

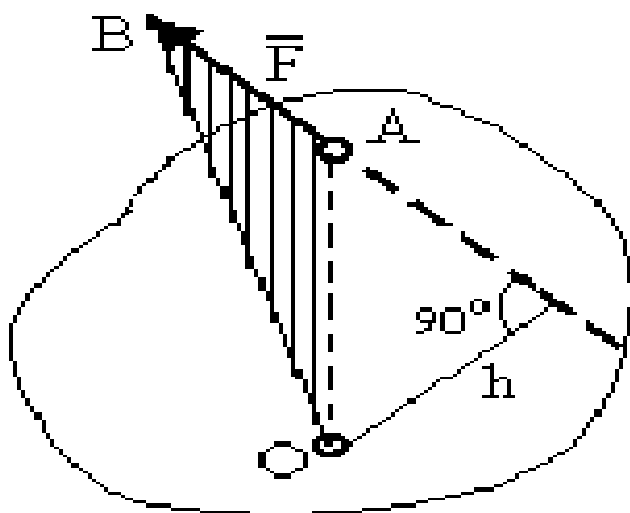
**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA
MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

QARSHI MUHANDISLIK IQTISODIYOT INSTITUTI

**Nazariy mexanika fanining “Statika” bo‘limidan
amaliy mashg‘ulotlar o‘tkazishga doir**

uslubiy qo‘llanma

(Barcha muhandislik bakalavr ta‘lim yo‘nalishlari uchun)



Qarshi-2016

Tuzuvchilar :

dots. B.Donaev

ass. O.Almardonov

Taqrizchilar:

QDU dotsenti Y.Bobojonov

QMII “Oliy matematika” kafedrası

dotsenti T.A.Aliqulov

Uslubiy qo'llanma “Nazariy mexanika” fanining statika bo'limidan talabalarga amaliy mashg'ulot darslarida masalalar yechish bo'yicha barcha bakalavr ta'lim yo'nalishlariga mo'ljallangan.

Uslubiy qo'llanma “Umumtexnika fanlari” kafedrası (Bayonnoma № “ ” _____ 2016-yil), Muxandis texnika fakulteti uslubiy komissiyasi (Bayonnoma № “ ” _____ 2016-yil), Qarshi muhandislik iqtisodiyot instituti Uslubiy kengashi (Bayonnoma № “ ” _____ 2016-yil) yig'ilishlarida ko'rib chiqilgan hamda o'quv jarayonida foydalanishga tavsiya etilgan.

Statika to'g'risida tushuncha. Kuch tushunchasi.

Kuchlar to'g'risida umumiy ma'lumot beruvchi, shuningdek kuchlar ta'siridagi material jismlarning muvozanat shartlarini o'rgatadigan nazariy mexanikaning bir bo'limiga statika deyiladi.

Jismlarning o'zaro mexanik ta'sirining miqdoriy o'lchoviga mexanikada kuch deyiladi. *Demak kuch har doim vektor qiymatdan iborat bo'ladi, har doim uining moduli (son qiymati), yo'nalishi va qo'yilgan nuqtasi bizga ma'lum bo'lishi shart.*

Absolyut qattiq jism deb, shunday jismlarga aytiladiki, ularda ixtiyoriy olingan ikki nuqta orasidagi masofa har doim o'zgarmas bo'lishi shart. Statika masalalarini yechishda jamiki jismlarni absolyut qattiq jism deb faraz qilinadi va soddaroq holda ifodalash uchun qattiq jism deb ataladi.

Agar berilgan kuchlar sistemasi bitta kuchga ekvivalent bo'lsa, bu kuch *teng ta'sir etuvchi kuch* deb ataladi.

Moduli bo'yicha teng ta'sir etuvchiga teng bo'lgan, yo'nalishi bo'yicha unga qarama-qarshi va u bilan bir to'g'ri chiziqli yotuvchi kuchni, *muvozanatlovchi kuch* deb ataladi.

Agar bir vaqtni o'zida bir jism (yoki jismlar)ga bir nechta kuchlar ta'sir etsa, ularga *kuchlar sistemasi* deb ataladi. Agar shu kuchlarning ta'sir chiziqlari bir tekislikda yotsa, bunday kuchlar *tekislikda yotgan kuchlar sistemasi* deb ataladi. Agar shu kuchlarning ta'sir chiziqlari bir tekislikda yotmasa, bunday kuchlar *fazoviy kuchlar sistemasi* deb ataladi. Agarda barcha kuchlarning ta'sir chiziqlari bir nuqtadan o'tsa, bunday kuchlar *kesishuvchi kuchlar sistemasi* deyiladi. Agarda kuchlarning ta'sir chiziqlari o'zaro parallel holda bo'lsa, bunday kuchlar *parallel kuchlar sistemasi* deb ataladi.

Agar bir jismga ta'sir etayotgan kuchlar sistemasini, boshqa kuchlar sistemasi bilan almashtirilganda jismning ilgarigi muvozanati yoki harakati o'zgarmasa, bunday kuchlar sistemasi *ekvivalent kuchlar sistemasi* deb ataladi.

Erkin jismga ta'sir etayotgan kuchlar sistemasi ta'sirida u, muvozanat holatda bo'lsa, bu kuchlar o'zaro *muvozanatlashgan kuchlar sistemasi* yoki nolga ekvivalent bo'lgan kuchlar sistemasi deb ataladi.

Statikaning asosiy masalalari

1) Qattiq jismga ta'sir qilayotgan kuchlar sistemasini unga ekvivalent bo'lgan boshqa kuchlar sistemasi bilan almashtirish ba'zi hollarda ularni sodda holdagi kuchlar sistemasiga keltirishlik;

2) Qattiq jismga ta'sir etayotgan kuchlar sistemasining muvozanat shartlarini aniqlashlardan iborat bo'ladi.

Statikaning masalalarini geometrik shaklda (geometrik yoki grafik usulda) yoki matematik hisoblash (analitik) usuli bilan yechiladi. Geometrik usullar tasvirli ravishda, ancha tushunarli bo'lishiga qaramasdan, biz quyida asosan analitik usuldan ko'proq foydalanamiz.

Statika qismini o'rganishni *statika aksiomalaridan* boshlanadi. *Aksioma* degan so'z (grek) *yunon tilidan olingan bo'lib, uning o'zbekchaga tarjimasi isbot talab qilinmaydigan oddiy haqiqat* degan ma'noni anglatadi.

Bog'lanish, ularning turlari va bog'lanish reaksiyalari.

Agar berilgan qattiq jism unga ta'sir etayotgan kuchlar tufayli, *fazoning ixtiyoriy tomoniga harakat qila olsa bunday jism erkin jism deyiladi. Agar uning harakati ma'lum darajada cheklangan bo'lsa bunday jismlar erksiz deyiladi.*

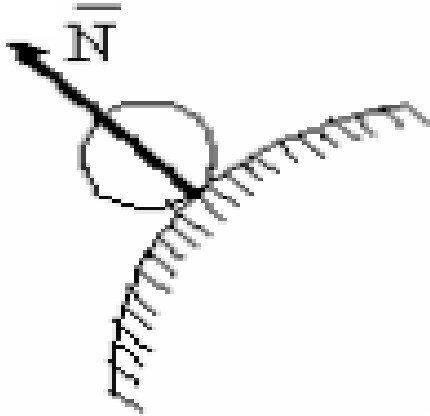
Masalan temir yo'l vagoni faqat shu temir yo'l bo'ylab harakat qila oladi holos, egri trubkaning ichida joylashgan sharcha faqat shu trubkaning ichi bo'ylab xarakat qila oladi xolos, ya'ni ularning erkinligi chegaralangan. Erkin jismda *bog'lanish* bo'lmaydi, shu sababli u hohlagan tomonga harakat qila oladi. Qisman erkin va mutloq erksiz jismlar boshqa bir, yoki bir nechta jismlar orqali bog'langan holda bo'ladilar. Shuning uchun shu qattiq jismlarning erkinliklarini *chegaralovchi boshqa jismlarni bog'lanishlar* deyiladi.

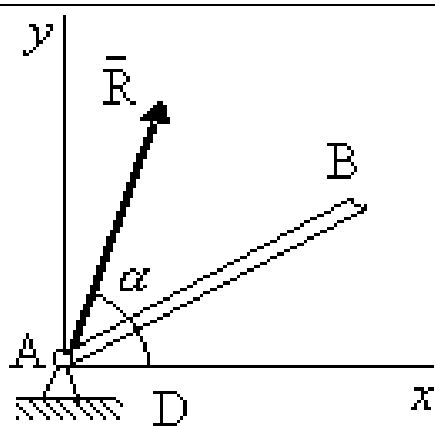
Agar jism o'zining erkinligini chegaralovchi boshqa jismga, ya'ni bog'lanishga nisbatan biror kuch bilan ta'sir etsa, o'z o'rnida bog'lanish hisoblangan boshqa jism ham unga aks ta'sir ko'rsatadi, *shu aks ta'sir kuchini bog'lanish reaksiyasi deyiladi*. Ya'ni bog'lanish reaksiyasi ham kuch vektori bo'lib, ushbu kuch faqat *aks ta'sir* sifatidagina mavjud bo'ladi, agar jism bog'lanishga kuch ta'sir etmasa, ya'ni bog'lanish olib tashlansa uning reaksiyasi nolga teng bo'ladi.

Yuqorida aytganimizdek statika qismida erkinmas qattiq jismlarning muvozanatlik shartlarini o'rganishda quyidagi aksioma qo'llaniladi: *Har qanday erkinmas qattiq jismga qo'yilgan bog'lanishlarni tashlab yuborib, ularni o'rniga shu bog'lanishlarning reaksiya kuchlari qo'yilsa, ularni erkin jism deb qabul qilish mumkin*. Statikaning barcha masalalari shu asosda yechiladi.

Bog'lanishlarning turlari juda ko'p, shunga ko'ra ularning reaksiyalari ham turlicha bo'ladi, reaksiyalarining son qiymatlarini har bir masaladagi ta'sir etayotgan kuchlar sistemasiga bog'liq ravishda aniqlanadi, lekin shu *bog'lanishlarning reaksiya kuchlari vektorlarining yo'nalishlari har doim bir xil bo'ladi*.

Quyida turli bog'lanishlar reaksiya kuchlarini yo'nalishlarini qanday qilib aniqlashni ko'rib o'taylik

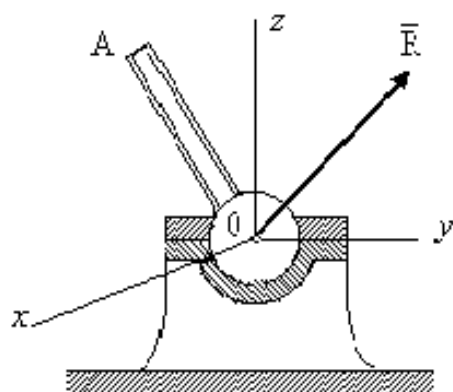
 1-rasm	1. Silliq yassi yuzadan iborat bog'lanish. Silliq yassi yuzali bog'lanish deb, shunday yuzaga aytiladiki uning ustida turgan, yoki unga suyanib turgan jismga hech qanday ishqalish kuchi ta'sir etmaydi. Su sababli bunday tekislikdan iborat bog'lanishlarning reaksiyalari hardim, shu tekislikka normal (perpendikulyar) holda yo'nalgan bo'ladi (1-rasm).
--	---



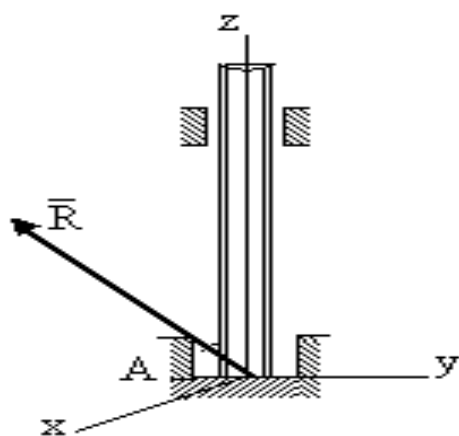
2-rasm

2. Silindrsimon sharnirli (podshipnikli) bog'lanish.

Bunday bog'lanishlarning reaksiya kuchlari ikkita tashkil etuvchilardan iborat bo'lib, ular sharnir o'qiga perpendikulyar tekislikda yotuvchi ixtiyoriy ikkita o'zaro perpendikulyar o'qlar bo'ylab yo'naladilar, amalda doimo Ox va Oy o'qlari bo'ylab yo'naltiriladi (2-rasm).



3-rasm (a)

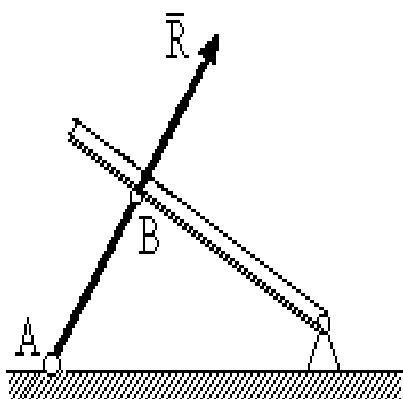


3-rasm (b)

3. Sferik sharnir va tovon tegi (podpyatnik).

AO sterjen O nuqtada sferik sharnir vositasida berkitilgan bo'lsa, bu sterjen O nuqtadan o'tuvchi har qanday o'q atrofida faqat aylana oladi Sferik sharnirning $\bar{R}$ reaksiya kuchi O nuqtadan o'tadi, lekin qaysi tomonga yo'nalishini oldindan aytib bo'lmaydi. Sferik sharnirning reaksiya kuchini tanlab olingan koordinata o'qlariga parallel yo'nalgan tashkil etuvchilarga ajratib, ularni jismning muvozanat shartlaridan aniqlanadi. To'g'on tegining $\bar{R}$ bog'lanish reaksiya kuchi ham fazoda istalgan tomonga yo'nalgan bo'lishi mumkin

(3-(a) va (b) rasm).

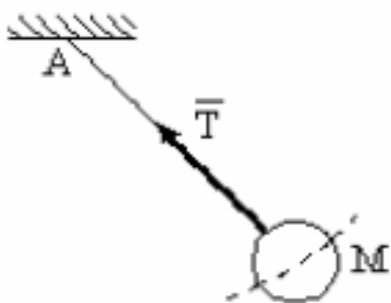


4-rasm.

4. Vaznsiz sterjen vositasidagi sharnirli bog'lanish.

O'z og'irligi hisobga olinmaydigan, uchlaridan boshqa nuqtalariga hech qanday kuch qo'yilmagan sterjenlarga vaznsiz sterjenlar deyiladi. Jism uchlari sharnirli biriktirilgan ingichka sterjenlar vositasida mahkamlangan bo'lsin (4-rasm).

U holda sterjenning A va B nuqtalariga qo'yilgan ikkita kuch ta'sir qiladi; muvozanatda bo'lganda bu kuchlar bir to'g'ri chiziq bo'ylab, ya'ni AB bo'ylab yo'naladi. Ta'sir va aks ta'sir qonuniga ko'ra sterjen ham jismga AB bo'ylab yo'nalgan kuch bilan ta'sir qiladi. Demak, reaksiya kuchi sterjen o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'ladi.



5-rasm

5. Ip, arqon va trossdan iborat bog'lanish .

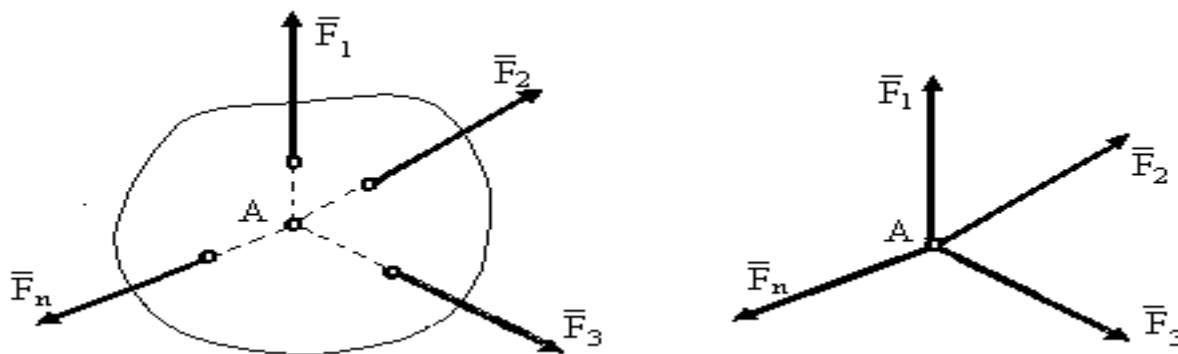
Bunday bog'lanishlarning reaksiyalari har doim faqat shu arqon, ip yoki trosning taranglik chiziqlari bo'ylab yo'naladilar.

(5-rasm)

Kesishuvchi kuchlarni geometrik usulda qo'shish.

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadigan kuchlar sistemasiga kesishuvchi kuchlar sistemasi deyiladi.

Kuchlarni ularning ta'sir chiziqlari bo'ylab ko'chirish mumkin bo'lganligi tufayli, $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ kesishuvchi kuchlar sistemasi (6-rasm) kuchlarning ta'sir chiziqlari kesishgan A nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasiga ekvivalent bo'ladi.



6-rasm

Mexanikaning juda ko'p masalalarini yechish vektorlarni qo'shish, xususan kuchlarni qo'shish usullariga bog'liq. Kuchlar sistemasining geometrik yig'indisiga teng bo'lgan kattalikni, bundan keyin berilgan kuchlar sistemasining bosh vektori deb ataymiz.

Ikkita kuchni qo'shish. Ikkita kuchlarning geometrik yig'indisi $\vec{R}$, parallelogram qoidasi yoki kuchlar uchburchagini qurish usuli bilan topiladi (7-rasm).

Kuchlar uchburchagini qurish uchun ixtiyoriy a nuqtaga kuchlardan birini ifodalovchi vektorni qo'yish lozim. Bu vektorning uchiga ikkinchi kuchni ifodalovchi vektor keltirib qo'yiladi. Birinchi vektorning boshi bilan ikkinchi vektorning uchini tutashtirib, $\vec{R}$ ni ifodalovchi vektorni hosil qilamiz. Agar kuchlar orasidagi burchak α bo'lsa, $\vec{R}$ kuchning moduli kosinuslar teoremasidan topiladi:

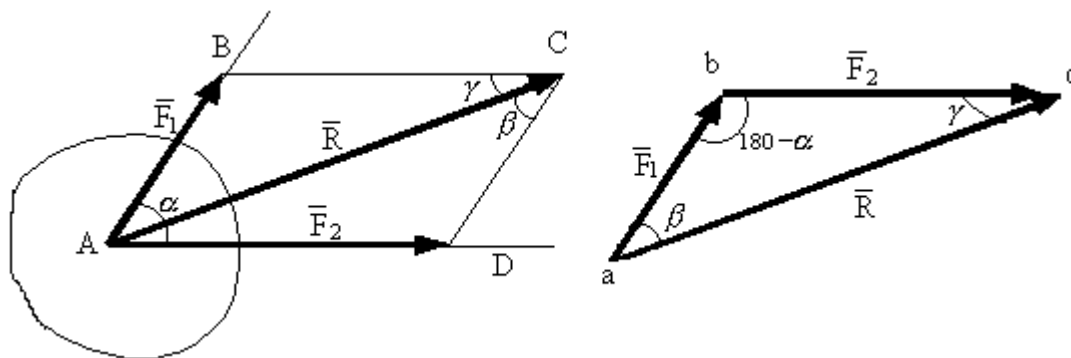
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos \alpha}$$

bu yerda $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

Qo'shiluvchi vektorlar bilan $\bar{R}$ orasidagi α, β va γ burchaklar sinuslar teoremasidan topiladi:

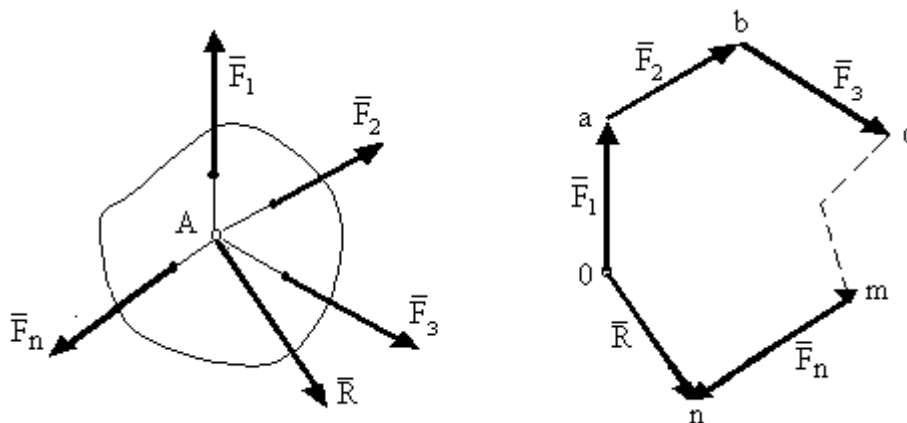
$$\frac{F_1}{\sin \gamma} = \frac{F_2}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

Bu yerda $\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$.



7-rasm

Kuchlar sistemasini qo'shish. Istalgan kuchlar sistemasining geometrik yig'indisi



8-rasm

(bosh vektori) parallelogram qoidasi asosida kuchlarni ketma-ket qo'shib, yoki bo'lmasa kuchlar ko'pburchagi qurib topiladi. Kuchlar ko'pburchagini qurish usuli bir muncha oson va qo'lay hisoblanadi. Bu usul bilan $(\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n)$ kuchlar sistemasining (8-rasm) bosh vektorini topish uchun ixtiyoriy O nuqta tanlab, bu nuqtaga $\bar{F}_1$ kuchni yo'nalishi bo'yicha keltirib qo'yamiz. $\bar{F}_1$ kuchining uchiga, $\bar{F}_2$ kuchni, $\bar{F}_2$ kuchni

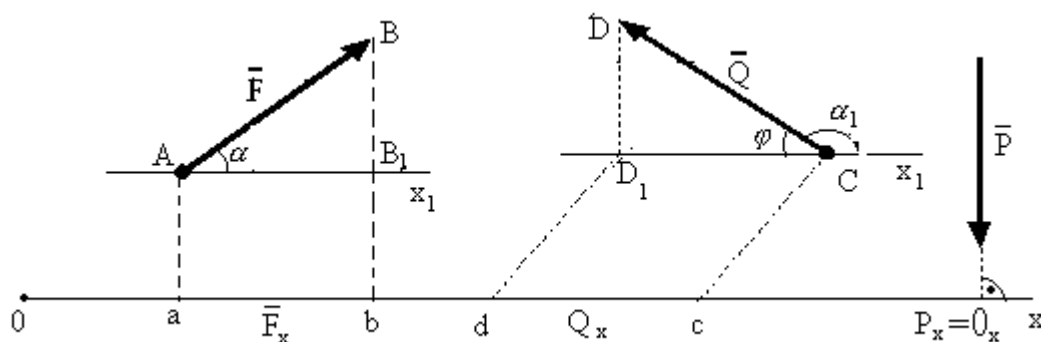
uchiga $\bar{F}_3$ kuchni keltirib qo'yamiz va hokazo. $\bar{F}_1$ kuchning boshi bilan $\bar{F}_n$ kuchning uchini tutashtirib, kuchlar sistemasining geometrik yig'indisi $\bar{R}$ vektorni hosil qilamiz.

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n, \text{ yoki } \bar{R} = \sum \bar{F}_k$$

Kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi kuchlarning geometrik yig'indisiga teng va shu kuchlar ta'sir chiziqlarning kesishgan nuqtasiga qo'yilgan bo'ladi.

Kuchning o'qdagi va tekislikdagi proeksiyasi.

Statika masalalarini yechishni analitik (hisoblash) usuliga o'tamiz. Bu usul kuchning o'qdagi proeksiyasi tushunchasiga asoslanadi. Kuchning o'qdagi proyeksiyasi deb, kuch modulini kuch bilan o'qning musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchak kosinusiga bo'lgan ko'paytmaga teng algebraik kattalikka aytiladi.



9-rasm

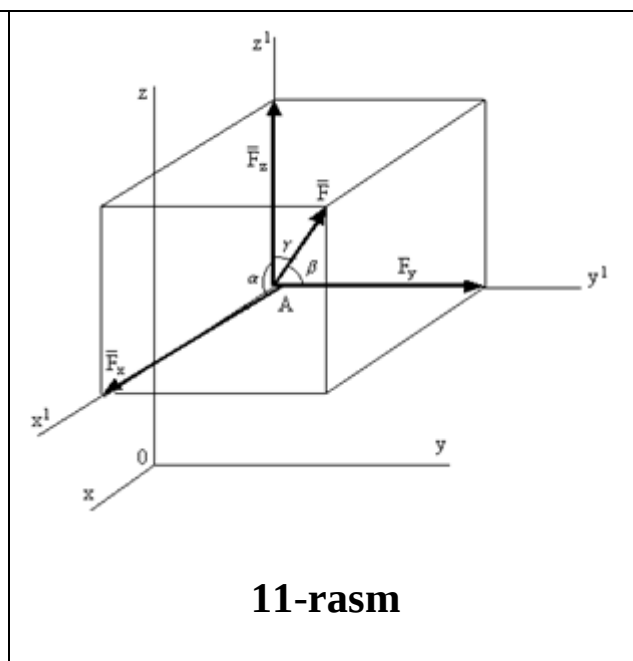
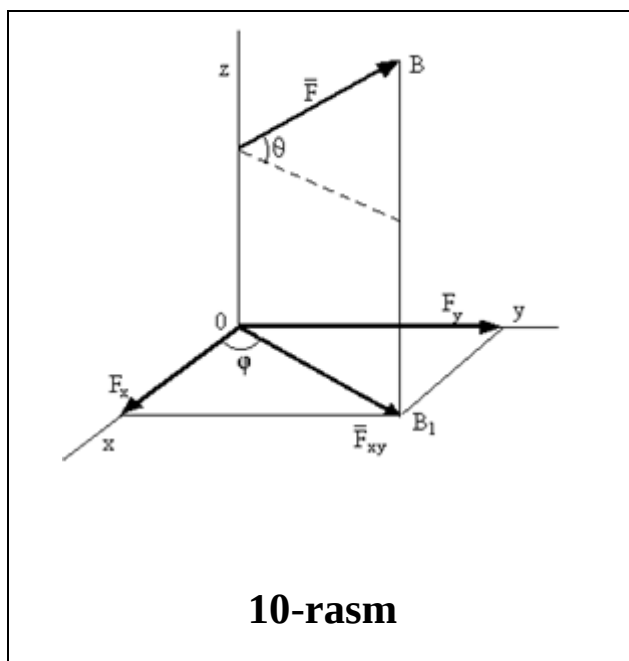
Agar kuch bilan o'qning musbat yo'nalishi orasidagi burchak o'tkir bo'lsa, proeksiya musbat, agar o'tmas burchak bo'lsa, proeksiya manfiy ishorada bo'ladi. Kuch o'qqa perpendikulyar bo'lsa, kuchning o'qdagi proeksiyasi nolga teng.

F kuchning o'qdagi proeksiyasini F_x bilan belgilaymiz. U holda 9-rasmga ko'ra quyidagini yozamiz.

$$F_x = AB_1 = ab, \quad Q_x = -CD_1 = -cd$$

9-rasmdan ko'rinadiki $F_x = F \cos \alpha$,

$$Q_x = -Q \cos \varphi = Q \cos \alpha_1, \quad P_x = 0$$



$\bar{F}$ kuchning tekislikdagi proeksiyasi o'qdagi proeksiyasidan farq qiladi. Kuchning tekislikdagi proeksiyasi vektor kattalik bo'lib, u miqdorga ega bo'lishdan tashqari yo'nalishga ham ega. $\bar{F}$ kuchning tekislikdagi proeksiyasining moduli (10-rasm)

$F_{xy} = F \cos \theta$ bu yerda θ - $\bar{F}$ kuch bilan o'qning tekislikdagi proeksiyasi orasidagi burchak. Ko'pgina hollarda kuchning o'qdagi proeksiyasini topish uchun avval uning tekislikdagi proeksiyasini aniqlab, keyin kuchning tekislikdagi proeksiyasini shu tekislikda yotgan o'qlarga proeksiyalash kerak. 10-rasmga ko'ra quyidagilarni hosil qilamiz.

$$F_x = F_{xy} \cos \varphi = F \cos \theta \cos \varphi, \quad F_y = F_{xy} \sin \varphi = F \cos \theta \sin \varphi$$

Kuchni analitik usulda aniqlash.

