

O`ZBEKISTON ALOQA VA AXBOROTLASHTIRISH AGENTLIGI

**TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI NUKUS
FILIALI**

Informatika va axborot texnologiyalari
kafedrası

Axborot texnologiyalari fakulteti «Informatika va axborot texnologiyalari»
yo`nalishining
4-kurs talabasi Hotamov Rustamning

BITIRUV MALAKAVIY ISHI
BITIRUV MALAKAVIY ISHI

**Mavzu: OPTIMAL BOSHQARISH MASALASINI MAPLE TIZIMIDA
YECHISH.**

Ilmiy rahbar _____prof.Uteuliev N.U.

Kafedra mudiri:_____dots. Burxanov Sh.A.

NUKUS – 2012y.

Mundarija

Kirish.....	3
§1. Optimal boshqarish masalasining qo`yilishi.....	5
§2. Optimal boshqarish masalasining kuchsiz boshqarish tizimi uchun taxminiy yechimlar algoritmi.....	15
§3. Matematik tahlil masalalari uchun MAPLE paketini qo`llash.....	18
§4. Chiziqli algebra masalalarini yechish uchun MAPLE paketini qo`llash.....	21
§5. MAPLE grafika.....	24
§6. Differentsial tenglmalarni yechish uchun MAPLE paketini qo`llash.....	28
§7. Sonli misol.....	32
Xulosa.....	49
Adabiyotlar.....	50

KIRISH

Boshqarish masalalari davrimizning muhim, dolzarb muammolaridan hisoblanadi. Bunday masalalarga bo'lgan e'tiborning kuchayishi tabiiy boyliklar, energiya manbalari, ishchi resurslar, moddiy va texnik vositalardan unumli, samarali foydalanishga bo'lgan ehtiyojining oshib borishi bilan bog'liq.

Insonning faol ishtiroki imkoniyati bo'lgan barcha sohalar, jumladan , fizik va texnik jarayonlarda, iqtisodiyotda, ekologiya sohasida boshqarishning u yoki bu ma'noda qabul shaklini tanlab olish bilan bog'liq masalalarga duch kelinadi.

Optimal boshqarish – boshqarishning barcha mumkin bo'lgan imkoniyatlar ichida umummaqsadga yo'nalgan holda eng maqbul bo'lishi demakdir (“Optimal” so'zi lotincha “optimus” so'zidan olingan bo'lib, eng qulay, mukammal degan ma'noni beradi). Berilgan imkoniyatlardan optimalini aniqlash uchun maksimum yoki minimum haqidagi masalani yechish, ya'ni qandaydir miqdorlarning eng katta yoki eng kichik qiymatlarini topish kerak bo'ladi.

Maksimum va minimum tushunchalari bitta “ekstremum” (lotincha “extremum” so'zi “chetki” degan ma'noni anglatadi) termini bilan birlashtiriladi. Shuning uchun maksimum va minimumni topish haqidagi masalalarni ekstremal masalalar deb ataydilar. Ekstremal masalalar uchun “optimallashtirish masalalari” termini ham ko'p ishlatiladi. Optimallashtirish masalalarini o'rganish orqali matematikaning amaliyot bilan uzviy aloqasini yanada yaqqolroq ko'rish mumkin.

XX asrning ikkinchio yarmiga kelib hozirga zamon fan va texnikasi masalalari bilan bog'liq holda variatsion hisobning yangi tarmog'i – optimal boshqarish nazariyasi vujudga kelib intensive rivojlanmoqda.

Hozirgi vaqtda ko'plab matematik paketlar yaratilgan va ulardan keng foydalanilmoqda. Ulardan eng ko'p tarqalganlari – bu **Maple**, **Matlab**, **Derive**, **Eureka**, **Mathematika**, **Maple** paketlari hisoblanadi. Bu paketlar ko'p funksional paketlar hisoblanadi.

Bugungi kunda matematik paketlarning o'quv jarayonidagi o'rni va roli ancha sezilarli va samaraliroqdir.

Murakkab matematik masalalarni yechishni osonlashtirish orqali matematikani o'rganishda asabiy siqilishni oldini oladi hamda uni qiziqarli va juda oddiy jarayonga aylantiradi.

Matematik paketlardan o'quv jarayonida foydalanish matematik va texnik ta'limning fundamentalligini oshirishni ta'minlaydi.

Maple paketi hozirgi vaqtda universal matematik hisoblashlarning muhiti, y'ni liderlarining biri bo'lib hisoblanadi, foydalanuvchilarning matematik izlanishlarining qulayli va intellektual muhiti bo'lib hisoblanadi.

MathCad va matlab kabi Maplening belgi analizatori hisoblash xarakteridagi paketlar qatori bilan yurgiziladi. Bitiruv malakaviy ishida Maple paketidan foydalanib optimal boshqarish masalasini yechish qaraladi.

Kiritilgan misol Mapleda buyruqlar formatlarining tabiiyligini ko'rsatadi.

Bu bitirish malakaviy ishi kirish va yetti paragrafdan iborat. Bitiruv ishining kirish qismida umuman Maple paketi va uning mumkinchiliklari haqida aytiladi.

Ishning birinchi paragrafida optimal boshqarish masalasining qo'yilishi keltiriladi.

Ishning ikkinchi paragrafida optimal boshqarish masalasining kuchsiz boshqarish tizimi uchun taxminiy yechimlar algoritmi qaraladi.

Ishning uchinchi va to'rtinchi paragraflarida matematik analiz va chiziqli algebra masalalarini Maple paketida yechish masalasi qaraladi.

Ishning beshinchi paragrafida Maple paketida funktsiyalarning grafiklarini tuzish masalalari qaraladi.

Ishning oltinchi paragrafida Maple paketidan foydalanib, differentsial tenglamalarni yechish masalasi ko'riladi.

Ishning yettinchi paragrafida optimal boshqarish masalasiga sonli misol Maple paketida yechib ko'rsatiladi va taxlil qilinadi.

Ishning xulosa qismida bitiruv malakaviy ishida olingan natijalar keltiriladi.

§1. Optimal boshqarish masalaning qo'yilishi

1.1. Optimal boshqarish masalasi

Differentsial tenglamalar tizimini qaraymiz.

$$\dot{x} = f(t, x, u), x(t_0) = a \quad (1.1)$$

Bu yerda $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - n - o'lchamli fazoviy koordinat vektor, t - nuqta bo'yicha differentsiallashtirishni bildiradi, $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ - m o'lchamli boshqaruvchi funktsiya, $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ - n - o'lchamli vektor funktsiya, t_0 - boshlang'ich vaqt momenti, a - boshlang'ich fazoviy holat vektori.

Boshqaruvchi vektor funktsiya $u(t)$ ga quyidagi chegaraviy shartlar qo'yiladi.

$$U(t) \in U, t \geq t_0 \quad (1.2)$$

Bu yerda U - m -o'lchovli fazoda berilgan yopiq to'plam. Aytaylik $U_i(t), i = 1, \dots, m$ funksionali qismli uzluksiz bo'lsin. $T \geq t_0$ bo'lganda boshqarish jarayoni oxirida chegaraviy shartlar

$$h(x(T), T) = 0, q(x(T), T) = 0 \quad (1.3)$$

bo'ladi va minimallanuvchi funksional quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi.

$$J = F(x, (T), T). \quad (1.4)$$

Bu yerdan $h(x, t)$ va $F(x, t)$ berilgan skalyar funktsiyalar, $q(x, t) = (q_1, q_2, \dots, q_r)$ - berilgan r o'lchamli vektor funktsiya, va $0 \leq r \leq n-1$.

h va q funktsiyalar x va t bo'yicha uzluksiz differentsiallanuvchi deb faraz qilamiz, F - ikki marta uzluksiz differentsiallanuvchi (1.3) ning birinchi tengligi T vaqt momentida jarayon oxirini aniqlovchi shart bo'lib xizmat qiladi. $x(t)$ ning hohlagan traektoriyasida $h(x, t)$ funktsiya t vaqt intervalida monoton

bog'liq bo'ladi. Shuning uchun $h(x(t), t) = 0$ har bir ruxsat etilgan traektoriya uchun, $T \geq t_0$ birlik vaqt momentida aniqlanadi.

Optimal boshqarish masalasi deb – mos optimal traektoriya bo'yicha $u(t)$ boshqarishni aniqlovchi bo'lib, bunda $t_0 \leq t \leq T_0$ tenglamalar tizimini va (1.1)- boshlang'ich shartni, (1.3) chegaraviy shartni, (1.2) boshqarish cheklashlarni qanoatlantiradigan va (1.4)-funktSIONALga minimum beradigan masalaga aytiladi.

1.2.Maksimum printsipi

Qo'yilgan masalada o'zida optimallashtirish masalasining zarurli sharti ko'rsatilgan L.S. Pontryaginining maksimum printsipidan qo'llanamiz.

x_0 va x_{n+1} to'liqtiruvchi fazoviy koordinatalarni kiritamiz, boshlang'ich shartlar quyidagi tenglamalari bilan aniqlanadi

$$\dot{x} = f_0, \dot{x}_{n+1} = 1, x_0(t_0) = 0, x_{n+1}(t_0) = t_0 \quad (1.5)$$

Bu yerda

$$f_0 = \frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \left(\frac{\partial F}{\partial x}, f \right)$$

Bu yerda va bundan keyin $\partial/\partial x$ - fazoviy koordinata bo'yicha gradient operator, dx/dt - (1.1) traektoriyalar tizimi bo'ylab to'liq hosila, $(\cdot, \cdot)$ – ikki vektorning skalyar ko'paytmasini bildiradi.

$x_{n+1}(t) = t$ bo'lishi aniq va shuning uchun t argumentini f, f_0, h, q, F funktsiyalarida x_{n+1} bilan almashtirish mumkin.

Shunda (1.1) va (1.5) tizimlar avtonom bo'ladi, (1.4) funktsional $J = x_0(T)$

ko'rinishiga keladi.

Bog'langan qo'shma o'zgaruvchili $\Psi(t) = (\Psi_1, \Psi_2 \dots \Psi_n)$ vektorlarini kiritamiz, shuningdek, bog'langan o'zgaruvchili $\Psi_{n+1}(t)$ va $\Psi_0(t)$ vektorlarini kiritamiz, shuning uchun, odatdagidek $\Psi_0 = -1$ deb olamiz, H' Gamilton funktsiyasi va (1.1), (1.5) tizimlari uchun bog'langan tenglama quyidagi ko'rinishni oladi.

$$H' = (\Psi, f) + \Psi_{n+1} - f_0 = \left(\Psi - \frac{\partial F}{\partial x}, f \right) + \Psi_{n+1} - \frac{\partial F}{\partial t},$$

$$\Psi'_k = -\frac{\partial H'}{\partial x_k} = -\left(\Psi - \frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial x_k} \right) + \left[\frac{\partial^2 F}{\partial t \partial x_k} + \left(\frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial F}{\partial x}, f \right) \right] \quad (1.6)$$

$$k = 1, 2, \dots, n.$$

(1.3) chegaraviy shartlari hisobidan tranver shartlar quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$\Psi = \lambda \frac{\partial h}{\partial y} + \sum_{i=1}^r \lambda_i \frac{\partial q_i}{\partial x}$$

$$\Psi_{m+1} = \lambda \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{i=1}^r \lambda \frac{\partial q_i}{\partial t} \quad (1.7)$$

$$t = T, H' = 0$$

Bu yerda $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, r$ - no'malum doimiy parametrlar.

