

**CHIZMA GEOMETRIYA VA MUHANDISLIK GRAFIKASI**

**FANIDAN MA'RUZALAR MATNI**

**D. X.MIRHAMIDOV**

TOSHKENT – 2016 y

T.r.	Mundarija
1	1 Ma'ruza: Kirish. Chizma geometriya fani. Monj usuli. Nuqtaning koordinatalari bo'yicha epyuri.
2	2 Ma'ruza: To'g'ri chiziq. To'g'ri chiziqning fazodagi holati. Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar.
3	3 Ma'ruza: To'g'ri chiziqning izlari. Ikki to'g'ri chiziqning o'zaro holatlari.
4	4 Ma'ruza: Tekislik. Tekislikdagi nuqta va to'g'ri chiziq. Tekislikning bosh chiziqlari.
5	5 Ma'ruza: Xususiy vaziyatdagi tekisliklar. Tekisliklarning kesishuvi.
6	6 Ma'ruza: To'g'ri chiziq va tekislikning kesishuvi.
7	7 Ma'ruza: To'g'ri chiziq va tekislikning perpendikulyarligi va ikki tekislikning o'zaro perpendikulyarligi.
8	8 Ma'ruza: To'g'ri chiziq va tekislikning parallelligi. Ikki tekislikning o'zaro parallelligi.
9	9 Ma'ruza: Umumiy usullardan foydalanib, kompleks masalani yechish
10	10 Ma'ruza: Chizmani qayta qurish. Proeksiya tekisliklarini almashtirish usuli.
11	11 Ma'ruza: Proeksiya tekisliklarini aylantirish usuli.
12	12 Ma'ruza: Tekislikning bosh chiziq atrofida aylantirish
13	13 Ma'ruza: Tekislikning o'z izlaridan biri atrofida aylantirish (joylashtirish usuli).
14	14 Ma'ruza: Sirtlar. Ularning turlari. Ko'pyoqlar. Ko'pyoqlar kesishuvi.
15	15 Ma'ruza: Sirtlarning to'g'ri chiziq va proeksiyalovchi tekislik bilan kesishuvi.
16	16 Ma'ruza: Sirtlarning tekislik bilan kesishuvi. Kesim yuzasining haqiqiy kattaligi. Sirtning yoyilmasi.
17	17 Ma'ruza: Sirtlarning o'zaro kesishuvi va ularning yasash usullari. Yordamchi tekislik usuli.
18	18 Ma'ruza: Yordamchi sferalar usuli.

## Ma'ruzalar

### **1-Mavzu: Kirish. Cizma geometriya fani va chizma tuzishning nazariy asoslari. Monj usuli. Nuqtaning koordinata bo'icha epuri.**

Oliy ta'lim muassasalarida o'qitiladigan texnika fanlaridan chizma geometriya, ingenerlik grafikasi va kompyuterda loyihalash fanlari o'quvchini shunday bilimga ega qiladiki, u muxandislikka oid amaliy masalalarni mustaqil echa oladi. Umuman olganda chizma geometriya, injenerlik grafikasi va kompyuterda loyihalash fanlari o'z oldiga quyidagi asosiy vazifalarni qo'yadi:

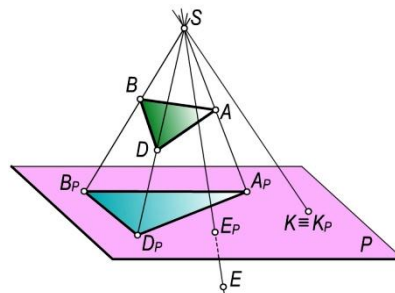
1. Fazoviy shakllarni tekislikdagi tasvirlarini, ya'ni chizmalarini yasash usullarini o'rgatish.
2. Chizmadageometrikmasalalarnigrafikyo'lbilanechishusullarini o'rgatadi.
3. Shakllarning berilgan tekis chizmalari bo'yicha ularning fazoviy ko'rinishini, vaziyatini tassavur qilish hamda ularning yaqqol tasvirini yasash usullarini o'rgatish.
4. Shakllarninggrafikvaanalitikmodellarivaularningbiridanikkinchisigao'tishusullarini o'rgatish.

### **Proyeksiyalash usullari:**

Chizma geometriya geometriyaning maxsus bo'limi bo'lib, u fazoviy formalarni tekisliklarga proyeksiyalashni harxil usullarini o'rgatadigan qismidir

#### **1. Markaziy proyeksiyalash.**

Fazodagi biror nuqtalar to'plamini proyeksiyalash markazi  $S$  orqali  $P$  proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalanganda  $S$  markazli to'g'ri chiziqlar dastasi hosil bo'ladi. Bu dastani proyeksiyalar tekisligi  $P$  bilan kesishuvidan hosil bo'lgan nuqtalar to'plami fazodagi ma'lum bir nuqtalar to'plamining tasviri bo'ladi. Masalan,  $ABD$  uchburchakning markaziy proyeksiyasi  $A_P B_P D_P$  uchburchak bo'ladi.



**1-shakl.**

Proyeksiyalar tekisligining ostida joylashgan  $E$  nuqtaning  $E_P$  proyeksiyasi  $SE \cap P = E_P$  bilan aniqlanadi. Proyeksiyalar tekisligida yotgan  $K$  nuqtaning  $K_P$  markaziy proyeksiyasi nuqtaning o'zi bilan ustma-ust ( $K \equiv K_P$ ) tushadi.

Markaziy proyeksiyalash konusli yoki qutbli proyeksiyalash, yoxud perspektiva deb ham yuritiladi.

C - proyeksiyalash markazi;

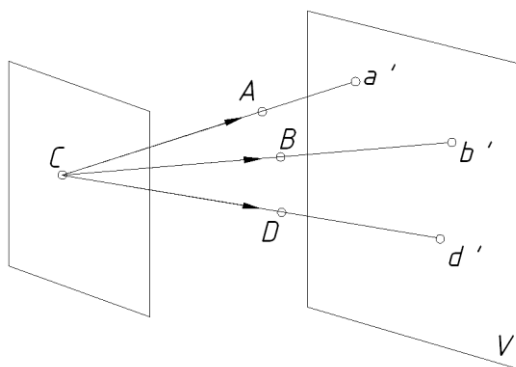
V-proyeksiyalash tekisligi;

A - fazodagi nuqta;

(CA) - proyeksiyalash nuri;

(BD),(EF) - fazodagi to'g'ri chiziqlar;

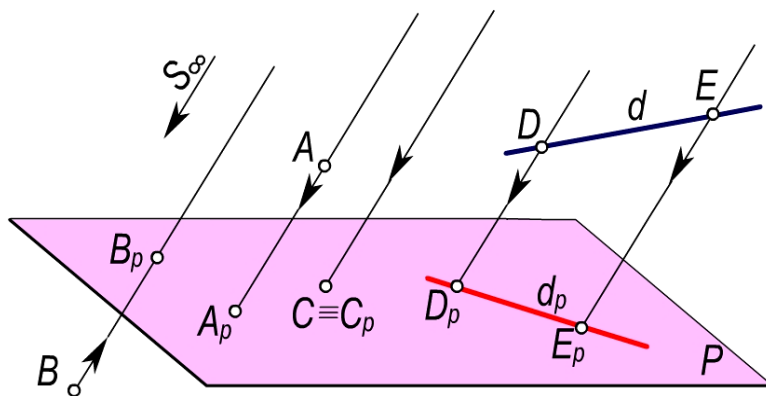
(bd),(ef)-to'g'ri chiziqlarning tekislikdagi proyeksiyalari.



2 – shakl

## 2. Parallel proyeksiyalash

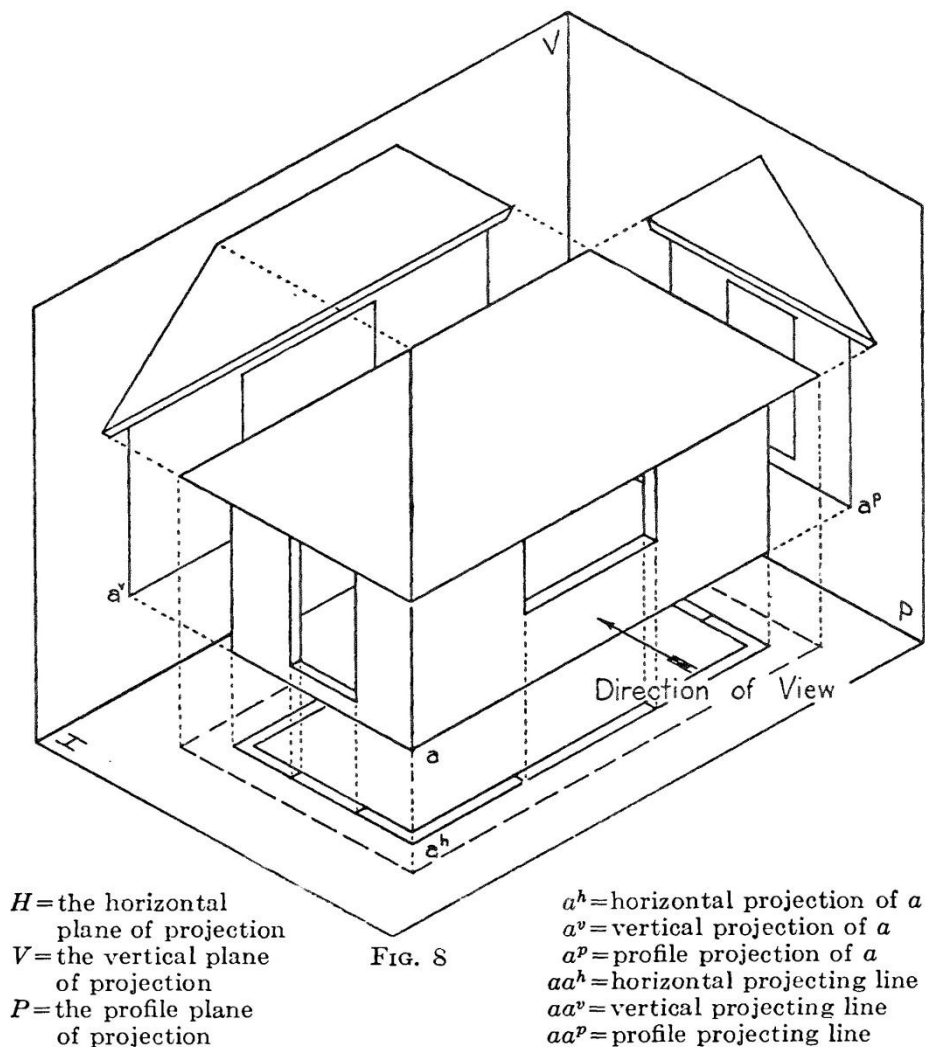
Markaziy proyeksiyalashdagi S markazni biror yoʻnalishda cheksiz uzoqlashtirilsa, u holda SA, SB,... proyeksiyalovchi nurlar oʻzaro parallel boʻladilar. Bunday proyeksiyalash parallel proyeksiyalash deb yuritiladi.



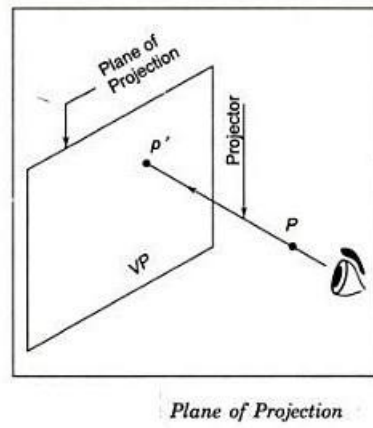
3- shakl

## Ortogonal proyeksiyalashusuli, Monj usuli

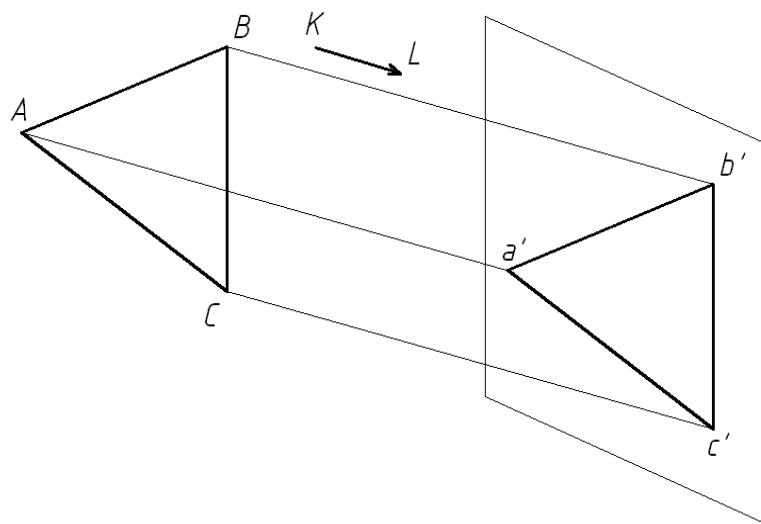
Fransuz olimi Gaspar Monj 18 asr 90-chi yillarida uch o'lchamli tasvirni o'zaro perpendikulyar uch tekisliklarga ikki o'lchamli korinishlar (proeksiyalar) shaklida tasvirlash usulini taklif etdi. Shu usul bo'yicha bino, inshootlar, texnik qurilmalar, turli mashinalarning ishchi chizmalari yaratiladi, loyihalarda natijaviy maxsulotning ko'rgazmali, yaqqol tasvirlarlari ishlab chiqiladi. Monj usuli asosida grafik kompyuter dasturlar ishlab chiqilgan.



4 - shakl



5- shakl



6 – shakl

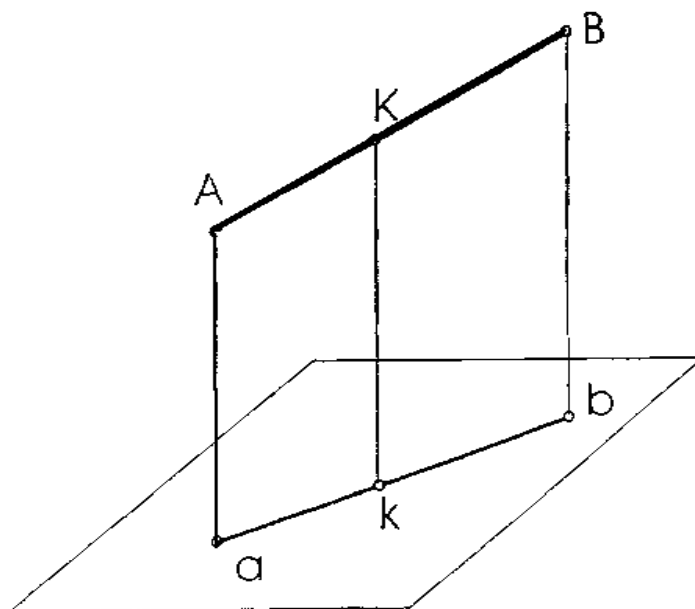
(KL) -proyeksiyalash nurining yo'nalishi

(KL)  $\perp$  LV - to'g'ri burchakli parallel proyeksiyalash

(KL)  $\perp$  XV - qiyshiq burchakli parallel proyeksiyalash.

**Parallel proyeksiyalash quyidagi hossalarga ega:**

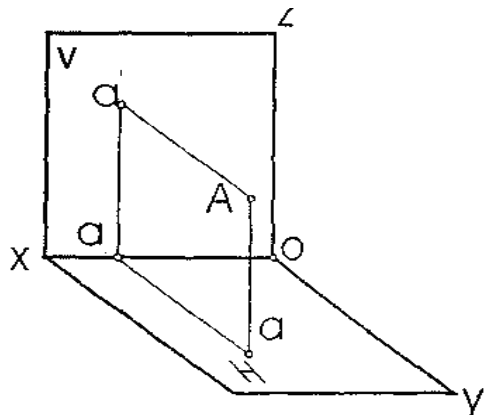
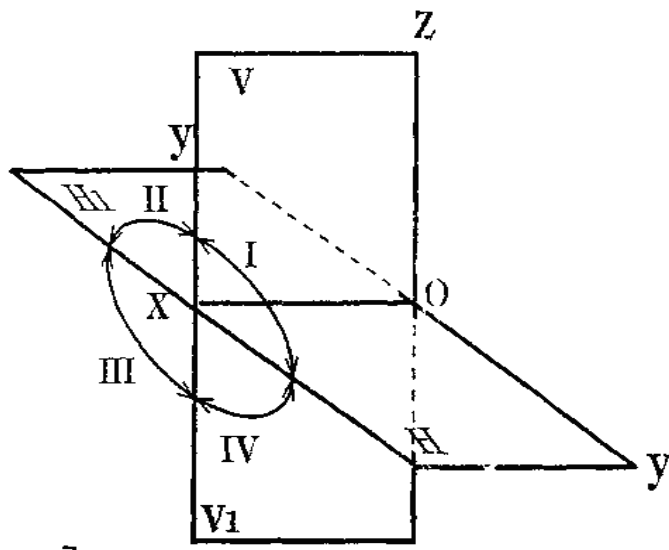
1. To'g'ri chiziqning proyeksiyasi to'g'ri chiziq bo'ladi.
2. Fazodagi har bir nuqta va to'g'ri chiziq tekislikda o'zining yagona proyeksiyasiga ega.
3. Agar nuqta to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lsa, u holda bu nuqtaning proyeksiyasi ham to'g'ri chiziqning proyeksiyasida bo'ladi.
4. To'g'ri chiziqni proyeksiyalash uchun uning ikkita nuqtasini proyeksiyalash kifoya qiladi.
5. Agar to'g'ri chiziq proyeksiyalash nurining yo'nalishiga parallel bo'lsa, u holda bu to'g'ri chiziqning proyeksiyasi nuqta bo'ladi.
6. To'g'ri chiziq proyeksiya tekisligiga parallel bo'lsa, u holda to'g'ri chiziqning proyeksiyasi o'zining haqiqiy kattaligi bilan proyeksiyalanadi.
7. To'g'ri chiziq bo'laklarining nisbati, to'g'ri chiziq proyeksiyasidagi bo'laklari nisbatiga teng bo'ladi.



7 – shakl

$$AK/KB=ak/kb$$

Nuqtaning ikki tekislikka proyeksiyasi. Ikkita bir-biriga perpendikulyar bo'lgan gorizontal va frontal tekisliklar fazoni to'rtta chorakka bo'ladi.

