec{F}_2''$ ku`shleri o`z-ara ten`salmaqlanıwshı ku`shler sistemasın quraydı, san in` usın ekinshi aksiomag`a tiykarlanıp olardı sistemadan alıp taslasaq, bul sistemada O tochkada kesisiwshi $\vec{F}_1'$ ha`m  $\vec{F}_2'$  ku`shler qaladı. Usı jag`dayda olardıń ten` ta`sir etiwshisi  $\vec{R}$  vektorıda usı O tochkadan o`tetug`ınlıg`ı da`lillendi, yag`nıy onın` bag`ıtıda, san ma`niside anıqlandı.

Usı qag`ıyda arqalı parallel ku`shlerdin` ten` ta`sir etiwshisinin` ta`sir sıızıg`ı qay jerden o`tiwin an`sat anıqlawg`a boladı.

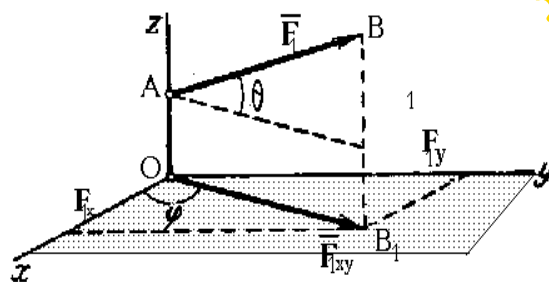
5. Ku`shtin` ko`sherge ha`m tegislikke proektsiyası

Joqarıdag`ı usıllar geometriyalıq yamasa grafikalıq usıl esaplanadı, ku`shler sanı az bolg`an ha`m u`lken anıqlıq talap etilmeytug`ın hallarda, usı usıl o`zinin` a`piwayılıg`ı sebepli ken` qollanıladı. Lekin ku`shler sanı ko`p bolg`anda ha`m u`lken anıqlıq talap etilgen hallarda analitikalıq usıl qollanıladı, aynıqsa ha`zirgi zamanago`y kompyuterler ja`rdeminde ma`seleler a`lbette analitikalıq usıl menen sheshiledi.

Bunın` usın, ha`r qanday ku`sh tegislikte jaylasqan bolsa eki qurawshılarg`a, ken`islikte jaylasqan bolsa u`sh qurawshılarg`a ajratılıp ma`seleler sheshiledi. Eger usı qurawshılar Ox, Oy ha`m Oz ko`sherlerine parallel bolsa, olar usı ku`shtin` koordinata ko`sherlerindegi proektsiyaları esaplanadı.



2.7 - su'wret.



2.8 - su'wret.

Usig'an ko're ku'shtin' qandayda bir ko'sherge (ma'selen Ox ko'sherine) proektsiyasi dep, usi ku'shtin' basinan ha'm aqirinan ko'sherge tu'sirilgen perpendikulyar kespelerdin' arasindag'i en' qisqa araliqqa aytiladi.

Misali $\vec{F}_1$ ku'shinin' Ox ko'sherindagi proektsiyasi $F_{1x} = AB_1 = ab$ g'a ten' eken, yamasa matematikalik an'latpasi to'mendegishe jaziladi, $F_{1x} = F_1 \cdot \cos \alpha$.

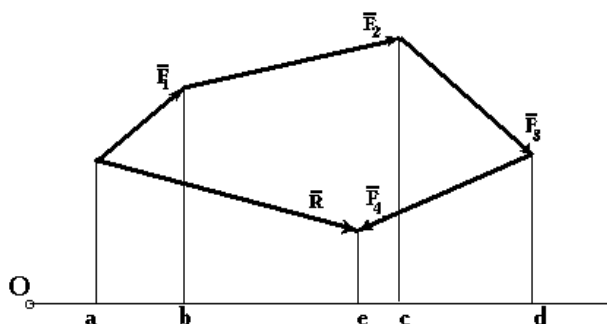
Endi usi ku'shti qandayda bir tegislikke proektsiyalayiq (2.8-su'wret), misali xOu tekisligine. Bul jag'dayda, usi $\vec{F}_1$ ku'sh vektorinin' basinan ha'm aqirinan usi xOu tekisligine perpendikulyar sızıqlar o'tkezemiz, olardin' arasindag'i en' qisqa araliq, usi $\vec{F}_1$ ku'shnin' xOu tekisligindagi proektsiyasi dep ataladi ha'm $\vec{F}_{1xy} = \vec{F}_1 \cdot \cos \theta$ ko'riniside jaziladi.

Eger itibar bergen bolsan'iz, ku'shtin' tegislikke proektsiyasi vektor ma'niste, sebebi onı ja'ne bir ma'rte usi tegislikte jatiwshi ko'sherlerge proektsiyalaw mu'mkin.

6. Ushirasıwshı ku'shler sistemasın analitikalıq usılda qosıw

Oyımızda qandayda bir deneye bir tochkada kesisiwshi N ku'shler sisteması ta'sir etsin, bul halda usi ku'shlerdin' ten' ta'sir etiwshisin anıqlaw ushın olardı vektor usılında (2.1) formulag'a tiykarlanıp qossaq to'mendegini anıqlaymız (2.9-su'wret), yag'nıy:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_k \quad (2.1)$$



2.9 - su'wret.

Endi usi vektor ten'lemenin' eki ta'repin, Dekart koordinata ko'sherlerine proektsiyalasaq, to'mendegi 3 skalyar ten'lemenı payda etemiz, yag'nıy



$$\begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \dots \dots \dots + F_{nx} = \sum F_{kx} & (2.2) \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \dots \dots \dots + F_{ny} = \sum F_{ky} & (2.2v) \\ R_z &= F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} \dots \dots \dots + F_{nz} = \sum F_{kz} & (2.2s) \end{aligned}$$

Eger ten` ta`sir etiwshi $\vec{R}$ ku`shinin` modulin (san ma`nisin) anıqlaw za`ru`r bolsa, to`mendegi formuladan tabamız,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}; \quad (2.3)$$

Ten` ta`sir etiwshi ku`sh vektorının` koordinata ko`sherleri menen payda etken mu`yeshi kosinusları to`mendegi formulalardan anıqlanadı,

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}; \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R}; \quad (2.4)$$

Tekseriw ushın sorawlar:

1. Ushırasıwshı ku`shler sisteması dep, qanday ku`shlerge aytıladı ?
2. Ushırasıwshı ku`shlerdin` ten` ta`sir etiwshisinin` bag`ıtı qanday anıqlanadı ?
3. Ushırasıwshı ku`shlerdin` ten` ta`sir etiwshisinin` moduli qanday anıqlanadı ?
4. Ushırasıwshı ku`shlerdin` ten` ta`sir etiwshisi qaysi tochkag`a qoyıladı ?
5. Ku`sh ko`pmu`yeshligi qalay qurıladı ?
6. Ku`shtin` ko`sherge proektsiyasın anıqlawdı tu`sindirip berin` ?
7. Qaysı jag`dayda ku`shtin` ko`sherge proektsiyası nolge ten` boladı ?
8. Ku`shtin` tegislikke proektsiyası qalay anıqlanadı ?
9. Qaysı jag`daylarda ku`shtin` tegislikke proektsiyası nolge ten` boladı ?
10. Ku`shler qurawshılarg`a qalay ajratıladı ?

LEKTSIYA № 3

Tema: U`sh ku`shtin` ten`salmaqlılıg`ı haqqındag`ı teorema.
Ushırasıwshı ku`shler sisteması

REJE:

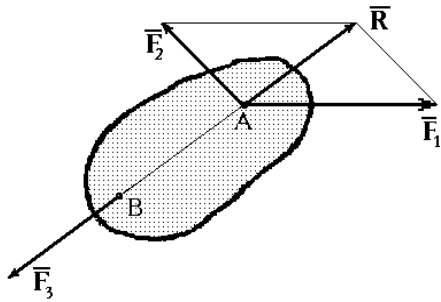
1. U`sh ku`shtin` ten`salmaqlılıg`ı haqqındag`ı teorema.
2. Ushırasıwshı ku`shler sistemasının` ten`salmaqlılıq sha`rti.
3. Ushırasıwshı ku`shler sistemasına tiyisli statika ma`selelerin sheshiw.

1. U`sh ku`shtin` ten`salmaqlılıg`ı haqqındag`ı teorema

Statika ma`selelerin sheshkenimizde, to`mendegi u`sh ku`sh teoreması ju`da` qol keliwi mu`mkin.

Teorema: Eger erkin deneye o`z ara parallel bolmag`an u`sh ku`shler ta`sir etse, ol ten`salmaqlılıq jag`dayında bolsa, bul ku`shler bir tegislikte jatadı ha`m olardıń ta`sir sıızıqları bir tochkada kesisedi.

**Da`lillew:** Teoremag`a ko`re bul ku`shler parallel bolmag`anlıqları usı olardan ekewi  $\vec{F}_1'$  ha`m $\vec{F}_2'$ qandayda bir A tochkada kesisedi (3.1-su`wret), olardıń ten` ta`sir etiwshisi $\vec{R}$ di payda etemiz.



3.1-su`wret.

Endi deneye tek eki ku`sh ta`sir etedi, yag`nıy  $\vec{R}$  ku`shi ha`m  $\vec{F}_3$  ku`shi. Lekın bul erkin dene eki ku`sh ta`sirinde ten`salmaqlılıq halında bolıwı ushın 1-aksiomag`a tiykar bul ku`shler bir tuwrı sıziqta jatıwı kerek, bag`ıtları qarama qarsı, san ma`nisleri (modulleri) o`z ara ten` bolıwı sha`rt, usıg`an ko`re bul u`shinshi ku`shtin` ta`sir sızig`ı a`lbette usı A tochkadan o`tedi. Teorema da`lillendi.

2. Ushırıswshı ku`shler sistemasının` ten`salmaqlılıq sha`rti

Biz joqarıda 1-aksiomag`a tiykarlanıp eki ku`sh qaysı jag`daylarda o`z ara ten`salmaqlılıqta bolıwı mu`mkinligin ko`rdik. Keyin bolsa u`sh ku`shte ten`salmaqlılıqta bolıwı mu`mkin ekenligin ko`rip o`ttik.

Endi to`mende eki yamasa u`sh ku`shler emes, ha`tte bir neshe ku`shler sistemasıda ko`p jag`daylarda o`z ara ten`salmaqlanıwshı ku`shler sistemasın payda etiwı mu`mkinligin ko`rip o`temiz.

Mexanik sistemag`a ta`sir etiwshı ku`shler bir tochkada ushırassa, bunday ku`shler ushırıswshı ku`shler sistemasın payda etedi ha`m olardı bir birinen keyin ku`sh ko`pmu`yeshligi usılında (geometriyalıq usılda) yamasa analitikalıq usılda qosıp shıqsaq, olardıń ten` ta`sir etiwshisi  $\vec{R}$  ku`sh vektorın tabamız.

Usı ten` ta`sir etiwshı vektor nolge ten` bolsa, dene ten`salmaqlılıq jag`dayında boladı. Demek ha`r qanday ushırıswshı ku`shler sisteması ta`sir etispesin, eger olardıń ten` ta`sir etiwshisi $\vec{R}$ nolge ten` bolsa, bul ku`shler sisteması ten`salmaqlılıqta boladı eken. Bul bolsa *ushırıswshı ku`shler sisteması ten`salmaqlılıg`ının` geometriyalıq sha`rti* deyiledi.

Ushırıswshı ku`shler sisteması ten`salmaqlılıg`ının` analitikalıq sha`rti, to`mendegishe boladı:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0 \text{ yamasa } R_x = 0; R_y = 0; R_z = 0 \text{ bolıwı sha`rt, yamasa}$$

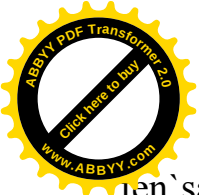
$$R_x = \sum F_{kx} = 0; \quad R_y = \sum F_{ky} = 0; \quad R_z = \sum F_{kz} = 0;$$

Demek ken`islikte jaylasqan ushırıswshı ku`shler sistemasının` ten`salmaqlılıg`ının` analitikalıq sha`rti:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad \sum F_{kz} = 0; \quad (3.2) \text{ boyınsha an`latıladı eken.}$$

Eger ushırıswshı ku`shler sisteması qandayda bir tegislikte, ma`selen xOu tekisliginde jaylasqan bolsa, olardıń ten`salmaqlılıg`ının` analitikalıq an`latpası to`mendegishe boladı:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad (3.3)$$



Eger ku'shler sisteması bir tuwrı sıziqta jaylasqan bolsa, olar ten'salmaqlılıq'ının analitikalıq an'latpası to'mendegishe boladı:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad (3.4)$$

Ma'seleler sheshkenimizde a'lbette, usı ten'lemeler sistemalarının tiyislinen paydalanamız.

3. Ushırasıwshı ku'shler sistemasına tiyisli statika ma'selelerin sheshiw

Ayrım jag'daylarda tiyisli baylanıslar menen baylanısqan, qandayda bir qattı dene beriledi ha'mde usı denegge qoyılğ'an aktiv ku'shlerde berilgen bolıp, usı denegge qoyılğ'an baylanıslardıń reaksiya ku'shlerin anıqlaw soraladı.

Eger denegge qoyılğ'an aktiv ku'shler ken'islikte jaylasqan bolsa, u'sh ten'salmaqlılıq ten'lemeler sistemasın du'ziwimiz mu'mkin, usıg'a ko're *u'sh belgisiz reaksiya ku'shlerin* anıqlawımız mu'mkin. Eger olar tegislikte jaylasqan bolsa, eki ten'salmaqlılıq ten'lemeler sistemasın du'zimiwimiz mu'mkin, using'an ko're tek *eki belgisiz reaksiya ku'shlerin* anıqlawımız mu'mkin.

Eger ushırasıwshı ken'islik ku'shler ta'sir etken jag'dayda denede to'rt ha'm odan artıq belgisiz reaksiya ku'shleri payda bolsa, yamasa tegislikte jaylasqan ushırasıwshı ku'shler ta'sirindegi denegge u'sh ha'm odan artıq reaksiya ku'shleri qoyılğ'an bolsa, bunday ma'seleler *statik anıq emes ma'seleler* deyiledi.

Bunday ma'selelerdi biz tek teoriyalıq mexanika ten'lemeleri arqalı sheshe almaymız. Bul menen, demek bunday ma'selelerdi sheshiw mu'mkin emes eken degen juwmaq shıg'armasıq kerek, tiykarında bunday ma'seleler keyinirek, yag'nıy materiallar qarsılıg'ı pa'ninde, qosımsha ten'lemeler du'ziw jolı menen sheshiledi.

Ulıwma alg'anda, usını aytıp o'tiw lazım ha'zirgi ku'nde, yag'nıy kompyuterler rawajlang'an da'wirinde, mexanika tarawında birde bir sheshilmeytug'ın real ma'seleler qalg'an emes.

Ma'seleler sheshiw ta'rtibi, to'mendegishe alıp barıladı:

1. Su'wret sıziladı, denegge ta'sir etiwshı aktiv ku'shler vektor su'wrette tiyisli bag'ıtlarda ko'rsetiledi.

2. Baylanıslardıń reaksiya ku'shleride vektor su'wretinde an'latıladı.

3. Koordinata ko'sherleri tan'lap alınadı, ko'sherler sonday tan'lap alınıwı lazım ilajı barınsha belgisiz bolğ'an reaksiya ku'shleri tek bir ko'sherge proektsiyalanıwı ta'miyinlesin, qarama qarsı jag'dayda ma'seleni sheshiw quramalıraq bolıwı mu'mkin.

4. Baylanıslar taslap jiberiledi ha'm joqarıdag'ı ten'lemeler sistemasınan paydalanıp, ten'salmaqlılıq ten'lemeleri du'ziledi.

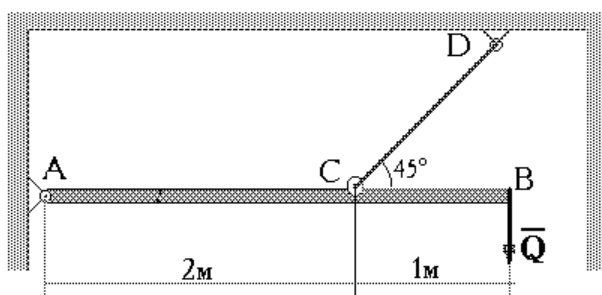
5. Eger geometriyalıq joldı tan'lag'an bolsan'ız, u'sh ku'sh teoremasınan paydalanıp, ku'sh u'shmu'yeshligi qurıladı ha'm sinuslar teoreması arqalı tiyisli ten'lemeler du'ziledi.

Du'zilgen ten'lemeler sistemasın belgisiz reaksiya ku'shlerine salıstıra sheship belgisiz ku'shler anıqlanadı.

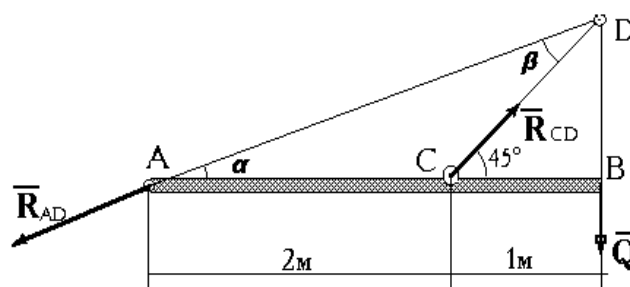
Mısal: AV balka A, S ha'm D tochkalarda sharnirler ja'rdeminde gorizontal halda qozg'almas baylanısqa bekkemlengen. Balkanın V ushına awırlıg'ı $Q = 5 \text{ kH}$ bolğ'an ju'k asıp qoyılğ'an. Balkanın awırlıg'ın esapqa almastan A ha'm D

teknikalardagı tayanış reaksiyaların anıqlan. Balkanın o'lishemleri 3a-su'wret ko'rsetilgen.

Sheshimi: AV balkag'a u'sh ushırasıwshı ku'shler sisteması ta'sir etedi, olar to'mendegilerden ibarat: Q – ju'ktin' awırlıq ku'shi, CD – sterjennin' tartılıw ku'shi ha'm A tochkadagı tayanış reaksiyası. SD baylanıs sterjennin' ibarat bolg'anı ushın onın' reaksiya ku'shi CD sterjen boylap bag'ıtlanadı. A tayanış reaksiyasının' bag'ıtı tiykarınan eki qurawshılardan ibarat bolıp, olardıñ ten' ta'sir etiwshisi bizge belgisiz.



3a - su'wret



3b - su'wret

Lekin u'sh ku'sh teoreması tiykarında balkag'a u'sh ku'sh ta'sir etip, ol ten'salmaqlılıqta bolsa olardıñ ta'sir sızıqları bir tochkada kesilsiwi sha'rt. Bunın' ushın Q ku'shinin' ta'sir sızıg'ın dawam ettirsek, SD sterjennin' D tochkasında kesisedi, demek A tochkadagı reaksiyalardıñ ten' ta'sir etiwshi ku'shide usı tochkadan o'tiwi sha'rt (3b-su'wretke qaran')

Ma'seleni geometriyalıq jol menen sheshiw ushın (3-c su'wret), Q ku'shin belgili masshtabta, o'z bag'ıtı boyınsha iqtıyariy tochkag'a qoyamız, onın' aqırınan CD sterjenge parallel sızıq o'tkeremiz, lekin onın' uzınlıg'ın bilmeymiz. Bunı anıqlaw ushın Q vektorının' basınan AD sızıqqa parallel o'tkeremiz, aqırgı eki sızıqlardıñ kesisken tochkası $\vec{R}_{AD}$ ha'm $\vec{R}_{CD}$ vektorlarınin' ma'nislerin belgileydi.

Na'tiyjede 3s-su'wrette ko'rsetilgen $\vec{Q}$, $\vec{R}_{AD}$ ha'm $\vec{R}_{CD}$ vektorlarınan ibarat u'shmu'yeshlik payda boladı. Bul u'shmu'yeshliktin' bir ta'repi, yag'nıy Q ku'shinin' ma'nisi belgili, $\vec{R}_{AD}$ ha'm $\vec{R}_{CD}$ - vektorlarınin' san ma'nisleri belgisiz bolıp, onı trigonometriya pa'nindegi sinuslar teoreması ja'rdeminde anıqlaymız.

Sinuslar teoremasınan, to'mendegi proporsiyanı jazamız:

$$\frac{R_{AD}}{\sin 45^\circ} = \frac{R_{CD}}{\sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{Q}{\sin \beta} \quad (3.a)$$

Bu proporsiyadan $R_{AD} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin \beta} \cdot Q$ ha'm $R_{CD} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin(90^\circ + \alpha)} \cdot Q$ (3.v).

Ma'seleni sheshiw ushın $\sin \alpha$ ha'm $\cos \alpha$ - lardıñ ma'nislerin anıqlaw za'ru'r boladı, usının' ushın su'wretten onın' ma'nisin anıqlayıq.