(1.6) dagi H' tengligi uchun (1.7) dan Ψ va Ψ_{n+1} ifodalarni qo'yamiz. $H' = 0$ shartini hisobga olsak, quyidagi tenglmani olamiz, va keyin uni λ - ga qarata yechamiz:

$$\lambda = \left(\frac{\partial f}{\partial t} - \sum_{i=1}^r \lambda_i \frac{dq_i}{dt} \right) \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)^{-1}, t = T \quad (1.8)$$

Yana Gamilton va qo'shma o'zgaruvchilarni quyidagi o'zgargan ko'rinishga kiritamiz.

$$P = \Psi - \frac{\partial F}{\partial x}, P = (p_1, p_2 \dots p_n)$$

$$H = (p, f) = H' - \Psi_{n+1} - \frac{\partial F}{\partial t} \quad (1.9)$$

(1.6) dagi kvadrat qavs ichidagi ifoda $\partial(\partial F / \partial x_k) / \partial t$ ga teng bo'lsin deb olamiz.

U holda (1.6) tenglama va (1.7) shart (1.9) hisobidan quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$\dot{p}_k = -\left(p, \frac{\partial f}{\partial x_k}\right) = -\frac{\partial H}{\partial x_k}, H = (p, f),$$

$$P = \lambda \frac{\partial h}{\partial t} + i = \sum_{i=1}^r \lambda_i \frac{\partial q_i}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial x}, t = T \quad (1.10)$$

Optimal boshqarish masalasining chegaraviy masalasida ikkita $x(t)$ va $p(t)$ funktsiyalari uchun maksimum printsipli mos keladi. $u(t)$ - optimal boshqaruvchi, H - funktsiyaning supremum shartiga ekvivalent bo'lgan H' funktsiyaning u bo'yicha supremum shartidan aniqlanadi, u holda

$$H(p(t), x(t), u(t)) = \sup_{i \in U} H(p(t), x(t), t, u) \quad (1.11)$$

Boshqarishning kichik parametrlar bilan masalalari

Optimal boshqarishning ko'plagan amaliy masalalari faktor yoki o'zaro harakatlarning kichik xarakterligiga bog'liq turda, aniq yoki aniq emas turda kichik parametrlarni o'zida saqlaydi. Bu holatda optimal boshqarishni qurishning kichik parametr ideyasi asosida effektivli taxminiy yoki assimtotik usuli foydalaniladi.

Bu holatda **achchiqlangan** masalaga qarata ε - kichik parametri kiritiladi.

Achchiqlanmagan masala ($\varepsilon = 0$) analitik yoki sonli qiymatli yechilishi

mumkin.

f, h, a, q, F funktsiyalari ε - parametridan ozod holda va ε darajalari bo'yicha ularning yoyilma qatori olinadi:

$$\begin{aligned} f &= f^0(x, t, u) + \varepsilon f^1(x_0, t, u) + \varepsilon^2 f^2(x, t, u) + \dots \\ a &= a^0 + \varepsilon a^1 + \varepsilon^2 a^2 \\ h &= h^0(x, t) + \varepsilon h^1(x, t) + \varepsilon^2 h^2(x, t) + \dots \\ q &= q^0(x, t) + \varepsilon q^1(x, t) + \varepsilon^2 q^2(x, t) + \dots \\ F &= F^0(x, t) + \varepsilon F^1(x, t) + \varepsilon^2 F^2(x, t) + \dots \end{aligned} \quad (1.12)$$

Bu yerda nuqtalar yoyilmaning yuqori a'zolarini bildiradi. $\varepsilon = 0$ da f, h, a, q, F (1.2) turida aniqlansa, (1.1)-(1.4) masala mumkin bo'lgan birdan-bir yechimga ega bo'ladi. Bu holatda (1.1)-(1.4), (1.12) masalaning taxminiy va aniq yechimga yaqin yechimi haqida berilgan $\varepsilon = 0$ orqali savol tug'iladi. Boshqa holatda (1.12) da $\dot{f}$ - funktsiya boshqaruvchi o'zaro harakat u dan mustaqil emas, bu holatda (1.1) kuchsiz boshqaruvchi deb ataladi.

1.3. Kuchsiz boshqaruvchi tizimlar

(1.12)da $f^0(x, t, u)$ funktsiya u parametridan g'arazli emas deb faraz qilamiz. Bu holatda shunga qiziqamiz, boshqariishda nollik yaqinlashishni aniqlash umuman mumkin emas.

f^0 -vektor funktsiya boshqaruvchi $u_i(t)$ funktsiyalarning barchasiga g'arazli emas, faqat ularning bir qanchasigagina bog'liq bo'ladigan oraliq holat bo'lishi mumkin deb faraz qilamiz.

1.4. Nollik yaqinlashish tenglamasini kiritish

(1.1)-(1.4) turidagi optimal boshqarish masalasining kuchsiz boshqarish tizimi uchun taxminiy yechimlarini topishni kiritamiz, bunda f, h, q, F funktsiyalari (1.12) turida ko'rsatiladi, bunda f^0 u dan mustaqil. Izlangan $x, p, T, \lambda, \lambda_i$ va J

miqdorini quyidagi turdagi yoyilmalardan izlaymiz.

$$\begin{aligned}
 x &= x^0(t) + \varepsilon x^1(t) + \dots, \\
 p &= p^0(t) + \varepsilon p^1(t) + \dots, \\
 \lambda &= \lambda_0 + \varepsilon T^1 + \dots, \\
 \lambda_i &= \lambda_i^0 + \varepsilon \lambda_i^1 + \dots, i = 1, 2, \dots, r \\
 J &= J^0 + \varepsilon J^1 + \dots
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

(1.1), (1.3), (1.4), (1.8), (1.10) tenglamalariga (1.12), (1.13) tengliklarini qo'yamiz, olingan munosabatlarni ε -darajalari bo'yicha yoyamiz va koeffitsientlarni $\varepsilon^0 = 1, \varepsilon^1 = \varepsilon$ orqali tenglaymiz. Nollik yaqinlashishda quyidagilarni olamiz:

$$\dot{x}^0 = f^0(x, t) \quad x^0(t_0) = a^0$$

$$\begin{aligned}
 h_0(x^0(T^0), T^0) &= 0, q^0(x^0(T^0), T^0) = 0, \\
 J^0 &= F^0(x^0(T^0)), \\
 \dot{p}_k^0 &= - \left(p^0 \frac{\partial f^0(x^0(t), t)}{\partial x_k} \right), k = 1, 2, \dots, n; \\
 p^0(T^0) &= \lambda^0 \frac{\partial h^0}{\partial t} + \sum_{i=1}^r \lambda_i^0 \frac{\partial q_i^0}{\partial x} - \frac{\partial F^0}{\partial x}, \\
 \lambda^0 &= \left\{ \frac{\partial F^0}{\partial t} + \left(\frac{\partial F^0}{\partial x}, f^0 \right) - r \sum_{i=1}^r \lambda_i^0 \left[\frac{\partial q_i^0}{\partial x} + \left(\frac{\partial q_i^0}{\partial x}, f^0 \right) \right] \right\} \left[\frac{\partial h^0}{\partial t} + \left(\frac{\partial h^0}{\partial x}, f^0 \right) \right]^{-1}, t = T^0
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

(1.1), (1.3), (1.4) tengliklar uchun birinchi yaqinlashish tenglamani quyidagicha yozamiz:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_k^1 &= \left(\frac{\partial f_k(x^0(t), t)}{\partial x}, x^1 \right) + f_k^1(x^0(t), t, u(t)), k = 1, 2, \dots, n \\
x^1(t_0) &= a^1 \\
\left[\frac{\partial h^0}{\partial t} + \left(\frac{\partial h^0}{\partial x}, f \right) \right] T^1 + \left(\frac{\partial h^0}{\partial x}, x^1(T^0) \right) + h^1 &= 0, \\
\left[\frac{\partial q_i^0}{\partial t} + \left(\frac{\partial q_i^0}{\partial x}, f^0 \right) \right] T^1 + \left(\frac{\partial q_i^0}{\partial x}, x^1(T^0) \right) + q_i^1 &= 0 \\
J^1 &= \left[\frac{\partial F^0}{\partial t} + \left(\frac{\partial F^0}{\partial x}, f^0 \right) \right] T^1 + \left(\frac{\partial F^0}{\partial x}, x^1(T^0) \right) + F^1
\end{aligned} \tag{1.15}$$

(1.15) ning keyingi uch tengliklarida x, t ning barcha funktsiyalari $x = x^0(T^0), t = T^0$ qiymatlari orqali beriladi.

1.5. Taxminiy (yaqinlashgan) yechimlarni tuzish

(1.14) va (1.15) tenglamalariga analiz kiritamiz.

Nollik yaqinlashishning umumiy yechimi $\dot{x} = f^0(x, t)$ (1.14) dan ma'lum deb hisoblaymiz va quyidagicha aniq turda berilsin:

$$x = \varphi(t, c) \quad \varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n), c = (c_1, c_2, \dots, c_n) \tag{1.16}$$

Bu yerda φ - vektor funktsiya, c - doimiy erkli vektor.

(1.16) tenglikni doimiy erklilar c_i - ga qarata yechamiz va quyidagini olamiz:

$$g(x, t) = c, g = (g_1, g_2, \dots, g_n) \tag{1.17}$$

Funktsiyalar $g_k, k = 1, 2, \dots, n$ nollik yaqinlashish tizimlariga g'arazli bo'lgan birinchi integrallar. Nollik yaqinlashishda $x^0(t)$ traektoriyalar uchun koshi

masalasiga ega bo'lamiz, (1.14) ning birinchi ikki tengligini beradigan, uning yechimi φ, g funktsiyalari orqali anglatiladi, kiritilgan (1.16), (1.17) tengliklardan

$$x^0(t) = \varphi(t, c), c = g(a^0, t^0) \quad (1.18)$$

Jarayon oxiridagi T^0 moment va J^0 funktsionali bu yaqinlashishda (1.14)ning uchinchi va beshinchi tengliklari bilan aniqlanadi. (1.14) ning to'rtinchi tengligi, ya'ni $q = 0$ chegaraviy sharti nollik yaqinlashish, avtomat turda bajariladi.

$n \times n$ matritsani kiritamiz

$$\Phi(t, c) = \left\| \frac{\partial \varphi_i}{\partial c_j} \right\|, G(t, c) = \left\| \frac{\partial g_i}{\partial x_j} \right\| \quad (1.19)$$

$$x = \varphi(t, c), i, j = 1, 2, \dots, n$$

(1.17) va (1.18) tengliklar vektor c ni vektor x ga aylantiradigan va aksincha akslantirishni beradi ($x, c \in R^n$). (1.19) matritsasi $\Phi = G^{-1}$ munosabatiga bog'liq turda bu o'zaro teskari akslanish uchun Yakobi matritsasi kabi bo'ladi. Matritsa rangi n - ga teng.

$x^1(t)$ funktsiya (1.15) chiziqli bir jinsli emas tizimni qanoatlantiradi.