Kuchni analitik usulda aniqlash uchun, avvalo kuchning fazodagi yo'nalishini aniqlash maqsadida Oxyz koordinatalar sistemasini tanlash lozim.

Agar F kuchning moduli va koordinata o'qlari bilan tashkil qilgan α, β va γ burchaklar ma'lum bo'lsa, $\vec{F}$ kuchni ifodalovchi vektorni yasash mumkin (11-rasm). Mexanika masalalarini yechishda, kuchni uning koordinata o'qlaridagi F_x, F_y, F_z , proeksiyalari orqali aniqlash qulayroqdir. Kuchning o'qdagi proeksiyalari berilgan bo'lsa, kuchning moduli va kuchni o'qlar bilan tashkil qilgan burchaklari quyidagi formulalar orqali aniqlanadi.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$\sin \alpha = \frac{F_x}{F}, \quad \sin \beta = \frac{F_y}{F}, \quad \sin \gamma = \frac{F_z}{F}$$

Kuchlarni analitik usulda qo'shish.

Kuchlarni analitik usulda qo'shish uchun quyidagi teoremani ko'rib chiqamiz.

Teorema: Teng ta'sir etuvchining biror o'qdagi proeksiyasi, qo'shiluvchi kuchlarning shu o'qdagi proeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng.

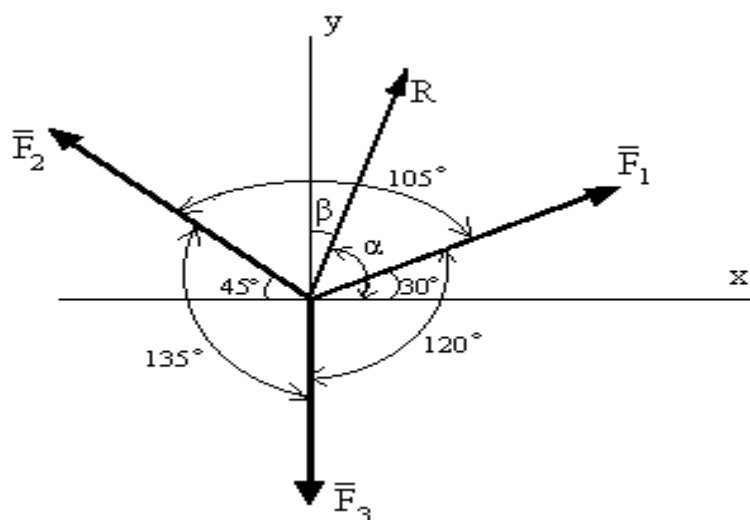
Bu teoremaga ko'ra $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, kuchlarning geometrik yig'indisi $\vec{R}$ bo'lsa (12-rasm), u holda $\vec{R} = \sum \vec{F}_k$ yoki $R_x = \sum F_{kx}, R_y = \sum F_{ky}, R_z = \sum F_{kz}$

R_x, R_y, R_z , larni bilgan holda

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}, \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}, \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R} \quad (8)$$

kuchlar analitik usulda qo'shiladi.



(12-rasm)

Biror qattiq jismga qo'yilgan uchrashuvchi kuchlar sistemasining muvozanat holatda bo'lishligi uchun, ularning teng ta'sir etuvchisi, ya'ni ularning bosh vektori nolga teng bo'lishi zaruriy va yetarli shart hisoblanadi. Ushbu muvozanat shartlarning geometrik va analitik ifodalari quyidagicha bo'ladi:

1. Muvozanatning geometrik sharti. Kuchlar sistemasining bosh vektori $\bar{R}$ kuch ko'pburchagini yopuvchi vektor bo'lganligi sababli $\bar{R}$ -nolga teng bo'lishi uchun, oxirgi kuchning uchi birinchi kuchning boshi bilan uchrashishi shart bo'ladi, ya'ni kuch ko'pburchagi o'z-o'zidan yopiladi.

Demak, *kesishuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun, shu kuch vektorlaridan qurilgan kuch ko'pburchagi o'z-o'zidan yopiq ko'pburchakni tashkil etishi, zaruriy va etarli shart hisoblanadi.*

2. Muvozanatning analitik shartlari. Bosh vektorning moduli analitik usulda quyidagi formula bilan aniqlanadi,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2};$$

Ildiz ostidagi, yig'indilarning har biri musbat sonlardan iborat bo'lganligi sababli, har bir yig'indi bir vaqtni o'zida $R_x=0$, $R_y=0$, $R_z=0$,

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0; \quad \sum F_{kz} = 0;$$

Bu tenglamalar sistemasi kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanat tenglamasi deyiladi, ya'ni *fazoda joylashgan kesishuvchi kuchlar sistemasining muvozanatda bo'lishi uchun, kuchlarning uchta koordinata o'qlaridagi proeksiyalarining har bir o'qdagi yig'indilari nolga teng bo'lishlari zaruriy va yetarli shart hisoblanadi.*

Agar jismga qo'yilgan kesishuvchi kuchlar bir tekislikda joylashgan bo'lsa, unday kuchlar *tekislikda joylashgan kuchlar sistemasi* deb ataladi va ularning muvozanat tenglamalarining soni ikkita bo'ladi,

$$\sum F_{kx} = 0; \quad \sum F_{ky} = 0;$$

3. Uch kuch muvozanati haqidagi teorema. Ayrim hollarda statika masalalarini uch kuch haqidagi teorema orqali echish qulay bo'ladi: *agar qattiq jismga bir tekislikda yotgan va o'zaro parallel bo'lmagan uchta kuch ta'sir etib, u jism muvozanat holatda bo'lsa, bu kuchlarning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi.*

Ushbu teoremani teskarisi o'rinli bo'lmaydi. Ya'ni, bir jismga qo'yilgan uchta kuch ta'sirida jism muvozanat holatda bo'lmashligi ham mumkin; shu sababli bu teorema uchta kuch ta'siridagi jismning muvozanat holati uchun *zaruriy* shartni isbotlaydi xolos.

1. Muvozanat sharti tekshirilayotgan jismni (yoki jismlarni) aniqlash. Masalalarni yechishdan oldin berilgan yoki izlanayotgan noma'lum kuchlar qaysi jismga qo'yilayotganligi aniqlanadi. *(Masalan, agar tayanchga tushayotgan bosim kuchini aniqlash zarur bo'lsa, shu tayanchga ta'sir qilayotgan jismning muvozanat shartlarini aniqlash lozim bo'ladi).*

Agar berilgan kuchlar jismning bir qismiga ta'sir etib, izlanayotgan noma'lum kuchlar jismning boshqa qismida bo'lsa, yoki berilgan kuchlar va izlanayotgan noma'lum kuchlar bir necha qismlardan tashkil topgan jismga ta'sir etayotgan bo'lsa, jismni bir necha qismlarga ajratish yoki ularning muvozanat shartlarini birin-ketin tekshirish lozim bo'ladi.

2. Ta'sir etuvchi kuchlarni shaklda tasvirlash. Qaysi jismning muvozanat shartini tekshirish kerakligini aniqlab olganimizdan keyin (*faqat shundan keyin*), shu jismga qo'yilgan barcha tashqi kuchlarni va bog'lanishlarning noma'lum reaksiya kuchlarini vektor shaklida tegishli nuqtalarga qo'yilgan holda tasvirlash kerak.

3. Muvozanat shartlari tenglamalarini tuzish. Muvozanatlik shartlari tekshirilayotgan jismning, unga qo'yilgan kuchlar va noma'lum reaksiya kuchlaridan iborat sistema uchun muvozanat tenglamalari tuziladi. Muvozanat tenglamalar sistemasi, jismlarning muvozanat holatlariga bog'liq ravishda turlicha tuziladi.

4. Noma'lumlarni aniqlash, masalaning yechimini tekshirish. Masalalarni yechishda, jismlarning va ularga qo'yilgan kuchlar sistemasining chizmasini sifatli qilib chizilishi katta ahamiyatga ega. Yaxshi qilib chizilgan chizma muvozanat tenglamalarini tuzishda sodir bo'ladigan xatoliklarni kamayishiga va yechimni to'g'ri yo'ldan borishligiga sabab bo'ladi.

Barcha hisoblash ishlarini algebraik tenglamalar orqali olib borishlik tavsiya etiladi. Umumiy holda olib borilgan hisoblar, keyinchalik tenglamalarda yo'l qo'yilgan xatolarni tezda aniqlash uchun katta yordam beradi (*tenglamalardagi qiymatlar bir xil o'lchovli bo'lishlari shart*). Kuchlarning son qiymatlarini faqat masalani yechib bo'lgandan keyingina qo'yishi tavsiya etiladi.

Geometrik usul. Jismga ta'sir etayotgan (*berilgan yoki noma'lum*) kuchlar soni uchtdan oshmasa, faqat geometrik usul qo'llanilishi tavsiya etiladi. U holda jismga ta'sir etayotgan uchta kuchdan iborat ko'pburchak yopiq holda bo'lib, kuch uchburchagini tashkil etadi. Kuch uchburchagini qurishni, qiymati va yo'nalishi ma'lum bo'lgan kuchdan boshlanadi. So'ngra hosil bo'lgan kuch uchburchagidan noma'lum qiymatlarning yo'nalishlari va modullari aniqlanadi.

Analitik usul. Analitik usulni qo'llashda jismga ta'sir etayotgan kuchlarning soni ixtiyoriy bo'lishi mumkin. Avvalo tegishli

yoʻnalishda koordinata oʻqlarini yoʻnaltirish lozim. Agar jismga qoʻyilgan kuchlar bir tekislikda joylashgan kesishuvchi kuchlardan iborat boʻlsa, muvozanat tenglamalar sistemasi ikkita, agar jismga qoʻyilgan kuchlar fazoda joylashgan kesishuvchi kuchlardan iborat boʻlsa, muvozanat tenglamalar sistemasi uchta tenglamalardan iborat boʻladi. Koordinata oʻqlarini yoʻnaltirishning optimal yoʻllaridan foydalanish lozim, buning uchun oʻqlarning yoʻnalishini shunday tanlash lozimki, nomaʼlumlar iloji boricha faqat bitta oʻqqagina proeksiyalansa, tenglamalarni yechish qulayroq kechadi.

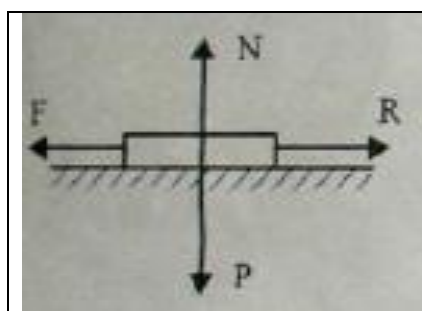
Masalalar yechish tartibi, quyidagicha olib boriladi:

- 1) Shakl chiziladi, jismga taʼsir etayotgan aktiv kuchlar vektor shaklda tegishli yoʻnalishda koʻrsatiladi,
- 2) Bogʻlanishlarning reaksiya kuchlari ham vektor shaklida ifodalanadi.
- 3) Koordinata oʻqlari tanlab olinadi, oʻqlar shunday tanlanib olinishi lozimki iloji boricha nomaʼlum boʻlgan reaksiya kuchlari faqat bitta oʻqqa proeksiyalanishi taminlansin, aks holda masalani yechish murakkabroq boʻlishi mumkin.
- 4) Bogʻlanishlar bogʻlanish reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi va yuqoridagi tenglamalar sistemasidan foydalanib, muvozanat tenglamalari tuziladi.
- 5) Tuzilgan tenglamalar sistemasidan nomaʼlum reaksiya kuchlari aniqlanadi.

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namuna.

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi kuchlar.

1-masala. Poyezd to'g'ri chiziqli gorizontal yo'lda o'zgarmas tezlik bilan harakatlanadi; poyezdning elektrovozdan tashqari og'irligi $12 \cdot 10^3 kN$. Agar poyezdning harakatiga bo'lgan qarshilik uning relsga ko'rsatadigan bosimining 0,005 qismiga teng bo'lsa, elektrovozning tortish kuchi qancha?



Yechilishi:

Bu masalani yechishda statikaning 4-aksiomadan foydalanamiz . (Nyutonning uchinchi qonuni).

Unga ko'ra:

$$\vec{N} - \vec{P} = 0$$

$$\vec{R} - \vec{F} = 0$$

$$\vec{R} = \vec{P} \cdot \mu$$

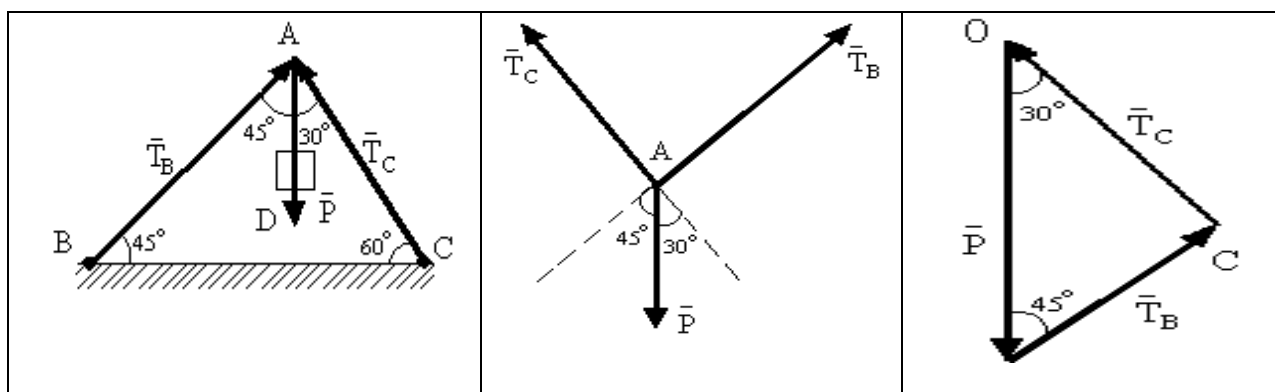
$$\bar{N} = \bar{P} = 12 \cdot 10^3 kN,$$

$$\bar{F} = \bar{R} = 12 \cdot 10^3 kN \cdot 0,005 = 60 kN$$

2-masala. Ikkita absolyut qattiq AB va AC sterjenlar uchlari A nuqtada bir-biriga sharnir vositasida mahkamlangan. Sterjenlarining ikkinchi uchlari polning B va C nuqtalariga sharnir yordamida biriktirilgan. Bunda sterjenlar pol bilan tegishlicha 45° va 60° burchak hosil qiladi a). A sharnirga og'irligi $P=100N$ bo'lgan D yuk cho'zilmaydigan ip yordamida osib qo'yilgan. AC va BC sterjenlardagi zo'riqishlar aniqlansin. Sterjenlarning og'irligi e'tiborga olinmasin.

Yechish. D yukning og'irlik kuchi $\bar{P}$ ni vertikal pastga qaratib yo'naltiramiz. Yukning $\bar{P}$ og'irlik kuchi ta'sirida AB va AC

sterjenlarda hosil bo'lgan zo'riqishlarni tegishlicha $\bar{T}_B$ va $\bar{T}_C$ deb belgilaymiz. Natijada A sharnirga sterjenlarda hosil bo'ladigan $\bar{T}_B, \bar{T}_C$ zo'riqishlar va D yukning $\bar{P}$ og'irlik kuchi qo'yilgan. Bu kuchlarni rasmda ko'rsatamiz (6). Noma'lum bo'lgan zo'riqishlarni topish uchun geometrik va analitik usullardan foydalanamiz:



1). Geometrik usul. A sharnir muvozanatda bo'lishi uchun sharnirga ta'sir etuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi nolga teng bo'lishi lozim. Demak, A sharnirga $\bar{P}, \bar{T}_B$ va $\bar{T}_C$ kuchlar qo'yilgan.

Kuchlar uchburchagini yasash uchun ixtiyoriy O nuqta tanlaymiz. O nuqtaga D yukning $\bar{P}$ og'irlik kuchini o'z-o'ziga parallel ko'chiramiz. P kuchning uchiga AB sterjenning zo'riqishi $\bar{T}_B$, uning uchiga esa AC sterjenning zo'riqishi $\bar{T}_C$ ni o'ziga parallel qilib ko'chiramiz. Natijada Oab kuchlar uchburchagi hosil bo'ladi. Bu uchburchakda

$$\angle CAD = \angle cOb = 30^\circ \quad \text{va} \quad \angle Obc = \angle BAD = 45^\circ$$

bunda $\angle bcO = 105^\circ$

Sinuslar teoremasiga ko'ra quyidagini yozamiz:

$$\frac{T_B}{\sin 30^\circ} = \frac{T_C}{\sin 45^\circ} = \frac{P}{\sin 105^\circ}$$

bu yerda,

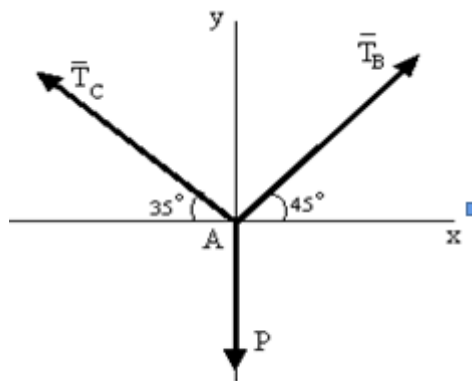
$$\sin 105 = \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ$$

$$T_B = P \frac{\sin 30^\circ}{\cos 15^\circ} = 100 \frac{0,5}{0,9659} = 51,8 \text{ N}, \quad T_C = P \frac{\sin 45^\circ}{\cos 15^\circ} = 100 \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{0,9659} = 73,2 \text{ N}$$

2). Analitik usul. Taʼsir etuvchi kuchlar bir tekislikda yotganligi uchun tekislikdagi kesishuvchi kuchlar muvozanat tenglamalaridan foydalanamiz. Avvalo koordinata oʻqlarini oʻtkazamiz. Koordinata markazi qilib A nuqtani olamiz. x oʻqini gorizontal qilib, y oʻqini esa unga perpendikulyar qilib yoʻnaltiramiz . Masalani analitik usulda yechamiz:

$$\sum F_{KX} = 0; \quad T_B \cos 45^\circ - T_C \cos 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{KY} = 0 \quad T_B \sin 45^\circ + T_C \sin 30^\circ - P = 0 \quad (2)$$



tenglikdan
$$T_B = T_C \frac{\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ}$$

Bu tenglikni (2) ga qoʻyamiz.

$$T_C \frac{\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ} \cdot \sin 45^\circ + T_C \sin 30^\circ - P = 0$$

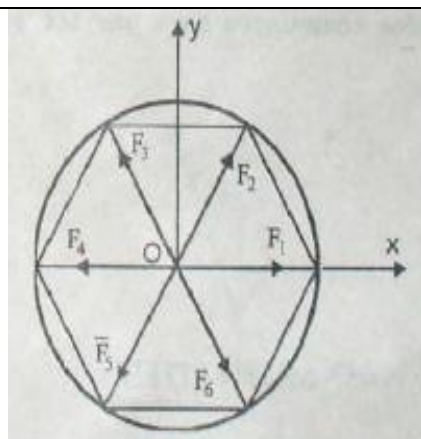
yoki

$$T_C \cos 30^\circ + T_C \sin 30^\circ - P = 0$$

$$T_C = \frac{P}{\cos 30^\circ + \sin 30^\circ} = \frac{100}{0,866 + 0,5} = 73,2 \text{ N};$$

$$T_B = 73,2 \frac{0,866}{0,7} = 51,8 \text{ N};$$

3-masala. Muntazam oltiburchak markaziga miqdorlari 1,3,5,7,9 va 11N bo'lgan va ko'pburchakning uchlariga qarab yo'nalgan kuchlar qo'yilgan. Teng ta'sir etuvchi va muvozanatlovchi kuchning miqdori va yo'nalishi topilsin?



Yechilishi:

Masala shartiga binoan kuchlar rasmda ko'rsatilgan kabi yo'nalgan. Kuchlar yo'nalishiga binoan ularning koordinata o'qlardagi proeksiyalar yig'indisini olamiz (kuch yo'nalishlarini e'tiborga olgan holda).

Unga ko'ra:

$$F_1 + F_2 \cos 60^\circ - F_3 \cos 60^\circ - F_4 - F_5 \cos 60^\circ + F_6 \cos 60^\circ = F_x$$

$$F_2 \sin 60^\circ + F_3 \sin 60^\circ - F_5 \sin 60^\circ - F_6 \sin 60^\circ = F_y$$

Har ikkala tenglamani yechib F_x va F_y larning qiymatlarini hisoblaymiz. $F_x = -6N$, $F_y = -6\sqrt{3}N$, Topilgan qiymatlardan foydalanib ta'sir etuvchi kuchni miqdorini aniqlaymiz.

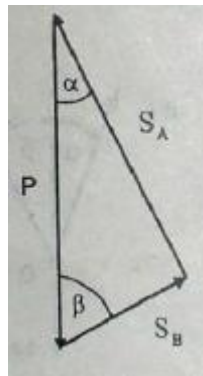
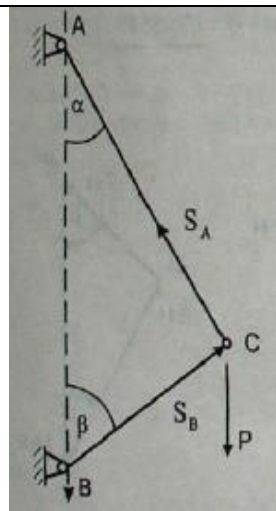
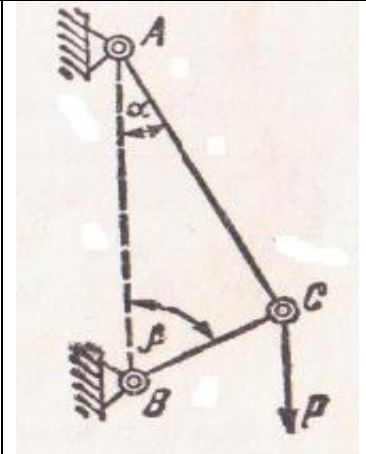
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{144} = 12N.$$

Uning yo'nalishini esa quyidagicha aniqlaymiz:

$$\cos(\bar{F} \wedge x) = \frac{-6N}{12N} = -1/2, \quad \cos(\bar{F} \wedge y) = \frac{-6\sqrt{3}N}{12N} = -\sqrt{3}/2,$$

$$(\bar{F} \wedge x) = 120^\circ; \quad (\bar{F} \wedge y) = 150^\circ.$$

4-masala. Og'irliklari e'tiborga olinmaydigan AC va BC sterjenlar bir-biri va vertikal devor bilan, sharnirlar vositasida biriktirilgan. Sharnirli C boltga $P=1000N$ vertikal kuch ta'sir qiladi. Agar sterjenlar bilan devor orasidagi burchaklar $\alpha=30^\circ, \beta=60^\circ$ bo'lsa, sharnirli C boltga sterjenlarning ko'rsatadigan reaksiyalari aniqlansin?



Yechilishi:

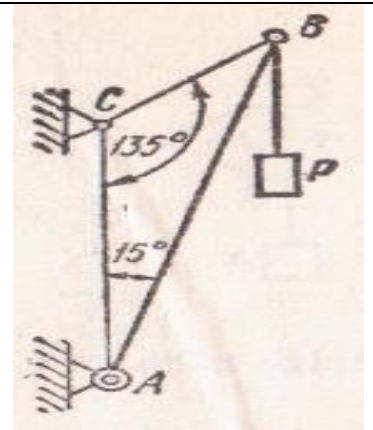
Kuchlarning ta'sir yo'nalishlarini belgilaymiz va ularni ta'sir yo'nalishlarini o'zgartirmagan holda bog'lanishlardan ozod qilib, uchburchak shaklida tasvirlaymiz. Masala shartiga binoan ushbu uchburchagimiz to'g'ri burchakli uchburchakdan iborat ekan.

Negaki $\alpha + \beta = 90^\circ$. Bundan ko'rinadiki biz uchun noma'lum bo'lgan uchinchi burchak 90° ga teng.

Bunda S_B va S_A - katetlar. P - gipotenuza.

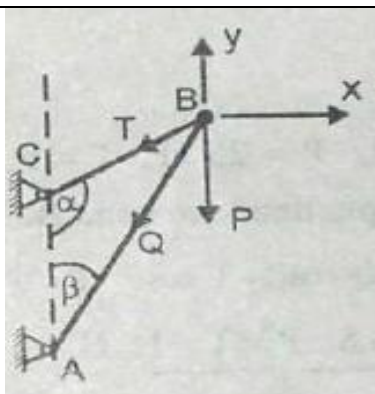
$$S_B = P \cos \beta = 1000 \cdot 0,5 = 500N \quad S_A = P \cos \alpha = 866N$$

5-masala. Machta krani AB strela va CB zanjirdan iborat. AB strela machtaga A sharnir vositasida biriktirilgan. Strelaning B uchiga $P=2kN$ yuk osilgan. Burchaklar $BAC=15^\circ$, $ACB=135^\circ$ CB zanjirdagi T taranglik kuchi va AB streladagi Q zo'riqish aniqlansin?



Yechilishi:

Bu masalani yechish uchun ham proyeksiyalash amalidan foydalanamiz. Dastlab kuch yo'nalishlarini belgilab, so'ngra koordinata o'qlarini kiritib, kuchlar tutashgan nuqtani koordinata boshi sifatida olamiz. Barcha kuchlarning yo'nalishlarini inobatga olgan holda, kuchlarning o'qlardagi proeksiyalar yig'indisini hisoblaymiz.



$$-T \cos 45^\circ - Q \sin 15^\circ = 0,$$

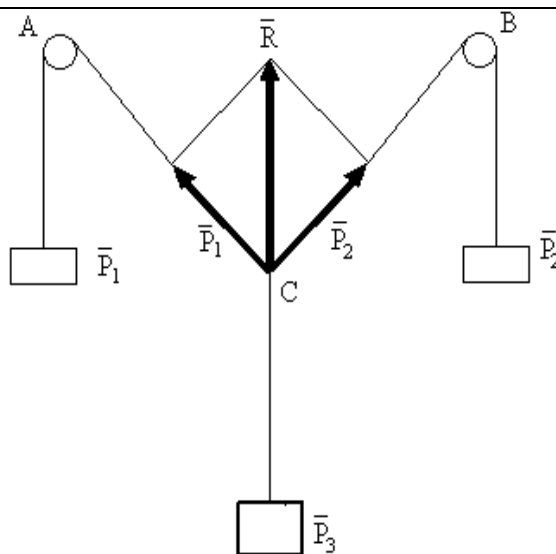
$$-T \sin 45^\circ - Q \cos 15^\circ = 0$$

Ikkala tenglamani birgalikda yechib javoblarni aniqlaymiz

$$T = 1,04 \text{ kN};$$

$$Q = -2,83 \text{ kN}.$$

6-masala. Uchta ip C tugunda bog'langan. Ulardan ikkitasi A va B bloklar orqali o'tkazilib uchlariga $P_1=3H$ va $P_2=5H$ yuklar osilgan. Uchinchi ipning uchiga esa og'irligi P_3 bo'lgan yuk osilgan, bunda $\angle ACB = 60^\circ$. Agar sistema muvozanatda bo'lsa P_3 yukning og'irligi topilsin.



Yechilishi.

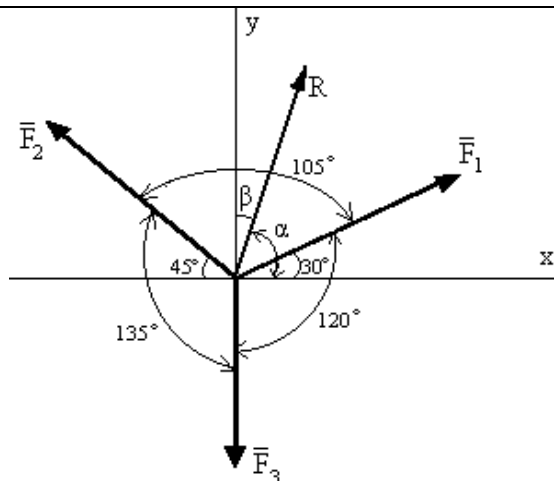
S tugunda uchta kuch ta'sir qiladi: CA yo'nalish bo'yicha $\bar{P}_1$ kuch, CB yo'nalish bo'yicha $\bar{P}_2$, kuch va vertikal pastga yo'nalgan $\bar{P}_3$ kuch. $\bar{P}_1$ va $\bar{P}_2$ kuchlarni qo'shib ularning teng ta'sir etuvchisi kuch $\bar{R}$ (1) formula bo'yicha aniqlanadi.