3b-su'wretten $\sin \alpha = \frac{BD}{AD}$ ha'm $\cos \alpha = \frac{AB}{AD}$ g'a ten' eken. Pifagor teoremasınan paydalanıp AD – nın' uzınlıg'ın anıqlaymız, $AD = \sqrt{(AB)^2 + (BD)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Usı sebepli $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ ha'm $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ g'a ten' ekenligin anıqlaymız. Trigonometriyadag'ı keltiriw forumularınan to'mendegilerdi anıqlaymız, $\sin(90^\circ + \alpha) = \sin 90^\circ \cdot \cos \alpha + \cos 90^\circ \cdot \sin \alpha = \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$, demek $\sin(90^\circ + \alpha) = \frac{3}{\sqrt{10}}$.

Endi β - mu'yeshinin' ma'nisin anıqlayıq, $\beta = 180^\circ - (90^\circ + \alpha + 45^\circ) = 45^\circ - \alpha$, bug'an ko're keltiriw formulalarınan:

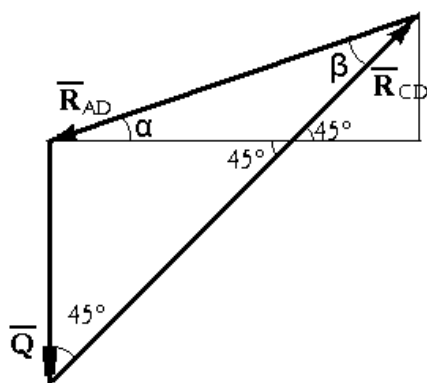
$$\sin \beta = \sin(45^\circ - \alpha) = \sin 45^\circ \cdot \cos \alpha - \cos 45^\circ \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha - \sin \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}} \right) \text{ yamasa}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

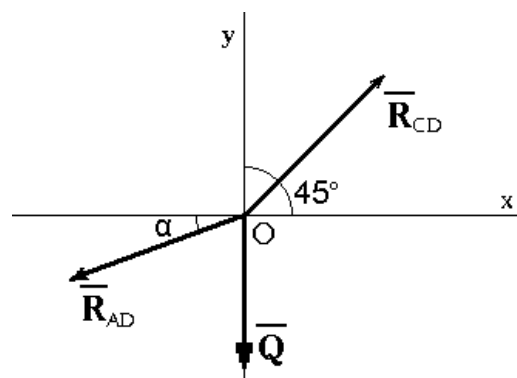
$$R_{AD} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin \beta} \cdot Q = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{5}}} \cdot 5 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{5} = 7,9 \text{ kH} \quad (3. s)$$

$$R_{CD} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin(90^\circ + \alpha)} \cdot Q = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{\sqrt{10}}} \cdot 5 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10}}{3} \cdot 5 = 10,6 \text{ kH} \quad (3.d)$$

Usılay etip tayanış reaksiyaların anıqladıq. Usını esletip o'tiw lazım ha'rqanday mashinalardıń ha'm qurılıs imaratlarınan' bekkemliligin ta'miyinlewde, reaksiya ku'shlerin anıqlap alıw ju'da' a'hmiyetli ma'selelerden esaplanadı.



3s - su'wret.

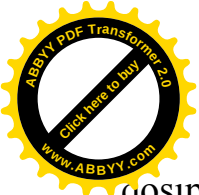


3d - su'wret.

Endi usı ma'seleni analitikalıq usılda sheshiwdi ko'rip o'teyik. Bunın' ushın xOu koordinata ko'sherlerin tan'lap alamız (3d-su'wret) ha'm bul tochkag'a $\vec{Q}$, $\vec{R}_{AD}$ ha'm $\vec{R}_{CD}$ vektorların keltirip qoyamız. Son' tegisliktegi ushırasıwshı ku'shler sisteması ushın analitikalıq ten'salmaqlılıq ten'lemelerin du'zemiz,

$$\sum P_{kx} = 0 \quad - R_{AD} \cdot \cos \alpha + R_{CD} \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad (3.e)$$

$$\sum P_{ky} = 0 \quad - R_{AD} \cdot \sin \alpha + R_{CD} \cdot \sin 45^\circ - Q = 0 \quad (3.g)$$



$\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$ bulgʻanligʻi sebepli, 1-tenʻlemeni (-1) ge koʻbeytirip, 2-me qosip jibersek $R_{AD}(\cos \alpha - \sin \alpha) - Q = 0$ boladi, bunnan

$$R_{AD} = \frac{Q}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{5}{\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}}} = \frac{5}{2} \cdot \sqrt{10} = 7,9k.$$

$$\text{Birinshi tenʻlemeden } R_{CD} = \frac{\cos \alpha}{\cos 45^\circ} \cdot R_{AD} = \frac{\frac{3}{\sqrt{10}}}{\frac{\sqrt{10}}{2}} \cdot 7,9 = \frac{3}{\sqrt{10}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot 7,9 = 10,6kH.$$

Usini esletip oʻtiw kerek, bul maʼseleni analitikaliq jol menen sheshkende, A tochkaninʻ reaksiya kuʻshininʻ bagʻitın *uʻsh kuʻsh teoremasi* arqali aniqladiq. Keyinirek bul maʼselege jaʼne qaytamiz haʼm ol jerda A tochkaninʻ reaksiya kuʻshin eki qurawshılardan ibarat koʻrinishidegi maʼseleni sheshemiz.

Tekseriw ushin sorawlar:

1. Ushirasıwshı kuʻshler sisteması dep qanday kuʻshler sistemasına ayıladı ?
2. Kenʻislikte jaylasqan ushırasıwshı kuʻshler sistemasınınʻ analitikaliq tenʻsalmaqlılıq shaʻrtlerin jazıp berinʻ ?
3. Tegislikte jaylasqan ushırasıwshı kuʻshler sistemasınınʻ analitikaliq tenʻsalmaqlılıq shaʻrtlerin jazıp berinʻ ?
4. Uʻsh kuʻshlerden ibarat sistema tenʻsalmaqlılıqta bolıwları muʻmkinbe, qaysı jagʻdaylarda ?
5. Kenʻislikte jaylasqan toʻrt kuʻshler sisteması tenʻsalmaqlılıqta bolıwı muʻmkinbe ?
6. Qaysı hallarda sinuslar teoremasınan paydalanıp maʼsele sheshiledi ?
7. Qaysı hallarda kosinuslar teoremasınan paydalanıp maʼsele sheshiledi ?
8. Ushırasıwshı kuʻshler sistemasınınʻ geometriyalıq tenʻsalmaqlılıq shaʻrtin koʻrsetinʻ ?
9. Tegisliktegi ushırasıwshı kuʻshler sistemasınınʻ analitikaliq tenʻsalmaqlılıq shaʻrtin koʻrsetinʻ ?
10. Kenʻislikte ushırasıwshı kuʻshler sistemasınınʻ analitikaliq tenʻsalmaqlılıq shaʻrtin koʻrsetinʻ ?

LEKTSIYA № 4

Tema: Kuʻshtinʻ tochkagʻa haʼm koʻsherge salıstıra momentleri. Jup kuʻshler

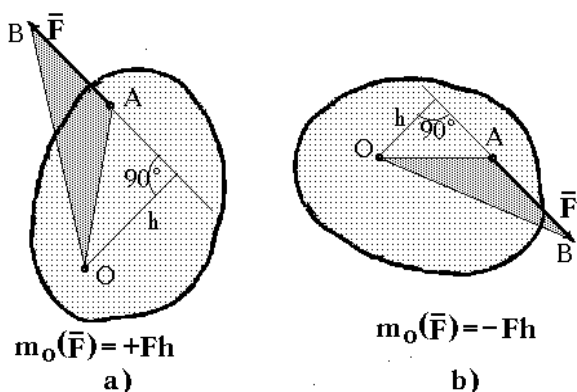
REJE:

1. Kuʻshtinʻ tochkagʻa (oraygʻa) salıstıra momenti.
2. Kuʻshtinʻ koʻsherge salıstıra momenti.
3. Tenʻ taʻsir etiwshı kuʻshtinʻ momenti haqqında Varinʻon teoreması.
4. Jup kuʻsh. Jup kuʻshtinʻ momenti.
5. Bir tegislikte jaylasqan juplardı qosıw. Juplardınʻ tenʻsalmaqlılıq shaʻrti.

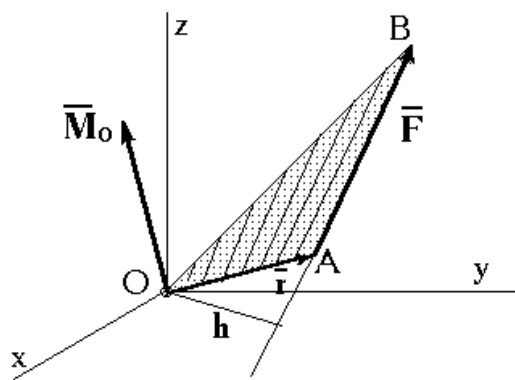
1. Ku'shtin` tochkag`a (orayg`a) salıstıra momenti

Ta`jriybelerdin` ko`rsetiwinshe, ku'shler tek deneni ilgerlemeli ha`reketke keltiredi eken, ayırım jag`daylarda ıqtıyarlı berilgen tochka a`tirapında aylanba ha`reket beriwleride mu`mkın eken. Bunın` ushın usı tan`lang`an tochka qozg`almas dep esaplanadı .

Bul jag`dayda usı denegge ta`sir etiwshi ku'shler o`zlerinin` bag`ıtın ha`m san ma`nislerine baylanıslı ra`wishte aylandırıwshı effekt beredi, bul effektı mexanika tilinde *ku'shtin` momenti* dep ataladı (4.1-su`wret).



4.1 – su`wret.



4.2 – su`wret.

Ku'shtin` qandayda bir tochkag`a salıstıra momenti dep, *usı ku'shtin` modulın (san ma`nisin), onın` usı tochkag`a shekem bolg`an jelkesine ko`beymesine* aytıladı.

Ku'shtin` tochkag`a salıstıra jelkesi dep, *usı berilgen tochkadan ku'shtin` ta`sir sızig`ına tu`sirilgen perpendikulyardıń uzınıg`ına* aytıladı.

Demek, qandayda bir tochkag`a salıstıra ku'shtin` momentin anıqlaw ushın, usı ku'shtin` modulın (san ma`nisin), onın` usı tochkag`a salıstıra jelkesine ko`beymesine aytıladı eken. Ekinshiden tan`lang`an tochka a`tirapında dene saat strelkasının` qaysı ta`repke aylanısına qarap ol on` (+) yamasa teris (-) belgileri menen belgilenedi.

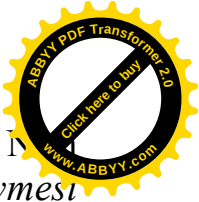
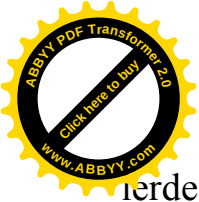
Teoriyalıq mexanika pa`ninde, denegge ta`sir etip atırg`an ku'shler, deneni berilgen tochka a`tirapında saat strelkasi bag`ıtında aylandırsa, onın` *momenti teris (-) belgi* menen belgilenedi. Eger saat strelkası bag`ıtına qarama qarsı bag`ıtqa aylandırsa on` (+) *belgi* menen belgileniwi qabıl etilgen.

Ma`selen 4.1-su`wrette ko`rsetilgen ku'shtin` O tochkag`a salıstıra momenti, to`mendegishe jazıladı:

$$m_m(\vec{F}_1) = +F_1 \cdot h_1 \quad \text{yamasa} \quad m_m(\vec{F}_2) = -F_2 \cdot h_2 \quad (4.1)$$

Bul jazıwdan ko`rinip turg`anınday, latinsha *m* ha`ribi ku'shtin` momentin belgileydi, indekstegi O ha`ribi, ku'shtin` qaysı tochkag`a salıstıra momenti esaplanıp atırg`anlıg`ın ko`rsetedi.

Skobka ishinde qaysı ku'shtin` momenti anıqlanıp atırg`anlıg`ı ko`rsetiledi, ten`likten keyin usı ku'shtin` ta`sirinde dene, sol tochka a`tirapında qaysı ta`repke aylanıwına baylanıslı ra`wishte, tiyisli teris yamasa on` belgi qoyılğ`an. Odan keyin tiyisli ku'shtin` san ma`nisin onın` usı tochkag`a salıstıra jelkesine ko`beymesi menen an`latılğ`an.



Usıg`an ko`re ku`shtin` tochkag`a salıstıra momentinin` o`lshew birligi n` erde o`lshenedi, yag`nıy *ku`sh birligi (N`yuton)nın`, uzınlıq (metr)ge ko`beymesi* menen o`lshenedi.

Ku`shtin` tochkag`a salıstıra momentinin` to`mendegi qa`siyetleri menen tanısıp o`temiz:

1. Ku`shti o`z ta`sir sızıg`ı boylap basqa tochkag`a ko`shirse, onın` usı tochkag`a salıstıra momenti o`zgermeydi.

2. Eger ku`shtin` san ma`nisi nolge ten` bolsa, yamasa onın` ta`sir sızıg`ı berilgen oraydı kesip o`tse, onın` usı orayg`a salıstıra aling`an momenti nolge ten` boladı.

3. Ku`shtin` tochkag`a salıstıra momentinin` san ma`nisi, usı ku`shtin` vektorı menen berilgen tochkag`a qurılğ`an u`shmu`yeshliktin` ekilengen maydanına ten` (4.1b-su`wret).

Ku`shtin` tochkag`a salıstıra momenti vektor ma`nis bolıp, ol ku`sh qoyılğ`an tochkanın` radius vektorı menen ku`sh vektorının` vektor ko`beymesine ten`, yag`nıy:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F} \quad (4.2)$$

F ku`shinin` Dekart koordinata ko`sherleri orayına salıstıra aling`an momentlari, to`mendegi formuladan anıqlanadı (4.2-su`wret):

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (y \cdot F_z - z \cdot F_y) \vec{i} + (z \cdot F_x - x \cdot F_z) \vec{j} + (x \cdot F_y - y \cdot F_x) \vec{k}$$

Usı formulalardan paydalanıp, Ox, Oy ha`m Oz ko`sherlerine salıstıra aling`an momentlerdi jazamız

$$\begin{aligned} m_{Ox}(\vec{F}) &= (y \cdot F_z - z \cdot F_y) \\ m_{Oy}(\vec{F}) &= (z \cdot F_x - x \cdot F_z) \\ m_{Oz}(\vec{F}) &= (x \cdot F_y - y \cdot F_x) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Joqarıdag`ılardı anıqlag`annan son` m vektor momentnin` modulin anıqlaw ushın, Pifagor teoremasınan paydalanamız.

$$M_o = \sqrt{m_{Ox}^2 + m_{Oy}^2 + m_{Oz}^2} \quad (4.4)$$

2. Ku`shtin` ko`sherge salıstıra momenti

$\vec{F}$ ku`shti ıqtıyarıy bag`ıtlang`an Oz ko`sherge salıstıra momentin anıqlaw za`ru`r bolsın (4.3-su`wretke qaran`). Bunın` ushın usı ko`sherge perpendikulyar bolg`an qandayda bir tegislik alamız ha`m ku`shti usı tegislikke proektsiyalaymız, ma`selen bul xOy tekisligi bolsın, bul jag`dayda  $\vec{F}$  ku`shinin` usı tegisliktegi proektsiyası  $\vec{F}_{xy}$  vektorın payda etemiz. Endi usı  $\vec{F}_{xy}$  ku`sh vektorın O tochkag`a salıstıra aling`an momenti, $\vec{F}$ ku`shinin` Oz ko`sherine salıstıra aling`an momenti dep

planadı (4.3-su`wret), yag`nıy $\vec{m}_z(\vec{F}) = \vec{m}_z(\vec{F}_{xy})$ ha`m onin` moduli to`mendegi anıqlanadı:

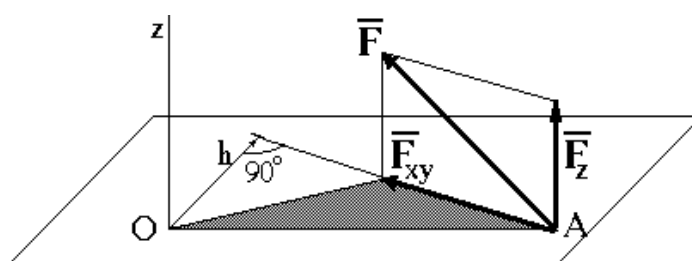
$$m_z(\vec{F}) = m_o(\vec{F}_{xy}) = \pm F_{xy} \cdot h \quad (4.5)$$

Ku`shtin` ko`sherge salıstıra momentinin` to`mendegi qa`siyetleri menen tanıtıstırıp o`temiz:

1. Eger ku`sh vektori qandayda bir ko`sherge parallel bolsa, onin` usı ko`sherge salıstıra momenti nolge ten` boladı, sebebi $\vec{F}_{lxy} = 0$.

2. Eger ku`sh vektorinin` ta`sir sızig`ı qandayda bir ko`sherdi kesip o`tse, ku`shtin` usı ko`sherge salıstıra momenti nolge ten` boladı, sebebi $h = 0$ boladı.

3. Eger ku`sh vektori menen, ko`sher bir tegislikte jatsa, ku`shtin` usı ko`sherge salıstıra momenti nolge ten` boladı, sebebi 1 ha`m 2 - qa`siyetlerden biri payda boladı.



4.3 – su`wret.

Ku`shtin` ko`sherge salıstıra alıng`an momentide vektor ma`nis bolıp, onıda joqarıdag`ıday jazıp shıg`ıw mu`mkin, bunı anıqlaw studentlerdin` o`zine qaldıramız.

3. Ten` ta`sir etiwshi ku`shtin` momenti haqqında Varin`on teoreması

Oylayıq bir tochkada (ma`selen A tochkada) jaylasqan eki  $\vec{F}_1$  ha`m $\vec{F}_2$ ku`shler berilgen bolsın, endi usı ku`shlerdi qosıp olardin` ten` ta`sir etiwshisi  $\vec{R}$  di anıqlag`an bolayıq.

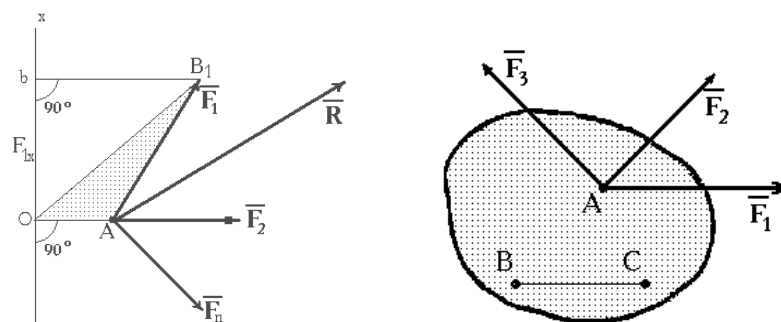
Endi qalegen bir O tochkadı tan`lap alıp, son` usı tochkag`a salıstıra  $\vec{R}$  ku`shinin` momentin ha`mde usı tochkag`a salıstıra  $\vec{F}_1$  ha`m $\vec{F}_2$ ku`shlerdin` momentlerinin` jıyındıların alıp ko`reyik.

**Varin`on teoreması:** *Ten` ta`sir etiwshi ku`shtin` qa`legen tochkag`a salıstıra alıng`an momenti, qurawshı ku`shlerdin` usı tochkag`a salıstıra alıng`an momentlerinin` algebralıq qosındısına ten` boladı.*

**Da`lili:** Oylayıq qandayda bir A tochkag`a qoyılğ`an  $\vec{F}_1$  ha`m $\vec{F}_2$ ku`shlerdi O orayg`a salıstıra moment vektorlarının` jıyındısı to`mendegishe jazıladı:

$$\vec{m}_o(\vec{F}_1) + \vec{m}_o(\vec{F}_2) = \vec{r}_A \times \vec{F}_1 + \vec{r}_A \times \vec{F}_2 = \vec{r}_A \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) = \vec{r}_A \times \vec{R} = \vec{m}_o(\vec{R}) \quad (4.6)$$

Usı menen, bul teorema da`lillendi, onin` abzallıg`ı ko`p jag`daylarda ayırım ku`shlerdin` momentlerin tuwrıdan tuwrı anıqlawda onin` jelkesin tabıw biraz qıyınraq bolıwı mu`mkin. Bunday ma`selelerdi sheshiwde berilgen ku`shti koordinata ko`sherlerine parallel bolğ`an qurawshılarg`a ajratılıp, son` olardin` ha`r birin berilgen orayg`a salıstıra momentlerin anıqlap algebralıq ra`wishte (vektor qosındısınday emes) qosıladı.



4.4 - su`wret.