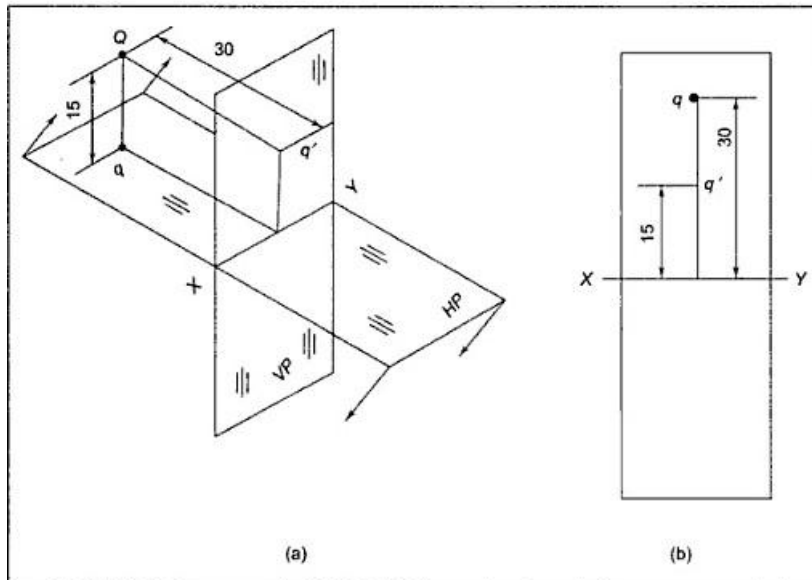


8-shakl

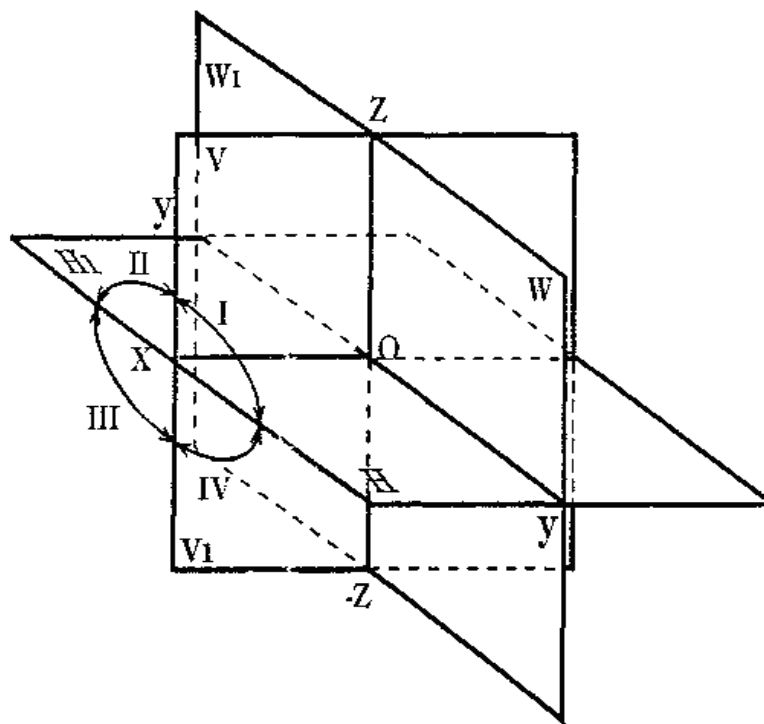
V - frontal tekislik

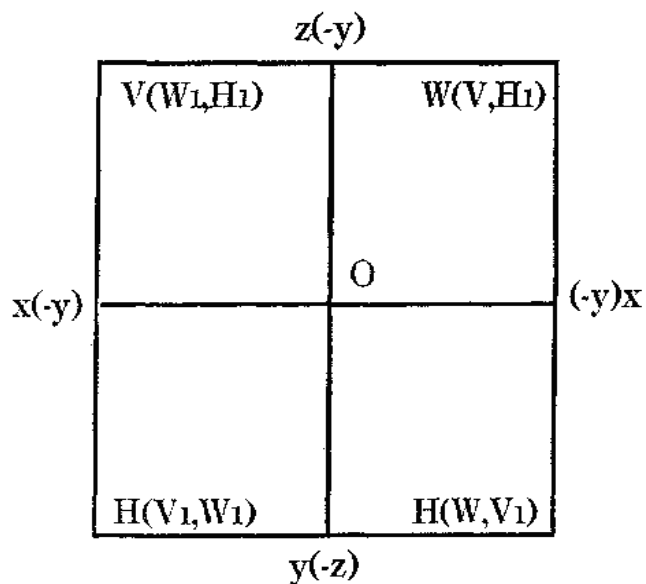
H - Gorizontal tekislik.

Fazoning 8 oktantga bo'linishi va nuqtaning uch tekislikdagi ortogonal proyeksiyasi.



9-shakl





10– shakl

Uchta bir - biriga perpendikulyar bo'lgan tekisliklar fazoni 8 oktantga bo'ladi.

### Ishoralar jadvali

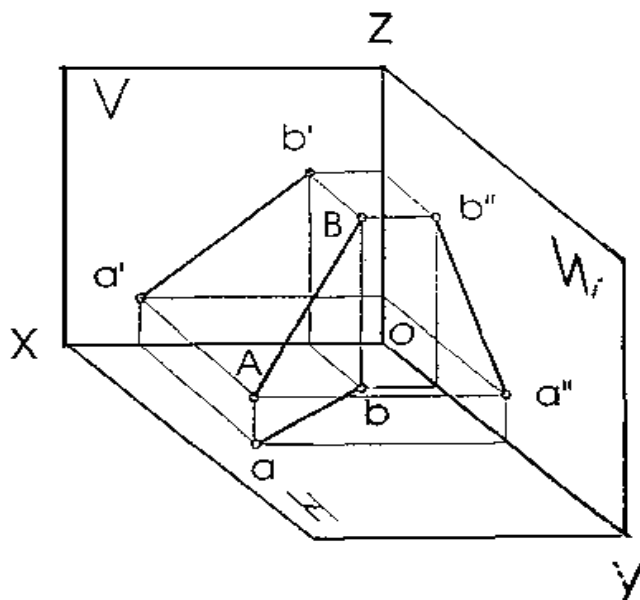
	1	2	3	4	5	6	7	8
x	+	+	+	+	-	-	-	-
y	+	-	-	+	+	-	-	+
z	+	+	-	-	+	+	-	-

Takrorlash uchun savollar:

1. Nuqtani proyeksiyasi deb nimaniaytamiz?
2. Proyeksiyalashni qanday usullaribor?
3. Parallel proyeksiyalash xossalari?
4. Epyur nima va u qanday hosil bo'ladi?

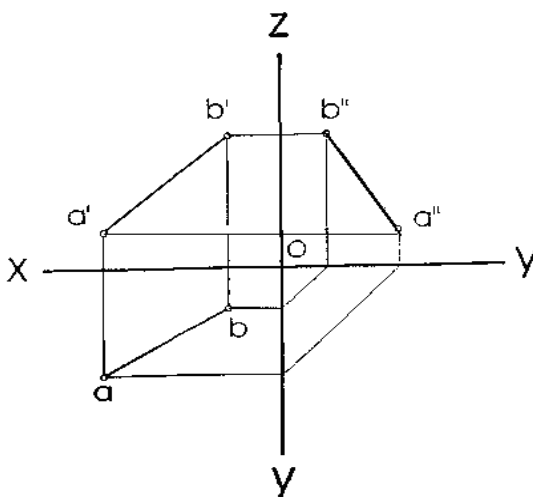
**2-ma'ruza: To'g'ri chiziqlar. To'g'ri chiziqning fazodagi holati. Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar.**

Ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofa to'g'ri chiziq deyiladi. To'g'ri chiziq proyeksiya tekisliklariga nisbatan ikki hil vaziyatda bo'ladi, ya'ni umumiy vaziyatda va xususiy vaziyatda joylashishi mumkin.



2.1– shakl

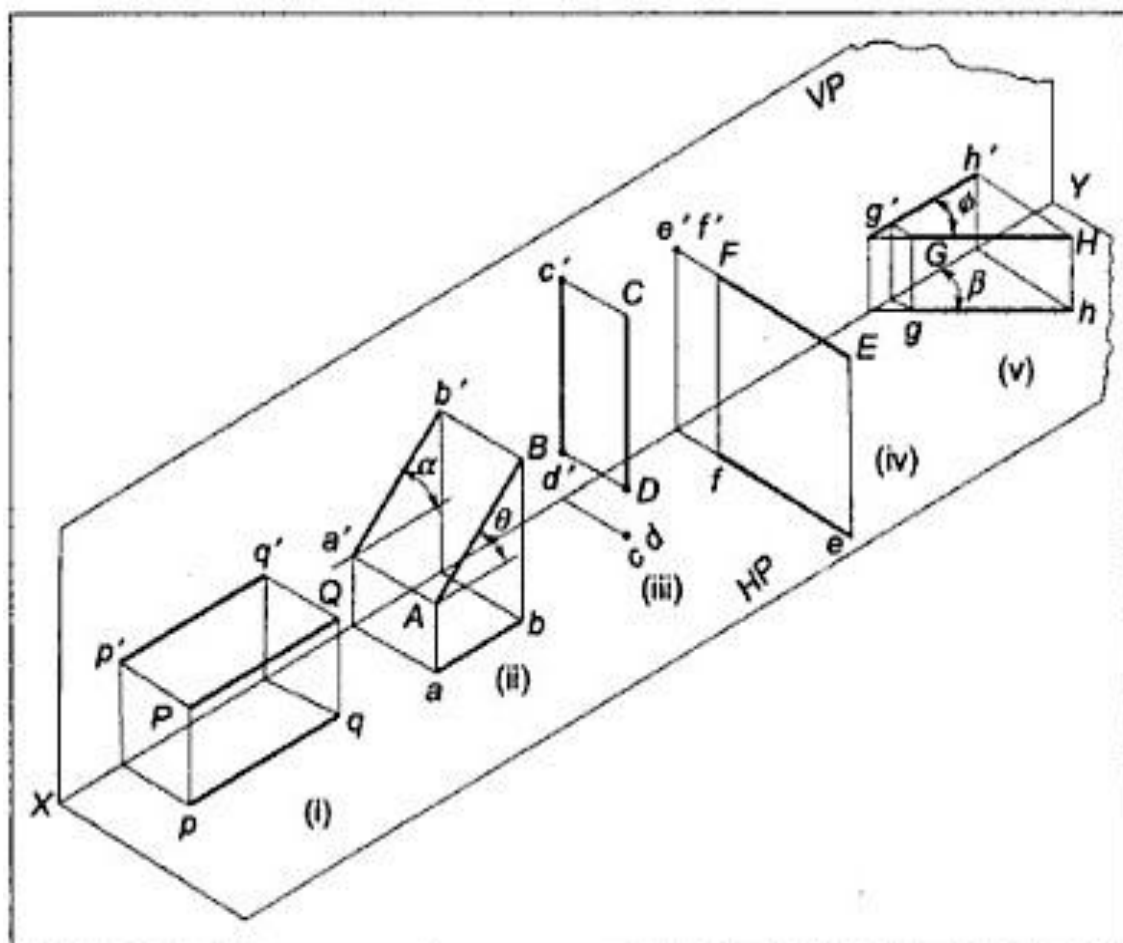
Agar to'g'ri chiziq birorta proyeksiya tekisligiga parallel yoki perpendikulyar bo'lmasa u holda buhday to'g'ri chiziq umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq deyiladi.



2.2– shakl

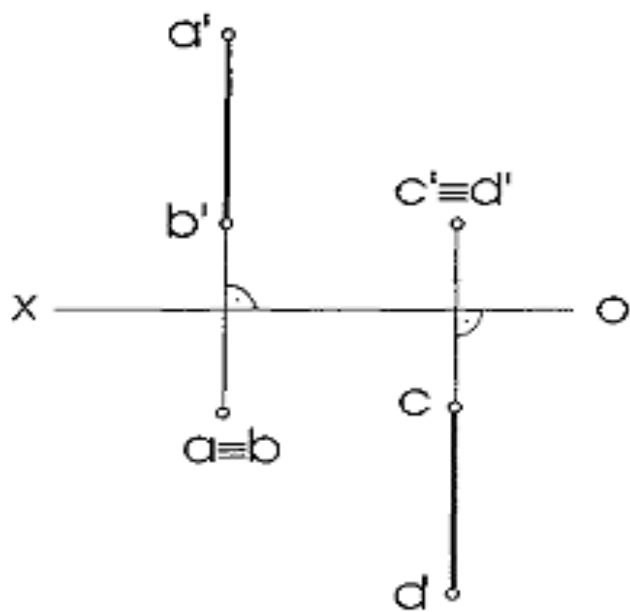
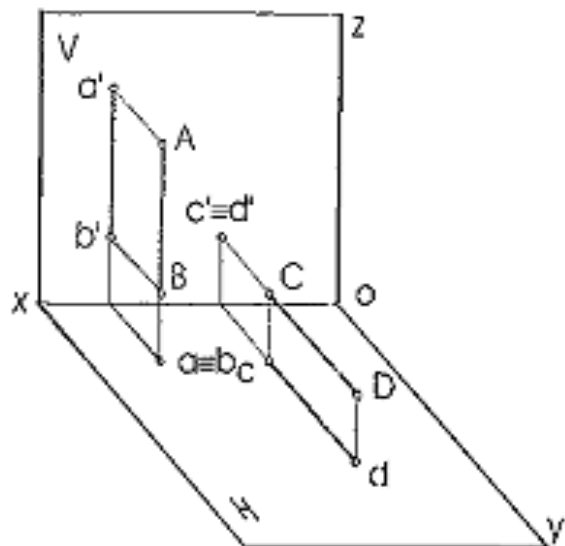
## Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar

Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar deb proyeksiya tekisliklariga parallel yoki perpendikulyar bo'lgan chiziqlarni aytmiz [1].



2.3- shakl

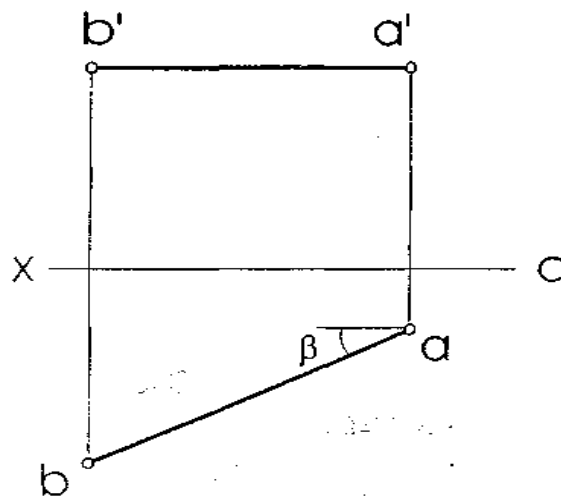
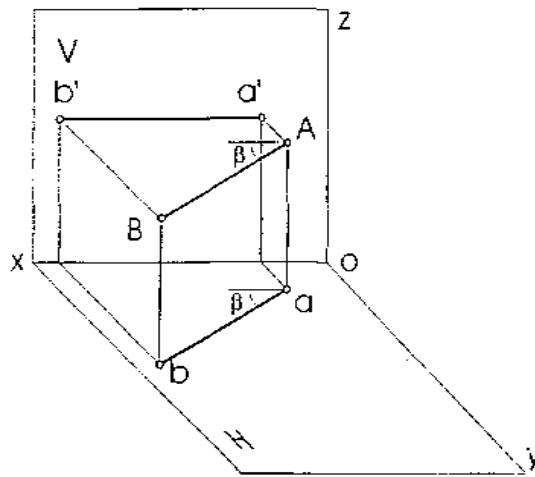
Proyeksiya tekisliklariga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqlar proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqlar deyiladi.



2.4– shakl

Agar to'g'ri chiziq kesmasi faqat bitta proyeksiya tekisligiga parallel bo'lsa, uning shu tekislikdagi proyeksiyasi o'ziga teng, boshqa proyeksiyasi esa proyeksiya o'qlariga parallel bo'ladi.

# 1. Gorizontaal chiziq.

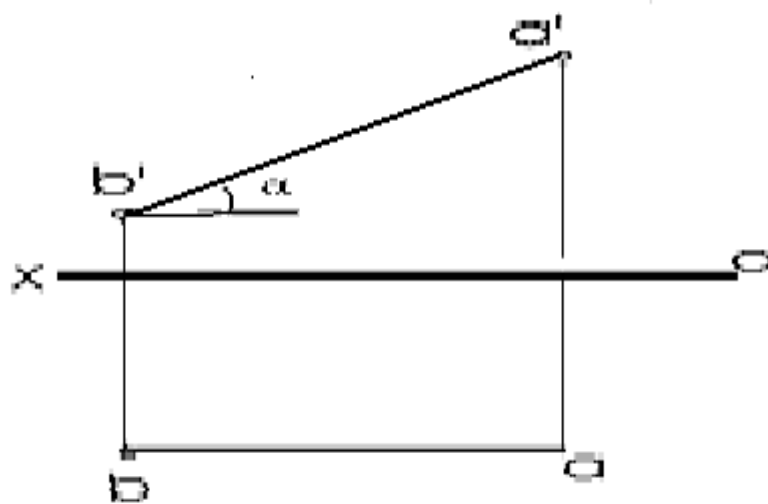
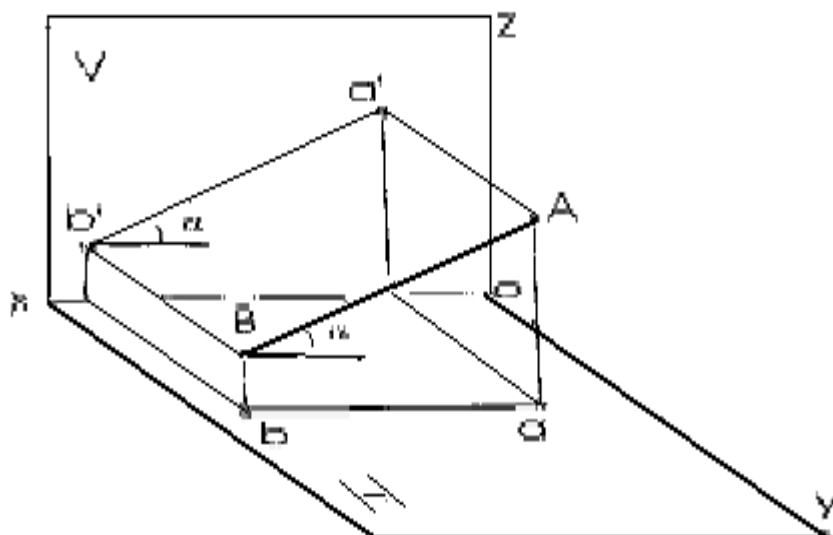


2.5– shakl

$(a'b') \parallel (ox)$

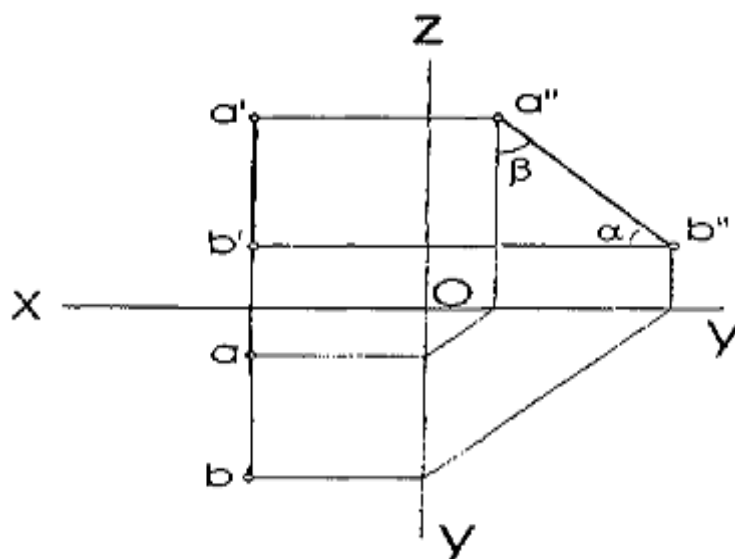
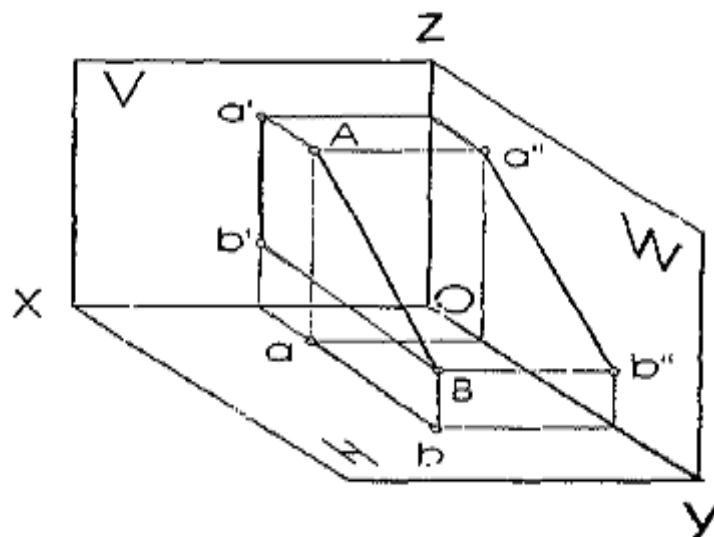
$(ab) = [AB]$

2. Frontal chiziq.



2.6– shakl  
(ab)  $\parallel$  (ox)  
(a'b') = [AB]

3. Profil chiziq.



2.7– shakl

$(ab), (a'b') \parallel (oz)$

$(a''b'')=[AB]$

### 3 ma'ruza. To'g'ri chiziq. To'g'ri chiziqning izlari. Ikki to'g'ri chiziqning o'zaro holatlari.

- To'g'ri chiziqning izlari
- Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning haqiqiy uzunligini aniqlash
- To'g'ri chiziqda berilgan uzunlikdagi kesmani ajratish
- Kesmani berilgan nisbatda bo'lish
- Ikki to'g'ri chiziqning o'zaro holatlari
- Parallel to'g'ri chiziqlar
- Kesishgan to'g'ri chiziqlar
- Uchrashmas (ayqash) chiziqlar
- To'g'ri burchakning proyeksiyasi