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos 60^\circ} = \sqrt{3^2 + 5^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 0,5} = \sqrt{9 + 25 + 15} = \sqrt{49} = 7N$$

$\bar{R}$ kuch $\bar{P}_3$ kuch bilan muvozanatlashgani uchun

$$P_3 = R = 7N$$

7-masala. Jismning A nuqtasiga bir tekislikda yotuvchi va bir-biri bilan 105° , 135° va 120° burchak ostida uchta kuch qo'yilgan bo'lib, ularning modullari $F_1=18N$, $F_2=24N$, $F_3=30N$ ga teng. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisining kattaligi va yo'nalishini aniqlang?



Yechish. Berilgan kuchlarning koordinata o'qlaridagi proeksiyalarini aniqlaymiz.

$$F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

$$F_{2x} = -F_2 \cos 45^\circ = -24 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -12\sqrt{2}$$

$$F_{3x} = 0$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 30^\circ = 18 \cdot 0,5 = 9$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 45^\circ = 24 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2}$$

$$F_{3y} = -F_3 = -30$$

Bir xil o'qda yotuvchi proyeksiyalar yig'indisini aniqlaymiz

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 9\sqrt{3} - 12\sqrt{2} = 15,588 - 16,968 = -1,380$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 9 + 12\sqrt{2} - 30 = 9 + 16,968 - 30 = -4,032$$

teng ta'sir etuvchining qiymatini yo'nalishini quyidagicha topamiz

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-1,38)^2 + (-4,032)^2} = 4,262 N$$

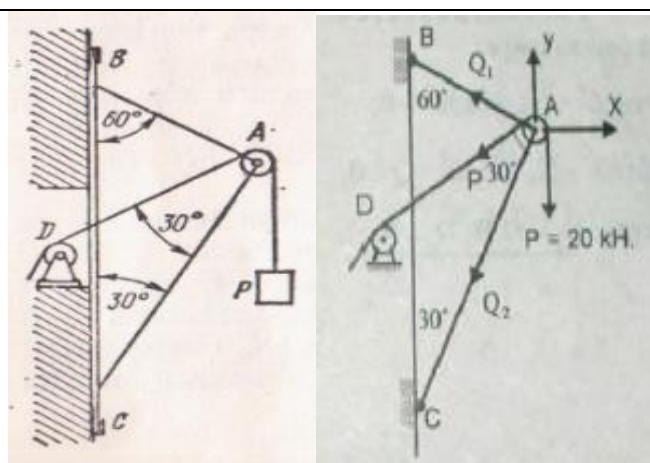
$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} = \frac{-1,38}{4,262} = -0,323, \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R} = \frac{-4,032}{4,262} = -0,946$$

Aniqlangan α va β burchaklarga ko'ra rasmda teng ta'sir etuvchini ko'rsatamiz;

$$\arccos(-0,323) = \alpha, \quad \alpha = 71^\circ$$

$$\arccos(-0,946) = \beta, \quad \beta = 19^\circ$$

8-masala. $P = 20\text{kN}$ yuk A va D bloklar orqali o'tkazilgan zanjir vositasida BAC magazinli kran bilan ko'tariladi. D blok devorga shunday mahkamlanganki, burchak $CAD = 30^\circ$. Kranning sterjenlari orasidagi burchaklar: $ABC = 60^\circ$, $ACB = 30^\circ$. AB va AC sterjenlardagi Q_1 va Q_2 zo'riqishlar aniqlansin?



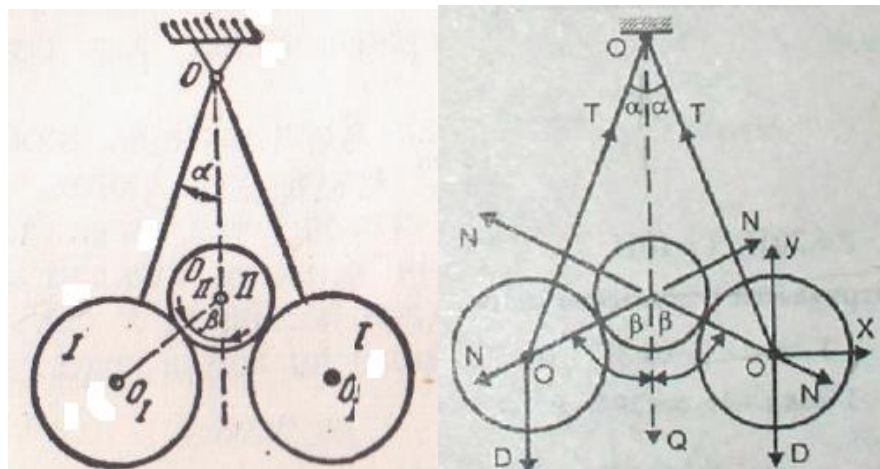
Javob: $Q_1 = 0$, $Q_2 = -34,6\text{kN}$

Yechilishi:

Bu masalani ham oldingi masaladagi kabi shartlarni inobatga olgan holda, A blok markazini koordinata boshi sifatida qabul qilamiz va kuchlarning o'qlardagi proeksiyalari yig'indisini hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} & -P \cos 30^\circ - Q_1 \cos 30^\circ - \\ & -Q_2 \cos 60^\circ = 0, \\ & -P \cos 60^\circ + Q_1 \cos 60^\circ - \\ & -Q_2 \cos 30^\circ - P = 0 \end{aligned}$$

9-masala. Har biri P og'irlikdagi ikkita bir xil I silindrlar 0 nuqtaga iplar bilan osib qo'yilgan. Ular orasiga Q og'irlikdagi II silindr erkin tashlab qo'yilgan. Silindrlar sistemasi muvozanatda. I silindrlar bir-biriga tegmaydi. Iplarning vertikal bilan hosil qilgan α burchak hamda I va II silindrlar markazi orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqning vertikal bilan β burchagi orasidagi bog'lanish aniqlansin?



Yechilishi:

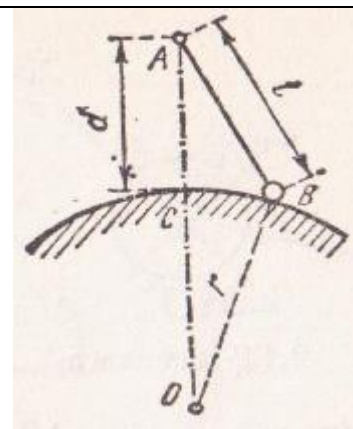
Bizga ma'lumki II silindr I silindrlarga bir xil kuch bilan ta'sir etadi. Shu bois O nuqtaga nisbatan bir xil α burchaklar ajraladi va I silindrlar ham II silindrga nisbatan β burchaklar hosil qiladi.

Bu holda I silindrlardagi taranglik kuchlari va normal reaksiya kuchlari o'zaro teng bo'ladi. Ular rasmda ko'rsatilgandek yo'nalgan. Koordinatalar sistemasini kiritib, kuchlarning o'qlardagi proeksiyalarini olib ularni birgalikda yechamiz.

$$\begin{aligned} N \sin \beta - T \sin \alpha &= 0, \\ -N \cos \beta + T \cos \alpha - P &= 0, \\ 2N \cos \beta - Q &= 0. \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \left(\frac{2P}{Q} + 1 \right) \operatorname{tg} \alpha.$$

10-masala. Og'irligi P bo'lgan B sharcha qo'zg'almas A nuqtaga AB ip bilan osilgan bo'lib, r radiusli silliq sfera airtida turadi. A nuqtadan sfera sirtigacha bo'lgan masofa, $AC = d$. Ipning uzunligi $AB = l$, OA to'g'ri chiziq-vertikal. Ipdagi taranglik kuchi $\bar{T}$ va sferaning reaksiyasi $\bar{Q}$ topilsin?



Yechilishi:

Ushbu masalani ham oldingi masalalardagi kabi ta'sir kuchlarini belgilab olishdan boshlaymiz.

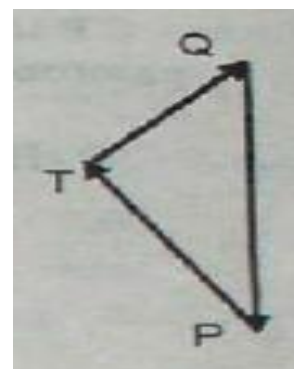
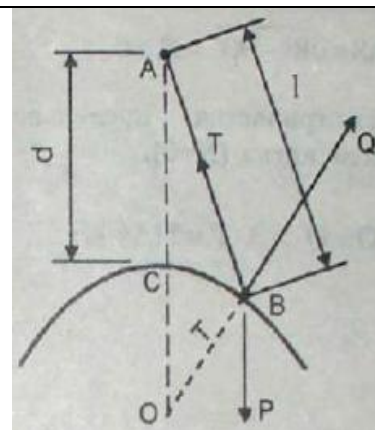
Kuchning ta'sir chiziqlari yordamida uchburchak hosil bo'lishini ko'ramiz va masala yechimini geometrik usulda qidiramiz.

Shartga binoan 3 ta kuch har xil masofalarga ta'sir ko'rsatmoqda va bu kuchlarning ta'sir masofalariga nisbatlari o'zaro teng kattalikdir.

Shunday ekan:

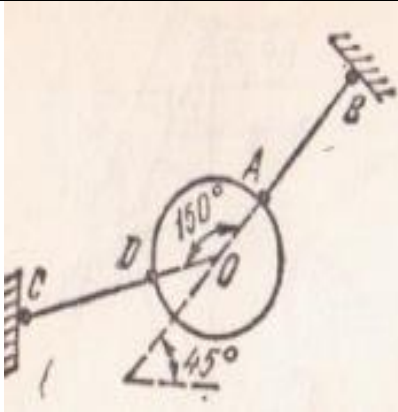
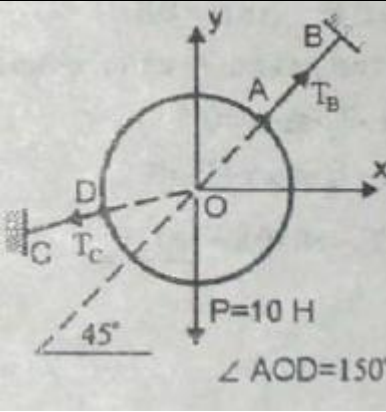
$$\frac{T}{l} = \frac{P}{d+r}, \quad T = P \frac{l}{d+r};$$

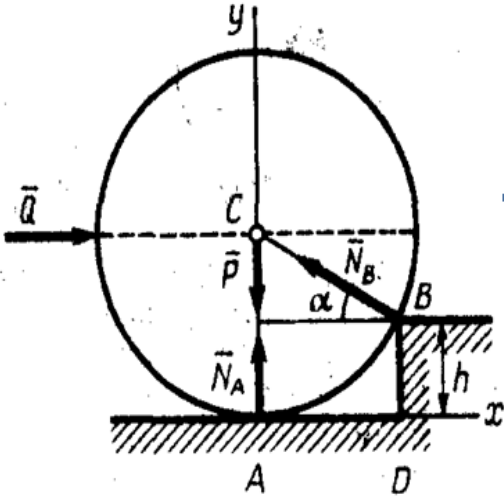
$$\frac{Q}{r} = \frac{P}{d+r}, \quad Q = P \frac{r}{d+r}.$$



11-masala. Og'irliga $10N$ bo'lgan bir jinsli shar ikkita AB va DC tross vositasida muvozanatda ushlab turiladi. Bu trosslar bitta vertikal tekislikda joylashgan bo'lib, bir-biri bilan 150° burchak tashkil qiladi. AB tross gorizont bilan 45° burchak tashkil qiladi. Trosslardagi taranglik kuchlari topilsin?

Masalani yechimini topishda shar markazi koordinatalar boshida bo'ladi deb hisoblab, kuchlarning o'qlardagi proeksiyalari yig'indisini hisoblaymiz:

		$T_B \cos 45^\circ - T_C \cos 15^\circ = 0,$ $T_B \sin 45^\circ - T_C \sin 15^\circ - P = 0$ javob: $T_B = 19,3N,$ $T_C = 14,1N$
---	--	--

12-masala. Og'irligi $\bar{P}$ -ga teng bo'lgan silindr gorizontal tekislikda joylashgan bo'lib, uning bir tomonidan siquvchi $\bar{Q}$ - kuch ta'sir etmoqda, ikkinchi tomonidan esa u B nuqtadagi o'tkir qirraga qadalib qolgan holda muvozanat holatda turmoqda. Agar $BD=h=R/2$ (R-silindrning radiusi) bo'lsa, A va B nuqtalardagi reaksiya kuchlari aniqlansin.	
---	---

Yechilishi: Avvalo berilgan $\bar{P}$, $\bar{Q}$ - kuchlar hamda $\bar{N}_A$ va $\bar{N}_B$ lardan iborat reaksiya kuchlari ta'siridagi silindrning muvozanat shartini ko'rib chiqamiz. Shakldan ko'rinib turibdiki, barcha kuchlar bitta tekislikda joylashgan bo'lib, ular silindrning markazi S nuqtada kesishmoqdalar. Silindrga ta'sir etayotgan kuchlar soni 4 ta bo'lganligi uchun masalani analitik usulda echish lozim bo'ladi. SHu sababli $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; formulaga asosan 2 ta tenglamadan iborat tenglamalar sistemasini tuzamiz. Buning uchun koordinata o'qlarini shaklda ko'rsatilganday tanlab olamiz, u holda:

$$Q - N_B \cos \alpha = 0; \quad N_A - P + N_B \sin \alpha = 0;$$

Agar $h=0,5R$ ga teng bo'lsa $\sin\alpha=(R-h)/R=0,5$ va $\alpha=30^\circ$ bo'ladi. U holda birinchi tenglamadan,

$$N_B = Q / \cos \alpha = 2Q \frac{\sqrt{3}}{3}$$

N_B - ning aniqlangan bu qiymatini ikkinchi tenglamaga qo'ysak,

$$N_A = P - Q \operatorname{tg} \alpha = P - \frac{Q\sqrt{3}}{3}$$

Agar $Q = P\sqrt{3}$ bo'lsa $N_A = 0$ bo'ladi, agar $Q > P\sqrt{3}$ bo'lsa silindr yerdan ko'tarilib B nuqta atrofida aylanma harakat qila boshlaydi.

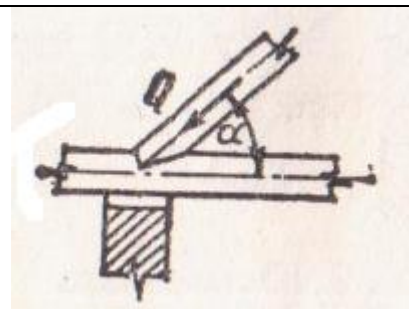
Mustaqil yechish uchun masalalar:

13-masala. $8N$ li kuch har biri $5N$ dan bo'lgan ikkita kuchga ajratilsin. Shu kuchni har biri $10N$, yoki $15N$, yoki $20N$ dan va hokazodan iborat ikkita kuchga ajratish mumkinmi? $100N$ dan bo'lgan ikkita kuchgacha?

(javob: Agar tashkil etuvchilar yo'nalishlari berilmagan bo'lsa, ajratish mumkin).

14-masala. Gorizontga $\alpha = 45^\circ$ burchak ostida og'gan stropila oyog'i bo'ylab $Q = 2,5kN$ kuch ta'sir qiladi. Bu holda gorizont to'sin bo'ylab qanday $\vec{S}$ zo'riqish paydo bo'ladi va vertikal yo'nalishda devorga qanday $\vec{N}$ kuch na'sir qiladi?

(javob: $\vec{S} = \vec{N} = 1,77kN$)

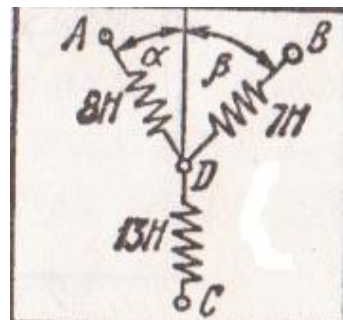


15-masala. To'g'ri kanalning qirg'oqlari bo'ylab o'zgarmas tezlik bilan yuruvchi ikki traktor kanaldagi qayiqni ikki arqon bilan tortib boradi. Arqonlarning tortilish kuchlari $0,8kN$ va $0,96kN$ ga va ular orasidagi burchak 60° ga teng. Agar qayiq kanalning qirg'oqlariga parallel ravishda harakatlansa, qayiqning harakati vaqtida unga suvning

ko'rsatadigan qarshiligi $\bar{P}$ va arqonlar bilan qirg'oqlar orasida hosil bo'luvchi α va β burchaklar topilsin?

(javob: $\bar{P} = 1,53 \text{ kN}$, $\alpha = 33^\circ$, $\beta = 27^\circ$).

16-masala. Prujinali uchta tarozining A, B, va C xalqalari gorizontal taxtaga qo'zg'almas qilib o'rnatilgan. Tarozining ilmoqlariga uchta arqon bog'langan va ular tortilib, bir D tugunga birlashtirilgan. Tarozilar 8, 7 va 13N ni ko'rsatadi. Rasmda ko'rsatilgani kabi, arqonlarning yo'nalishlari orasida hosil bo'lgan α va β burchaklar topilsin?



(javob: $\alpha = 27,8^\circ$; $\beta = 32,2^\circ$)

17-masala. Rasmlarda ko'rsatilgandek bir-biri, shift va devorlar bilan sharnirlar vositasida birlashtirilgan sterjenlar sxema tarzida tasvirlangan. B, F va K sharnirli boltlarga $Q = 1000 \text{ N}$ yuk osilgan. Sterjenlar og'irliklarini hisobga olmay, quyidagi hollar uchun ulardagi zo'riqlar aniqlansin?

a) $\alpha = \beta = 45^\circ$;

b) $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$;

c) $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 30^\circ$;

(javob:

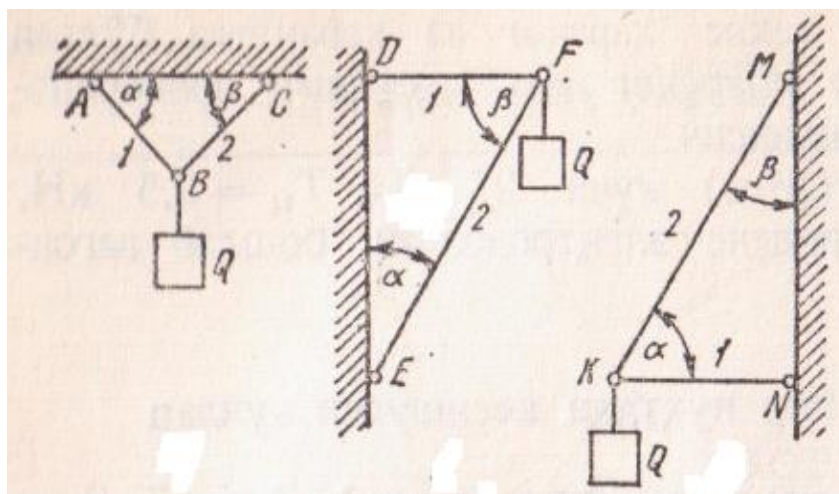
a) $\bar{S}_1 = \bar{S}_2 = 707 \text{ N}$)

b)

$\bar{S}_1 = 577 \text{ N}$;

$\bar{S}_2 = -1154 \text{ N}$;

c)



a)

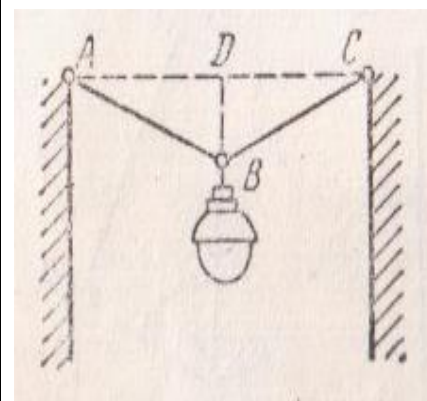
b)

c)

$\overline{S}_1 = -577N;$ $\overline{S}_2 = 1154N;$	<i>(minus ishora sterjenning siqilib turganini bildiradi)</i>
--	---

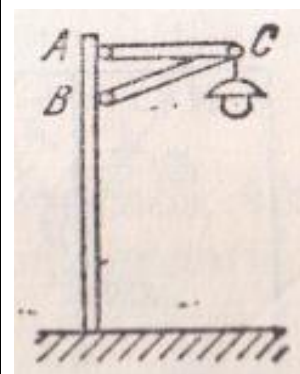
18-masala. Ko'cha fonari ABC trossning o'rtasidagi B nuqtaga osilgan, bu trossning uchlari bir gorizontalda turuvchi A va C ilmoqlarga ilingan. Agar fonarning og'irligi $150N$, butun ABC trossning uzunligi $20m$ va fonar osilgan nuqtaning gorizontaldan pasayishi $BD = 0,1m$ ga teng bo'lsa, trossning AB va BC qismlaridagi $\overline{T}_1$ va $\overline{T}_2$ taranglik kuchlari topilsin? Trossning og'irligi hisobga olinmasin.

(javob: $\overline{T}_1 = \overline{T}_2 = 7,5kN$).



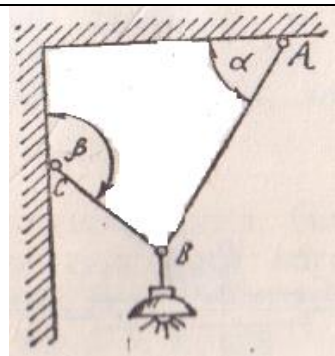
19-masala. Og'irligi $300N$ bo'lgan ko'cha fonari AC gorizontal sterjen va BC tirgak yordami bilan vertikal ustunga osilgan. $AC = 1,2m$, $BC = 1,5m$. AC va BC sterjenlar A, B va C nuqtalarda sharnirlar bilan biriktirilgan. Sterjenlarning og'irliklarini hisobga olmay, ulardagi S_1 va S_2 zo'riqishlar topilsin?

(javob: $S_1 = 400N$, $S_2 = 400N$)



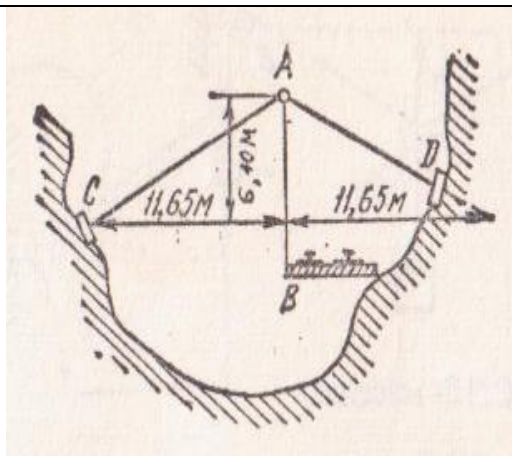
20-masala. Og'irligi $20N$ bo'lgan elektr lampa AB shnurda shiftga osilgan va keyin BC arqon bilan devorga tortilgan. Burchak $\alpha = 60^\circ$ va $\beta = 135^\circ$ deb olib, AB shnurning $\overline{T_A}$ va BC arqonning $\overline{T_C}$ taranglik kuchlari aniqlansin?

(javob: $\overline{T_A} = 14,6N$; $\overline{T_C} = 10,4N$.)



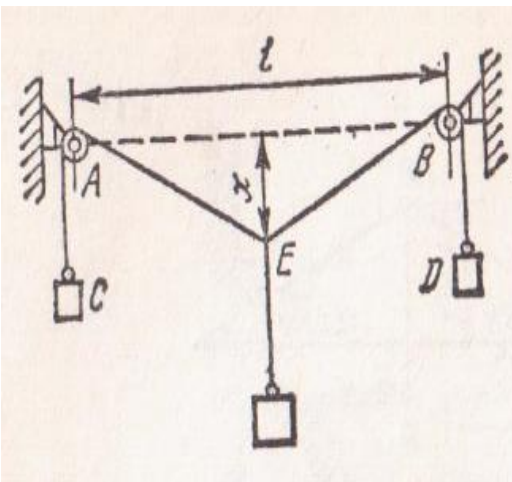
21-masala. Tog'larda qurilgan temir yo'lda yo'lning dara ichidagi bir qismi rasmda ko'rsatilgandek osilgan. AB osmaga $P = 500kN$ kuch ta'sir qiladi deb hisoblab, AC va AD sterjenlardagi zo'riqishlar aniqlansin?

(javob: AC va AD sterjenlarning har biri $P = 539kN$ ga teng kuch bilan qisilgan)



22-masala. $AB = l$ gorizontal to'g'ri chiziqda joylashgan ikkita A va B bloklar orqali CAEBD arqon o'tkazilgan. Arqonning C va D uchlariga har qaysisining og'irligi p bo'lgan toshlar, E nuqtasiga esa og'irligi P bo'lgan tosh osilgan. Yuklar muvozanatlashganda E nuqtaning AB to'g'ri chiziqdan pasayishi x aniqlansin? Bloklarning o'lchamlari va ulardagi ishqalanish, hamda arqonning og'irligi hisobga olinmasin.

(javob: $x = \frac{Pl}{2\sqrt{4p^2 - P^2}}$).

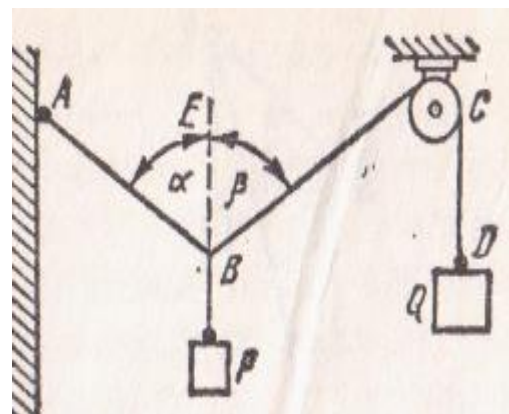


23-masala. Og'irligi $25N$ yukni bloklardan o'tkazilib, yuklar bilan tortib qo'yilgan ikkita arqon yordamida muvozanatda ushlab turiladi. Yuklardan birining og'irligi $20N$, shu yuk osilgan arqon bilan vertikal orasidagi burchakning sinusi $0,6$ ga teng. Ikkinchi yukning og'irligi p va ikkinchi arqon bilan vertikal orasidagi α burchak topilsin? Bloklardagi ishqalanish va arqonlarning og'irligi hisobga olinmasin.

(javob: $p = 15N$, $\sin \alpha = 0,8$).

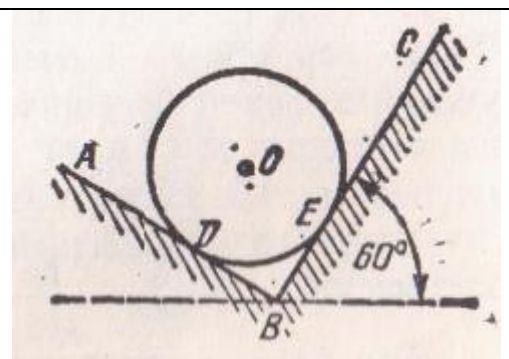
24-masala. Bir uchi A nuqtaga biriktirilgan AB arqonning B nuqtasiga P yuk va blokdan o'tkazilgan BCD arqon bog'langan. Arqonning D uchiga og'irligi $100N$ bo'lgan Q yuk ulangan. Agar muvozanat holatida arqonlar bilan BE vertikal orasidagi burchaklar $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 60^\circ$ bo'lsa, AB arqondagi $\bar{T}$ taranglik kuchi va $\bar{P}$ yukning kattaligi aniqlansin? Blokdagi ishqalanish hisobga olinmasin.

(javob: $\bar{T} = 122N$, $\bar{P} = 137N$)



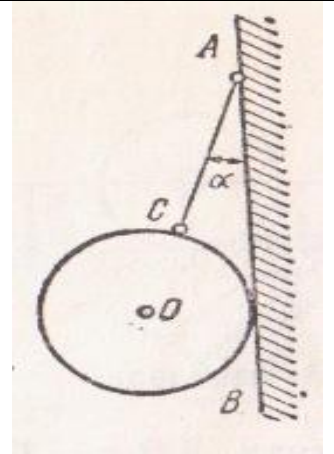
25-masala. Bir-biriga tik bo'lgan ikkita silliq AB va BC og'ma tekisliklarda og'irligi $60N$ bo'lgan bir jinsli O shar turibdi. BC tekislik bilan gorizont orasidagi burchak 60° . Sharning har qaysi tekislikka ko'rsatadigan bosimi aniqlansin?

