

**ÓZBEKISTAN RESPUBLIKASÍ INFORMACIYALÍQ
TEXNOLOGIYALARÍ HÁM KOMMUNIKACIYALARÍN
RAWAJLANDÍRÍW MINISTRLIGI**

**MUXAMMED AL-XOREZMIY ATINDAGÍ TASHKENT
INFORMACIYALÍQ TEXNOLOGIYALARÍ UNIVERSITETI NÓKIS
FILIALÍ**

Informaciyalıq tálim texnologiyaları kafedrası

«IKT tarawında kásıb tálımı» baǵdarı

Qorgawǵa ruxsat

kafedra baslıǵı_____

2017 j. «____» _____

**PARABOLALÍQ TIPTEGI TEÑLEMEGE OPERACIYALÍQ
METODLARDÍ QOLLAW temasına**

PITKERIW QÁNIYGELIK JUMÍSÍ

Pitkeriwshi:

Valieva A.

Ilimiy basshı:

f.-m.i.k. Allamuratov.Sh

Sın beriwshi:

f.-m.i.k. Mustafaeva R.

Nókis-2017

**ÓZBEKISTAN RESPUBLIKASI INFORMACIYALIQ
TEXNOLOGIYALARI HAM KOMMUNIKACIYALARIN
RAWAJLANDIRIW MINISTRLOGI**

**MUXAMMED AL-XOREZMIY ATINDAGI TASHKENT
INFORMACIYALIQ TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI NOKIS
FILIALI**

Informaciyaliq talim texnologiyalari kafedrası

Tastıyqlayman

kafedra baslıgı _____

2017 j. « ____ » _____

VALIEVA AZIZA AZATBAEVNANIN

PARABOLALIQ TIPTEGI TENLEMEGE OPERACIYALIQ
METODLARDI QOLLAW
temasındagı pitkeriw ganiygelik jumısına

TAPSIRMA

Pitkeriw qaniygelik jumistin temasi TATU NF-tın « ____ » _____
2017j. buyırığı menen tastıyqlandı.

Jumisti tapsırw muddeti: « ____ » _____ 2017-jıl.

Berilgen jumısqı tıyisli mağlıwmatlar: diplom praktikası materialları, lekciya
tekst materialları, ilimiy ádebiyatlar ham Internet materialları.

Pitkeriw ganiygelik jumıs mazmunı:

Kirisiw.

1. Bap. Operaciyalıq metod haqqında tusinik
2. Bap. Operaciyalıq esaplawdın differencial tenlemelerdi sheshiwge
qolanılıwı
3. Bap. Dara tuwındılı differencial tenlemelerge operaciyalıq esaplawdın
qolanılıwı

Juwmaqlaw

Paydalanılğan ádebiyatlar

Tapsırma berilgen sáne

« ____ » _____ 2017-jıl.

Ilimiy basshı _____

Tapsırmanı aldı _____

Pitkeriw gániygelik jumıs paraqlar bóynsha másłáhátshıler.

Baplar	Másłáhátshi	Imza, sane	
		Tapsırmanı berdi	Tapsırmanı qabılladı
1	Allamuratov Sh		
2	Allamuratov Sh		
3	Allamuratov Sh		

Jumıstı orınlaw rejesı:

Bap	Bab (paragraf) atı	orınlaw muddeti	Ilimiy basshı (másłáhátshi imzası)
1.	Operaciyalıq metod haqqında tusinik	15.01.2017	
2.	Operaciyalıq esaplawdın differencial teńlemelerdi sheshiwge qolanılıwı	12.03.2017	
3.	Dara tuwındılı differencial teńlemlerge operaciyalıq esaplawdın qollanılıwı	12.05.2017	

Pitkeriwshi _____

«____»_____2017 -j.

Ilimiy basshı _____

«____»_____2017 -j.

Аннотация

В данной выпускной квалификационной работе изучен одно из операционных методов, интегральное преобразование Лапласа и его свойства, применение его к дифференциальным уравнениям. Кроме того приведены использование операционных методов к дифференциальным уравнениям в частных производных.

Ключевые слова: Операционный метод, преобразования Лапласа, обратная преобразования Лапласа, оригинал, изображение, уравнение теплопроводности.

Annotaciya

Mazkur bitiruv malakaviy ishida operatsion metodlarning biri Laplas integral almashtirishi va uning xossalari, uning differentsial tenglamalarga qollanilishi urganilgan. Bundan tashqari operatsion metodlarning xususiyligi hosilali differentsial tenglamalarga qo'llanilishi keltirilgan.

Kalit so'zlar: Operatsion metod, Laplas aylantirish formulasi, teskari Laplas aylantirish formulasi, original, harorat tenglamasi.

Annotation

In the given final qualifying job is investigated one of operational methods, integrated transformation of Laplas and his property, application it to the differential equations. Besides are given use of operational methods in the differential equations in private derivative.

Keywords: Operational method, Laplace transform, inverse Laplace transform, original, heat equation.

Mazmunı

Kırısıw.....	6
1. Bap. Operacıyalıq metod haqqında tusınık.....	8
1.1. Laplas integral túrlendirıwınıń tıp nusqası hám kompleks oblasttağı sáwlesı.	8
1.2. Laplas integral túrlendirıwınıń tıykarǵı qásıyetlerı.	11
2.Bap. Operacıyalıq esaplawdıń differencial teńlemelerdı sheshıwge qolanılıwı	18
2.1. Turaqlı koefficientlı ápıwayı sızıqlı differencial teńlemelerdı sheshıw.....	18
2.2. Turaqlı koefficientlı ápıwayı sızıqlı differencial teńlemeler sistemasın sheshıw.....	22
3.Bap. Dara tuwındılı differencial teńlemelerge operacıyalıq esaplawdıń qollanılıwı.....	28
3.1. Parabolalıq tıptegı teńlemege operacıyalıq metodlardı qollaw	28
3.2. Jıllılıq o'tkızǵıshlık teńlemesine operacıyalıq metodtı qollaw usılı.....	40
Juwmaqlaw.....	43
Paydalanılǵan ádebıyatlar.....	44
Texnika qáwıpsızlıǵı qaǵıydaları.....	45

Kirisiw

Operaciyalıq esaplaw pán sıpatında XIX ásirdeń ayaqlarında payda boldı. Bıraq operaciyalıq esaplawdıń tıykarları Leybnictıń, Bernullidıń, Lagranj, Laplas, Eyler, Fur`e, Puasson, Koshilderdiń klassikalıq jumıslarında ushırasıp kelgen. Opreaciyalıq esaplaw metodları ámeliy matematikanıń effektiv metodlarınan bolıp ko`p jaǵdaylarda ápiwayı qaǵıydalar járdeminde ilimniń hár qıylı tarawlarına tiyisli quramalı máselelerdi sheshiwge qatnasadı. Bul metodlar mat-fizikada, funkcional qatarlardıń qosındısın, integralın tabıwda sonday-aq sanlar teoriyasınıń ayırım máselelerin sheshiwde keń qullanıladı.

A`sirese operaciyalıq esaplaw avtomatika, telemexanika, elektrotexnika, radiotexnika, teleuzatıw hám t.b. máselelerdi sheshiwde qullanıladı [2].

$$2) \quad \varphi(p) = \int_0^{\infty} e^{-p(x)} f(x) dx \quad \text{ańlatpa} \quad \text{Laplas túrlendiriwi} \quad \text{dep, al on}$$

tárepindegi integral Laplas integralı dep ataladı. Bul jerde p - kompleks o`zgeriwshili hár qanday dáslepki $f(x)$ funkciya ushın Laplas integralı $\text{Re } p > s_0$ yarımtegislikte jıynaqlı hám usı yarım tegislikte $\varphi(p)$ analitik funkciyanı anıqlaydı.

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \varphi(p) = 0$$

Bul jerde $\varphi(p)$ funkciya $f(x)$ - tiń sáwlesi dep ataladı.

3) Aylanıw teoreması.

Eger $\varphi(p)$, $\text{Re } p > s_0$ yarımtegislikte analitik funkciya bolıp hám $|p| \rightarrow \infty$ da qálegen $\text{Re } p \geq \alpha > s_0$ yarımtegislikte nol`ge umtılsa hám  $\arg p$  ǵa qarata teń o`lshemli bolsa.

$$\int_{\alpha - i\infty}^{\alpha + i\infty} \varphi(p) dp$$

Absolyut jıynaqlı, onda

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha - i\infty}^{\alpha + i\infty} e^{p(x)} \varphi(p) dp$$

funkciyanıń sáwlesi boladı [8].

Laplas túrlendiriwine tiykarlangan operaciyalıq metodlar asimptotik jayılmalar teoreasında, mexanika máselelerinde, jıllılıq o`tkizgishlik teoreasında, elektr shınjırındağı stacionar emes qubılıslardı ızertlewde elektr hám radiotexnikada, dinamıka máselelerinde, o`zgermeli koeficientli sızıqlı ápiwayı differencial teńlemeler teoriyasında keń qollanıwın taptı . Bir qansha jumıslar operaciyalıq esaplawdağı juwıq metodlarǵa baǵıshlangan. Operaciyalıq esaplaw boyınsha ko`pshilik ızertlew jumısları shet el alımlarına tiyisli. Olardıń operaciyalıq esaplawǵa teorealıq tiykar salǵan Pol`sha matematikleri Mıkusinskiy, Rıll – Nardzevskiy, Slovikovskiy, Bıttner, Sıkorskiy hám t.b. Laplas integral túrlendırıwı teoreasına G. Dyoch aytarlıqtay úles qostı [9].

Mikusinskiy E. Titchmarsh tárepinen dálillengen belgili oramlar haqqındağı teoremanı ızertlep bayıtıp bardı.

Pitkeriw qánigelik jumıs kirisiw, úsh bap, juwmaqlaw hám paydalangan ádebiyatlar diziminen ibarat bolıp, birinshi bapta operaciyalıq metod haqqında túsinik atap aytqanda 1.1 bántte Laplas integral túrlendırıwınıń tıp nusxası hám kompleks oblasttağı sáwlesı, 2.1 bántte Laplas túrlendırıwınıń tiykarǵı qásıyetleri.

Ekinshi bapta operaciyalıq esaplawdıń differencial teńlemelerdi sheshiwge qollanıwı atap aytqanda 2.1 bántte turaqlı koeficientlik ápiwayı sızıqlı differencial teńlemelerdi sheshiw. 2.2. bántinde turaqlı koeficientli ápiwayı sızıqlı differencial teńlemeler sistemasın sheshiw máselesi qaralǵan.

Al úshınshı bapta dara tuwındılı differencial teńlemelerge operaciyalıq esaplawdıń qollanıwı keltirilgen atap aytqanda jıllılıq ótkizgishlik teńlemesine qoyılǵan shegaralıq másele operaciyalıq metod járdeminde sheshilgen.

1. Bap. Operaciyalıq metod haqqında tusinik.

Opreaciyalıq esaplawdıń mánisi sonnan ibarat yaǵnıy differenciallaw operatorı $\frac{d}{dt}$, algebralıq shama retinde qaraladı, sonlıqtan onıń menen qádimgi sanlar ústindegidey ámeller orınlaw múmkin. Differenciallaw operator funkciyasın kiritiw taza operatordıń payda bolıwına alıp keledi [4].

Berilgen baslanǵısh shártlerde diferencial teńlemenı sheshiw maqsetinde anglichan ilimpazı Xeyisayd (1850-1925) operaciyalıq esaplawdı yarımtuwrıda anıqlanǵan funkciyalar ushın qaradı, hám sonıń járdeminde ko`p áhmiyetli máselelerdi sheshti. Xeyisayd $\frac{d}{dt}$ - differenciallaw operatorı hám usı operatordıń bazı-bir funkciyaları menen qatnas qılıwdıń formal qaǵıydasın usınadı.

Birinshi márte operaciyalıq esaplawǵa Laplastıń integral túrlendiriwi járdeminde qatań tiykarlama berildi.

Opreaciyalıq esaplawdıń differenciallaw operatorı kompleks o`zgeriwshi funkciyalar teoriyasındaǵı konturlıq integral metodı menen qısıp shıǵarıladı. Biraq operator ulıwma matematikalıq túsiniklerdiń biri bolıp tabıladı. Sızıqlı operatorlar teoriyası funkcional analizdiń eń rawjlanǵan bo`legi bolıp matematikalıq fizikanıń tiykarǵı apparatı bolıp tabıladı.