#### To'g'ri chiziqning izlari.

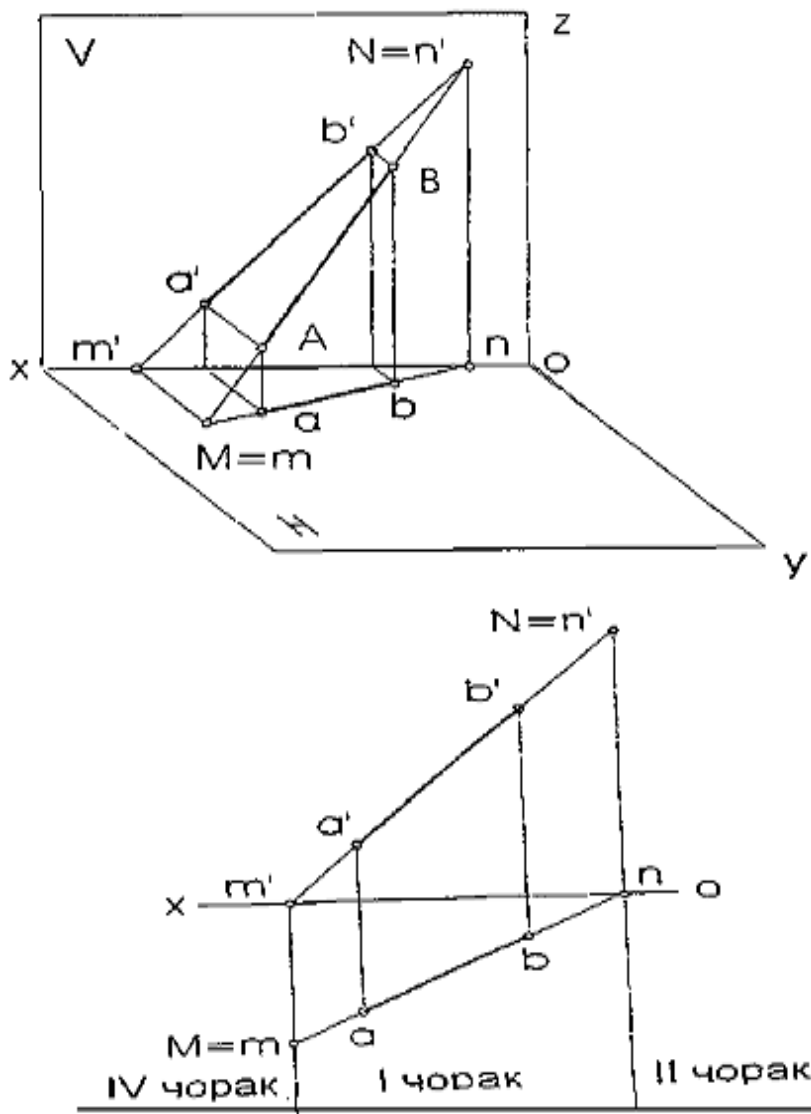
**Ta'rif.** To'g'ri chiziqning proyeksiyalar tekisliklari bilan uchrashgan nuqtalari **to'g'ri chiziqning izlari** deyiladi. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning izi uchta bo'ladi, ya'ni to'g'ri chiziqni davom ettirib uni gorizontal, profil, frontal izlarini topish mumkin. Bu chizmada yaqqol ko'rinib turibdi. Biror  $a$  to'g'ri chiziqning gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning **gorizontal izi**, frontal proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi **frontal izi** deyiladi. Shuningdek, to'g'ri chiziqning profil proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning **profil izi** deyiladi:

$$a \cap H = a_H, a \cap V = a_V \text{ va } a \cap W = a_W.$$

- To'g'ri chiziq frontal izining proyeksiyalarini chizmada aniqlash uchun:
- To'g'ri chiziq gorizontal  $a'$  proyeksiyasining  $Ox$  o'qi bilan kesishish nuqtasi  $a'V = a' \cap Ox$  topiladi;

-Bu nuqtadan  $Ox$  o'qiga perpendikulyar o'tkaziladi;

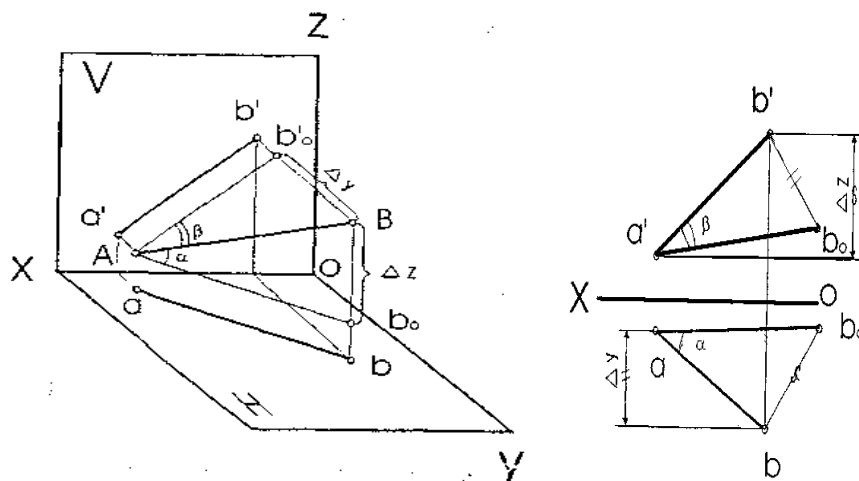
-To'g'ri chiziqning frontal proyeksiyasi  $a''$  bilan perpendikulyarning kesishish nuqtasi uning frontal izining frontal proyeksiyasi  $aV'' \equiv aV$  bo'ladi [1].



3.1– shakl

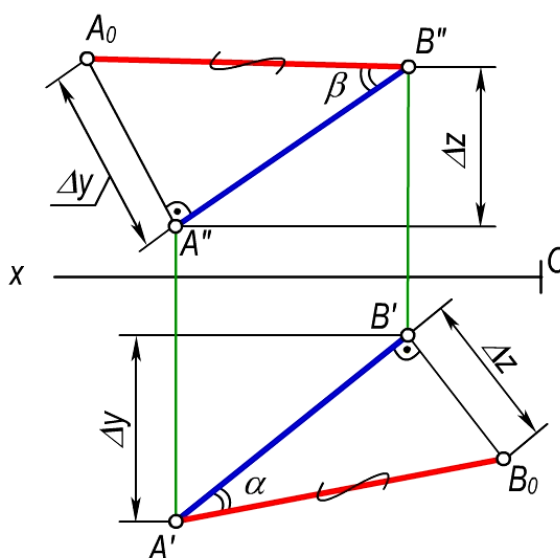
Agar to'g'ri chiziq biror proyeksiya tekisligiga parallel bo'lsa, faqat bitta izi bo'ladi.

**Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini va proyeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash**



3.2 – shakl

Chizmada kesmaning berilgan proyeksiyalari orqali uning haqiqiy uzunligi va proyeksiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash uchun yuqoridagi fazoviy model asosida to'g'ri burchakli uchburchaklar yasaladi. Shuning uchun bu usulni **to'g'ri burchakli uchburchak usuli** deb yuritiladi.



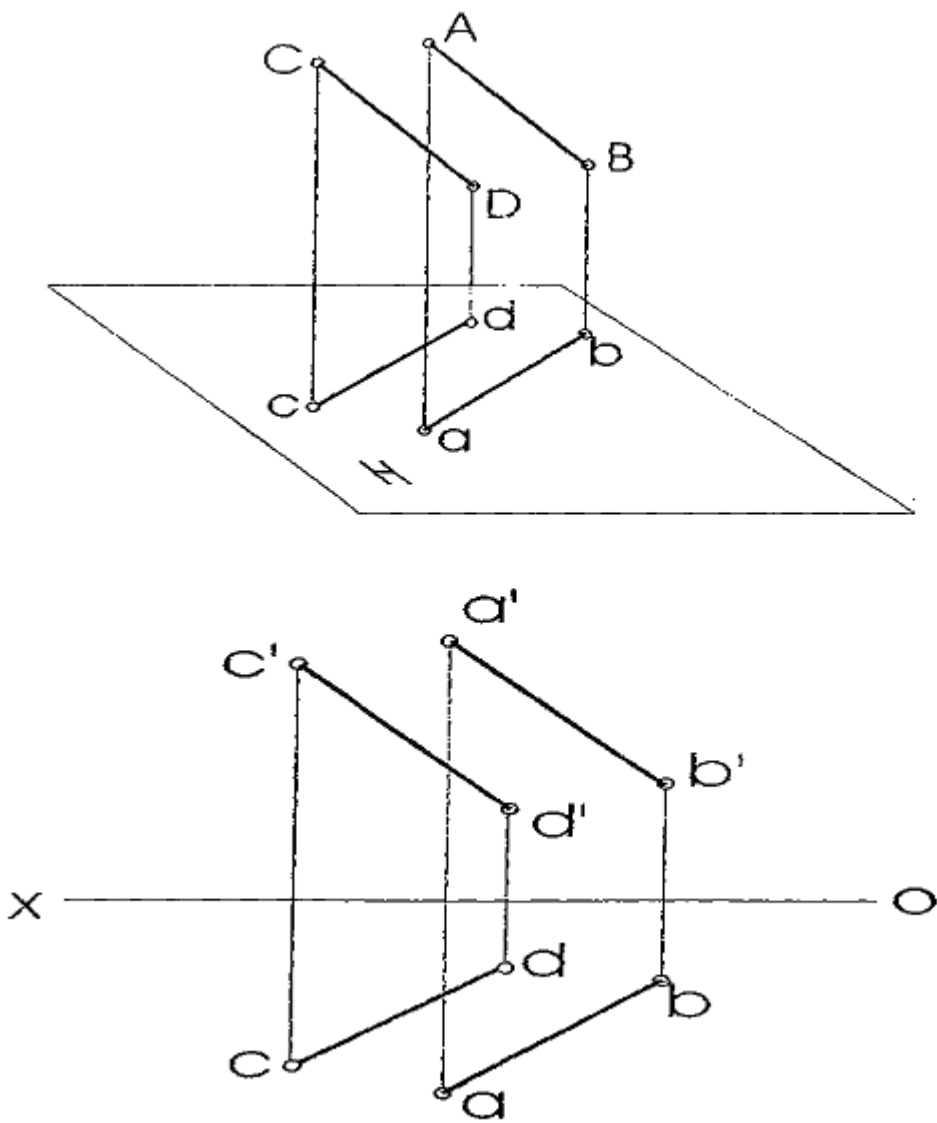
3.3-shakl

Berilgan to'g'ri chiziqning gorizontaal va frontal proyeksiyalarini yasab, fazoviy o'rnini aniqlaymiz. A nuqtadan kesmaning gorizontaal proyeksiyasiga parallel ( $Ab_0$ )ni,



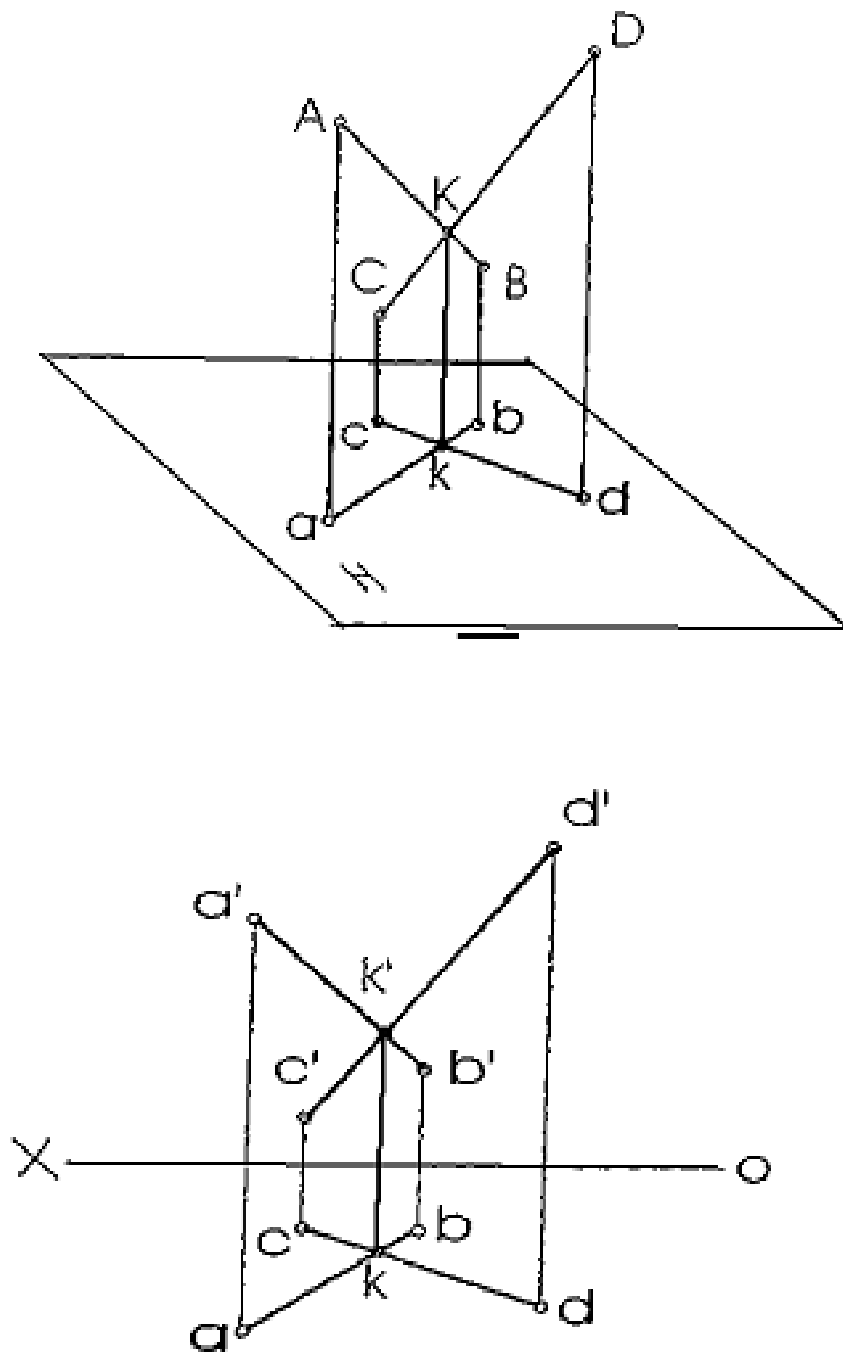
Fales teoremasi: Agar burchak tomonini kesadigan parallel to'g'ri chiziqlar uning bir tomonidan teng kesmalar ajratsa, ikkinchi tomonidan ham teng kesmalar ajraladi.

**Parallel to'g'ri chiziqlar.** Parallel proyeksiyalarning xossalariga ko'ra fazoda ikki to'g'ri chiziq parallel bo'lsa, u xolda bu to'g'ri chiziqlarning mos proyeksiyalari ham parallel bo'ladi.



3.6– shakl

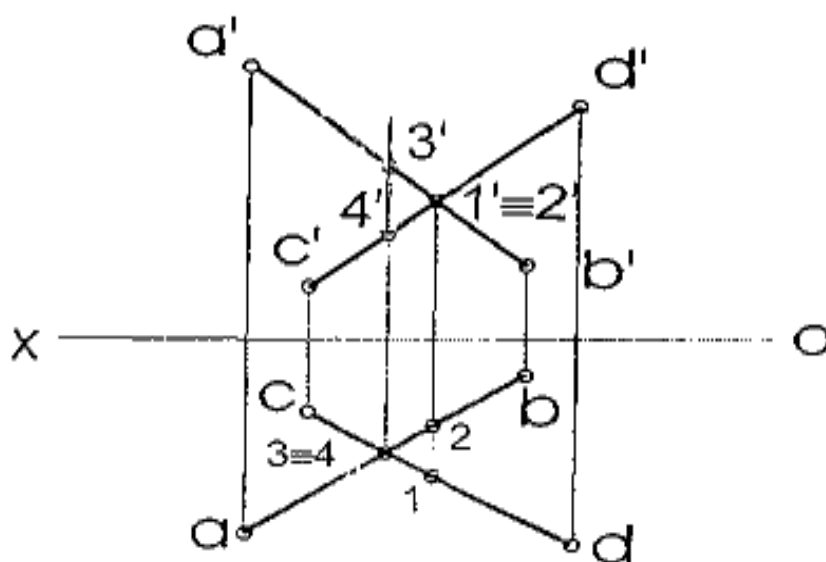
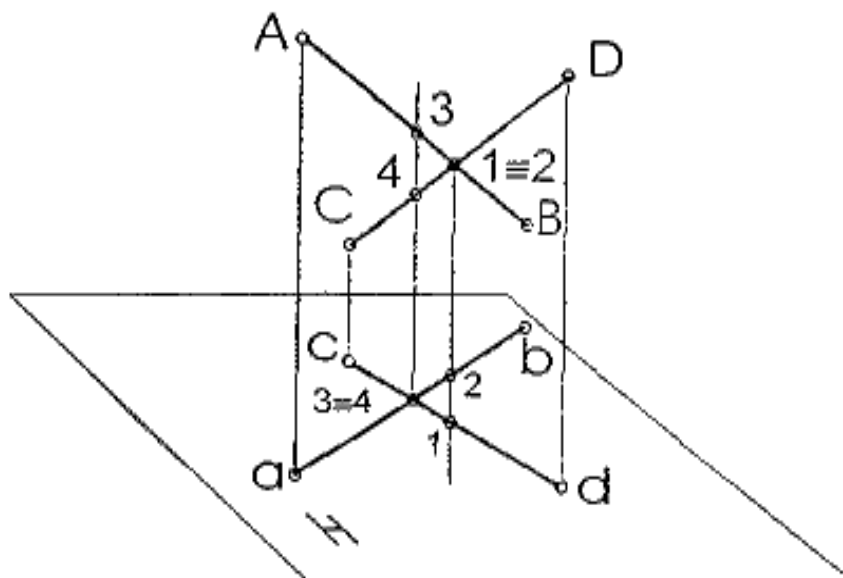
**Kesishgano'g'richiziqalar.** Fazoda ikki to'g'richiziq bir umumiy nuqtaga ega bo'lsa, bunday to'g'richiziq larni kesishgano'g'richiziq lar deyiladi. Kesishgano'g'richiziq larning bir nomli proyeksiyalari ham o'zaro kesishgan va ularning kesish nuqtalarini proyektorda  $OX$  o'qiga perpendikulyar bo'ladi [1].



3.7– shakl

## Uchrashmas (ayqash)

**chiziqlar.** O'zaroparallelbo'lmaganvakesishmaganto'g'richiziqlaruchrashmaschiziqlard eyiladi.



3.8– shakl

**5. Kesishgan to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakning proyeksiyalari. To'g'ri burchakning proyeksiyasi.**

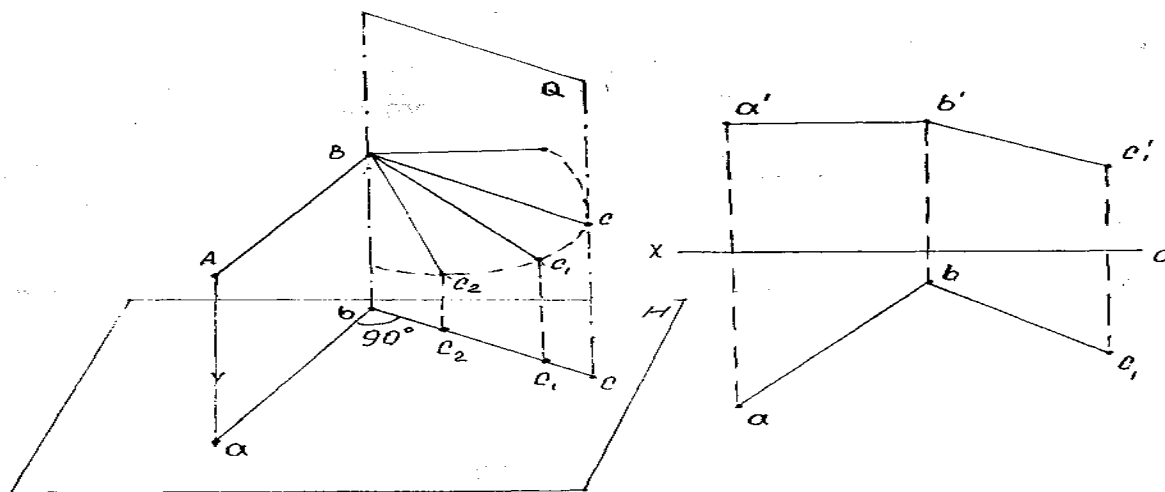
**Teorema.** Agar to'g'ri burchakning bir tomoni tekislikka parallel bo'lib, ikkinchi tomoni bu tekislikka perpendikulyar bo'lmasa, mazkur to'g'ri burchak shu tekislikka haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi.