Bir jinsli tizim variatsiya tizimi bo'lib hisoblanadi, (1.14) nollik yaqinlashishi tenglamasi uchun $x^0(t)$ ni qanoatlantiradigan oddiy differentsial tenglamalar nazariyasidan (1.19)dan Φ -matritsa o'zida variatsiya tizimlari uchun fundamental matritsani saqlaydi. Buni qo'llanib, (1.15) bir jinsli emas tizimning umumiy yechimini variatsiya usuli yordamida quyidagicha yoziladi:

$$x^1(t) = \Phi(t, c)b + \Phi(t, c) \int_{t_0}^t \Phi^{-1}(\tau, c) f^1(x^0(\tau), \tau, u(\tau)) d\tau.$$

$\Phi^{-1} = G$ tengligini qo'llasak, keyingi ifodani quyidagicha yozamiz:

$$x^1(t) = \Phi(t, c) G(t_0, c) x^1(t_0) + \Phi(t, c) \int_{t_0}^t g(\tau, c) f^1(x^0(\tau), \tau, u(\tau)) d\tau \quad (1.20)$$

(1.15)ning uchinchi tengligidan T^1 miqdorini anglatamiz va (1.15) ning to'rtinchi tengligiga qo'yamiz. Shunda

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial q^0}{\partial x}, x^1(T^0) \right) + q_i^1 \right] \left[\frac{\partial h^0}{\partial t} + \left(\frac{\partial h^0}{\partial x}, f^0 \right) \right] = \\ & \left[\left(\frac{\partial h^0}{\partial x}, x^1(T^0) \right) + h^1 \right] \left[\frac{\partial q_i}{\partial t} + \left(\frac{\partial q_i}{\partial x}, f^0 \right) \right], i = 1, \dots, r. \end{aligned} \quad (1.21)$$

p^0 -vektor (1.14) dan kelib chiqadi, bir jinsli chiziqli tizimni qanoatlantiradi, variatsiyada yuqori tizimni eslatadigan munosabat bo'yicha qo'shma bog'langan bo'lib hisoblanadi. Shuning uchun fundamental matritsa $(\Phi^{-1})' = G'$ uchun teng emas, bu yerda shtrix transponirlangan matritsani bildiradi. Bundan (1.14) tizimning umumiy yechimi $p^0(t)$ quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$p^0(t) = G'(t, c)s, s = (s_1, s_2, \dots, s_n), \quad (1.22)$$

yoki skalyar shaklda

$$p_r^0(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_i}{\partial x_k} s_i, k = 1, 2, \dots, n$$

Bu yerda s -erkli doimiy vektor. (2.21) yechimni (1.14.) shartda $p^0(T^0)$ uchun qo'yamiz va $(G')^{-1} = \Phi'$ tengligini hisobga olsak, $t = T^0$ orqali quyidagini olamiz:

$$s = \Phi'(T^0, c) \left(\lambda^0 \frac{\partial h^0}{\partial x} + \sum_{i=1}^r \lambda_i^0 \frac{\partial q_{i^0}}{\partial x} - \frac{\partial F^0}{\partial x} \right) \quad (1.23)$$

Yana birinchi yaqinlashish yo`nalishini topamiz.

(1.9) dan H - funktsiyaga (1.13) va (1.14) dan o`rniga qo`ysak va bu funktsiyani ε - darajasi bo`yicha qatorga yoysak

$$H = (p, f) = (p^0, f^0(x^0, t)) + \varepsilon \left[\left(p^0, \sum_{i=1}^n \frac{\partial f^0}{\partial x_i} x_i^1 \right) + (p^1, f^0(x^0, t)) + (p^0, f^1(x^0, t, u)) \right] + \dots$$

Bu yerda nuqtalar birinchi tartibdan yuqori bo`lgan tartibni ko`rsatadi.

Yozilganlardan keyingi qo`shiluvchi  $u$  -ga bog`liq. Shuning uchun H - ning maksimumi u bo`yicha bo`ladi, so`ngi qo`shiluvchidagi maksimizatsiyada birinchi yaqinlashish quyidagicha bo`ladi:

$$(p^0(t), f^1(x^0(t), t, u(t))) = \sup_{u \in U} (p^0(t), f^1(x^0(t), t, u)) \quad (1.24)$$

(Boshqaruvchi $u(t)$) (1.24) bo`yicha faqat  $x^0(t)$  va  $p^0(t)$  nollik yaqinlashishga bog`liq bo`ladi. (2.10) yechimni hisobga olsak, (1.24) shartni quyidagicha yozish mumkin.

$$(G's, f^1) = n \sum_{i,j=1} \frac{\partial g_i}{\partial x_j} s_i f(x^0(t), t, u) \xrightarrow{u \in U} \sup. \quad (1.25)$$

Eslatma: $u(t)$ boshqaruvchi (1.25) munosabati bilan aniqlangan C fazoda metrika ma`nosida optimallikka yaqin bo`lishi mumkin (ya`ni modul ayirmasi bo`yicha maksimum). Funktsiyaning minimizatsiyasi ma`nosida optimallikka yaqin bo`ladi.

$h^0(x, t), f^0(x, t), f^1(x, t)$ funktsiyalariga bog`liq turda bir qancha qo`shimchalarni aytish mumkin. Bu o`rinda quyidagi tasdiqlash o`rinli: Shunday $\varepsilon^* > 0, \alpha > 0$ bor bo`lib.  $\varepsilon \in [0, \varepsilon^*]$  uchun quyidagi tengsizlik o`rinli.

$$0 \leq J_{u_0}^\varepsilon - J_{u^\varepsilon}^\varepsilon \leq \alpha \varepsilon^2$$

$J_{u_0}^\varepsilon$ - nollik boshqarish orqali sifat kriteriyasi qiymati, (1.24) formula

bo`yicha berilgan va $J_{u^\varepsilon}^\varepsilon$ - optimal boshqarish orqali sifat kriteriya qiymati.

§2 .Optimal boshqarish masalasining kuchsiz boshqarish tizimi uchun taxminiy yechimlar algoritmi

O'tgan paragrafdagi olinganlar asosida aniqlangan algoritmlar natijasi optimal boshqarish, optimal traektoriya, sifat kriteriya va jarayon oxiridagi vaqtda ε^2 parametrgacha aniqlikda joylashadi.

2.1 Umumiy holat ($r \neq 0$)

1) Nollik yaqinlashishlarning umumiy yechimlar tizimini ya'ni φ - vektor funktsiyani topamiz.

2) Nollik yaqinlashishlarning n - mustaqil birinchi integral tizimlarini, ya'ni g - vektor funktsiyani topamiz.

3) Nollik yaqinlashishlarning $x^0(t)$ xususiy yechimlar tizimini topamiz.

4) Yakobining Φ va G matritsalarini topamiz.

5) $h^0(x^0(T^0), T^0) = 0$ tenglamaning kichik musbat yechimi sifatida T^0 vaqt momentini topamiz.

6) $x^0(T^0)$ - vektorni hisoblaymiz.

7) $J^0 = F^0(x^0(T^0), T^0)$ formula bo'yicha aniqlangan sifat kriteriyasining optimal qiymati bo'lgan nollik yaqinlashish J^0 ni hisoblaymiz.

8) Xususiy hosilalarni topamiz.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F^0}{\partial t}, \frac{\partial F^0}{\partial x}, \frac{\partial q_i^0}{\partial t}, \\ & \frac{\partial q_i^0}{\partial x_i}, i = 1, 2, \dots, r, \frac{\partial h^0}{\partial t}, \frac{\partial h^0}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.1)$$

9) (2.1) xususiy hosilalarning $x = x^0(T^0), t = T^0$ bo'lgandagi qiymatlarini hisoblaymiz.

10) Skalyar ko'paytmalarni hisoblaymiz.

$$\left(\frac{\partial F^0}{\partial x}, f^0 \right), \left(\frac{\partial q_i^0}{\partial x}, f^0 \right), \left(\frac{\partial h^0}{\partial x}, f^0 \right), i = 1, 2, \dots, r.$$

(1.1) (1.14) formulalar guruhidan oxirgisini qo'llanemiz va o'tgan punktdagi hisoblangan natijalardan λ_0 uchun $\lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0$ parametrlariga g'arazli bo'lgan ifodani hisoblaymiz.

12) (1.23) formulani va o'tgan qadamdagi natijalarni foydalanib $\lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0$ parametrlariga g'arazli bo'lgan, $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ vektorlarini topamiz.

13) (1.22) formulani foydalanib, $\lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0$ parametrlaridan g'arazli bo'lgan $p^0(t)$ vektor funktsiyani topamiz.

14) $p^0(t)$ va $x^0(t)$ uchun olingan ifodani qo'llanib, huyidagi skalyar ko'paytmani hisoblaymiz:

$$(p^0(t), f^1(x^0(t), t, u)). \quad (2.2)$$

15) (2.2) ifoda orqali maksimal qiymatga erishadigan $u = u(t, \lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0)$ boshqaruvchi funktsiyani topamiz.

16) U to'plamida o'tkan punktda topilgan funktsiyaning qiymatlarini analiz qilamiz.

17) (1.20) ga $x^0(t)$ va $u = u(t, \lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0)$ ifodalarni qo'yamiz va 4-punktda topilgan Φ va G matritsalarini qo'llanib $x^1(t) = x^1(t^0, \lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0)$ vektor funktsiyalarni topamiz.

18) O'tgan punktdagi natijalarni qo'llanib $x^1(T^0) = x^1(T^0, \lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0)$ vektorlarni hisoblaymiz.

19) (1.21) tenglikda $t = T^0, x^0 = x^0(T^0)$ va $x^1(T^0) = x^1(T^0, \lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0)$ miqdorini qo'yamiz. $\lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0$ r noma'lumli r tenglamalar tizimini olamiz.

20) O'tgan punktdagi tenglamalar tizimida $\lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0$ yechimlarni topamiz.

21) 13), 15), 17), 11) punktlariga bog'liq turda formula bo'yicha λ_0 miqdorini va topilgan $\lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_r^0$ qiymatlarini qo'llanib, $p^0(t), u(t), x^1(t)$ vektor funktsiyalarini hisoblaymiz.

22) T^0 momentidan jarayon oxiridagi T^1 tuzatishni (1.15) formulalar guruhining uchinchisini qo'llanemiz va o'tgan punktdagi topilgan $x^0(t), x^1(t)$ vektor funktsiyalldarini $t = T^0$ bo'lganda hisoblaymiz.

23) (1.15) formulalar guruhining beshinchi tengligidan sifat funktsionalinig kriteriyasini tuzatadigan J^1 miqdorini hisoblaymiz.

§3. Matematik analiz masalalari uchun Maple paketini qo'llash

Maple buyruqlarini qisqacha yozib, matematik analiz kursida o'rgangan asosiy matematik operatsiyalarni amalga oshirish.