1.1. Laplas integral túrlendiriwiniń tıp nusxası hám kompleks oblasttaǵı sáwlesi.

Tıp nusqa (orginaldıń) anıqlaması.

Orginal funksiya dep to`mendegi shártlerdi qanaatlandırwshı t - haqıyqıy argumenttiń $f(t)$ - kompleks funkciyasına aytamız [3].

- 1) Barlıq t - ko`sher boyınsha,  $f(t)$  yaki onıń tuwındısı  $I$ - tır úziliske iye noqatlardan basqa barlıq jerde o`ziniń jetkilikli úlken tártiptegi tuwındısı menen úzliksiz.
- 2) $t < 0$ ushın $f(t) = 0$

3) $f(t)$, ko`rsetkishli funkciyadan tez o`speydi yaғnıy sonday $M>0, s_0>0$ sanları bar bolıp barlıq $t>0$ sanları ushın

$$|f(t)| < Me^{s_0 t} \quad (1)$$

s_0 - sanı $f(t)$ funkciyanıń o`siw ko`rsetkishi dep ataladı.

$$\eta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (2)$$

Birlik funkciya ápiwayı tıp nusqa funkciya dep ataladı. Eger funkciya $\varphi(t)$ 1), 3) shártti qanaatlандırsa hám 2) ni qanaatlандırmasa onda

$$f(t) = \varphi(t)\eta(t) = \begin{cases} \varphi(t), & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Funkciya tıp nusxa funkciyanıń barlıq shártlerin qanaatlандıradı. $\varphi(t)\eta(t)$ -nıń ornına ádette $\varphi(t)$ dep jazamız. (1) den $e^{a_1 t^2}$ funkciyası $a_1 > 0$ bolғanda $tga_2 t, \frac{1}{t-a_3}$ lar $a_3 > 0$ bolғanda orginal funkciya bola almaydı, sebebi olar ushın (1) teńsizlik $t>0$ bolғanda M hám s_0 dıń qálegen mánisinde orınlı emes $f(t)$ orginal funkciyanıń kompleks oblasttağı súwreti dep Laplas integralınan anıqlanıwshı $F(p)$ kompleks o`zgeriwshi funkciyasına aytamız

$$p=s+i\sigma, \quad s=\text{Rep}, \quad \sigma=\text{Imp}$$

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt \quad (3)$$

$f(t)$ ға qoyılған shártlerde (3) integral bar boladı. Haqıyqatında da $\text{Rep}=s>s_0$, yaғnıy qaralıp atırған r nıń mánisi $\text{Rep}=s_0$ tuwrıdan oń tárepte jaylasqan yarım tegislikte jatadı. Onda

$$\left| \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt \right| \leq \int_0^{\infty} |e^{-pt} f(t)| dt < M \int_0^{\infty} e^{-(s-s_0)t} dt = \frac{M}{s-s_0}$$

Bul jerden ko`rinip turǵanıday qaralıp atırǵan klassta keltirilgen integral teń o`lshemli jıynaqlı, yaǵnıy alınǵan bahalaw $\text{Re } p > s_0$ yarımtegislikten alınǵan qálegen p - ushın orınlı. Laplas integralı $f(t)$ funkciyasın (3) formula menen anıqlanıwshı basqa $F(p)$ funkciyaǵa túrlendiredi. $f(t)$ - nıń $F(p)$ - ǵa túrleniwi Laplas túrlendiriwi dep ataladı. $f(t)$ funkciyasınıń kompleks oblasttaǵı súwreti $F(p)$, (3) formuladan p - kompleks o`zgeriwshi $\text{Re } p > s_0$ boyınsha analitik funkciya bolıp tabıladı. Haqıyqatında da $F'(p)$ bar boladı hám

$$F'(p) = - \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt, \quad \text{Re } p > s_0$$

da absolyut jıynaqlı. (3) formuladan $|F(p)| \rightarrow 0$, eger $\text{Re } p > s \rightarrow \infty$

Mısal 1. $\eta(t)=1$ birlik funkciyanıń C kompleks oblastta sáwleleniwin tabıń.

(3) formula boyınsha

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \eta(t) dt = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a e^{-pt} dt = \lim_{a \rightarrow \infty} \left. \frac{e^{-pt}}{-p} \right|_0^a = \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-pa} \right)$$

Eger $\text{Re } p > 0$, onda $\lim_{a \rightarrow \infty} e^{-pa} = 0$, demek, $1 \div \frac{1}{p}$; $\text{Re } p > 0$.

Mısal 2. $e^{\alpha t}$ - funkciyasınıń C kompleks oblastta sáwleleniwin tabıń. (3) formula boyınsha,

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} e^{\alpha t} dt = - \lim_{a \rightarrow \infty} \left. \frac{e^{-(p-\alpha)t}}{(p-\alpha)} \right|_0^a = \lim_{a \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{p-\alpha} - \frac{e^{-(p-\alpha)a}}{p-\alpha} \right),$$

Eger

$$\text{Re}(p-\alpha) > 0 \text{ bolsa, } \lim_{a \rightarrow \infty} e^{-(p-\alpha)a} = 0, \quad e^{\alpha t} \div \frac{1}{p-\alpha}; \quad \text{Re } p > \text{Re } \alpha. \quad (4)$$

1.2. Laplas integral túrlendiriwiniń tiykargı qásiyetleri.

Meyli $f(t)$, $g(t)$, ... - tıp nusqa funkciyalar, al $F(p)$, $G(p)$, ... olardıń kompleks oblasttaǵı sáwlesi bolsın [2,8].

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt, \quad G(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} g(t) dt, \dots$$

Onda to`mendegi qásiyetler orınlı:

1) Sızıqlılıq qásiyeti.

Qálegen kompleks turaqlı α hám β lar ushın

$$\alpha f(t) + \beta g(t) \div \alpha F(p) + \beta G(p)$$

Dálilleniwi integraldıń qásiyetinen kelip shıǵadı.

Sızıqlılıq qásiyetin hám (4) qatnastan to`mendegi funksiya sáwlesin tabamız.

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it}) \div \frac{1}{2i} \left(\frac{1}{p-i} - \frac{1}{p+i} \right); \quad \sin t \div \frac{1}{p^2+1}$$

2) Uqsaslıq teoreması: qálegen turaqlı $\alpha > 0$ ushın

$$f(\alpha t) \div \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$$

Dálillew: $\alpha t = \tau$ dep alıp to`mendegige iye bolamız.

$$f(\alpha t) \div \int_0^{\infty} f(\alpha t) e^{-pt} dt = \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} f(\tau) e^{-\frac{p}{\alpha} \tau} d\tau = \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right);$$

3) Tıp nusqanı differenciyalaw.

Eger $f'(t)$ yaki $f^{(n)}(t)$ tıp nusqa bolsa, onda

$$f'(t) \div pF(p) - f(0)$$

yamasa

$$f^{(n)}(t) \div p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0).$$

bul jerde $f^{(k)}(0)$ retinde oń shek mánis túsiniledi.

$$\lim_{x \rightarrow +0} f^{(k)}(t)$$

Dálillew: kompleks oblastqa o`tip hám bo`leklep integrallap to`mendegige iye bolamız.

$$f'(t) \div \int_0^{\infty} e^{-pt} f'(t) dt = \left[f(t) e^{-pt} \right]_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

$\text{Re } p = s > s_0$, onda $\left| f(t) e^{-pt} \right| \leq M e^{-(s-s_0)t}$ hám $t \rightarrow \infty$ da birinshi ágza nolge umtıladı, al $t=0$ de $f(0)$ ge iye sonıń ushın

$$f'(t) \div pF(p) - f(0).$$

Sońğı formulanı paydalanıp

$$f''(t) = [f'(t)]' \div p[pF(p) - f(0)] - f'(0) = p^2 F(p) - pf(0) - f'(0).$$

Dara jaǵdayda eger $f(0)=0$ bolsa, onda $f'(t) \div pF(p)$ hám tıp nusqanı differenciýallaw p -nı onıń sáwlesine ko`beytiwge tuwra keledi.

4) Kompleks oblastaǵı sáwleni differenciýallaw.

Sáwleni differenciýallaw originaldı t -ǵa ko`beytiw yamasa ulıwma jaǵdayda

$$f^{(n)}(p) \div (-1)^n t^n f(t).$$

Dálillew. $F(p)$, $\text{Re } p > s_0$ yarım tegislikte analitik funkciya bolǵanlıqtan, onda onı p boyınsha differenciýallaw múmkin.

$$F'(p) = - \int_0^{\infty} e^{-pt} t f(t) dt, F''(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} t^2 f(t) dt, \dots, F^{(n)}(p) = (-1)^n \int_0^{\infty} e^{-pt} t^n f(t) dt$$

5) Tıp nusqanı integrallaw.

Tıp nusqanı integrallaw sáwlesin p ǵa bo`liw arqalı boladı.

$$\int_0^t f(t) dt \div \frac{F(p)}{p}$$

Dálillew.

$g(t) = \int_0^t f(t) dt$ funkciya $f(t)$ menen birlikte original bolıp tabıladı, $g(0)=0$.

Differenciýallaw qásiyetine tiykarlanıp

$$f(t) = g'(t) \div pG(p), \quad f(t) \div F(p), \quad \text{onda} \quad G(p) = \frac{F(p)}{p}$$

6) Sáwleni integrallaw.

Eger $\int_p^\infty F(p)dp$ jıynaqlı bolsa, onda ol $f(t)/t$ funkciyanıń sáwlesi bolıp tabıladı

yaǵnıy $\frac{f(t)}{t} \div \int_p^\infty F(p)dp$.

Sáwleni integrallaw, tıp nuqanı t ǵa bo`liw menen barabar.

Dálillew.

$$\int_p^\infty F(p)dp = \int_p^\infty dp \int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$$

Integrallaw jolı (p, ∞) , $\text{Re } p \geq a > s_0$ yarımtegislikte jaca, ishki integraldıń bahasını alamız.

$$\left| \int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt \right| \leq M \int_0^\infty e^{-(a-s_0)t}dt$$

Bunnan p ǵa qarata teń o`lshemli jıynaqlılıǵı kelip shıǵadı. Sonlıqtan integrallaw tártibin o`zgertip

$$\int_p^\infty F(p)dp = \int_p^\infty f(t)dt \int_p^\infty e^{-pt}dp = \int_p^\infty e^{-pt} \frac{f(t)}{t} dt \div \frac{f(t)}{t},$$

7) Keshigiw teoreması.

Qálegen $\tau > 0$ ushın.

$$f(t-\tau) \div e^{-p\tau} F(p)$$

Dálillew.

$f(t-\tau)=0$, $t < \tau$, onda $t-\tau=u$ dep alıp

$$f(t-\tau) \div \int_\tau^\infty e^{-pt} f(t-\tau)dt = \int_0^\infty e^{-p(u+\tau)} f(u)du = e^{-p\tau} F(p).$$

Bul teoremanı bo`lekli – úzliksiz funkciyalardıń sáwlesin tabıwda qollanǵan maqul.

8) Jılıstırıw teoreması.

Qálegen p_0 kompleks san ushın $e^{p_0 t} f(t) \div F(p - p_0)$

Dálillew.

Haqiqatında da $e^{p_0 t} f(t) \div \int_0^{\infty} e^{-(p-p_0)t} f(t) dt = F(p-p_0)$

9) Periodlı funksiyanın sáwlesi.

Eger $f(t)$, periodı T ға teń bolğan periodlı funksiya bolsa, onda onıń sáwlesi

$$F(p) = \frac{1}{1-e^{Tp}} \int_0^T e^{-pt} f(t) dt \quad (5)$$

Dálillew.

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt = \int_0^T e^{-pt} f(t) dt + \int_T^{\infty} e^{-pt} f(t) dt .$$

Integralda T dan ∞ aralıqtı, $t=\tau+T$ menen almasırsaq hám $f(t+T)=f(t)$ ekenligin esapqa alsaq

$$F(p) = \int_0^T e^{-pt} f(t) dt + e^{-pT} F(p) , \text{ bunnan (5) formula kelip shıǵadı.}$$

10) Ko`beytiw teoreması.