To'g'ri burchakning tomonlaridan biri proyeksiyalar tekisliklaridan biriga parallel bo'lgan holda ham to'g'ri burchakning shu tekislikdagi proyeksiyasi to'g'ri burchak bo'ladi.

$\angle ABC = 90^\circ$  va uning ikkala tomoni H tekislikka parallel joylashgan deb faraz qilaylik. Bunda burchakning H tekislikdagi proyeksiyasi o'ziga teng bo'ladi. Endi to'g'ri burchakning BC tomoni AB tomoni atrofida aylantirilsa, u hamma vaqt AB ga va H ga perpendikulyar bo'lgan Q tekislikda qoladi. AB perpendikulyar Q bo'lgani uchun  $\angle ABC_1 = \angle ABC_2 = 90^\circ$ . C, C<sub>2</sub> nuqtalarning proyeksiyalari (ular BC chiziqni proyeksiyalovchi Q tekislikda bo'lganligi uchun) bc ga tushadi. Shunday qilib:

$$\angle abc = \angle abc_1 = \angle abc_2 = 90^\circ.$$

Shakildan yaqqol ko'rinib turibdiki, ABC<sub>1</sub> yoki ABC<sub>2</sub> burchakning yolg'iz AB tomoni H tekislikka parallel, ikkinchi tomoni H ga og'madir. Demak, to'g'ri burchakning proyeksiyasi o'zgarmasdan (o'ziga teng bo'lib) tushishi uchun uning bir tomoni proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lishi kerak.

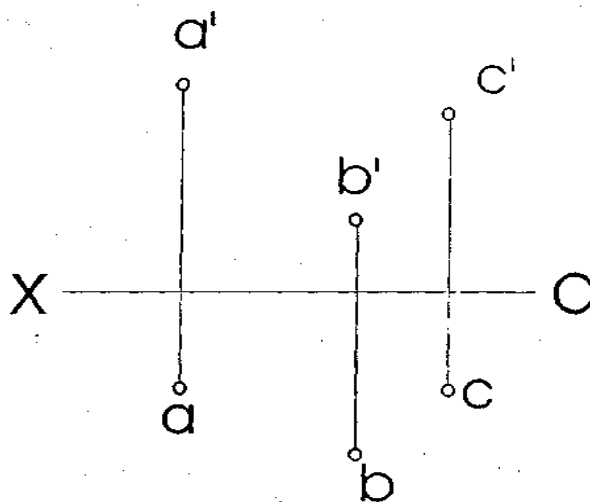


3.9– shakl

**4 ma'ruza. Tekisliklar. Tekisliklar chizmada tasvirlanishi. Tekislikning izlarini topish. Tekislikdagi nuqta. Tekislikdagi to'g'ri chiziq. Tekislikning bosh chiziqlari.**

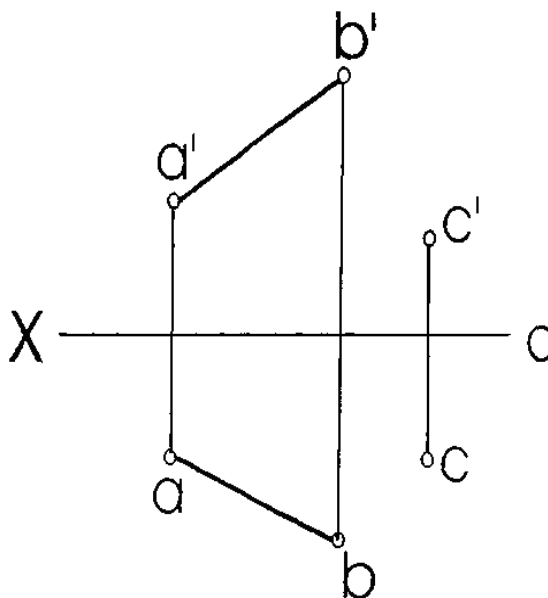
Tekislik hamma tomonga cheksiz cho'zilgan uzluksiz sirtidir. Tekislik epyurda quyidagi holatlarda berilishi mumkin:

1. Bir to'g'ri chiziqda yotmagan uch nuqta orqali.



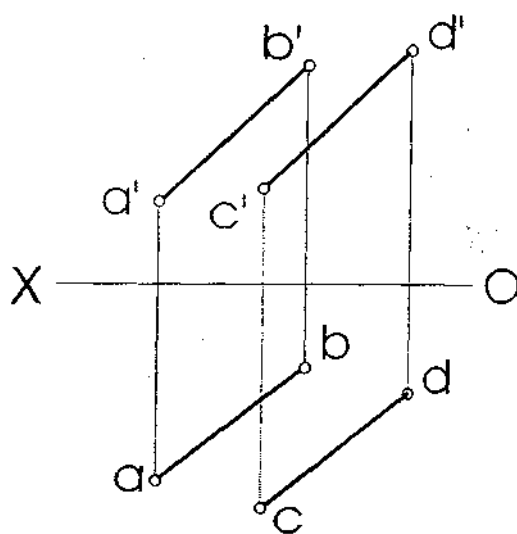
4.1– shakl

2. Bir to'g'ri chiziq va bir nuqta orqali.



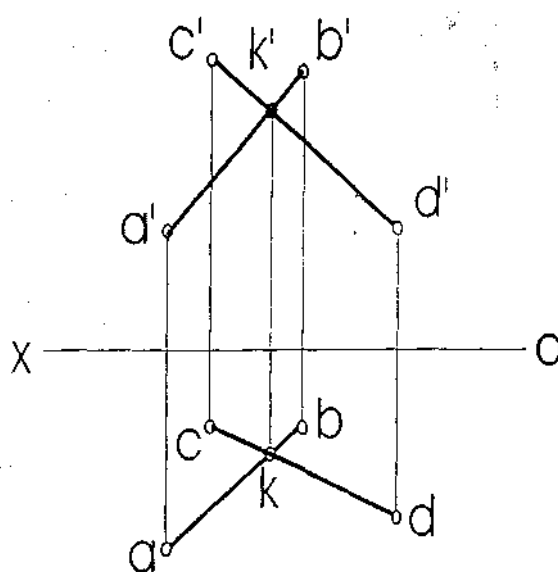
4.2– shakl

3. Ikki parallel to'g'ri chiziq orqali.



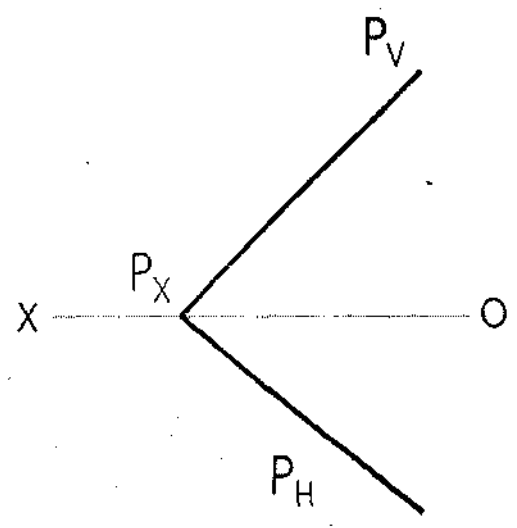
4.3– shakl

3. Ikkito'g'richiziqorqali.



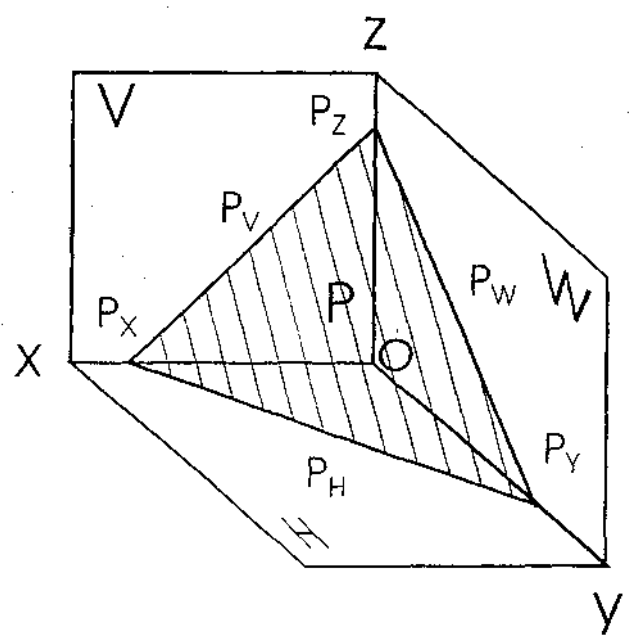
4.4– shakl

5. Izlariorqali.

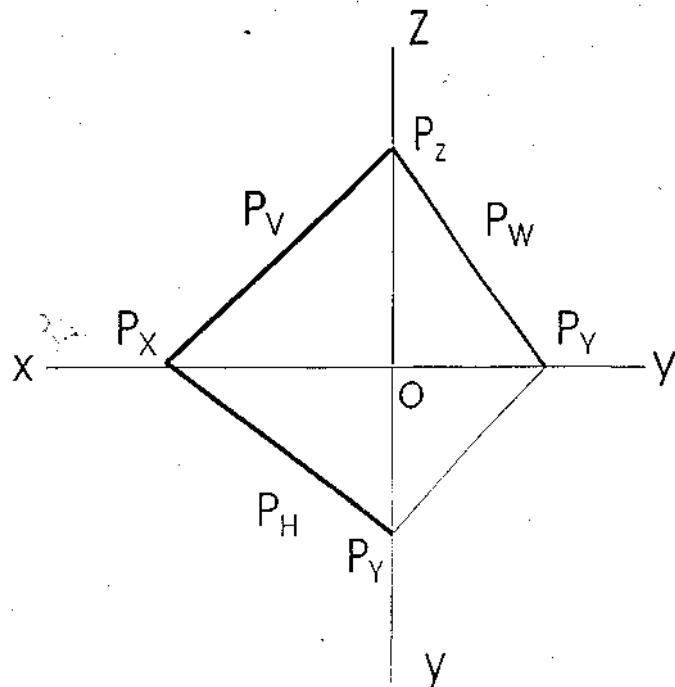


4.5– shakl

Birortatekislikning proyeksiyatekisligibilankesishuvchizig'ishutekislikningizideyil adi[1].



4.6– shakl

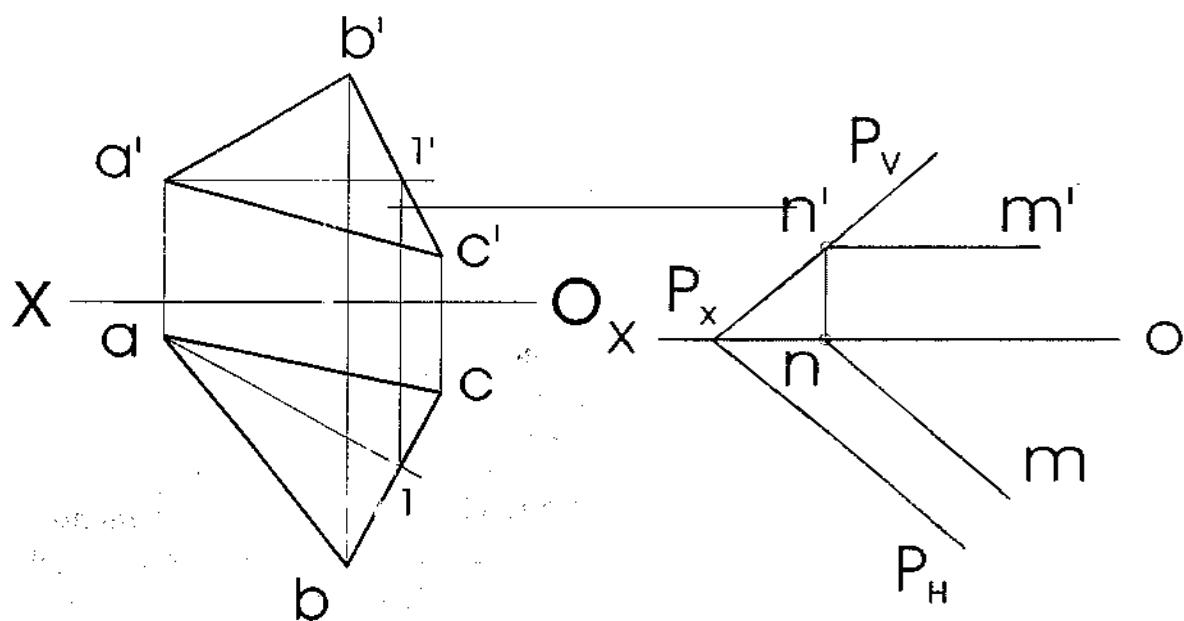


4.7– shakl

### Tekislikning bosh chiziqlari.

#### 1. Tekislikning gorizontallari.

Tekislikda yotgan va H tekislikka parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar tekislikning gorizontallari deyiladi.

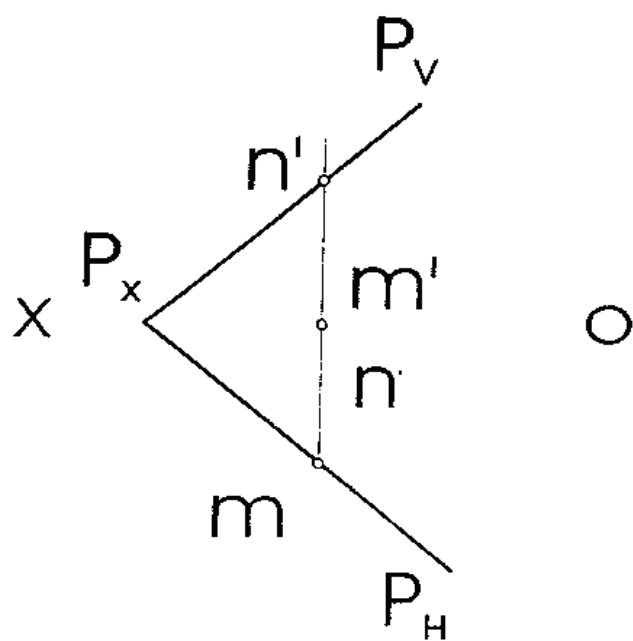
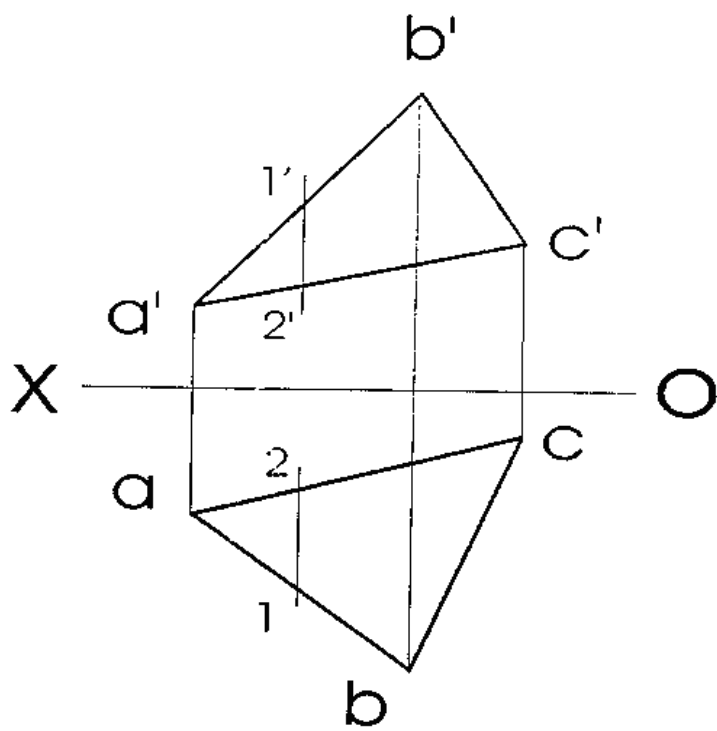


4.8– shakl



### 3. Tekislikning profillari

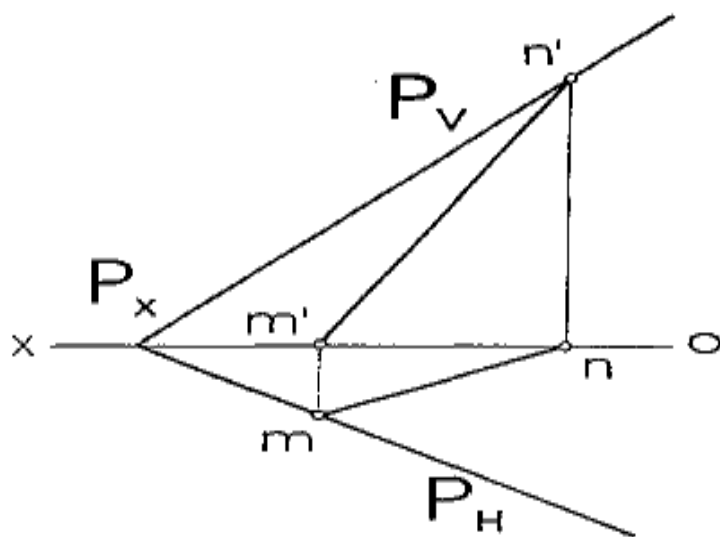
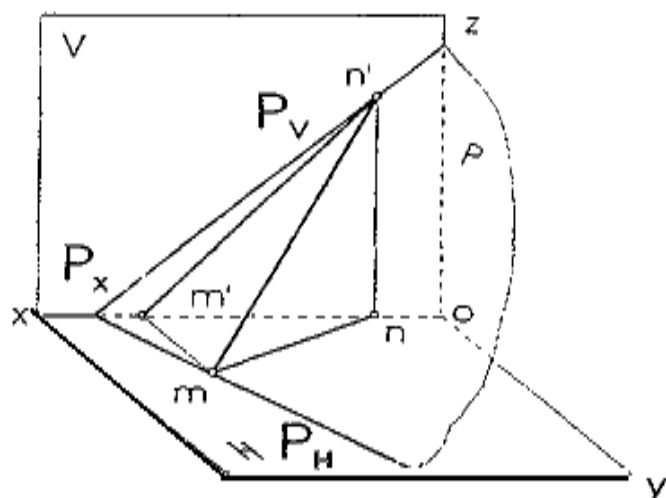
Tekislikda yotgan va profil tekislikka parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar tekislikning profili deyiladi.



4.10-shakl

#### 4. Tekislikning eng katta qiyalik chizig'i.

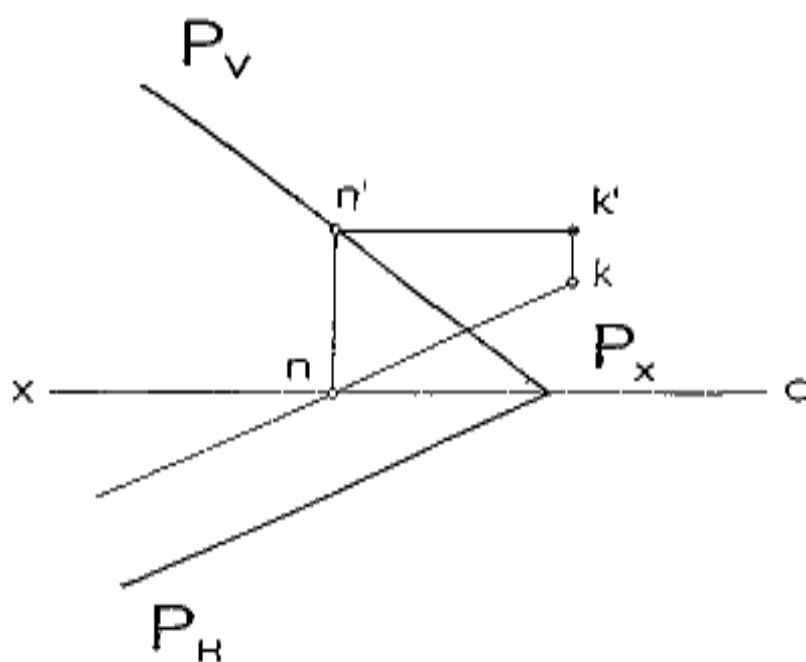
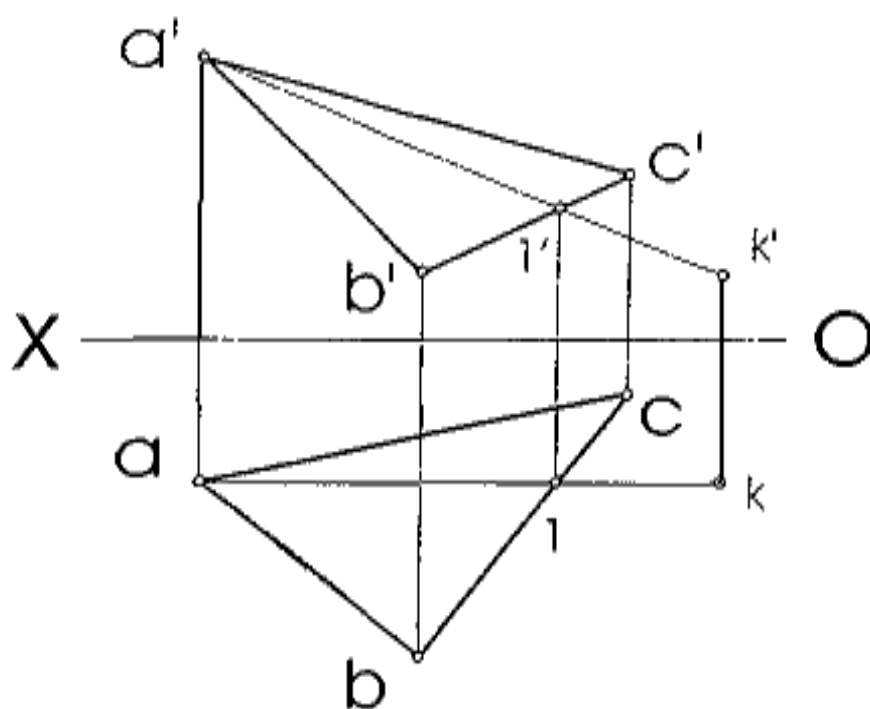
Tekislikda yotgan va tekislikning bosh chiziqlariga perpendikulyar bo'lgan chiziq tekislikning eng katta qiyalik chizig'i deyiladi.