$\text{Limit}(\text{expr}, x=\text{val}, \text{dir})$ buyrug'i Mapleda limitni hisoblashda qo'llaniladi, bu yerda expr - limit hisoblanadigan ifoda, $x=\text{val}$ -nuqta, dir -ahamiyatli bo'lmagan parametr. left (chap limit) qiymatni yoki right (o'ng limit) qiymatni qabul qilishi mumkin. Misollar keltiramiz:

Misol.1. Limitni hisoblang. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sin(n!)}{n^2 + 1}.$

$\succ \text{limit}(n * \sin(n!)/(n^2 + 1), n = \text{inf}(\text{inity});$

0

Misol.2. Limitni hisoblang. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(nx + \sqrt{1 - n^2 x^2})}{\ln(x + \sqrt{1 - x^2})}.$

$\succ \text{limit}(\ln(n * x + \text{sqrt}(1 - n^2 * x^2))/\ln(x + \text{sqrt}(1 - x^2)), x = 0;$
 n

expr ifodasidan hosila hisoblash uchun x o'zgaruvchisi bo'yicha $\text{diff}(\text{expr})$ buyrug'i yordamida amalga oshiriladi. Aytilgan buyruq ko'p o'zgaruvchili funktsiyada xususiy hosilada ham qo'llaniladi. Bu holatda uning formati $\text{diff}(\text{expr}, x_1, x_2, \dots)$, bu yerda expr - ifoda $x_1, x_2, \dots$ o'zgaruvchiga g'arazli, $x_1, x_2, \dots$ - o'zgaruvchilar bo'yicha olingan differensial tartibi.

Misol.3. $u = z^{xy}$ funktsiyaning xususiy hosilasini toping. Bu misolga qo'shimcha z bo'yicha ikkinchi hosilani hisoblaymiz.

$\succ u := z^{(x * y)}; \text{diff}(u, x); \text{diff}(u, z);$

$$u := z^{(xy)}$$

$$z^{(xy)} y \ln(z)$$

$$z^{(xy)} x \ln(z)$$

$$\frac{z^{(xy)} xy}{z}$$

➤ `diff(u, z$2 : faktor(valie("))`;

$$\frac{z^{(xy)} xy(xy - 1)}{z^2}$$

Oxirgi hisoblangan ifodada, argument sifatida valie("") qo'llanildi, keyingi kiritilgan misolda ifodani soddalashtirish va ko'paytma shaklida ko'rsatish uchun faktor buyrug'i qo'llaniladi.

Mapleda funktsiyalarni integrallashda standart buyruqlar sifatida int(expr,par) lar qo'llaniladi. Bu yerda expr- integrallanuvchi ifoda, par-parametr.

Buyruqlarning qanday bajarilishini ko'rsatamiz.

Misol 4. Integralni hisoblang: $\int \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} e^x dx$.

➤ `int((1 + sin(x)) * exp(x) / 1 + cos(x)), x)`;

$$e^x \tan\left(\frac{1}{2} x\right)$$

Misol 5. Integralni hisoblang: $\int_0^{\pi} x \sin x dx$.

➤ `int(x * sin(x), x = 0...pi)`;

$$\pi$$

Yozilgan buyruqlar matematik analiz sohasidagi Maplening barcha mumkinchiliklarini bermaydi.

Buyruqlarning katta, ya'ni bibliotekasi, yozilgan ko'p sonli foydalanuvchilar,

hozirgi vaqtda komp`yuter tarmoqlarida taqdim etiladi. Bu material asosida vaqt talab qilinadi, shuning uchun u yoki bu operatsiyalarni amalga oshiruvchi dasturlarni yozish kerak.

§4. Chiziqli algebra masalalarini yechish uchun Maple paketini qo'llash

Chiziqli algebraik masalalarni yechishga qisqacha to'xtalamiz.

Chiziqli algebraning asosiy buyruqlari vektorlar va matritsalar bo'lib hisoblanadi.

Matritsa topshirig'i uchun ikki usulni qo'llashimiz mumkin: array yoki matrix buyruqlari yordamida beriladi. linalg bibliotekasidan matrix buyruq yozilmasi quyidagicha: $matrix(n, m, [val1, val2, \dots])$, n - qator soni, m -matritsa ustuni, $val1, val2, \dots$ - matritsa elementlari qiymatlari. Shuning bilan birga bu yozilganlarning boshqa shakli ham bor, masalan, $matrix(n, m, f,)f$ – ikki n, m – o'zgaruvchilari funktsiyasi (indeks matritsa) matritsa elementlari qiymatlarini bildiradi.

Mapleda vektorlar bir o'lchamli massiv bo'lib hisoblanadi. Shuning bilan birga array yoki linalg paketidan vektor buyrug'i yordamida aniqlanadi. Bu buyruqlarning qisqartirilgan variantlari vektor($v, [val1, val2, \dots]$) va vektor(n, f).

Matritsa vektorlari va elementlarini o'zlashtirish operatorlari yordamida berish mumkin. Shuning uchun massivning elementlari ayrim qismlarini aniqlash mumkin emas.

Bu holatda Maple o'zgaruvchilarning bo'sh o'rnini indamasdan to'ltiradi. Tuzilgan o'zgaruvchilarni qarashtirish uchun eval buyrug'i qo'llaniladi.

Bu punktda buyruqlar harakatini kiritishda biz ilgari ko'rilgan misol natijalari ketma-ket bajariladi.

Bir qancha vektorlar va matritsalar misollarini kiritamiz.

$\succ A := [4, 3, [a, b, c], [1, 2, 3], [x, y, z]];$

$$\succ A := \begin{bmatrix} a & b & c \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{bmatrix}$$

$\succ C := \text{matrix}(3,3[[a,b,c],[1,2,3],[x,y,z]]);$

$$C := \begin{bmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{bmatrix}.$$

$\succ \text{fun} := (i, j) \rightarrow x^i / y^j; B := \text{matrix}(2,3, \text{fun});$

$$\text{fun} := (i, j) \rightarrow \frac{x_i}{y_j}$$

$$B := \begin{bmatrix} \frac{x}{y} & \frac{x}{y^2} & \frac{x}{y^3} \\ \frac{x^2}{y} & \frac{x^2}{y^2} & \frac{x^2}{y^3} \end{bmatrix}$$

$\succ u := \text{array}(1..3); v := \text{vector}([a,b,c]);$

$u := \text{array}(1..3[])$

$v := [a,b,c]$

Asosiy vektor va matritsa ieratsiyalarini amalga oshiruvchi buyruqlarni kiritamiz.

Bir xil A va V matritsalarini qo`shish va ko`paytirish uchun $\text{evalm}(A+B)$ va $\text{evalm}(A \& * B)$.

$\text{evalm}(A^n)$ buyrug`i A matritsaning n- darajasini hisoblaydi.

Aytilganlarni misollarda ko`ramiz.

$\succ \text{evalm}(C \& * u);$

$\succ \text{evalm}(C^{\wedge}(-1));$

$$\begin{bmatrix} \frac{-2z+3y}{\%1} & -\frac{-bz+cy}{\%1} & -\frac{3b-2c}{\%1} \\ -\frac{-z+3x}{\%1} & -\frac{az-cx}{\%1} & \frac{3a-c}{\%1} \\ \frac{-y+2x}{\%1} & \frac{ay-xb}{\%1} & -\frac{2a-b}{\%1} \end{bmatrix}$$

$$\%1 := -2az + 3ay + bz - cy - 3xb + 2cx.$$

Transpose va adjoint komandalari bog'langan (sopryajyonnyy) yoki transponirlangan matritsa tuzish uchun qo'llaniladi.

Matritsa aniqlovchisi, rangi va izini hisoblash uchun $\det(A)$, $\text{rank}(A)$ va $\text{trace}(A)$ buyruqlari qo'llaniladi.

Buyruqlarni matritsa spektorlarini o'rganuvchi deb faraz qilamiz. $\text{charpoly}(A, \lambda)$ buyrug'i λ no'malumiga bog'liq turda A matritsaning xarakterli ko'phadini tuzadi, $\text{eigenvalues}(A)$ komandasi xususiy qiymatini beradi, $\text{eigenvectors}(A)$ buyrug'i.

Xususiy vektorni ko'rsatadi, shuning uchun xar bir qator natijasi xususiy sondan formirovkalanadi, uning aniqligi xususiy vektorga bog'liq bo'ladi. Vektorlik analizda differentsial operator $\text{grad}(f, x)$ buyrug'i bilan amalga oshiriladi. f -skalyar funktsiyasining gradientini hisoblaydi, x -vektor o'zgaruvchisidan erkin, o'zgaruvchi X ga g'arazli bo'lgan F funktsiya o'zgarishi (divergentsiya) ni $\text{diverg}(F, X)$ buyrug'i bilan hisoblash mumkin, $\text{laplacian}(f, X)$ buyrug'i bilan X bo'yicha o'zgaruvchili Laplas funktsiyani hisoblash mumkin. $\text{Jakobian}(V, X)$ buyrug'i bilan V vektori uchun X o'zgaruvchisi bo'yicha Yakobi matritsasi hisoblanadi.

§5. Mapleda grafika

Maple tizimida grafikani kiritish uchun asosiy buyruqlarni qaraymiz.

Eng oddiy variant - grafikani yasashdagi buyruq $[a,b]$ intervalida bir o'zgaruvchili funktsiya grafigini yasashda $\text{plot}(f(x), x = a..b, \text{options});$ buyrug'idan foydalanamiz.

Bizning ko'z qarashimizda eng ahamiyatli tushuncha $\text{title} = \text{'Name'}$ - rasm nomi;

$\text{color} = \text{polar}$ - koordinata tipi (polyar yoki dekart) ;

$\text{numroints} = 99$ - grafikada hisoblanadigan nuqtalar soni;

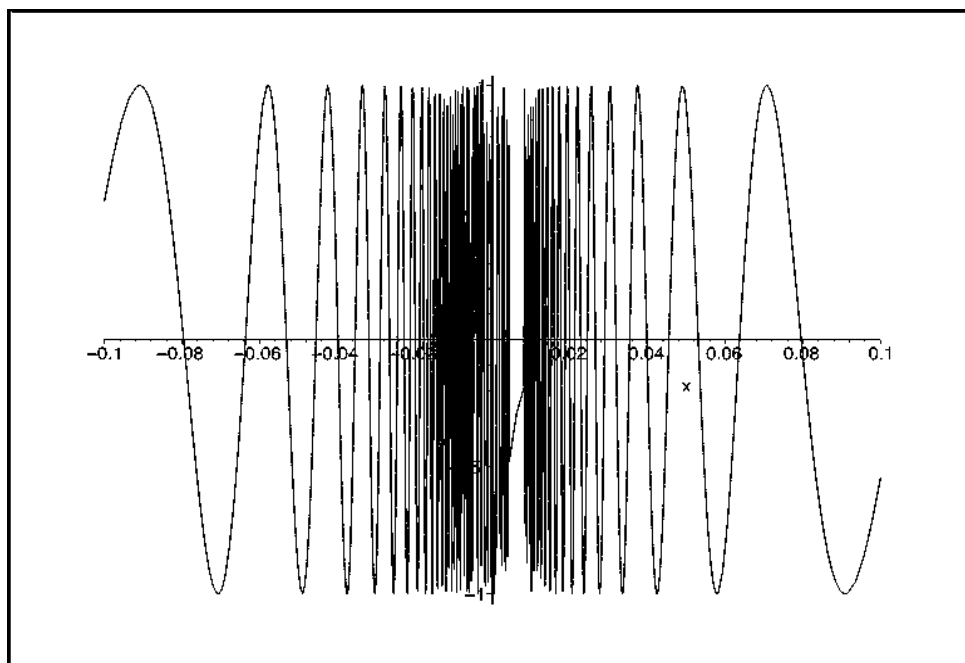
$\text{color} = \text{black}$ - kiritilgan rang;

$\text{thickness} = 3$ - chiziq qalindligi;

$\text{labels} = [\text{String}_X, \text{String}_Y]$ - koordinatalarning o'q bo'yicha yozilishi.