(javob: $N_D = 52N$, $N_E = 30N$).



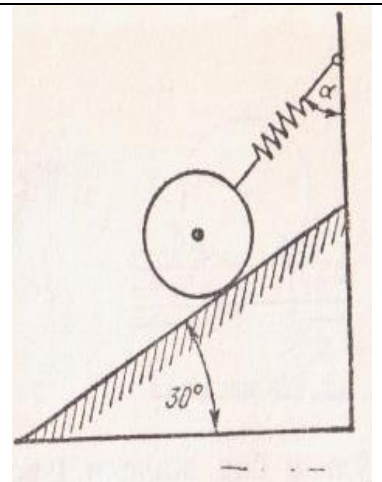
26-masala. Silliqlik vertikal AB devorga AC arqon vositasida bir jinsli $\varnothing$ shar osilgan. Arqon devor bilan α burchak hosil qiladi. Sharining og'irligi P . Arqonning taranglik kuchi $\bar{T}$ va sharining devorga bosimi $\bar{Q}$ aniqlansin?

(javob: $T = \frac{P}{\cos \alpha}$; $Q = P \tan \alpha$).



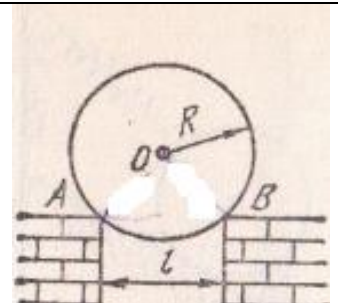
27-masala. Og'irligi $20N$ bo'lgan bir jinsli shar sillikli og'ma tekislik ustida tross yordamida ushlab turiladi. Bu tross tekislikdan yuqoriroqqa mahkamlangan prujinali taroziga bog'langan. Prujinali tarozining ko'rsatishi $10N$ ga teng. Gorizontali bilan tekislik orasidagi burchak 30° . Tross bilan vertikal orasidagi α burchak va sharining tekislikka ko'rsatadigan Q bosimi aniqlansin? Prujinali tarozining og'irligi hisobga olinmasin.

(javob: $\alpha = 60^\circ$; $Q = 17,3N$).



28-masala. Radiusi $R=1m$, uzunligi bo'yicha tekis taralgan og'irligi $\bar{P}=40kN$ bo'lgan qozon g'isht devorning chiqiqlarida turadi. Devorlar orasidagi masofa $l=1,6m$. Ishqalanishni hisobga olmay, A va B nuqtalarga qozondan tushadigan bosim topilsin?

(javob: $\bar{N}_A = \bar{N}_B = 33,3 kN$)



Kuchning markaz(nuqta) ga nisbatan momenti.

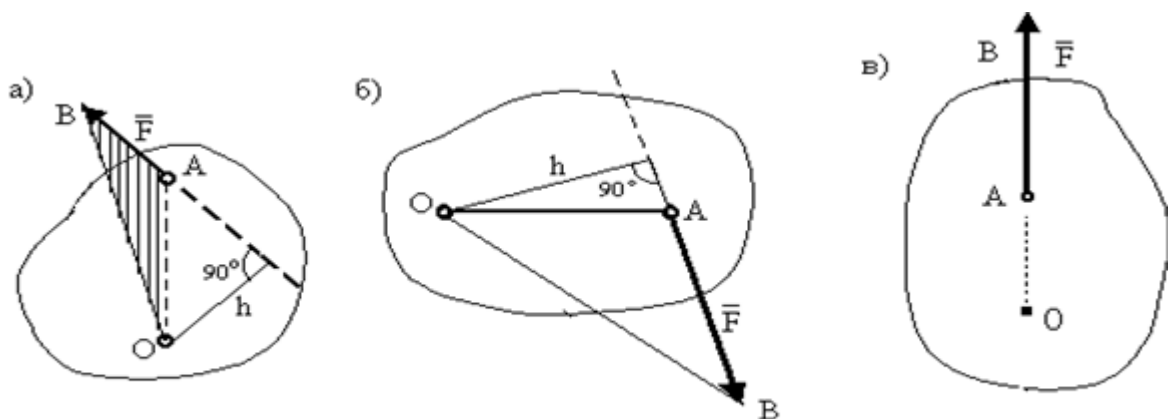
Tajribalar ko'rsatadiki, kuch ta'sirida qattiq jism faqat ilgarilanma harakatlanib qolmasdan, qandaydir markaz (nuqta) atrofida aylanma harakat qilish ham mumkin. Kuchning aylantirish effektini uning momenti harakterlaydi.

1. Qattiq jismning A nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin. $\vec{F}$ kuch qattiq jismni qandaydir O markaz atrofida aylantiradi. O markazdan $\vec{F}$ kuchning ta'sir chizig'iga tushirilgan perpendikulyarga kuch yelkasi deyiladi va h harfi bilan belgilanadi. (13-rasm, a). Kuch jismni O markaz atrofida aylantirish effekti quyidagilarga bog'liq bo'ladi:

1) $\vec{F}$ kuchning moduli va kuch yelkasi h ning uzunligiga; 2) O markaz va $\vec{F}$ kuch orqali o'tuvchi OAB aylanish tekisligining egallagan holatiga;

3) tekislikdagi aylanish yo'nalishiga;

jismga ta'sir etuvchi barcha kuchlar bir tekislikda yotadi deb olamiz. U holda jismga ta'sir etuvchi kuchlarning aylantirish tekisligi umumiy bo'ladi.



13-rasm.

Tekislikda aylanish yo'nalishini biror belgi orqali aniqlab olish mumkin. Kuch momenti haqidagi tushunchani kiritamiz. Kuchning O markazga nisbatan momenti deb, mos ishorada olingan kuch modulini kuch yelkasiga bo'lgan ko'paytmasiga aytiladi. $\vec{F}$ kuchning O markazga nisbatan momenti (bundan keyin qisqagina kuch momenti deb ataymiz) ni $m_o(\vec{F})$ yoki $M_o(\vec{F})$ bilan belgilaymiz. Demak,

$$m_o(\vec{F}) = \pm F \cdot h$$

Agar kuch jismni O markaz atrofida soat mili harakati yo'nalishiga teskari yo'nalishda aylantirsa, kuch momenti musbat (13-rasm,a), agar kuch jismni O markaz atrofida soat mili harakati yo'nalishi bo'yicha aylantirsa kuch momenti manfiy ishorada olinadi (13-rasm,b).

Kuch momenti Nyuton metr (1Nm) da, shuningdek, kilogramm metr (1Kgm) larda o'lchanadi. Kuch momenti quyidagi xossalarga ega:

Jismga qo'yilgan kuchni o'zining ta'sir chizig'i bo'ylab jismning istalgan nuqtasiga ko'chirilsa, kuch momenti o'zgarmaydi; 2) agar jismga kuch ta'sir etmasa (kuch nolga teng), yoki moment markazi kuchning ta'sir chizig'ida yotgan bo'lsa (elka nolga teng) kuch momenti nolga teng bo'ladi (13-rasm, b); 3) kuch momenti son jihatdan OAB uchburchak yuzasining ikkilanganiga teng ya'ni:

$$m_o(\vec{F}) = 2S_{\Delta OAB}$$

Haqiqatdan ham uchburchak OAB ning yuzasi.

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot h \text{ bundan } 2S_{\Delta OAB} = AB \cdot h$$

AB asos bo'ylab $\vec{F}$ kuch qo'yilgan, shunga ko'ra

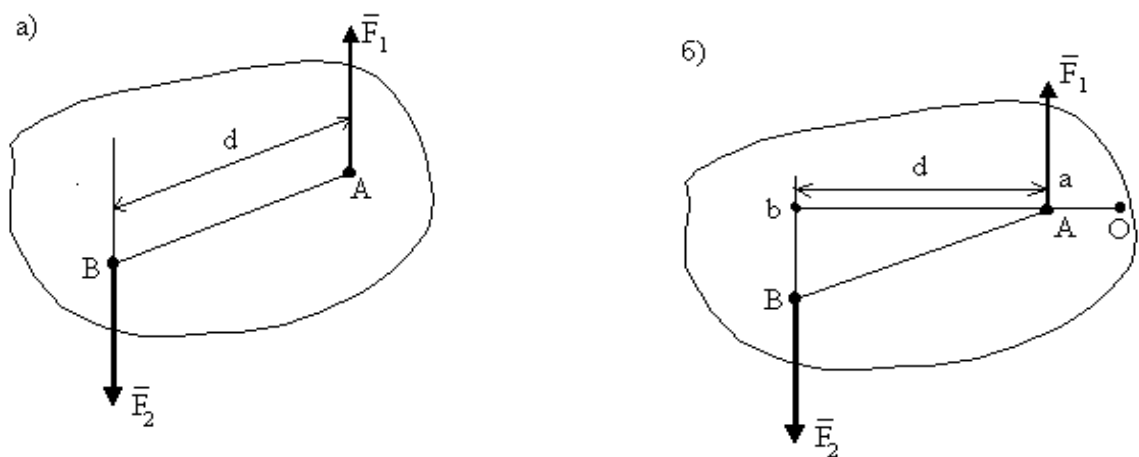
$$2S_{\Delta OAB} = F \cdot h$$

$$m_o(\vec{F}) = 2S_{\Delta OAB}$$

kelib chiqadi.

Juft kuch. Juft kuch momenti.

Miqdorlari teng, parallel va qarama-qarshi tomonga yo'nalgan ikkita kuchdan iborat sistemaga juft kuch deyiladi. (14-rasm, a) Juft kuch $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ ko'rinishida belgilanadi. $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ kuchlarga juftning tashkil etuvchilari deyiladi. Juftni tashkil etuvchilarining ta'sir chiziqlari orasidagi eng qisqa masofaga juftning yelkasi deyiladi va u, d harfi bilan belgilanadi. Juftning ta'sir chiziqlari orqali o'tuvchi tekislikka, juftning ta'sir tekisligi deyiladi.



14- rasm

Juftni tashkil etuvchi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'la olmaydi. Juft kuchlar teng ta'sir etuviga ega emas.

Haqiqatdan ham $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ juft qandaydir $\vec{Q}$ teng ta'sir etuvchiga ega bo'lsin. Teng ta'sir etuvchi $\vec{Q} \neq 0$ bo'lsin. U holda qattiq jism $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ va $\vec{Q}$ kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'lishi kerak. Lekin bu mumkin emas, chunki $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$, $\vec{Q} \neq 0$ bo'lgani uchun $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{Q} \neq 0$. Shunday qilib juftni bitta kuch bilan almashtirib bo'lmaydi. Demak, juft kuch teng ta'sir etuvchiga ega emas.

Jismga qo'yilgan juftning aylantirish effekti: 1) juft kuchning moduli va yelkasining uzunligiga, 2) juft ta'sir tekisligining holatiga, 3) shu

tekislikdagi aylanish yo'nalishiga bog'liq bo'ladi. Bu effektni xarakterlash uchun juft kuch momenti tushunchasi kiritiladi.

Juft kuch momenti deb mos ishora bilan olingan juftni tashkil etuvchi kuchlardan birining miqdorini juft yelkasi uzunligiga ko'paytmasiga teng kattalikka aytiladi. Juft momenti m yoki M bilan belgilanadi.

$$m = \pm F_1 d = \pm F_2 \cdot d$$

Agar juft jismni soat mili harakati yo'nalishiga teskari yo'nalishda aylantirsa, juft momenti musbat, agar soat mili yo'nalishi bo'ylab aylantirsa juft momenti manfiy ishorada olinadi. Juft momenti ham xuddi kuch momenti kabi bir xil o'lchov birliklarda o'lchanadi.

Tekislikdagi juftlarni qo'shish. Tekislikdagi juftlarning muvozanati.

Teorema. Bir tekislikda yotuvchi juftlar sistemasi bitta juftga ekvivalent bo'lib, uning momenti berilgan juftlar momentlarining algebratik yig'indisiga teng.

Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanat shartlari.

Tekislikdagi kuchlar sistemasi ta'sirida jism muvozanatda bo'lsa, bu kuchlarning bosh vektori $\bar{R}$ va bosh momenti M_0 alohida-alohida nolga teng bo'lishi kerak.

$\bar{R}=0$; $M_0=0$ tenglik muvozanatning zaruriy sharti bo'lib hisoblanadi. Chunki, agar ulardan biri bajarilmasa, jismga ta'sir etuvchi kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchiga ($\bar{R} \neq 0$), yoki bo'lmasa juftga ($M_0 \neq 0$) keltiriladi, lekin muvozanatda bo'lmaydi. Shu bilan birgalikda muvozanatning yetarli sharti bo'lib ham hisoblanadi. Chunki $\bar{R}=0$ bo'lsa, kuchlar sistemasi bosh moment M_0 ga teng juftga keltiriladi, lekin $M_0=0$ bo'lgani uchun kuchlar sistemasi muvozanatda bo'ladi. Endi biz tenglikdan kelib chiqadigan tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatning analitik shartlarini aniqlaymiz. Ular quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

1. Muvozanatning asosiy formasi tenglikda $\bar{R} = 0$ bo'lishi uchun uning x va y o'qlardagi proeksiyalari alohida-alohida nolga teng bo'lishi lozim.

$$R_x = 0; R_y = 0; \text{ va } M_0 = 0$$

o'z navbatida $R_x = \sum F_{kx}; R_y = \sum F_{ky}$. Demak tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun bir vaqtning o'zida

$$\sum F_{kx} = 0; \sum F_{ky} = 0; \sum m_0(\bar{F}_k) = 0$$

shart bajarilishi lozim.

Tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning shu tekislikda yotuvchi ikkita koordinata o'qlaridagi proeksiyalarining yig'indilari va shu tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

2. Muvozanat shartining ikkinchi formasi. Tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun barcha kuchlarning shu tekislikdagi ikkita nuqtasining har biriga nisbatan momentlarining yig'indisi va mazkur nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmagan o'qdagi proeksiyalarining yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

$$\sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \sum m_B(\bar{F}_k) = 0; \sum F_{kx} = 0;$$

3. Muvozanat shartining uchinchi formasi (uchta momentlar tenglamasi).

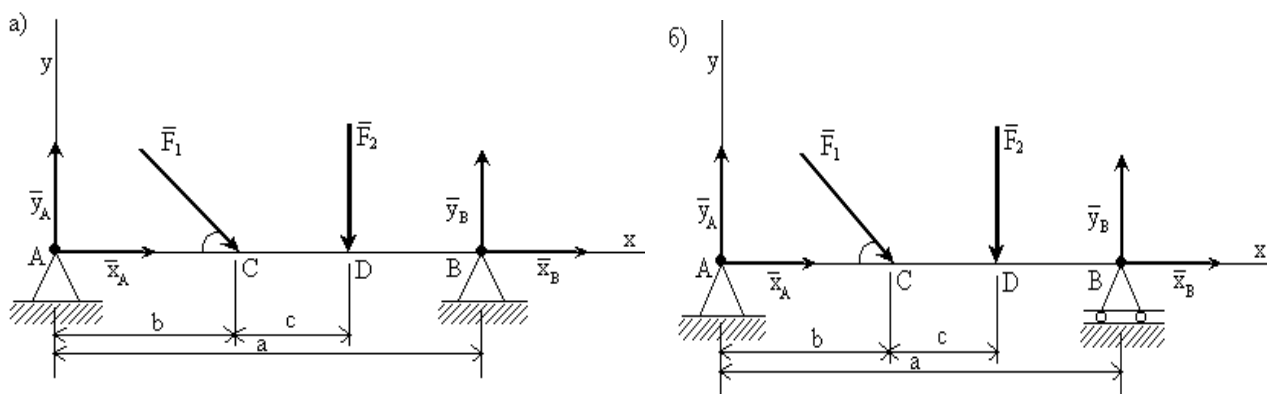
Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun barcha kuchlarning shu tekislikdagi bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtasining har biriga nisbatan momentlarning yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

$$\sum m_A(\bar{F}_k) = 0, \sum m_B(\bar{F}_k) = 0, \sum m_C(\bar{F}_k) = 0;$$

Statik aniq va statik aniqmas masalalar.

Berilgan masalada noma'lumlar soni muvozanat tenglamalar soniga teng bo'lsa, statik aniq masala deyiladi. Yuqorida ko'rib o'tilgan masalalar statik aniq masalalar edi.

Noma'lumlar soni muvozanat tenglamalar sonidan ortiqcha bo'lsa,



bunday

15-rasm

masala statik aniqmas masala deyiladi.

Ikkala uchi qo'zg'almas silindrik sharnirli tayanchga biriktirilgan AB to'sin berilgan bo'lsin (15-rasm, a). To'sinni C nuqtasiga α burchak ostida $\vec{F}_1$ va D nuqtasiga perpendikulyar yo'nalgan $\vec{F}_2$ kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsin. A va B tayanchlar silindrik sharnirli qo'zg'almas tayanchlar bo'lgani uchun ularning reaksiya kuchlarini $\vec{x}_A, \vec{y}_A$ va $\vec{x}_B, \vec{y}_B$ tashkil etuvchilarga ajratamiz. Bu kuchlar tekislikdagi kuchlarni tashkil etadi. Demak muvozanat tenglamalari uchta bo'ladi. Shu sababli masala statik aniqmas masala.

Masalani statik aniq bo'lishi uchun tayanchlardan birini (masalan, B tayanchni) qo'zg'aluvchan silindrik sharnirli tayanch bilan almashtirish mumkin (15-rasm, b).

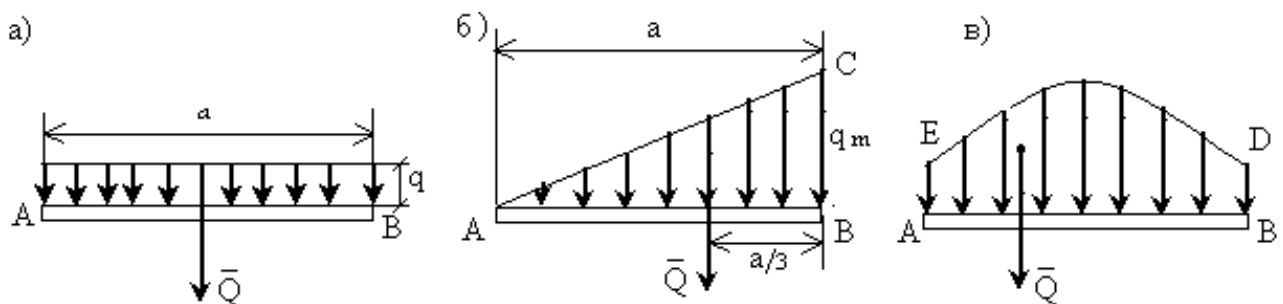
B tayanchning reaksiya kuchi bitta $\vec{y}_B$ dan iborat bo'ladi. Endi tenglamalar soni noma'lumlar soniga teng bo'ladi. Masala statik aniq masalaga aylandi.

Bir tekis taqsimlangan kuchlar.

Muhandislik hisoblashlarida u yoki bu qonuniyat asosida sirt bo'ylab taqsimlangan kuchlar ko'plab uchraydi. Bir tekislikda taqsimlangan kuchlar qo'yilgan eng sodda misollarni ko'rib chiqamiz.

Bir tekis taqsimlangan kuchlarni xarakterlovchi kattalik, uning intensivligi, ya'ni uzunlik birligiga to'g'ri kelgan taqsimlangan kuch bo'lib hisoblanadi. Intensivlik $\frac{\text{Nyuton}}{\text{metr}} \left(1 \frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$ larda o'lchanadi va q harfi bilan belgilanadi.

1) To'g'ri chiziq kesmasi bo'yicha tekis taqsimlangan kuchlar (16-rasm, a)



16-rasm

Bunday kuchlarning intensivligi qo'zg'almas kattalik bo'ladi. Masalalar echishda bunday kuchlar sistemasi teng ta'sir etuvchisi $\bar{Q}$ bilan almashtiriladi. Uning moduli quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$Q = aq$$

bu yerda: a – kuch taqsimlangan masofa;

Teng ta'sir etuvchi $\bar{Q}$ AB kesmaning o'rtasiga qo'yiladi.

2) To'g'ri chiziq kesmasi bo'yicha chiziqli qonun bo'yicha tekis taqsimlangan kuchlar (16-rasm, b).

Bunday kuchlarga misol tariqasida to'g'onga beradigan suvning bosim kuchini ko'rsatish mumkin. Suvning bosim kuchi to'g'on balandligi bo'yicha: eng pastda maksimal qiymatga, suv sirtida esa nolga teng bo'ladi. Bunday kuchlar uchun tekis taqsimlangan kuchlarning intensivligi o'zgaruvchan kattalik bo'lib noldan maksimal qiymatga q_m gacha o'zgaradi. Bunday kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\bar{Q}$, bir jinsli uchburchak shakldagi plastinkaning og'irlik kuchi kabi topiladi. Bir jinsli uchburchak plastinkaning og'irligi uning yuzasiga proporsional bo'lib, moduli quyidagicha aniqlanadi:

$$Q = 0,5 \cdot a \cdot q_m$$

Teng ta'sir etuvchi $\bar{Q}$ kuch ABC uchburchakning BC tomonidan $\frac{a}{3}$ masofada qo'yilgan bo'ladi.

1) To'g'ri chiziq kesmasi bo'yicha ixtiyoriy qonun asosida taqsimlangan kuchlar (16-rasm, B).

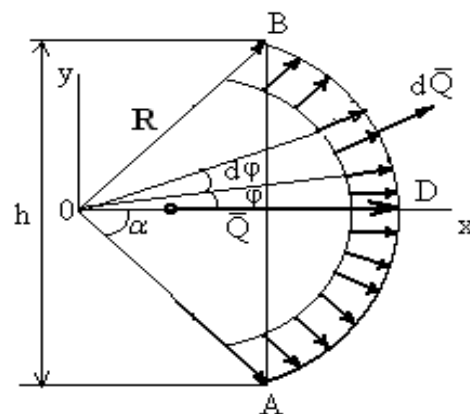
Bunday kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\bar{Q}$ miqdor jixatidan mos masshtabda o'lchangan ABCD shakl yuzasiga teng hamda berilgan yuzaning og'irlik markaziga qo'yiladi. (yuzaning og'irlik markazi 10.3 da aniqlanadi).

Bu holga metro va boshqa yer osti inshootlariga tuproqning ta'sir kuchi misol bo'la oladi.

2) Aylana yoyi bo'yicha tekis taqsimlangan kuchlar (17-rasm). Bunday kuchlarga silindrik shakldagi idish ichidagi suyuqlikning idish devoriga beradigan gidrostatik bosimi misol bo'la oladi.

Yoyning radiusi R , $\angle BOD = \angle AOD = \alpha$, bu yerda OD – simmetriya o'qi bo'lib x o'qini shu o'q bo'ylab yo'naltiramiz.

Yoyga ta'sir etuvchi kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi $\bar{Q}$ simmetriya ya'ni O_x o'qi bo'ylab yo'nalgan bo'ladi. Bunda $Q_x = Q$. Q ning modulini aniqlash uchun yoydan ds yoy elementini ajratib olamiz, uning holati φ burchak orqali uzunligi esa $ds = R d\varphi$ yordamida



17-rasm

aniqlanadi. Elementar ds yoyga taʼsir etuvchi kuch $dQ=qdS=qRd\varphi$, Ox oʻqdagi proeksiyasi $dQ_x = dQ \cdot \cos \varphi = qR \cos \varphi \cdot d\varphi$ ga teng.

Y holda $Q_x = \int_{-\alpha}^{\alpha} dQ_x = qR \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos \varphi \cdot d\varphi = 2qR \sin \alpha$ 39-rasmdan koʻrinadiki

$R \sin \alpha = \frac{AB}{2}$, shuningdek $Q_x = Q$ boʻlgani uchun

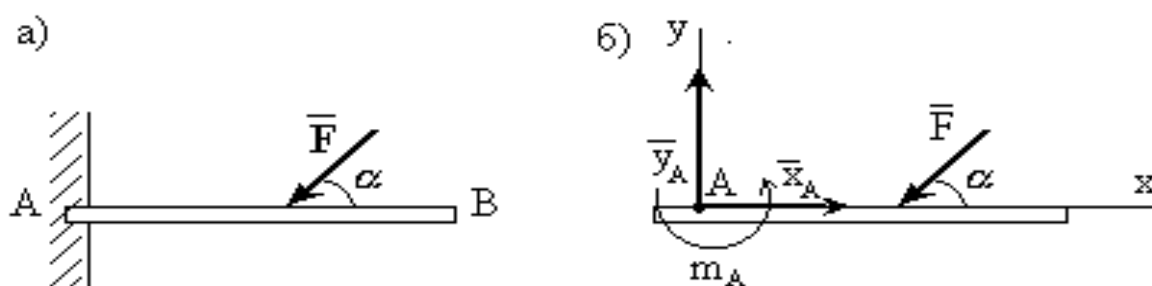
$$Q = q \cdot h$$

bu yerda h -AB yoyni tortib turuvchi vatar.

5) Devorga qisib mahkamlangan balkaga taʼsir etuvchi taqsimlangan kuchlar.

AB toʻsinning AC qismi devorga qisib mahkamlangan boʻlsin (18-rasm,a). Bino balkonlarining asosi devorga xuddi shunday biriktiriladi. Toʻsinning devorga kirib turgan qismiga taʼsir etuvchi taqsimlangan reaksiya kuchlarini A nuqtaga keltirish natijasida bu kuchlarni shu nuqtaga qoʻyilgan bitta $\bar{R}_A$ kuch va momenti m_A nomaʼlum juft bilan almashtirish mumkin. $\bar{R}_A$ ning yoʻnalishi aniq boʻlmagani uchun uni $\bar{x}_A, \bar{y}_A$ tashkil etuvchilarga ajratiladi.

Shunday qilib devorga qisib mahkamlangan toʻsinning devorga qisilgan qismidagi reaksiya kuchi oldindan nomaʼlum uchta $\bar{x}_A, \bar{y}_A, m_A$ lardan



iborat boʻladi .

(18 – rasm)

Fermalarni hisoblash. Ferma haqida tushuncha.

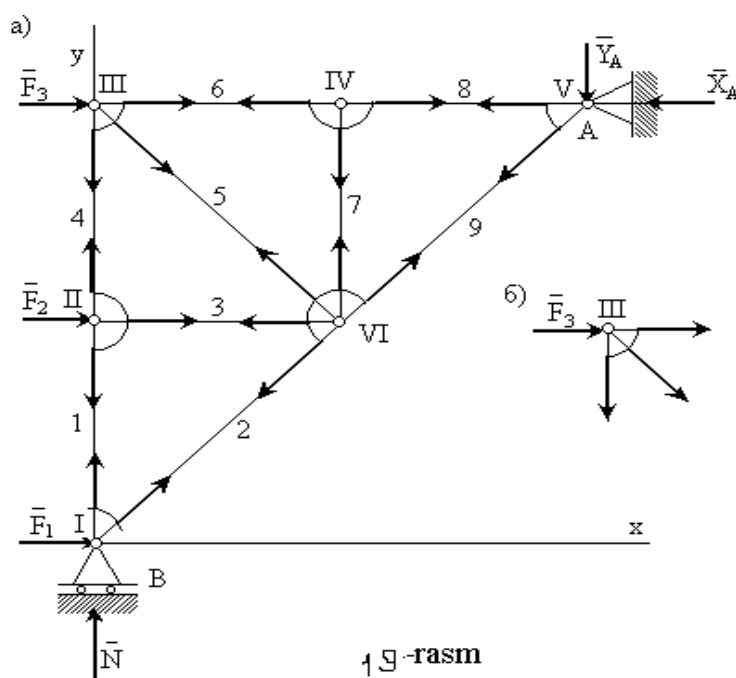
Toʻgʻri chiziqli sterjenlarning uchlarini sharnirlar yordamida biriktirishda hosil boʻlgan konstruksiyaga ferma deyiladi. Sterjenlarning uchlarini tutashtirishda hosil boʻlgan nuqtaga tugun deb ataladi. Agar

fermaning barcha sterjenlari bitta tekislikda yotgan bo'lsa, bunday fermaga tekislikdagi ferma deyiladi. Fermani hisoblashda tugunlardagi ishqalanishlar va sterjenlarning og'irliklari tugunlarga taqsimlab chiqiladi. U holda fermaning har bir sterjeni uchiga qo'yilgan va sterjen bo'ylab yo'nalgan 2 tadan kuch ta'sir etadi. Sharnirlarga qo'yilgan kuchlar ta'siridan fermaning sterjenlari faqat cho'zilishi yoki siqilishi mumkin. Sterjenlar soni k bilan, tugunlar soni n orasida quyidagi bog'lanish bor:

$$\kappa = 2n - 3$$

Haqiqatdan ham 3 ta sterjendan tashkil topgan qo'zg'almas ABD uchburchakda 3 ta tugun mavjud. Navbatdagi tugun bilan tutashtirish uchun 2 ta sterjen zarur. Demak qolgan barcha $(n-3)$ tugunlar uchun $2(n-3)$ sterjenlar zarur bo'ladi. Natijada fermada sterjenlar soni $\kappa = 3 + 2(n-3) = 2n - 3$ bo'lishi zarur.