4.10-shakl

### Tekislikda yotgan nuqtalar.

Agar nuqta fazoda biror tekislikda yotgan bo'lsa, bu nuqta orqali tekislikda cheksiz ko'p to'g'ri chiziq, tekislikning gorizontallarini va frontallarini o'tkazish mumkin



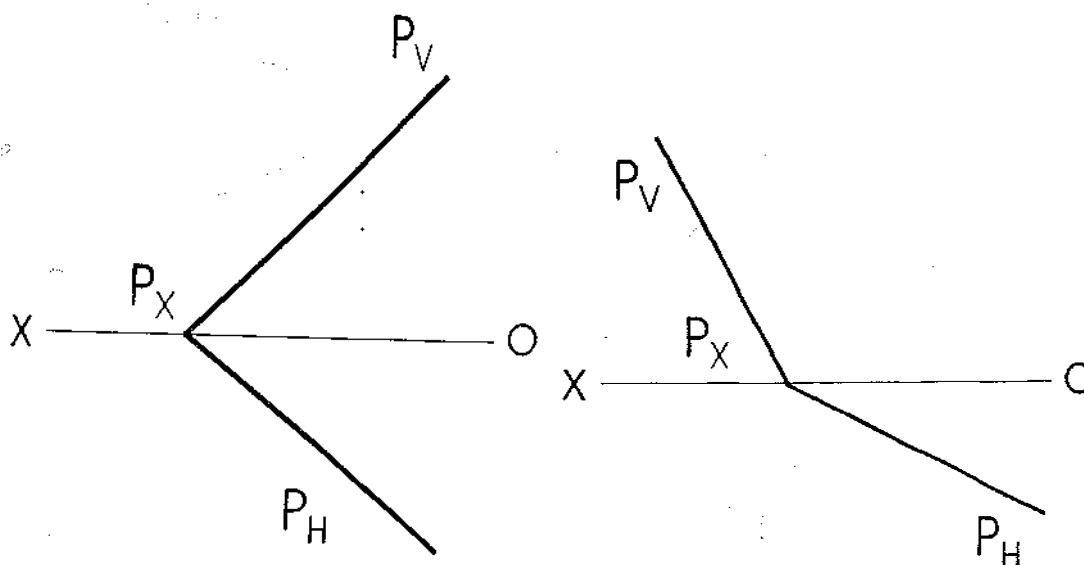
4.11-shakl



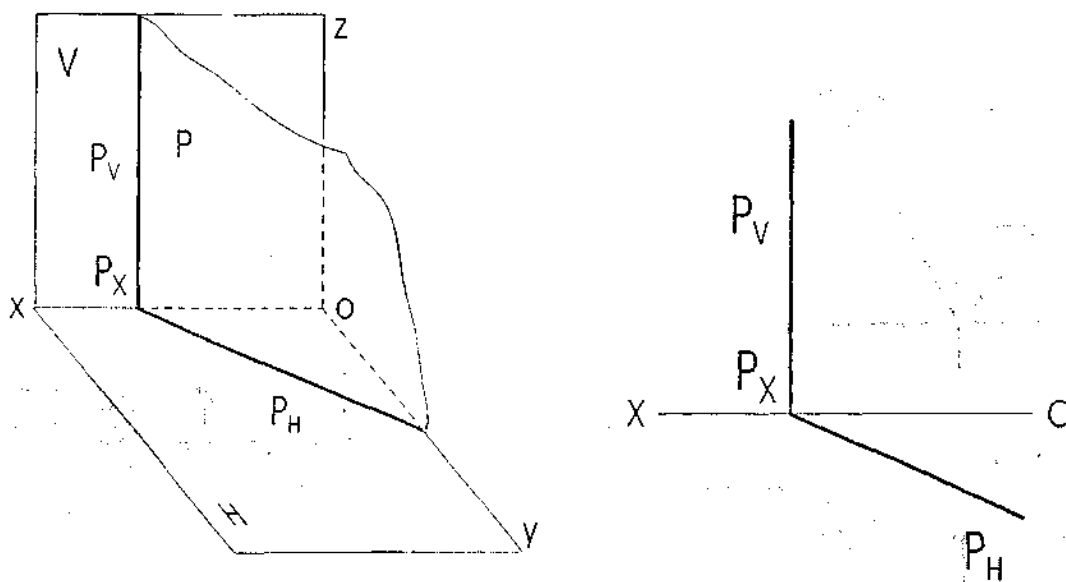
## 5- ma'ruza. Tekislikning proyeksiya tekisliklariga nisbatan turli vaziyatlari.

### 1. Umumiy vaziyatdagi tekislik.

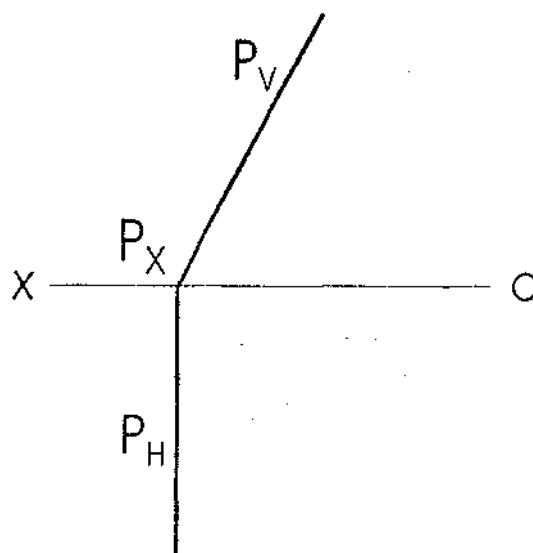
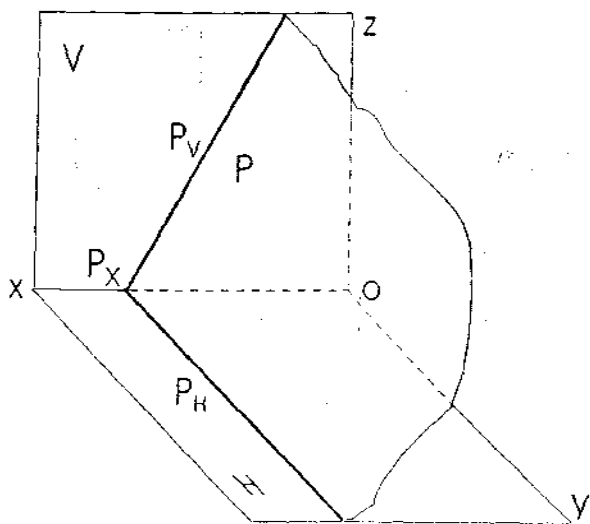
Agar tekislik proyeksiya tekisliklariga og'ma bo'lgan tekislik umumiy vaziyatdagi tekislik deyiladi. Bunday tekisliklar fazodagi vaziyatiga qarab proyeksiya tekisliklariga nisbatan o'tkir yoki o'tmas burchakli bo'lishi mumkin.



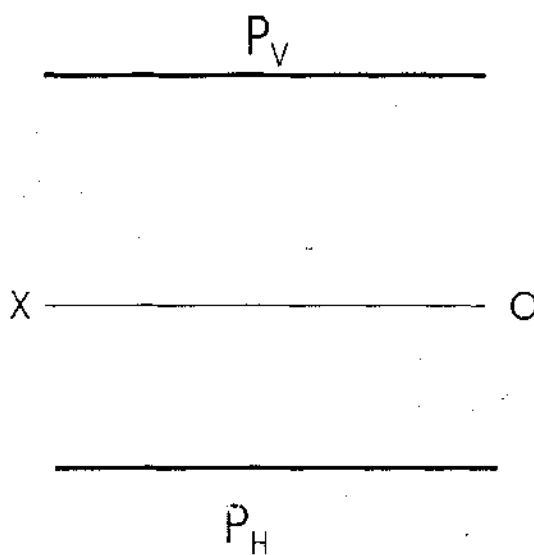
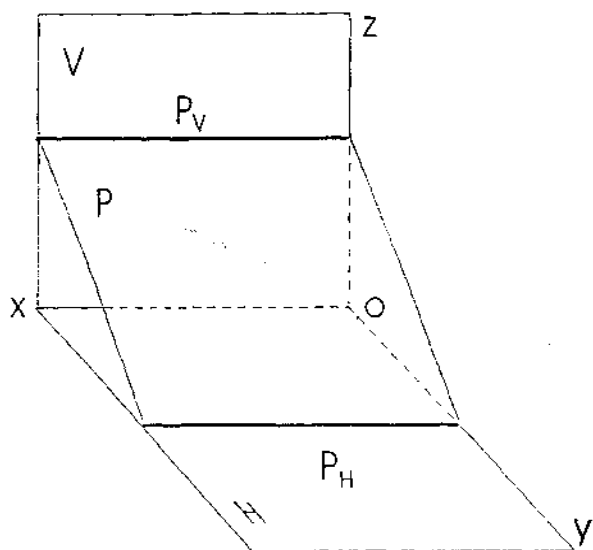
### 2. Proyeksiyalovchi tekisliklar. Gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik.



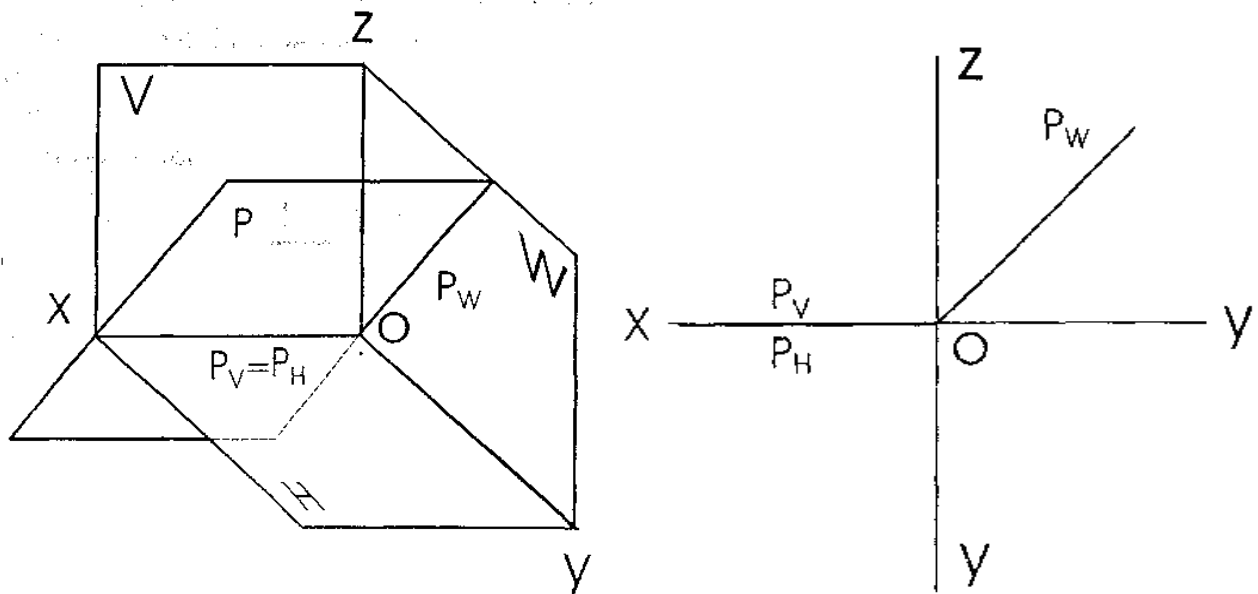
3. Frontal proyeksiyalovchi tekislik.



4. Profil proyeksiyalovchi tekislik [1]:

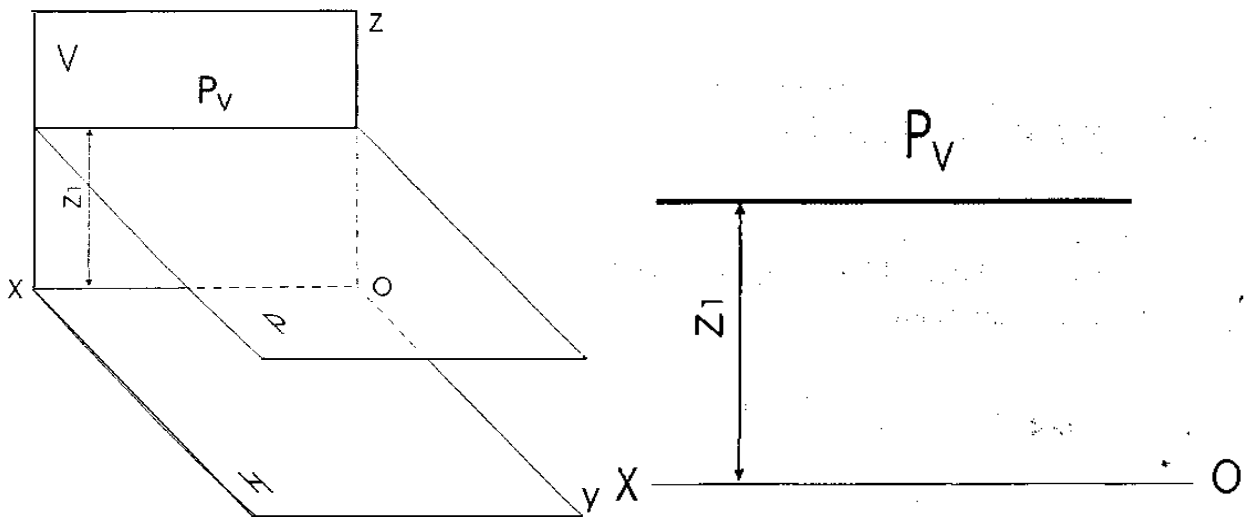


5. Bissektor tekislik.



## 6. Proyeksiya tekisliklariga parallel tekisliklar.

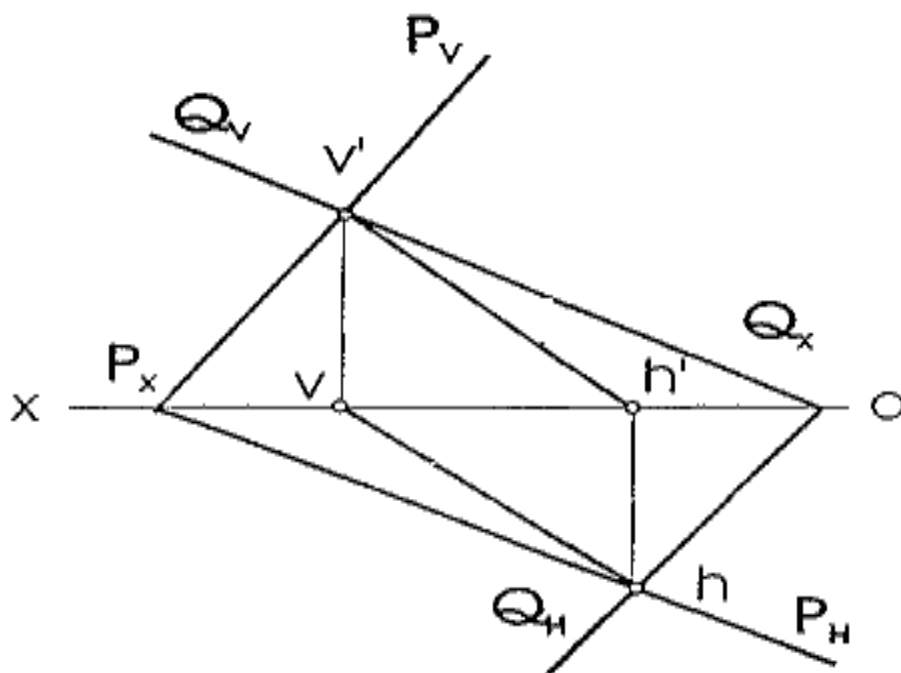
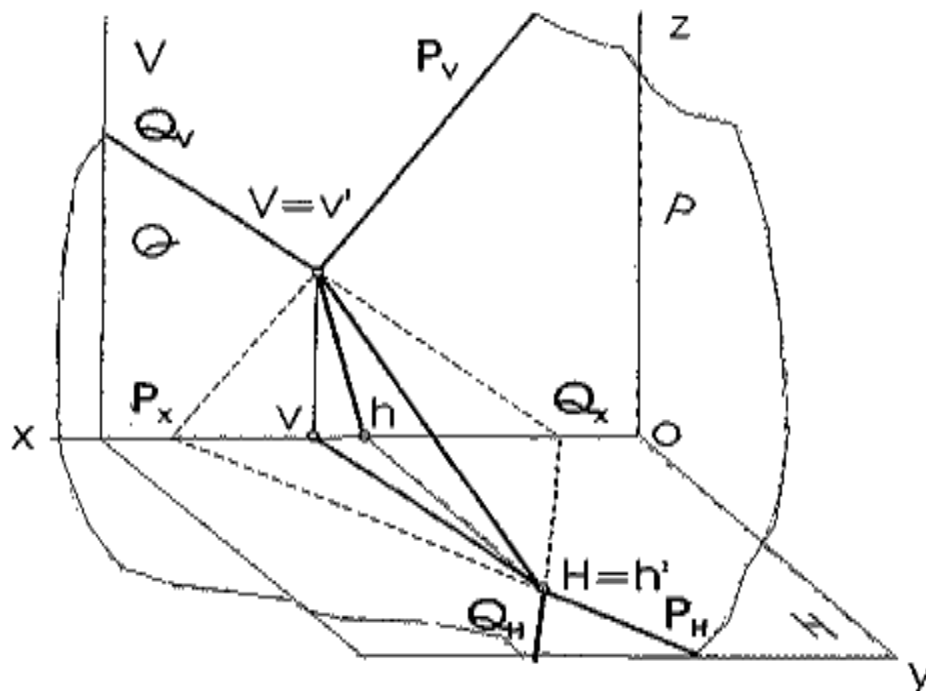
Agar tekislik gorizontal tekislikka parallel bo'lsa, u tekislik gorizontal deb, frontal tekislikka parallel bo'lsa, frontal tekislik deb, profil tekislikka parallel bo'lsa, profil tekislik deb ataladi.