Eger $f(t) \div F(p)$ hám $g(t) \div G(p)$ bolsa, onda

$$F(p)G(p) \div \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau \quad (6)$$

Dálillew.

$$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau, \quad f(t) \text{ hám } g(t), \quad 0 \leq t < \infty \text{ funksiýalarınıń oramı dep ataladı hám}$$

$f*g$ dep belgilenedi.

$$1) f*g = g*f, \quad 2) (f*g)*\varphi = f*(g*\varphi) \quad 3) f*(g+\varphi) = f*g + f*\varphi$$

Endi (6) integraldıń sáwlesin qaraymız.

$$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau \div \int_0^{\infty} e^{-pt} dt \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau \quad (7)$$

$\text{Re } p > s_0$ bolǵanda s_0 $f(t)$ hám $g(t)$ nıń eń úlken o`sim ko`rsetkishine iye, (7) formuladaǵı eki eseli integral absolyut jıynaqlı boladı, onda ol jerde integrallaw tártibin o`zgertiw múmkin.

$$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau \div \int_0^\infty f(\tau)d\tau \int_\tau^\infty e^{-pt}g(t-\tau)dt = \int_0^\infty f(\tau)e^{-p\tau}d\tau \int_0^\infty g(t_1)e^{-pt_1}dt_1 = F(p)G(p),$$

$(t_1 = t - \tau)$

dálillew talap etilgen usı edi.

Tıp nusqanı differenciya law hám ko`beytiw teoremasınan paydalanıp to`mendegi Dyamel integralın alıw mımkin.

$$pF(p)G(p) = f(0)G(p) + \{pF(p) - f(0)\}G(p) \div f(0)g(t) + \int_0^t f'(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

Oramnıń simmetriyalıq qásiyetine tiykarlanıp bull integral to`mendegi ko`riniste hám jazıladı.

$$pF(p)G(p) \div f(0)g(t) + \int_0^t g(\tau)f'(t-\tau)d\tau,$$

F(p) hám G(p) funkciyalarınıń ornın almastırıw to`mendegi formulağa alıp keledi

$$pF(p)G(p) \div g(0)f(t) + \int_0^t g'(\tau)f(t-\tau)d\tau = g(0)f(t) + \int_0^t f(\tau)g'(t-\tau)d\tau$$

II. Efrostıń ulıwmalasqan ko`beyme teoreması.

Meyli $F(p) \div f(t)$ sáwle berilsin al $G(p)$ hám $q(p)$ analitik funkciyaları

$$G(p)e^{-\tau q(p)} \div q(t, \tau) \quad (8)$$

Onda

$$F[q(p)]G(p) \div \int_0^\infty e^{-pt}dt \int_0^\infty f(\tau)g(t, \tau)d\tau \quad (9)$$

Dálillew.

$$\int_0^\infty f(\tau)g(t, \tau)d\tau \div \int_0^\infty e^{-pt}dt \int_0^\infty f(\tau)g(t, \tau)d\tau = \int_0^\infty f(\tau)d\tau \int_0^\infty g(t, \tau)e^{-pt}dt$$

Onda (8) ge tiykarlanıp

$$\int_0^\infty f(\tau)d\tau \int_0^\infty g(t, \tau)e^{-pt}dt = \int_0^\infty f(\tau)e^{-\tau q(p)}G(p)d\tau = G(p) \int_0^\infty f(\tau)e^{-\tau q(p)}d\tau = G(p)F[q(p)]$$

Teorema dálillendi.

Eger $q(p)=p$, dep alsaq $g(t, \tau) \div e^{-p\tau}G(p)$ hám keshigiw teoreması boyınsha

$g(t, \tau) = g(t - \tau)$. Bul jaǵdayda Boreldiń ko`beytiw teoremasın alamız.

$$F(p)G(p) \div \int_0^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau = \int_0^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau$$

Endi laplas integral túrlendiriwiniń bir qatar qásiyetlerin dálillewsiz keltiremiz.

12) Jayılmanıń birinshi teoreması.

Eger $F(p)$ sheksiz uzaqlasqan tochkada durıs hám onıń do`gereginde Loran jayılmısına iye bolsa

$$F(p) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{p^k},$$

Onda $F(p)$ nıń originalı bolıp

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{(k-1)!} t^{k-1} \text{ boladı hám } f(t) \text{ pütün funkciya boladı.}$$

13) Jayılmanıń ekinshi teoreması.

Meyli $F(p)$ funkciyası

a) meramorf hám bazıbir $\text{Re } p > s_0$ yarımtegislikte durıs.

b) $c_n: |p| = R_n, R_1 < R_2 < \dots < R_n \rightarrow \infty$ sheńberler sisteması bar bolsın hám onda argp ğa qarata $F(p) \rightarrow 0$ bolsın.

v) Qálegen $a > s_0$ ushın $\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} f(p)dp$ absolyut jıynaqlı. Onda $F(p)$ nıń originalı

bolıp $f(t) = \sum_{(p_k)} \text{res}_{p_k} F(p) e^{pt}$ funkciya xızmet etedi.

Bul jerde vichetlar summası barlıq p_k ayrıqsha tochkalar boyınsha alınadı.

Saldar. Eger $F(p) = A(p)/B(p)$ funkciyası bo`lshek racional bolsa, $A(p)$ nıń dárejesi $B(p)$ dan kishi bolsa, onda onıń originalı bolıp

$$f(t) = \sum_{k=1}^l \frac{1}{(n_k - 1)!} \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{d^{n_k-1}}{dp^{n_k-1}} \{ F(p)(p - p_k)^{n_k} e^{pt} \} \quad (10)$$

funkciya xızmet etedi. Bunda F_k - lar $F(p)$ nıń polyusı, al n_k - onıń eseligi hám qosındı barlıq polyuslar boyınsha alınadı.

Dara jaǵdayda, eger $F(p)$ nıń barlıq polyusleri ápiwayı bolsa onda (10) formula ápiwayılasadı.

$$\frac{A(p)}{B(p)} \div \sum_{k=1}^l \frac{A(p_k)}{B'(p_k)} e^{p_k t} \quad (11)$$

Eger sáwle $F(p)=A(p)/pB(p)$ ko`riniste bolsa, bul jerde  $A(p)$  nıńdájesi  $B(p)$  dan acıp ketpeydi hám  $B(p)$  nolden o`zgeshe ápiwayı korenlerge iye. Bul jaǵdayda (11) dın ornına

$$\frac{A(p)}{pB(p)} \div \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_{k=1}^l \frac{A(p_k)}{p_k B'(p_k)} e^{p_k t} \quad (12)$$

boladı. Bul jerde qosındı $B(p)$ nıń barlıq túbirleri boyınsha alınadı.

Eskertiw. Laplastın keri túrlendiriwin alıw ushın to`mendegi teorema xızmet etedi.

Eger $f(t)$ funkciyası original bolsa, al $F(p)$ onıń sáwlesi bolsa onda o`ziniń qálegen úzliksiz tochkalarında

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{pt} F(p) dp \quad (13)$$

Bul jerde integral qálegen $\text{Re } p = s_0$ tuwrı boyınsha alınadı. (13) formula Laplastın keri túrlendiriwi dep ataladı.

2. Bap. Operaciyalıq esaplawdıń differential teńlemelerdi sheshiwge qolanılıwı

2.1. Turaqlı koefficientli ápiwayı sızıqlı differential teńlemelerdi sheshiw.

Meyli bizge n – tártipli turaqlı koefficientli sızıqlı differential teńleme berilgen bolsın [7].

$$x^{(k)}(t) + a_{n-1}x^{(k-1)}(t) + \dots + a_1x'(t) + a_0x(t) = f(t) \quad (14)$$

Bul jerde baslanğısh shárt

$$x(0) = x_0, \quad x'(0) = x_1, \dots, x^{(n-1)}(0) = x_{n-1} \quad (15)$$

Oǵan to`mendegi formulanı qollaymız

$$x^{(k)}(t) = p^k x(t) - p^k x(0) - p^{k-1} x'(0) - \dots - p x^{(k-1)}(0) \quad (16)$$

Onda (14) teńlemenı qayta jazıw múmkin.

$$L(p) \left[x(t) - x_0 - \frac{x_1}{p} - \dots - \frac{x_{k-1}}{p^{k-1}} \right] = f(t) - b_0 - \frac{b_1}{p} - \dots - \frac{b_{k-1}}{p^{k-1}}$$

Bul jerde

$$L(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_0,$$

$$b_k = \sum_{s=k}^{n-1} x_s a_{s-k}, \quad (k = 0, 1, \dots, n-1)$$

Bul jerden

$$x(t) = \frac{1}{L(p)} f(t) - \frac{1}{L(p)} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{b_k}{p^k} + x_0 + \frac{x_1}{p} + \dots + \frac{x_{n-1}}{p^{n-1}} \quad (17)$$

(17) formula (14) teńlemenıń sheshimin beredi.

(17) nıń oń jaǵı n -márte differenciýallawshı funkciya ekenligi ko`rinip tur hám ol baslanğısh shártlerdi qanaatlandıradı. (17) oń jaǵı

$$x_1(t) = \frac{f(t)}{L(p)} \quad (18)$$

Nollik baslanğısh shártlerde (14) bir tekli emes teńleme sheshimin beredi.

Al ekinshi bo`legi

$$x_2(t) = -\frac{1}{L(p)} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{b_k}{p^k} + x_0 + \frac{x_1}{p} + \dots + \frac{x_{n-1}}{p^{n-1}} \quad (19)$$

Erikli baslanğısh (15) shártlerdegi sáykes bir tekli teńlemenin sheshimin beredi.

Eger $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ler $L(p)$ nın ápiwayı korenleri bolsa onda

$$L(p) = (p - \lambda_1)(p - \lambda_2) \dots (p - \lambda_n) = \prod_{p=1}^n (p - \lambda_p)$$

hám $\bar{z}(p) = \frac{1}{L(p)}$ funkciya ápiwayı bo`lsheklerge jiklenedi.

$$\bar{z}(p) = \frac{1}{L(p)} = \sum_{v=1}^n \frac{c_v}{p - \lambda_v} \quad (20)$$

Keyingi teńlikti $(p - \lambda_\mu)$, ға ko`beytip

$$\frac{p - \lambda_\mu}{L(p)} = c_\mu + (p - \lambda_\mu) \sum_{v=1}^n \frac{c_v}{p - \lambda_v}$$

$p \rightarrow \lambda_\mu$ ge umtılǵanda shekke o`cek

$$c_\mu = \lim_{p \rightarrow \lambda_\mu} \frac{p - \lambda_\mu}{L(p)} = \lim_{p \rightarrow \lambda_\mu} \frac{1}{\frac{L(p) - L(\lambda_\mu)}{p - \lambda_\mu}} = \frac{1}{L'(\lambda_\mu)}$$

Sonlıqtan $\bar{z}(p)$ nın ápiwayı bo`lsheklerge jayılması

$$\bar{z}(p) = \frac{1}{L(p)} = \sum_{v=1}^n \frac{1}{(p - \lambda_v) L'(\lambda_v)}$$

$\frac{\mu}{p - \mu} = e^{\mu t} - 1$ (*) formuladan paydalansaq

$$z(t) = \sum_{v=1}^n \frac{e^{\lambda_v t} - 1}{\lambda_v L'(\lambda_v)}$$

Sonlıqtan $R(p) f(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t \varphi(t - \tau) f(\tau) d\tau$, $\varphi(t) \in M$

formulası boyınsha

$$x_1(t) = \bar{z}(p) f(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t z(t - \tau) f(\tau) d\tau = \sum_{v=1}^n \frac{e^{\lambda_v t}}{L'(\lambda_v)} \int_0^t e^{-\lambda_v \tau} f(\tau) d\tau \quad (21)$$

Eger $L(p)$ eseli korenlerge iye bolsa $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_r = \lambda_{r+1} = \dots = \lambda_n$, onda

$$L(\lambda) = (p - \lambda_1)^r (p - \lambda_{r+1}) (p - \lambda_{r+2}) \dots (p - \lambda_n) = (p - \lambda_1)^r L_2(p)$$

bul jerde $L_r(p) = (p - \lambda_{r+1}) (p - \lambda_{r+2}) \dots (p - \lambda_n)$

hám $\bar{z}(p)$ to`mendegi ápiwayı bo`lshekler qosındısı ko`rinisinde boladı.

$$\bar{z}(p) = \frac{1}{L(p)} = \frac{c_{11}}{p - \lambda_1} + \frac{c_{12}}{(p - \lambda_1)^2} + \dots + \frac{c_{1r}}{(p - \lambda_1)^r} + \frac{c_{r+1}}{p - \lambda_{r+1}} + \dots + \frac{c_n}{p - \lambda_n},$$

yamasa

$$\bar{z}(p) = \frac{1}{L(p)} = \sum_{\nu=1}^r \frac{c_{1\nu}}{(p - \lambda_1)^\nu} + \sum_{\nu=r+1}^n \frac{c_\nu}{p - \lambda_\nu}, \quad (22)$$

(22) nı $(p - \lambda_1)^r$ ge ko`beytip

$$\frac{(p - \lambda_1)^r}{L(p)} = \frac{1}{L_r(p)} = c_{1r} + \sum_{\nu=1}^{r-1} c_{1\nu} (p - \lambda_1)^{r-\nu} + (p - \lambda_1)^r \sum_{\nu=r+1}^n \frac{c_\nu}{p - \lambda_\nu}, \quad (23)$$

Bul jerden $p \rightarrow \lambda_1$ ge umılǵanda shekke o`cek

$$c_{1r} = s(\lambda_1) = \frac{1}{L_r(\lambda_1)} \quad (24)$$

ge iye bolamız.