Funktsiyaning kuchli bezalgan grafigini kiritish misolini

keltiramiz. $\text{plot}(\sin \frac{1}{x}), x = -0.1 \dots 0.1;$



rasm 5.1

Olingan rasm 5.1 katta aniqlik bilan chizilganligini ko'rish qiyin emas. Hisoblangan tugunlar uchun sifatni o'zgartirsak yanada ko'rsatmali grafikni

olamiz. Buning uchun quyidagi komandani qo'llaymiz.

➤ $\text{plot}(\sin(\frac{1}{x}), x = -0.1..0.1, \text{numroints} = 999);$

Plot buyrug'ining yana bir variantini ko'rsatamiz.

$\text{plot}(\{ \text{func1}, \text{func2}, \dots \}, x = a..b, y = c..d, \text{options});$

Bu yerda $\text{func1}, \text{func2}, \dots$ -ifoda x o'zgaruvchiga bog'liq. $a..b$ - x o'zgaruvchining o'zgaradigan intervali, $c..d$ - ordinata o'qi bo'yicha kirituvchi interval.

Aytilgan buyruqlarni bajarsak, bir rasmda uch funktsiya grafigi chiqadi:

➤ $\text{plot} := (\{x, x^2, \exp(x)\}, x = -3..3, y = -5..12,$

$\text{title} = 'Graph of functions y = x, y = x^2, y = \exp(x)', \text{color} = \text{black});$

Parametrli chegaraviy shartlarni kiritish uchun plot komandasining quyidagi formatlarini qo'llanamiz.

$\text{plot}([\text{funx}(t), \text{funy}(t), t = a..b], \text{options});$

$\text{funx}(t)$ va $\text{funy}(t)$ -t parametriga g'arazli funktsiya koordinatasi.

$a..b$ -parametrning o'zgarish intervali.

Quyidagi buyruq berilgan chegaraviy parametrlarda polyarlik koordinatadagi grafikni bildiradi.

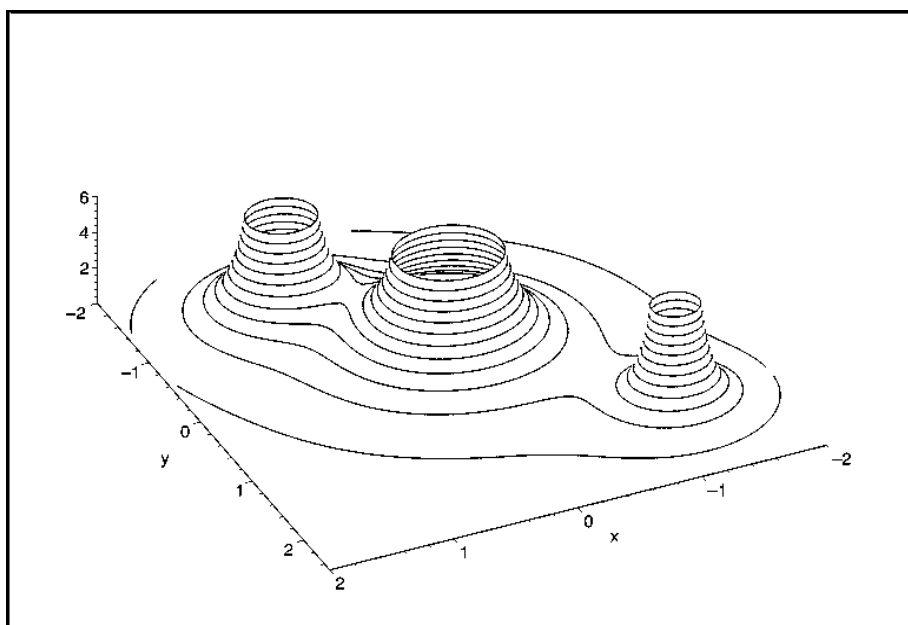
➤ $\text{plot}([\cos(\frac{t}{2}) + \sin(\frac{t}{2}), \cos(2 * t), t = 0..4 * \text{Pi}],$

$\text{numptins} = 200, \text{title} = 'Parametric curve', \text{coords} = \text{polar},$

Uch o'lchamli grafikni kiritish uchun plot3d buyrug'i qo'llaniladi. U plot

buyrug`ini qo`llanadi. Misol keltiramiz:

```
plot3d(1/(x^2 + y^2) + 0.2/(x + 1.2)^2 + (y - 1.5)^2) +  
> 0.4/((x - 0.9)^2 + (y + 1.1)^2,  
> x = -2..2, y = -2..2.5, view = [-2..2, -2..2.5, 0..6], grid = [90,90],  
> axes = framed, stule = patchcontour, orientation = [65,20],  
> shading = none);
```



rasm 5.2

Parametrlik berilgan figuralarni yasash komandasi sifatida quyidagi komandani keltiramiz:

```
> plot3d([5 + cos(t/2)*u]*cos(t),  
> (5 + cos(t/2)*u)*sin(t), sin(t/2)*u], t = 0..2*Pi,  
> u = -1..1, grid = [60,10], jreint ation = [-106,70],  
  
> title='Moebius band.', axes = framed,  
> shadind = zgrayscale, scaling = contraaind);
```

Plot3d komandasi va uning parametrlari haqida to`liq axborotni [4,5,6]

adabiyotlardan yoki Maple tizimi spravkalaridan topish mumkin, shuning bilan birga Maple bo'yicha qo'llanma darsliklari va boshqa qo'llanmalardan topish mumkin.

§6. Differentsial tenglmalarni yechish uchun MAPLE paketini qo'llash

Differentsial tenglmalar taxminiy yechimlarini, Koshi masalasining sonli yechimlarini topish uchun dsolve buyruqlaridan foydalaniladi. Shuning uchun barcha holatlar uchun dsolve(egns,vars,ortions) buyruqlarining birlik formatlaridan foydalaniladi. Bu yerda egns - bir differentsial tenglama yoki differentsial tenglamalar, vars-no`malum funktsiya, ortions-to`liqtiruvchi shart, masala yechimlari usullarini ko`rsatadi.

Differentsial tenglmalar va uning umumiy yechimini topishni qarashtiramiz.

> deqn:= diff(y(x),x\$2)+3*diff(y(x),x)+2*y(x);

$$deqn:=\left(\frac{d^2}{dx^2}y(x)\right)+3\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)+2y(x)$$

> daolve(deqn,y(x));

$$y(x)=_C1e^{(-2x)}+_C2e^{(-x)}$$

Olingan umumiy yechim $_C1$ va $_C2$ ning aniq emas holaimem bildiradi.

Berilgan tenglama differentsiyallanuvchi D operatori yordamida quyidagicha beriladi:

> degn:=(D@@2)(y)(x)+3*D(y)(x);

> degn:=(D⁽²⁾)(y)(x)+3D(y)(x)+2y(x)

Yana o`zining tenglamasi quyidagi tizim turida berilishi mumkin.

Tizimning umumiy yechimini topamiz:

$\succ deqsys := \{D(y)(x) = z(x), D(z) + 3 * z(x) + 2 * y(x) = 0\};$

$deqsys := \{D(y)(x) = z(x), D(z)(x) 3 * z(x) + 2(y)(x) = 0$

$\succ Sol := dsolve(deqsys \{y(x), z(x)\});$

$Sol := z(x) = -C1e^{-x} - 2C2e^{-2x}, y(x) = C1e^{-x} + C2e^{-2x}$

Olingan natijadan $C1$ va $C2$ erkli doimiylarni x va y orqali o`chirish mumkin, u holda tizimning umumiy integralini olamiz.

$\succ solve(sol, \{C1, C2\});$

$\{C2 = -(e^x)^2(y(x) + z(x)), C1 = (z(x) + 2y(x))e^x\}$

Tenglama uchun chegaraviy shartni qaraymiz. Chegaraviy shartni aniqlaymiz va $dsolve$ buyrug`ini qo`llanamiz.

$bvp := y(0) = 0; y(1) = 1;$

$bvp := y(0), y(1) = 1$

$\succ dsolve(\{deqn, bvp\}, y(x));$

$$y(x) = \frac{e^{(2x)}}{e^{(-2)} - e^{(-1)}} - \frac{e^{(-x)}}{e^{(-2)} - e^{(-1)}}$$

ko`ngil bo`lish mumkin bo`ladigan

$dsolve$ buyrug`i differentsial tenglamaning fundamental yechishni bazis funktsiyani aniqlashga mumkinchilik beradi.

Tenglamani bir qancha o`zgartirib, unga mos misol keltiramiz.

$\succ dsolve(degn - a * \exp(x), y(x), output = basis);$

$$[[e^{(-x)}, e^{(-2x)}], \frac{1}{6}ae^x]$$

Chiziqli tenglamaning yechimi orqali, standart semantik usullar bilan beriladigan, sonli protseduralarni qo'llanishga mumkin bo'ladi. Bu holatda agar sonli yechimlar ma'qul yoki mumkin bo'lmasa, yaqinlashish usullarini qo'llanish mumkin bo'ladi. Masalan, *dsolve* va *series* buyruqlari yechimlarni qatorlar yoyilmasi turida izlaydi. Differentsial tenglamalar tizimi yechimlarini olish uchun, *dsolve* buyrug'i opsiya bilan *numeric* buyrug'ini izlaydi, Natijada bo'lak qiymatlarni hisoblash uchun va qarashtirilayotgan oraliqda funktsiya grafigini yasashga ko'ngil bo'lish mumkin bo'ladigan protsedura tuziladi. Ilgari qarashtirilgan ikkinchi tartibli chiziqli tenglamalar uchun Koshi masalasida sonli yechimlar misollarini qaraymiz.

> *deg n := (D@@ 2)(y)(x) + 3* D(y)(x) + 2* y(x) :*

> *init := y(0) = 0, D(y)(0) = 1;*

Init:=y(0)=,D(y)(0)=1

> *F := dsolve({deqn,init}, y(x), numeric);*

F := proc(x_rkf45)...end proc

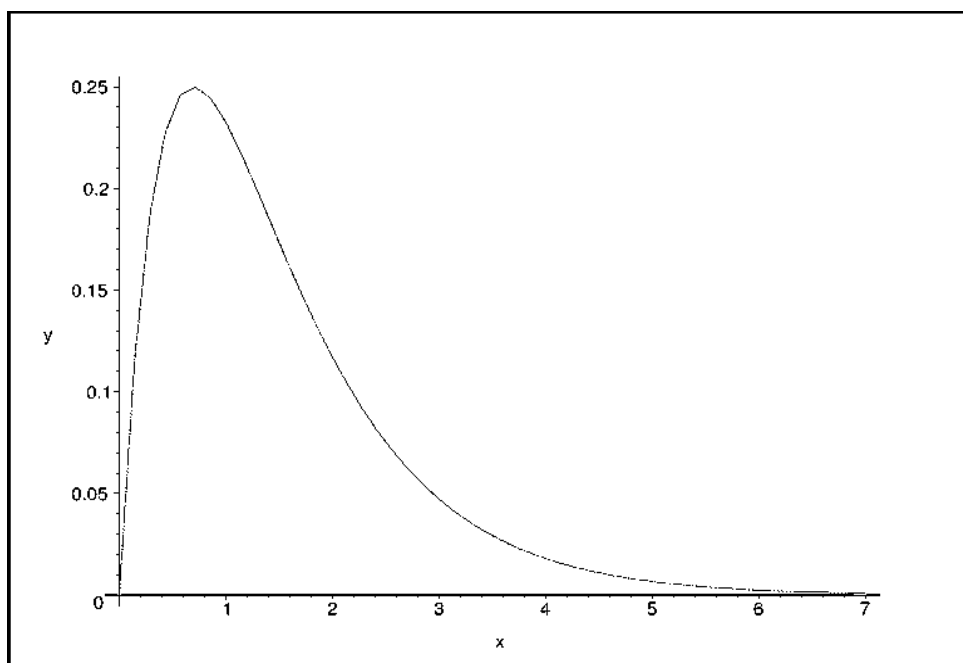
Olingan protsedura ixtiyoriy vaqt momentida izlangan Koshi masalasi yechimlari qiymati. Jarayonda *_rkf45* yozuvi orqali natijalarni chiqarishda 4-5-tartibli Runge-Kutta usuli qo'llaniladi. Berilgan jarayon yordamida *y(x)* no'malum funktsiya va uning *y(x)* hosilasi *x=1.5* vaqt momentida