4. Jup ku`sh. Jup ku`shtin` momenti

Bag`ıtları qarama qarsı, san ma`nisleri o`z ara ten` ha`m ta`sir sızıqları parallel bolg`an eki ku`sh *jup ku`sh* (juplar) deyiledi.

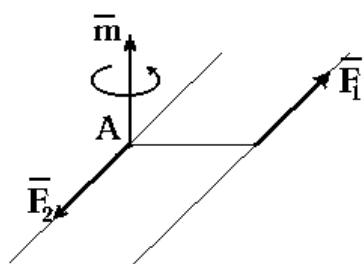
Bunday ku`shlerdi qosıp bolmaydı, yag`nıy olardın` ten` ta`sir etiwshisi bolmaydı, bunday ku`shler sisteması usındaylıg`ınsha saqlanıp qalınadı ha`m olardı *jup ku`shler* deyiledi.

Jup ku`shtin` momenti dep, juplardı qurawshı ku`shlerdin` ka`legen birewinin` modulin, juptın` jelkesine ko`beymesine ayıladı. *Juptın` jelkesi* dep usı ku`shlerdin` ta`sir sızıqları arasındag`ı en` qısqa aralıqqa ayıladı.

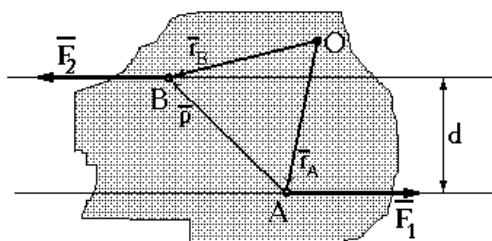
$$m(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \pm F_1 \cdot d \quad (4.7)$$

Bul jerde d - juptın` jelkesi.

Jup ku`sh momentide vektor ma`nis ha`m ol vektor moment, jup jaylasqan tegislikke perpendikulyar ra`wishte bag`ıtlang`an bolıp, onın` ushınan qarag`anımızda, jup ku`sh deneni saat strelkasına qarama qarsı bag`ıtta aylantırıp atırg`anlıg`ın ko`riwimiz za`ru`r, qarama qası jag`dayda ol teris (-) belgisi menen belgilenedi (4.5 b-su`wret).



4.5a - su`wret.

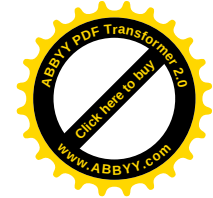


4.5b - su`wret.

Jup momentinin` tiykarg`ı qa`siyeti, onı qa`legen aling`an tochkalarg`a salıstıra momentleri bir birine ten` boladı, son` juptın` momentin qaysı tochkag`a salıstıra alınıp atırg`anlıg`ı belgilenbeydi (joqarıdag`ı formulag`a itibar berin`), yag`nıy:

$$\vec{m}_M(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \vec{m}_A(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \vec{m}_B(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \vec{m}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \text{ h.t.b.}$$

Bunı da`lilleyik (4.5 b-su`wretke qaran`). Bunın` ushın O oraydan $\vec{F}_1$ ha`m  $\vec{F}_2$  ku`shler qoyılğ`an A ha`m V tochkalarg`a radius vektorların o`tkereyik ha`m ha`r bir ku`shtin` vektor momentin o`z aldına anıqlap, olardı qosayıq, yag`nıy:



$$\vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) = \vec{r}_A \times \vec{F}_1 + \vec{r}_B \times \vec{F}_2$$

Lekin (su`wretke qaran`) $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{\rho}$ bolg`anı ushın, bunı joqarıdag`ı ten`lemege qoyıp, ıqshamlastırısaq, to`mendegini alamız:

$$\vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) = \vec{r}_A \times \vec{F}_1 + (\vec{r}_A + \vec{\rho}) \times \vec{F}_2 = \vec{r}_A \times \vec{F}_1 + \vec{r}_A \times \vec{F}_2 + \vec{\rho} \times \vec{F}_2$$

$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ ekenligin itibarg`a alsaq  $\vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) = \vec{r}_A \times \vec{F}_1 - \vec{r}_A \times \vec{F}_1 + \vec{\rho} \times \vec{F}_2 = \vec{\rho} \times \vec{F}_2$  ni payda etemiz, yag`nıy A ha`m V tochkalardıń radius vektorları joqarıdag`ı formulada ulıwma qatnaspaydı, usıladı itibarg`a alsaq:

$$\vec{m}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = \vec{\rho} \times \vec{F}_2 = -\vec{\rho} \times \vec{F}_1$$

di jazamız, yag`nıy juptıń momenti ha`mme tochkalar ushın birdey san ma`nislerge iye ekenligin anıqladıq.

Ekvivalent juplar. Mexanikada ju`da` ko`p jag`daylarda ekvivalent juplardan ken` paydalanıladı. *Ekvivalent juplar* dep sonday (eki tu`rdegi ku`shlerden quralg`an) juplarg`a aytıladı, olar bir tegislikte jaylasqan bolıp, juplardı qurawshı ku`shlerdin` modulleri turlishe bolıp, olardıń jelkeleride tiyisli ra`wishte basqa boladı, lekin olardıń momentleride, san ma`nisleride ha`m bag`ıtı ta`replerinen birdey bolıwı sha`rt.

Eger biz usınday bir juptı basqa, yag`nıy moduli ha`m bag`ıtı birdey bolg`an basqa jup penen almasırısaq denenin` aldındı jag`dayı o`zgermeydi. Bul qag`ıydı da`lillew ju`da` an`sat, usınıń ushın onı bul jerde keltirmeymiz.

Ma`selen, bir jup jelkesi h - qa ten` bolg`an  $\vec{F}_1$  ha`m $\vec{F}_2$ ku`shlerden ibarat bolsın, ekinshisi bolsa, jelkesi d - g`a ten` bolg`an $\vec{F}_3$ ha`m  $\vec{F}_4$  ku`shlerden ibarat bolıp, eki jupta bir tegislikte yamasa parallel tegisliklerde jaylasqan bolsın. Bul jag`dayda eger, to`mendegi ten`lik orınlı bolsa, yag`nıy:

$$F_1 \cdot h = F_2 \cdot h = F_3 \cdot d = F_4 \cdot d$$

bul juplar *ekvivalent juplar* deyiledi ha`m olardı biyma`lel bir biri menen almasırıw mu`mkin.

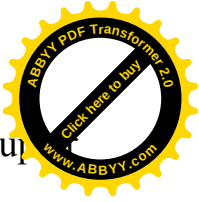
5. Bir tegislikte jaylasqan juplardı qosıw. Juplardıń ten`salmaqlılıq sha`rti

Sonday jag`daylar ushırasıwı mu`mkin, yag`nıy qattı denege tek jup ku`shler ta`sir etiwı mu`mkin, basqa ku`shlerdin` jıyındısı nolge ten` bolıwı mu`mkin (ma`selen tisli do`n`geleklerden ibarat bolg`an mexanikalıq sistema), bul jag`dayda usı denenin` ten`salmaqlılıg`ı tek jup ku`shlerdin` jıyındısına baylanıslı boladı. Usınıń ushın juplardı qosıwdı u`yrenemiz.

Bunıń ushın to`mendegi teoremanı da`lillewimiz kerak.

Teorema: *Bir tegislikte jaylasqan bir neshe juplar sistemasınıń momenti, berilgen juplardıń momentlerinin` algebralıq jıyındısına ibarat bolıp, usı tegislikte jatıwshı ekvivalent basqa bir jup penen almasırısaq denenin` jag`dayı o`zgermeydi.*

Bir tegislikte jaylasqan ha`mme juplardı, olarg`a ekvivalent bolg`an basqa usınday juplar menen sonday almasırıyıq, olardıń ha`r birinin` jelkeleri birdey bolsın (ma`selen d-g`a ten` bolsın). Bul jag`dayda olardı su`wrette ko`rsetilgendey A ha`m V tochkalarg`a keltirip qoysaq, ha`mme ku`shler eki sıızıqta jaylasadı, olardıń algebralıq



juplarından ibarat bolg'an jelkesi d-g'a ten' bolg'an eki ku'shlerden ibarat jup payda boladı.

Bu jup, berilgen juplardın' jıyındısı deyiledi.

$$m(\vec{R}_1, \vec{R}_2) = m(\vec{F}_1, \vec{F}_2) + m(\vec{F}_3, \vec{F}_4) + m(\vec{F}_5, \vec{F}_6) + \dots + \text{h.t.b.}$$

Endi eger usı sistema ten'salmaqlılıq halında bolıwı ushın, usı denege qoyılğ'an juplardın' momentlarinin' algebralıq jıyındısı nolge ten' bolıwı sha'rt, yag'nıy:

$$m(\vec{R}_1, \vec{R}_2) = m(\vec{F}_1, \vec{F}_2) + m(\vec{F}_3, \vec{F}_4) + m(\vec{F}_5, \vec{F}_6) + \dots + m(\vec{F}_{N-1}, \vec{F}_N) = \sum m(\vec{F}_{k-1}, \vec{F}_k) = 0$$

$$\text{yamasa} \quad \sum m(\vec{F}_{k-1}, \vec{F}_k) = 0 \quad (4.8)$$

Aqırg'ı ten'leme tek juplar sisteması ta'sirinde bolg'an qattı denenin' ten'salmaqlılıq sha'rti deyiledi. Eger berilgen ma'sele tek jup ku'shler sistemasınan ibarat bolsa, olardıń ten'salmaqlılıg'ın usı ten'leme arqalı anıqlawımız mu'mkin.

Tekseriw ushın sorawlar:

1. Ku'shtin' tochkag'a salıstıra momenti dep nege aytıladı ?
2. Ku'shtin' jelkesi dep nege aytıladı ?
3. Ku'shtin' ko'sherge salıstıra momenti qanday anıqlanadı ?
4. Qaysı jag'daylarda ku'shtin' tochkag'a salıstıra momenti nolge ten' boladı ?
5. Qaysı jag'dayda ku'shtin' ko'sherge salıstıra momenti nolge ten' boladı ?
6. Jup ku'sh dep qanday ku'shler sistemasına aytıladı ?
7. Jup ku'shtin' momenti nege ten' ?
8. Jup ku'shtin' jelkesi qanday anıqlanadı ?
9. Jup ku'shlerdin' ten' ta'sir etiwshisi nege ten' ?
10. Ekvivalent juplar dep qanday juplarga aytıladı ?

LEKTSIYA № 5

Tema: Bir tegislikte jaylasıp, iqtıyariy bag'ıtlang'an ku'shler sistemasın a'piwayı jag'dayg'a keltiriw

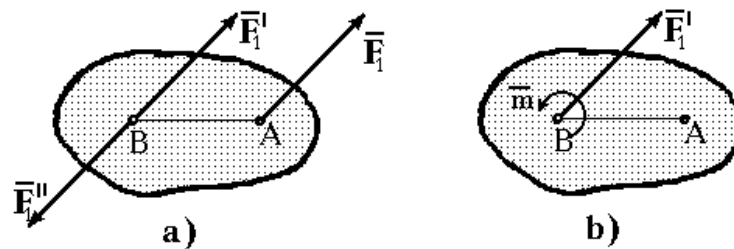
REJE:

1. Ku'shti o'zine parallel ra'wishte bir tochkadan basqa tochkag'a ko'shiriw.
2. Tegislikte iqtıyariy jaylasqan ku'shler sistemasın bir tochkag'a keltiriw.
3. Tegislikte iqtıyariy jaylasqan ku'shler sistemasın a'piwayı jag'dayg'a keltiriw.
4. Tegislikte iqtıyariy jaylasqan ku'shler sistemasının' ten'salmaqlılıq sha'rti.

1. Ku'shti o'zine parallel ra'wishte bir tochkadan basqa tochkag'a ko'shiriw

Bunday ma'selelerdi sheshiw ushın *ku'shlerdi o'z o'zine parallel ko'shiriw* haqqındag'ı (Pousson lemması) qag'ıydag'a mu'rajat qılınadı. Ma'selen A tochkag'a qoyılğ'an $\vec{F}_1$ ku'shin o'zine parallel halda V tochkag'a ko'shiriw za'ru'r bolsın.

Belgisi bolg'anday bul ku'shti tuwrıdan tuwrı A tochkadan alıp V tochkag'a ko'sh qoysaq denenin jag'dayı o'zgerip ketedi, bizin maqsetimiz, bul ku'shti A tochkadan V tochkag'a ko'shirgenimizde denenin jag'dayı o'zgermesin.



5.1 - su'wret.

Bunun ushin statikanın ekinshi aksiomasına tiykarlanıp V tochkag'a ma'nisleri $\vec{F}_1$ ge ten' bolg'an, o'z ara ten'salmaqlanıwshı $\vec{F}_1'$ ha'm $\vec{F}_1''$ ku'sh vektorın qoyamız (5.1-su'wret), bul menen denenin jag'dayı o'zgermeydi. Lekin, usı jag'dayda $\vec{F}_1$ ha'm $\vec{F}_1''$ ku'shler jup ku'shti quraytug'ınlıg'ı ko'rinip turıptı ha'm $\vec{F}_1' = \vec{F}_1$ bolg'an ku'sh A tochkadan V tochkag'a ku'shiriledi.

Demek ha'rqanday ku'shti bir tochkadan basqa bir tochkag'a o'zine parallel ra'wishte ko'shiriw ushin, bul sistemag'a ko'shirilip atırg'an ku'shtin ko'shiriw tochkasına salıstıra alıng'an momentine ten' bolg'an momentli jup qosıw sha'rt eken.

2. Tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan ku'shler sistemasın bir tochkag'a keltiriw

Endi biz, bir tegislikte jaylasqan, lekin ta'sir sıızıqları bir tochkada kesilispeytug'ın (yag'nıy tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan), bag'ıtları ıqtıyarıy bolg'an ku'shler sistemasın qosıp, olardı ıqsham halg'a keltiriwdi u'yrenemiz.

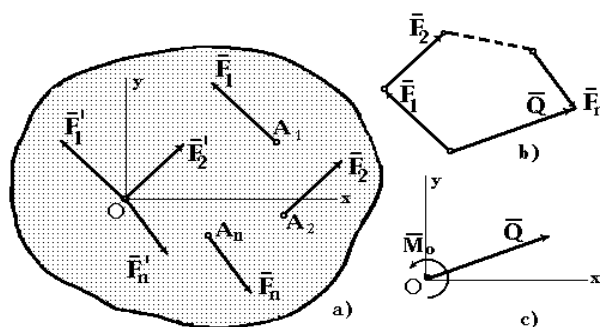
Basqasha etip aytqanda, berilgen ıqtıyarıy ku'shler sistemasın, usınday bir ku'sh (keyinshelik onı *bas vektor* dep ataymız) ha'm usınday bir jup (keyinshelik onı *bas moment* dep ataymız) penen almasrırayıq, dene usı bir ku'sh ha'm bir jup ta'sirinde o'zinin ilgergi jag'dayın o'zgertermesin. To'mende usı bas vektor ha'm bas momentti qanday anıqlaw haqqında so'z etiledi.

Oylap ko'reyik, bir tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan ku'shler sisteması berilgen bolsın, yag'nıy $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5, \dots, \vec{F}_N$ berilgen bolsın. Usı ku'shler jatqan tegislikte ıqtıyarıy točka tan'lap alayıq ha'm onı O ha'ribi menen belgileyik, son' usı O tochkanı oray dep esaplap, joqarıdag'ı (5.2-su'wret. Puasson lemmasına) qag'ıydag'a tiykar ha'mme ku'shlerdi birim-birim usı tochkag'a o'zine parallel ra'wishte ku'shirip qoyamız.

Usı jag'dayda O tochkada berilgen $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5, \dots, \vec{F}_N$ ku'shler sistemasına parallel bolg'an $\vec{F}_1', \vec{F}_2', \vec{F}_3', \vec{F}_4', \vec{F}_5', \dots, \vec{F}_N'$ jan'a ku'shler sisteması ha'm N jup ku'shler sisteması payda boladı.

Payda bolg'an ku'shler sistemasının ta'sir sıızıqları bir tochkada, yag'nıy O tochkada kesiskenligi sebepli, olardı ushırıasıwshı ku'shler sistemasındag'ıg'a uqsas, geometriyalıq yamasa analitikalıq usıl menen qosamız. Biraq payda bolg'an jıyındı

Yardımcı ilgergige uqsas ten' ta'sir etiwshi dep atay almaymız, sebebi bul denegge ja'bir neshe jup ku'shler ta'sir etpekte.



5.2 su'wret.

Usının' ushın bul jıyındı vektorın *bas vektor* dep ataladı ha'm onı latinsha $\vec{Q}$ ha'ribi menen belgilenedi, yag'nıy:

$$\vec{Q} = \vec{F}_1' + \vec{F}_2' + \vec{F}_3' + \vec{F}_4' + \vec{F}_5' + \dots + \vec{F}_N' = \sum \vec{F}_k' \quad (5.1)$$

Endi, usı tegislikte jatiwshı N juplardıda, juplardı qosıw qag'ıydası boyınsha qosıp, olardıń *bas momentin* anıqlaymız, yag'nıy:

$$M_o = m_o(\vec{F}_1) + m_o(\vec{F}_2) + m_o(\vec{F}_3) + m_o(\vec{F}_4) + m_o(\vec{F}_5) + \dots + m_o(\vec{F}_N) = \sum m_o(\vec{F}_k) \quad (5.2)$$

Demek bir tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan ku'shler sistemasın bir orayg'a keltirip, olardıń bas vektorı ha'm bas momentin anıqladıq. Olarg'a ko're dene qaysı ta'repke bas vektor ta'sirinde ilgerlemeli ha'rekette bolıwı ha'm bas momentke ten' bolg'an jup ta'sirinde qaysı ta'repke aylanba ha'reket etiwligin anıqlap aldıq.

3. Tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan ku'shler sistemasın a'piwayı jag'dayg'a keltiriw

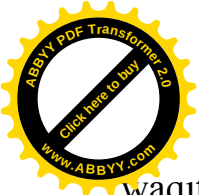
Ma'selelerdi sheshkenimizde, yag'nıy bas vektor ha'm bas moment anıqlang'annan keyin, to'mendegi jag'daylar bolıwı mu'mkin:

1. Bas vektor $Q = 0$ ge ten', bas moment $M_o \neq 0$. Bul jag'dayda dene O tochka a'tirapında M_o ge ten' momentli jup ta'sirinde (onın' belgisine qarap ol yamasa bul ta'repke) tek aylanba ha'reket etetug'ınlıg'ı ko'rinip turıptı.

2. Bas vektor $Q \neq 0$, bas moment $M_o = 0$. Bul jag'dayda dene $\vec{Q}$ ku'shine ten' bolg'an bas vektor ta'sirinde tek ilgerleme ha'reket etetug'ınlıg'ı ko'rinip turıptı.

3. Bas vektor $Q = 0$, bas moment $M_o = 0$. Bul jag'dayda denegge qoyılğ'an ku'shler sistemasının' bas vektorıda, bas momentide nolge ten' eken, demek dene ten'salmaqlılıq jag'dayında ekenligi ko'rinip turıptı. Bul ma'sele o'z aldına ko'rip o'tiledi.

4. Bas vektor $Q \neq 0$, bas moment $M_o \neq 0$. Bul jag'dayda qattı dene bir waqıttın' o'zinde ha'm ilgerleme, ha'm aylanba ha'reket etetug'ınlıg'ı ko'rinip turıptı.



Ma'selen poezd vagonının do'n'gelegi usınday ha'rekette boladı, yag'nıy waqıttın o'zinde poezd benen birgelikte ilgerleme ha'reket etedi, ekinshi ta'repten o'z ko'sheri a'tirapında aylanba ha'reket etedi.

4-jag`dayda bas bas vektor menen bas momentni bir ten` ta'sir etiwshi vektor menen almasıw mu'mkin. Bunın ushın bas momenttin ma'nisleri Q g'a ten` bolg'an eki  $Q'$  ha'm  $Q''$  jup ku'sh penen almasıwımız ha'm bul juptı berilgen  $O$  orayg'a sonday ornatamız (5.3-su`wret) bas vektor $\vec{Q}$ menen $\vec{Q}'$ vektorı bir tuwrı sıziqta jatıp bag'ıtları qarama qarsı bolsın, usının ushın statikanın ekinshi aksiomasına tiykar olardı deneden alıp taslaw mu'mkin.

Bul jag`dayda denegge  $S$  tochkag'a tek jalg'ız  $\vec{Q}'$  ku'shi qoyılǵan boladı, usının ushın onı *ten` ta'sir etiwshi vektor* dep atap, $\vec{Q}' = \vec{R}$ ha'ribi menen belgilenedi.