Tap sol jol menen (23) ti $(r - \mu)$ márte differenciallagannan soń $(\mu = 1, 2, \dots, r-1)$

hám $p \rightarrow \lambda_1$ ge umılǵanda shekke o`cek

$$c_{1\mu} = \frac{s_r^{(r-\mu)}(\lambda_1)}{(r - \mu)!}, \quad (\mu = 1, 2, \dots, r-1) \quad (25)$$

Bul jerde $s_r(p) = \frac{1}{L_r(p)}$ (24) hám (25) ten

$$c_{1\nu} = \frac{s^{(r-\nu)}(\lambda_1)}{(r - \nu)!} \quad (\nu = 1, 2, \dots, r) \quad (26)$$

kelip shıǵadı.

Usı jol menen s_ν - koeficientleri anıqlanıw múmkin. (22) nı $p - \lambda_\mu$,

$(\mu = r+1, r+2, \dots, n)$ ge ko`beytkennen soń.

$$\frac{p - \lambda_\mu}{L(p)} = (p - \lambda_\mu) \sum_{\nu=1}^r \frac{c_{1\nu}}{(p - \lambda_1)^\nu} + c_\mu + (p - \lambda_\mu) \sum_{\nu=r+1}^n \frac{c_\nu}{p - \lambda_\nu}$$

$P = \lambda_\mu$ dep alıp

$$c_\mu = \lim_{p \rightarrow \lambda_\mu} \frac{p - \lambda_\mu}{L(p)} = \lim_{p \rightarrow \lambda_\mu} \frac{1}{\frac{L(p) - L(\lambda_\mu)}{p - \lambda_\mu}} = \frac{1}{L'(\lambda_\mu)}$$

Bunnan

$$c_\nu = \frac{1}{L'(\lambda_\nu)} = \frac{1}{(\lambda_\nu - \lambda_1)^r L'_r(\lambda_\nu)}, \quad (\nu = r+1, r+2, \dots, n)$$

$$\frac{p}{p-\mu} = e^{\mu t} \quad \text{formuladan} \quad \text{hám} \quad \frac{p}{(p-\mu)^{n+1}} = \frac{t^n e^{\mu t}}{n!} \quad \text{dan paydalansaq}$$

$$\bar{z}(p) = z(t) = \int_0^t e^{\lambda_1 \tau} \sum_{\nu=1}^r \frac{c_{1\nu} \tau^{\nu-1}}{(\nu-1)!} d\tau + \int_0^t \sum_{\nu=r+1}^n \frac{e^{\lambda_\nu \tau}}{L'(\lambda_\nu)} d\tau \quad (27)$$

Sońında

$$R(p) f(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t \varphi(t-\tau) f(\tau) d\tau, \quad \varphi(t) \in M$$

formulası járdeminde

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \bar{z}(p) f(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t z(t-\tau) f(\tau) d\tau = \\ &= e^{\lambda_1 t} \sum_{\nu=1}^r \frac{c_{1\nu}}{(\nu-1)!} \int_0^t (t-\tau)^{\nu-1} e^{-\lambda_1 \tau} f(\tau) d\tau + \sum_{\nu=r+1}^n \frac{e^{\lambda_\nu t}}{L'(\lambda_\nu)} \int_0^t e^{-\lambda_\nu \tau} f(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (28)$$

Dara jaǵdayda, eger λ_1 , $L(p)$ -niń ápiwayı koreni bolsa yaǵnıy $r=1$, onda

$$c_{11} = \frac{1}{L'(\lambda_1)} \quad \text{den hám (28) den (21) kelip shıǵadı. Endi (14) ke sáykes keliwshi}$$

birtekli differencial teńlemeneni (15) shártlerde to'mendegishe alamız.

$$x_0 = x_1 = x_2 = \dots = x_{n-2} = 0, \quad x_{n-1} = 1.$$

Al (19) dan

$$x_2(t) = \frac{p}{L(p)} = \bar{\psi}(p) \quad (29)$$

nı tabamız. $\bar{\psi}(p) = \psi(t)$ funkciyanı tabıw ushın

$$\frac{p}{p-\mu} = e^{\mu t}, \quad \frac{p}{(p-\mu)^{n+1}} = \frac{t^n e^{\mu t}}{n!}$$

(20), (22) ler boyınsha

$$\psi(t) = \sum_{\nu=1}^n \frac{e^{\lambda_\nu t}}{L'(\lambda_\nu)} \quad (30)$$

yamasa

$$\psi(t) = e^{\lambda_1 t} \sum_{\nu=1}^r \frac{c_{1\nu} t^{\nu-1}}{(\nu-1)!} + \sum_{\nu=r+1}^n \frac{e^{\lambda_\nu t}}{L'(\lambda_\nu)} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \psi(0) &= \psi'(0) = \psi''(0) = \dots = \psi^{(n-1)}(0) = 0 \quad , \\ \psi^{(n)}(0) &= 1 \end{aligned} \tag{32}$$
$$x_2(t) = \frac{1}{L(p)} \sum_{k=0}^{n-1} x_k (p^{n-k} + a_1 p^{n-k-1} + a_2 p^{n-k-2} + \dots + a_{n-k-1} p), \quad (a_0 = 0)$$

Endi (16) hám (32) shártlerdi paydalanıp erikli baslanǵısh shártlerdi qanaatlandıırıwshı birtekli teńlemenıń sheshimin tabamız. [5, 6]

$$x_2(t) = \sum_{k=0}^{n-1} x_k [\psi^{(n-k-1)}(t) + a_1 \psi^{(n-k-2)}(t) + \dots + a_{n-k-1} \psi(t)]$$

2.2. Turaqlı koefficientli ápiwayı sızılı differential teńlemeler sistemasın sheshiw.

To'mendegi ko'riniste r – sızıqlı birtekli emes ápiwayı differencial teńlemeler sistemasın qarayıq [7].

$$\left. \begin{aligned} &a_{11}\left(\frac{d}{dt}\right)x_1(t)+a_{12}\left(\frac{d}{dt}\right)x_2(t)+....a_{1r}\left(\frac{d}{dt}\right)x_r(t)=f_1(t) \\ &a_{21}\left(\frac{d}{dt}\right)x_1(t)+a_{22}\left(\frac{d}{dt}\right)x_2(t)+....a_{2r}\left(\frac{d}{dt}\right)x_r(t)=f_2(t) \\ &..... \\ &a_{r1}\left(\frac{d}{dt}\right)x_1(t)+a_{r2}\left(\frac{d}{dt}\right)x_2(t)+....a_{rr}\left(\frac{d}{dt}\right)x_r(t)=f_r(t) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Bul jerde differencial operator $a_{ik} \left(\frac{d}{dt} \right)$

$$a_{ik} \left(\frac{d}{dt} \right) = a_n^{ik}, \quad \frac{d^n}{dt^n} + a_{n-1}^{ik} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1^{ik} \frac{d}{dt} + a_0^{ik} \quad (34)$$

$$(i = 1, 2, \dots, r; \quad k = 1, 2, \dots, r)$$

a_n^{ik} - turaqlı koeficientler.

Jazıw qolaylı bolıwı ushın A_v arqalı r – shi tártipli kvadrat matricanı belgileymiz.

$$A_\nu = \begin{vmatrix} a_\nu^{11} & a_\nu^{12} & \dots & a_\nu^{1r} \\ a_\nu^{21} & a_\nu^{22} & \dots & a_\nu^{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_\nu^{r1} & a_\nu^{r2} & \dots & a_\nu^{rr} \end{vmatrix}, \quad (\nu = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (35)$$

Hám to`mendegishe matricanı kiritemiz.

$$A(\xi) = A_n \xi^n + A_{n-1} \xi^{n-1} + \dots + A_1 \xi + A_0 \quad (36)$$

Onıń elementleri bolıp to`mendegi ko`paǵzalılar xızmet etedi

$$a_n^{ik} \xi^n + a_{n-1}^{ik} \xi^{n-1} + \dots + a_1^{ik} \xi + a_0^{ik}; \quad (i, k = 1, 2, \dots, r)$$

hám bir baǵanalı matricalar

$$x(t) = \begin{vmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_r(t) \end{vmatrix}, \quad f(t) = \begin{vmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \vdots \\ f_r(t) \end{vmatrix} \quad (37)$$

Ko`riniste boladı. Onda (33) differencial teńlemeler sisteması matricalıq formada to`mendegi ko`riniste jazıladı.

$$A \left(\frac{d}{dt} \right) x(t) = f(t) \quad (38)$$

Yamasa anıǵıraq ko`riniste

$$A_n x^{(n)}(t) + A_{n-1} x^{(n-1)}(t) + \dots + A_1 x'(t) + A_0 x(t) = f(t) \quad (39)$$

bunda, A_n - nollik emes matrica.

(16) formula járdeminde (39) differencial teńlemeler sistemasın to`mendegi ko`rinistegi algebralıq teńlemeler sistemasına alıp kelemiz.

$$\begin{aligned} & A_n \{ p^n x(t) - [p^n x(0) + p^{n-1} x'(0) + \dots + p^2 x^{(n-2)}(0) + p x^{(n-1)}(0)] \} + \\ & + A_{n-1} \{ p^{n-1} x(t) - [p^{n-1} x(0) + p^{n-2} x'(0) + \dots + p x^{(n-2)}(0)] \} + \\ & + \dots + A_2 \{ p^2 x(t) - [p^2 x(0) + p x'(0)] \} + A_1 \{ p x(t) - [p x(0)] \} + A_0 \{ x(t) \} = f(t) \end{aligned} \quad (40)$$

To`mendegishe belgilew kiritemiz.

$x^{(i-1)}(0)$ erikli baslanğısh shártlerdegi sáykes birtekli sistemanın sheshimi dep ataladı.

Ulıwma jaǵdayda (48) nollik baslanğısh shártlerde $x(t)$ funkciyası esaplawlardan soń (46) teńlemede to`mendegi ko`rinisine keliwi mǘmkin.

$$\begin{vmatrix} b_{11}(t) & b_{12}(t) & \dots & b_{1r}(t) \\ b_{21}(t) & b_{22}(t) & \dots & b_{2r}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{r1}(t) & b_{r2}(t) & \dots & b_{rr}(t) \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \dots \\ f_r(t) \end{vmatrix} = \left| \sum_{v=1}^r b_{1v}(t) \times f_v(t) \right| \quad (50)$$

Bul jerde $b_{iv}(t) \cdot f_v(t)$, $m(s)$ ko`pligindegi ko`beymeni ańlatadı.

