

ISSN 1727-2769



**ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК
ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ
РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**№ 1 (20)
ЯНВАРЬ–ИЮНЬ
2013**

СОДЕРЖАНИЕ

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

- Бегматов А.Х., Джайков Г.М.*
О восстановлении функции по сферическим средним..... 6
- Борыняк Л.А., Чернышев А.П.*
Вариационный метод исследования нанообъектов 16
- Мезенцев Ю.А.*
Практические аспекты реализации эффективного алгоритма решения
задач оптимальной комплектации..... 26

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

- Алешаев А.Н., Анашин В.В., О.В. Анчугов и др.*
Электрон-позитронный коллайдер ВЭПП-4М: состояние и перспективы 35
- Алейник В.И., Башкирцев А.Г., Кузнецов А.С., Макаров А.Н.,
Сорокин И.Н., Таскаев С.Ю., Тиунов М.А., Щудло И.М.*
Оптимизация транспортировки пучка отрицательных ионов водорода
в ускоритель-тандем с вакуумной изоляцией..... 47
- Башкирцев А.Г., Иванов А.А., Касатов Д.А., Кузнецов А.С.,
Сорокин И.Н., Таскаев С.Ю., Чудаев В.Я.*
Рентгеновское излучение высоковольтных элементов ускорителя-
тандема с вакуумной изоляцией 56
- Битюрин А.А.*
Математическое моделирование величины прогиба ступенчатого
стержня с учетом эксцентриситета ударной силы 63
- Вострецов А.Г., Богданович В.А., Гундарева М.В.*
Режекция внеполосной помехи 72
- Гилета В.П., Барис А.В.*
Профилирование зубьев волновой передачи 80

УДК 517.946

О ВОССТАНОВЛЕНИИ ФУНКЦИИ ПО СФЕРИЧЕСКИМ СРЕДНИМ**А.Х. Бегматов, Г.М. Джайков***Новосибирский государственный технический университет**Новосибирский государственный университет**begah@ngs.ru*

Изучается задача интегральной геометрии в полосе на семействе кривых сферического типа с заданной весовой функцией. Доказана теорема единственности и получена явная формула для образа Фурье решения рассмотренной задачи интегральной геометрии в классе гладких финитных функций.

Ключевые слова: задачи интегральной геометрии, сферические средние, преобразование Фурье, формула обращения.

Введение

В работе исследуются задачи восстановления функции в полосе, если известны интегралы от этой функции по кривым заданного семейства. Такие задачи называются задачами интегральной геометрии [1].

Для первой постановки кривые представляют собой полуокружности произвольного радиуса с центром на фиксированной прямой. Во второй постановке рассматриваются окружности, касающиеся фиксированной прямой. Вопросы единственности решения подобных задач рассматривались в работах [2, 3].

Вопросы единственности решения плоской задачи интегральной геометрии на семействе парабол с возмущением рассматривались в статье [4]. Формулы обращения для задачи интегральной геометрии на семействах парабол получены в [5, 6]. В работе [7] изучены вопросы единственности решения широкого класса задач интегральной геометрии на плоскости. В работе [8] приводятся теорема единственности решения задачи интегральной геометрии на кривых эллиптического типа и аналитическое представление решения в терминах образов Фурье по первой переменной.

В первом разделе приводятся постановки двух задач восстановления функции по интегральным данным. В первом случае центры полуокружностей лежат на оси $y = 0$. Во втором случае окружности, по которым ведется интегрирование, опираются на ось $y = 0$. Исследуются вопросы единственности решения интегральных уравнений Вольтерра, связанных с изучаемыми задачами интегральной геометрии. Во втором разделе доказана новым методом теорема единственности решения задачи восстановления функции, если известны интегралы от этой функции по всевозможным окружностям в полосе с заданной весовой функцией. Получено аналитическое представление решения в терминах образов Фурье по первой переменной.

Работа частично поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации, грант № 16.740.11.0057.

1. Сферические средние и единственность решения интегрального уравнения Вольтерра

Рассмотрим операторное уравнение

$$\int_{\Gamma(x,y)} g(x,y,\xi,\eta)u(\xi,\eta)d\xi = f(x,y).$$

относительно функции двух переменных $u(x,y)$.

Обозначим $L_H = \{(x,y) : x \in R^1, 0 \leq y \leq H\}$.