4. Tegislikte ıqtıyary jaylasqan ku'shler sistemasının ten'salmaqlılıq sha'rti

Joqarıda ko'rip o'tkenimizdey, tegislikte ıqtıyary jaylasqan ku'shler sistemasının ten'salmaqlılıǵı ushın bas vektor ha'm bas moment bir waqıttın o'zinde nolge ten` bolıwı sha'rt, yag'nıy:

$$\vec{Q} = 0 \quad \text{ha'm} \quad \vec{M}_M = 0 \quad (5.3)$$

Joqarıda tochkani ıqtıyary ra'wishte tan'lap, o'zimiz onı O tochka dep belgilegen edik, usıǵan ko're ma'seleler sheshkenimizde qa'legen tochkag'a salıstıra momentlerdin jıyındısın nolge ten`lesesek bola beredi.

Ten'salmaqlılıq ten'lemesinin tiykarǵı ko'rinisi: Eger berilgen ıqtıyary bag'ıtlang'an ku'shler sisteması bir tegislikte jatsa, olar deneni eki ko'sher boyınsha ilgerleme, (yag'nıy Ox ha'm Oy ko'sherleri boyınsha) ha'mde qandayda bir tochka (ma'selen O tochka) a'tirapında aylanba ha'reket ettiriwi mu'mkin, usıǵan ko're ten'salmaqlılıq ten'lemesinin tiykarǵı ko'rinisi to'mendegishe boladı, yag'nıy:

$$\begin{aligned} Q_x = 0; \quad Q_y = 0; \quad M_M = 0; \quad \text{yamasa} \\ \sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad \sum m_M(F_k) = 0; \end{aligned} \quad (5.4)$$

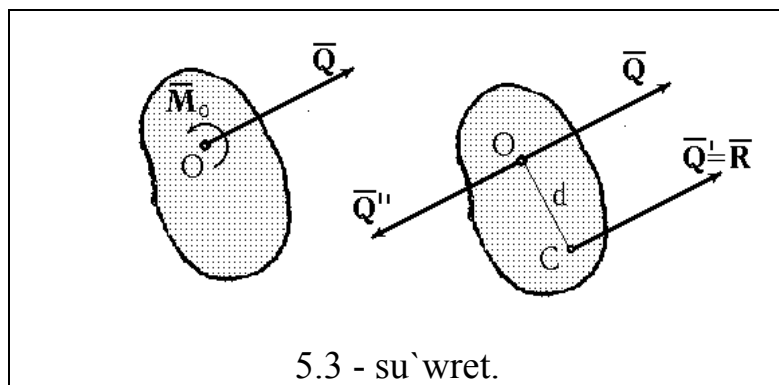
ko'rinisinde du'ziledi ha'm ko'pshilik ma'seleler usı ten'lemeler sisteması arqalı sheshiledi.

Bazı jag`daylarda joqarıdagı ten'lemeler sisteması arqalı ma'seleler sheshilgende ayırım qolaysızlıqlarǵa dus keliwimiz mu'mkin. Usınday jag`daylarda basqa ko'rinistegi to'mendegi eki tu'rdegi ten'lemeler sisteması du'ziledi.

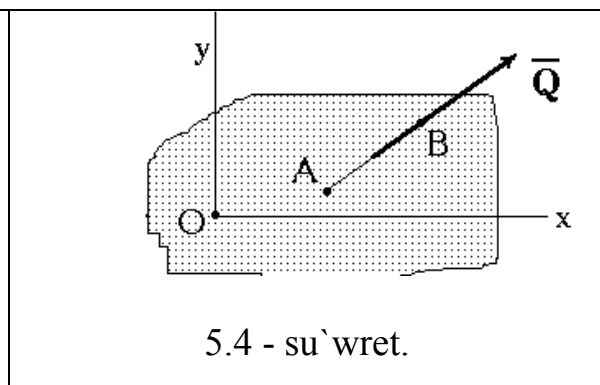
Tegislikte ıqtıyary jaylasqan ku'shler sistemasının ten'salmaqlılıq sha'rtinin ekinshi ko'rinisi. Tegislikte ıqtıyary jaylasqan ku'shler sisteması ten'salmaqlılıqta bolıwı ushın denegge qoyılǵan ha'mme aktiv ku'shlerdin ha'm reaksiya ku'shlerinin ıqtıyary eki A ha'm V tochkalarg'a salıstıra alıǵan momentlerinin jıyındılarında usı AV kespege perpendikulyar bolmag'an ko'sherge proektsiyaların jıyındısı nolge ten` bolıwı sha'rt, yag'nıy:

$$\sum m_A(\vec{F}_k) = 0, \quad \sum m_B(\vec{F}_k) = 0, \quad \sum \vec{F}_{kx} = 0, \quad (5.5)$$

jerde Ox ko'sheri AV sızıqqa perpendikulyar bolmaslıg'ı sha'rt (5.4-su'wret).



5.3 - su'wret.



5.4 - su'wret.

Tegislikte ıqtıyaryı jaylasqan ku'shler sistemasının ten'salmaqlılıq sha'rtinin u'shinshi ko'rinisi. Tegislikte ıqtıyaryı jaylasqan ku'shler sisteması ten'salmaqlılıqta bolıwı ushın denegge qoyılǵan ha'mme aktiv ku'shlerdin de reaktsiya ku'shlerinin bir tuwrı sızıqta jatpag'an ıqtıyaryı u'sh A, V, S, tochkalarg'a alıńǵan momentlerinin jıyındıları nolge ten bolıwı sha'rt, yag'nıy:

$$\sum m_A(\vec{F}_k) = 0, \quad \sum m_B(\vec{F}_k) = 0, \quad \sum m_C(\vec{F}_k) = 0, \quad (5.6)$$

Joqarıda aytıp o'tkenimizdey ma'seleler sheshkenimizde ha'r dayım ten'salmaqlılıq ten'lemelerinin birinshi sha'rtinen paydalang'an maqulıraq, sebebi og'an hesh qanday shekleniwler qoyılmag'an. Biraq ayırım hallarda ekinshi ha'm u'shinshi sha'rtlerden paydalanıw u'iken qolaylıqlarg'a alıp keliwi mu'mkin.

Ulıwma alg'anda sonı aytıp o'tiw lazım, tegislikte ıqtıyaryı jaylasqan ku'shler sistemasının ten'salmaqlılıq ten'lemeler sisteması, ha'r dayım u'sh ten'lemeden ibarat bolar eken. Usıǵan ko're biz tek u'sh belgisizdi anıqlawımız mu'mkin. Eger belgisizler sanı to'rtew ha'm odan artıq bolsa, bunday ten'lemeler *statikalıq anıq emes ma'seleler* deyiledi ha'm onı statika bo'liminde sheship bolmaydı.

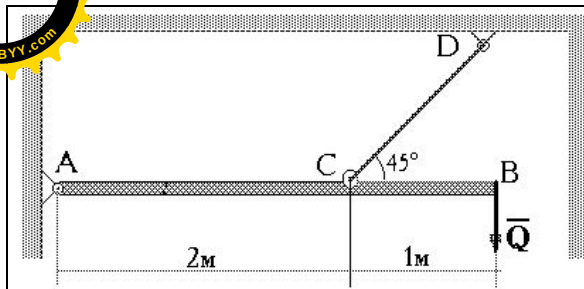
Bunnan keyin studentlerge usı temag'a tiyisli ma'sele shiship ko'rsetiledi.

Mısal: AV balka A, S ha'm D tochkalarda sharnirler ja'rdeminde gorizontaı jag'dayda qozg'almas baylanısqa bekkemlengen. Balkanın V ushına awırılıǵı $Q = 5 \text{ kH}$ bolǵan ju'k asıp qoyılǵan. Balkanın awırılıǵın esapqa almastan A ha'm D tochkalardag'ı tayanış reaktsiyaların anıqlan'. Balkanın o'lishemleri 5.6-su'wrette ko'rsetilgen.

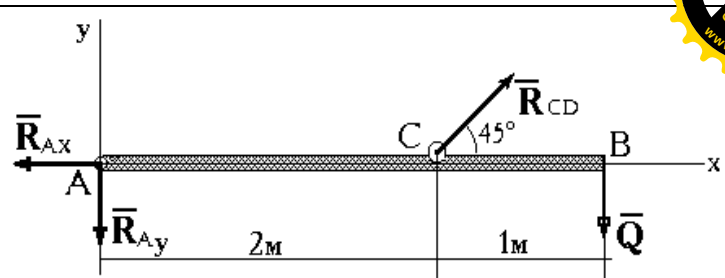
Sheshimi: Bul ma'sele 3-lektsiyada sheship ko'rsetilgen edi, biraq ol jerde A sharnirdegi tayanış reaktsiyaları qurawshılarg'a ajratılmastan sheshilgen edi. Ma'selen usı balkag'a u'sh emes to'rt ha'm onnan ko'p ku'shler sisteması ta'sir etse onı 3-lektsiyadag'ı ten'lemeler arqalı sheship bolmas edi.

Baylanıslar aksiomasına tiykarlanıp balkag'a qoyılǵan aktiv ku'shler ha'm reaktsiya ku'shleri ta'sirinde balka ten'salmaqlılıq jag'dayında turadı dep qabıl etemiz.

Itibar bergen bolsan'ız, A tochkanın reaktsiyası eki qurawshılardan ibarat eken (5.7-su'wret). Bul ma'seleni sheshiw ushın tegislikte ıqtıyaryı jaylasqan ku'shler sistemasının analitikalıq ten'salmaqlılıq sha'rtin jazamız.



5.6 – su'wret.



5.7 - su'wret.

Aldın A tochkadan Ox ha'm Oy koordinata ko'sherlerin o'tkerip alamız ha'm berilgen ku'shlerdi usı ko'sherlerge proektsiyalap, olardıń jıyındısıń nolge ten'leyemiz, sebebi dene ten'salmaqlılıqta turıptı.

$$\sum P_{kx} = 0 \quad -R_{Ax} + R_{CD} \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad (a)$$

$$\sum P_{ky} = 0 \quad -R_{Ay} + R_{CD} \cdot \sin 45^\circ - Q = 0 \quad (v)$$

$$\sum m_C(P_k) = 0 \quad R_{Ay} \cdot 2 - Q \cdot 1 = 0 \quad (s)$$

$$(s) \text{ ten'lemeden } R_{Ay} = \frac{Q}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ kH}$$

$$(v) \text{ ten'lemeden } R_{CD} = \frac{Q + R_{Ay}}{\sin 45^\circ} = \frac{5 + 2,5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}} = 10,6 \text{ kH}$$

$$(a) \text{ ten'lemeden } R_{Ax} = R_{CD} \cdot \cos 45^\circ = \frac{15}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 7,5 \text{ kH}$$

A tochkanın' tolıq reaktsiyasın anıqlaw ushın, Pifagor teoremasınan paydalanamız,

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{(7,5)^2 + (2,5)^2} = \sqrt{56,25 + 6,25} = 7,9 \text{ kH}$$

Endi $\vec{R}_A$ - vektorının' koordinata ko'sherleri menen payda etken mu'yeshlerin anıqlaymız,

$$\sin \alpha = \frac{R_{Ay}}{R_A} = \frac{2,5}{\sqrt{62,5}} = \frac{2,5}{\sqrt{10 \cdot 6,25}} = \frac{2,5}{2,5\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

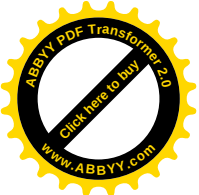
$$\cos \alpha = \frac{R_{Ax}}{R_A} = \frac{7,5}{\sqrt{62,5}} = \frac{3 \cdot 2,5}{\sqrt{10 \cdot 6,25}} = \frac{3 \cdot 2,5}{2,5\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

Ko'rip turg'anımızday ha'mme ma'nisler ju'da' joqarı anıqlıqta ha'm biraz an'sat jol menen sheshildi.

Ma'seleni 3-lektsiyadag'ı sheshimi menen, usı sheshiminin' parqı ha'm abzallıq ta'replerin tu'sindirip beriw za'ru'r boladı.

Tekseriw ushın sorawlar:

1. Ku'sh vektorın o'z o'zine parallel ko'shiriw ushın ne islew za'ru'r?
2. Tegislikte ıqtıyariy jaylasqan ku'shler sistemasının' bas vektorı qanday anıqlanadı?



3. Bas vektor menen ten` ta`sir etiwshi vektordın` parqın ayıp berin` ?
4. Qaysı jag`dayda bas vektor ten` ta`sir etiwshi vektor bolıwı mu`mkin ?
5. Eger bas vektor nolge ten` bolsa bul neni an`latadı ?
6. Tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan ku`shler sistemasının` bas momenti qanday anıqlanadı ?
7. Eger bas moment nolge ten` bolsa bul neni an`latadı ?
8. Tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan ku`shler sistemasının` ten`salmaqlılıq ten`lemelerin jazıp berin` ?
9. Statikalıq anıq ma`seleler dep qanday ma`selelerge ayıladı ?
10. Statikalıq anıq emes ma`seleler dep qanday ma`selelerge ayıladı ?
11. Tochkanın` tolıq reaktsiyasın anıqlaw ushın, qaysı teoremadan paydalanamız ?

LEKTSIYA № 6

Tema: Ken`islikte ıqtıyarıy bag`ıtlang`an ku`shler sisteması

REJE:

1. Ken`islikte ıqtıyarıy jaylasqan ku`shler sistemasın a`piwayı jag`dayg`a keltiriw.
2. Ken`isliktegi ku`shler sistemasının` bas vektorın ha`m bas momentlerin anıqlaw.

1. Ken`islikte ıqtıyarıy jaylasqan ku`shler sistemasın a`piwayı jag`dayg`a keltiriw

Biz joqarıda tegislikte ıqtıyarıy bag`ıtlang`an ku`shler sistemasının` bas vektorı ha`m bas momentin anıqlawdı u`yrengen edik. Endi tap usınday wazıypanı ken`isliktegi ku`shler sisteması ushın orınlawdı u`yrenemiz.

Oylap qarayıq qandayda bir qattı denegge ken`islikte ıqtıyarıy bag`ıtlang`an ha`m ta`sir sızıqları bir tochkada kesilispeytug`ın bir neshe ku`shler sisteması ta`sir etsin, yag`nıy  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5, \dots, \vec{F}_N$  berilgen bolsın. Usı ku`shler jatqan sistemada ıqtıyarıy tochka tan`lap alayıq ha`m onı O ha`ribi menen belgileylik, son` usı O tochkanı oray dep esaplap, joqarıdag`ı (Puasson lemmasına) qag`ıydag`a tiykar ha`mme ku`shlerdi birinen keyin birin usı tochkag`a o`zine parallel ra`wishte ko`shirip qoyamız.

Bul jag`dayda O tochkada berilgen  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5, \dots, \vec{F}_N$  ku`shler sistemasına parallell bolg`an  $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \vec{F}'_3, \vec{F}'_4, \vec{F}'_5, \dots, \vec{F}'_N$  jan`a ken`isliktegi ku`shler sisteması ha`m N ken`isliktegi jup ku`shler sisteması payda boladı.

Payda bolg`an ku`shler sistemasının` ta`sir sızıqları bir tochkada, yag`nıy O tochkada kesiliskeenligi sebepli, olardı ushırasıwshı ku`shler sistemasındag`ıg`a uqsas, geometriyalıq yamasa analitikalıq usıl menen qosamız. Biraq payda bolg`an jıyındı vektordı ilgerigi uqsas ten` ta`sir etiwshi dep ayta almaymız, sebebi bul denegge ja`ne bir neshe ken`isliktegi jup ku`shler ta`sir etpekte.

Usının` ushın bul jıyındı vektorı *bas vektor* dep ataladı ha`m onı latınsha ha`ribi menen belgilenedi, yag`nıy:

$$\vec{Q} = \vec{F}_1' + \vec{F}_2' + \vec{F}_3' + \vec{F}_4' + \vec{F}_5', \dots + \vec{F}_N' = \sum \vec{F}_k' = \sum \vec{F}_k \quad (6.1)$$

Endi, usı sistemada jaylasqan N juplardıń vektor momentlerinde anıqlap, olardı vektor usılında qosıp *bas momentni* payda etemiz, yag`nıy:

$$\vec{M}_O = \vec{m}_O(\vec{F}_1) + \vec{m}_O(\vec{F}_2) + \vec{m}_O(\vec{F}_3) + \vec{m}_O(\vec{F}_4) + \dots + \vec{m}_O(\vec{F}_N) = \sum \vec{m}_O(\vec{F}_k) \quad (6.2)$$

Demek ken`islikte ıqtıyarıy jaylasqan ku`shler sistemasın bir orayg`a keltirip, olardıń *bas vektorın* ha`m *bas moment vektorın* anıqladıq, usılarg`a ko`re dene qaysı ta`repke bas vektor ta`sirinde ilgerlemeli ha`rekette bolıwı ha`m qanday jup ku`sh ta`sirinde qanday moment penen qaysı ta`repke aylanba ha`reket etetug`nıg`ın anıqlap aldıq.

Joqarıda orınlag`an juıslardı tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan ku`shler sisteması ushın islegen edik. Endi ha`zirgi *bas vektor* ha`m *bas moment* penen, *tegisliktegi ku`shler sistemasının` bas vektorı* ha`m *bas momentinin`* parqı, olar deneni tek eki ko`sher boylap ilgerleme ha`m usı tegislikke perpendikulyar bolg`an ko`sher a`tirapında aylanba ha`reket ettiriwi mu`mkin edi.

Ha`zirgi ken`isliktegi ma`selede bolsa usı *bas vektor* ha`m *bas moment* qattı deneni ken`isliktegi u`sh ko`sher boyınsha (ma`selen Ox, Oy, Oz ko`sherleri boylap) ilgerleme ha`m ken`isliktegi u`sh ko`sher a`tirapında (ma`selen Ox, Oy, Oz ko`sherleri a`tirapında) aylanba ha`reket ettiriwi mu`mkin, usıg`an ko`re,

$$\begin{aligned} Q_x &= F_{1x}' + F_{2x}' + F_{3x}' + F_{4x}' + F_{5x}', \dots + F_{Nx}' = \sum F_{kx}' = \sum F_{kx} \\ Q_y &= F_{1y}' + F_{2y}' + F_{3y}' + F_{4y}' + F_{5y}', \dots + F_{Ny}' = \sum F_{ky}' = \sum F_{ky} \\ Q_z &= F_{1z}' + F_{2z}' + F_{3z}' + F_{4z}' + F_{5z}', \dots + F_{Nz}' = \sum F_{kz}' = \sum F_{kz} \end{aligned} \quad (6.3)$$

da`l usınday bas momentti koordinata ko`sherlerindeki proektsiyalarında to`mendegi u`sh ten`lemeler sisteması arqalı anıqlaymız, yag`nıy ha`r bir ku`shti Ox, Oy, Oz ko`sherlerine salıstıra momentlerin esaplap, olardı algebralıq ra`wishte qosamız,

$$\begin{aligned} M_{Ox} &= m_{Ox}(\vec{F}_1) + m_{Ox}(\vec{F}_2) + m_{Ox}(\vec{F}_3) + m_{Ox}(\vec{F}_4) + m_{Ox}(\vec{F}_5) + \dots + m_{Ox}(\vec{F}_N) = \sum m_{Ox}(\vec{F}_k) \\ M_{Oy} &= m_{Oy}(\vec{F}_1) + m_{Oy}(\vec{F}_2) + m_{Oy}(\vec{F}_3) + m_{Oy}(\vec{F}_4) + m_{Oy}(\vec{F}_5) + \dots + m_{Oy}(\vec{F}_N) = \sum m_{Oy}(\vec{F}_k) \\ M_{Oz} &= m_{Oz}(\vec{F}_1) + m_{Oz}(\vec{F}_2) + m_{Oz}(\vec{F}_3) + m_{Oz}(\vec{F}_4) + m_{Oz}(\vec{F}_5) + \dots + m_{Oz}(\vec{F}_N) = \sum m_{Oz}(\vec{F}_k) \end{aligned} \quad (6.4)$$

Ken`isliktegi ku`shler sistemasının` bas vektorı ha`m bas momentinin` modullerin to`mendegi formulalar arqalı anıqlaymız, yag`nıy:

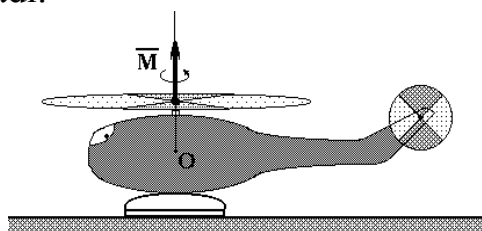
$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2} \\ M_O &= \sqrt{M_{Ox}^2 + M_{Oy}^2 + M_{Oz}^2} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Eger itibar bergen bolsan'ı (6.1) vektor ten'lemede ha'm onın' koordinat ko'sherlerindeki proektsiyaları bolg'an (6.3) ten'lemeler sistemasının' on' ta'repinde $\sum \vec{F}_k' = \sum \vec{F}_k$ ten'lik belgisi qoyılğ'an. Bunun' sebebi ku'shlerdin' koordinata ko'sherlerine aling'an proektsiyaları keltiriw tochkasına baylanışlı emes eken, bul qa'siyetti *invariantlıq* deyiledi.