Mısal retinde eki ápiwayı sıızıqlı differencial teńlemeler sistemasın qarap o`temiz.

$$\begin{cases} x_1'(t) + x_2'(t) + x_1(t) + x_2(t) = f_1(t) \\ 2x_1'(t) + x_1(t) + 2x_2'(t) - x_1(t) = f_2(t) \end{cases} \quad (51)$$

$(0 < t < \infty)$

Bul jerde baslanğısh shártler to`mendegishe

$$x_1'(0) = (x_1')^0; \quad x_1(0) = x_1^0; \quad x_2'(0) = (x_2')^0; \quad x_2(0) = x_2^0. \quad (52)$$

(51) teńleme matricalıq ko`riniste to`mendegishe jazıladı.

$$A_2 x''(t) + A_1 x'(t) + A_0 x(t) = f(t) \quad (53)$$

Bul jerde

$$x(t) = \begin{vmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{vmatrix}, \quad f(t) = \begin{vmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{vmatrix}, \quad A_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad A_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad A_0 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}. \quad (54)$$

(46) teńlemede $i=2$ dep alıp (53) tın sheshimin

$$x(t) = B(p) f(t) + p \sum_{i=1}^2 B(p) A^{(i)}(p) x^{(i-1)}(0) \quad (55)$$

(41) formula boyınsha $n=2$ bolǵanda

$$A(p) = A^{(0)}(p) = A_2 p^2 + A_1 p + A_0 = \begin{vmatrix} p^2 + 1 & p + 1 \\ 2p^2 + p - 1 & 2p \end{vmatrix}, \quad (56)$$

$$A^{(1)}(p) = A_2 p + A_1 = \begin{vmatrix} p & 1 \\ 2p + 1 & 2 \end{vmatrix}, \quad (57)$$

$$A^{(2)}(p) = A_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad (58)$$

(56) dan

$$\det A(p) = |A(p)| = -3p^2 + 2p + 1 = -3\left(p + \frac{1}{3}\right)(p-1), \quad (59)$$

$$|A^{-1}(p)| = |B(p)| = \frac{1}{|A(p)|} \begin{vmatrix} 2p & -p-1 \\ -2p^2-p+1 & p^2+1 \end{vmatrix} = \frac{1}{|A(p)|} \begin{vmatrix} 2p & -p-1 \\ -7p+1 & 2p+4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{vmatrix} \quad (60)$$

(57) hám (58) matricalapdı (60) qa ko`beytip

$$B(p)A^{(1)}(p) = \frac{1}{|A(p)|} \begin{vmatrix} -3p-1 & -2 \\ 3p+1 & -p+3 \end{vmatrix}; \quad (61)$$

$$B(p)A^{(2)}(p) = \frac{1}{|A(p)|} \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -p+3 & 0 \end{vmatrix} \quad (62)$$

(60) tı (61), (62) nı (55) ke qoyıp to`mendegige iye bolamız.

$$x(t) = \begin{vmatrix} \frac{2p}{|A(p)|} & \frac{-p-1}{A(p)} \\ \frac{-7p+1}{3|A(p)|} & \frac{2p+4}{3|A(p)|} \end{vmatrix} f(t) + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{vmatrix} f(t) + \begin{vmatrix} \frac{-3p-1}{|A(p)|} & \frac{-2}{|A(p)|} \\ \frac{3p+1}{|A(p)|} & \frac{-p+3}{|A(p)|} \end{vmatrix} x^0 + \begin{vmatrix} \frac{-2}{|A(p)|} & 0 \\ \frac{-p+3}{|A(p)|} & 0 \end{vmatrix} (x^0)^0 \quad (63)$$

(63) matricanıń elementlerin ápiwayı bo`lsheklerge jayǵannan soń

$$x(t) = \frac{1}{p} \begin{vmatrix} \frac{1}{4} \left\{ \frac{-\frac{2}{3}p}{p+\frac{1}{3}} + \frac{-2p}{p-1} \right\} & \frac{1}{4} \left\{ \frac{-\frac{2}{3}p}{p+\frac{1}{3}} + \frac{2p}{p-1} \right\} \\ \frac{1}{4} \left\{ \frac{\frac{10}{9}p}{p+\frac{1}{3}} + \frac{2p}{p-1} \right\} & \frac{1}{4} \left\{ \frac{\frac{10}{9}p}{p+\frac{1}{3}} + \frac{-2p}{p-1} \right\} \end{vmatrix} f(t) + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{vmatrix} f(t) +$$

$$+ \frac{1}{p} \begin{vmatrix} \frac{p}{p-1} & \frac{1}{4} \left\{ \frac{-2p}{p+\frac{1}{3}} + \frac{2p}{p-1} \right\} \\ -\frac{p}{p-1} & \frac{1}{4} \left\{ \frac{\frac{10}{3}p}{p+\frac{1}{3}} + \frac{-2p}{p-1} \right\} \end{vmatrix} x^0 + \frac{1}{p} \begin{vmatrix} \frac{1}{4} \left\{ \frac{-2p}{p+\frac{1}{3}} + \frac{2p}{p-1} \right\} & 0 \\ \frac{1}{4} \left\{ \frac{\frac{10}{3}p}{p+\frac{1}{3}} + \frac{-2p}{p-1} \right\} & 0 \end{vmatrix} (x^0)^0 \quad (64)$$

$\frac{p}{p-\mu} = e^{\mu t}$ formuladan paydalanıp hám matricanıń operatorlıq sáwleleniw elementlerinen funkciyalargá o`tip

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \frac{1}{p} \begin{vmatrix} \frac{1}{4} \left\{ -\frac{2}{3} e^{-\frac{t}{3}} - 2e^t \right\} & \frac{1}{4} \left\{ -\frac{2}{3} e^{-\frac{t}{3}} + 2e^t \right\} \\ \frac{1}{4} \left\{ \frac{10}{9} e^{-\frac{t}{3}} + 2e^t \right\} & \frac{1}{4} \left\{ \frac{10}{9} e^{-\frac{t}{3}} - 2e^t \right\} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \|f_1(t)\| & 0 \\ \|f_2(t)\| & -\frac{1}{3} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \|f_1(t)\| \\ \|f_2(t)\| \end{vmatrix} + \\
 & + \frac{1}{p} \begin{vmatrix} e^t \frac{1}{4} \left\{ -2e^{-\frac{t}{3}} + 2e^t \right\} \\ -e^t \frac{1}{4} \left\{ \frac{10}{3} e^{-\frac{t}{3}} - 2e^t \right\} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \|x_1^0\| \\ \|x_2^0\| \end{vmatrix} + \frac{1}{p} \begin{vmatrix} \frac{1}{4} \left\{ -2e^{-\frac{t}{3}} + 2e^t \right\} \\ \frac{1}{4} \left\{ \frac{10}{3} e^{-\frac{t}{3}} - 2e^t \right\} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} (x_1')^0 \\ (x_2')^0 \end{vmatrix}
 \end{aligned} \tag{65}$$

Matricalardı ko`beytip hám integrallaw operatorı  $1/p$  nı ashqannan soń to`mendegı sheshimge iye bolamız.

$$\begin{aligned}
 x_1(t) = & \int_0^t \left\{ -\frac{1}{3} e^{-\frac{t-\tau}{3}} - e^{t-\tau} \right\} f_1(\tau) d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t \left\{ -\frac{1}{3} e^{-\frac{t-\tau}{3}} + e^{t-\tau} \right\} f_2(\tau) d\tau + \\
 & + e^t x_1^0 + \frac{1}{2} \left\{ -e^{-\frac{t}{3}} + e^t \right\} \times \{x_2^0 + (x_1')^0\},
 \end{aligned} \tag{66}$$

$$\begin{aligned}
 x_2(t) = & \int_0^t \frac{1}{2} \left\{ \frac{5}{9} e^{-\frac{t-\tau}{3}} + e^{t-\tau} \right\} f_1(\tau) d\tau + \int_0^t \frac{1}{2} \left\{ \frac{5}{9} e^{-\frac{t-\tau}{3}} - e^{t-\tau} \right\} f_2(\tau) d\tau + \\
 & + \frac{2}{3} f_1(t) - \frac{1}{3} f_2(t) - e^t x_1^0 + \frac{1}{2} \left\{ \frac{5}{3} e^{-\frac{t}{3}} - e^t \right\} \times \{x_2^0 + (x_1')^0\}.
 \end{aligned} \tag{67}$$

3.BAP. DARA TUWINDILI DIFFERENTIAL TEN`LEMELEERGE OPERATSIYALIQ ESAPLAWDIN` QOLLANILIWI.

3.1. Parabolalıq tiptegi ten`lemege operaciyalıq metodlardı qollaw

Koeficientleri x - o`zgeriwshiniń sanlı  $a_{\mu\nu}(x)$  funkciyası bolǵan dara tuwındılı differencial teńlemenı qarap o`temiz.

$$\sum_{\mu=0}^m \sum_{\nu=0}^n a_{\mu\nu}(x) \frac{\partial^{\mu+\nu} u(x,t)}{\partial x^{\mu} \partial t^{\nu}} = f(x,t) \quad (65)$$

Oǵan to`mendegi formulanı qollanıp

$$\frac{\partial^{\mu+\nu} u(x,t)}{\partial x^{\mu} \partial t^{\nu}} = p^{\nu} \frac{\partial^{\mu} u(x,t)}{\partial x^{\mu}} - p^{\nu} \frac{\partial^{\mu} u(x,0)}{\partial x^{\mu}} - p^{\nu-1} \frac{\partial^{\mu+1} u(x,0)}{\partial x^{\mu} \partial t} - \dots - p \frac{\partial^{\mu+\nu-1} u(x,0)}{\partial x^{\mu} \partial t^{\nu-1}}$$

(65) teńlemenı

$$\sum_{\mu=0}^m a_{\mu}(x, p) \frac{\partial^{\mu} u(x,t)}{\partial x^{\mu}} = f(x,t) + \sum_{\mu=0}^m \sum_{\nu=1}^n \sum_{k=0}^{\nu-1} p^{\nu-k} \frac{\partial^{\mu+\nu} u(x,0)}{\partial x^{\mu} \partial t^k},$$

ko`riniske keltiremiz. Bul jerde

$$a_{\mu} = a_{\mu}(x, p) = \sum_{\nu=0}^n a_{\mu\nu}(x) p^{\nu}$$

Bul teńlemenıń oń tárepın $F(x,p)$ arqalı belgilep hám $u(x,t)$ nı x - parametrden ǵárezli operatorlıq funkciya retinde qarap

$$u(x,t) = \bar{u}(x, p) = \bar{u}(x)$$

To`mendegige iye bolamız

$$a_m \bar{u}^{(m)}(x) + a_{m-1} \bar{u}^{(m-1)}(x) + \dots a_0 \bar{u}(x) = \hat{O}(x, p) \quad (66)$$

Bul jerde a_k - koeficientleri x – tan ǵárezli operatorlıq funkciya bolıp tabıladı.

Solay etip (65) teńlemenı integrallaw máselesi sızıqlı operatorlıq differencial teńlemenı integrallawǵa keltiriledi. (66) teńleme (65) teńlemenıń operatorlıq súwretleniwi bolıp tabıladı hám operatorlıq yamasa túrlendirilgen teńleme dep ataladı. (66) teńlemenı sheshiwde $m(s)$ hám $\bar{m}(s)$ maydanlarınń izomorfizminen paydalanıwǵa tuwra keledi. $\bar{m}(s)$ maydanında (66) teńleme n –

tártipli ápiwayı sıızıqlı differencial teńlemege keledi, onıń koeficientleri hám on tárepi p – kompleks parametrden gárezli.

Bunday teńlemeler jaqsı úyrenilgen. Meyli $\bar{u}(x, p)$ - teńlemenıń qanday da bir sheshimi bolsın. Eger $\bar{u}(x, p)$ berilgen x , $\alpha < x < \beta$ mánislerinde, $\bar{m}(s)$ maydanğa tiyisli bolsa, onda bul (65) teńleme $m(s)$ maydanda $\bar{u}(x, p)$ sheshimge iye. Bul jerde $p=1/t$ operator retinde qaraladı.

Operaciyalıq esaplawdıń dara tuwındılıq differencial teńlemelerdi sheshiwge qollanılıwı to`mendegilerden ibarat.

1) Berilgen teńlemenı túrlendirilgen teńleme menen almasıw, sáykes túrde berilgen mäselenıń shegaralıq shártleri túrlendirilgen shegaralıq shártler menen almasıwıladı. Ol (66) túrlengen teńlemenıń $\bar{u}(x, p)$ sheshiminiń shegaralıq shártleri bolıp tabıladı.

2) Túrlendirilgen teńlemenıń sheshimi $\bar{u}(x, p)$ nı berilgen túrlengen shegaralıq shártlerde tabıw.

3) Tabılğan $\bar{u}(x, p)$ sheshiminiń $\bar{m}(s)$ maydanğa tiyisililigin izertlew. Eger $\bar{u}(x, p)$ sheshim $\bar{m}(s)$ ke tiyisli bolsa onda sheshim $u(x, t) = \bar{u}(x, p)$ ulıwma sheshim bolama yamasa ol x hám t o`zgeriwshileri

boyınsha $\frac{\partial^{m+n} u(x, t)}{\partial x^m \partial t^n}$ dara tuwındılarğa iye bolğan funkciyağa keltirileme?

Songı jaǵday $u(x, t)$ sheshim dara tuwındılardaǵı berilgen teńlemenı klassikalıq maǵanada qanaatlandıradı.