Задача 1. В полосе L_H восстановить функцию двух переменных $u(x,y)$, если известны интегралы от нее по кривым семейства $\{\Upsilon(x,y)\}$:

$$\int_{\Upsilon(x,y)} u(\xi,\eta)d\xi = f(x,y), \quad (1)$$

где произвольная кривая семейства представлена выражением

$$\Upsilon(x,y) = \left\{ (\xi,\eta) : (x-\xi)^2 + \eta^2 = y^2, 0 \leq \eta \leq y \leq H \right\}.$$

Задача 2. В полосе L_H восстановить функцию двух переменных $u(x,y)$, если известны интегралы от нее по кривым семейства $\{\Gamma(x,y)\}$:

$$\int_{\Gamma(x,y)} u(\xi,\eta)ds = f(x,y), \quad (2)$$

где произвольная кривая семейства определяется выражением

$$\Gamma(x,y) = \left\{ (\xi,\eta) : (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 = y^2, 0 \leq \eta \leq 2y \leq H \right\}.$$

Исследуем единственность решения (1) и (2) путем сведения к интегральному уравнению Вольтерра первого, а затем второго рода [9].

Предложение 1. Пусть функция $f(x,y)$ известна для всех (x,y) из полосы L_H , весовая функция $g(x,y,\xi,\eta) = 1$.

Тогда решение уравнения (1) в классе дважды непрерывно дифференцируемых финитных функций с носителем в полосе L_H единственно.

Доказательство. Запишем уравнение (1) в следующем виде:

$$\int_0^y \frac{u(x-h,\eta) + u(x+h,\eta)}{h} \eta d\eta = f(x,y), \quad (3)$$

где $h = \sqrt{y^2 - \eta^2}$.

Применим к обеим частям уравнения (3) преобразование Фурье по переменной x :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} f(x, y) dx = \\ & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} \left[\int_0^y \frac{u(x-h, \eta) + u(x+h, \eta)}{h} \eta d\eta \right] dx = \\ & = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^y \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\lambda x} \frac{u(x-h, \eta) + u(x+h, \eta)}{h} \eta dx d\eta, \\ & \int_0^y \hat{u}(\lambda, \eta) \cos\left(\lambda\sqrt{y^2 - \eta^2}\right) \frac{\eta}{\sqrt{y^2 - \eta^2}} d\eta = \hat{f}_1(\lambda, y), \quad \hat{f}_1(\lambda, y) = \hat{f}(\lambda, y) / 2. \end{aligned}$$

Мы получили интегральное уравнение Вольтерра первого рода относительно функции $\hat{u}(\lambda, y)$

$$\int_0^y \hat{u}(\lambda, \eta) \frac{H(\lambda, y, \eta)}{\sqrt{y-\eta}} d\eta = \hat{f}_1(\lambda, y), \quad (4)$$

где

$$H(\lambda, y, \eta) = \frac{\eta \cos\left(\lambda\sqrt{y^2 - \eta^2}\right)}{\sqrt{y+\eta}}. \quad (5)$$

Здесь и всюду далее через $\hat{u}(\lambda, y)$ и $\hat{f}(\lambda, y)$ обозначены преобразования Фурье по переменной x функций $u(x, y)$, $f(x, y)$ соответственно. Уравнение (4) имеет интегрируемую особенность на диагонали $y = \eta$. Как видно из формулы (5), функция $H(\lambda, y, \eta)$ непрерывна в области $0 < \eta \leq y < H$ и $H(\lambda, y, y) = \sqrt{\frac{y}{2}} \neq 0$.

Используя выражение (5) для функции $H(\lambda, y, \eta)$, нетрудно показать, что частная производная первого порядка по переменной y этой функции имеет слабую особенность на диагонали $y = \eta$:

$$\begin{aligned} & H'_y(\lambda, y, \eta) = \\ & = \frac{-\eta \left[2y\sqrt{y+\eta} \sin\left(\lambda\sqrt{y^2 - \eta^2}\right) + \sqrt{y-\eta} \cos\left(\lambda\sqrt{y^2 - \eta^2}\right) \right]}{2\sqrt{y-\eta}\sqrt{(y+\eta)^3}}. \end{aligned}$$