Bul jerdede tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan ku'shler sistemasında ko'rgenimizdey ma'selelerdi sheshkenimizde, yag'nıy bas vektor ha'm bas momentti anıqlag'annan keyin, to'mendegi jag'daylar bolıwı mu'mkin :

1. Bas vektor $Q = 0$ ge ten', bas moment $M_0 \neq 0$. Bul jag'dayda dene erkin bolsa, ol O (ıqtıyarıy točka) točka a'tirapında M_0 ge ten' momentli jup ta'sirinde tek aylanba ha'rekette bolatug'ınlıg'ın anıqlaymız. Ma'selen, 6.1-su'wrettegi vertolyottın' vinti (pa'rriği) qozg'almas ko'sher a'tirapında aylanba ha'reket etpekte, vertolyot ele ko'terilgeni joq.

2. Bas vektor $Q \neq 0$, bas moment $M_0 = 0$. Bul jag'dayda dene Q ku'shine ten' bolg'an bas vektor ta'sirinde tek ilgerleme ha'reket etetug'ınlıg'ın anıqlaymız. Eger dene erkin jag'dayda bolsa ha'm usı Q ku'sh vektorının' ta'sir sızig'ı, onın' awırlıq orayınan o'tse bunday dene tek ilgerleme ha'reket etedi ha'm bas vektor ten' ta'sir etiwshi vektor sıpatında qatnasadı, yag'nıy usı jag'day ushın $Q = R$ ten'lik orınlı boladı.



6.1- su'wret.

3. Bas vektor $Q = 0$ ge ten', bas moment $M_0 = 0$. Bul jag'dayda deneg'e qoyılğ'an ku'shler sistemasının' bas vektorında, bas momentide nolge ten' eken, demek dene ten'salmaqlılıq halında ekenligi ko'rinip turıptı. Bu ma'sele o'z aldına ko'rip o'tiledi.

4. Bas vektor $Q \neq 0$, bas moment $M_0 \neq 0$. Bul jag'dayda qattı dene bir waqıttın' o'zinde ha'm ilgerleme, ha'm aylanba ha'reket etpekte.

Usı to'rtinshi jag'daydı o'z aldına tekserip o'temiz, sebebi tegislikte ıqtıyarıy jaylasqan ku'shler sistemasında bas vektor menen bas moment vektorı bir-birleri menen tek 90° mu'yesh payda etip bag'ıtlang'an, yag'nıy olar o'z ara perpendikulyar halda jaylasqan edi.

2. Ken'isliktegi ku'shler sistemasının' bas vektorın ha'm bas momentlerin anıqlaw

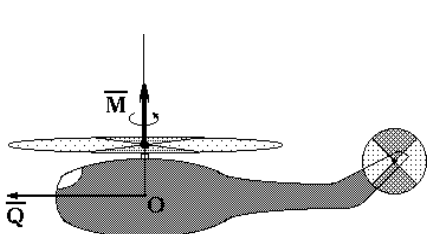
Ken'isliktegi ıqtıyarıy bag'ıtlang'an ku'shler sistemasında ku'shler qa'legen mu'yesh ma'nisinde bolıwı mu'mkin, usıg'an ko're qattı denenin' ha'reketide to'mendegishe tu'rlish boladı:

1. Bas vektor menen bas moment o'z ara perpendikulyar ra'wishte bag'ıtlang'an bolsın, yag'nıy $\vec{Q} \perp \vec{M}_0$. Bunday halda sistema bir ten' ta'sir etiwshi vektorg'a aylanadı ha'm usı ma'sele 5-lektsiyanın' 3-paragrafindag'ıday a'piwayı jag'dayg'a keltiriledi.

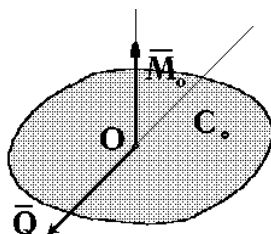
Ma'selen 6.2-su'wrette vertolyot gorizont al ko'sher boylap ha'reket etpekte, vertolyottın' vinti (parrigi) eki ha'rekette qatnaspaqta, qozg'alıwshan ko'sher

a) a' tirapında burawshı moment M ta'sirinde aylanba ha'm vertolyot penen birgelikte ku'shi ta'sirinde ilgerlemeli ha'reketlenbekte.

2. Bas vektor menen bas moment o'z ara parallel, yag'nıy bir ko'sher boylap bag'ıtlang'an bolsın (6.3-su'wretke qaran'), yag'nıy $\vec{Q} // \vec{M}$. Bunday jag'daydı *dinamoliq jag'day* deyiledi ha'm qattı dene bunday ku'shler sisteması ta'sirinde vintsıman ha'reket etedi. Eger olardın' bag'ıtı bir ta'repke bolsa on' vint, qarama qarsı jag'dayda shep vint boyınsha ha'reket etedi.



6.2 – su'wret.



6.3 – su'wret.

Ma'selen, vertolyottın' vinti eki ha'rekette qatnaspaqta, qozg'alıwshan ko'sher a' tirapında burawshı moment M ta'sirine aylanba ha'm vertolyot penen birgelikte Q ku'shi ta'sirinde ilgerleme ha'reketlenbekte. Biraq aylanba ha'reket ilgerleme ha'reketin' ko'sheri a' tirapında payda bolmaqta.

3. Bas vektor menen bas moment bir-birleri menen iqtıyariy mu'yesh astında bag'ıtlang'an bolsın (6.4-su'wretke qaran'), yag'nıy $\vec{Q} \angle \vec{M}$. Bul jag'dayda vertolyot iqtıyariy α mu'yesh astında ko'terilmekte, yamasa usınday mu'yesh astında pa'seymekte.

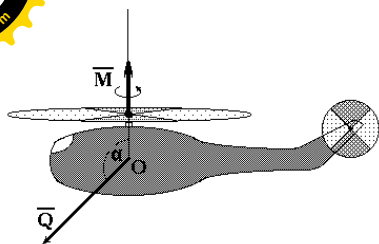
Bunday jag'daydada vintsıman ha'reket boladı, biraq vinttin' ko'sheri O tochkadan emes balki odan $h = M / Q$ aralıqta jaylasqan ha'm bas moment vektorine parallel bolg'an S ko'sher a' tirapında aylanadı. Usı ma'seleni studentlerge o'z betinshe jumıs retinde beriw maqulıraq ha'm bunı tu'sindirip otırmaymız.

Bul lektsiyadag'ı qag'ıydalarg'a tiykarlanıp gimnastika ha'm akrobatika boyınsha du'nya ju'zi sportshıları ha'r qıylı snaryadlarda quramalı figuralar boyınsha ha'reket etiwleri ushın o'z aldına tayarlıqlar ko'redi. Usı mexanika nızamları tiykarında, ha'r qıylı ha'reket etiwleri ushın, olar o'z denesin qaysı jerge qanday ku'sh penen ta'sir ko'rsetiwleri za'ru'rligi u'stinde ko'p shınıg'ıwlar alıp baradı.

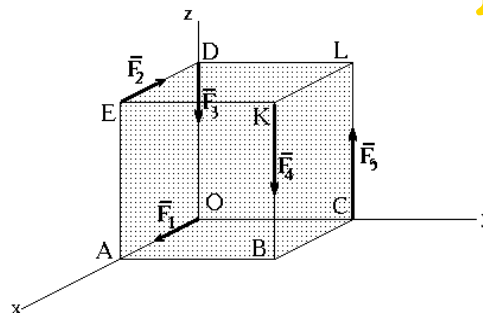
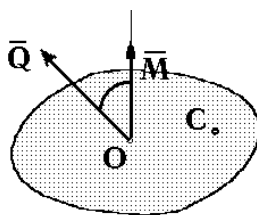
Budan keyin studentlerge ken'isliktegi ku'shlerdi bir tochkag'a keltiriw boyınsha ma'sele sheship ko'rsetiledi.

Ma'sele. 6.5-su'wrette ko'rsetilgen ken'isliktegi ku'shler sisteması a' piwayılastırılısın. Ku'shler qabırg'aları a-g'a ten' bolg'an kubtın' o'lsheimleri su'wrette ko'rsetilgendey qoyılğ'an bolıp, olar $F_1 = F_2 = F_3 = F$ ha'm $F_4 = F_5 = 2F$ ma'nislerge iye.

Sheshimi. Ma'seleni sheshiw ushın aldın kubtın' bir ushınan koordinata ko'sherlerin o'tkeremiz. Son' ha'mme ku'shlerdi x , u ha'm z ko'sherlerine proektsiyalap, bas vektordın' ma'nisin anıqlaymız.



6.4 - su`wret.



6.5 - su`wret.

$$Q_x = \sum F_{kx} = F_1 - F_2 \quad (a)$$

$$Q_y = \sum F_{ky} = 0 \quad (b)$$

$$Q_z = \sum F_{kz} = -F_3 - F_4 + F_5 \quad (c)$$

Ku`shlerdin` ma`nislerin qoyıp, bas vektordın` koordinata ko`sherlerindeki proektsiyalardıń modullerin anıqlaymız,

$$Q_x = 0; \quad Q_y = 0; \quad Q_z = -F; \quad \text{demek bas vektor}$$

$$\vec{Q} = Q_x \cdot \vec{i} + Q_y \cdot \vec{j} + Q_z \cdot \vec{k} = -F \cdot \vec{k} \quad (d)$$

dan ibarat eken. Onın` moduli bolsa to`mendegishe anıqlanadı:

$$Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2} = F \quad \text{qa ten` boladı.} \quad (e)$$

Endi ku`shlerdi koordinata ko`sherlerine salıstıra momentlerin anıqlaymız,

$$M_{Ox} = \sum m_x(F_k) = -F_4 \cdot a + F_5 \cdot a;$$

$$M_{Oy} = \sum m_y(F_k) = -F_2 \cdot a + F_4 \cdot a;$$

$$M_{Oz} = \sum m_z(F_k) = 0$$

Usı ten`liklerge ku`shlerdi tiyisli ma`nislerde qoyıp esaplap shıqsaq,

$$M_{Ox} = 0; \quad M_{Oy} = F \cdot a; \quad M_{Oz} = 0.$$

Demek bas momenttin` vektori to`mendegi ko`riniske iye boladı:

$$\vec{M}_O = M_{Ox} \cdot \vec{i} + M_{Oy} \cdot \vec{j} + M_{Oz} \cdot \vec{k} = F \cdot a \cdot \vec{j} \quad (f)$$

Bas momenttin` moduli,

$$M_O = \sqrt{M_{Ox}^2 + M_{Oy}^2 + M_{Oz}^2} = F \cdot a \quad (g)$$

(d) formulag`a tiykar bas vektor Oz ko`sherinde jatadı, biraq onın` bag`ıtı bul ko`sherdin` bag`ıtına qarama qarsı eken.

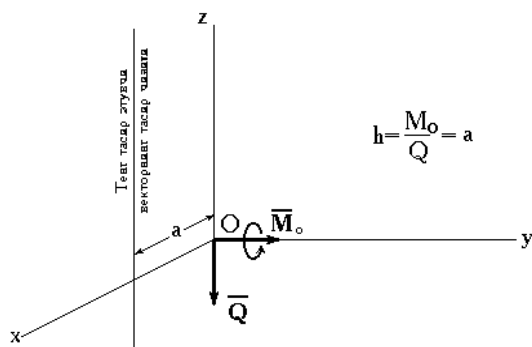
(f) formulag`a tiykar bas moment Ou ko`sherinin` teris bag`ıtı boyınsha jatadı.

6.5-su`wretten ko`rinip turg`anday bas moment vektori  $\vec{M}_O$  menen bas vektor  $\vec{Q}$  o`z ara 90° mu`yesh jasamaqta. Usı sebepli bunday ku`shler sistemasın bir ten` ta`sir etiwshi vektor menen almasırw mu`mkin. Bunın` ushın bas momenttin` modulin bas vektordın` moduline bo`lip, ten` ta`sir etiwshi vektordın` ta`sir sıızıg`ı ornın belgilep alamız (6.6-su`wretke qaran`).

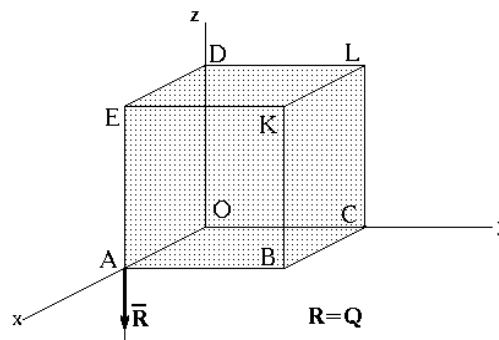
Su'wretten ko'rinip turg'anınday ten' ta'sir etiwshi vektor $\vec{R}$ dın' ta'sir siz Ox ko'sherin a g'a ten' bolg'an aralıqta kesip o'tip, bas vektor $\vec{Q}$ menen parallel ra'wishte bir ta'repke bag'itlang'an, modulleride o'z ara ten'.

Endi ma'seleni sheshtik, qanday juwmaq shig'arıw kerek. Tiykarg'ı ga'p ma'selenin' beriliwinde, denege 5 tu'rli bag'ıttag'ı ku'shler ta'sir etip atırg'an edi. Biz bolsa ma'seleni sheship sonni da'lilledik, yag'nıy joqarıdag'ı 5 ku'shlerdin' ta'sirin bir ten' ta'sir etiwshi $\vec{R}$ vektorı orınlawı mu'mkin eken.

Usı ten' ta'sir etiwshi vektordın' san ma'nisi moduli su'wrette ko'rsetilgenindey $R = Q$ bas vektor (bas ku'sh)ge ten' bolıp, ol denenin' A tochkasına qoyılıwı za'ru'r eken.



6.6 - su'wret.

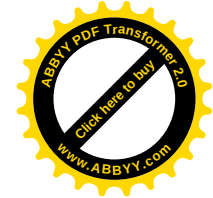


6.7 - su'wret.

Joqarıdag'ılarg'a tiykar to'mendegi juwmaqtı shig'arıw mu'mkin. Ha'rqanday quramalı ku'shler sistemasın denenin' jag'dayın o'zgeripsten basqa biraz a'piwayı bolg'an bas ku'sh ha'm bas moment penen, yamasa bazı jag'daylarda jalg'ız ten' ta'sir etiwshi ku'sh penen almasırwı mu'mkinligi menen ha'm a'melde onı qanday orınlaw usılları menen tanıstırıw shıqtıq.

Tekseriw ushın sorawlar:

1. Qanday ku'shler sistemasına ken'isliktegi ku'shler sisteması deyiledi ?
2. Ken'islikte ıqtıyarıy jaylasqan ku'shler sistemasının' geometriyalıq ten'salmaqlılıq sha'rtin jazıp berin' ?
3. Qanday ku'shler sistemasına ken'isliktegi ıqtıyarıy bag'ıttlang'an ku'shler sisteması deyiledi ?
4. Ken'isliktegi ku'shler sistemasının' bas vektorı qanday anıqlanadı ?
5. Qanday ku'shler sistemasının' bas momenti qanday anıqlanadı ?
6. Ken'isliktegi ku'shler sisteması qaysı jag'dayda bas vektor ten' ta'sir etiwshi vektorg'a aylanıwı mu'mkin ?
7. Ken'isliktegi ku'shler sisteması qaysı jag'dayda dinamonı payda etedi ?
8. Ken'isliktegi ku'shler sisteması qaysı jag'dayda bas moment vektorınan ibarat boladı ?
9. Bas vektor menen bas moment vektorı o'z ara ıqtıyarıy mu'yesh payda etken jag'dayın tu'sindirip berin' ?
10. Ken'isliktegi ku'shler sistemasında ten'salmaqlılıqta bolg'an denelerge misallar keltirin' ?



LEKTSIYA № 7

Tema: Ken'isliktegi ku'shler sisteması ta'sirindegi qattı denelerdin' ten'salmaqlılıq sha'rtleri

REJE:

1. Ken'islikte iqtıyarıy jaylasqan ku'shler sistemasının' ten'salmaqlılıq sha'rti.
2. Kuramalı konstruktsiyalardın' ten'salmaqlılıq ten'lemeleri.

1. Ken'islikte iqtıyarıy jaylasqan ku'shler sistemasının' ten'salmaqlılıq sha'rti

Joqarıda ko'rip o'tgenimizdey, ken'islikte iqtıyarıy jaylasqan ku'shler sistemasının' ten'salmaqlılıg'ı ushın, usı ku'shler sistemasının' bas vektori ha'm bas momenti vektori bir waqıttın' o'zinde nolge ten' bolıwları sha'rt, yag'nıy:

$$\vec{Q} = 0 \quad \text{ha'm} \quad \vec{M}_M = 0 \quad (7.1)$$

joqarıda tochkanı iqtıyarıy ra'wishte tan'lap, o'zimiz onı O tochka dep belgilegen edik, usıg'an ko're ma'seleler sheshkenimizde qa'legen tochkag'a salıstıra momentlernin' jıyındısı nolge ten'lese bola beredi.

Ten'salmaqlılıq ten'lemeler sistemasının' ko'rinisi: Eger deneg qoyıl'g'an ku'shler sisteması ken'islikte iqtıyarıy bag'ıtlang'an bolsa, olar deneni o'z ara perpendikulyar bolg'an u'sh ko'sher boylap (ma'selen Ox, Oy, Oz ko'sherleri boylap) ilgerlemeli, ha'mde usı ko'sherler a'tırapında (ma'selen Ox, Oy, Oz ko'sherler a'tırapında) aylanba ha'reket ettiriwleri mu'mkin, usıg'an ko're ten'salmaqlılıq ten'lemeler sistemasının' ko'rinisi to'mendegishe boladı, yag'nıy:

$$\begin{aligned} Q_x &= 0; & Q_y &= 0; & Q_z &= 0; \\ M_{mx} &= 0; & M_{my} &= 0; & M_{mz} &= 0; \end{aligned}$$

yamasa

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= 0; & \sum F_{ky} &= 0; & \sum F_{kz} &= 0; \\ \sum m_{mx}(F_k) &= 0; & \sum m_{my}(F_k) &= 0; & \sum m_{mz}(F_k) &= 0; \end{aligned} \quad (7.2)$$

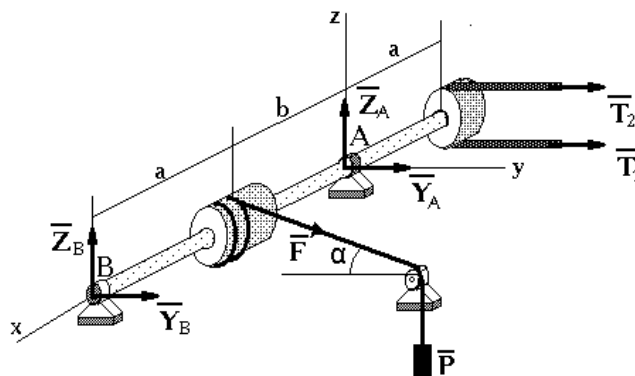
ko'rinislerinde du'ziledi ha'm ken'isliktegi ku'shler sisteması ten'salmaqlılıg'ına tiyisli ma'seleler usı ten'lemeler sisteması arqalı sheshiledi.

Bul jerde usını aytıp o'tiw lazım, ken'isliktegi ku'shler sisteması ushın 6 ten'salmaqlılıq ten'lemeler sisteması du'zilgenligi sebepli, odan tek 6 belgisizlerdi anıqlaw mu'mkin, odan artıq belgisizler qatnasqan mexanik sistema statikalıq anıq emes sistema bolıp esaplanadı.

Ma'sele: 7.1-su'wrette A ha'm V podshipnikler arqalı gorizontal jag'dayda val ornatıl'g'an. Usı valg'a radiusları tiyisli $r_1 = 20$ sm, $r_2 = 15$ sm, bolg'an eki shkiv bekkemlengen. Ekinshi shkivke arqan oralg'an bolıp, onın' ja'rdeminde awırlıg'ı $R = 180$ kN ju'k joqarıg'a ko'terilmekte. Valdın' awırlıg'ın esapqa almag'an halda A ha'm V podshipniklerdegi tayanış reaktsiyaların ha'mde remennin' tartılıw ku'shi T_1 anıqlansın. Valdın' o'lsheimleri $a = 40$ sm, $b = 60$ sm, $\alpha = 30^\circ$ qa ten'. Remennin' tartılıw ku'shleri $T_1 = T_2$ ge ten' dep qabıl etilsin.

Sheshimi: Bul ma'sele ken'isliktegi ku'shler sistemasının ten'salmaqlıq ten'lemeleri arqalı sheshiledi.