> *F(1.5);*

$\left[x = 1.5, y(x) = 0.1733431125139725, \frac{d}{dx} y(x) = -0.12355606587211375 \right]$

> *plots[odeplot] (F,[x,y(x)],0..7,labels=[x,y]);*

Berilgan buyruqlarda natijalarning qo'llanilishi 6.1 rasmda ko'rsatilgan.



rasm 6.1

Keltirilgan misolda grafik yasash uchun plots paketining odeplot buyrug'idan foydalanildi. Agar sonli yechimlar orqali output=listprocedure opsiyasi ko'rsatilsa, unda natijada jarayonlar (protseduralar)-ko'rsatiladi, jarayonda har bir o'zgaruvchi bo'yicha:

➤ $p := dsolve(\{diff(x(t),t) = y(t), t = -x(t), x(0) = 1, y(0) = 0\}, \{x(t), y(t), output = listprocedure\});$

$$p := \{y(t) = -\sin(t), x(t) = \cos(t)\}$$

Yana yechimda kerakli o'zgaruvchini kysatishga ko'ngil bo'lish mumkin:

Masalan, Buyruqlar

➤ $X := subs(p, x(t)); Y := subs(p, y(t));$

➤ $plot([X, Y, t - 0..2 * pi]);$

Matematik mayatnikni ko'rsatuvchi berilgan parametrlilik $x = x(t), y(t)$ integral egri chizig'i grafigini yasashga ruxsat beradi, Berilgan holatda bu -birlik aylana.

§7. Sonli misol

7.1 Maksimal yaqinlashishda uchish haqida masala

Masalaning qo'yilishi. Xususiy dvigatelga ega bo'lmagan, boshlang'ich tezlik V_0 , gorizntal yo'nalishda θ - burchak bo'yicha uchuvchi apparatni qaraymiz. Apparat boshqarilishida – ikki usul-kichik **BI** tekisligining o'zgarish maydoni hisobi uchun, va ataka α - burchagining o'zgarish hisobi uchun, usullari bor deb hisoblaymiz. Masala uchishning maksimal yaqinlashishini topishni talab qiladi. Tizimning matematik modelini qaraymiz. Mayli moddiy nuqta – obyektning og'irlik markazi (X_1, X_2) tekisligida harakat qilsin va harakatlanish qonuni $x_1(t)$ va $x_2(t)$ funktsiya koordinatasi berilgan bo'lsin. Ob'ektga $\vec{mg}$ -og'irlik kuchi, muhitning qarshiligi R_1 va ko'tarilish kuchi $\vec{Y}$ ta'sir qilsin.

Bunda tizimning harakati tenglamasi o'qlardagi proektsiyasi bo'yicha ko'rinishi

$$\begin{cases} m \ddot{x}_1 = -R \cos \theta_1 - Y \sin \theta_1 \\ m \ddot{x}_2 = -mg + R \sin \theta_1 - Y \cos \theta_1 \end{cases} \quad (7.1)$$

θ - burchak, x_1 o'qidagi vektor tezligini ko'rsatadi. Ko'tarilish kuchi va qarshilik kuchi ob'ektning tezligiga g'arazli, maydonning kichik tekisligi ataka burchagi, aerodinamik qanot xarakteristikasi, muhit zichligi. Aerodinamikadan ma'lum ko'tarilish kuchi moduli va qarshilik kuchi quyidagi formula bilan beriladi.

$$\begin{cases} R = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_x \\ Y = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_y \end{cases} \quad (7.2)$$

Bunda S - kichik maydon tekisligi, ρ -atmosferaning zichlik koeffitsiyenti, V - tezlik moduli, C_x, C_y - Har bir aniq holat uchun ataka α - burchagining aniq funktsiyasi bo`lib topiladigan, qanotning aerodinamik xarakteristikasi. Bunda uchuvchi apparat holatini ko`rsatuvchi tenglamalar tizimi quyidagi ko`rinishga ega bo`ladi.

$$\begin{cases} m \ddot{x}_1 = -\frac{1}{2} \rho v^2 S (C_x \cos \theta_1 + C_y \sin \theta_1) \\ m \ddot{x}_2 = -mg + \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_x \sin \theta_1 - C_y \cos \theta_1) \end{cases} \quad (7.3)$$

Agar $\dot{x}_1, \dot{x}_2$ tezliklari proektsiyalarini o`qlardagi  $\dot{x}_1 = V \cos \theta_1$  va  $\dot{x}_2 = V \sin \theta_1$  deb hisoblasak, unda tizim quyidagi turga ega bo`ladi.

$$\begin{cases} m \ddot{x}_1 = -\frac{1}{2} \rho v^2 S (C_x \dot{x}_1 + C_y \dot{x}_2) \\ m \ddot{x}_2 = -mg + \frac{1}{2} \rho V S (C_x \dot{x}_2 - C_y \dot{x}_1) \end{cases} \quad (7.4)$$

Tizimna qo`shimcha o`zgaruvchilarni kiritsak, birinchi tartibli tenglamalarni olamiz:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ m \dot{x}_3 = -\frac{1}{2} \rho V S (C_x x_3 + C_y x_4) \\ m \dot{x}_4 = -mg + \frac{1}{2} \rho V S (C_x x_4 - C_y x_3) \end{cases} \quad (7.5)$$

Tizimga qo`shimcha o`zgaruvchilarni kiritsak, birinchi tartibli tenglamani

olamiz:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dots \\ \dot{x}_3 = -\varepsilon \rho V S (C_x x_3 + C_y x_4) \\ \dot{x}_4 = -1 + \varepsilon \frac{1}{2} \rho V S (C_x x_4 - C_y x_3) \end{cases} \quad (7.6)$$

Bu yerda $V = (x_3^2 + x_4^2)$. Boshlang'ich shart quyidagi ko'rinishga ega.

$$\begin{cases} t^0 = 0 \\ \dot{x}_1(t_0) = 0 \\ \dot{x}_2(t_0) = 0 \\ x_3(t_0) = v_0 \cos \theta = \cos \theta \\ x_4(t_0) = V_0 \sin \theta = \sin \theta \end{cases} \quad (7.7)$$

Bu yerda, $0 < \theta < \pi/2$. Bizdan yo'naltirilgan uchish apparatning (x_1 miqdorining) T vaqt momentida maksimal yaqinlashishga erishishini topish talab qilinadi, qachon x_2 balandlik nolga teng bo'lsa. Bunda chegaraviy shart

$$x_2(T) = 0 \quad (7.8)$$

Sifat kriteriyasi quyidagi turda bo'ladi:

$$I = x_1(T) \rightarrow \max \quad \text{yoki} \quad J = -x_1(T) \rightarrow \min \quad (7.9)$$

Masala $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t))$ optimal traektoriyani topishdan

iborat. $t_0 \leq t \leq T$ (7.6) tizimni qanoatlantiradi. (7.7) boshlang'ich sharti, (7.8) chegaraviy sharti (7.9) funktsionalini minimumga yetkazadi.

7.2 MAPLE paketidan qo'llanib masala yechimining algoritmini amalga oshirish

MAPLEda ish (7.6) turidagi tenglamalar tizimining topshirig'i bilan boshlanadi, va (7.7) boshlang'ich, (7.8) chegaraviy shartlardan turadi. Tenglamalar tizimi va chegaraviy shartlar o'zi bilan birga tayyor qator yoyilmasini tutadi. Unda (1.12) ifodani quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned} h_0(x, t) &= x_2 & h'(x, t) &= 0 \\ F^0(x, t) &= -x_1 & F'(x, t) &= 0 \end{aligned} \quad (7.10)$$

Chegaraviy shart $q(x(T), T) = 0$, bizdan nima bor bo'lsa, uning algoritmini topish talab qilinadi, xususiy holda $r=0$.

Qadam 0. Sifat kriteriyasi, chegaraviy shart bilan tenglamalar tizimini qaraymiz.

```
> f[0] := (t, x :: vektor, S, C_x, C_y) -> vektor(4, [x[3], x[4], 0, -1]);
> f[1] := (t, x :: vektor, S, C_x, C_y) -> vektor(4, [0, 0, -rho *
> sqrt(x[3]^2 + x[4]^2) * S *
> (C_x * x[3] + C_y * x[4], rho * sqrt(x[3]^2 + x[4]^2) * S *
> (C_x * x[4] - C_y * x[3]))];
f_0 := (t, x :: vektor, S, C_x, C_y) -> vektor(4, [x_3, x_4, 0, -1])
f_1 := (t, x :: vektor, S, C_x, C_y) -> vektor(4, [0, 0, -rho * sqrt(x_3^2 + x_4^2)
S(C_x x_3 + C_y x_4), rho * sqrt(x_3^2 + x_4^2) S(C_x x_4 - C_y x_3)])
```

$\succ h(0) := (t, x :: \text{vektor}) \rightarrow x[2];$
 $\succ h(1) := (t, x :: \text{vektor}) \rightarrow 0;$
 $\succ F[0] := (t, x :: \text{vektor}) \rightarrow -x[1];$
 $\succ F[1]t, x :: \text{vektor}) \rightarrow 0;$

$$h_0 := (t, x :: \mathcal{G}\text{ektor}) \rightarrow x_2$$

$$h_1 := (t, x :: \mathcal{G}\text{ektor}) \rightarrow 0$$

$$F_0 := (t, x :: \mathcal{G}\text{eknor}) \rightarrow 0$$

Qadam 1. Tizimning umumiy yechimini nollik yaqinlashishni topamiz, ya'ni φ vektor funktsiyani topamiz

$\succ eqnsys := \{D(x_1)(t) = x_3(t), D(x_2)(t) = x_4(t),$

$\succ D(x_3)(t) = 0, D(x_4)(t) = -1\},$

$\succ init := \{x_1(0) = 0, x_2(0) = 0,$

$\succ x_3(0) = \cos(\theta), x_4(0) = \sin(\theta)\};$

$$eqnsys := \{D(x_1)(t) = x_3(t), D(x_2)(t) = x_4(t),$$

$$D(x_3)(t) = 0, D(x_4)(t) = -1\}$$

$$unit := \{x_1(0) = 0, x_2(0) = 0, x_3(0) = \cos(\theta), x_4(0) = \sin(\theta) = \sin(\theta)\}$$

$\succ dsolve(eqnsys, \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)\});$

$$\{x_3(t) = C_4, x_4(t) = -t + C_3, x_2(t) = -\frac{1}{2}t^2 + C_3t + C_1,$$

$$x_1(t) = C_4t + C_2\}$$

$\succ \text{phi} := (t, c :: \text{vektor}) \rightarrow \text{vektor}(4, [$
 $\succ c[4] * t + c[2], -\frac{1}{2} * t^2 + c[3] * t + c[1], c[4], -t + c[3]]);$
 $\phi := (t, c :: \text{vektor}(4, [c_4 t + c_2, -\frac{1}{2} t^2 + c_3 t + c_1, c_4, -t + c_3]))$

Qadam 2. Sistemning n mustaqil birinchi integralining nollik yaqinlashishi. Ya'ni g vektor funktsiyani topamiz. ((1.17) formulaga qarang).