Мы можем свести уравнение (4) к уравнению Вольтерра второго рода, применяя прием Абеля [10]. Для этого умножим равенство (4) на $(t-y)^{-1/2}$ и проинтегрируем по y в пределах от нуля до t . Меняя в возникающем повторном интеграле порядок интегрирования, находим

$$\begin{aligned} \int_0^t \frac{\hat{f}_1(\lambda, y)}{\sqrt{t-y}} dy &= \int_0^t \frac{dy}{\sqrt{t-y}} \int_0^y \hat{u}(\lambda, \eta) H(\lambda, y, \eta) \frac{d\eta}{\sqrt{y-\eta}} = \\ &= \int_0^t \hat{u}(\lambda, \eta) \left[\int_{\eta}^t \frac{H(\lambda, y, \eta)}{\sqrt{t-y}\sqrt{y-\eta}} dy \right] d\eta. \end{aligned} \quad (6)$$

Стоящая здесь под интегралом в квадратных скобках функция

$$T(t, \eta, \lambda) = \int_{\eta}^t \frac{H(\lambda, y, \eta)}{\sqrt{t-y}\sqrt{y-\eta}} dy$$

имеет конечное значение, отличное от нуля, при $t = \eta$. Чтобы убедиться в этом, сделаем замену переменной

$$y = t \cos^2 \varphi + \eta \sin^2 \varphi.$$

Тогда функция $T(t, \eta, \lambda)$ примет следующий вид:

$$T(\lambda, t, \eta) = 2 \int_0^{\pi/2} H(\lambda, t \cos^2 \varphi + \eta \sin^2 \varphi, \eta) d\varphi, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} H(\lambda, t \cos^2 \varphi + \eta \sin^2 \varphi, \eta) &= \\ &= \frac{\eta \cos \left(\lambda \sqrt{t-\eta} \cos \varphi \sqrt{t \cos^2 \varphi + \eta (1 + \sin^2 \varphi)} \right)}{\sqrt{t \cos^2 \varphi + \eta (1 + \sin^2 \varphi)}}. \end{aligned}$$

Отсюда, полагая $\eta = t$, находим

$$T(\lambda, t, t) = \pi \frac{\sqrt{2t}}{2} \neq 0.$$

Используя формулу (7), легко также убедиться в том, что функция $T(\lambda, t, \eta)$ имеет непрерывную производную по переменной t всюду за исключением диагонали

$\eta = t$. На диагонали $T_t(\lambda, t, \eta)$ имеет интегрируемую особенность вида $(t - \eta)^{-1/2}$. Дифференцируя равенство (6) и деля на $T(\lambda, t, t)$, получаем для отыскания $\hat{u}(\lambda, t)$ при каждом фиксированном λ интегральное уравнение Вольтерра второго рода:

$$\hat{u}(\lambda, t) + \int_0^t \hat{u}(\lambda, \eta) \frac{T_t(\lambda, t, \eta)}{T(\lambda, t, t)} d\eta = \frac{1}{T(\lambda, t, t)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{\hat{f}_1(\lambda, y)}{\sqrt{t-y}} dy \quad (8)$$

с ядром, имеющим интегрируемую особенность на диагонали. Как следует из общей теории, решение таких уравнений единственно [10].

Теперь рассмотрим операторное уравнение (2) на семействе окружностей.

Предложение 2. Пусть функция $f(x, y)$ известна для всех (x, y) из полосы L_H , весовая функция $g(x, y, \xi, \eta) = 1$.

Тогда решение уравнения (2) в классе дважды непрерывно дифференцируемых финитных функций с носителем в полосе L_H единственно.

Доказательство. Уравнение (2) можно представить в другой форме:

$$\int_0^{2y} \frac{u(x-h, \eta) + u(x+h, \eta)}{h} y d\eta = f(x, y), \quad (9)$$

где $h = \sqrt{y^2 - (y - \eta)^2}$.