Baylanıslar aksiomasına tiykarlanıp valg'a aktiv ha'm reaksiya ku'shlerin vektor su'wretine qoyıp, A ha'm V tayanchların taslap jiberemiz ha'm valdı erkin dene dep oylap, og'an qoyılğan ku'shler ta'sirinde ten'salmaqlılıq jag'dayın saqlap turmaqta dep qabıl etemiz. Su'wretten ko'rinip turg'anınday ha'mme ku'shler yOz tegisliginde jatırıptı, demek olardın Ox ko'sherine proektsiyaları joq eken.



7.1 - su'wret.

Ten'lemeler sistemasın du'zip atırg'anımızda adaspaslıq ushın, valg'a qoyılğan ha'mme ku'shlerdin proektsiyaları ha'm olardın koordinata ko'sherlerine salıstıra momentlerin to'mendegi kestege tu'siremiz.

$\vec{F}_k$	$\vec{F}$	$\vec{T}_1$	$\vec{T}_2$	$\vec{R}_A$	$\vec{R}_B$
F_{ky}	$F \cdot \cos \alpha$	T_1	T_2	Y_A	Y_B
F_{kz}	$-F \cdot \sin \alpha$	0	0	Z_A	Z_B
$m_x(F_k)$	$-F \cdot r_2$	$T_1 \cdot r_1$	$-T_2 \cdot r_1$	0	0
$m_y(F_k)$	$F \cdot b \cdot \cos \alpha$	0	0	0	$-Z_B \cdot (a + b)$
$m_z(F_k)$	$F \cdot b \cdot \sin \alpha$	$-T_1 \cdot a$	$-T_2 \cdot a$	0	$Y_B \cdot (a + b)$

$R = F$ ekenligin itibarg'a alıp, to'mendegi ten'salmaqlılıq ten'lemeler sistemasın jazamız:

$$F \cdot \cos \alpha + T_1 + T_2 + Y_A + Y_B = 0 \quad (a)$$

$$-F \cdot \sin \alpha + Z_A + Z_B = 0 \quad (b)$$

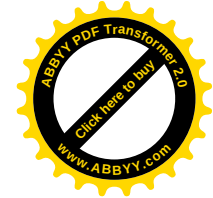
$$-r \cdot F + r_1 \cdot T_1 - r_1 \cdot T_2 = 0 \quad (c)$$

$$F \cdot b \cdot \sin \alpha - (a + b) \cdot Z_B = 0 \quad (d)$$

$$F \cdot b \cdot \cos \alpha - a \cdot T_1 - a \cdot T_2 + (a + b) \cdot Y_B = 0 \quad (e)$$

Usı ten'lemeler sistemasında 5 belgisizler bar bolıp, olardı to'mendegishe anıqlaymız. $T_1 = 2 \cdot T_2$ ekenligin itibarg'a alıp, (s) ten'lemeden,

$$T_2 = \frac{r_2 \cdot F}{r_1} = 135 \text{ kH}$$



(d) ten'lemeden $Z_B = \frac{b \cdot F}{a + b} \cdot \sin \alpha = 54 \text{ kH}$

(e) ten'lemeden $Y_B = \frac{3 \cdot a \cdot T_2 - b \cdot F \cdot \cos \alpha}{a + b} = 69 \text{ kH}$

Anıqlang'an ma'nislerdi qalg'an ten'lemelerge qoyıp, belgisizlerdi anıqlawdı dawam ettiremiz,

$$Y_A = -F \cdot \cos \alpha - 3 \cdot T_2 - Y_B = -630 \text{ kH}$$

(b) ten'lemeden, $Z_A = F \cdot \sin \alpha - Z_B = 36 \text{ kH}$

Usınday etip, ha'mme belgisizler anıqlandı, yag'nıy:

$$T_1 = 270 \text{ kH}, \quad Y_A = -630 \text{ kH}, \quad Z_A = 36 \text{ kH}, \quad Y_B = 69 \text{ kH}, \quad Z_B = 54 \text{ kH}.$$

Egerde A ha'm V tochkalardag'ı reaksiya ku'shlerinin tolıq ma'nislerin anıqlaw za'ru'r bolsa, Pifagor teoremasınan paydalanıp olardı anıqlaymız,

$$R_A = \sqrt{Y_A^2 + Z_A^2} = \sqrt{(-630)^2 + (36)^2} = 631 \text{ kH}$$

$$R_B = \sqrt{Y_B^2 + Z_B^2} = \sqrt{(69)^2 + (54)^2} = 87,6 \text{ kH}$$

5. Kuramalı konstruksiyalardın ten'salmaqlılıq ten'lemeleri

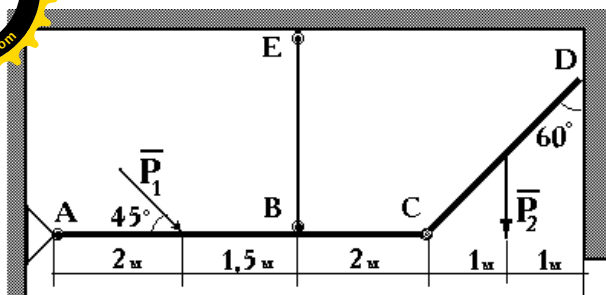
Ko'p jag'daylarda, dene jekke halda emes balki bir birleri menen baylanısqa konstruksiyalar tu'rinde ushıraydı (ma'selen ko'pirler, mashinalar, imaratlar h.t.b.), olardı mexanikalıq sistemalar dep ataydı.

Eger usınday denelerdin ten'salmaqlılıq jag'dayların anıqlaw za'ru'r bolsa, olar ushın qanday ten'lemeler sistemaların du'ziw za'ru'rliğı haqqında so'z ju'rgizemiz. Bul ushın to'mendegi ma'seleni ko'rip shıg'amız.

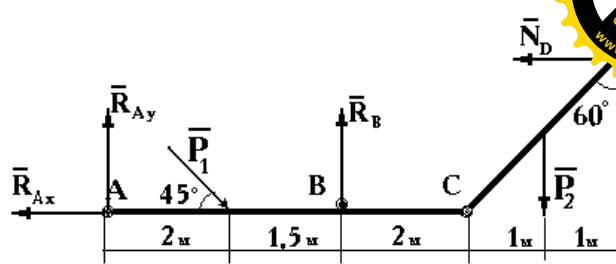
Ma'sele: 7.2-su'wrette, AVS balka S tochkada sharnir arqalı CD balka menen bekkemlengen bolıp, VE sterjen arqalı potolokqa asıp qoyılğ'an, A tochkada qozg'almas tayanış ornatılğ'an, CD balkanın D ushı vertikal diywalg'a su'yenip turıptı. Balkalardın awırlıg'ın esapqa almag'an halda, og'an qoyılğ'an eki aktiv $R_1 = 100 \text{ kN}$ ha'm $R_2 = 40 \text{ kN}$ ku'shlerden quramalı konstruksiyanın A, V, S ha'm D tochkalarında payda bolğ'an tayanış reaksiyaları anıqlansın.

Sheshimi: Usı ma'selede 4 tayanış reaksiyaları bar bolıp, olar to'mendegilerden ibarat: A tochkada eki reaksiya ku'shi bar, yag'nıy R_{AX} ha'm R_{AY} , V tochkada R_V , D tochkada N_D normal reaksiya ku'shleri ta'sir etpekte. Ha'mme ku'shler bir tegislikte jaylasqanlıqları sebepli bunday ku'shler sisteması, tegis ku'shler sistemasına kiredi (7.3-su'wret).

Baylanıslar aksiomasına tiykarlanıp denegge ta'sir etip atırğ'an ha'mme ku'shlerdi reaksiya ku'shleri vektor su'wretinde sa'wlelendirip, baylanıslardı taslap jiberemiz ha'm deneni usı ku'shler sisteması ta'sirinde ten'salmaqlılıq halında turıptı dep qabıl etemiz.



7.2 – su`wret.



7.3 – su`wret.

Tegis ku`shler sistemasının` ten`salmaqlılıq ten`lemeler sisteması 3 ten`lemeden ibarat bolg`anlǵı ushın, tek 3 belgisizdi anıqlaw mu`mkin. Konstruktsiya S tochkada eki bo`limge ajıratıp, ha`r bir bo`lim ushın o`z aldına ten`salmaqlılıq ten`lemeler sistemasın jazamız.

Endi konstruktsiyanın` a) bo`limi, yag`nıy AVS balka ushın ten`salmaqlılıq ten`lemeler sistemasın du`zemiz (7.4-su`wret).

$$\sum P_{kx} = 0 \quad -R_{Ax} + P_1 \cdot \cos 45^\circ + R_{Cx} = 0 \quad (7.3)$$

$$\sum P_{ky} = 0 \quad R_{Ay} - P_1 \cdot \sin 45^\circ + R_B + R_{Cy} = 0 \quad (7.4)$$

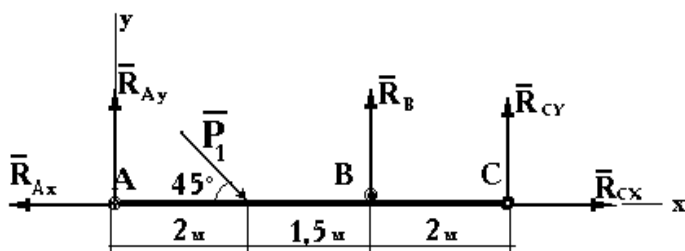
$$\sum m_A(P_k) = 0 \quad -2 \cdot P_1 \cdot \sin 45^\circ + 3,5 \cdot R_B + 5,5 \cdot R_{Cy} = 0 \quad (7.5)$$

Usınday ten`lemeler sistemasın konstruktsiyanın` b) bo`limi, yag`nıy CD balka ushın ten`salmaqlılıq ten`lemelerin du`zemiz (7.5-su`wret).

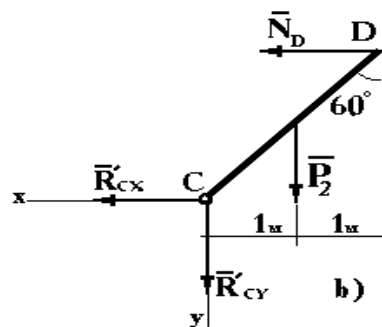
$$\sum P_{kx} = 0 \quad R'_{Cx} + N_D = 0 \quad (7.6)$$

$$\sum P_{ky} = 0 \quad R'_{Cy} + P_2 = 0 \quad (7.7)$$

$$\sum m_C(P_k) = 0 \quad -1 \cdot P_2 + 2 \cdot N_D \cdot \operatorname{ctg} 60^\circ = 0 \quad (7.8)$$



7.4 - su`wret.

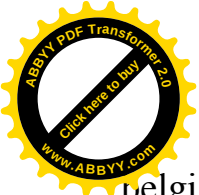


7.5 – su`wret.

Eki su`wrette ha`mmesi bolıp 8 belgisiz bar, du`zilgen ten`lemeler sanı 6 nı quraydı, usı sebepli ja`ne qosımsha ten`lemeler du`ziw kerek. Bunın` ushın S tochkadag`ı sharnirdin` ten`salmaqlılıq ten`lemesin jazamız. S tochka ten`salmaqlılıqta bolıwı ushın to`mendegi eki ten`lemeler sisteması orınlı bolıwı sha`rt, yag`nıy:

$$R_{Cx} = R'_{Cx} \quad (7.9)$$

$$R_{Cy} = R'_{Cy}$$



Usılay etip 8 belgisiz 8 ten'lemeler sistemasın du'zdik, olardı sheship tiy belgisizlerdi anıqlaymız.

$$(7.7) \text{ ten'lemeden } R'_{Cy} = -P_2 = -40 \text{ kH.}$$

$$(7.9) \text{ ten'lemeden } R_{Cy} = R'_{Cy} = -P_2 = -40 \text{ kH.}$$

$$(7.8) \text{ ten'lemeden } N_D = \frac{P_2}{2 \cdot \text{ctg} 60^\circ} = \frac{P_2}{2} \cdot \text{tg} 60^\circ = 20 \cdot \sqrt{3} = 34,6 \text{ kH.}$$

$$(7.6) \text{ ten'lemeden } R'_{Cx} = -N_D = -34,6 \text{ kH.}$$

$$(7.9) \text{ ten'lemeden } R_{Cx} = R'_{Cx} = -N_D = -34,6 \text{ kH.}$$

$$(7.3) \text{ ten'lemeden } R_{Ax} = R_{Cx} + P_1 \cdot \cos 45^\circ = -34,6 + 100 \cdot 0,7 = 35,4 \text{ kH.}$$

$$(7.5) \text{ ten'lemeden } R_B = \frac{2 \cdot P_1 \cdot \sin 45^\circ - 5,5 \cdot R_{Cy}}{3,5} = 102,85 \text{ kH.}$$

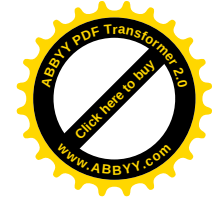
$$(7.4) \text{ ten'lemeden } R_{Ay} = P_1 \cdot \sin 45^\circ - R_B - R_{Cy} = 7,15 \text{ kH.}$$

Joqarıdag'ı bazı ma'nisler teris belgili bolıp qaldı, bunun sebebi, biz reaksiya ku'shin qarama qarsı ta'repke bag'ıtlag'an ekenbiz. Demek usı ma'nislerdin negizgi bag'ıtı, su'wrette ko'rsetilgen bag'ıtqa qarama qarsı ta'repke bag'ıtlang'an eken, biraq olardıń san ma'nisleri saqlang'anı menen qala beredi.

Eger konstruktsiya u'sh, to'rt ha'm onnan ko'p bo'limlerden quralg'an bolsa, joqarıdag'ıday ha'r birin qattı denelerden ibarat dara dara bo'limlerge ajıratıp alıp, son ha'r bir bo'lim ushın ten'salmaqlılıq ten'lemeler sistemasın du'zemiz ha'm sistema su'wrette sheship tiyisli belgisizlerdi anıqlaymız.

Tekseriw ushın sorawlar:

1. Ken'isliktegi ku'shler sistemasının geometriyalıq ten'salmaqlılıq sha'rtin tu'sindirip berin' ?
2. Ken'isliktegi ku'shler sisteması ten'salmaqlılıg'ının analitikalıq sha'rtin jazıp berin' ?
3. Ken'islikte jaylasqan parallel ku'shler sistemasının geometriyalıq ten'salmaqlılıq sha'rtlerin jazıp berin' ?
4. Ken'islikte jaylasqan parallel ku'shler sistemasının analitikalıq ten'salmaqlılıq sha'rtlerin jazıp berin' ?
5. Parallel ku'shler ta'sirinde ten'salmaqlılıqta bolg'an denelerge mısallar keltirin' ?
6. Ken'isliktegi ku'shler sistemasında neshe belgisizlerdi anıqlaw mu'mkin?
7. Quramalı konstruktsiyalar dep qanday konstruktsiyalarg'a ayıladı ?
8. Quramalı konstruktsiyalardıń ten'salmaqlılıq ten'lemeler sisteması qanday du'ziledi ?
9. Ken'isliktegi ku'shler sistemasının statikalıq anıq ma'selelerin aytıp berin' ?
10. Ken'isliktegi ku'shler sistemasının statikalıq anıq emes ma'selelerin aytıp berin' ?



LEKTSIYA № 8

Tema: Su'ykeliş. Sırg'anawdag'ı su'ykeliş ha'm Kulon nızamı.
Domalawdag'ı su'ykeliş

REJE:

1. Sırg'anawdag'ı su'ykeliş nızamları.
2. Real (gedir-bu'dir betli) baylanıslardıń reaksiyaları. Sırg'anap su'ykeliw mu'yeshi.
3. Domalap su'ykeliw. Domalawdag'ı su'ykeliş koeffitsienti.

1. Sırg'anawdag'ı su'ykeliş nızamları

Eger dene erkin bolsa, ol qa'legen ta'repke ha'reket ete aladı. Biraq ol baylanısta bolsa, yag'nıy ol qandayda bir basqa denenin u'stinde jaylasqan bolıp, onın u'stinde sırg'anap yamasa domalap ha'reketlenip atırg'an bolsa, a'lbette su'ykeliş ku'shi payda boladı.

Su'ykeliş ku'shinin payda bolıw sebebi, texnikada ushırasatug'ın ha'mme mashina detallarına ha'rqańsha islew berilmesin ba'ri-bir olardıń sırtlarında mikrorelief, yag'nıy belgili mug'darda gedir budırılıq saqlanıp qaladı. Usı sebepli bir sırt ekinshi sırtın u'stinde sırg'anap ha'reketlenip atırg'anda, usı gedir budırılıq na'tiyjesinde sırg'anawdag'ı *su'ykeliş ku'shi* payda boladı.

Eger su'ykelişip atırg'an sırtlar ju'da taza tegislengen bolsa, yag'nıy mikrorelief ulıwma joq etilgen bolsa, ol jag'dayda su'ykeliş ku'shi nolge ten yamasa og'an jaqın boladı ha'm bunday baylanıslardı *ideal baylanıslar* deyiledi.

Biz to'mende ha'zirshe tek real baylanıslar, yag'nıy su'ykelişiwshilerdin sırtlarında mikrorelief (gedir budırılıq) saqlanıb qalg'an sırtlar, u'stinde ten'salmaqlılıq jag'dayın saqlap qalg'an denelerge tiyisli ma'selelerdi ko'rip o'temiz.

Tiykarında su'ykeliş nızamları biraz quramalı ma'seleni quraydı, biraq biz, usı lektsiyada su'ykeliş haqqında ulıwma nızamlıqlardı u'yrenemiz. Olar tiykarınan to'mendegilerden ibarat:

1. Qandayda bir qattı deneni real baylanıs u'stinde, ıqtıyarıy ta'repke su'rmekshi bolsak, usı su'ykelişiwshi sırtlar arasında, su'ykeliş ku'shi $F_{su'y}$ payda boladı. Usı ku'shtin san ma'nisi nolden F_{shag} ma'nislerge shekem artıp baradı, bag'ıtında ha'r dayım ha'reketke qarama qarsı boladı (8.1-su'wret).

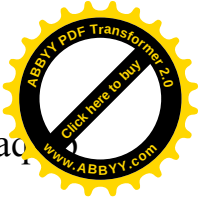
Shegaralıq su'ykeliş ku'shinin san ma'nisi (modulı) to'mendegi formula boyınsha anıqlanadı ha'm onı *Kulon nızamı* dep ataydı:

$$F_{shag} = f_o \cdot N \quad (8.1)$$

Bul jerde: f_o – sırg'anawdag'ı su'ykeliş koeffitsienti dep ataladı, ol o'lshewsiz ma'nis bolıp, onın san ma'nisi $0 < f_o < 1$ aralıg'ında o'zgeredi.

N - baylanıstın normal reaksiyası deyiledi ha'm ol sırg'anawshı tegislikte ha'r dayım tik (normal), yag'nıy perpendikulyar ra'wishte bag'ıtlang'an boladı.

Real baylanıstag'ı ha'r qanday deneni sırg'anap ha'rketlentiriw ushın, ha'reket bag'ıtında usınday ku'sh vektorı ta'sir etiwı za'ru'r, onın ha'reket bag'ıtı boyınsha aling'an proektsiyası shegaralıq su'ykeliş ku'shinen u'lken bolıwı sha'rt, yag'nıy $Q >$



Eger bolıwı sha`rt, qarama qarsı jag`dayda dene ten`salmaqlılıq jag`dayın saqlanıp qaladı.

$F_{su'y}$ - su`ykelis ku`shining mug`darı (san ma`nisi yamasa moduli) 0 den F_{shag} g`a deyingi ma`niste artıp baradı, son` usı ma`nis jıljıtıwshı ku`sh jog`alg`ansha saqlanıp qaladı, eger jıljıtıwshı ku`sh joq bolsa, su`ykelis ku`shide o`z-o`zinen joq boladı. Eger jıljıtıwshı ku`sh ja`ne payda bolsa su`ykelisiwshi ku`shte o`z-o`zinen ja`ne payda boladı, jıljıtıwshı ku`sh bag`ıtın o`zgeritse, su`ykelis ku`shide, usı jıljıtıwshı ku`shtin` bag`ıtına qarama qarsı ta`repke qarap aladı.

Eger jıljıtıwshı ku`shtin` mug`darı shegaralıq su`ykelis ku`shinen kishkene bolsa, dene ha`reketlenbeydi. Su`ykelis ku`shinin` san ma`nisi jıljıtıwshı ku`sh  $Q$  dın` san ma`nisine ten` boladı, yag`nıy su`ykelis ku`shi ta`sirindegi ha`rqanday ten`salmaqlılıq jag`dayında to`mendegi ten`lik saqlanıp qaladı:

$$F_{su'y} = Q_{jl} \quad (8.2)$$

Endi tiyqarg`ı ko`rsetkishlerdin` biri bolg`an, su`ykelis koeffitsienti haqqında so`z eteyik. Su`ykelis koeffitsienti  $f$ , joqarıda ayıp o`tilgenindey, sırg`anawshı sırtlardın` tazalıg`ı ha`m olar qaysı materialdan ibarat ekenligine qarap o`zgeredi ha`m olar mashinasızlıq spravochniklerinde ken`nen keltirilgen, ma`selen

Ag`ash penen ag`ash su`ykeliskende $f_o = 0,4 \div 0,7$

Polat penen polat su`ykeliskende $f_o = 0,15 \div 0,25$

Polat muz u`stinde sırg`anag`anda $f_o = 0,020 \div 0,027$.