4) $u(x, t) = \bar{u}(x, p)$ sheshimdi tabıwda 3⁰ punktı izertlew bir qansha ańsatlasadı, eger 4⁰ punkt orınlı bolsa $u(x, t)$ - sheshim berilgen mäselenıń baslanǵısh hám shegaralıq shártlerin qanaatlandırıwshı dálillewde. Mısal retinde to`mendegi teńlemenı  $0 \leq x < l, t > 0$  oblastta qarap o`temiz.

$$\rho(x)u_t = \rho_0(x)u_{xx} + \rho_1(x)u_x + \rho_2(x)u \quad (67)$$

$$\rho(x)u_{tt} = \rho_0(x)u_{xx} + \rho_1(x)u_x + \rho_2(x)u \quad (68)$$

Bul jerde $\rho(x), \rho_0(x), \rho_1(x), \rho_2(x)$, lar $0 < x \leq l$ hám $\rho(x) > 0$ oblata berilgen úzliksiz funkciyalar.

$u(x, t)$ sheshim $0 < x \leq l$, $t > 0$ oblata ekinshi tártipke shekemgi úzliksiz dara tuwındılarǵa iye bolıp

$$\lim_{t \rightarrow +0} u(x, t) = \varphi(x), \quad 0 < x \leq l \quad (67')$$

Baslanǵısh shártti (67) teńleme ushın qanaatlandırıwı kerek hám

$$\lim_{t \rightarrow +0} u(x, t) = \varphi(x), \quad \lim_{t \rightarrow +0} u_t(x, t) = \psi(x), \quad 0 < x \leq l \quad (68')$$

Shártti (68) teńleme ushın qanaatlandırıwı kerek. Qosımsha

$$\lim_{x \rightarrow +0} u(x, t) = f(t), \quad au_x(l, t) + bu_t(l, t) = cu(l, t) \quad (69)$$

Shegaralıq shártti $t > 0$ ushın qanaatlandırıwı kerek. Bul jerde $\varphi(x), \psi(x)$ berilgen bólekli – úzliksiz funkciyalar $f(t) \in S$ hám $t > 0$ de úzliksiz; a, b, c -berilgen turaqlılar.

Teńleme sheshimin $u(x, t) = \bar{u}(x, p)$ ko`riniste izleyviz. (67) hám (68) teńlemeler ushın

$$\rho_0(x) \frac{d^2 \bar{u}}{dx^2} + \rho_1(x) \frac{d \bar{u}}{dx} + [\rho_2(x) - p \rho(x)] \bar{u} = -\rho(x) p \varphi(x) \quad (70)$$

$$\rho_0(x) \frac{d^2 \bar{u}}{dx^2} + \rho_1(x) \frac{d \bar{u}}{dx} + [\rho_2(x) - p^2 \rho(x)] \bar{u} = -\rho(x) p^2 \varphi(x) - p \rho(x) \psi(x) \quad (71)$$

Máseleniń shegaralıq shártinen sheshim ushın shegaralıq shárt alamız.

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}(+0, p) &= \bar{f}(p), & \bar{f}(p) &= f(t), \\ a \bar{u}_x(l, p) + bp[\bar{u}(l, p) - \varphi(l)] &= c \bar{u}(l, p) \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

Teorema: Meyli $\bar{u}(x, p)$ -hám (70) hám (71) teńlemenin (72) shárttegi sheshimleri bolsın. Bunnan basqa

1) $\bar{u}(x, p), \bar{u}_x(x, p)$ hám $\bar{u}_{xx}(x, p)$ operatorları $0 < x \leq l$ ushın funkciyaga keltiriledi.

2) Sonday σ_0 sanı bar bolıp, $t \rightarrow \infty$ bolǵanda

$$\bar{u}(x, p) = O(e^{\sigma_0 t}), \quad \bar{u}_x(x, p) = O(e^{\sigma_0 t}), \quad \bar{u}_{xx}(x, p) = O(e^{\sigma_0 t})$$

shárti $\varepsilon \leq x \leq 1$ da teń o`lshemli orınlı.

3) Sonday $k \geq 0$ pütün sanı bar bolıp, $\bar{m}(s)$ maydanda

$$|p^{-k} \bar{u}(x, p)| < Q = \text{const} \quad \text{barlıq } 0 < x \leq \varepsilon < 1, \quad \text{Re } p > \sigma_1 > \sigma_0;$$

4) $\lim_{t \rightarrow +0} \bar{u}(x, p) = g(t), \quad t > 0$ shek bar bolıp, $g(t), \quad t > 0$ de úzliksiz funkciya

hám $t \rightarrow 0$ da shegaralanğan. Onda $u(x, t) = \bar{u}(x, p)$ (67) hám (68) differencial teńlemenin sheshimi bolıp berilgen shegaralıq hám baslanğısh shártti qanaatlandıradı.

Dálillew. Eń dáslep teorema shártinen $u_x(x, t)$ hám $u_{xx}(x, t)$ tuwındılarının $0 < x \leq 1$ de bar bolıwın dálilleymiz.

Haqıyqatında da meyli $\bar{u}_x(x, p) = \mathcal{G}(x, t)$ onda

$$\bar{u}(x, p) = \int_0^\infty u(x, t) e^{-pt} dt \quad (72)$$

$$\bar{u}_x(x, p) = p \int_0^\infty \mathcal{G}(x, t) e^{-pt} dt \quad (73)$$

boladı.

2) shárt boyınsha $\text{Re } p > \sigma_0$ de integrallar $\varepsilon \leq x \leq 1$ aralıqta absolyut hám teń o`lshemli jıynaqlı. Sonlıqtan ekinshi integraldı  $\varepsilon$ - nan  $1$ - aralıqta  $x$  – o`zgeriwshi boyınsha integrallaw mımkin. Onda to`mendegige iye bolamız.

$$\bar{u}(x, p) - \bar{u}(\varepsilon, p) = p \int_0^\infty \left(\int_\varepsilon^x \mathcal{G}(y, t) dy \right) e^{-pt} dt, \quad \text{Re } p > \sigma_0,$$

ýi àñà

$$\bar{u}(x, p) = p \int_0^\infty \left[u(\varepsilon, t) + \int_\varepsilon^x \mathcal{G}(y, t) dy \right] e^{-pt} dt, \quad \text{Re } p > \sigma_0$$

Songı integraldı (72) menen salıstırıp to`mendegige iye bolamız.

$$u(x, t) = u(\varepsilon, t) + \int_\varepsilon^x \mathcal{G}(y, t) dy$$

Bunnan $u(x, t)$ sheshim x – boyınsha differenciallanıwshı hám

$$u_x(x, t) = \mathcal{G}(x, t) = \bar{u}_x(x, t), \quad 0 < x \leq l \quad (74)$$

Eger $\bar{u}_{xx}(x, p) = \omega(x, t)$ den belgilesek hám teoremanıń 2) shártin esapqa alsaq (73) hám (74) teńlemelerdegi $u(x, t)$ $\hat{u}$ ga al $\mathcal{G}(x, t)$ $\hat{u} = \omega(x, t)$ ga o`zgercek

$$u_{xx}(x, t) = \omega(x, t) = \bar{u}_{xx}(x, p), \quad 0 < x \leq l \quad (75)$$

ke iye bolamız. Solay etip $u_x(x, t)$, $u_{xx}(x, t)$ tuwındılarınıń bar bolıwı dálillendi. (74) hám (75) ten

$$\begin{aligned} \rho_0 u_{xx}(x, t) + \rho_1(x) u_x(x, t) + \rho_2(x) u(x, t) = \\ \rho_0 \bar{u}_{xx}(x, p) + \rho_1(x) \bar{u}_x(x, p) + \rho_2(x) \bar{u}(x, p) \end{aligned}$$

Kelip shıǵadı yamasa (71) teńlemenı túrlendirip to`mendegige iye bolamız.

$$\begin{aligned} \rho_0(x) u_{xx}(x, t) + \rho_1(x) u_x(x, t) + \rho_2(x) u(x, t) = \\ \rho(x) p^2 \left[\bar{u}(x, p) - \varphi(x) - \frac{1}{p} \psi(x) \right] = \rho(x) p^2 [u(x, t) - \varphi(x) - t\psi(x)] \end{aligned} \quad (76)$$

(75) hám (74) ten teoremanıń ekinshi shártinen

$$\rho_0(x) u_{xx}(x, t) + \rho_1(x) u_x(x, t) + \rho_2(x) u(x, t)$$

qosındı $0 < x \leq l$ aralıqta s ko`plikke tiyisli, sonlıqtan

$$\rho(x) p^2 [u(x, t) - \varphi(x) - t\psi(x)]$$

s- ko`plikke tiyisli, biraq $\rho(x) > 0$, $0 < x \leq l$ onda $0 < x \leq l$ de operator

$$\rho^2 [u(x, t) - \varphi(x) - t\psi(x)]$$

s - ko`plikke tiyisli funkciyaǵa keltiriledi. Belgilew kiriteyik.

$$p^2 [u(x, t) - \varphi(x) - t\psi(x)] = q(x, t) \in s$$

Onda

$$u(x, t) - \varphi(x) - t\psi(x) = \frac{1}{p^2} q(x, t) = \int_0^t (t - \xi) q(x, \xi) d\xi$$

kelip shıǵadı.

Onda $0 < x \leq l$ de $u(x, t)$ funkciya $t \rightarrow 0^+$ zgeriwshi boyınsha eki márte differencialawshı

$$u(x, 0) = \varphi(x); \quad u_t(x, 0) = \psi(x), \quad 0 < x \leq l$$

(76) dan $t > 0, 0 < x \leq l$ ushın

$$\rho_0(x)u_{xx}(x, t) + \rho_1(x)u_x(x, t) + \rho_2(x)u(x, t) = \rho(x)u_{tt}$$

Solay etip

$$u(x, t) = \bar{u}(x, p) \quad (77)$$

(68) teńleme sheshilip bolıp tabıladı. Ol (68') baslanğısh shártti qanaatlandıradı.

$$a\bar{u}_x(l, p) + bp[\bar{u}(l, p) - \varphi(l)] = c\bar{u}(l, p)$$

Shártinen hám (74), (75) teńliklerden $x=l$ de

$$au_x(l, t) + bu_t(l, t) = cu(l, t)$$

yaǵnıy $x=l$ de shegaralıq shártler orınlı. Endi tek $x \rightarrow 0$ da sheshiminiń qasiyetin tekserip ko`remiz.

$$\lim_{x \rightarrow +0} u(x, t) = g(t)$$

dep belgilep alamız. Teoremanıń to`rtinshi shártinen bul shek bar boladı hám $t > 0$ da funkciya úzliksiz, $g(t), t \rightarrow 0$ da shegaralanǵan. Tek ǵana $g(t) = f(t), t > 0$ ekenligin dálillew qaldı. Bul bıraq $\bar{u}(+0, p) = \bar{f}(p)$ shártinen hám teoremanıń 3) shártinen kelip shıǵadı.

Haqıyqatında da 3) shártten $\bar{u}(x, p)$ operatorlıq funkciyanıń $0 \leq x \leq l$ oblata úzliksiz ekenligi kelip shıǵadı.

Bunnan $\lim_{x \rightarrow 0} \bar{u}(x, p) = \bar{u}(0, p) = \bar{f}(p) = f(t)$, bunnan $g(t) = f(t)$.

Eskertiw. Songı fakttı dálillewde operator funkciyanıń úzliksizligin paydalanbaca da boladı, al teoremanıń 3) hám 4) shártlerinen $f(t) = g(t)$ ekenligin tuwrıdan tuwrı dálillew múmkin. Haqıyqatında da jetkilikli úlken n - de

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} \frac{\bar{u}(x, p)}{p^{n+1}} e^{pt} dp = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^t (t - \xi)^{n-1} u(x, \xi) d\xi \quad (78)$$

boladı. Teńliktiń sol jaǵındaǵı integral $x \rightarrow 0$ da absolyut hám teń o`lshemli jıynaqlı. Sonlıqtan (78) de  $x \rightarrow 0$  da shekke o`tiw mǘmkin hám sonda

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\bar{f}(p)}{p^{n+1}} e^{pt} dp = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^t (t-\xi)^{n-1} g(\xi) d\xi,$$

$$\text{yamasa } \int_0^t (t-\xi)^{n-1} f(\xi) d\xi = \int_0^t (t-\xi)^{n-1} g(\xi) d\xi,$$

Bunnan barlıq $t > 0$ ushın $f(t)=g(t)$ boladı.

Operaciyalıq esaplaw usılınan paydalanıp, to`mendegi mǘseleni sheshemiz.

Mǘsele.

Yarım shegaralanǵan $0 < x < \infty$ sterjende temperaturanıń bo`listiriliwin tabıń, eger onıń shep jaǵında turaqlı temperatura saqlanıp ol nol`ge teń, al sterjenniń baslanǵısh temperaturası birge teń bolsa.