$\succ \text{solve}(\%, \{ _C1, _C2, _C3, _C4 \});$

$$\{ _C1 = x_2(t) - \frac{t^2}{2} - tx_4(t), _C4 = x_3(t),$$

$$_C3 = x_4(t) + t, _C2 = x_1(t) - x_3(t)t \}$$

$\succ g := (t, x :: \text{vektor}) \rightarrow \text{vektor}(4, [$
 $\succ x[2] - \frac{1}{2} * t^2 - t * x[4], x[1] - x[3] * t, x[4] + t, x[3]];$

$$g := (t, x :: \text{vektor}) \rightarrow \text{vektor}(4, [x_2 - \frac{1}{2} t^2 - x_4 t, x_1 - x_3 t, x_4 + t, x_3])$$

Qadam 3. Tizimning nollik yaqinlashishida $x^0(t)$ xususi yechimni topamiz. (1.18 ga qarang) va $\phi_0(t)$ vektor funktsiyani aniqlaymiz.

$\succ \text{dsolve}(\text{eqnsys union init}, \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)\});$

$$\{x_4(t) = -t + \sin(\theta), x_3(t) = \cos(\theta), x_1(t) = \cos(\theta)t,$$

$$x_2(t) = -\frac{t^2}{2} + \sin(\theta)t \}$$

$\succ \text{phi_0} := (t) \rightarrow \text{vektor}(4, [\cos(\theta) * t,$
 $\succ -\frac{1}{2} * t^2 + \sin(\theta) * t, -\frac{1}{2} t^2 + \sin(\theta) t, \cos(\theta), -t + \sin(\theta)])$

Qadam4. Yakobining Φ .va G matritsalarini topamiz.

$\succ c := \text{vektor}(4):$
 $\succ \text{linalg}[\text{jacomian}](\text{phi}(t, c), c);$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & t \\ 1 & 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\succ \text{Phi} := (t, c :: \text{vektor}) \rightarrow \text{matrix}([[0, 1, 0, t],$
 $\succ [1, 0, t, 0], [0, 0, 0, 1], [0, 0, 1, 0]]):$
 $\succ x := \text{vektor}(4):$
 $\succ \text{linf lg}[\text{jakobian}](g(t, x), x);$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -t \\ 1 & 0 & -t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\succ G := (t, x :: \text{vektor}) \rightarrow \text{matrix}([[0, 1, 0, -t],$

$\succ [1, 0, -t, 0], \quad [0, 0, 0, 1] \quad [0, 0, 1, 0]]):$

Qadam 5. T^0 vaqt momentida kichik emas o`ng  $h^0(T^0), T^0) = 0$  tenglamaning yechimi sifatida topamiz. Uni  $T(0)$  o`zgaruvchisi qilib saqlaymiz.

➤ $\text{solve}(g[0](T[0], \text{phi_0}(T[0])), T[0]);$

$$0, \sin(\theta)$$

➤ $T[0] := 2 * \sin(\theta):$

Qadam 6. $x^0(T^0)$ vektorini hisoblaymiz.

➤ $x_0 := \text{phi_0}(T[0]);$

$$x_0 := [2 \cos(\theta) \sin(\theta), 0, \cos(\theta), -\sin(\theta)]$$

Qadam 7. J^0 nollik yaqinlashishni hisoblaymiz. Sifat kriteriyasining optimal qiymatini $J^0 = F^0(x^0(T^0), T^0)$.

➤ $J[0] := F[0](T[0], \text{phi_0}(T[0]));$

$$J^0 := -2 \cos(\theta) \sin(\theta)$$

Qadam 8. (3.1) ning xususiy hosilasini topamiz.

➤ $F_0_t := \text{diff}(F[0](t, \text{phi_0}(t)), t);$

➤ $F_0_x := \text{linalg}[\text{grad}](F[0](t, x), x);$

➤ $h_0_t := \text{diff}(h[0](t, \text{phi_0}(t)), t);$

➤ $h_0_x := \text{linalg}[\text{grad}](h[0](t, x), x);$

$$F_0_t := -\cos(\theta)$$

$$F_0_x := [-1, 0, 0, 0]$$

$$h_0_t := -t + \sin(\theta)$$

$$h_0_x := [0, 1, 0, 0]$$

Qadam 9. (3.1) ning $x = x^0(T^0)$ orqali, $t = T^0$ bo'lgandagi xususiy hosilani hisoblaymiz.

$\succ F_0_t_T_0 := \text{subs}(t = T[0], F_0_t);$
 $\succ F_0_x_T_0 := \text{subs}(t = T[0], \text{eval}(F_0_x));$

$\succ h_0_t_T_0 := \text{subs}(t = T[0], h_0_t);$
 $\succ h_0_x_T_0 := \text{subs}(t = T[0], \text{eval}(h_0_x));$

$$\begin{aligned}
 F_0_t_T_0 &:= -\cos(\theta) \\
 F_0_x_T_0 &:= [-1, 0, 0, 0] \\
 h_0_t_T_0 &:= -\sin(\theta) \\
 h_0_x_T_0 &:= [0, 1, 0, 0]
 \end{aligned}$$

Qadam 10. Skalyar ko`paytmasini topamiz.

$$\left(\frac{\partial F^0}{\partial x}, f^0 \right), \left(\frac{\partial q_i^0}{\partial x}, f^0 \right), \left(\frac{\partial h^0}{\partial x}, f^0 \right), i = 1, 2, \dots, r.$$

$\succ dp_1 := -\cos(\theta)$
 $\succ \text{phi_0}(T[0], S, C_x, C_y), \text{orthogonal});$
 $\succ dp_2 := \text{linalg}[\text{dotprod}](h_0_x_T_0, f[[0]](T_0,$
 $\succ \text{phi_0}(T[0], S, C_x, C_y), \text{ortogonal});$

$$\begin{aligned}
 dp_1 &:= -\cos(\theta) \\
 dp_2 &:= -\sin(\theta)
 \end{aligned}$$

Qadam 11. O`tgan punktdagi hisoblangan natija va (2.2) formulalar guruhining keyingisini qo`llanib, λ^0 uchun ifodani hisoblaymiz.

$\succ \lambda_0 := (F_0_t_T_0 + dp_1) * (h_0_t_T_0 + dp_2)^{-1};$

$$\lambda_0 := \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$

Qadam 12. λ^0 ni va (2.1) formulani qo'llanib, $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ vektorlarini topamiz.

$\succ s := evalm(transpose(Phi(T[0], c)) \&^*$
 $\succ evalm(lambda_0 * h_0_{xT_0} - F_0_{xT_0}));$

$$s := \begin{bmatrix} \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}, 1, 2 \cos(\theta), \sin(\theta) \end{bmatrix}$$

Qadam 13. (1.22) tenglamani qo'llanib, $p^0(t)$ vektor funktsiyani topamiz.

$\succ evalm(transpose(G(t, x)) * S;$

$$\begin{bmatrix} 1, \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}, -t + 2 \sin(\theta), -\frac{t \cos(\theta)}{\sin(\theta)} + 2 \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$\succ p := t \rightarrow vektor([1, \cos(\theta) / \sin(\theta),$
 $\succ -t + 2 \sin(\theta), -t * \cos(\theta) / \sin(\theta) + 2 * \cos(\theta)]) :$

Qadam 14. Olingan $p^0(t)$ va $x^0(t)$ ifodalar uchun skalyar ko'paytmani hisoblaymiz.

$\succ linalg[dotprod](p(t), f[1](t, phi_0(t), S, C_x, C_y), ortogonal);$
 $-(-t + 2 \sin(\theta)) \rho \sqrt{\cos(\theta)^2 + (-t + \sin(\theta))^2} S, C_x \cos(\theta) + C_y$
 $(-t + \sin(\theta)) + (-\frac{t \cos(\theta)}{\sin(\theta)} + 2 \cos(\theta)) \rho \sqrt{\cos(\theta)^2 + (-t + \sin(\theta))^2}$

$$S(C_x(-t + \sin(\theta)) + C_y \cos(\theta))$$

Qadam 15. (2.2) ifoda maksimal qiymatga erishadigan $u = u(t, \lambda^0_1, \lambda^0_2, \dots, \lambda^0_r)$ boshqaruvchi funktsiyani topamiz. Buning uchun quyidagi ifoda minimallashtirishni ko'rsatish qiyin emas.

$$(t - 2\sin\theta)\rho VS((C_x(\alpha)\cos\theta + C_y(\alpha)(\sin\theta - t)) - \operatorname{ctg}\theta(C_x(\alpha)(\sin\theta - t) - C_y(\alpha)\cos\theta))$$

Minimallashtiradigan S va α bo'yicha u_0 boshqarishni topish zarurli va etarli. Minimum ifoda

$$S\left(C_x(\alpha) + C_y(\alpha) \frac{\cos 2\theta + t \sin \theta}{y \cos \theta - \sin 2\theta}\right) \quad (7.11)$$

Bunda boshqarishni topish $S(t), \alpha(t)$ funktsiyalarni topish bilan bir bo'ladi. Bunda $\alpha(t)$ funktsiyaga qo'shimcha shart qo'yiladi. Ynda qavs ichidagi ifodaning birinchi hosilasi, nolga teng bo'ladi.

$$\begin{aligned} C'_x + C'_y \frac{\cos 2\theta + t \sin \theta}{t \cos \theta - \sin 2\theta} &= 0 \\ \frac{C'_y}{C'_x} &= \frac{\sin 2\theta - t \cos \theta}{\cos 2\theta + t \sin \theta} \end{aligned} \quad (7.12)$$

Shuning uchun ikkinchi hosila manfiy bo'lmasligi kerak

$$\begin{aligned} C''_x + C''_y \frac{\cos 2\theta + t \sin \theta}{t \cos \theta - \sin 2\theta} &\geq 0 \\ C''_x - C''_y \frac{C'_x}{C'_y} &\geq 0 \end{aligned} \quad (7.13)$$

Bu holatda (5.12), (5.13) shartidan $\alpha(t)$ ni topish mumkin bo'ladi. Bunda $\alpha(t)$ birdan-bir izlangan boshqaruvchi funktsiyang bir qismi $u = (\alpha(t), s(t))$ funktsiyasi $A = C_x - C_y \frac{C'_x}{C'_y}$ ifoda belgisidan saylanadi. (5.13) ni hisobga olsak quyidagiga ega bo'lamiz:

$$S(t) = \begin{cases} S_1 = 1A \geq 0 \\ S_2 \geq S_1 A < 0 \end{cases} \quad (7.14)$$

Ilgari ayiganimizdek, C_x, C_y funktsiyalari o`zida qanotning aerodinamik xarakterini tutadi. Bu funktsiyalarni katta aniqlikda hisoblasak, quyidagi ko`rinishda bo`ladi.

$$\begin{aligned} C_x(\alpha) &= 1 - \cos 2\alpha_0 \cos 2\alpha \\ C_y(\alpha) &= K \sin 2\alpha_0 \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (7.15)$$

Bu yerda α_0, K – доимийлар. k- miqdori $\max\left(\frac{C_x}{C_y}\right)$ ning maksimal sifat apparati, α_0 - ataka burchagi, maksimal sifatga erishadigan.