Sterjenlar soni bundan kam bo'lsa ferma mustahkam bo'lmaydi, aksincha sterjenlar soni bundan ko'p bo'lsa ferma statik noaniq bo'ladi. Ferma muvozanatini hisoblash deganda tayanch reaksiyalari va sterjenlardagi zo'riqishlarni hisoblash tushuniladi. Tayanch reaksiyalari bizga ma'lum bo'lgan statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanadi. Ferma sterjenlaridagi zo'riqishlarni hisoblashning bir necha usullari mavjud.



Tugunlarni kesish usuli.

Fermaning barcha sterjenlaridagi zo'riqishlarni aniqlash zarur bo'lsa, tugunlarni kesish usulidan foydalanish eng qulay hisoblanadi. Fermaning tugunlarini rim raqamlari bilan, sterjenlarni esa arab raqami bilan belgilaymiz. Bu usuldagi hisoblashni quyidagi misol yordamida tushuntiramiz.

Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakdan iborat fermani ko'rib chiqamiz (19-rasm). Fermaga x o'qiga parallel yo'nalgan F_1, F_2, F_3 kuchlar qo'yilgan bo'lib, ular quyidagiga teng bo'lsin:

$$F_1 = F_2 = F_3 = 20 \text{ kN}$$

Bu fermada tugunlar soni 6 ta, sterjenlar soni 9 ta, ya'ni $\kappa = 9$, $n = 6$.

Ferma uchun muvozanat tenglamalarini tuzib tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz. Bu reaksiya kuchlari rasmda ko'rsatilgandek yo'nalgan va son jihatidan quyidagiga teng.

$$\sum F_{KX} = 0; \quad F_1 + F_2 + F_3 - x_A = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{KY} = 0; \quad N - y_A = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_B(F_K) = 0; \quad -F_2 a - F_3 \cdot 2a - y_A \cdot 2a + x_A \cdot 2a = 0 \quad (3)$$

$$(1) - \text{dan} \quad x_A = F_1 + F_2 + F_3 = 20 + 20 + 20 = 60 \text{ kN}$$

$$(2) - \text{dan} \quad y_A = N$$

$$(3) - \text{dan} \quad -F_2 - 2F + 2x_A = 2y_A$$

$$y_A = \frac{2x_A - 3F}{2} = \frac{2 \cdot 60 - 3 \cdot 20}{2} = 30 \text{ kN}$$

Demak; $x_A = 60 \text{ kN}$ $y_A = N = 30 \text{ kN}$

Sterjenlardagi zo'riqlashlarni aniqlashga o'tamiz. Sterjenlardagi zo'riqlashni aniqlashdan avval berilgan ferma statik aniq ferma ekanligini tekshirib ko'ramiz. 1-sterjendagi zo'riqlashni S_1 , ikkinchidagisini S_2 va h.k. deb belgilaymiz.

Kesishni shunday tugundan boshlash kerakki, bu tugunda noma'lum zo'riqlashlar soni ikkitadan ortiq bo'lmasin.

1 tugunni kesamiz. 1 tugunga $\bar{F}_1, \bar{N}$ -bog'lanish reaksiya kuchi va 1-2-sterjenlardagi $\bar{S}_1, \bar{S}_2$ zo'riqlashlar qo'yilgan. Har bir tugunda kesishuvchi kuchlar sistemasi uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_{KX} = 0; \quad F_1 + S_2 \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{KY} = 0; \quad N + S_1 + S_2 \sin 45^\circ = 0$$

Bundan

$$S_2 = -F\sqrt{2} = -28,2\kappa N; \quad S_1 = -N - S_2 \frac{3\sqrt{2}}{2} = -\frac{F}{2} = -10\kappa N$$

Endi S_1 zo'riqishni bilgan holda II tugunga o'tamiz.

$$\begin{aligned} \sum F_{KX} &= 0; & S_3 + F_2 &= 0; \\ \sum F_{KY} &= 0; & S_4 - S_1 &= 0 \end{aligned}$$

Bundan

$$S_3 = -F_2 = -20\kappa N \quad S_4 = S_1 = -10\kappa N$$

S_4 zo'riqish aniqlangandan so'ng shu usul bilan avval III tugun uchun keyin IV tugun uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Bu tenglamalardan quyidagilarni aniqlaymiz:

$$S_5 = -S_4\sqrt{2} = 14,1 \kappa N, \quad S_6 = -S_8 = -30 \kappa N \quad S_7 = 0$$

S_9 zo'riqishni aniqlash uchun V tugunda kesishuvchi kuchlarni By o'qiga proeksiyalab, kuchlarning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$y_A + S_9 \cos 45^\circ = 0, \quad \text{bunda} \quad S_9 = -3\sqrt{2} = -42,3\kappa N$$

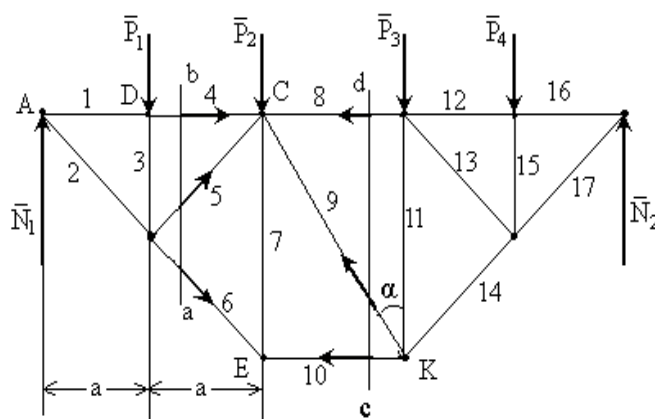
V tugun uchun ikkinchi va VI tugun uchun ikkita muvozanat tenglamalarini tekshirish tenglamalari kabi tuzamiz.

Zo'riqishlarning ishoralaridan ko'rinadiki, 5-sterjen cho'zilgan, qolgan sterjenlar esa qisilgan; 7 sterjenga kuch qo'yilmagan (nolinchi sterjen) «musbat» ishora sterjenni cho'zilishini, «manfiy» ishora esa sterjenning qisilishini ko'rsatadi.

Hisoblash paytida tugundagi no'malumlar soni ikkitadan ortiq bo'lsa, Ritter usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Ritter usuli.

Fermaning ayrim sterjenlaridagi zo'riqishlarini aniqlash lozim bo'lsa, u holda Ritter (1826-1906) tomonidan kashf qilingan analitik usuldan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Ritter usulining mohiyati shundan iboratki, fermanni biror $a-b$



20-rasm

kontur bilan fikran qirqib, ikki qismga ajratiladi va ajratilgan biror qismning muvozanati tekshiriladi. Fermaning kesilgan bir qismini fikran tashlab yuborib, ikkinchi qismga ko'rsatadigan ta'sirini sterjenlar bo'ylab tashlab yuborilgan tomonga yo'nalgan kuchlar bilan almashtiramiz.

Fermaning ajratilgan qismi uchun tekislikdagi kuchlarning muvozanat tenglamalari tuzilib, sterjenlarning noma'lum reaksiya kuchlari aniqlanadi.

Misol. 20-rasmdagi fermaning 6-sterjendagi zo'riqish aniqlansin. Fermaga ta'sir etuvchi vertikal ta'sir

etuvchi kuchlar $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = \bar{P}_3 = \bar{P}_4 = 20\kappa N$, tayanch reaksiyalari $\bar{N}_1 = \bar{N}_2 = 40\kappa N$. Fermaning 4,5,6, sterjenlarini a, b kesma bilan kesib, chap qismining muvozanatini ko'rib chiqamiz. Chap qismdagi sterjenlarga ta'sir etuvchi kuchlarni o'ng qismdagi kuchlarga almashtiramiz. 6-sterjendagi $\bar{S}_b$ zo'riqishini aniqlash uchun, 4 va 5 sterjenlar kesishuvchi C markazga nisbatan momentlar tenglamasini tuzamiz. Shuningdek $AD = DC = a$ va $BC \perp BE$

ekanligini e'tirof etamiz.

$$\sum m_C(\bar{F}_K) = -N_1 \cdot 2a + P_1 \cdot a + S_b \cdot CB = 0$$

Shartda ko'rsatilishicha, $\angle ABC = 90^\circ$ va $CB = a\sqrt{2}$ u holda

$$S_b = 30\sqrt{2} = 42,3\kappa N$$

4 va 5 sterjenlardagi zo'riqishlarni aniqlash uchun 5 va 6 sterjenlar kesishuvchi V nuqtani va A nuqtani moment markazi qilib momentlar tenglamasini tuzish lozim.

9-sterjendagi zo'riqishni aniqlash uchun fermaning 8,9, va 10 sterjenlarini ds kesma bilan kesib o'ng qismining muvozanatini ko'rib chiqamiz. 8 va 10 sterjenlarga perpendikulyar yo'nalgan o'qqa nisbatan proeksiya tenglamasini tuzamiz.

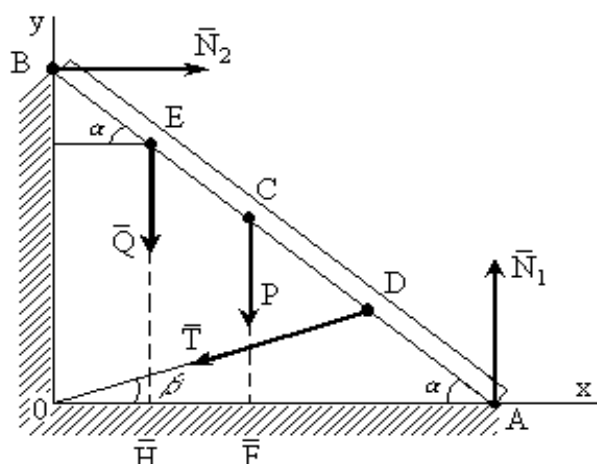
$$S_9 \cos \alpha - P_3 - P_4 + N_2 = 0$$

Bu tenglamadan S_9 aniqlanadi.

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namuna.

29-masala. Uzunligi $2a$, og'irligi P ga teng AB zinapoya silliq gorizontal pol va silliq vertikal devorga tayanib turadi; Uning E nuqtasida og'irligi Q bo'lgan odam turibdi. Zinapoya sirg'anib ketmasligi uchun OD ip yordamida bog'lab qo'yilgan. Zinapoya va ipning pol bilan tashkil qilgan burchaklari tegishlicha α, β . $BE=b$ bo'lsa, A va B tayanchlardagi reaksiyalarni aniqlang. Zinapoyaning og'irlik markazi uning o'rtasidagi C nuqtada deb oling.

Yechish: Tayanch reaksiyalarini tegishli $\bar{N}_1$ va $\bar{N}_2$ deb belgilab, ularni tayanch nuqtalariga perpendikulyar qilib yo'naltiramiz. Ipda hosil bo'lgan reaksiya kuchi $\bar{T}$ taranglik kuchidan iborat bo'lib, u ip bo'ylab yo'nalgan bo'ladi. Odam va zinapoyaning og'irlik kuchlari $\bar{Q}$



va $\bar{P}$ larni vertikal pastga tomon, koordinata o'qlarini OA va OB to'g'ri chiziq bo'yicha yo'naltiramiz. Endi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum F_{\kappa x} = 0; \quad N_2 - T \cos \beta = 0 \quad (1')$$

$$\sum F_{\kappa y} = 0; \quad -Q - P - T \sin \beta + N_1 = 0 \quad (2')$$

$$\sum m_0(\bar{F}_{\kappa}) = 0; \quad -N_2 \cdot OB - Q \cdot OH - P \cdot OF + N_1 \cdot OA = 0 \quad (3')$$

Avval quyidagi hisoblashlarni bajaramiz:

$$OB = AB \sin \alpha = 2a \sin \alpha; \quad OH = b \cos \alpha$$

$$OF = AB/2 \cdot \cos \alpha = \frac{2a}{2} \cos \alpha = a \cos \alpha, \quad OA = AB \cos \alpha = 2a \cos \alpha$$

bularni o'rniga qo'yamiz.

$$\sum F_{\kappa x} = 0; \quad N_2 - T \cos \beta = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{\kappa y} = 0; \quad -Q - P - T \sin \beta + N_1 = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_0(\bar{F}_{\kappa}) = 0; \quad -N_2 2a \sin \alpha - Qb \cos \alpha - Pa \cos \alpha + N_1 2a \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

(1) tenglikdan

$$N_2 = T \cos \beta$$

(2) tenglikdan $N_1 = T \sin \beta + P + Q$

N_1 va N_2 larning qiymatlarini (3) tenglikka keltirib qo'yamiz.

$$-T \cos \beta 2a \sin \alpha - Qb \cos \alpha - Pa \cos \alpha + (T \sin \beta + P + Q)2a \cos \alpha = 0 \quad \text{yoki}$$

$$T \cdot 2a \sin \beta \cos \alpha + P2a \cos \alpha + Q2a \cos \alpha - T2a \sin \alpha \cos \beta - Qb \cos \alpha - Pa \cos \alpha = 0$$

$$2a \cos \alpha (T \sin \beta + P + Q) - T2a \cos \beta \sin \alpha - \cos \alpha (Qb + Pa) = 0$$

$$\text{bundan } -2aT \sin(\alpha - \beta) + Pa \cos \alpha + Q(2a - b) \cos \alpha = 0$$

$$\text{yoki } -2aT \sin(\alpha - \beta) + [Pa + Q(2a - b)] \cos \alpha = 0$$

$$T = \frac{[Pa + (2a - b)Q] \cos \alpha}{2a \sin(\alpha - \beta)} = \left[\frac{Pa + (2a - b)Q}{2a} \right] \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} = \left(\frac{P}{2} + \frac{2a - b}{2a} Q \right) \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha - \beta)}$$

;

Endi N_1 va N_2 larni aniqlaymiz.

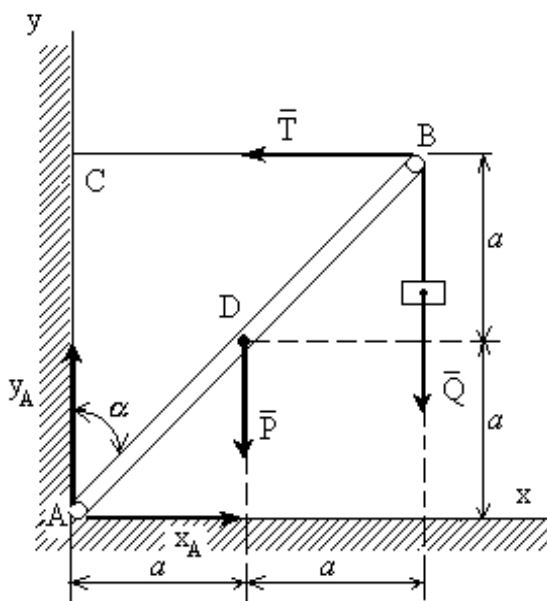
$$N_1 = T \sin \beta + P + Q = P + Q + \left(\frac{P}{2} + \frac{2a - b}{2a} Q \right) \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$N_2 = \left(\frac{P}{2} + \frac{2a - b}{2a} Q \right) \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\sin(\alpha - \beta)};$$

30-masala. A sharnir atrofida aylana oladigan, uzunligi $2a$ va og'irligi P ga teng bo'lgan ko'tarish kranining AB tirsagi BC zanjir yordamida gorizontol holatda muvozanat holatida ushlab turiladi. Tirgakning B uchiga og'irligi Q bo'lgan yuk osilgan. Agar tirgak

bilan vertikal orasidagi burchak α ga teng bo'lsa, zanjirning taranglik kuchi va A sharnirning reaksiyalarini aniqlang.

Yechish: Koordinata boshi qilib A nuqtani olamiz va A_x , A_y o'qlarini o'tkazamiz. Zanjirda hosil bo'ladigan bog'lanish reaksiya kuchi, zanjirning taranglik kuchiga teng bo'lib zanjir bo'ylab yo'nalgan bo'ladi.



A sharnirning reaksiya kuchining yo'nalishi bizga ma'lum bo'lmagani uchun, uni x_A va y_A tashkil etuvchilarga ajratib topamiz. Muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$$\sum F_{KX} = 0 \quad x_A - T = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{KY} = 0 \quad y_A - P - Q = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_A(F_K) = 0 \quad -aP\sin\alpha - 2aaQ\sin\alpha + 2aT\cos\alpha = 0 \quad (3)$$

R_A ni Pifagor teoremasiga ko'ra aniqlaymiz.

$$(1) - \text{dan } x_A = T \quad (2) \text{dan } y_A = P + Q$$

$$(3) - \text{dan } T = \frac{aP \sin \alpha + 2aQ \sin \alpha}{2a \cos \alpha} = \frac{(P + 2Q) \cdot a \sin \alpha}{2a \cos \alpha} = \left(\frac{P}{2} + Q \right) \operatorname{tg} \alpha$$

$$T = \left(\frac{P}{2} + Q \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad x_A = \left(\frac{P}{2} + Q \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad y_A = P + Q$$

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{\left[\left(\frac{P}{2} + Q \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha \right]^2 + (P + Q)^2} = \sqrt{\left(\frac{P}{2} + Q \right)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + (P + Q)^2}$$

31 – masala. Simmetrik arkani D nuqtasiga qo'yilgan $Q = 40 \text{ kH}$ va momenti $m_D = 120 \text{ kH m}$ ga teng bo'lgan juftga keltiriladigan kuchlar sistemasi qo'yilgan. Arkaning og'irligi $P = 80 \text{ kH}$. Arkaning A va B tayanch reaksiyalarini aniqlang.

$AB = Q = 10 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$, $h = 3 \text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$, deb oling.

Berilgan:

$$AB = a = 10 \text{ m}, \quad b = 2 \text{ m}$$

$$h = 3 \text{ m}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

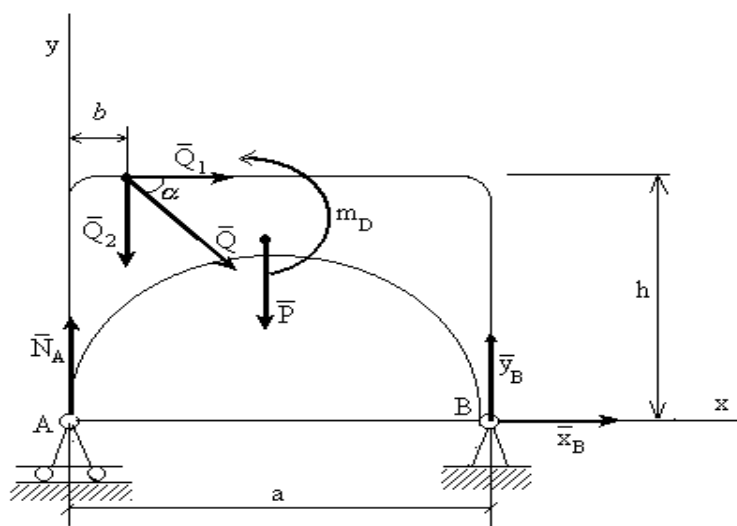
$$Q = 40 \text{ kN}$$

$$m_D = 120 \text{ Nm}$$

$$P = 80 \text{ kN}$$

Topish kerak

$$N_A - ? \quad Y_B - ? \quad X_B - ?$$



Yechish:

Arkaning muvozanatini yaxlit holda qarab chiqamiz. Unga aktiv kuchlar $\bar{P}$ va $\bar{Q}$ shuningdek reaksiya kuchlari $\bar{N}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$ ta'sir qiladi (B sharnirli tayanch ikkita A qo'zg'aluvchan tayanchning bitta reaksiya kuchlari). Q kuchdan moment olish uchun uni ikkita Q_1 va Q_2 tashkil etuvchilarga ajratamiz, ularning moduli

$$Q_1 = Q \cos \alpha, \quad Q_2 = Q \sin \alpha$$

$$\sum m_A(F_K) = 0; \quad -Q \cos \alpha \cdot h - Q \sin \alpha b + m_D - P \frac{a}{2} + Y_B \cdot a = 0 \quad (1)$$

$$\sum m_B(F_K) = 0; \quad P \frac{a}{2} + m_D - Q \cos \alpha \cdot h + Q \sin \alpha (a - b) - N_A \cdot a = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{KX} = 0; \quad Q \cos \alpha + x_B = 0 \quad (3)$$

Tenglamalarni hisoblaymiz.

$$(3) - \partial_{aH} x_B = -Q \cos 60^\circ = -40 \cdot \frac{1}{2} = -20 \text{ kN}$$

$$(2) - \partial_{aH} N_A = \frac{P \frac{a}{2} + m_D - Q \cos 60^\circ \cdot h + Q \sin 60^\circ (a - b)}{a} = \frac{400 + 120 - 60 + 27,68}{10} = 73,7 \text{ kN}$$

$$(1) - \partial_{aH} y_B = \frac{h \cdot Q \cos 60^\circ + b \cdot Q \sin 60^\circ - m_D + P \frac{a}{2}}{a} = \frac{60 + 69,2 - 120 + 400}{10} = 40,9 \text{ kN}$$

x_B ning qiymati manfiy ishorada kelib chiqdi. Demak, x_B reaksiya kuchi chizmada ko'rsatilgan tomonga teskari yo'nalgan ekan. B tayanchning to'la reaksiyasining moduli

$$R_B = \sqrt{x_B^2 + y_B^2} \quad \text{formuladan aniqlanadi}$$

$$R_B = \sqrt{(-20)^2 + (40,9)^2} \approx 45,5 \text{ kN}$$

Masalani to'g'ri yoki noto'g'ri yechilganini tekshirib ko'rish kerak. Buning uchun Ay o'qidagi proeksiya tenglamasini tuzamiz:

$$\sum F_{KY} = 0; \quad N_A + y_B - P - Q \sin \alpha = 0 \quad (4)$$

hisoblaymiz.

$$73,7 + 40,9 - 80 - 40 \frac{\sqrt{3}}{2} = 0; \quad 114,6 - 114,6 = 0; \quad 0 = 0$$

Demak masala to'g'ri yechilgan.

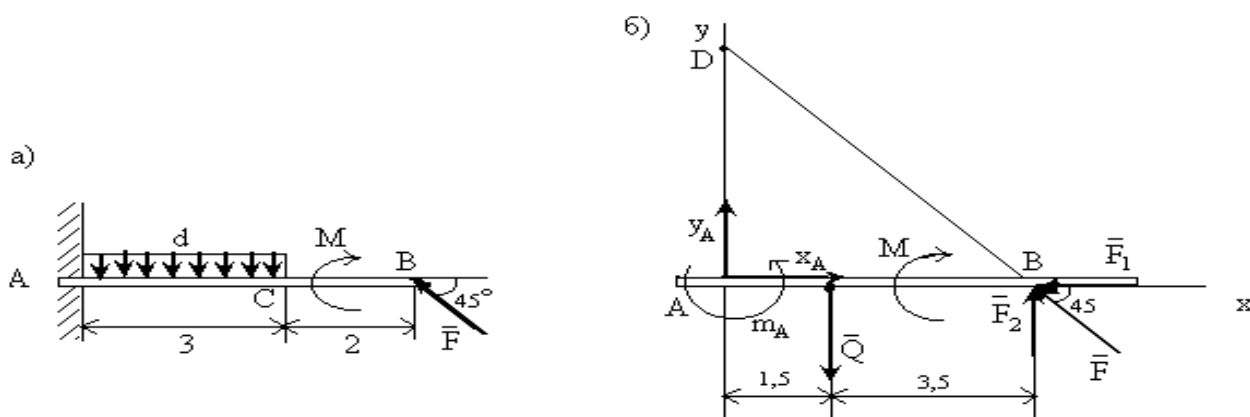
Shuni qayd qilish kerakki, bunday usulda tekshirishda kuchlarning o'qlardagi proeksiyalari yoki kuchlarning momentlarini aniqlashda yo'l

qo'yilgan xatoliklarni aniqlab bo'lmaydi. Shunga ko'ra, qo'shimcha ravishda D markazga nisbatan momentlar tenglamasini tuzish kerak.

32-masala. AB to'sin A nuqtada devorga qisib mahkamlangan a). Agar $F=4$ kN, $M=2$ kNm, $q=1,5$ kN/m bo'lsa, A tayanchdagi reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish. Birinchi navbatda A nuqtani koordinata boshi qilib koordinata o'qlarini o'tkazamiz.

To'singa ta'sir etuvchi kuchlarni rasmda ko'rsatamiz (rasm,6).



To'sinning AC qismga qo'yilgan bir tekis taqsimlangan kuchni teng ta'sir etuvchisi $\bar{Q}$ bilan almashtiramiz. $\bar{Q}$ kuch AC kesmaning o'rtasiga qo'yiladi. To'sinning B uchiga qo'yilgan $\bar{F}$ kuchni $\bar{F}_1$ va $\bar{F}_2$ tashkil etuvchilarga ajratamiz va momenti M bo'lgan juftni qo'yamiz. To'sin devorga qisib mahkamlangani uchun bog'lanish reaksiya kuchlari $\bar{x}_A, \bar{y}_A$ va momenti m_A bo'lgan reaksiya jufti bilan almashtiriladi.

To'singa ta'sir etuvchi kuchlar tekislikdagi kuchlar sistemasidan iborat bo'lgani uchun, tekislikdagi kuchlar sistemasi muvozanatining asosiy formasidan foydalanamiz:

$$\sum F_{KX} = 0; \quad x_A - F_1 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{KY} = 0; \quad y_A - Q + F_2 = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_A(F_K) = 0; \quad m_A - Q \cdot 1,5 - M + F_2 \cdot 5 = 0 \quad (3)$$

bu yerda $F_1 = F \cos 45^\circ$, $F_2 = F \sin 45^\circ$; $Q = q \cdot 3 = 1,5 \cdot 3 = 4,5$ kN

$$(1)\text{- dan } x_A = F \cos 45^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot 1,41 = 2,82 \text{ kN}$$

$$(2)\text{- dan } y_A = Q - F \sin 45^\circ = 4,5 - 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4,5 - 2,82 = 1,68 \text{ kN}$$

$$(3)\text{- dan } m_A = Q \cdot 1,5 + M - F \sin 45^\circ \cdot 5 = 4,5 \cdot 1,5 + 2 - 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5 = 6,75 + 2 - 14,1 = -5,35 \text{ kNm}$$

m_A rasmda ko'rsatilgan yo'nalishga teskari yo'nalgan ekan.

Ikkinchi usul. y_A va F kuchlarning ta'sir chiziqlarini davom ettiramiz. Ular qandaydir D nuqtada kesishadi :

$$\sum m_A(\bar{F}_K) = 0; \quad m_A - Q \cdot 1,5 - M + F_2 \cdot 5 = 0 \quad (4)$$

$$\sum m_B(\bar{F}_K) = 0; \quad -M + Q \cdot 3,5 + m_A - y_A \cdot 5 = 0 \quad (5)$$

$$\sum m_D(\bar{F}_K) = 0; \quad +m_A - Q \cdot 1,5 - M + x_A AD = 0 \quad (6)$$

Rasmdan ko'rinadiki $\angle ABD$ teng yonli uchburchak, chunki $\alpha = 45^\circ$. Shunga ko'ra $AB=AD=5\text{m}$

$$(4)\text{- dan } m_A = Q \cdot 1,5 + M - F \sin 45^\circ 5 = 4,5 \cdot 1,5 + 2 - 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5 = -5,35 \text{ kNm}$$

$$(5)\text{- dan } y_A = \frac{-m = Q \cdot 3,5 + m_A}{5} = \frac{-2 - 4,5 \cdot 3,5 + (-5,35)}{5} = \frac{-2 + 15,75 - 5,35}{5} = 1,68 \text{ kN}$$

$$(6)\text{- dan } x_A = \frac{M + Q \cdot 1,5 - m_A}{AD} = \frac{2 + 4,5 \cdot 1,5 + 5,35}{5} = 2,82 \text{ kN}.$$

Aniqlangan natijalarning to'g'riligiga ikkala usulda ham bir xil natija olinganligidan ham ishonch hosil qilish mumkin.