Применив к уравнению (9) преобразование Фурье по x , получим

$$\int_0^{2y} \hat{u}(\lambda, \eta) \cos\left(\lambda \sqrt{y^2 - (y - \eta)^2}\right) \frac{y}{\sqrt{y^2 - (y - \eta)^2}} d\eta = \hat{f}_1(\lambda, y),$$

или

$$\int_0^{2y} \hat{u}(\lambda, \eta) \frac{y \cos\left(\lambda \sqrt{(2y - \eta)\eta}\right)}{\sqrt{2y - \eta} \sqrt{\eta}} d\eta = \hat{f}_1(\lambda, y).$$

Сделаем замену $2y = y_1$:

$$\int_0^{y_1} \hat{u}(\lambda, \eta) \frac{H_1(\lambda, y_1, \eta)}{\sqrt{y_1 - \eta}} d\eta = \hat{f}_1(\lambda, y_1), \quad (10)$$

где

$$H_1(\lambda, y_1, \eta) = \frac{y_1 \cos\left(\lambda \sqrt{(y_1 - \eta)\eta}\right)}{2\sqrt{\eta}}. \quad (11)$$

Из формулы (11) следует, что функция $H_1(\lambda, y_1, \eta)$ непрерывна в области $0 < \eta \leq y_1 < H$ и $H_1(\lambda, y_1, y_1) = \frac{\sqrt{y_1}}{2} \neq 0$. Мы можем показать, что $\frac{\partial}{\partial y_1} H_1(\lambda, y_1, \eta)$ имеет слабую особенность на диагонали $y_1 = \eta$:

$$\frac{\partial}{\partial y_1} H_1(\lambda, y_1, \eta) = \frac{\cos(\lambda\sqrt{(y_1 - \eta)\eta})}{2\sqrt{\eta}} - \frac{\lambda y_1}{4\sqrt{y_1 - \eta}} \sin(\lambda\sqrt{(y_1 - \eta)\eta}).$$

Чтобы свести уравнение (10) к уравнению Вольтерра второго рода, применим прием Абеля. Умножим уравнение (10) на $(t - y_1)^{-1/2}$ и проинтегрируем его по y_1 в пределах от нуля до t :

$$\begin{aligned} \int_0^t \frac{\hat{f}_1(\lambda, y_1)}{\sqrt{t - y_1}} dy_1 &= \int_0^t \frac{dy_1}{\sqrt{t - y_1}} \int_0^{y_1} \hat{u}(\lambda, \eta) H_1(\lambda, y, \eta) \frac{d\eta}{\sqrt{y_1 - \eta}} = \\ &= \int_0^t \hat{u}(\lambda, \eta) \left[\int_{\eta}^t \frac{H_1(\lambda, y_1, \eta)}{\sqrt{t - y_1} \sqrt{y_1 - \eta}} dy_1 \right] d\eta. \end{aligned} \quad (12)$$

В последнем уравнении весовая функция

$$T(t, \eta, \lambda) = \int_{\eta}^t \frac{H_1(\lambda, y_1, \eta)}{\sqrt{t - y_1} \sqrt{y_1 - \eta}} dy_1 \quad (13)$$

имеет конечные значения, отличные от нуля, при $t = \eta$.

Сделаем замену, как в задаче 1. Тогда уравнение (12) преобразуется к виду

$$T(\lambda, t, \eta) = \int_0^{\pi/2} \frac{(t \cos^2 \varphi + \eta \sin^2 \varphi) \cos(\lambda\sqrt{(t - \eta)\eta} \cos \varphi)}{\sqrt{\eta}} d\varphi.$$

Полагая $\eta = t$, находим

$$T(\lambda, t, t) = \frac{\pi\sqrt{t}}{2} \neq 0.$$

На диагонали $\eta = t$ $T_t(\lambda, t, \eta)$ имеет интегрируемую особенность вида $(t - \eta)^{-1/2}$. Дифференцируя равенство (10), получаем интегральное уравнение Вольтерра второго рода:

$$\hat{u}(\lambda, t) + \int_0^t \hat{u}(\lambda, \eta) \frac{T_t(\lambda, t, t)}{T(\lambda, t, t)} d\eta = \frac{1}{T(\lambda, t, t)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{\hat{f}_1(\lambda, y_1)}{\sqrt{t - y_1}} dy_1. \quad (14)$$

Решение уравнения (14) также единственно.