Jıllılıq o`tkizgishlik teńlemesiniń sheshimin to`mendegi shǘrtlerde tabıwǵa tuwrı keledi.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (x > 0; t > 0) \quad (79)$$

$$u(0, t) = 0, \quad t > 0 \quad (80)$$

$$u(x, 0) = 1, \quad x > 0 \quad (81)$$

(79) teńlemeniniń operatorlıq sǘwlesi to`mendegi ko`riniske iye boladı.

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = p\bar{u} - p, \quad (x > 0) \quad (82)$$

Shǘrtler

$$\bar{u}(0, p) = 0 \quad (83)$$

(82) teńlemeniniń ulıwma sheshimi

$$\bar{u}(x, p) = 1 + Ae^{x\sqrt{p}} + Be^{-x\sqrt{p}} \quad (84)$$

ko`riniste bolıp A hám B turaqlılar P dan gárezli hám shegaralıq shǘrtlerden anıqlanadı. Sheshiminiń shegaralanǵanlıǵınan $x \rightarrow \infty$ da $A=0$. (83) ten, $0=1+B$ onda $B=-1$

Onda $\bar{u}(x, p) = 1 - e^{-x\sqrt{p}}$

Bul jaǵdayda keri o`tiw teoreması boyınsha

$$u(x, t) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\tau}^{\sigma + i\tau} \left\{ \frac{1}{p} - \frac{e^{-x\sqrt{p}}}{p} \right\} e^{pt} dp, \quad \sigma > 0 \quad (85)$$

$\frac{1}{p}$ keri o`tiw  $f(t)=1$  di beredi. Onda  $\frac{1}{p}e^{-x\sqrt{p}}$  nı keri o`tkeremiz, demek

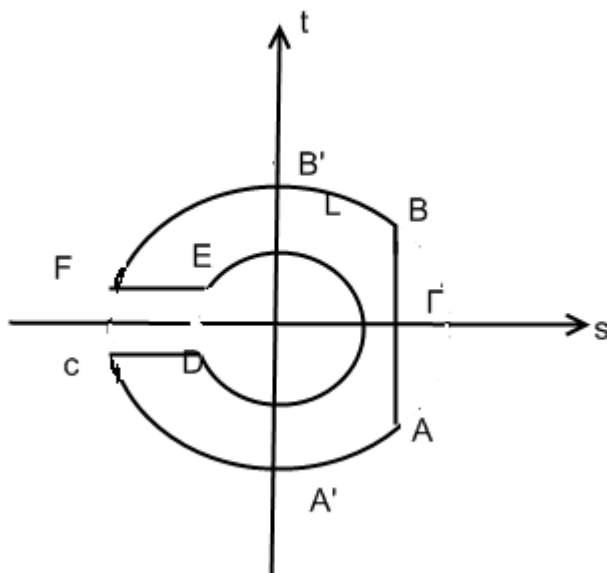
$$J = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\tau}^{\sigma + i\tau} \frac{e^{-x\sqrt{p}}}{p} e^{pt} dp, \quad \sigma > 0$$

$\frac{1}{p}e^{-x\sqrt{p}}$ - funkciya barlıq p - kompleks tegislikte koordinata basınan basqa jerde

analitik, sonlıqtan $\frac{1}{p}e^{-x\sqrt{p}}$ bir mánisli hám haqıyqıy ko`sherdıń teris bo`leginde analitik.

Koshi teoremasına muwapıq $(\sigma - i\tau, \sigma + i\tau)$ tuwrı boyınsha integrallaw, $\sigma + i\tau$ tochka menen tawsılıwshı qálegen ıymeklik penen almasırlılıwı mǘmkin.

Dara jaǵdayda, 1-súwrette ko`rsetilgen sızılma menen paydalanamız.



Súwret – 1.

$$\int_{\sigma-i\tau}^{\sigma+i\tau} = \int_{AC} + \int_{CD} + \int_{DE} + \int_{EF} + \int_{FB} \quad (86)$$

$\int_{AC}$ hám $\int_{FB}$ integralları $\tau \rightarrow \infty$ da nol` ekenligin ko`rsetemiz.

$$\left| \frac{e^{-x\sqrt{p}}}{p} \right| = \frac{e^{-x\operatorname{Re}\sqrt{p}}}{|p|}, \quad (-\pi < \arg p < \pi), \text{ onda } -\frac{\pi}{2} < \arg \sqrt{p} < \frac{\pi}{2} \text{ sonlıqtan}$$

$\operatorname{Re}\sqrt{p} \geq 0$ hám $x \geq 0$ bolğanda

$$\left| \frac{e^{-x\sqrt{p}}}{p} \right| \leq \frac{1}{|p|}$$

Jordan lemmasına tiykarlanıp $t > 0$ hám $R \rightarrow \infty$ da $\frac{e^{-x\sqrt{p}+pt}}{p}$ funkciyalar AS hám

FB doğaları boyında nol`ge umtıladı.

SD hám EF tuwrıları boyında integrallardı esaplawğa o`temiz. Bul tuwrılar

boyında $p^{\frac{1}{2}}, i|p|^{\frac{1}{2}} \rightarrow -i|p|^{\frac{1}{2}}$ ge teń. $\rho = |p|$ den alıp

$$\int_{CD} + \int_{EF} = -2i \int_r^R \rho^{-1} \sin\left(x\rho^{\frac{1}{2}}\right) e^{-t\rho} d\rho = -4i \int_{\frac{1}{r^2}}^{\frac{1}{R^2}} \frac{\sin x\xi}{\xi} e^{-t\xi^2} d\xi \quad (87)$$

Demek

$$\lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ R \rightarrow \infty}} \left\{ \int_{CD} + \int_{EF} \right\} \left(\frac{1}{p} e^{-x\sqrt{p}} e^{pt} \right) dp = -4i \int_{\frac{1}{r^2}}^{\frac{1}{R^2}} \frac{\sin x\xi}{\xi} e^{-t\xi^2} d\xi \quad (88)$$

Eń sońında

$$\int_{DE} = \int_{DE} \frac{e^{-x\sqrt{p}+pt}}{p} dp = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-x\sqrt{\xi}e^{\frac{i\varphi}{2}+\varepsilon e^{i\varphi}}} \varepsilon e^{i\varphi} i d\varphi}{\varepsilon e^{i\varphi}} = \int_{-\pi}^{\pi} e^{-x\sqrt{\varepsilon}e^{\frac{i\varphi}{2}+\varepsilon e^{i\varphi}}} i d\varphi$$

Onda

$$\lim_{r \rightarrow 0} \int_{DE} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-x\sqrt{\varepsilon}e^{\frac{i\varphi}{2}+\varepsilon e^{i\varphi}}} i d\varphi = 2\pi i \quad (89)$$

Solay etip (86), (87), (88), (89) lardı biriktirip

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\tau}^{\sigma+i\tau} \frac{1}{p} \exp\left(-xp^{\frac{1}{2}} + tp\right) dp = 1 - \frac{2}{p} \int_0^{\infty} \frac{\sin x\xi}{\xi} e^{-t\xi^2} d\xi$$

(85) boyınsha biziń máselemizdiń aqırǵı sheshimi

$$u(x, t) = \frac{2}{p} \int_0^{\infty} \frac{\sin x\xi}{\xi} e^{-t\xi^2} d\xi \quad (90)$$

Ko`riniske iye boladı.

Bul sheshimdi basqa ko`riniske keltiremiz, (90) di x boyınsha differenciallap

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-t\xi^2} \cos x\xi d\xi \quad (91)$$

Bul integraldı esaplaw vichetlar teoreası boyınsha ámelge asırıladı.

$$f(t) = e^{-t\xi^2}$$

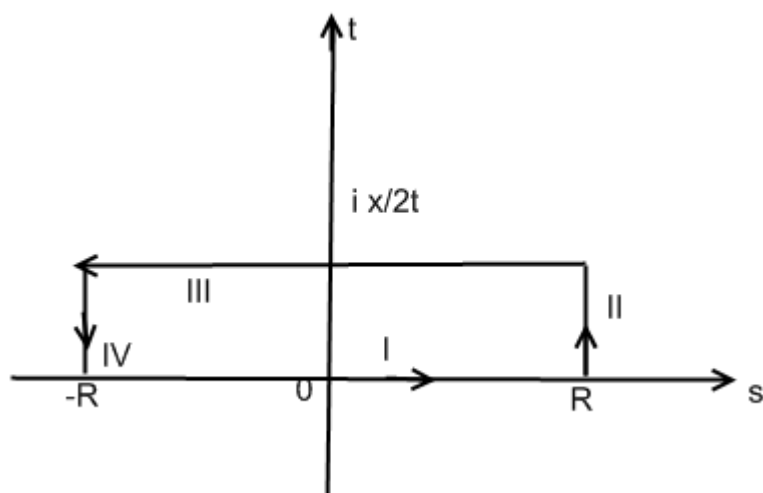
Funkciyanı qarap o`temiz. Haqıyqıy ko`sher boyınsha integral, puasson integralı boyınsha esaplanadı.

$$\int_0^{\infty} e^{-u^2} du = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (92)$$

$\tau=h$ tuwrıda

$$e^{-t(\sigma+ih)^2} = e^{th^2} e^{-t\sigma^2} (\cos 2th\sigma - i \sin 2th\sigma)$$

Aqırǵı ańlatpanıń haqıyqıy bo`legi  $h=x/2t$  bolǵanda integral astı funkciyadan turaqlı ko`beytiwshige parq qıladı. Usıǵan say 2 – súwrettegi integrallaw konturınan paydalanamız.



Súwret – 2.

Koshi teoreması boyınsha

$$\int_I + \int_{II} + \int_{III} + \int_{IV} = 0 \quad (93)$$

Bul jerde

$$\int_I = \int_{-R}^R e^{-t\xi^2} d\xi = \frac{2}{\sqrt{t}} \int_0^{\frac{R}{\sqrt{t}}} e^{-\xi^2} d\xi; \quad \int_{II} = -e^{-\frac{x^2}{4t}} \int_{-R}^R e^{-t\xi^2} e^{-ix\xi} d\xi$$

II hám IV kesimde, $x=\pm R$ bolǵanda

$$\left| e^{-t\xi^2} \right| = e^{-t(R^2 - \tau^2)} \leq e^{\frac{x^2}{4t}} e^{-tR^2}$$

Sonlıqtan, $t>0$ dep alıp $\int_{II,IV} \rightarrow 0$ eger $R \rightarrow \infty$ bolsa (93) te $R \rightarrow \infty$ da shekke

o`cek hám (92) nı paydalansaq

$$\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{t}} - e^{-\frac{x^2}{4t}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t\xi^2} e^{-ix\xi} d\xi = 0$$

Haqıyqıy bo`leklerin salıstırıp

$$\int_0^{\infty} e^{-t\xi^2} \cos x\xi d\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{t}} e^{-\frac{x^2}{4t}}, \quad (t > 0) \quad (94)$$

Solay etip (94) teńlik boyınsha (91) shi teńleme to`mendegishe ko`riniske keledi.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = (\pi t)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{x^2}{4t}} \quad (95)$$

$u(0,t)=0$ ekenligin esapqa alıp hám (95) ti integrallap

$$u(x,t) = (\pi t)^{-\frac{1}{2}} \int_0^x e^{-\frac{y^2}{4t}} dy$$

ke iye bolamız.

$\xi = \frac{y}{\sqrt{2t}}$ dep o`zgeriwshini almashtırıp keyingi teńlikti to`mendegi ko`rinske keltiremiz.

$$u(x,t) = 1 - e^{-x\sqrt{p}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{2t}}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{t}}} e^{-\xi^2} d\xi \quad (96)$$

Bunnan $u(0,t)=0$, $u(x,0)=1$ ekenligi ko`rinip tur.