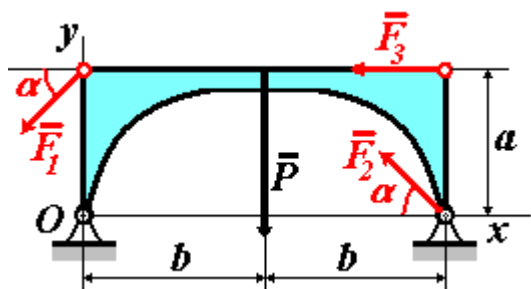
33- Masala. Agar $P=30 \text{ H}$, $F_1=F_2=F_3=20 \text{ H}$, $a=0,3 \text{ m}$, $b=0,5 \text{ m}$, $\alpha=60^\circ$ bo'lsa, ko'rsatilgan $\bar{P}, \bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3$ kuchlar sistemasini O markazga keltirilsin.

Yechish. Ushbu masala berilgan kuchlar sistemasining R_x va R_y – proyeksiyalar orqali bosh bosh vektor $\bar{R}$ -ni hamda O markazga nisbatan hisoblangan bosh moment $\bar{M}_O$ ni aniqlashdan iborat bo'ladi. Oxy koordinata o'qlarni shaklda ko'rsatilgandek qilib o'tkazamiz va quyidagi tenglamalar sistemasini yozamiz,

$$R_x \equiv \sum R_{kx} = -F_1 \cos \alpha - F_2 \cos \alpha - F_3$$

$$R_y \equiv \sum R_{ky} = -P - F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \alpha$$

$$M_O \equiv \sum m_O(F_k) = -bP + aF_1 \cos \alpha + 2bF_2 \sin \alpha + aF_3$$



Ushbu tenglamalar sistemasiga tegishli qiymatlarni qo'yib, $R_x = -40$ N, $R_y = -30$ N, $M_O = 11,3$ N·m ekanligini aniqlaymiz. Bosh vektorning moduli

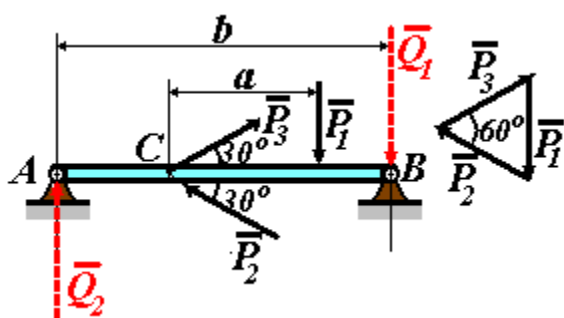
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 50 \text{ H} \cdot \text{M} \text{ -ga teng bo'ladi.}$$

SHunday qilib, berilgan kuchlar sistemasining koordinata o'qlardagi proeksiyalari $R_x = -40$ N, $R_y = -30$ N, iborat bo'lib, O markazga qo'yilgan

bosh vektor - $\bar{R}$ ($R = 50$ N) va momenti $M_O = 11,3$ N·m ga teng bo'lgan bitta juft kuchga keltirilgan ekan.

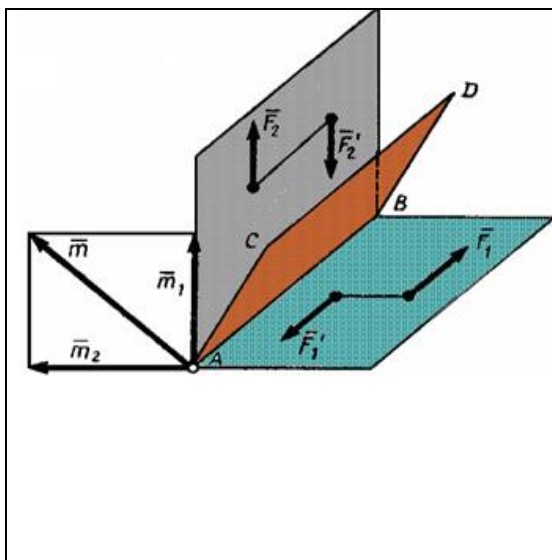
34-Masala. Agar $R_1 = R_2 = R_3 = P$ -ga teng bo'lsa, AB balkaga qo'yilgan $\bar{P}_1$, $\bar{P}_2$, $\bar{P}_3$ kuchlar sistemasini sodda holga keltirilsin,

hamda A va B tayanchlarga ko'rsatilayotgan bosim kuchlari aniqlansin?



Yechish. $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$ - kuchlardan tuzilgan kuch ko'pburchagi yopiq; demak, bosh vektor $\bar{R} = 0$. Barcha kuchlarning ixtiyoriy olingan nuqtaga (masalan, C nuqtaga) nisbatan momentlarining yig'indisi

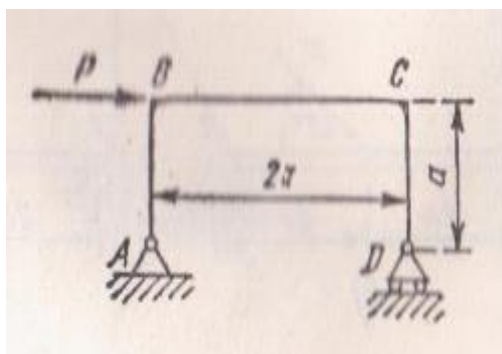
$-P \times a$ ga teng bo'ladi. Demak berilgan kuchlar sistemasi momenti $-P \times a$ ga teng bo'lgan, bitta juftga keltirilgan ekan. SHu aniqlangan juftni A va B tayanchlarga ko'rsatilganidek punktirlar orqali tasvirlasak, berilgan $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$ kuchlar sistemasi har bir tayanchga $Q_A = Q_B = Ra/b$ miqdordagi kuchlar bilan bosim kuchi ko'rsatar ekan. Lekin bosim kuchlarining yo'nalishlari o'zaro teskari bo'lar ekan.



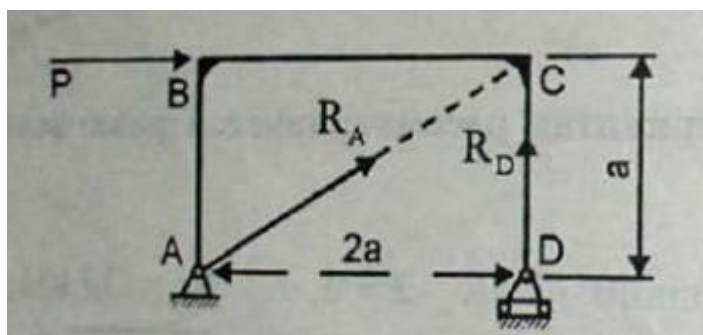
35-Masala. Qattiq jismga o‘zaro perpendikulyar bo‘lgan tekisliklarda joylashgan $\vec{F}_1, \vec{F}_1'$ va $\vec{F}_2, \vec{F}_2'$ - kuchlardan tashkil topgan ikkita juft kuch ta’sir etmoqda. Har bir juft momentining moduli $30 \text{ N}\cdot\text{m}$ ga teng. Shu juftlarning yig‘indisi aniqlansin.

Yechish. Juftlar joylashgan tekisliklarning kesishgan chizig‘ida joylashgan ixtiyoriy A nuqtaga $\vec{m}_1$ va $\vec{m}_2$ vektorlarni tegishli yo‘nalishlarda qo‘yamiz. So‘ngra ularni geometrik usulda qo‘shib, yig‘indi vektorni aniqlaymiz, ya’ni $\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2$. Demak shu ikki juftga ekvivalent bo‘lgan bitta juft, shu $\vec{m}$ -vektorga perpendikulyar bo‘lgan ABCD tekislikda joylashib, momentining moduli $m = 30\sqrt{2} \text{ H} \cdot \text{m}$ ga teng bo‘lar ekan.

36-Masala. Rasmda tasvirlangan romda B nuqtaga qo‘yilgan P gorizontaal kuch ta’siridan hosil bo‘ladigan R_A va R_D tayanch reaksiyalari aniqlansin? Romning og‘irligi hisobga olinmasin.



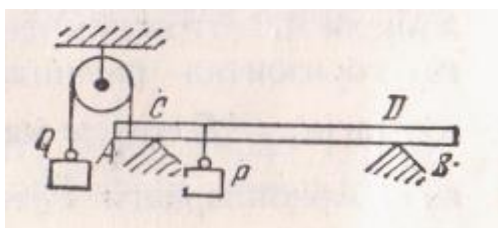
Yechish: A va D nuqtalardagi reaksiya kuchlarini yo‘nalishlari orqali belgilab olamiz va A nuqtaga nisbatan moment olamiz. Chizmadan ma’lumki A nuqtadagi reaksiya kuchi ABCD romning diagonalidan iborat.



$$R_D 2a - Pa = 0, \quad R_D = P/2;$$

$$R_A = \sqrt{R_D^2 + P^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} P.$$

37-Masala. Uzunligi 10m va og'irligi 2 kN bo'lgan AB balka ikkita C va D tayanchda yotadi. C tayanch balkaning A uchidan 2 m, D tayanch balkaning B uchidan 3 m masofada turadi. Balkaning chetki A nuqtasi bir uchiga 3 kN li Q yuk osilgan va blokdan o'tkazilgan arqon yordamida yuqoriga tortiladi. A uchidan 3 m masofada balkaga og'irligi 8 kN bo'lgan P yuk osilgan. Blokdagi ishqalanishni e'tiborga olmay, tayanchlardagi reaksiya kuchlari topilsin?



Yechish. Masalani kuch yo'nalishlarini belgilashdan boshlaymiz. Bizga ma'lumki, balkaning og'irligini uning o'rtasidan tushadi deb hisoblab, uni P_1 orqali belgilaymiz.

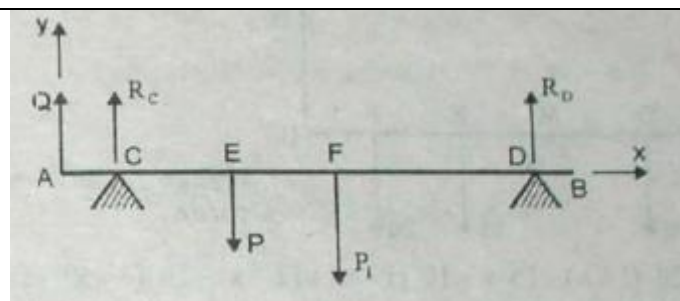
$$AB = 10m, \quad AC = 2m,$$

$$AE = 3m, \quad AF = 5m,$$

$$DF = 3m, \quad Q = 3kN,$$

$$P = 8kN, \quad P_1 = 2kN$$

$$R_D = ? \quad R_C = ?$$



A nuqtani koordinata boshi deb hisoblab, kuchlarni y o'qdagi proyeksiyalarini aniqlaymiz.

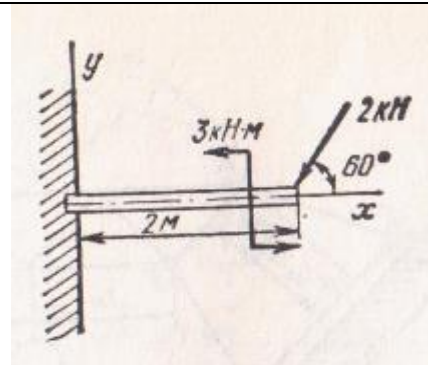
$$R_C + R_D + Q - P - P_1 = 0 \text{ Unga ko'ra : } R_C + R_D = 7kN$$

Endi A nuqtaga nisbatan moment hisoblaymiz:

$5R_D - 3P_1 - 1P - 2Q = 0$ $R_D = 4kN$, topilgan qiymatni o'rniga qo'yib R_C ni aniqlaymiz. $R_C = 3kN$.

38-Masala.

To'plangan kuch, tekis taqsimlangan yuk va juft kuch ta'siridagi rasmda tasvirlangan konsol balkaning devorga qistirib mahkamlangan uchining reaksiya kuchlari aniqlansin?



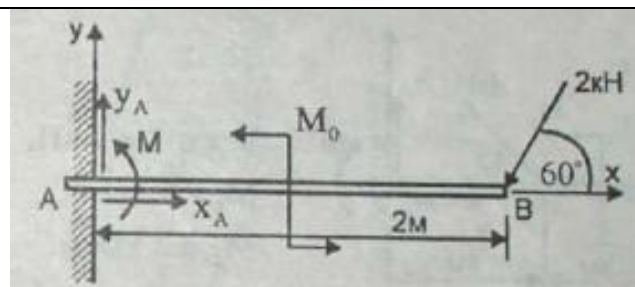
Yechish: Chizmadan ma'lumki, konsol balkaning devorga qistirib mahkamlangan joyida reaksiya kuchlarini aynan tashkil etuvchilarga ajratib ishlash muvofiqdir. Bu tashkil etuvchilar koordinata o'qlarining musbat tomonida yo'nalgan. Shuningdek bu qismda tutib turuvchi moment ham mavjud.

Berilgan:

$$F = 2kN, M_0 = 3kNm, \alpha = 60^\circ, AB = 2m$$

$$X = ? \quad Y = ?$$

$$M = ?$$



Dasttavval kuchlarning o'qlardagi proyeksiyalarini hisoblaymiz.

$$X_A - 2 \cos 60^\circ = 0, \quad \text{bu ifodalardan} \quad X_A = 1kN$$

$$Y_A - 2 \sin 60^\circ = 0 \quad Y_A = 1,73kN \quad \text{ekanligini aniqlaymiz.}$$

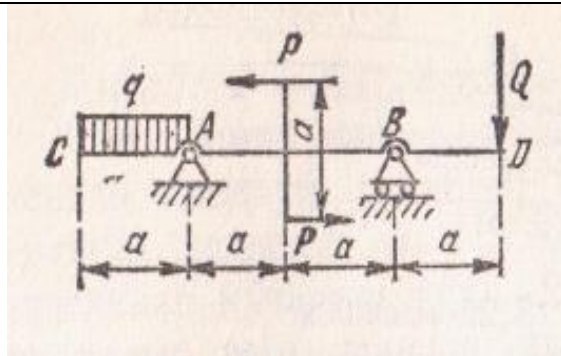
Endi A nuqtaga nisbatan momentlarni hisoblaymiz

$$M + M_0 - 2 \sin 60^\circ \cdot 2 = 0 \quad \text{Bundan moment } M = 0,47kN \cdot m \text{ ga teng bo'lar ekan.}$$

Mustaqil yechish uchun masalalar:

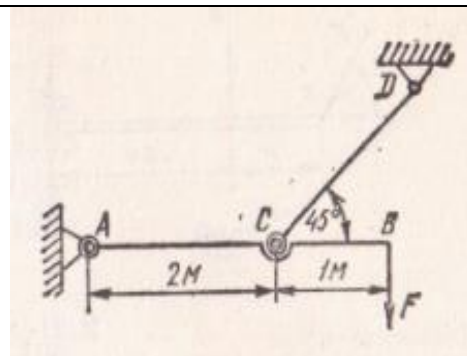
39-masala. Gorizontallik ikki tomonlama AB balkaga (P,P) juft kuch, chap konsolga intensivligi q bo'lgan tekis taqsimlangan yuk, o'ng konsolning D nuqtasiga esa vertikal Q kuch ta'sir qiladi. Agar $P = 1\text{kN}$, $Q = 2\text{kN}$, $q = 2\text{kN/m}$, $a = 0,8\text{m}$ bo'lsa, tayanchlardagi reaksiyalar qancha bo'ladi.

(javob: $R_A = 1,5\text{kN}$ $R_B = 2,1\text{kN}$)



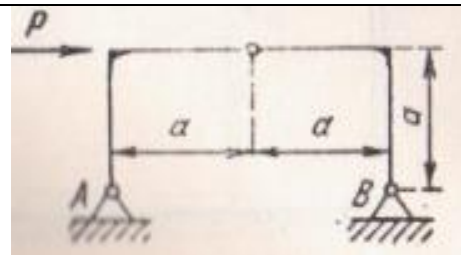
40-masala. AB balkani CD sterjen gorizontallik holatda tutib turadi. A, C va D bog'lanishlar sharnirlidir. Agar balkaning uchiga $F = 5\text{kN}$ vertikal kuch ta'sir qilayotgan bo'lsa, A va D tayanchlar reaksiyalari qancha bo'ladi. O'lchovlar rasmda ko'rsatilgan. Balka va sterjenning og'irligi hisobga olinmasin.

(javob: $R_A = 7,9\text{kN}$ $R_D = 10,6\text{kN}$)



41-masala. Rasmda ko'rsatilgan uch sharnirli arka uchun gorizontallik $\bar{P}$ kuch ta'sirida hosil bo'ladigan A va B tayanch reaksiyalari aniqlansin? Arkaning og'irligi hisobga olinmasin.

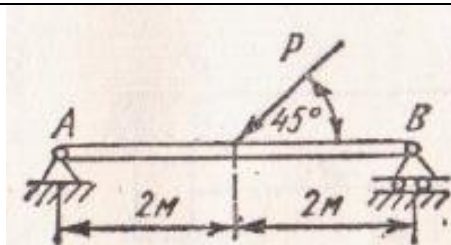
(javob: $R_A = R_B = \frac{\sqrt{2}}{2}P$)



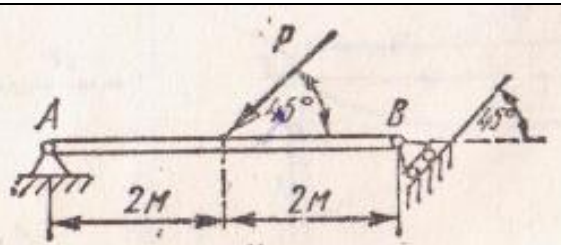
42-Masala. AB balka A tayanchga sharnir bilan biriktirilgan. Uning B uchi katokka qo'yilgan. Balkaning o'rtasiga uning o'qiga 45° burchak ostida $P = 2\text{kN}$ kuch qo'yilgan. Balkaning og'irligini hisobga olmay, 1)

va 2) chizma uchun tayanch reaksiyalari aniqlansin? O'lchovlar rasmdan olinsin.

(javob: 1) $R_A = 1,58kN$ $R_B = 0,71kN$ 2) $R_A = 2,24kN$ $R_B = 1kN$)



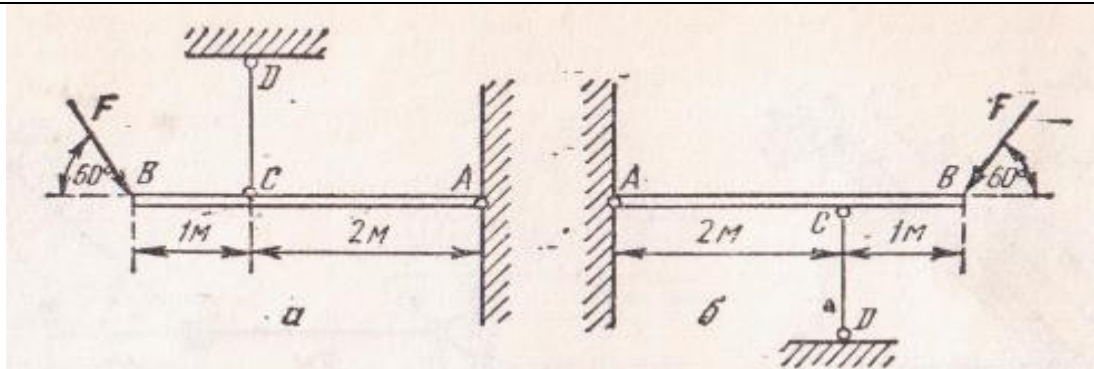
1)



2)

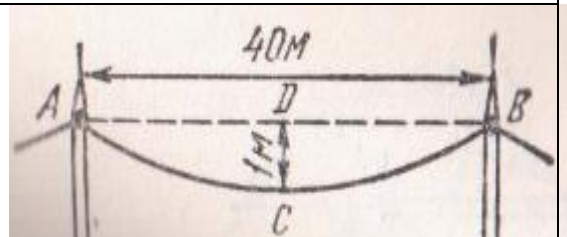
43-Masala. Rasmlarda vertikal CD sterjenlar bilan, gorizontal holatda tutib turiluvchi AB balkalar ko'rsatilgan. Balkalarning uchiga gorizontga 60° qiyalangan $F = 30kN$ kuchlar ta'sir qiladi. O'lchamlarni rasmdan olib, CD sterjenlardagi S zo'riqishlar va balkalarning devorga ko'rsatadigan Q bosimi aniqlansin? A, C va D birikish nuqtalarida sharnirlar bor. Sterjen va balkalarning og'irligi hisobga olinmasin.

(javob: $S=39kN$, $Q=19,8kN$)



(javob: $S=39kN$ $Q=19,8kN$)

44-Masala. ACB elektr simi ikkita simyog'och orasida shunday tortilganki, u solqish strelasi $CD = f = 1m$ bo'lgan tekis egri chiziq hosil qiladi. Simyog'ochlar orasidagi masofa $AB = l = 40m$. Simning har qaysi yarmining og'irligi eng yaqindagi



bunda simyog'och asoslari

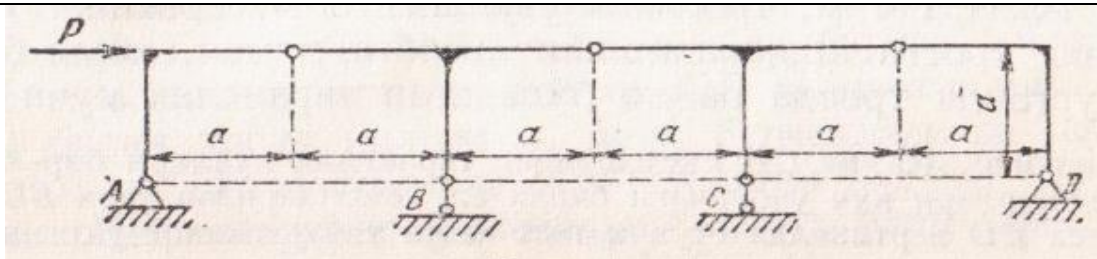
simyog'ochdan $1/4$ masofada bo'lgan joyga tushadi deb hisoblab, simning o'rtasidagi T_C , uchlaridagi T_A va T_B taranglik kuchlari topilsin?

(javob: $T_C = \frac{Ql}{8f} = 2kN$; $T_A = T_B = 2,01kN$.)

qo'zg'almas qattiq tayanch orqali mahkamlangan.

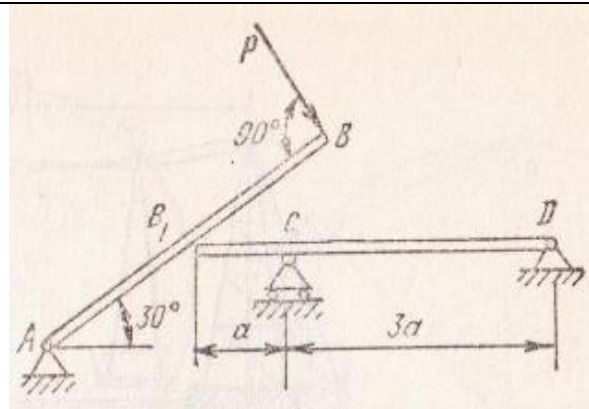
45-Masala. O'lchovlari rasmda ko'rsatilgan to'rtta arkadan iborat sistema berilgan. Gorizonttal P kuch ta'sirida A , B , C va D tayanchlarda hosil bo'ladigan reaksiyalar aniqlansin?

(javob: $R_A = \frac{\sqrt{2}}{2}P$, $R_B = P$, $R_C = P$, $R_D = \frac{\sqrt{2}}{2}P$.)



46-Masala. Oxirgi uchiga P kuch qo'yilgan AB qiya balka o'rtasidagi B_1 nuqtasi bilan CD konsol balkaning qirrasiga tayanib turadi. Balkalarning og'irligini hisobga olmay, tayanch reaksiyalari aniqlansin?

(javob: $R_A = P$, $R_C = \frac{4P}{\sqrt{3}}$, $R_D = \frac{\sqrt{2}P}{2}$.)

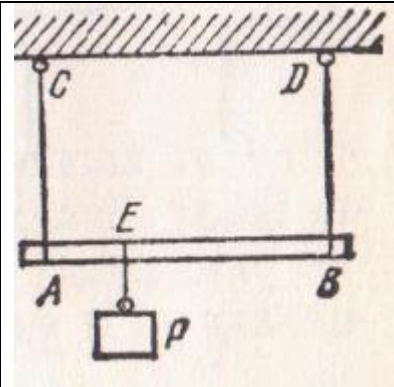


47-Masala. Tayanchlarining oralig'i l bo'lgan gorizonttal balkaning birinchi tayanchidan x masofada P yuk qo'yilgan. Tayanchlarning vertikal reaksiyalari topilsin?

(javob: $R_1 = P \frac{l-x}{l}$, $R_2 = P \frac{x}{l}$)

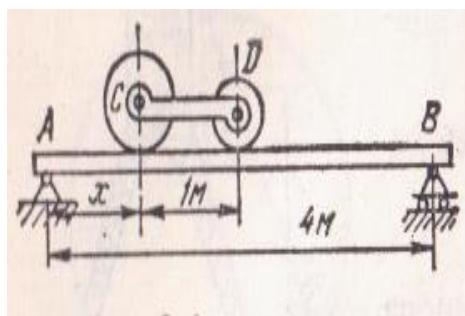
48-Masala. Uzunligi 1m, og'irligi 20N bo'lgan bir jinsli AB sterjen parallel AC va BD arqonlarga gorizontaal ravishda osilgan. Sterjenning E nuqtasiga $AE = \frac{1}{4}m$ masofada $P = 120N$ yuk osilgan. Arqonlardagi T_C va T_D taranglik kuchlari topilsin?

(javob: $T_C = 100N$, $T_D = 40N$.)



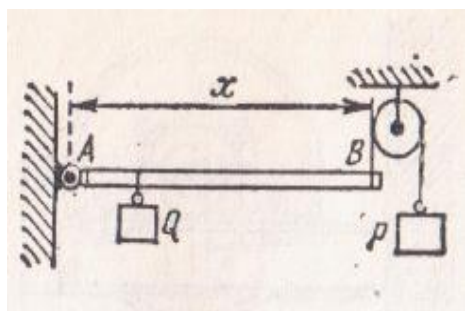
49-Masala. Ikkita tayanchda turgan gorizontaal balkaga og'irligi 2kN bo'lgan C yuk va og'irligi 1 kN bo'lgan D yuk qo'yilgan. Balka tayanchlari oralig'i 4 m. Balka og'irligi hisobga olinmaganda, A tayanchning reaksiyasi B tayanch reaksiyasidan ikki marta katta. Yuklar orasidagi CD masofa 1 m ga teng. C yukdan A tayanchgacha bo'lgan x masofa qancha?

(javob: $x=1m$)



50-Masala. Og'irligi 100N bo'lgan gorizontaal AB sterjen A sharnirning qo'zg'almas o'qi atrofida aylanishi mumkin. Sterjenning B uchi blokdan o'tkazilgan arqonga ulangan, og'irligi $P=150N$ bo'lgan tosh yordami bilan yuqoriga tortiladi. Sterjenning B uchidan 20sm narida turgan nuqtasiga og'irligi 500N bo'lgan Q yuk osilgan. AB sterjen muvozanatda turgan bo'lsa, uning uzunligi x qancha bo'lishi kerak?