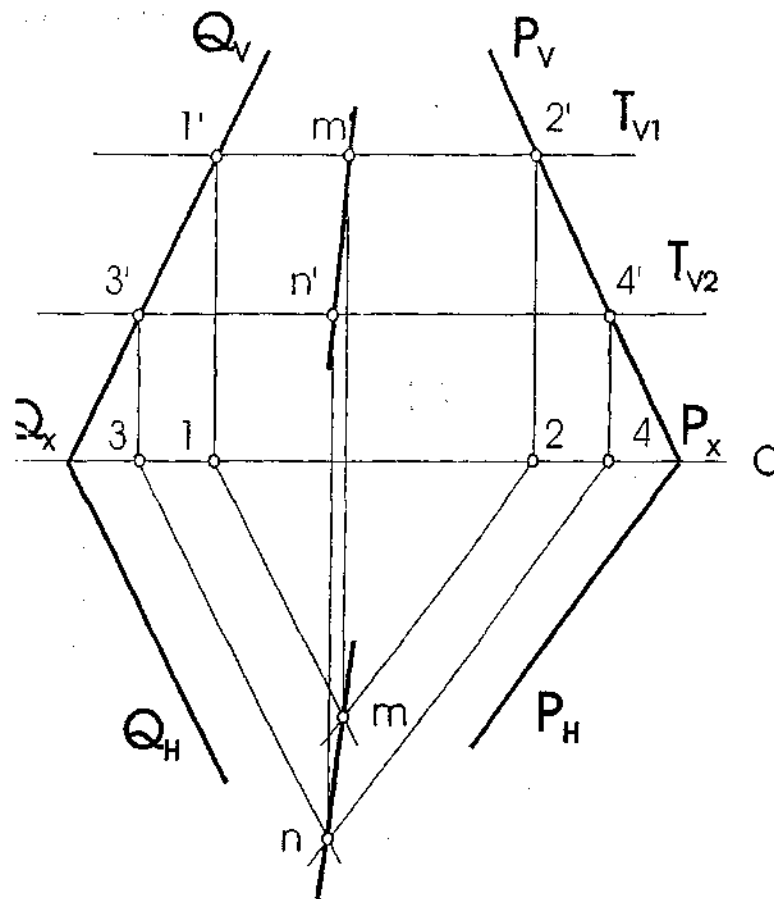
$P \parallel H$

## 7. Kesishuvchu tekisliklar.

Ikki tekislik to'g'ri chiziq bo'yicha kesishib, ikki yoqli burchaklar hosil qiladi. Tekislikning o'zaro kesishuv chizig'ini yasash uchun chiziqning ikki nuqtasini yoki bir nuqtasini va yo'nalishini topish kerak.



Agartekisliklarningumumiynuqtalarivayo'nalishlarinoma'lumbo'lsa, uholdayordamchitekisliklarusulidanfoydalaniladi.



Takrorlash uchim savollar.

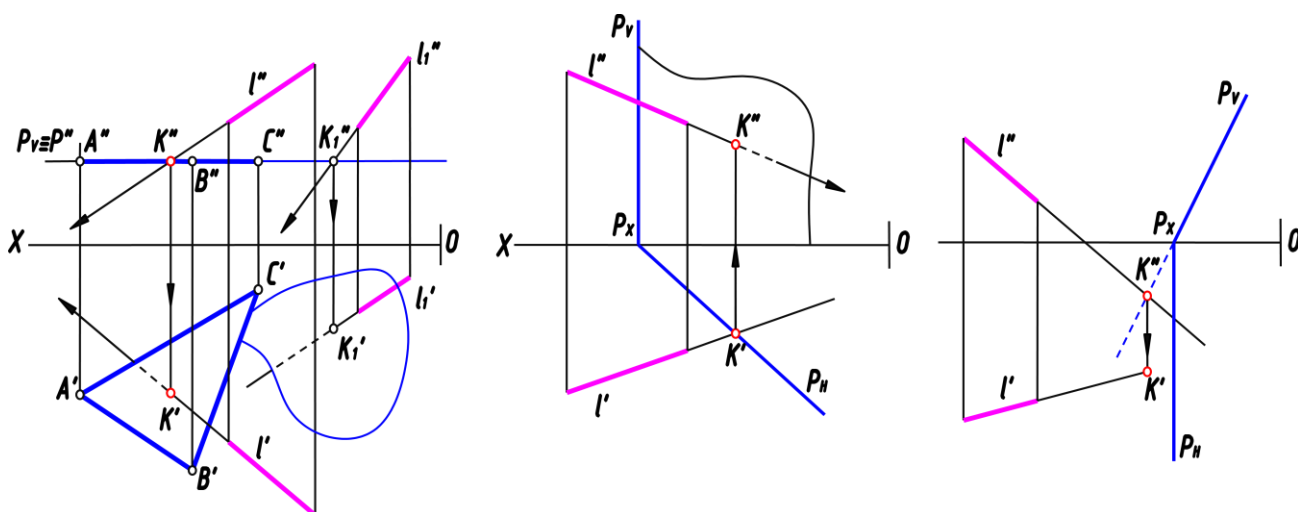
1. Ikki to'g'ri chiziq o'zaro qanday munosabatlarda bo'lishi mumkin?
2. Qanday nuqtalar konkurent nuqtalar deb ataladi?
3. Epyurda tekislik qanday usullar bilan beriladi?
4. Tekislikni o'zi nima?
5. Proyeksiyalovchi tekislikning qanday xossalari bor?

## 6 ma'ruza. To'g'ri chiziq va tekislikni kesishuvi

- To'g'ri chiziqning hususiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishgan nuqtasi

- Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishgan nuqtasi

To'g'ri chiziqning hususiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishgan nuqtasi



6.1. shakl

Proeksiyalovchi tekislikning bitta proeksiyasi uning ishchi izi bilan ustma-ust yotuvchi – yig'uvchi xususiyatidan foydalanib, to'g'ri chiziqning proeksiyalovchi tekislik bilan uchrashish nuqtasi ( $K$ ) ni osongina topsa bo'ladi, ya'ni izlanayotgan  $K$  nuqta to'g'ri chiziq va tekislikning ikkalasi uchun ham umumiy nuqta bo'lib, u bir baqtning o'zida to'g'ri chiziqda va proeksiyalovchi tekislikda yotadi, ya'ni  $K$  nuqtaning bitta proeksiyasi proeksiyalovchi tekislikning ishchi izida yotadi.

Agar to'g'ri chiziq tekislikka parallel yoki tegishli bo'lmasa bu to'g'ri chiziq tekislik bilan kesishadi.

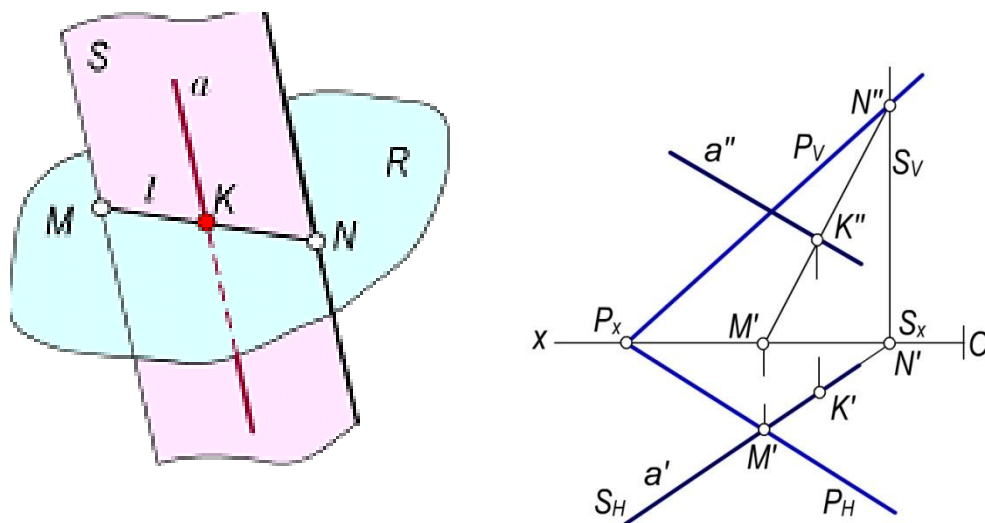
To'g'ri chiziq tekislik bilan kesishishi natijasida nuqta hosil bo'ladi.

Bu nuqtani aniqlash uchun qo'yidagi yasash algoritmlaridan foydalanadi:

1. Berilgan  $a$  to'g'ri chiziqdan yordamchi  $S$  tekislik o'tkaziladi:  $a \subset S$

2.  $P$  va  $S$  tekisliklarning kesishish  $l$  chizig‘i yasayladi:  $S \cap R = l$

3. to‘g‘ri chiziqning  $l$  bilan kesishgan nuqtasi  $K = a \cap l$  bo‘ladi.



6.2. shakl

Natijada,  $K$  nuqta  $a$  to‘g‘ri chiziqqa va  $P$  tekislikka tegishli umumiy nuqta bo‘ladi. Odatda, yordamchi  $S$  tekislikni proyeksiyalovchi vaziyatda o‘tkaziladi.

Chizmada  $a(a', a'')$  to‘g‘ri chiziqning  $P(P_H, P_V)$  tekislik bilan kesishish nuqtasi  $K$  ning  $K'$  va  $K''$  proyeksiyalarini yuqorida keltirilgan yasash algoritmlari bo‘yicha aniqlaymiz .

Buning uchun:

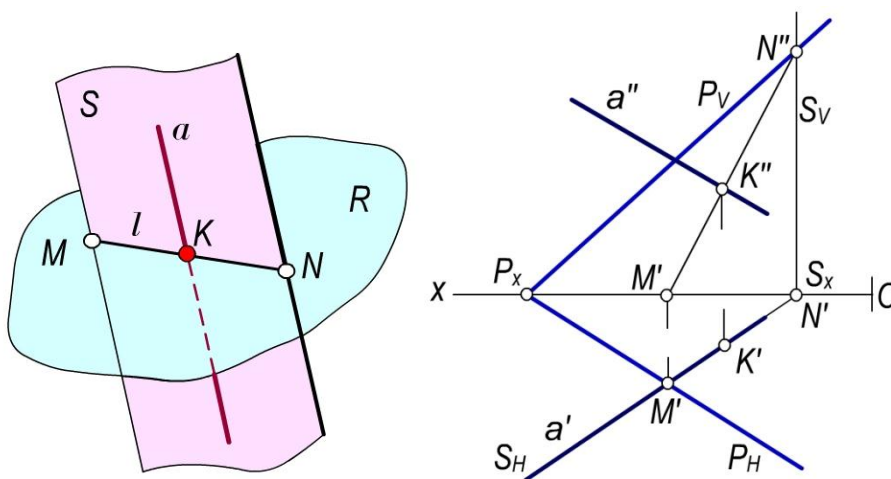
- To‘g‘ri chiziqning  $a'$  proyeksiyasidan yordamchi gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning  $S_H$ izini o‘tkaziladi.
- $S$  va  $P$  tekisliklarning kesishuv chizig‘ining  $l'$  va  $l''$  proyeksiyalarni yasaladi. Buning uchun tekisliklar izlarining kesishish nuqtalarining proyeksiyalari  $M', M''$  va  $N', N''$  dan foydalaniladi.
- $a$  to‘g‘ri chiziqning frontal  $a''$  proyeksiyasi  $S$  va  $P$  tekisliklarning kesishish chizig‘i  $l$  ning frontal  $l''$  proyeksiyasi bilan kesishib  $K$  nuqtaning  $K''$  proyeksiyasi aniqlanadi:  $K'' = a'' \cap l''$ .

- $K$  nuqtaning  $K'$  proyeksiyasi tekislikning  $S_H$  iziga yoki  $a$  to'g'ri chiziqning  $a'$  proyeksiyasiga tegishli bo'ladi:  $K' \in a'$  va  $K' \in S_H$ .
- Yuqoridagi misolni  $a$  to'g'ri chiziq orqali frontal proyeksiyalovchi tekislik o'tkazish yo'li bilan ham echish mumkin.

**To'g'ri chiziq bilan umumiy vaziyatdagi tekislikning uchrashuv nuqtasi.**

**Ta'rif.** Agar ikki tekislik umumiy to'g'ri chiziqqa ega bo'lsa, bu tekisliklar o'zaro kesishuvchi tekisliklar deyiladi.

- Agar to'g'ri chiziq tekislikka parallel yoki tegishli bo'lmasa bu to'g'ri chiziq tekislik bilan kesishadi.
- To'g'ri chiziq tekislik bilan kesishishi natijasida nuqta hosil bo'ladi;
- Bu nuqtani aniqlash uchun qo'yidagi yasash algoritmlaridan foydalanadi;
- Berilgan  $a$  to'g'ri chiziqdan yordamchi  $S$  tekislik o'tkaziladi:  $a \subset S$
- $P$  va  $S$  tekisliklarning kesishish  $l$  chizig'i yasayladi:  $S \cap R = l$
- $a$  to'g'ri chiziqning  $l$  bilan kesishgan nuqtasi  $K = a \cap l$  bo'ladi.



6.3. shakl

1. Natijada,  $K$  nuqta  $a$  to'g'ri chiziqqa va  $P$  tekislikka tegishli umumiy nuqta bo'ladi. Odatda, yordamchi  $S$  tekislikni proyeksiyalovchi vaziyatda o'tkaziladi.

2. Chizmada  $a(a', a'')$  to'g'ri chiziqning  $P(PH, PV)$  tekislik bilan kesishish nuqtasi  $K$  ning  $K'$  va  $K''$  proyeksiyalarini yuqorida keltirilgan yasash algoritmlari bo'yicha aniqlaymiz. Buning uchun:

3. To'g'ri chiziqning  $a'$  proyeksiyasidan yordamchi gorizonta proyeksiyalovchi Stekislikning  $S_H$  izini o'tkaziladi.

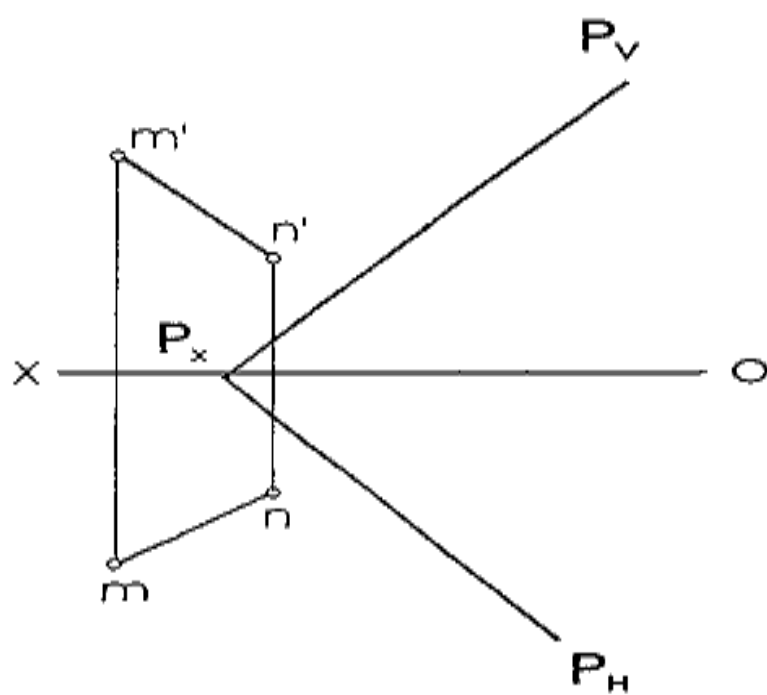
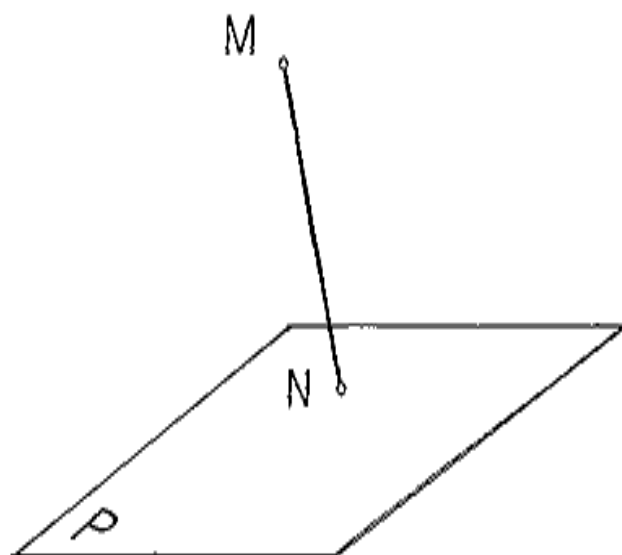
4.  $S$  va  $P$  tekisliklarning kesishuv chizig'ining  $l'$  va  $l''$  proyeksiyalarni yasaladi. Buning uchun tekisliklar izlarining kesishish nuqtalarining proyeksiyalari  $M', M''$  va  $N', N''$  dan foydalaniladi.

5.  $a$  to'g'ri chiziqning frontal  $a''$  proyeksiyasi  $S$  va  $P$  tekisliklarning kesishish chizig'i  $l$  ning frontal  $l''$  proyeksiyasi bilan kesishib  $K$  nuqtaning  $K''$  proyeksiyasi aniqlanadi:  $K'' = a'' \cap l''$ .

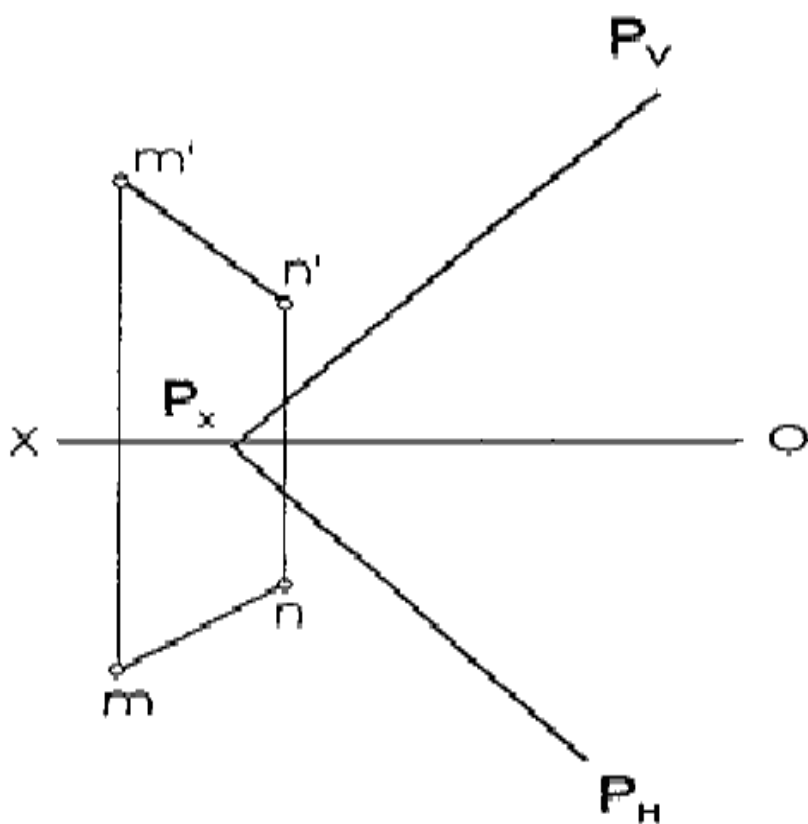
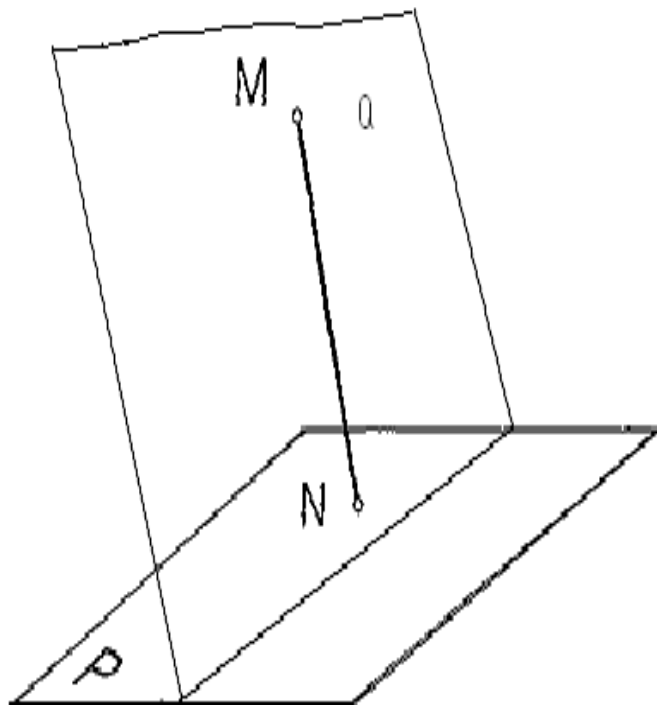
6.  $K$  nuqtaning  $K'$  proyeksiyasi tekislikning  $S_H$  iziga yoki  $a$  to'g'ri chiziqning  $a'$  proyeksiyasiga tegishli bo'ladi:  $K' \in a'$  va  $K' \in S_H$ .