Bu funktsiyalarni MAPLE tizimida beramiz.

```
> C_x := alpha -> 1 - cos(2 * a[0] * cos(2 * alpha)) :
> C_y := alpha -> K * sin(2 * a[0] * sin(2 * alpha)) :
```

(5.12) shartni yozamiz

```
> diff(C_y(alpha), alpha) / diff(C_x(alpha), alpha) =
> (sin(2 * theta) - t * cos(theta)) /
> (cos(2 * theta) + t * sin(theta));
```

$$\frac{K \sin(2\alpha_0) \cos(\alpha_0)}{\cos(2\alpha_0) \sin(2\alpha)} = \frac{\sin(2\theta) - \cos(\theta)t}{\cos(2\theta) + \sin(\theta)t}$$

Biz C_x, C_y berilganlar orqali $\alpha(t)$ bilan aniqlanadigan tengsizlikni olamiz. (5.13) shartni turlandiramiz.

```
> diff(C_x(alpha), alpha)^2 - diff(C_y(alpha), alpha) /
> diff(C_x(alpha), alpha) * diff(C_y(alpha), alpha)^2;
```

$$4\cos(2\alpha_0)\cos(2\alpha) + \frac{4K^2 \sin(2\alpha_0)^2 \cos(2\alpha)}{\cos(2\alpha_0)}$$

(5.13) sharti quyidagi ko`rinishga ega bo`lishini ko`rsatish qiyin emas.

$$\frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\alpha_0} \geq 0 \quad (7.16)$$

$0 \leq \alpha_0 \leq \pi/4$ nt hisobga olsak, quyidagi tenglikni olamiz

$$tg 2\alpha = \frac{1}{2} arctg(Ktg 2\alpha_0 \frac{\cos \theta + t \sin \theta}{\sin 2\theta - t \cos \theta}) \quad (7.17)$$

Shuning uchun $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$. Endi (7.11)da A ifoda ishorasini aniqlaymiz.

$$\succ C_x(\alpha) - diff(C_x(\alpha), \alpha) / \\ \succ diff(C_y(\alpha), \alpha) * C_y(\alpha);$$

$$1 - \cos(2\alpha_0)\cos(2\alpha) - \frac{\cos(2\alpha_0)\sin(2\alpha)^2}{\cos(2\alpha)}$$

(7.11) da A ning ishorasi $\alpha = \alpha_0$ ga bog`liq,  $\alpha \prec \alpha_0$  A miqdori 0 dan kichik,  $\alpha \succ \alpha_0$  bo`lsa 0 dan katta. Bu holatda optimal boshqarishda nollik yaqinlashishni tuzish mumkin.

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} arctg(Ktg 2\alpha \frac{\cos 2\theta + t \sin \theta}{\sin 2\theta - t \cos \theta}) \quad (7.18)$$

$$S = \begin{cases} S_1, \alpha \leq \alpha_0 \\ S_2 \geq S_1, \alpha > \alpha_0 \end{cases}$$

Barcha boshqarish faqat t dan g`arali bo`lishi tabiiy. Bu natijani MAPLE tizimiga qo`ysak, vaqtga bog`liq turda S ning hisoblanishini amalga oshirsak,

```
> alpha := t -> 1/2 arctan(K * tan(2 * a[0]) * (cos(2 * theta)
> + t * sin(theta)) / (sin(2 * theta) - t * cos(theta)));
```

$$\alpha := t \rightarrow \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{K \tan(2\alpha_0) \cos(2\theta) + \sin(\theta)t}{(\sin(2\theta) - \cos(\theta)t)}\right)$$

```
> solve(alpha(t) - a[0], t);
> tp := evalf(%);
```

$$- \frac{K \cos(2\theta) - \sin(2\theta)}{K \sin(\theta) + \cos(\theta)}$$

$$tp := - \frac{K \cos(2.\theta) - 1.\sin(2.\theta)}{K \sin(\theta) + \cos(\theta)}$$

```
> S := t -> piecewise(t < tp, S_2, S_1)
```

Qadam 16. Bizning olgan boshqarishimiz shartsiz u funktsiyaning chegaralanganligini bildiradi, U to`plamidan olinadi.

Qadam 17. $x^0(t)$ va (1.20) ifodadagi boshqarishni qo`ysak, 4) punktdagi topilgan  $\Phi, G$  matritsalarini qo`llansak, $x^1(t) = x^1(t)$ vektor funktsiyani topamiz.

Qadam 18. O`tgan punktdagi natijani qo`llanib $x^1(t)$ vektor funktsiyani hisoblaymiz. orqali quyidagi $x^1(t)$ vektorni hisoblash orqali quyidagi qiyinchioik kelib chiqishini ko`rish mumkin.- analitik axborotni o`zida talab qiladigan ifoda tizimini tuzish ga bo`lmaydi, foydalanuvchi mustaqil turda quyidagi buyruqlarni kiritadi:

```

> phi_1 := q → vektor(4,[init((evalm(G(t,c) & * f[1](t, phi_0(t),
> S(t), C_x(alpha(t)), C_y(alpha(t))))[1], t = 0..q),int((
> evalm(G(t,c) & * f[1](t, phi_0(t), S(t), C_x(alpha(t)), C_y(
> alpha(t))))[2], t = 0..q),int((evalm(G(t,c) & * f[1](t, phi_0
> (t), S(t), C_x(alpha(t)), C_y(alpha(t))))[3], t = 0..q),int(
> (evalm(G(t,c) & f[1](t, phi_0(t), S(t), C_x(alpha(t)), C_y(
> alpha(t))))[4], t = 0..q))

```

Bu bilan bog'liq bo'lgan turda parametrlar ning sonli qiymatini kiritamiz va $x^1(t)$ funktsiyani aniqlaymiz, shuning bilan birga zarurli bo'lgan $x_0(T_0)$ va $x_1(T_0)$ vektorlarini hisoblaymiz.

```

> theta := Pi / 4; a[0] := Pi / 8; K := 1/5; S_1 := 1; S_2 := 2;
> rho := 1; var epsilon := 0.01;

```

$$\theta := \frac{\pi}{4} \quad \alpha_0 := \frac{\pi}{8}$$

$$K := 1.5 \quad S_1 := 1 \quad S_2 := 2$$

$$\rho := 1 \quad \text{var epsilon} := 0.01$$

```

> x_0_T_0 := evalf(T[0]));
> x_1_T_0 := evalf(phi_1(evalf(T[0])));

```

$$x_0_T_0 := [0.999999999950, 7071067810-0.7071067810]$$

$$x_1_T_0 := [0.7782622973, 2440869116-0.7607739796, 5106925709]$$

Qadam 19-21. Berilgan qadamlar $r = 0$ bo'ladi.

Qadam 22. (2.3) guruhidan T_0 dan jarayon oxiridagi T_1 hisoblaymiz.

```

> T[1] := evalf((-h[1], x_0_T_0) - linalg[djtprod](
> h_0_T_0, x_1_T_0, ortogona)) / (h_0_t_T_0 + linalg[dotprod]
> (h_0_x_T_0, x_0, x_0_T_0, ortogona));

```

$$T_1 := 0.3451910207$$

Qadam 23. (1.15) formulalar guruhining 5- tengligidan J^1 miqdorini hisoblaymiz.

```

> J[1] := evalf(T[1]*(F_0_t_T_0 + linalg[dotprod](F_0_T_0,
> x_0_T_0, ortogona)) + linalg[dotprod](F_0_x_T_0, x_1_T_0
> ortogona) + F[1](T[0], x_1_T_0, S(t), C_x(alpha(t)),
> C_y(alpha(t))));

```

$$J_1 := -1.367540230$$

Qadam 24. Sifat kriteriyasida tekshirishni kiritamiz.

```

> evalf(J[0] + var eps_ilon * J[1]);

```

$$-1.013675402$$

7.3 Olingan natijalarni tahlil qilish

MAPLE paketi yordamida qarashtirilgan misolda uchish haqidagi masala maksimallikka erishadi. Masala modeli kuchsiz boshqaruvchi tizim, butunligi bo'lsa- optimal boshqarishni izlab topadi.

Izlanish natijasida (7.18) boshqarish olindi, to'liq funktsionalning minimizatsiyasi optimizatsiyaga yaqin bo'lgan. Tizimning berilgan parametrlari orqali optimizatsiyalanadigan miqdorlarni va uchish vaqtini aniqlash mumkin bo'ladi. Kuchsiz boshqaruvchi tizim uchun tuzatish miqdori ahamiyatli emas. O'zaro boshqarish tartibini aniqlaydigan, ε parametrining birlik tartibiga ega bo'ladi.

Xulosa

Qaralayotgan ushbu malakaviy bitiruv ishida optimal boshqaruv masalasini MAPLE paketidan foydalanib yechish masalasi qaraladi. Bitiruv malakaviy ishida asosiy olingan natijalar quyidagilardan iborat:

- 1) Optimal boshqarish masalasiga MAPLE paketiga tegishli ilmiy va ilmiy-metodik adabiyotlar o`rganildi.
- 2) Optimal boshqarish masalasining qo`yilishi va uning yechish algortimi o`rganildi.
- 3) MAPLE paketidan foydalanib, optimal boshqarish masalasiga aniq sonli misol yechildi.
- 4) MAPLE paketidan foydalanib, chiziqli algebra va differentsial tenglamalarni yechish masalalari o`rganildi.
- 5) MAPLE paketidan foydalanib, funktsiyalarning grafiklarini tuzish o`rganildi.

Adabiyotlar

1. Афанасьев В.Н. Математическая теория конструирования систем управления / В.Н.Афанасьев, В.Б.Колмановский, В.Р.Носов - М. : Выгш. шк., 2003. - 615 с.
2. Боровских А.В. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям / А.В. Боровских, А.И.Перов - М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика : Институт компьютерных исследований, 2004. - 540 с.
3. Васильев А.Н. Maple 8 : самоучитель / В.Н.Васильев - М. : Диалектика, 2003. - 351 с.
4. Дьяконов В.П. Maple 7 : учебный курс. / В.П. Дьяконов - СПб. : Питер, 2002. - 667 с.
5. Дьяконов В.П. Maple 8 в математике, физике и образовании / В.П. Дьяконов - М. : Солон-пресс, 2003. - 655 с.
6. Сдвижков О.А. Математика на компьютере : Maple 8 / О.А. Сдвижков - М. : Солон-пресс, 2003. - 175 с.
7. Internet saytlari:
www.library.tuit.uz/skanir_knigi/book/Boshkaruv/glava_2.htm
www.edunet.uz/upload/iblock/159/inform59.doc
www.ziyonet.uz/ru/library/searchby/library/search_query/300
www.karsu.uz/elibrary/fileviewer.php?lec=2236
www.videouroki.net/filecatalog.php/img/courses/filecom.php