Ma`selen ag`ashtı ha`rqansha tegislegen menen  $f_o = 0,4$  den kem bolmaydı, ha`rqanday polat ju`zli deneni muz u`stinde sırg`anatqan menen, onın` ma`nisi  $f_o = 0,1$  den sira aspaydı. Demek budan sonday juwmaq shıg`adı, su`ykelis koeffitsienti eki faktordın` funktsiyasınan ibarat eken, yag`nıy su`ykelisiwshi denelerdin` tazalıg`ı ha`m olardın` materialına baylanıslı ra`wishte belgili diapazonda o`zgerip turadı eken. A`lbette, su`ykelis ku`shi temperaturag`a ha`m denenin` sırg`anaw tezliginede baylanıslı, biraq bul ma`seleler arnawlı kurslarda (Tribotexnika pa`ninde) teren` u`yreniledi, biz waqtımız shegaralang`anlíg`ı sebepli, su`ykelistin` ulıwma nızamları menen sheklenemiz.

2. Real (gedir-bu`dir betli) baylanıslardın` reaktsiyaları.

Sırg`anap su`ykeliw mu`yeshi

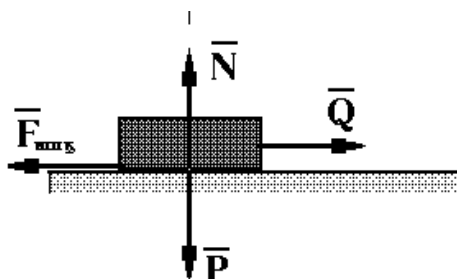
Eger itibar bergen bolsan`ız, ma`selen bir dene qıya tegislik u`stinde ten`salmaqlılıq jag`dayında saqlanıp turg`an bolsın, biraq usı qıyalıq belgili mug`darda artqannan keyin, ten`salmaqlılıq jag`dayı buzılıp ha`reket baslanadı. To`mende usı qıyalıqtın` shegaralıq ma`nisi, qaysı jag`daylarda neshe gradusqa ten` bolıwın, onın` ha`r qıylı bolıw sebeplerin teoriyalıq jaqtan tekserip shıg`amız.

Ma`selen topıraq, qum, biyday, un ha`m usıg`an uqsas shıshılıwshı materiallardı u`ysek olardın` ha`r biri belgili mu`yesh astında u`yinshik payda etedi, olar bir-birinen belgili mu`yeshke parıqlanıp u`yinshik payda etedi, sebebi nede, usı ha`m usıg`an uqsas sorawlarg`a juwap beriledi.

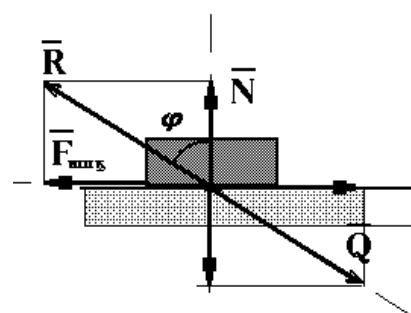
Su`ykelis ku`shi qatnasqan ma`seleler texnikada ju`da` ko`p ushırasadı. Joqarıdag`ı lektsiyada sheshken ma`selelerimizde su`ykelis ku`shleri qatnaspag`an edi, sebebi bul ma`selelerdegi betlerdi ju`da` tegis dep alıng`an edi, yag`nıy ideallastırılğ`an edi.

Endi real ma'selelerdi ko'rip shıg'ayıq, yag'nıy ha'r qanday bette su'yk ku'shi payda bolıwın esapqa alıp, to'mendegi ma'seleni ko'rip shıg'ayıq 8.2-su'wrette ko'rsetilgen deneg belgili bag'ıtta ıqtıyarıy Q ku'sh ta'sir etsin (awırlıq ku'shin itıbarg'a almadıq), bul jag'dayda usı ku'sh ta'siri astında dene menen baylanıs arasında su'ykelis ku'shi $F_{su'y}$ ha'm normal basım ku'shi N payda boladı.

Olardın ten ta'sir etiwshisi R ku'shi bolıp, Q ku'shine qarama-qarsı bag'ıtlanadı ha'm ma'nisi jag'ınan og'an ten, basqasha etip aytqanda R ku'shi, $F_{su'y}$ ha'm N ku'shlerine ajıralg'an. Usıg'an uqsas Q ku'shide eki qurawshılarg'a ajıralg'an bolıp, olardan biri yag'nıy normal ko'sher boylap bag'ıtlang'an qurawshısı Q_N deneni tegislikke basıp turıptı, ekinshi qurawshısı Q_t bolsa tegislikke urınba boylap bag'ıtlang'an ha'm deneni sırg'anap ha'reket etiwine ma'jbu'r etpekte.



8.1 - su'wret.



8.2 - su'wret.

Biraq joqarıda ayıtqanıımızday, $Q_t > F_{sheg}$ bolmag'ansha ha'reket ju'z bermeydi, demek dene ha'reketleniwi ushın to'mendegi ten'sizlik orınlı bolıwı sha'rt, yag'nıy: $Q_t > F_{sheg}$ yamasa $Q_t = Q \sin \varphi_0$ ha'm $F_{sheg} = f_0 \cdot N$, ha'mde $N = Q_N = Q \cos \varphi_0$, bolg'an i ushın $F_{sheg} = f_0 \cdot Q \cdot \cos \varphi$ boladı.

Bul jag'dayda usı ma'nislerdi joqarıdag'ı ten'sizlikke qoysaq, $Q \cdot \sin \varphi_0 > f_0 \cdot Q \cdot \cos \varphi_0$ kelip shıg'adı, ten'sizlikti eki ta'repin Q - g'a qısqartırıp φ_0 - ge salıstıra sheshsek,

$$\operatorname{tg} \varphi_0 > f_0 \quad \text{yamasa} \quad \varphi_0 > \operatorname{arctg} f_0 \quad \text{boladı.} \quad (8.3)$$

Usı aqırg'ı eki formula arqalı, to'mendegi juwmaq kelip shıg'adı. Demek deneni ha'reketke keltiriw ushın og'an qoyılğ'an ku'sh, normal ko'sher menen φ_0 - dan u'lken mu'yesh astında qoyılıwı sha'rt, qarama qarsı jag'dayda bul ku'shtin ma'nisi qanday u'lken bolıwınan qattıy na'zer dene hesh qashan ha'reketke kelmeydi.

Usı sebepli bul φ_0 - mu'yeshi su'ykelisiw mu'yeshi deyiledi ha'm usı mu'yesh astında sızılğ'an konustı su'ykelis konustı deyiledi ha'm bul konustın ishinde jatqan ha'r qanday ku'sh, onın san ma'nisinen qattıy na'zer dene ha'reketke kelmeydi. Bul qa'siyet, o'z-o'zinen tormozlanıwshı mashinalar (ma'selen liftler)da paydalanıladı.

3. Domalap su'ykeliw. Domalawdag'ı su'ykelis koeffitsienti

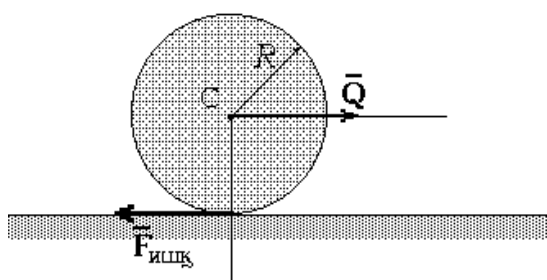
Aldın, dene domalawı ushın qanday sha'rt orınlanıwı kerek. Oylap qarayıq qandayda bir absolyut qattı deneden jasalg'an R radiuslı do'n'gelek, absolyut qattı deneden ibarat gorizontal tegislik u'stinde ten'salmaqlılıq jag'dayında turg'an bolsın.

Еңізі усы дөңгелектің орны S тоңқаққа азғынтай Q күші менен таъсір етсе, дөңгелек айналастан муз үстіндегідей сырғанап ҳа́рекет етіуі мүмкін.

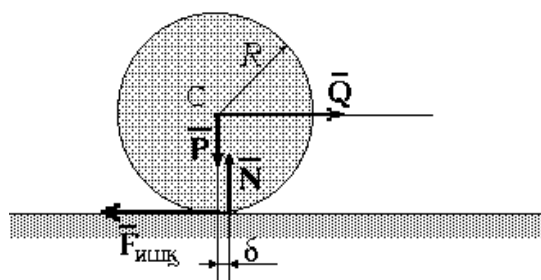
Дөңгелек айналуы үшін, горизонтал тегилик пенен дөңгелектің астыңғы беті ортасында су́йкеліс күші пайда болуы шарт, тек ғана усы $F_{\text{су}^y}$ күші таъсіріндегі айналыс са́дир болады. Су́вреттен кө́риніп турғанындай *желкеси* R ға тең болған Q һәм $F_{\text{су}^y}$ күшлерінен қуалған жұп күш пайда болып, дөңгелекті айландыруыға ҳа́рекет етеді, егерде қарсылық моменті болмаса, дөңгелек айнала баслады.

Бирақ, тийкарында дөңгелекті айнала ҳа́рекетке келтіріу үшін Q һәм $F_{\text{су}^y}$ моменті жетерлі дәрежеде үлкен болуы керек. Не себеплі усындай болады?

Себебі, real конструкцияларда, һәр қандай дөңгелек пенен бет, тоңқақ ямаса сızıқ арқалы тутаспастан, балкі белгілі муғдардағы δ енліктегі жу́зе арқалы тутасады (8.4-су́врет).



8.3 - су́врет.



8.4 - су́врет.

Усы себеплі су́вrette кө́рсетілгендей R һәм N күшлерінен қуалған қарсылық моменті пайда болады, на́тиьйеде дөңгелекке екі жұп күш таъсір ете баслады, олардан бири Q һәм $F_{\text{су}^y}$ күшлерден ибарат актив жұп, екіншиси болса R һәм N күшлерінен қуалған қарсылық жұплары.

Дөңгелек айнала ҳа́рекет орынлауы үшін актив жұптың моменті қарсылық жұбының моментінен үлкен болуы шарт, яғны

$$\text{mom}(\vec{Q}, \vec{F}_{\text{тр}}) > \text{mom}(\vec{R}, \vec{N}) \quad \text{ямаса} \quad R \cdot F_{\text{тр}} > \delta \cdot N \quad (8.4)$$

бул жерде: δ - домалаудағы су́йкеліс коэффициенті дейіледі.

8.4-су́вреттен кө́риніп турғандай онның о́лшеу бирлігі узıнлық о́лшеуі менен о́лшенеді. $F_{\text{су}^y} = f_0 \cdot N$ екенлігін итибарға алып бул ма́ниси ақырғы теңлемеге қойып, екі таърепін N ға қысқартып, тө́мендегі теңлемені аламыз, яғны $R \cdot f_0 > \delta$ нı қабıl етеміз. Усы теңліктен хақыық домалау болуы үшін за́рур болған ма́нис, яғны сырғанаудағы су́йкеліс коэффициентінің модулін анықлау мүмкін, яғны:

$$f_0 > \delta / R \quad (8.5)$$

Екінші таърептен сырғанаудағы су́йкеліс коэффициенті - f_0 жетерлі болса, дөңгелекті домалату үшін жетерлі болған күштің модулін табамыз, яғны

$$R \cdot Q_{\text{min}} > \delta \cdot N \quad \text{буннан} \quad Q_{\text{min}} > \frac{\delta}{R} \cdot N \quad (8.6)$$

нı пайда етеміз. Демек ақырғы теңлемеге арқалы һәр қандай дөңгелекті домалату үшін за́рур болған минимал күшті анықлауымыз мүмкін.

Usı ten'lemeden ko'rinip turıptı, qanshalıq domalawdag'ı su'ykelis koeffitsiı ha'm normal basım kishkene bolsa, minimal tartıw ku'shi sonsha kishkene bolar ekeı. Biraq normal basımdı o'zgartirip bolmaydı, sebebi bul do'n'gelekke tu'sip atırg'an awırlıq ku'shinen quralg'an.

Usının' ushın tek domalawdag'ı su'ykelis koeffitsienti δ - nı kemeytiriw lazım, bunın' ushın do'n'gelek ha'm ha'reketleniwshi betler qattı betlerden ibarat bolıwı za'ru'r. Mine endi ne sebepli poezdıların' do'n'gelekleri qattı polatlardan tayarlanıwı ha'm temir joldın' qattılıg'ı esesinen δ - nı kishireytiw mu'mkinliginin' sebebin anıqladıq.

Usı sebepli temir jolda ju'klerdi tasıw, avtomobil yamasa hawa jollarına salıstıra bir neshe ma'rte arzan bolatug'ınlıg'ın tu'siniw mu'mkin.

Ma'seleler sheshkenimizde domalawdag'ı su'ykelis koeffitsienti za'ru'r bolsa, mashinasazlıq spravochniklerinen olardı tan'lap alıw mu'mkin, olardan bazılarının' san ma'nislerin keltiriwimiz mu'mkin, ma'selen:

Ag'ash do'n'gelekti ag'ash tegislik u'stinde domalatqanda $\delta = 0,05 \div 0,08$ sm,

Polat do'n'gelekti rels u'stinde domalatqanda $\delta = 0,005$ sm,

Taplang'an polattı, polat u'stinde domalatqanda (podshipnik) $\delta = 0,001$ sm.

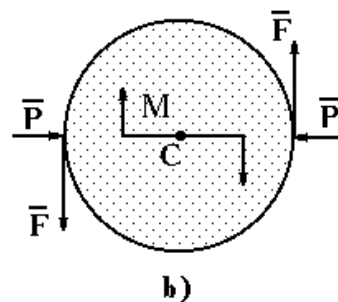
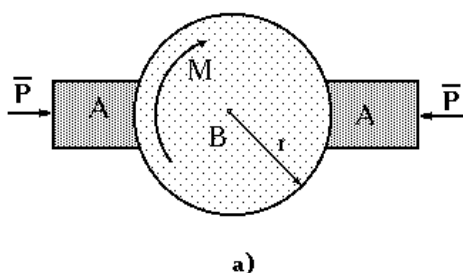
Bunnan son' studentlerge usı temag'a baylanıslı to'mendegi ma'sele sheship ko'rsetiledi:

Ma'sele: 8.5a-su'wrette $M = 1250$ kN·m burawshı moment penen ha'reketleniwshi elektr lebyodkanın' isshi organı su'wretlengen. Lebyodkanı toqtatıw ushın eki tormozlawshı A kolodkalar ornatılg'an bolıp, tormozlang'an payıtta olar disk V -nı R ku'sh penen qıladı.

Diskanın' radiusi $r = 600$ mm bolsa tormozlawshı ku'shtin' mu'g'darın anıqlan'. Disk penen tormozlawshı kolodkalar arasındag'ı su'ykelis koeffitsienti $f = 0,5$ dep qabıl etilsin.

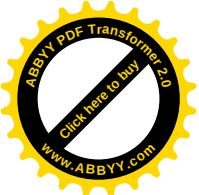
Sheshimi: Diskanı baylanıslardan ajıratıp alıp, olardıń ornına reaktsiyalardı qoyamız, olar tormozlaw waqtında diskke ha'r biri F ke ten' su'ykelis ku'shlerinen quralg'an jup ku'shler menen ta'sir etedi. Jup ku'shtin' jelkesi disktin' radiusi r -g'a ten'. Kulon nızamı boyınsha su'ykelis ku'shinin' ma'nisi to'mendegige ten':

$$F = f \cdot N = f \cdot R \quad (a)$$



8.5 - su'wret.

Usı mexanizm ten'salmaqlılıqta bolıwı ushın, diskke ta'sir etiwshi ha'mme momentlerdin' jıyındısı nolge ten' bolıwı sha'rt. Yag'nıy 8.5b-su'wretten, diskanın' orayı S tochka'g'a salıstıra momentlerinin' jıyındısı nolge ten' bolıwı sha'rt,



$$\sum m_c(F_k) = 0 \quad F \cdot 2r - M = 0 \quad \text{yamasa} \quad f \cdot R \cdot 2r - M = 0.$$

Bunnan $P = \frac{M}{2 \cdot f \cdot r} = \frac{120}{2 \cdot 0,6 \cdot 0,5} = 200 \text{ kH}$. Demek lebyodkanı tormozlaw

za`ru`r bolsa, kolodkalardı $R = 200 \text{ kN}$ ku`sh penen qısıw za`ru`r ekenligin anıqladıq.

Tekseriw ushın sorawlar:

1. Su`ykeliş ku`shinin` paydalı ha`m zıyanlı qa`siyetlerin aytıp berin` ?
2. Su`ykeliş ku`shinin` payda bolıw sebebi nede ?
3. Su`ykeliş ku`shi real baylanıslarda yamasa ideal baylanıslarda payda boladıma ?
4. Sırg`anawdag`ı su`ykeliş nızamının` formulasın jazıp berin` ?
5. Sırg`anawdag`ı su`ykeliş koeffitsienti nelerge baylanıslı o`zgeredi ?
6. Sırg`anawdag`ı su`ykeliş mu`yeshi ne ?
7. Domalawdag`ı su`ykeliş koeffitsienti dep nege aytıladı ?
8. Domalawdag`ı su`ykeliş koeffitsienti nege baylanıslı o`zgeredi ?
9. Sırg`anawda su`ykeliş ku`shi bolmasa do`n`gelek tegislik u`stinde domalaydıma, aylanadıma yamasa ilgerleme ha`reketleneme ?
10. Domalawdag`ı su`ykeliş ha`m sırg`anawdag`ı su`ykeliş koeffitsientleri qanday birliklerde o`lshenedi ?

LEKTSIYA № 9

Tema: Awırlıq orayı. Parallel ku`shlerdin` orayların anıqlaw

REJE:

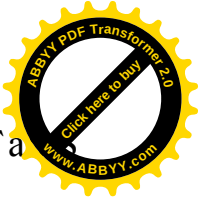
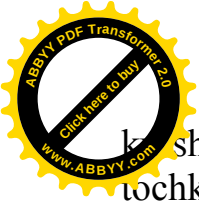
1. Parallel ku`shlerdin` orayın anıqlaw.
2. Qattı denelerdin` awırlıq orayların anıqlaw.
3. Bir jınıslı qattı denelerdin` awırlıq orayların anıqlaw.
4. Bir jınıslı a`piwayı ha`m quramalı geometriyalıq figuralardın` awırlıq orayların anıqlaw.
5. Ayırım quramalı figuralardın` awırlıq orayların anıqlaw.

1. Parallel ku`shlerdin` orayın anıqlaw

Parallel ku`shlerdin` orayın anıqlaw ushın to`mendegi eki qag`ıydanın` orınlanıwı sha`rt:

1. Orayı anıqlanatug`ın parallel ku`shlerdi o`z ta`sir sızıqları boyınsha bir tochkadan ekinshi tochkag`a ko`shiriw mu`mkın emes, yag`nıy olardın` qoyılğ`an tochkaları o`zgermey qalıwları sha`rt. Ma`selen awırlıq ku`shleri usınday ku`shler gruppasına kiredi.

2. Orayı anıqlanatug`ın parallel ku`shlerdin` san ma`nisleri o`zgermes bolıwı sha`rt, qarama qarsı jag`dayda oraydın` ornı a`hmiyetli bolmay qaladı. Eger parallel



ku'shlerdin` modulleri waqıt dawamında o`zgeriwshen bolsa, olardin` orayı bolg`a tochkanın` koordinatalarında o`zgeriwshen funktsiyadan ibarat boladı.

Eger usı sha`rtler orınlansa, ha`r qanday parallel ku'shler sisteması ushın usınday bir tochkanı tabıw mu`mkın, usı ku'shler sistemasın qa`legen ta`repke burılğ`andada ol tochka usı ku'shlerdin` orayı bolıp qala beredi.

Teoriyalıq mexanika pa`ninde bul tochkanı latinsha *S* ha`ribi menen belgilew qabıl etilgen bolıp, latinsha *centrum – aylananın` orayı* degen ma`nisti an`latadı.

Endi joqarıdag`ı sha`rtler orınlang`an parallel ku'shler sisteması ushın olardin` orayın anıqlawdı ko`rip shıg`ayıq.

Oyımızda berilgen koordinata sistemalarınin`  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_N$  tochkalarına modulleri  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_N$  g`a ten` bolg`an N parallel ku'shler qoyılğ`an bolsın ha`m bul ku'shler Oz ko`sherine parallel ra`wishte bag`ıtlang`an bolsın.