Soddalashtirib, quyidagini aytish mumkin: To'g'ri chiziq bilan tekislikning uchrashuv nuqtasini topish uchta bosqichda bajariladi:

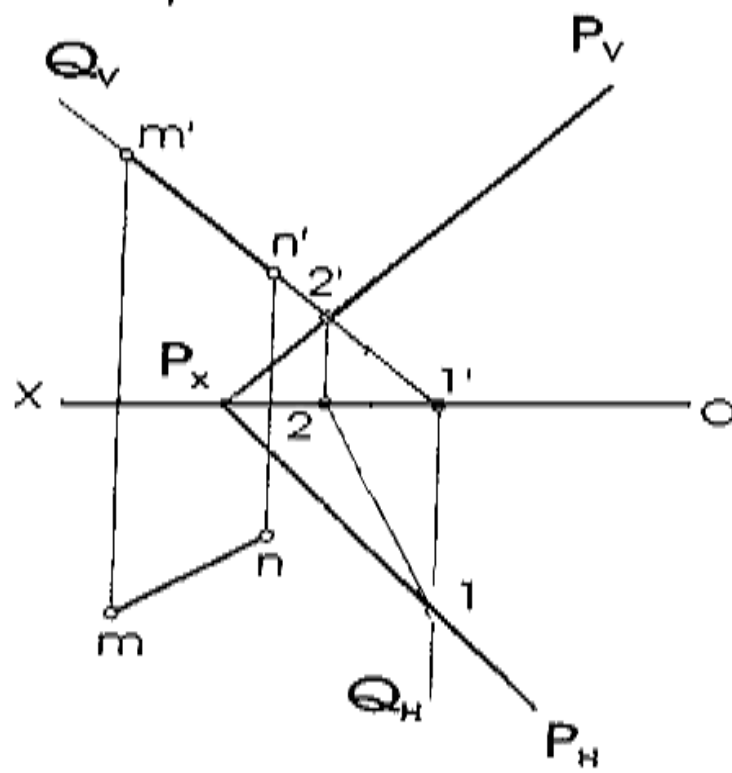
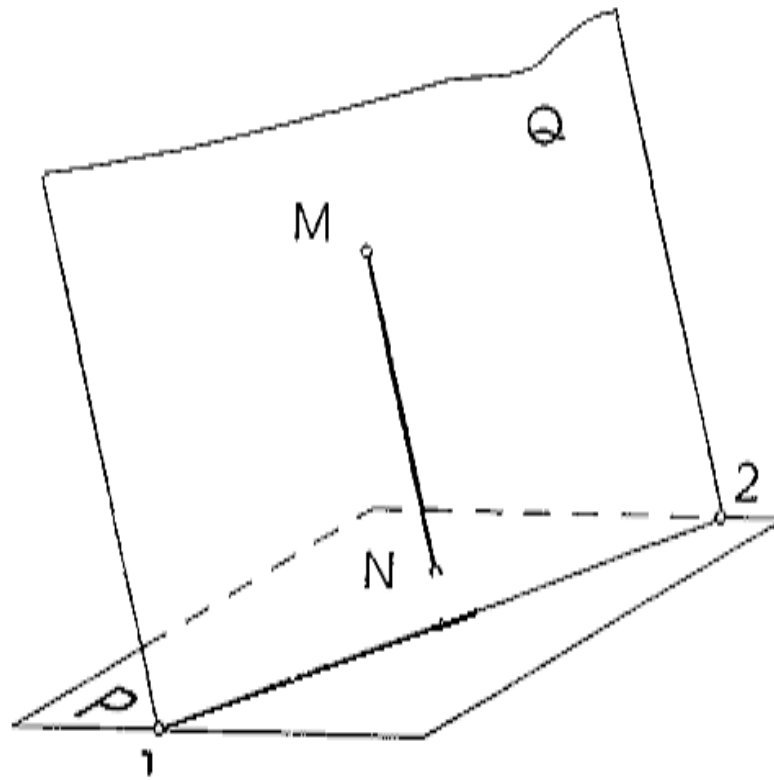
1. berilgan to'g'ri chiziq orqali yordamchi tekislik o'tkazish,
2. yordamchi tekislik bilan tekislikning kesishuv chizig'ini topish,
3. yasalgan yordamchi chiziq bilan berilgan to'g'ri chiziqning kesishuv nuqtasini topish kerak.



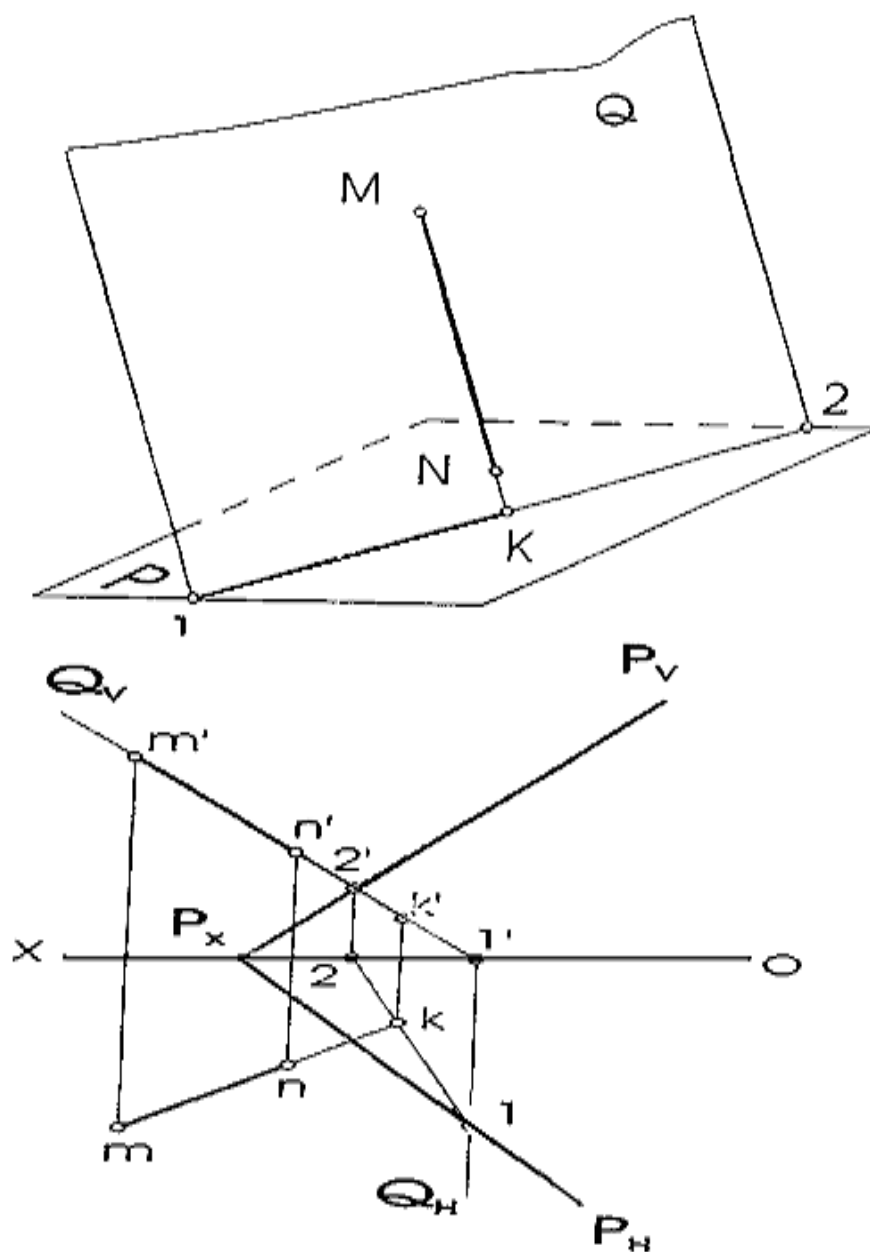
6.4. shakl



6.5. shakl



6.6. shakl



6.7. shakl

Takrorlash uchun savollar.

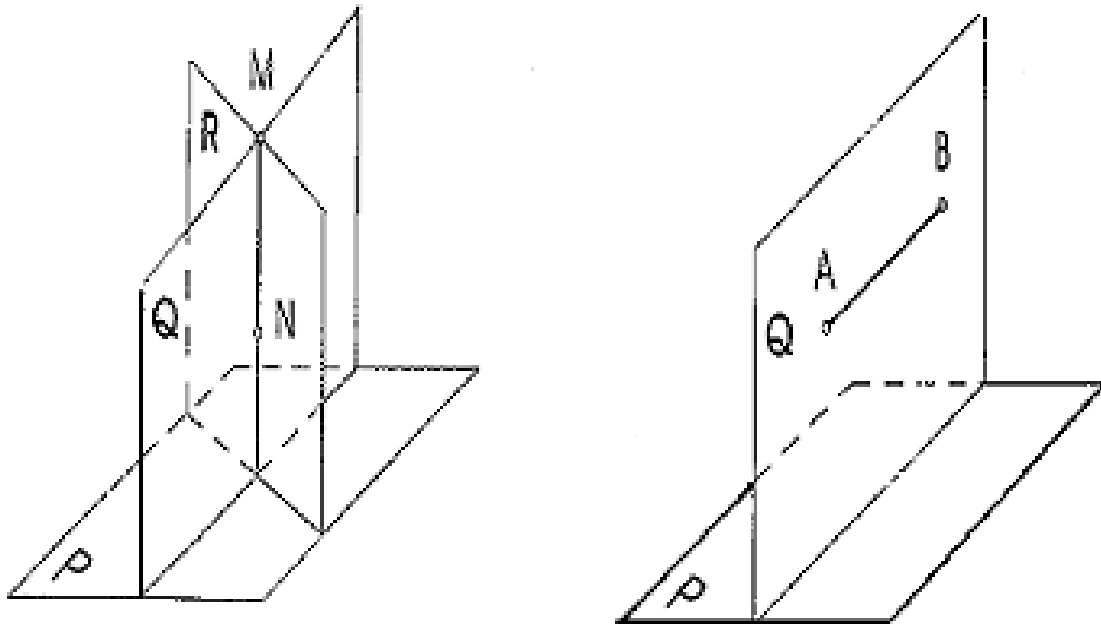
1. Qanday qilib epyurda ma'lum nuqta orqali berilgan tekislikka parallel bo'lgan chiziq o'tkazish mumkin?
2. Epyurda to'g'ri chiziq bilan tekislikning kesishuv nuqtasi proyeksiyalarini yasashning umumiy usuli nimadan iborat?
3. Xususiy vaziyatdagi tekislik bilan to'g'ri chiziqning uchrashish nuqtasini qanday topiladi?



proyeksiyasiga perpendikulyar, to'g'ri chiziqning frontal proyeksiyasi tekislikning frontal iziga yoki frontallarining frontal proyeksiyasiga perpendikulyar bo'ladi.

### **Ikki tekislikning perpendikulyarligi.**

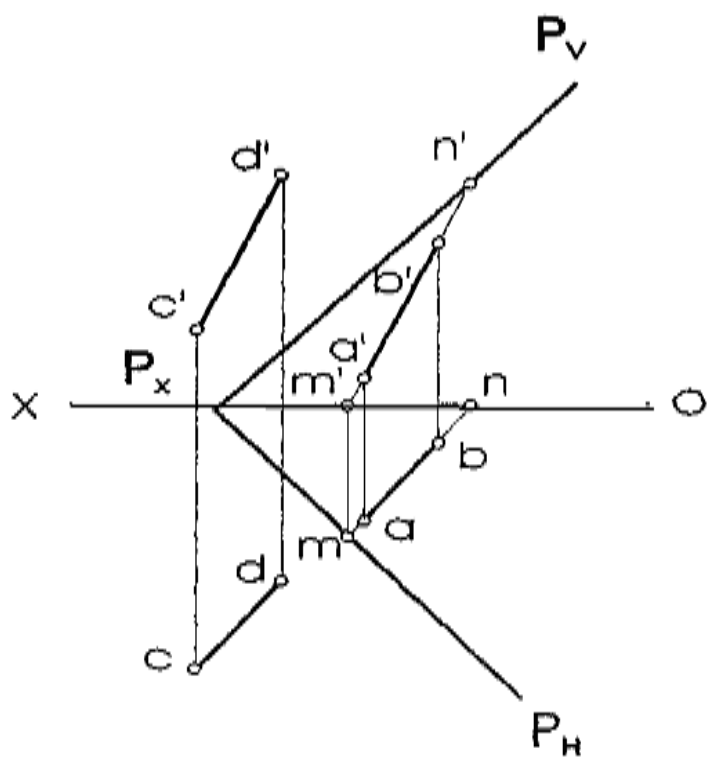
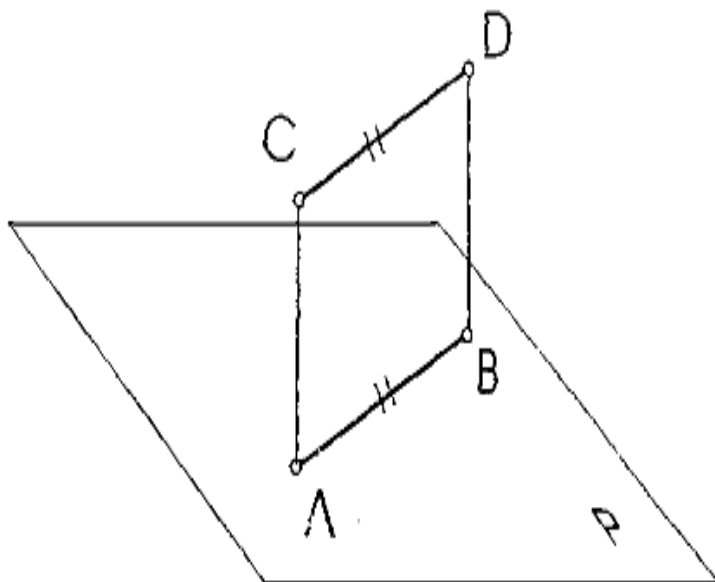
Tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq orqali o'tkazilgan tekislik berilgan tekislikka perpendikulyar bo'ladi.



7.2. shakl

Berilgan MN to'g'ri chizig'i orqali cheksiz ko'p perpendikulyar tekisliklar o'tkazish mumkin. Agar berilgan to'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar bo'lmasa u holda bu to'g'ri chiziq orqali faqat bitta perpendikulyar tekislik o'tkazish mumkin.

**Tekislikka parallel to'g'ri chiziqlar**

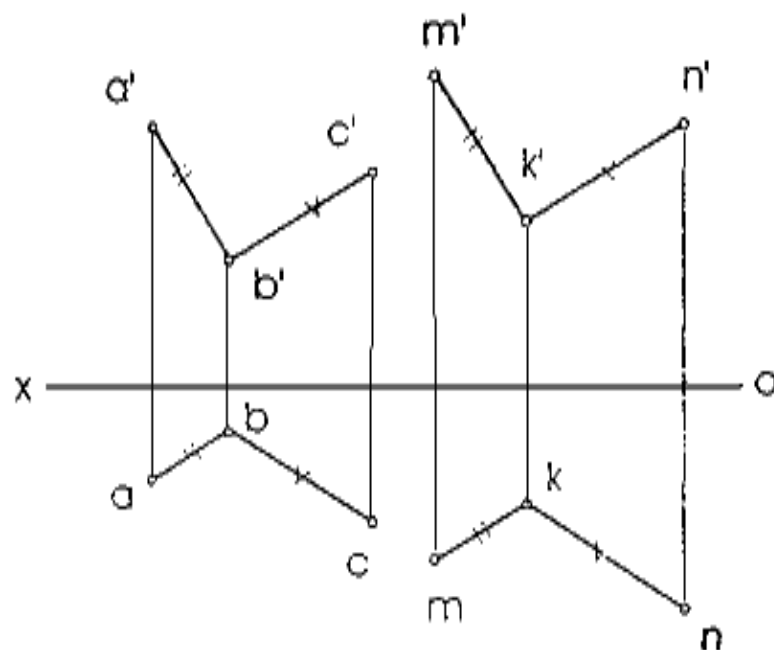
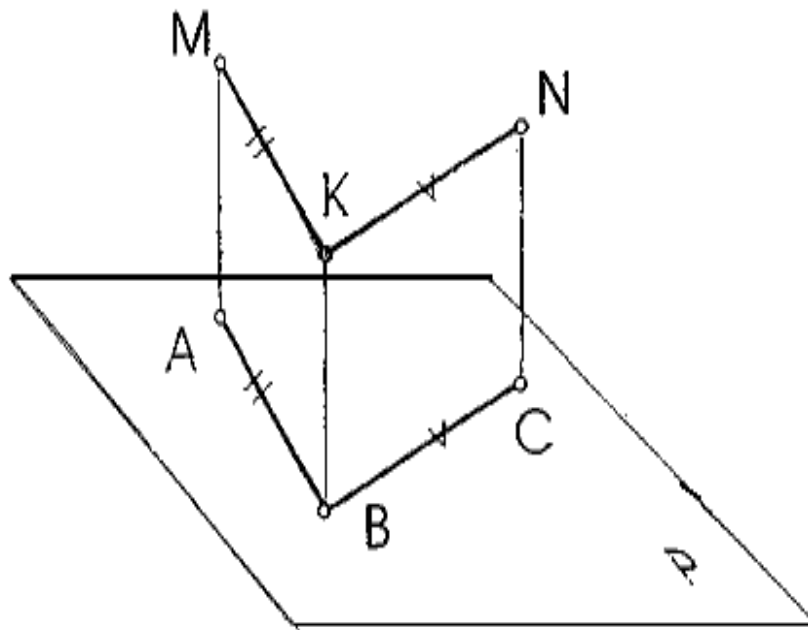


$$(CD) \parallel (AB) \Rightarrow (CD) \parallel P$$

7.3. shakl

Agar to'g'ri chiziq tekislikda yotgan biror bir to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, u holda bu chiziq tekislikka ham parallel bo'ladi.