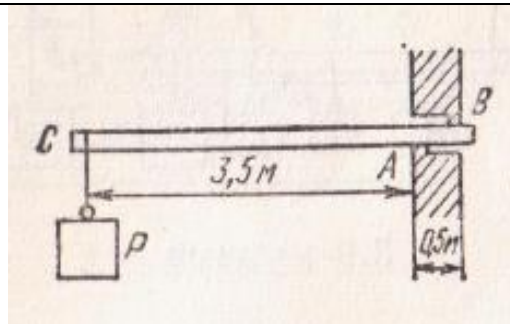
(javob: $x=25sm$)



51-Masala. Bir jinsli gorizontal balka devorga sharnir bilan biriktirilgan bo'lib, devordan 160 sm narida turgan nuqtada tirab qo'yilgan. Balkaning uzunligi 400 sm, og'irligi 320 N. Devordan 120 sm va 180 sm masofada balkaga mos ravishda og'irligi 160 N va 240 N bo'lgan yuklar qo'yilgan. Tayanchlardagi reaksiyalar topilsin? (javob: 790 N-yuqoriga, 70 N-pastga)

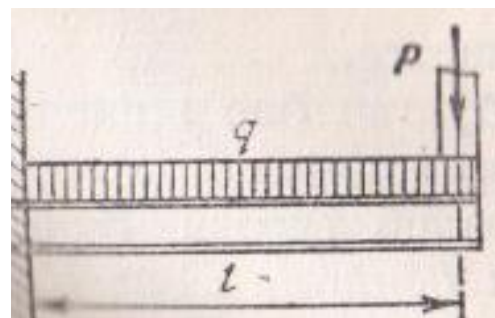
52-Masala. Uzunligi 4 m, og'irligi 5 kN bo'lgan bir jinsli gorizontal balka qalinligi 0,5 m bo'lgan devorga shunday qilib o'rnatilganki, u A va B nuqtalarda devorga tiralib turadi. Balkaning erkin uchiga og'irligi 40 kN bo'lgan P yuk osilgan. A va B nuqtalardagi reaksiya kuchlari topilsin?

(javob: $R_A = 340\text{kN}$ -yuqoriga; $R_B = 295\text{kN}$ -pastga)



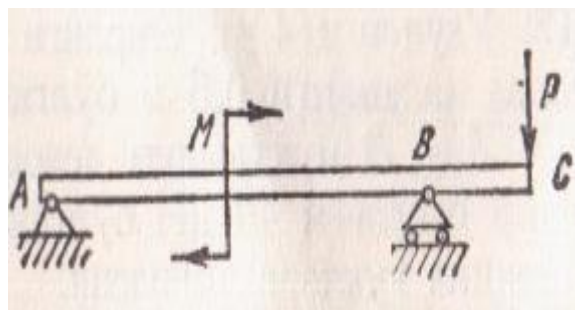
53-Masala. Balkonni ushlab turadigan gorizontal balkaga intensivligi $q = 2\text{kN/m}$ bo'lgan tekis taqsimlangan yuk ta'sir etadi. Balkaning erkin uchiga ustundan $P = 2\text{kN}$ og'irlik tushadi. Ustun o'qidan devorgacha bo'lgan masofa $l = 1,5\text{m}$. Balka biriktirilgan reaksiyalar topilsin?

(javob: $R = 5\text{kN}$, $M = 5,25\text{kN}\cdot\text{m}$.)



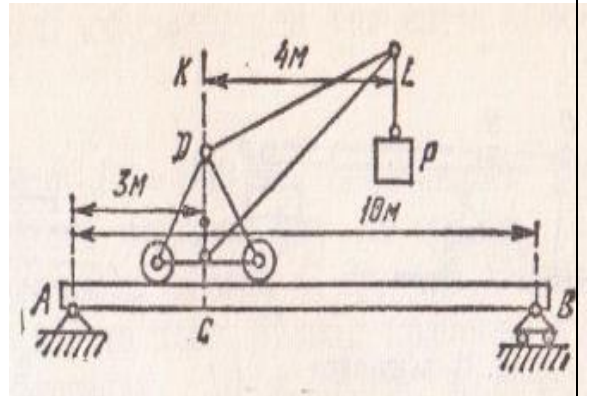
54-Masala. Gorizontal konsol balkaga momenti $M = 6\text{kN}\cdot\text{m}$ bo'lgan juft kuch, uning C nuqtasiga esa vertikal $P = 2\text{kN}$ yuk ta'sir qiladi. Balkaning AB oralig'i 3,5m, konsolning chiqib turgan qismi $BC = 0,5\text{m}$. Tayanchlardagi reaksiyalar topilsin?

(javob: $R_A = 2\text{kN}$ -pastga, $R_B = 4\text{kN}$ -yuqoriga.)



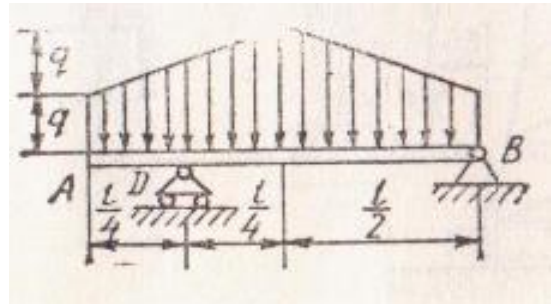
55-Masala. Uzunligi 10 m bo'lgan AB balka ustiga yuk ko'taradigan kran uchun yo'l solingan. Kranning og'irligi 50 kN bo'lib, uning og'irlik markazi CD o'qda yotadi. P yukning og'irligi 10 kN, AB balkaning og'irligi 30 kN. Kranning KL qulochi uzunligi 4 m, AC=3 m. Kranning DL strelasi balka bilan bir vertikal tekislikda bo'lgan hol uchun A va B nuqtalardagi tayanch reaksiyalari topilsin?

(javob: $R_A = 53 \text{ kN}$, $R_B = 37 \text{ kN}$.)



56-Masala. l uzunlikdagi AB balkaga rasmda tasvirlangandek taqsimlangan yuk qo'yilgan. Yukning intensivligi balkaning A va B uchlarida $q \text{ N/m}$ ga, balkaning o'rtasida $2q \text{ N/m}$ ga teng. Balkaning og'irligini hisobga olmay, D va B tayanchlar reaksiyalari topilsin?

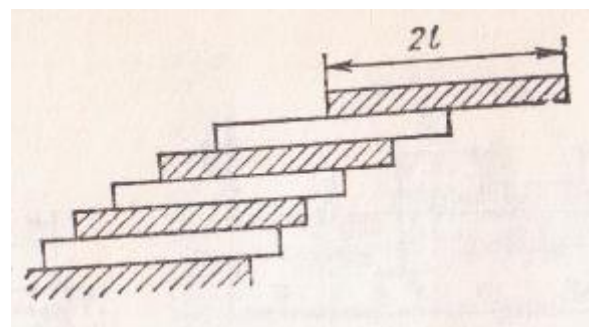
(javob: $R_D = ql \text{ N}$, $R_B = 0,5ql \text{ N}$)



57-Masala. Uzunligi $2l$ ga teng bo'lgan bir xil va bir jinsli plitalarning bir nechitasi shunday taxlanganki, har qaysi plitaning bir qismi uning tagidagi plitadan chiqib turadi. Plitalar muvozanat holatida bo'lganda ularning eng ko'p chiqib turgan qismlarining uzunligi qancha bo'ladi.

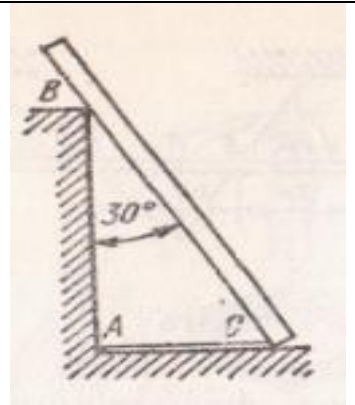
(javob: l , $l/2$, $l/3$, $l/4$, $l/5$, va hokazo.)

[masalani yechishda plitalarning og'irliklari eng yuqoridagi plitadan boshlab ketma-ket qo'shiladi]



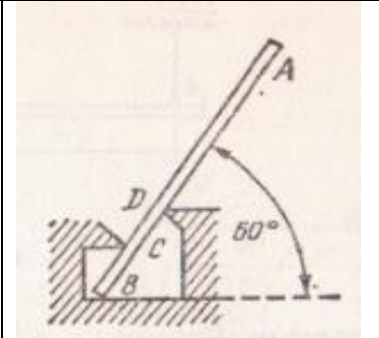
58-Masala. Og'irligi 600 N, uzunligi 4 m bo'lgan bir jinsli balka bir uchi bilan silliq polga va oraliqdagi B nuqtada balandligi 3 m bo'lgan devorga tiralgan. Balka vertikal bilan 30° burchak tashkil etadi. Balkani pol bo'ylab tortilgan AC arqon shu holatda ushlab turadi. Ishqalanishni hisobga olmay arqonning tortilish kuchi T , devorning reaksiyasi R_B , pol reaksiyasi R_C topilsin?

(javob: $T = 150\text{N}$, $R_B = 173\text{N}$, $R_C = 513\text{N}$.)



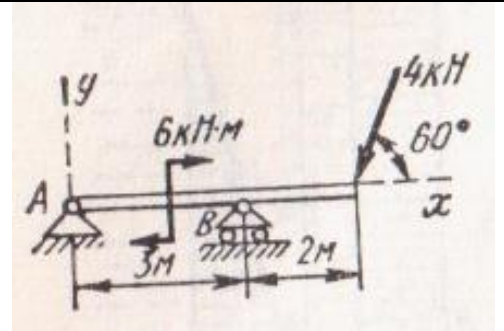
59-Masala. Og'irligi 200 N bo'lgan bir jinsli AB balka gorizontal silliq polga B nuqtada 60° burchak ostida tiralib turadi. Bundan tashqari uni ikkita C va D tayanchlar ushlab turadi. B, C va D tayanchlardagi reaksiyalar topilsin? $AB=3\text{m}$, $CB=0,5\text{m}$, $BD=1\text{m}$.

(javob: $R_B = 200\text{N}$, $R_C = 300\text{N}$, $R_D = 300\text{N}$.)



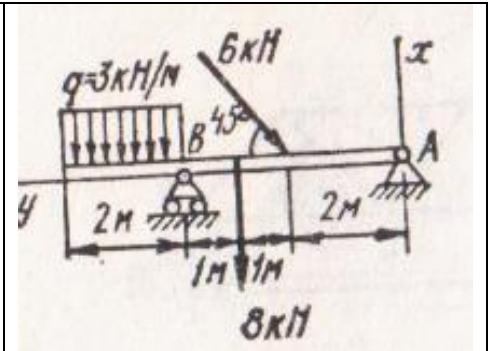
60-Masala. Bitta to'plangan kuch va juft kuch ta'siridagi balkaning A va B tayanchlari reaksiyalari aniqlansin? Kuchlar va masofalar rasmda ko'rsatilgan.

(javob: $X_A = 2\text{kN}$, $Y_A = -4,32\text{kN}$, $Y_B = 7,78\text{kN}$.)



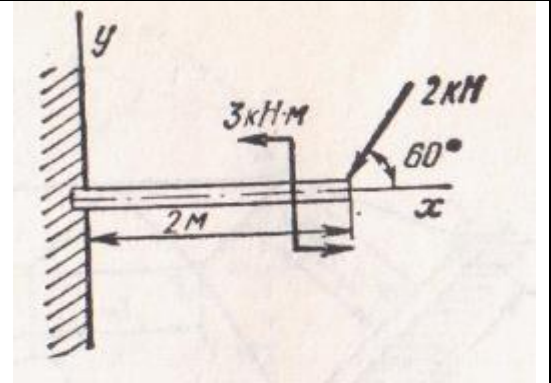
61-Masala. Ikkita to'plangan kuch va bir tekis taqsimlangan yuk ta'siridagi balkaning A va B tayanchlaridagi reaksiyalar aniqlansin? Tekis taqsimlangan yukning intensivligi, kuchlarning kattaliklari va masofalar rasmda ko'rsatilgan.

(javob: $X_A = 2,6\text{kN}$, $Y_A = 4,2\text{kN}$, $X_B = 15,6\text{kN}$.)



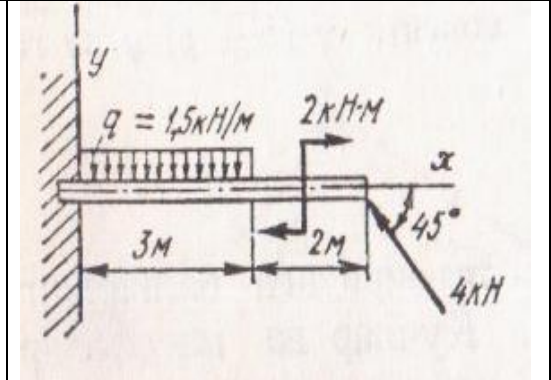
62-Masala. To'plangan kuch va juft kuch ta'siridagi rasmda tasvirlangan konsol balkaning devorga qistirib mahkamlangan uchining reaksiya kuchlari topilsin?

(javob: $X = 1kN$, $Y = 1,73kN$, $M = 0,47kN \cdot m$.)



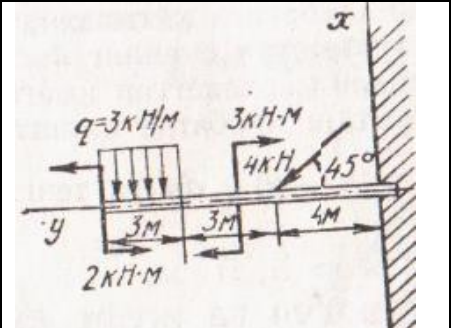
63-Masala. To'plangan kuch, tekis taqsimlangan yuk va juft kuch ta'siridagi rasmda tasvirlangan konsol balkaning devorga qistirib mahkamlangan uchining reaksiya kuchlari topilsin?

(javob: $X = 2,8kN$, $Y = 1,7kN$, $M = -5,35kN \cdot m$.)



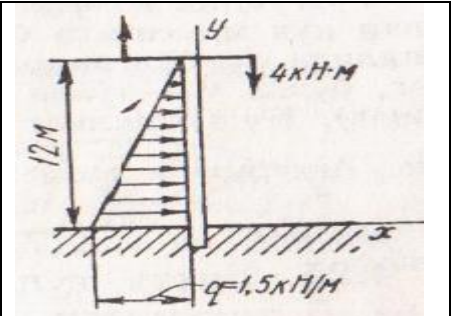
64-Masala. Tekis taralgan yuk, bitta to'plangan kuch va ikkita juft kuch ta'siridagi rasmda tasvirlangan konsol balkaning qistirib mahkamlangan uchidagi reaksiya kuchlari aniqlansin?

(javob: $X = 11,8kN$, $Y = -2,8kN$, $M = -86,8kN \cdot m$.)



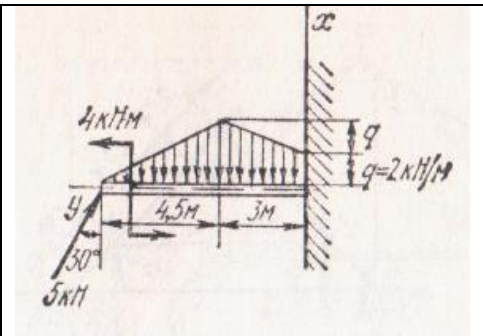
65-Masala. Rasmda tasvirlangan juft kuch va uchburchak qonuniyati bilan taqsimlangan yuk ta'sirida bo'lgan konsol balka ko'milgaqn uchining reaksiya kuchlari aniqlansin?

(javob: $X = -9kN$, $Y = 0$, $M = 40kN \cdot m$.)



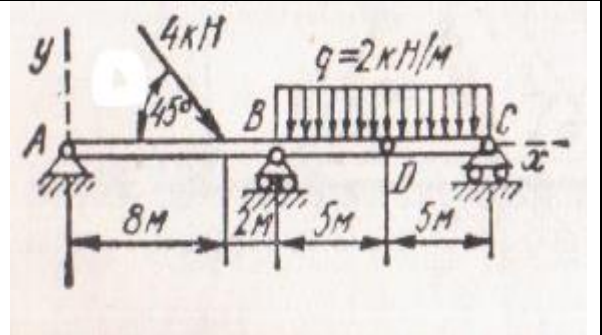
66-Masala. Rasmda tasvirlangan yo'plangan kuch, juft kuch hamda uchburchak va trapetsiya hosil qilib taqsimlangan yuk ta'siri ostidagi konsol balkaning qistirib mahkamlangan uchidagi reaksiya kuchlari aniqlansin?

(javob: $X = 137kN$, $Y = 25kN$, $M = -270kN \cdot m$.)



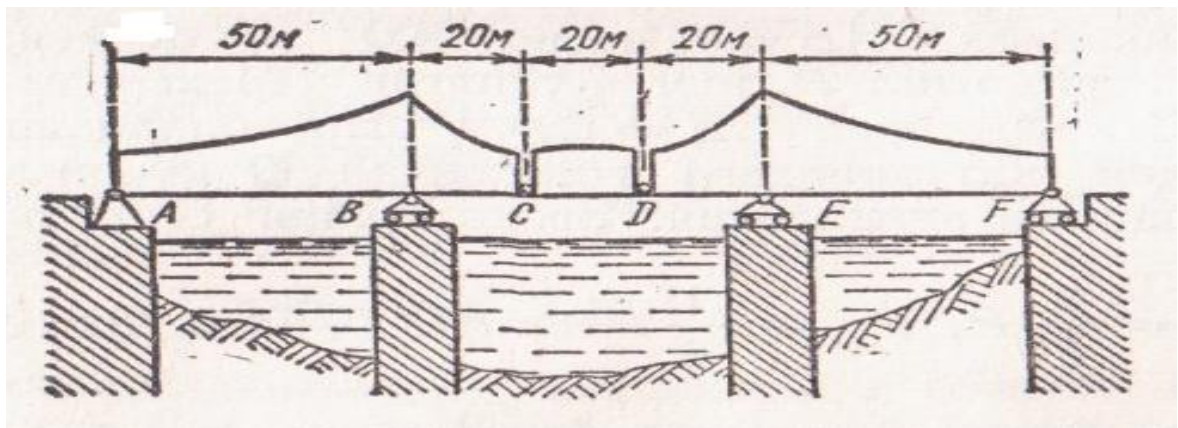
67-Masala. Rasmda yig'ma balkalar hamda unga qo'yilgan yuk va kuch tasvirlangan. A, B va C tayanchlardagi hamda D sharnirdagi reaksiyalar aniqlansin?

(javob: $X_A = -2,8kN$, $Y_A = -4,4kN$,
 $Y_B = 22,2kN$, $X_D = 0kN$, $Y_C = 5kN$,
 $Y_D = \pm 5kN$.)



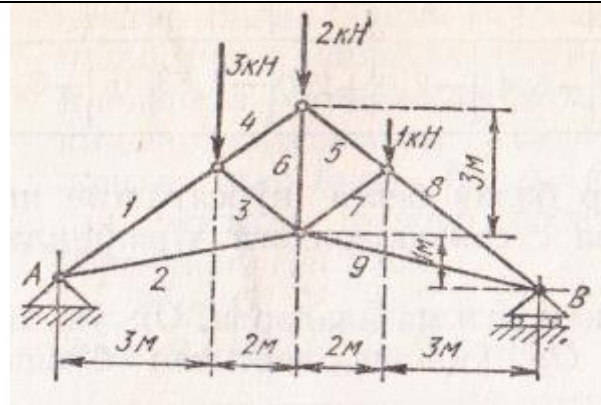
68-Masala. Konsol ko'prik uchta AC, CD, va DF qismlardan iborat bo'lib, chetdagi qismlarning har biri ikkita tayanchga tayangan. O'lchovlar tegishli: $AC=DF=70m$, $CD=20m$, $AB=EF=50m$. Ko'prikning uzunlik birligiga to'g'ri keluvchi yuk og'irligi $60kN/m$. Shu yukning A va B tayanchlarga tushiradigan bosimi topilsin?

(javob: $N_A = 1020kN$, $N_B = 3780kN$.)



69-Masala. Rasmda ta'sir qiluvchi kuchlar bilan birga ko'rsatilgan stropila firmasining tayanchlaridagi reaksiyalar va sterjenlardagi zo'riqishlar aniqlansin?

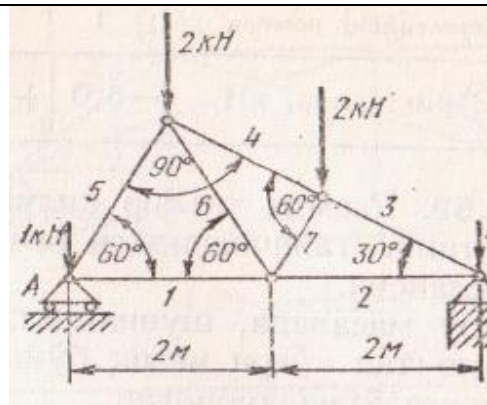
(javob: $R_A = 3,4kN$, $R_B = 2,6kN$.)



Sterjenning nomeri.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Zo'riqishlar, kN.	-7,3	+5,8	-2,44	-4,7	-4,7	+3,9	-0,81	-5,5	+4,4

70-Masala. Rasmda ta'sir qiluvchi kuchlar bilan birga ko'rsatilgan suyri firmaning tayanchlaridagi reaksiyalar va sterjenlardagi zo'riqishlar aniqlansin?

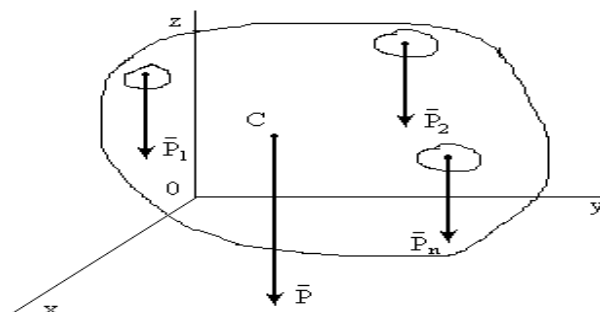
(javob: $R_A = 3,25kN$, $R_B = 2,75kN$.)



Sterjenning nomeri.	1	2	3	4	5	6	7
Zo'riqishlar, kN.	+1,3	+3,03	-3,5	-2,5	-2,6	+1,73	-1,73

Qattiq jismning og'irlik markazi.

Har qanday qattiq jismni juda kichik bo'lakchalar to'plamidan iborat deb qarash mumkin. Yer sirtiga yaqin bo'lgan bo'lakchalarni yer o'ziga tortishi tufayli, har bir bo'lakchaga vertikal pastga yo'nalgan kuchlar ta'sir etadi. Bu kuchlarga og'irlik kuchlari deyiladi.



(21- rasm)

Jismning o'lchami yerning o'lchamidan juda kichik bo'lgani uchun, bo'lakchalarning

og'irlik kuchlarini parallel kuchlardan iborat deb qarash mumkin. Bo'lakchalarning og'irlik kuchlarini tegishlicha $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n$ desak, ularning teng ta'sir etuvchisining moduli.

$$P = \sum p_k$$

formula orqali aniqlanadi (21-rasm).

Qattiq jismni istalgan burchakka burganda bo'lakchalarga ta'sir etuvchi kuchlarning faqatgina yo'nalishi o'zgaradi qo'yilish nuqtasi esa o'zgarmaydi. Bo'lakchalar og'irlik kuchlarining teng ta'sir etuvchisi $\bar{P}$ kuchning qo'yilish nuqtasi C ga qattiq jismning og'irlik markazi, $\bar{P}$ kuchga esa og'irlik kuchi deyiladi.

Qattiq jismning istalgan holatida bo'lakchalar og'irlik kuchlari teng ta'sir etuvchisining ta'sir chizig'i o'tadigan va qattiq jism bilan chambarchas bog'liq bo'lgan nuqtaga, qattiq jismning og'irlik markazi deyiladi.

Qattiq jism og'irlik markazi koordinatalari, parallel kuchlar markazi koordinatalari kabi topiladi: ya'ni

$$x_c = \frac{1}{P} \sum p_k \cdot x_k, \quad y_c = \frac{1}{P} \sum p_k \cdot y_k, \quad z_c = \frac{1}{P} \sum p_k \cdot z_k$$

bu yerda x_k, y_k, z_k - qattiq jism bo'lakchasi og'irlik kuchi qo'yilgan nuqtasining koordinatalari.

Bir jinsli jismlar og'irlik markazi koordinatalari.

Bir xil moddadan tashkil topgan jismlarga bir jinsli jism deyiladi.

Og'irligi P ga teng jism V hajmga ega bo'lsin. Agar birlik hajmga to'g'ri kelgan og'irlikni γ bilan belgilasak, bir jinsli jism istalgan bo'lakchasining og'irligi p_k , shu bo'lakcha hajmi v_k ga proporsional bo'ladi, ya'ni $p_k = \gamma V_k$, y holda jismning og'irligi P , jism hajmi V ga proporsional, ya'ni $P = \gamma V$

Hajmga ega bo'lgan qattiq jism og'irlik markazi, koordinatalarini aniqlash formulalarini hosil qilamiz.

$$x_c = \frac{1}{V} \sum v_k \cdot x_k, \quad y_c = \frac{1}{V} \sum v_k \cdot y_k, \quad z_c = \frac{1}{V} \sum v_k \cdot z_k$$

Agar jism bir jinsli yupqa, yassi plastinkadan iborat bo'lsa, uning og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formuladan topiladi.

$$x_c = \frac{1}{S} \sum s_k \cdot x_k, \quad y_c = \frac{1}{S} \sum s_k \cdot y_k$$

bu yerda S -plastinka yuzasi; s_k -bitta bo'lakchanning yuzasi.

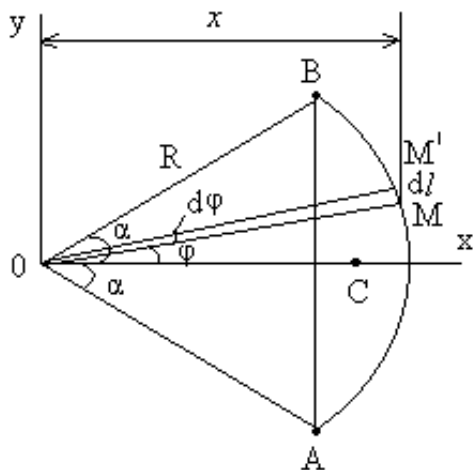
Xuddi shu usul yordamida chiziqning og'irlik markazi koordinatalarini hosil qilish mumkin.

$$x_c = \frac{1}{L} \sum l_k \cdot x_k, \quad y_c = \frac{1}{L} \sum l_k \cdot y_k, \quad z_c = \frac{1}{L} \sum l_k \cdot z_k$$

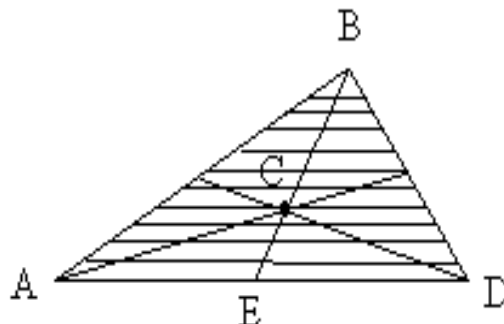
bu yerda L -chiziqning uzunligi, l_k —bo'lakchanning uzunligi.

Ayrim bir jinsli jismlarning og'irlik markazlari.

1. **Aylana yoyining og'irlik markazi.** Markaziy burchagi $AOB=2\alpha$, radiusi R bo'lgan AB yoyning og'irlik markazini aniqlaymiz.



22-rasm



23-rasm

Koordinata boshi qilib O nuqtani olib x va y o'qlarini o'tkazamiz (22-rasm) Aylana yoyi x o'qiga simmetrik bo'lgani uchun uning og'irlik markazi x o'qi ustida yotadi ($y_c=0$). Og'irlik markazining x_c koordinatasini aniqlaymiz. Buning uchun AB yoydan uzunligi $dl=Rd\varphi$ bo'lgan MM^1 bo'lagini olamiz. MM^1 bo'lakchanning x koordinatasi $x = R \cos \varphi$ va dl ning qiymatini hosil qilamiz.

$$x_c = \frac{1}{L} \int_A^B x dl = \frac{R^2}{L} \int_{\alpha}^{\alpha} \cos \varphi d\varphi = 2 \frac{R^2}{L} \sin \alpha$$

bu yerda L –uzunligi $R \cdot 2\alpha$ ga teng bo'lgan $\overset{\smile}{AB}$ yoyning uzunligi, u holda

$$x_c = \frac{R \sin \alpha}{\alpha}$$

Shunday qilib, aylana yoyning og'irlik markazi O nuqtadan x_c masofada simmetriya o'qida yotar ekan.