Ha`r bir ku'sh qoyılğ`an tochkanın` tiyisli koordinataları berilgen bolsın, olar tiyisli  $S_1(x_1, y_1, z_1), S_2(x_2, y_2, z_2), S_3(x_3, y_3, z_3), \dots, S_N(x_N, y_N, z_N)$  lardı qurasın. Endi biz olardin` ten` ta`sir etiwshisi R din` modulın anıqlayıq, bul ju`da` an`sat ma`sele bolıp, ol to`mendegi bir ten`leme arqalı anıqlanadı, yag`nıy:

$$R = P_{1z} + P_{2z} + P_{3z} + \dots + P_{Nz} = \sum P_{kz} \quad (9.1)$$

Varin`on teoremasına ko`re, ha`r qanday ku'shlerdin` qandayda bir ko`sherge salıstıra alıng`an momentlerinin` jıyındıları, usı ku'shlerdin` ten` ta`sir etiwshisin usı ko`sherge salıstıra alıng`an momentine ten`. Usıg`an ko`re to`mendegi ten`lik orınlı boladı, yag`nıy:

$$m_{Ox}(\vec{R}) = \sum m_{Ox}(\vec{P}_k) \quad \text{ёки} \quad y_C \cdot R = y_1 \cdot P_1 + y_2 \cdot P_2 + y_3 \cdot P_3 + \dots + y_N \cdot P_N = \sum y_k \cdot P_k \quad (9.2)$$

Usı ten`lemeden  $y_C = \frac{\sum y_k \cdot P_k}{R}$ , tap usınday ha`mme ku'shlerdin` momentlerin Ou ko`sherine salıstıra alıp, $x_C = \frac{\sum x_k \cdot P_k}{R}$ dı anıqlaymız.

Edi ten` ta`sir etiwshinin` Oz ko`sherindegi koordinatasın anıqlaw ushın, ha`mme ku'shlerdi o`zi qoyılğ`an tochkalara a`tirapında bir ta`repke  $90^\circ$  qa buramız ha`m aytayıq olar Ou ko`sherine parallel jag`dayına keledi dep oylap, usı ku'shlerdi ja`ne bir ma`rte Ox ko`sherine salıstıra momentlerin alıp, $z_C = \frac{\sum z_k \cdot P_k}{R}$ dı anıqlaymız.

Usılay etip, biz ha`rqanday parallel ku'shler sistemasının` ten` ta`sir etiwshisinin` qoyılğ`an tochkasının` (orayının`) koordinataların anıqlawshı formulalardı keltirip shıg`ardıq, yag`nıy:

$$x_C = \frac{\sum x_k \cdot P_k}{R}, \quad y_C = \frac{\sum y_k \cdot P_k}{R} \quad \text{ha`m} \quad z_C = \frac{\sum z_k \cdot P_k}{R}. \quad (9.3)$$

2. Qattı denelerdin` awırlıq orayların anıqlaw

Jerdin` a`tirapında jaylasqan ha`rqanday bo`lekshelerge olardin` massalarına proporsional ra`wishte jerdin` tartıw ku'shi, basqasha ayıtqanda awırlıq ku'shleri ta`sir etedi. Ulıwma alg`anda bo`lekshelerdin` aralarındag`ı aralıq u`lken bolsa, usı awırlıq ku'shlerinin` bag`ıtları bir birlerine parallel emes.

Biraq bo'leksheler arasındag'ı aralıq jerdin' radiusına salıstıra ju'da' kishk aralıqtı payda etken jag'daylarda awırlıq ku'shlerin o'z ara parallel dep qabıl etiledi. Olardın' bag'ıtları ha'm modulleri o'zgermes bolg'anlıqları ushın, ha'rqanday qattı denenin' awırlıq orayları o'zgermes boladı. To'mende usı tochkalardı anıqlaw menen shug'ıllanamız.

Oylap qarayıq, N bo'lekshelerden ibarat qattı dene berilgen bolsın ha'm ha'r birinin' awırlıq ku'shleri tiyisli $R_1, R_2, R_3, \dots, R_N$ lerge ten' bolıp, olardın' koordinataları tiyislishe $S_1(x_1, y_1, z_1), S_2(x_2, y_2, z_2), S_3(x_3, y_3, z_3), \dots, S_N(x_N, y_N, z_N)$ dan ibarat bolsın, bul jag'dayda usı qattı denenin' ulıwma awırlıg'ı R , to'mendegi formuladan anıqlanadı, yag'nıy:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_N = \sum P_k \quad (9.4)$$

Endi bul ku'shler parallel bolg'anlıqları ushın olardın' orayı, yag'nıy *denenin' awırlıq orayı* joqarıda da'lillengen formulalar arqalı anıqlanadı, yag'nıy:

$$x_c = \frac{\sum x_k \cdot P_k}{P}, \quad y_c = \frac{\sum y_k \cdot P_k}{P}, \quad z_c = \frac{\sum z_k \cdot P_k}{P}, \quad (9.5)$$

Usılay etip qattı denenin' awırlıq orayı, onın' usınday bir tochkası bolıp deneni qaysı ta'repke aylandırıwına qaramastan onın' ulıwma awırlıg'ının' ta'sir sıızıg'ı usı tochkanı a'lbette kesip o'tedi. Bul tochkanı joqarıda ayıp o'tkenimizdey latinsha S - ha'ribi menen belgileyemiz.

Bazı jag'daylarda qattı denenin' awırlıq orayı jaylasqan tochka boslıqtan ibarat bolıwıda mu'mkin, ma'selen aylanannın' awırlıq orayı onın' geometriyalıq orayı yag'nıy boslıqta jatadı. Basqasha etip aytqanda qattı denenin' awırlıq orayı, bul sonday tochka onın' a'tirapındag'ı massalar usı tochkag'a salıstıra simmetriyalı ra'wishte jaylasqan.

3. Bir jınısh qattı denelerdin' awırlıq orayların anıqlaw

Eger qattı dene birdey materialdan tayarlang'an bolsa, olardın' ha'r bir bo'leginin' awırlıg'ı, usı bo'limlerdin' ko'lemlerine tuwrı proporsional boladı. Ma'selen $R_1 = \gamma \cdot V_1, R_2 = \gamma \cdot V_2, R_3 = \gamma \cdot V_3, \dots, R_N = \gamma \cdot V_N$ g'a ten' ha'm denenin' ulıwma awırlıg'ı $R = \gamma \cdot V$ ten' bolıp, bul jerde $V_1, V_2, V_3, \dots, V_N$ lar qattı denenin' bo'leklerinin' ko'lemleri, V - qattı denenin' ulıwma ko'lemi. γ - deneni qurag'an materialdın' salıstırma awırlıg'ı.

Endi awırlıq ku'shlerinin' usı ma'nislerin joqarıdag'ı formulag'a qoyıp, alımı ha'm bo'limlerin γ - g'a qısqartırıp jibersek, to'mendegi formulalardı alamız, yag'nıy:

$$x_c = \frac{\sum x_k \cdot V_k}{V}, \quad y_c = \frac{\sum y_k \cdot V_k}{V}, \quad z_c = \frac{\sum z_k \cdot V_k}{V}, \quad (9.6)$$

Eger qattı dene birdey qalın'lıqtan ibarat plastinadan tayarlang'an bolsa, usı formulalardag'ı ko'lemler dene betleri maydanlarına proporsional boladı. Usı sebepli:

$$x_c = \frac{\sum x_k \cdot S_k}{S}, \quad y_c = \frac{\sum y_k \cdot S_k}{S}, \quad z_c = \frac{\sum z_k \cdot S_k}{S}, \quad (9.7)$$

bul jerde: S_k - dene bo'lekleri betlerinin' maydanı,
 S - denenin' ulıwma maydanı.

Eger qattı dene birdey juwanlıqtag'ı sımlardan tayalang'an bolsa, onın' awırlyq orayı, bo'leklerinin' uzınlıqlarına proporsional ra'wishte anıqlanadı, yag'nıy:

$$x_c = \frac{\sum x_k \cdot \ell_k}{L}, \quad y_c = \frac{\sum y_k \cdot \ell_k}{L}, \quad z_c = \frac{\sum z_k \cdot \ell_k}{L}, \quad (9.8)$$

bul jerde: ℓ_k - ler dene bo'leklerinin' uzınlıqları,

L – denenin' ulıwma uzınlıg'ı.

Usılay etip, bir jınıslı materialdan tayarlang'an qattı denelerdin' awırlyq orayların olardın' bo'leklerinin' ko'lemleri, betleri yamasa uzınlıqları arqalı anıqlanar eken.

4. Bir jınıslı a'piwayı ha'm quramalı geometriyalıq figuralardın' awırlyq orayların anıqlaw

Bir jınıslı a'piwayı geometriyalıq figuralardın' awırlyq orayları to'mendegishe boladı:

1. Shen'berdin', aylananın' ha'm shardın' awırlyq orayı olardın' geometriyalıq orayında jatadı .

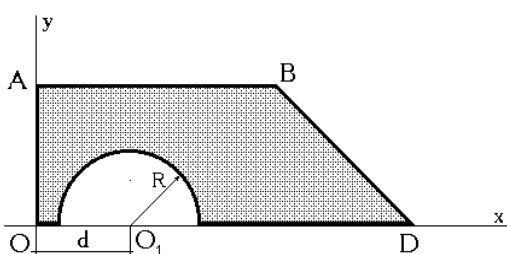
2. Tuwrımu'yeshlik, parallelogramm ha'm rombtın' awırlyq orayları olardın' diagonallarının' kesiskeen tochkasında jatadı .

3. U'shmu'yeshli betli qattı denenin' awırlyq orayı medianaların' kesiskeen tochkalarında jatadı .

4. Simmetriya tegisligine, betine yamasa ko'sherine iye bolg'an figuralardın' awırlyq orayları usı tegislikte, bette yamasa ko'sherde jatadı .

Eger dene bir neshe a'piwayı figuralardın' birikpesinen ibarat bolsa, ol jag'dayda bul qattı deneni bir neshe a'piwayı figuralı bo'leklerge ajıratıp jiberiledi. Son' ha'r bir bo'limnin' awırlyq orayları koordinataların ha'm olardın' ko'lemleri yamasa betleri maydanları esaplap shıg'ıladı ha'm joqarıdag'ı formulalardan qandayda birewi arqalı denenin' ulıwma awırlyq orayının' koordinataları x_c , y_c , z_c lar esaplanadı.

Ma'selen (9.1-su'wret) su'wrette berilgen figura, tiykarında quramalı betti quraydı, biraq onı u'sh a'piwayı betlerge ajıratıw mu'mkin, yag'nıy u'shmu'yeshlik, tuwrı to'rtmu'yesh ha'm yarım aylanalarg'a ajıratıp jiberemiz.



9.1 – su'wret.

Koordinata ko'sherlerin tan'lap alıp, ha'r bir a'piwayı figuranın' awırlyq orayların koordinataların ha'm olardın' betlerinin' maydanların anıqlaymız, son' bulardı joqarıdag'ı 9.7-formulag'a qoyıp, denenin' ulıwma awırlyq orayın esaplap shıg'amız.

Biraq sonday jag'daylar bolıwı mu'mkin, qattı dene a'piwayı figuralarg'a ajıralmaslıg'ı mu'mkin. Bunday ma'selelerdi sheshiw ushın integrallaw usılınan paydalanamız.

Oylap qarayıq bizge qandayda bir qattı dene berilgen bolıp, ol a'piwayı figuralarg'a ajıralmasın, bul jag'dayda usı qattı deneni elementar ko'lemlerge, betlerge



Yana uzunlıqlarg'a bo'lip jiberemiz. Yag'niy V – nın ornına dv , S – tın ornına dS , L – din ornına dL qoyamiz.

Summanın ornına integrall belgisi qoyiladi, sebebi elementar ko'lem, bet ha'm uzunlıqlar tek integrall ja'rdeminde qosiladi. Usig'an ko're to'mendegi u'sh ten'lemeler sistemasin payda etemiz.

Ko'lem ushin:

$$x_c = \frac{1}{V} \int_{(V)} x \cdot dv \quad y_c = \frac{1}{V} \int_{(V)} y \cdot dv \quad z_c = \frac{1}{V} \int_{(V)} z \cdot dv \quad (9.9)$$

Bet ushin:

$$x_c = \frac{1}{S} \int_{(S)} x \cdot ds \quad y_c = \frac{1}{S} \int_{(S)} y \cdot ds \quad (9.10)$$

Uzunlıq ushin:

$$x_c = \frac{1}{L} \int_{(L)} x \cdot dL \quad y_c = \frac{1}{L} \int_{(L)} y \cdot dL \quad z_c = \frac{1}{L} \int_{(L)} z \cdot dL \quad (9.11)$$

5. Ayırım quramali figuralardin awirlıq orayların anıqlaw

Su'wrette ko'rsetilgen R radiuslı aylananın, orayı mu'yeshi $AOV = 2 \cdot \alpha$ g'a ten' bolg'an AV iymeklik ko'rsetilgen. Usı iymekliktin awirlıq orayın anıqlaw ushin onın orayı O tochkadan xOy koordinata ko'sherlerin sonday o'tkeremiz, Ox ko'sheri AV iymekti ten' ekige bo'lip o'tsin. Bul jag'dayda usı ko'sher simmetriya ko'sheri esaplanadı, qag'ıydag'a ko're denenin awirlıq orayı usı ko'sherde jatadı. Biraq koordinata basınan qansha uzaqlıqta jatiwı belgisiz, yag'niy $u_s = 0$ biraq $x_s = ?$.

1. Aylana iymekliktin awirlıq orayın anıqlaw (9.2-su'wret).

Bunın ushin AV iymekte kishkene MM' iymeksheni ajratıp alamız, onın uzunlıgı $dL = R \cdot d\varphi$ g'a ten' bolıp, usı iymekshenin awirlıq orayının Ox ko'sherindegi koordinatası $x = R \cdot \cos\varphi$. Usı x ha'm dL lardin ma'nislerin joqarıdagı formulag'a qoyıp, pu'tin iymek boyınsha integrall alsaq, to'mendegini payda etemiz, yag'niy:

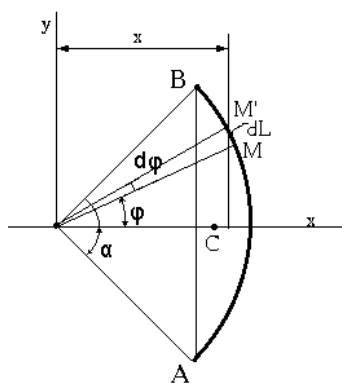
$$x_c = \frac{R^2}{L} \int_A^B x \cdot dL = \frac{R^2}{L} \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos\varphi \cdot d\varphi = 2 \frac{R^2}{L} \sin\alpha$$

bul jerde $L = R \cdot 2\alpha$ g'a ten' bolg'anlıgı sebepli onı joqarıdagı formulaga qoysaq, x_c nın ma'nisin anıqlaymız, yag'niy:

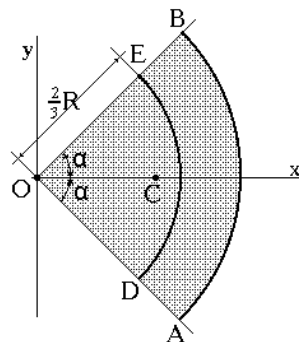
$$x_c = R \frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

2. Aylana sektorının awirlıq orayın anıqlaw (9.3-su'wret).

Su'wrette ko'rsetilgen aylana sektorının O orayınan Ox simmetriya ko'sherin o'tkezeyik, usı sebepli onın awirlıq orayı usı ko'sherde jatadı. Onın ma'nisin esaplaw ushin, sektordı bir neshe mayda mikrosektorlarga bo'lip jibereyik, usı jag'dayda ha'r bir mikrosektordı mikrou'shmu'yeshlik dep qabıl etiw mu'mkin.



9.2 - su`wret.



9.3 - su`wret.

Usının` ushın ha`r bir mikrou`shmu`yeshliklerdin` awırlıq orayların anıqlasaq, ED iymekte jatıwshı awırlıq oraylarınan ibarat tochkalardı payda etemiz. Son` joqarıdag`ı formula arqalı ulıwma awırlıq orayın anıqlaymız, yag`nıy:

$$x_c = \frac{2}{3} \cdot R \cdot \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

sebebi OE iymektin` radiusı OV iymektin` radiusının` u`shten eki bo`limin quraydı.

Tekseriw ushın sorawlar:

1. Parallel ku`shler orayın anıqlaw formulasın jazıp berin` ?
2. Qattı denenin` awırlıq orayı dep nege ayıladı ?
3. Qattı denenin` awırlıq orayı qanday formula arqalı esaplanadı ?
4. Bir jınıslı a`piwayı figuralar: tuwrıtırtmu`yeshlik, shen`ber, aylana, shar qusag`an figuralardın` awırlıq orayları qaysı jerde jaylasqan ?
5. Ko`lemge iye bolg`an bir jınıslı figuranın` awırlıq orayın anıqlaw formulasın jazıp berin` ?
6. Tegis betli bir jınıslı figuralardın` awırlıq orayların anıqlaw formulasın jazıp berin` ?
7. Bir jınıslı u`shmu`yeshlik su`wretindegi figuranın` awırlıq orayı qaysı jerde jaylasadı ?
8. Simmetriya tegisligi, beti, ko`sheri bolg`an denelerdin` awırlıq orayları qaysı jerde jaylasadı ?
9. Aylana iymekliktin` awırlıq orayın anıqlaw formulasın jazın` ?
10. Quramalı figuralı qattı denelerdin` awırlıq orayın anıqlaw formulasın jazıp berin` ?



Paydalanilg'an a`debiyatlar

1. T.R. Rashidov, T. Shoziyotov, K.B. Mwminov. Nazariy mexanika asoslari. Toshkent, «Wqituvchi», 1990.
2. I.V. Meshcherskiy. Nazariy mexanikadan masalalar twplami. Toshkent, «Wqituvchi», 1990.
3. S.M. Targ. Kratkiy kurs teoreticheskoy mexaniki. 10-e izd.-M., «Nauka», 1986.
4. Nazariy mexanikadan kurs ishlari uchun topshiriqlar twplami. - T. «Wqituvchi», 2002.
5. Axmadxwjaev B. Nazariy mexanika. – T. «Yangi asr avlodi», 2006.
6. P. Shoxaydarova, Sh. Shoziyotov, J. Zoirov. Nazariy mexanika, Toshkent, «Wqituvchi», 1981.
7. M.S. Yaxyoev, B. Mwminov. Nazariy mexanika. Toshkent, «Wqituvchi», 1990.
8. I.V. Mesherskiy. Sbornik zadach po teoreticheskoy mexanike. 35-e zd. pererab., M., «Nauka», 1981.
9. N.V. Butenin, Ya.L. Lunts, D.R. Merkin. Kurs teoreticheskoy mexaniki, 4-e izd., pererab. i dop. -M., «Nauka», 1985. tom.1,2
10. M.I. Bat, G.Yu. Djanelidze, A.S. Kelzon. Teoreticheskaya mexanika v primerax i zadachax. 9-e izd. dop., M., «Nauka», 1990, t.1,2.
11. A.A. Yablonskiy, S.S. Noreyko, S.A. Volfson. Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike. 3-e izd. ispr., M., «Vissshaya shkola», 1978.
12. Qurbonov T., Misirov Sh. Analitik mexanikadan masalalar echish. – T. «Chwlpon», 2005.

M A Z M U N I

1. Lektsiya № 1. Kirisiw. Pa`nnin` maqseti ha`m waziypalari. Ku`sh tu`sinigi	3
2. Lektsiya № 2. Bir tochkada ushirasiwshi ku`shler sisteması	9
3. Lektsiya № 3. U`sh ku`shtin` ten`salmaqlılıg`ı haqqındag`ı teorema. Ushirasiwshi ku`shler sisteması	13
4. Lektsiya № 4. Ku`shtin` tochkag`a ha`m ko`sherge salıstıra momentleri. Jup ku`shler	18
5. Lektsiya № 5. Bir tegislikte jaylasıp, ıqtıyariy bag`ıtlang`an ku`shler sistemasın a`piwayı jag`dayg`a keltiriw	24
6. Lektsiya № 6. Ken`islikte ıqtıyariy bag`ıtlang`an ku`shler sisteması	30
7. Lektsiya № 7. Ken`isliktegi ku`shler sisteması ta`sirindegi qattı denelerdin` ten`salmaqlılıq sha`rtleri	35
8. Lektsiya № 8. Su`ykelis. Sırg`anawdag`ı su`ykelis ha`m Kulon nızamı. Domalawdag`ı su`ykelis	40
9. Lektsiya № 9. Awırlıq orayı. Parallel ku`shlerdin` orayların anıqlaw	45
10 Paydalanilg`an a`debiyatlar	51