2. Формула обращения и единственность решения задачи 1

Теорема 1. Пусть функция $f(x, y)$ известна в полосе $L_H = \{(x, y) : x \in R^1, 0 \leq y \leq H < \infty\}$, весовая функция $g(x, \xi) \equiv 1$. Тогда решение уравнения (1) в классе дважды непрерывно дифференцируемых финитных функций с носителем в полосе L_H единственно и имеет место представление

$$\hat{u}(\lambda, y) = \frac{1}{\pi y} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^y \frac{\eta ch\left(\lambda \sqrt{y^2 - \eta^2}\right)}{\sqrt{y^2 - \eta^2}} \hat{f}(\lambda, \eta) d\eta.$$

Доказательство теоремы 1. Уравнение (1) запишем, как и ранее, в виде

$$\int_0^y (u(x-h, \eta) + u(x+h, \eta)) \frac{\eta}{h} d\eta = f(x, y), \quad (15)$$

где $h = \sqrt{y^2 - \eta^2}$.

При $t \in [0; 1]$ рассмотрим функцию

$$F(x, y, t) = \int_0^y (u(x - \sqrt{1-t} \cdot h, \eta) + u(x + \sqrt{1-t} \cdot h, \eta)) \frac{\eta}{h} d\eta. \quad (16)$$

Нетрудно показать, что $F(x, y, t)$ удовлетворяет уравнению с частными производными

$$\frac{\partial^2 F(x, y, t)}{\partial y \partial t} = -\frac{y}{2} \frac{\partial^2 F(x, y, t)}{\partial x^2}, \quad (17)$$

а также краевым условиям

$$F(x, 0, t) = 0; \quad F(x, y, 0) = f(x, y). \quad (18)$$

Подействуем на уравнение (17) и условия (18) преобразованием Фурье по переменной x :

$$\frac{\partial^2 \hat{F}(\lambda, y, t)}{\partial y \partial t} - \frac{\lambda^2 y}{2} \frac{\partial^2 \hat{F}(\lambda, y, t)}{\partial \lambda^2} = 0, \quad (19)$$

$$\hat{F}(\lambda, 0, t) = 0; \quad \hat{F}(\lambda, y, 0) = \hat{f}(\lambda, y). \quad (20)$$

Краевая задача Гурса (19)–(20), как известно, имеет единственное решение [2]. В свою очередь, дважды непрерывно дифференцируемая и финитная по первой

переменной функция $F(x, y, t)$ однозначно определяется по своему образу Фурье $\hat{F}(\lambda, y, t)$.

Далее, рассмотрим функцию $F(x, y, t)$ при $t = 1$:

$$F(x, y, 1) = 2 \int_0^y u(x, \eta) \frac{\eta}{h} d\eta. \quad (21)$$

Интегральное уравнение типа Абеля (21) имеет единственное решение [10]. Таким образом, мы показали единственность решения задачи интегральной геометрии (1).

Теперь применим к обеим частям уравнения (15) преобразование Фурье по переменной x . С учетом выкладок в начале доказательства предложения 1 запишем

$$2 \int_0^y \hat{u}(\lambda, \eta) \cos(\lambda h) \frac{\eta}{h} d\eta = \hat{f}(\lambda, y). \quad (22)$$

Поддействуем на (22) вольтерровским оператором с ядром

$$\frac{\eta ch(\lambda \sqrt{y^2 - \eta^2})}{\sqrt{y^2 - \eta^2}}$$

и применим теорему Фубини к левой части получившегося уравнения:

$$\begin{aligned} & \int_0^y \frac{\eta ch(\lambda \sqrt{y^2 - \eta^2})}{\sqrt{y^2 - \eta^2}} \hat{f}(\lambda, \eta) d\eta = \\ & = 2 \int_0^y \int_0^{\eta} \frac{\eta t \cdot ch(\lambda \sqrt{y^2 - \eta^2})}{\sqrt{y^2 - \eta^2}} \hat{u}(\lambda, t) \frac{\cos(\lambda \sqrt{\eta^2 - t^2})}{\sqrt{\eta^2 - t^2}} dt d\eta \\ & = 2 \int_0^y \int_0^{\eta} \frac{\eta t \cdot ch(\lambda \sqrt{y^2 - \eta^2})}{\sqrt{y^2 - \eta^2} \sqrt{\eta^2 - t^2}} \hat{u}(\lambda, t) \cos(\lambda \sqrt{\eta^2 - t^2}) dt d\eta. \end{aligned}$$

Получим уравнение

$$\int_0^y \frac{\eta ch(\lambda \sqrt{y^2 - \eta^2})}{\sqrt{y^2 - \eta^2}} \hat{f}(\lambda, \eta) d\eta = 2 \int_0^y t \hat{u}(\lambda, t) K_1(\lambda, y, t) dt, \quad (23)$$