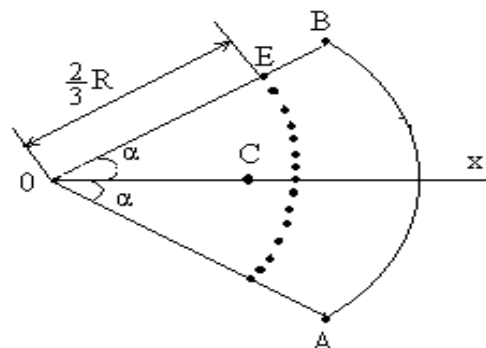
2. **Uchburchak yuzasining og'irlik markazi.** ABD uchburchakni AD tomonga parallel bo'lgan kichik bo'laklarga ajratamiz (23-rasm). Bu bo'laklarning og'irlik markazi BE medianada yotadi. Qolgan ikkita mediana uchun ham olingan natija xuddi shunday bo'ladi. Demak,

uchburchak yuzasining og'irlik markazi uning medianalari kesishgan nuqtada yotadi, ya'ni

$$CE = \frac{1}{3} BE$$

2. Doira sektori yuzasi og'irlik markazi.

Radiusi R markaziy burchagi 2α ga teng doira sektori yuzasining og'irlik markazini aniqlash uchun x o'qini sektor yuzining simmetriya o'qi bo'ylab yo'naltiramiz (24-rasm). OAB sektor yuzasini fikran bir qancha elementar sektorlarga bo'lib chiqamiz. Har bir elementar sektorning balandligi R ga



24-rasm

teng uchburchak deb qarasak, uning og'irlik markazi $\frac{2}{3}R$ masofada yotadi. Demak, doira sektorining og'irlik markazi O markazdan $\frac{2}{3}R$ ga teng aylana yoyining og'irlik markazi bilan ustma – ust tushadi

$$x_C = \frac{2}{3} \frac{R \sin \alpha}{\alpha}$$

yarim doira uchun $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ekanligini nazarda tutsak.

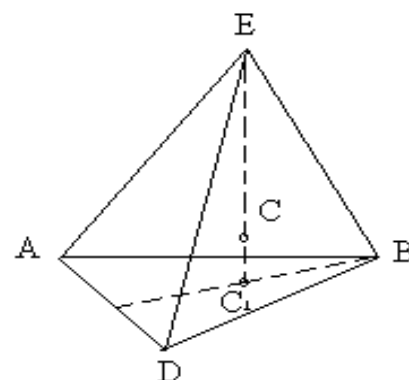
$$x_C = \frac{4}{3\pi} R = 0,424R$$

ga teng bo'ladi.

4. Piramida hajmining og'irlik markazi (yoki konus). Piramidaning og'irlik markazi C_1E chiziq ustida yotadi (25- rasm). E-piramida uchi, C_1 -piramida asosining og'irlik markazi, u holda

$$CC_1 = \frac{1}{4} EC_1$$

Bu tenglama barcha ko'pburchakli piramidalar va konus uchun o'rinli.



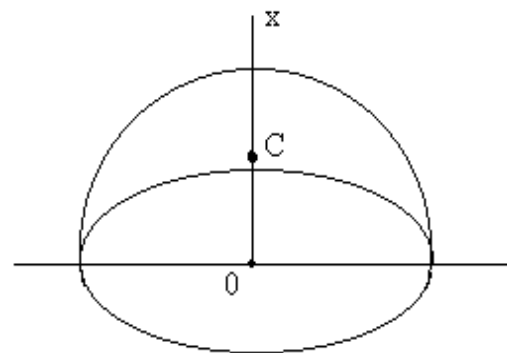
25-rasm.

5. Yarim shar hajmining og'irlik markazi.

Yarim sharnirning og'irlik markazi C nuqta Ox (simmetriya o'qi) o'qi ustida yotadi.

$$x_c = OC = \frac{3}{8}R$$

bu yerda: R – yarim sharning radiusi.(26-rasm)



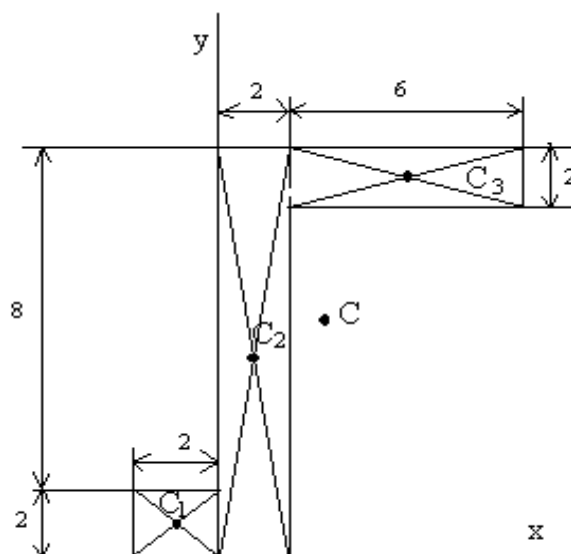
26-rasm

Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namuna.

71-Masala. Rasmda tasvirlangan bir jinsli plastinkaning og'irlik markazi koordinatalarini aniqlang. O'lchamlar santimetrlarda berilgan.

Yechish. x,y o'qlarini o'tkazamiz. Plastinkani 3 ta to'g'ri to'rt burchakdan iborat yuzaga ajratamiz. Har bir bo'lakchanning koordinatalari va yuzasini aniqlaymiz.

N _o	1	2	3
x _K	-1	1	5
y _K	1	5	9
s _K	4	20	12



Plastinkaning to'liq yuzasi $s = s_1 + s_2 + s_3 = 4 + 20 + 12 = 36 \text{ cm}^2$

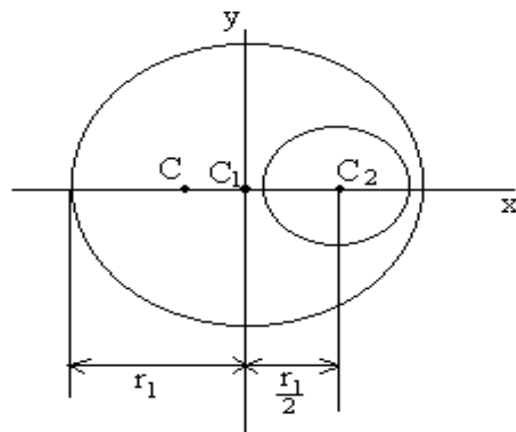
ga teng ekan. Endi plastinka og'irlik markazi koordinatalarini aniqlaymiz.

$$x_C = \frac{x_1 s_1 + x_2 s_2 + x_3 s_3}{s} = \frac{(-1) \cdot 4 + 1 \cdot 20 + 5 \cdot 12}{36} = \frac{-4 + 20 + 60}{36} \approx 2,1 \text{ cm}$$

$$y_C = \frac{y_1 s_1 + y_2 s_2 + y_3 s_3}{s} = \frac{1 \cdot 4 + 5 \cdot 20 + 4 \cdot 12}{36} = \frac{4 + 100 + 108}{36} \approx 5,9 \text{ cm}$$

Plastinkaning og'irlik markazi rasmda ko'rsatilgan bo'lib, u plastinkadan tashqarida ekan.

72-masala. Radiusi $r_2 = \frac{r_1}{2}$ doiraviy kesimga ega bo'lgan bir jinsli radiusi r_1 bo'lgan diskning og'irlik markazini aniqlang.



Yechish: Masalani yechish uchun koordinata o'qlarini o'tkazamiz. Diskning og'irlik markazi C_1 C_2 chiziqda yotadi chunki bu chiziq simmetriya o'qi bo'lib hisoblaymiz, x_C koordinatani aniqlash uchun diskni to'ldiramiz, keyin esa to'liq disk yuzasidan qirqib tashlangan doira yuzasini ayirib tashlaymiz. Bunda qirqib tashlangan doira yuzasi manfiy ishorada olinadi.

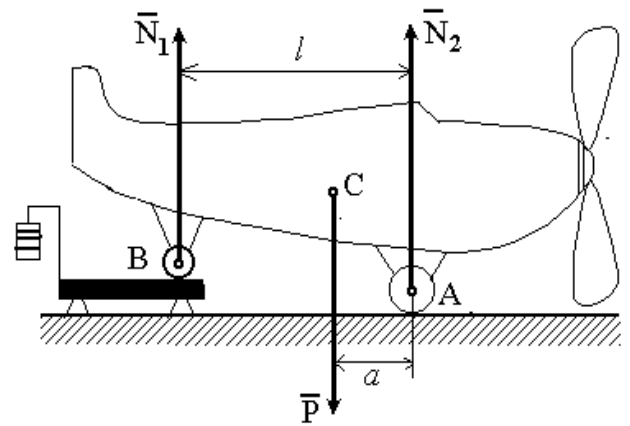
$$s_1 = \Pi r_1^2; \quad s_2 = \Pi \left(\frac{r_1}{2} \right)^2 = \frac{\Pi r_1^2}{4}$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{r_1}{2}; \quad y_C = 0$$

$$x_C = \frac{x_1 s_1 - x_2 s_2}{s_1 - s_2} = \frac{0 - \frac{r_1}{2} \cdot \frac{\Pi r_1^2}{4}}{\Pi r_1^2 - \frac{\Pi r_1^2}{4}} = -\frac{r_1}{6}$$

Aniqlangan C og'irlik markazi C_1 og'irlik markazidan chap tomonda yotadi.

73-Masala. Agar $AB = l$ berilgan bo'lsa samolyot og'irlik markazining bitta koordinatasi a ni tortish usuli bilan aniqlashni ko'rsating?



Yechish: Samolyotning B g'ildiragini taroziga qo'yib, g'ildirakning taroziga beradigan bosim kuchni aniqlaymiz. Bu bosim kuchi tarozi tomonidan samolyotga beradigan $\bar{N}_1$ reaksiya kuchiga teng, shu usulda $\bar{N}_2$ reaksiya kuchini ham aniqlaymiz. C nuqtani moment markazi qilib kuchlarning shu nuqtaga nisbatan momentlarini aniqlab nolga tenglashtiramiz, ya'ni

$$-N_1(l-a) + N_2a = 0$$

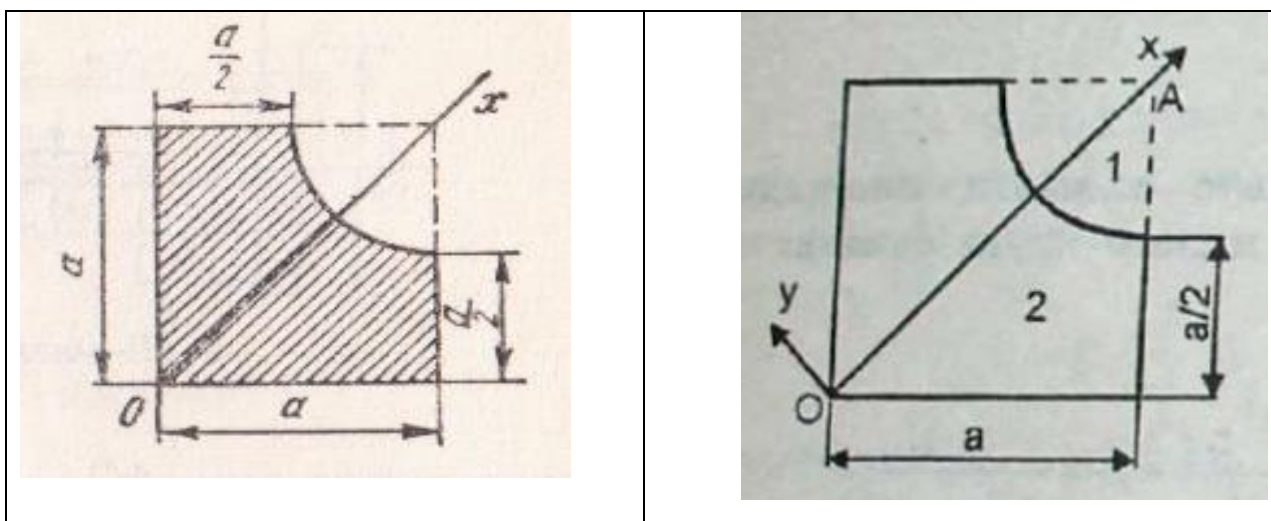
bundan

$$\alpha = \frac{lN_1}{N_1 + N_2}$$

bu yerda $N_1 + N_2 = P$ - samolyotning og'irligi.

74-Masala. Rasmda tasvirlangan figura og'irlik markazining koordinatalari topilsin?

Agar kvadrat to'liq shaklda bo'lganda, uning og'irlik markazini osongina topish mumkin edi. Lekin bu masalada kvadratni to'liq shaklda deb tasavvur qilib doiraviy sektor og'irlik markazi koordinatasi topib va kvadratning og'irlik markazi koordinatasidan ayirib tashlab hisoblashimiz mumkin.



Bizga ma'lumki diagonal uzunligi $OA = a\sqrt{2}$ gat eng va doiraviy sektor uchun $x_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} a$.

Shunday ekan $x_1 = OA - x_0 = a\sqrt{2}(1 - \frac{2}{3\pi})$, $x_2 = OA/2 = a\sqrt{2}/2$,

Endi alohida yuzalarni aniqlashga o'tamiz.

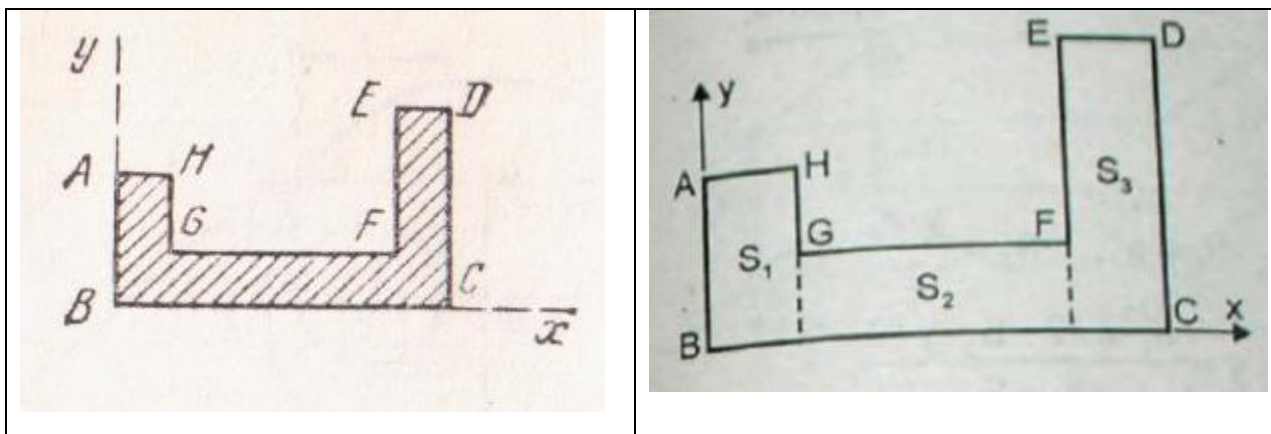
$$S_1 = \pi a^2 / 16, \quad S_2 = a^2$$

Topilgan qiymatlarni inobatga olib, figuraning og'irlik markazi koordinatalarini aniqlaymiz

$$x_c = \frac{S_2 \cdot x_2 - S_1 \cdot x_1}{S_2 - S_1} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2} / 2 - \pi a^3 \sqrt{2} (1 - \frac{2}{3\pi}) / 16}{- \pi a^2 / 16 + a^2} = 0,61a.$$

75-Masala. Rasmda ko'rsatilgan bir jinsli plastinka og'irlik markazining koordinatalari topilsin? Quyidagilar berilgan: $AH=2\text{sm}$, $HG=1,5\text{sm}$, $AB=3\text{sm}$, $BC=10\text{sm}$, $EF=4\text{sm}$, $ED=2\text{sm}$.

Yechish: Berilgan chizmaga ko'ra alohida qirralarni shtrix chiziqlar bilan birlashtirib to'g'ri to'rtburchak shakliga keltirib olamiz. So'ngra bu to'g'ri to'rtburchaklarning yuzasi va diagonalalar kesishgan nuqtasi koordinatasini aniqlab olamiz.

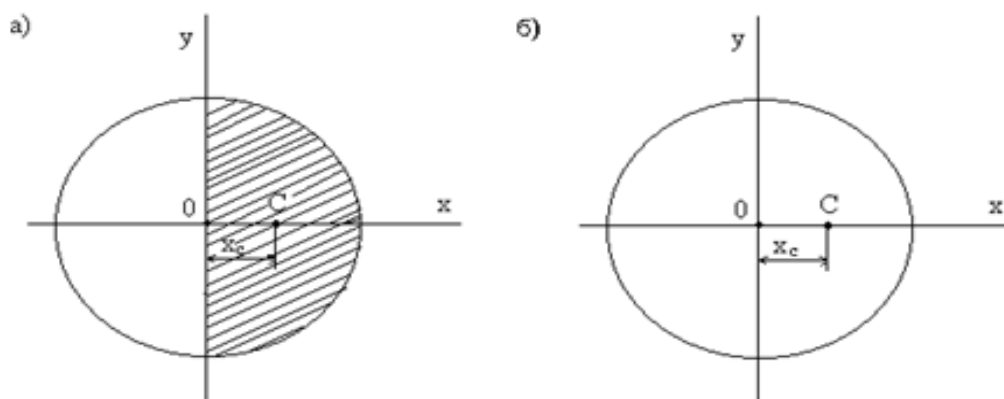


So'ngra bu qiymatlarni og'irlik markazini topish formulasiga qo'yamiz.

Unga ko'ra:
$$x = \frac{S_1 x_1 + S_2 x_2 + S_3 x_3}{S_1 + S_2 + S_3} = \frac{6 \cdot 1 + 9 \cdot 5 + 11 \cdot 9}{6 + 9 + 11} = \frac{75}{13} \text{ sm.}$$

$$y = \frac{S_1 y_1 + S_2 y_2 + S_3 y_3}{S_1 + S_2 + S_3} = \frac{6 \cdot 1,5 + 9 \cdot 0,75 + 11 \cdot 2,75}{6 + 9 + 11} = \frac{23}{13} \text{ sm.}$$

76-masala. Yarim doira va yarim aylana og'irlik markazlarini aniqlang.



Yechish. x o'qini yarim doiraning simmetriya o'qi bo'ylab, y o'qini esa diametri bo'ylab yo'naltiramiz (a-rasm,). Yarim doira y o'qi atrofida aylantirilganda shar hosil bo'ladi, uning hajmi.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Yarim doiraning yuzasi

$$S = \frac{1}{2} \pi R^2$$

Yarim doiraning og'irlik markazi x_c x o'qi ustida yotadi

$$x_c = \frac{V}{2\pi S} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{2\pi \frac{1}{2}\pi R^2} = \frac{4}{3\pi} R \approx 0,424R$$

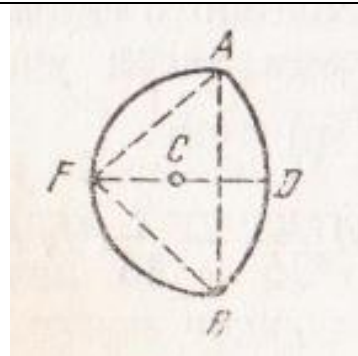
Yarim aylananing og'irlik markazini topish uchun x o'qini uning simmetriya o'qi bo'ylab, y o'qini diametri bo'ylab yo'naltiramiz (6-rasm). Yarim aylananing og'irlik markazi x o'qi ustida yotadi. Yarim aylanani y o'q atrofida aylantirisak shar sirti hosil bo'ladi. Uning yuzasi $S = 4\pi R^2$ Yarim aylana uzunligi $L = \pi R$, u holda. yarim aylananing og'irlik markazi quyidagicha topiladi.

$$x_c = \frac{S}{2\pi L} = \frac{4\pi R^2}{2\pi \pi R} = \frac{2}{\pi} R \approx 0,6366R$$

Mustaqil yechish uchun masalalar:

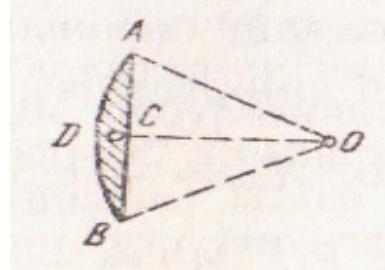
77-Masala. Sterjenli AFBD konturning C og'irlik markazining vaziyati aniqlansin? Kontur FD=R radiusli aylananing to'rtidan biriga teng bo'lgan ADB yoy va diametri AB vatar bo'lgan AFB yarim aylana yoyidan tashkil topgan. Sterjenlarning chiziqli zichligi bir xil.

(javob: $CF = R(\sqrt{2} - 1) + \frac{2R}{\pi}(3 - 2\sqrt{2}) = 0,524R.$)



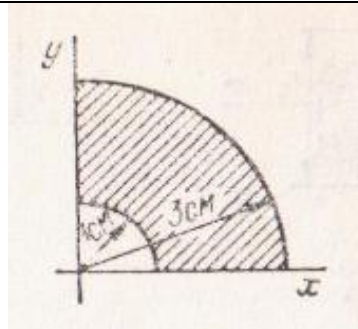
78-Masala. Radiusi AO=30sm bo'lgan ADB doiraviy segment yuzining C og'irlik markazi topilsin?

(javob: OC=27,7sm).



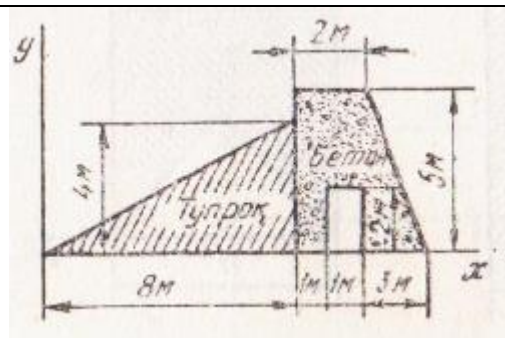
79-Masala. Rasmda tasvirlangan chorak xalqa og'irlik markazining koordinatalari aniqlansin?

(javob: $x_C = y_C = 1,38\text{sm.}$)



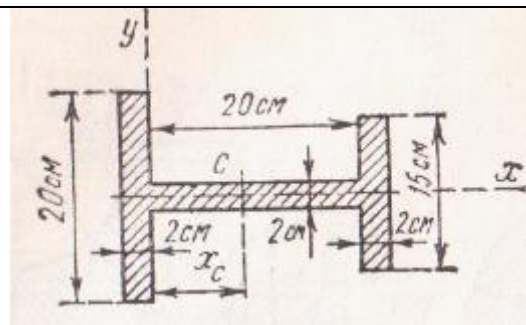
80-Masala. Betonning solishtirma og'irligi 24kN/m^3 , tuproqniki esa 16kN/m^3 deb qabul qilib, rasmda ko'rsatilgan platina ko'ndalang kesim yuzasining og'irlik markazi topilsin?

(javob: $x_C = 8,19\text{m}, y_C = 1,9\text{m},$)



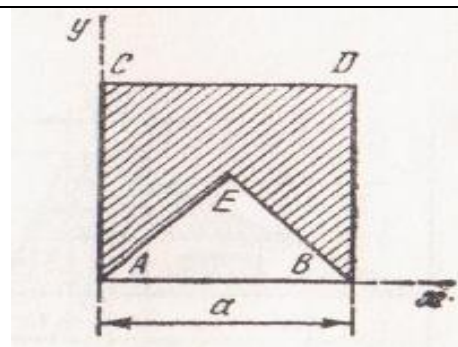
81-Masala. O'lchovlari rasmda ko'rsatilgan qo'shtavr profilning og'irlik markazi topilsin?

(javob: $x_C = 9\text{sm}$.)



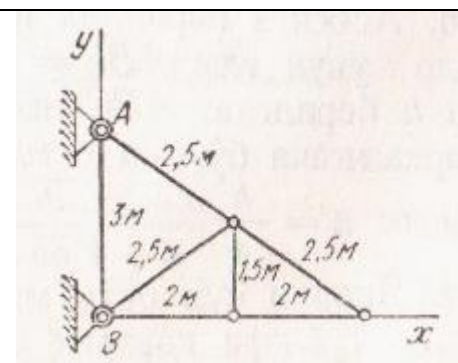
82-Masala. Tomoni a ga teng ABCD kvadrat berilgan. Bu kvadratning ichida shunday E nuqta topilsinki, kvadratdan teng yonli AEB uchburchak kesib olinganda, bu nuqta kvadratdan qolgan yuzaning og'irlik markazi bo'lsin.

(javob: $x_E = a/2$, $y_E = a/2$.)



83-Masala. Tekis ferma og'irlik markazining koordinatalari topilsin? Ferma 7 ta sterjendan tuzilgan bo'lib, ularning uzunliklari rasmda ko'rsatilgan. Hamma sterjenlar har bir metrining og'irligi bir xil.

(javob: $x=1,47\text{m}$ $y=0,94\text{m}$.)

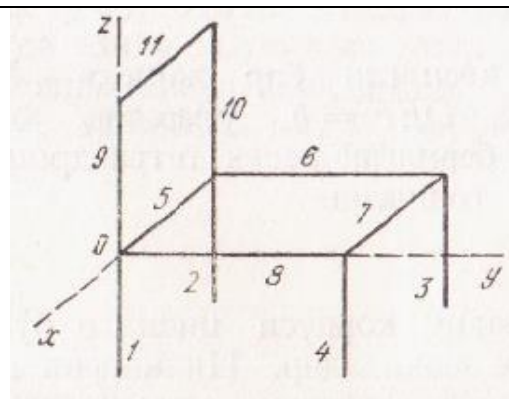


84-Masala. Suv sig'imi 45000kN bo'lgan og'irligi 300kN bo'lgan yuk kemanding oldingi qismidan ketingi qismiga 60 m masofaga surilgan. Yuk va kemanding umumiy og'irlik markazi qancha suriladi?

(javob: 0,4 m).

85-Masala. Stul ko'rinishidagi jism og'irlik markazining koordinatalari topilsin, bu jism bir xil uzunlik va bir xil og'irlikdagi sterjenlardan tuzilgan. Sterjenlarning uzunligi 44 sm.

(javob: $x=-22$ sm, $y=16$ sm, $z=0$).



Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Shoxaydarova R., Shoziyotov Sh., Zoirov J. Nazariy mexanika, T.O'qituvchi, 1981.
2. Rashidov T.K., Shoziyotov T., Muminov K.B. Nazariy mexanika asoslari. Toshkent, O'qituvchi, 1990
3. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. М., Наука, 1981.
4. Мещерский И.В. Nazariy mexanikadan masalalar to'plami. Ruscha 30 nashriga muvofiqlashtirilgan 2-nashri-T.O'qituvchi 1967.
5. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики.9-е изд.-М., Наука,1974.

Qo'shimcha adabiyotlar

1. Бутенин Н.В., Лунс Я.Л. Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. 2-е изд., перераб.- М., Наука, 1979.
2. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. “Теоретическая механика в примерах и задачах”. 7 -е изд. доп., М., Наука, 1975, 1-2 том.
3. Яблонский А.А., Норейко С.С., Вольфсон С.А. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. 3-е изд. испр., М., Высшая школа, 1978.

MUNDARIJA:

1. Statika to'g'risida tushuncha. Kuch tushunchasi.....	3
2. Statikaning asosiy masalalari.....	4
3. Bog'lanish, ularning turlari va bog'lanish reaksiyalari.....	4
4. Kesishuvchi kuchlarni geometrik usulda qo'shish.....	7
5. Kuchning o'qdagi va tekislikdagi proeksiyasi.....	10
6. Kuchlarni analitik usulda aniqlash.....	11
7. Kuchlarni analitik usulda qo'shish.....	12
8. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namuna.....	17
9. Mustaqil yechish uchun masalalar.....	28
10. Kuchning markaz(nuqta)ga nisbatan momenti.....	34
11. Juft kuch. Juft kuch momenti.....	36
12. Tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanat shartlari.....	37
13. Statik aniq va statik aniqmas masalalar.....	39
14. Bir tekis taqsimlangan kuchlar.....	40
15. Fermalarni hisoblash. Ferma haqida tushuncha.....	42
16. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namuna.....	47
17. Mustaqil yechish uchun masalalar.....	58
18. Qattiq jismning og'irlik markazi.....	68
19. Bir jinsli jismlar og'irlik markazi koordinatalari.....	69
20. Ayrim bir jinsli jismlarning og'irlik markazlari.....	70
21. Mavzu doirasida masalalar yechish uchun namuna.....	72
22. Mustaqil yechish uchun masalalar.....	78

Qo'shimcha va takliflar:

This image shows a full page of blank white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for writing. There are no margins, text, or other markings on the paper.