Operaciyalıq esaplaw járdeminde (96) teńlik to`mendegishe ápiwayı esaplanıwı mǘmkin.

$$\sqrt{p} e^{-\lambda\sqrt{p}} = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{\lambda^2}{4t}}$$

Formula járdeminde

$$\int_{\lambda}^{\infty} e^{-\xi\sqrt{p}} d\xi = \frac{1}{\sqrt{p}} e^{-\lambda\sqrt{p}}$$

bunnan

$$e^{-\lambda\sqrt{p}} = \int_{\lambda}^{\infty} \sqrt{p} e^{-\xi\sqrt{p}} d\xi = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-\frac{\xi^2}{4t}} d\xi = \frac{2\sqrt{t}}{\sqrt{\pi t}} \int_{\frac{\lambda}{2\sqrt{t}}}^{\infty} e^{-u^2} du = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\lambda}{2\sqrt{t}}}^{\infty} e^{-u^2} du.$$

3.2. Jılılıq o'atkizgishlik teńlemesine operaciyalıq metodtı qollaw usılı.

Jaqsı ótkizgish eki qatlamlı ortalıq ushın tómendegi shegaralıq shárt orınlı.

$$\frac{1}{a} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{k_n}{m_n T} (H - h), \quad (3.1)$$

$$h(x, 0) = H = \text{const}, \quad (3.2)$$

$$h(0, t) = h_1(t), \quad (3.3)$$

$$h(L, t) = h_2(t). \quad (3.4)$$

Qatlam shegerasında t - o`aqtıń funkciyası retinde bazıbir $h_1(t)$, hám $h_2(t)$ funkciyaları berilgen.

Taza funkciya kiritemiz

$$s(x, t) = H - h(x, t) \quad (3.5)$$

Onda joqarıdağı (3.1)-(3.4) shegaralıq shárt tómendegi kóriniste jazıladı

$$\frac{1}{a} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} - \frac{k_n}{m_n T} s, \quad (3.6)$$

$$s(x, 0) = 0 \quad (3.7)$$

$$s(0, t) = \varphi_1(t), \quad (3.8)$$

$$s(L, t) = \varphi_2(t), \quad (3.9)$$

bunda

$\varphi_1(t) = H - h_1(t)$; $\varphi_2(t) = H - h_2(t)$ - lar t - boyınsha birinshi tártipli tuo`ındıǵa iye funkciyalar. Tómendegishe belgileo` kiritip ólshemsiz koordinatalarǵa ótemiz.

$$\tau = \frac{t}{t_*}, \quad \xi = \frac{x}{L}$$

Onda (3.6)-(3.9) ańlatpa tómendegi shegaralıq máseleni anıqlaydı.

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{at_*}{L^2} \frac{\partial^2 s}{\partial \xi^2} - \frac{k_n at_*}{m_n T} s, \quad (3.10)$$

$$s(\xi, 0) = 0 \quad (3.11)$$

$$s(0, \tau) = \varphi_1(\tau t_*), \quad (3.12)$$

$$s(1, \tau) = \varphi_2(\tau t_*). \quad (3.13)$$

t_* ni sonday saylap alamiz ekinshi tuo`ındı aldındağı koefficient nol` bolsın.

$t_* = \frac{L^2}{a}$. Onda (3.10) teńleme

$$\frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 s}{\partial \xi^2} - As, \quad (3.14)$$

Kóriniske iye bolıp ol (3.11)-(3.13) shártke boysınadı.

Bunda

$$A = \frac{k_n L^2}{m_n T}.$$

(3.14) teńlemege Fur`eniń sinus túrlendirio`in ξ koordinata boyınsha qollaymız.

$$\bar{s} = \int_0^1 s(\xi, \tau) \sin(\pi \xi) d\xi,$$

Onda (3.12) hám (3.13) tı esapqa alsaq

$$\frac{d\bar{s}}{dt} + (\pi^2 n^2 + A)\bar{s} = \pi n [(-1)^{n+1} \varphi_2(\tau \cdot t_*) + \varphi_1(\tau \cdot t_*)] \quad (3.15)$$

Ke iye bolamız. Anıqlıq ushın tómendegishe belgileo` kiritemiz.

$$\varphi_1(\tau \cdot t_*) = B_1(1 - e^{-\alpha_1 \tau}); \quad \varphi_2(\tau \cdot t_*) = B_2(1 - e^{-\alpha_2 \tau})$$

Bunda $\alpha_1, \alpha_2, B_1, B_2$ – bazıbir oń anıqlanğan turaqlılar.

Bul teńlemege τ -o`aqıt boyınsha Laplas integral túrlendirio`in qollaymız.

$$\bar{s} = \int_0^\infty e^{-p\tau} \bar{s}(n, \tau) d\tau$$

Onda (3.11) baslanğısh shártti esapqa alsaq (3.16) kelip shıǵadı.

$$\bar{s} = \pi n \left[\frac{(-1)^{n+1} B_2 \alpha_2}{p(p + \alpha_2)(p + \pi^2 n^2 + A)} + \frac{B_1 \alpha_1}{p(p + \alpha_1)(p + \pi^2 n^2 + A)} \right], \quad (3.16)$$

(3.16) qatnasta original bolıp

$$\begin{aligned}
\bar{s} = \pi \Big\{ & (-1)^{n+1} B_2 \alpha_2 \left[\frac{1}{\alpha_2 (\pi^2 n^2 + A)} - \frac{e^{-\alpha_2 \tau}}{\alpha_2 (\pi^2 n^2 + A - \alpha_2)} + \right. \\
& + \left. \frac{e^{-(\pi^2 n^2 + A) \tau}}{(\pi^2 n^2 + A)(\pi^2 n^2 + A - \alpha_2)} \right] + B_1 \alpha_1 \left[\frac{1}{\alpha_1 (\pi^2 n^2 + A)} - \frac{e^{-\alpha_1 \tau}}{\alpha_1 (\pi^2 n^2 + A - \alpha_1)} + \right. \\
& + \left. \left. \frac{e^{-(\pi^2 n^2 + A) \tau}}{(\pi^2 n^2 + A)(\pi^2 n^2 + A - \alpha_1)} \right] \right\} \quad (3.17)
\end{aligned}$$

tabıladı. Soń (3.17) ge Fur`eniń sinustıń kerı tırlendiriw formulasın qollap tómenдеgi nátiyjege iye bolamız.

$$\begin{aligned}
s(\xi, \tau) = 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} n \Big\{ & (-1)^{n+1} B_2 \alpha_2 \left[\frac{1}{\alpha_2 (\pi^2 n^2 + A)} - \frac{e^{-\alpha_2 \tau}}{\alpha_2 (\pi^2 n^2 + A - \alpha_2)} + \right. \\
& + \left. \frac{e^{-(\pi^2 n^2 + A) \tau}}{(\pi^2 n^2 + A)(\pi^2 n^2 + A - \alpha_2)} \right] + B_1 \alpha_1 \left[\frac{1}{\alpha_1 (\pi^2 n^2 + A)} - \frac{e^{-\alpha_1 \tau}}{\alpha_1 (\pi^2 n^2 + A - \alpha_1)} + \right. \\
& + \left. \left. \frac{e^{-(\pi^2 n^2 + A) \tau}}{(\pi^2 n^2 + A)(\pi^2 n^2 + A - \alpha_1)} \right] \right\} \sin(\pi \xi) \quad (3.18)
\end{aligned}$$

Juwmaqlaw

Juwmaqlastırıp aytqanda operaciyalıq esaplawda x – haqıyqıy o`zgeriwshiniń  $f(x)$  funkciyası to`mendegi shártlerde qaraladı.

a) $(0, \infty)$ sheksiz yarım intervalda $f(x)$ – bir mánisli bo`lekli – úzliksiz funkciya qaraladı, ol birinshi túr sanaqlı úzilis tochkalarına iye bolıwı múmkin.

b) Eger $x < 0$ bolsa $f(x) = 0$

v) $f(x)$ eksponencial funkciyadan tez o`speydi, yaǵnıy sonday  $A > 0$  hám  $s_0 \geq 0$  turaqlısı bar bolıp barlıq  $x \geq 0$  ushın  $|f(x)| < Ae^{s_0 x}$  teńsizligi orınlı.  $s_0$  sanı, funkciyanıń o`siw ko`rsetkishi dep ataladı.

a), b), v) shártlerdi qanaatlandırıwshı funkciya original yamasa dáslepki funkciya dep ataladı. Bul funkciyalar kompleks mánisli bolıwı múmkin.

Pitkeriw qánigelik jumıs kirisiw, úsh bap, juwmaqlaw hám paydalangan ádebiyatlar diziminen ibarat bolıp, birinshi bapta operaciyalıq metod haqqında túsiniq atap aytqanda 1.1 bántte Laplas integral túrlendiriwiniń tıp nusxası hám kompleks oblasttaǵı sáwlesi, 2.1 bántte Laplas túrlendiriwiniń tiykarǵı qásiyetleri.

Ekinshi bapta operaciyalıq esaplawdıń differencial teńlemelerdi sheshiwge qollanıwı atap aytqanda 2.1 bántte turaqlı koefficientlik ápiwayı sızıqlı differencial teńlemelerdi sheshiw. 2.2. bántinde turaqlı koefficientli ápiwayı sızıqlı differencial teńlemeler sistemasın sheshiw máselesi qaralǵan.

Al úshinshi bapta dara tuwındılı differencial teńlemelerge operaciyalıq esaplawdıń qollanıwı keltirilgen atap aytqanda jıllılıq ótkizgishlik teńlemesine qoyılǵan shegaralıq másele operaciyalıq metod járdeminde sheshilgen.

Paydalanilgan ádebiyatlar

1. Ditkin V.A., Prudnikov A.P. Spravochnik po operacionnomu ischisleniyu. – M.: Visshaya shkola, 1965.-465 s.
2. Ditkin V.A., Prudnikov A.P. Operacionnoe ischislenie. – M.: Visshaya shkola, 1966. -405 s.
3. Dyoch G. Rukovodstvo k prakticheskomu primeneniyu preobrazovaniya Laplasa i z-preobrazovaniya.-M.: Nauka, 1971.-288s.
4. Djefris G.D., Svirls B. Metodi matematicheskoy fiziki.:Mir, 1970.-352 s.
5. Lavrent`ev M.A., Shabat B.V. Metodi teorii funkciy kompleksnogo peremennogo. –M.:Nauka, 1973.-736 s.
6. Matveev N.M. Differencial`nie uravneniya. –M.: Prosveshenie, 1988.-255s.
7. www.ziyonet.uz.
8. www.matburo.ru. Примеры решений задач по операционному исчислению.
9. [mathprofi.ru/ reshenie_diffurov_metodom_operacionnogo_ischiclenja](http://mathprofi.ru/reshenie_diffurov_metodom_operacionnogo_ischiclenja).
10. mschool.kubsu.ru. Приложения операционного исчисления.

Texnika qáwipsizligi qaǵıyaları

1. Informatika bólmeleriniń beton pollı bólmelerde yamasa binanıń jertólelerinde jaylastırıw qatań qadaǵalanadı hám klass bólmeleriniń polı elektr togın ótkizbeytuǵın etip (mısalı taxtaydan) jasalıwı hám barlıq kompyuterlerdiń korpusları jerge jalǵanıw (yamasa elektr táminatınıń yevrostandartlarına sáykes jalǵaw) talap etiledi.
2. Joqarı kernew (220 Volt) ótetuǵın sımardıń barlıǵı, sonıń ishinde uzayttırǵıshlardıń, kompyuter hám basqa elektr qurılmalarınń elektr táminotına jalǵanıw sımларınıń eki mártá izolyaciya qılınǵanlıǵı talap etiledi.
3. Bólmedegi kompyuterlerdi diywal bóylab yamasa bólmeniń ortasına eki qatar etip qoyılıwı kerek.
4. Bólmedegi barlıq kompyuterlerdi elektr tarmaǵınan uziwshi jalǵız uzgish bolıwı kerek.
5. Kompyuter monitorı otırǵan oqıwshılardıń kózleri dárejesinde bolıp, oqıwshılar onnan 40 sm den 80 sm ge shekemgi aralıqta otırıw imkaniyatına iye bolıwı kerek.
6. Kompyuterdiń klaviaturası otırǵan oqıwshılardıń bugilgen tirsekleri dárejesinde bolıwı kerek. Tıshqan ushın klaviaturanıń eki tárepinen jetkilikli orın qaldırıw hám olar birdey biyiklikte bolıwları kerek.
7. Kompyuterde tolıq islew waqıtı oqıwshılar ushın 60 minuttan artpawı kerek.
8. Kompyuter bólmeleriniń kvadrat metrlerdegi biyikligi oǵan jaylasqan kompyuterler sanınan keminde 6 márté kóp bolıwı kerek.
9. Kompyuter bólmeleri jetkilikli quwatlıqqa iye ventilyaciya sistemasına iye bolıwı kerek.
10. Klaviaturanıń kompyuter islemegen jaǵdayda uzaq muddet ashıq jaǵdayda qalıwı hám onda shań jıynalıp qalıwınıń aldın alıw lazım.