где

$$K_1(\lambda, y, t) = \int_0^1 \frac{ch\left(\lambda\sqrt{y^2-t^2}\sqrt{1-s^2}\right)\cos\left(\lambda\sqrt{y^2-t^2}s\right)}{\sqrt{1-s^2}} ds.$$

Учитывая выражение для табличного интеграла

$$\int_0^a \frac{ch\left(c\sqrt{a^2-x^2}\right)}{\sqrt{a^2-x^2}} \cos bxdx = \frac{\pi}{2}, \text{ при } b=c>0, a>0,$$

(см. [11]) получаем, что ядро K_1

$$\int_0^1 \frac{ch\left(\lambda\sqrt{y^2-t^2}\sqrt{1-s^2}\right)\cos\left(\lambda\sqrt{y^2-t^2}s\right)}{\sqrt{1-s^2}} ds = \frac{\pi}{2}.$$

С учетом этого равенства перепишем (23) в виде

$$\pi \int_0^y \eta \hat{u}(\lambda, \eta) d\eta = \int_0^y \frac{\eta ch\left(\lambda\sqrt{y^2-\eta^2}\right)}{\sqrt{y^2-\eta^2}} \hat{f}(\lambda, \eta) d\eta.$$

Продифференцировав обе части последнего уравнения, приходим к выражению

$$\hat{u}(\lambda, y) = \frac{1}{\pi y} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^y \frac{\eta ch\left(\lambda\sqrt{y^2-\eta^2}\right)}{\sqrt{y^2-\eta^2}} \hat{f}(\lambda, \eta) d\eta.$$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гельфанд И.М. Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений / И.М. Гельфанд, М.И. Граев, Н.Я. Виленкин. – М.: Физматгиз, 1962. – 646 с.
- [2] Курант Р. Уравнения с частными производными / Р. Курант. – М.: Мир, 1964. – 830 с.
- [3] Лаврентьев М.М. Некорректные задачи математической физики и анализа / М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов, С.П. Шишатский. – М.: Наука, 1980. – 286 с.
- [4] Лаврентьев М.М. Задача интегральной геометрии на плоскости с возмущением / М.М. Лаврентьев // Сиб. мат. журн. – 1996. – Т. 37. – № 4. – С. 851–857.
- [5] Бегматов Акр. Х. Два класса слабо некорректных задач интегральной геометрии на плоскости / Акр. Х. Бегматов // Сиб. мат. журн. – 1995. – Т. 36. – № 2. – С. 243–247.
- [6] Бегматов Акб. Х. Задача интегральной геометрии с возмущением в трехмерном пространстве / Акр. Х. Бегматов // Сиб. мат. журн. – 2000. – Т. 41. – № 1. – С. 3–14.
- [7] Бегматов Акб. Х. О единственности решения задачи интегральной геометрии вольтерровского типа на плоскости / Акб. Х. Бегматов // ДАН. – 2009. – Т. 427. – № 4. – С. 439–441.
- [8] Бегматов Акб. Х. Задача интегральной геометрии с возмущением на кривых эллиптического типа в полосе / Акб. Х. Бегматов, Н.Н. Петрова // ДАН. – 2011. – Т. 436. – № 2. – С. 151–154.

[9] **Романов В.Г.** Некоторые обратные задачи для гиперболического типа / В.Г. Романов. – Новосибирск: Наука, 1972. – 163 с.

[10] **Трикоми Ф.** Интегральные уравнения / Ф. Трикоми. – М.: Издательство иностранной литературы, 1960. – 301 с.

[11] **Прудников А.П.** Интегралы и ряды. Специальные функции / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1993. – 753 с.

A.H. Begmatov, G.M. Djaikov

RECONSTRUCTION OF A FUNCTION FROM ITS SPHERICAL MEANS

We study the problem of integral geometry in a strip on a family of curves of spherical type with a given weight function. We prove a uniqueness theorem and obtain an explicit expression for the Fourier transform of the solution of considered problem of integral geometry in a class of smooth finite functions.

Keywords: Problems of integral geometry; Spherical means; Fourier transforms; Inversion formula.

Статья поступила 26 июня 2012