### Tekisliklarning parallelligi



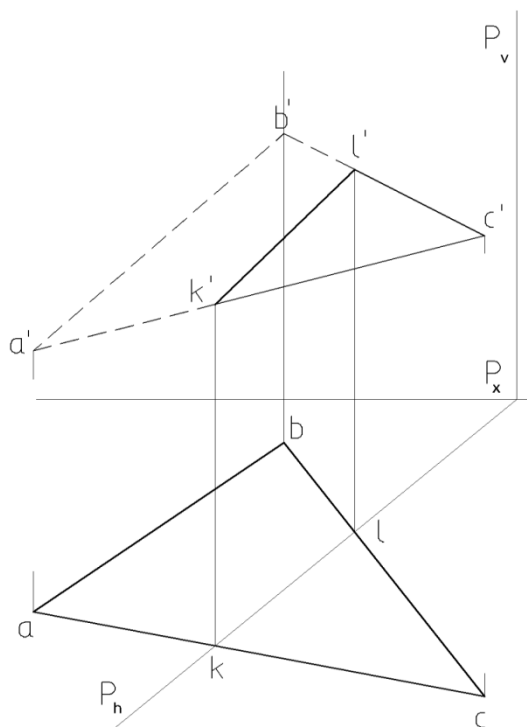
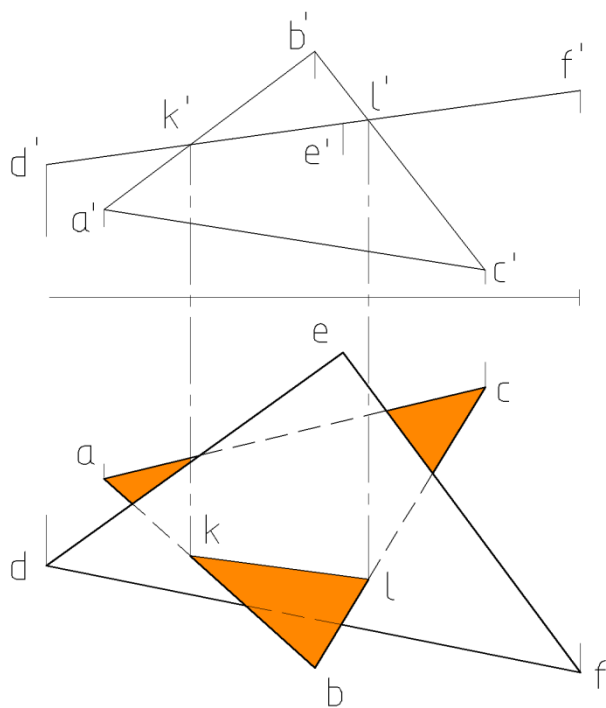
7.4. shakl

## 8 ma'ruza. Tekisliklarning kesichuvi.

-Xususiy vaziyatdagi tekislik bilan umumiy vaziyatdagi tekislikni kesishuvi

-Umumiy vaziyatdagi tekisliklarni kesishuvi

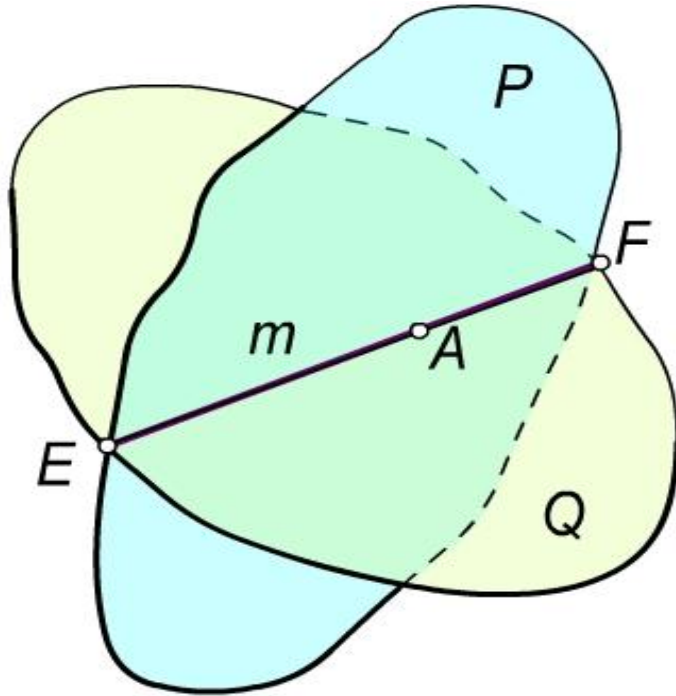
**Xususiy vaziyatdagi tekislik bilan umumiy vaziyatdagi tekislikni kesishuvi.**



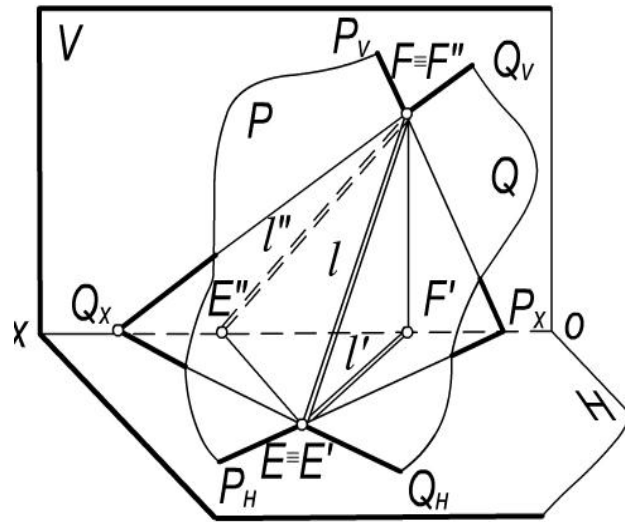
8.1. shakl.

## Umumiy vaziyatdagi tekisliklarni kesishuvi

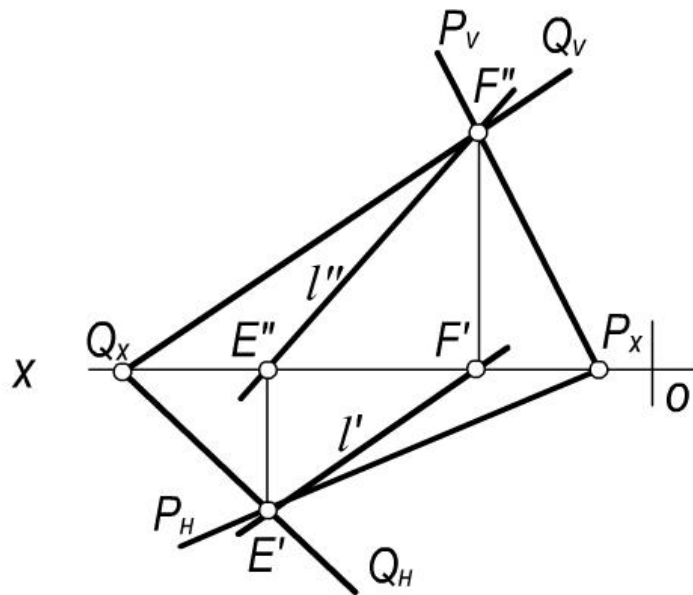
Ikki  $P$  va  $Q$  tekisliklar  $m$  to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi, ya'ni  $Q \cap P = m$ .



$$E = Q_H \cap P_H \text{ va } F = Q_V \cap P_V.$$

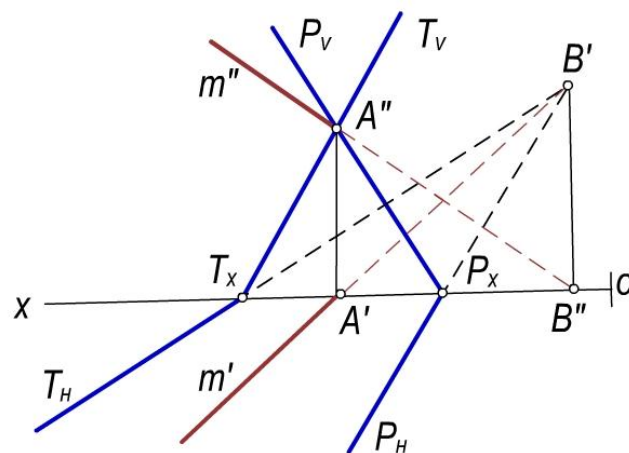
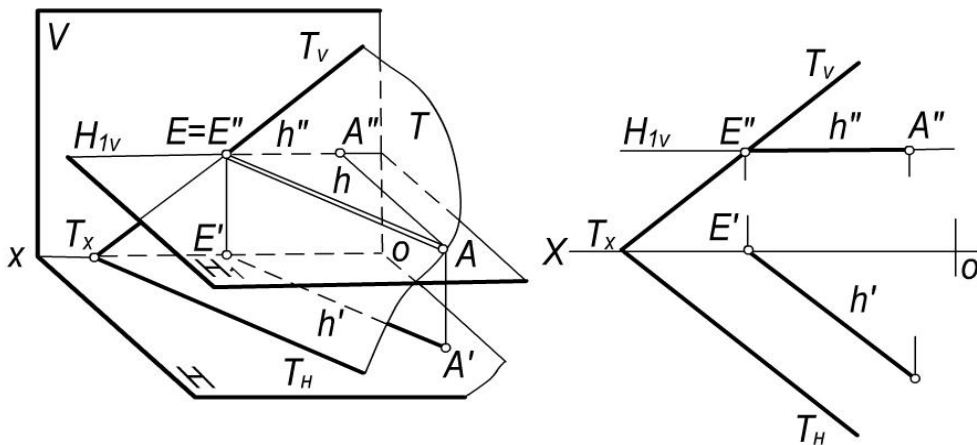


Bu nuqtalar o‘zaro tutashtirilsa  $Q$  va  $P$  tekisliklarning  $l$  kesishuv chizig‘i hosil bo‘ladi:  $l = Q \cap P$ .



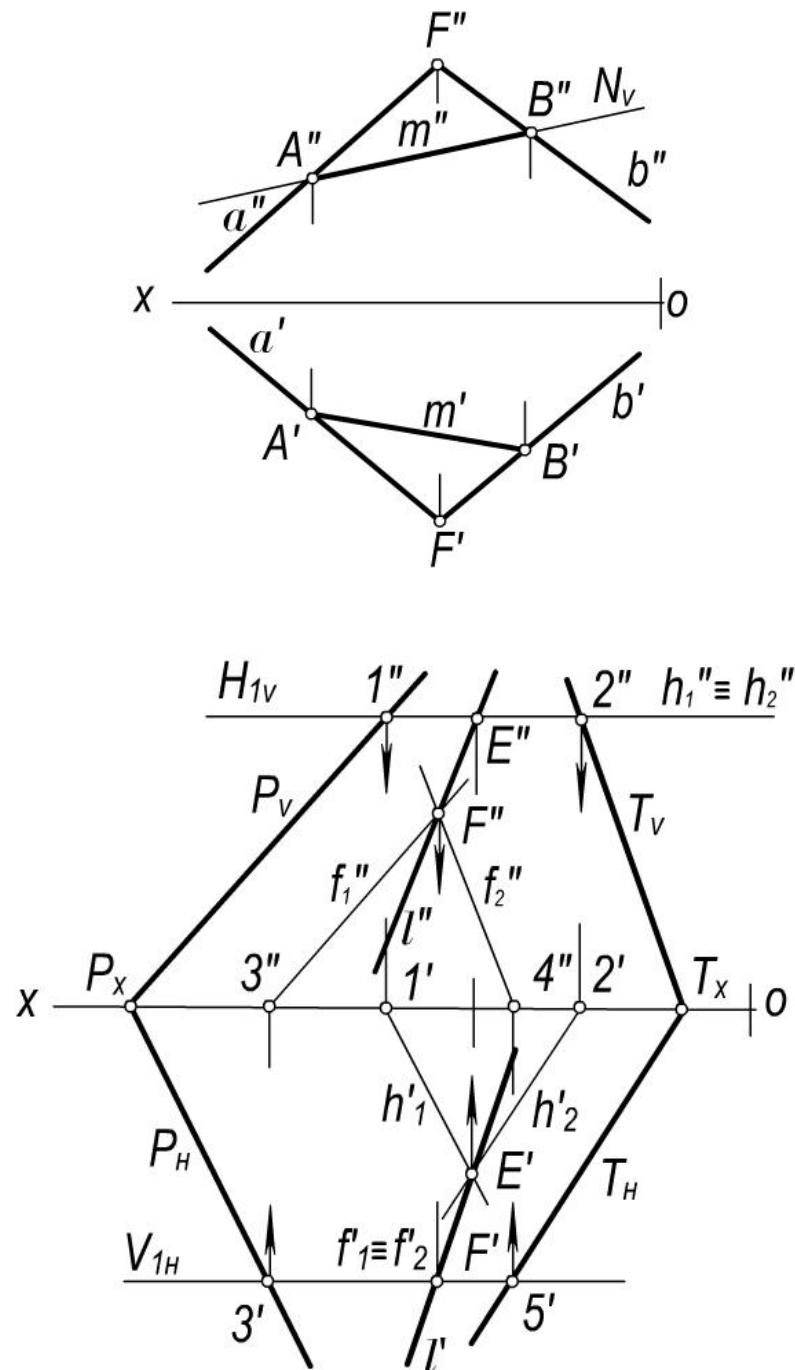
8.2. shakl

- Tekisliklarning kesishish chizig'ining proyeksiyalarini yasash uchun tekisliklarning bir nomli izlarining kesishish  $E$  va  $F$  nuqtalarining  $E', E''$  va  $F', F''$  proyeksiyalari aniqlanadi va nuqtalarning bir nomli proyeksiyalari o'zaro tutashtiriladi.
- Agar tekisliklarning izlari birinchi oktantda kesishmasa u holda bir nomli izlarini davom ettirib ularning kesishuv nuqtasini boshqa oktantda topish bilan kesishuv chizig'i nuqtalarining proyeksiyalarini yasash mumkin.
- Kesishuvchi tekisliklarning biri gorizontal tekislik bo'lsa, bu tekisliklar gorizontal chiziq bo'yicha kesishadi.



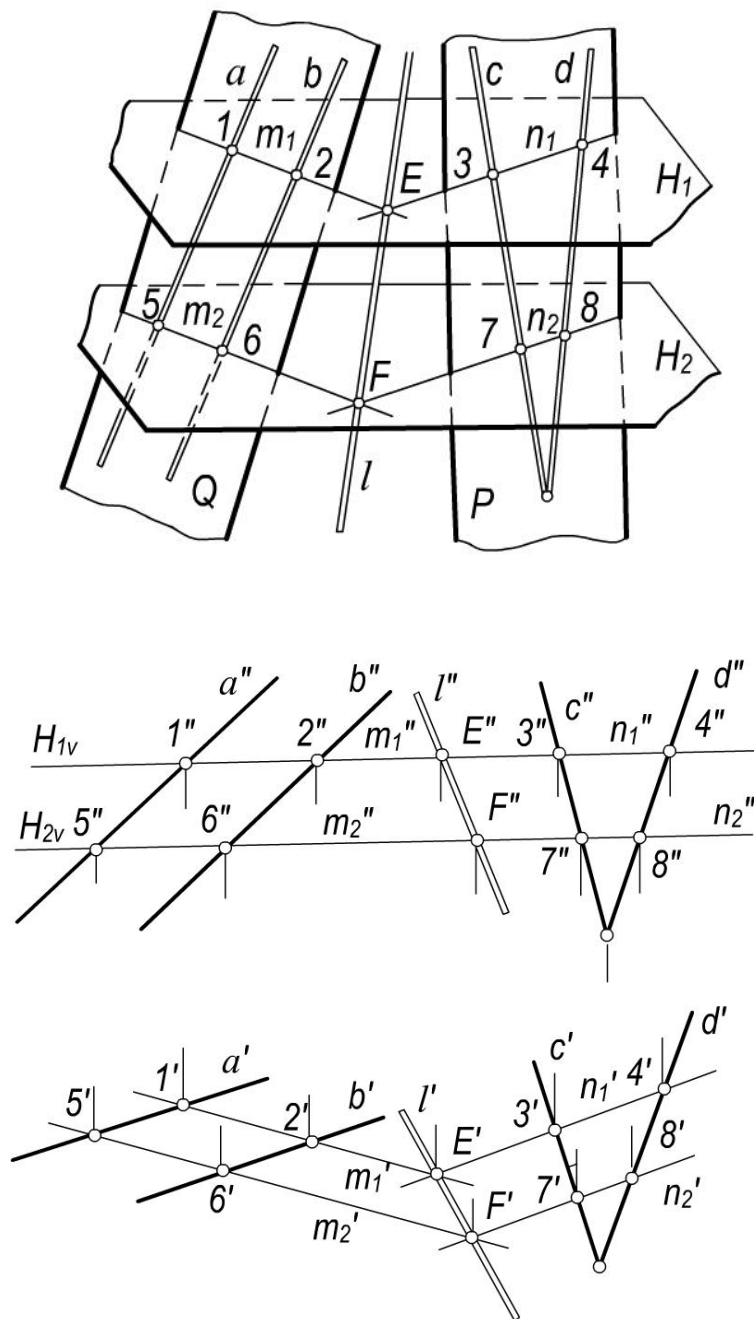
8.3. shakl

- Kesishuvchi tekisliklarning biri proyeksiyalovchi tekislik bo'lsa, proyeksiyalovchi tekislikning xossasiga muvofiq, ularning kesishish chizig'ining proyeksiyalaridan biri proyeksiyalovchi tekislikning izida bo'ladi.
- Kesishuvchi tekisliklarning bir nomli izlari chizma chegarasida kesishmasa, ularning kesishish chizig'ini yordamchi tekisliklar vositasida aniqlash mumkin. Masalan, umumiy vaziyatdagi  $P(P_H, P_V)$  va  $T(T_H, T_V)$  tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun  $H_1$  gorizontal va  $V_1$  frontal tekisliklardan foydalaniladi.



8.4. shakl

- Umumiy vaziyatdagi  $a \parallel b$  va  $c \cap d$  chiziqlar bilan berilgan  $Q$  va  $P$  tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun gorizontalar  $H_1$  va  $H_2$  tekisliklar o'tkazilgan.
- Dastlab  $H_1$  tekislikning  $Q$  va  $P$  tekisliklar bilan kesishish chiziqlarini aniqlash uchun tekisliklarni  $a, b$  va  $c, d$ , chiziqlarini 1, 2 va 3, 4 nuqtalarda kesganligi belgilanadi. Bu nuqtalarni o'zaro tutashtirganda,  $m_1$  va  $n_1$  chiziqlar hosil bo'ladi, ya'ni:  $H_1 \cap Q = m_1$  va  $H_1 \cap P = n_1$  bo'ladi.  $m_1$  va  $n_1$  to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi  $E = m_1 \cap n_1 = Q \cap P$  va  $P$  tekisliklarga umumiy bo'lgan birinchi nuqtadir.



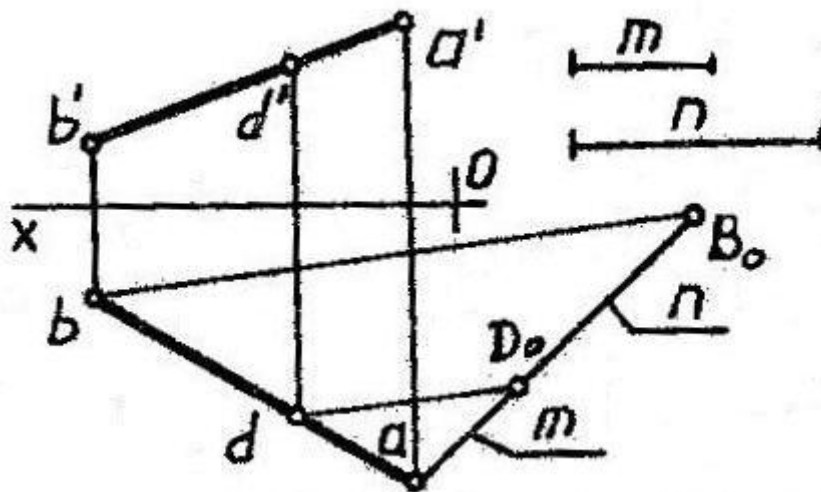
8.5. shakl

## 9- ma'ruza. Umumiy usullar bilan kompleks masalalar echish

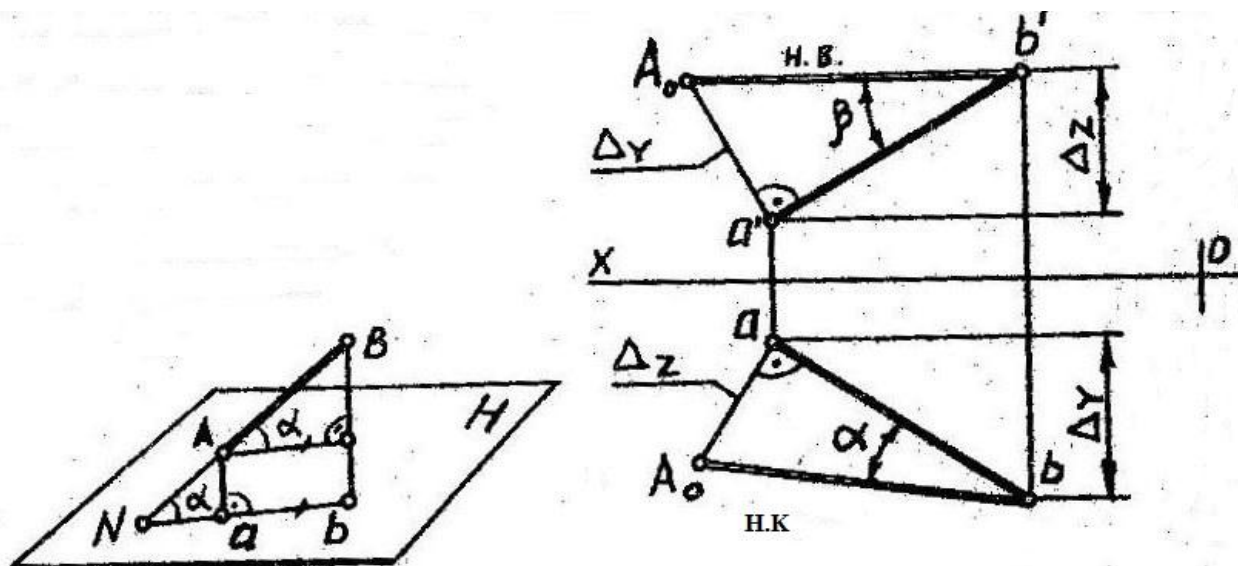
Ba'zi murakkab (kompleks) masalalarni echishda ayrim oddiy masalalarni ketma-ket qo'llab, natijaga erishish mumkin. Bunday oddiy masalalar asosiy masalalar deyiladi.

### Asosiy masalalar:

1 masala - To'g'ri chiziq kesmasini berilgan nisbatga bo'lish.

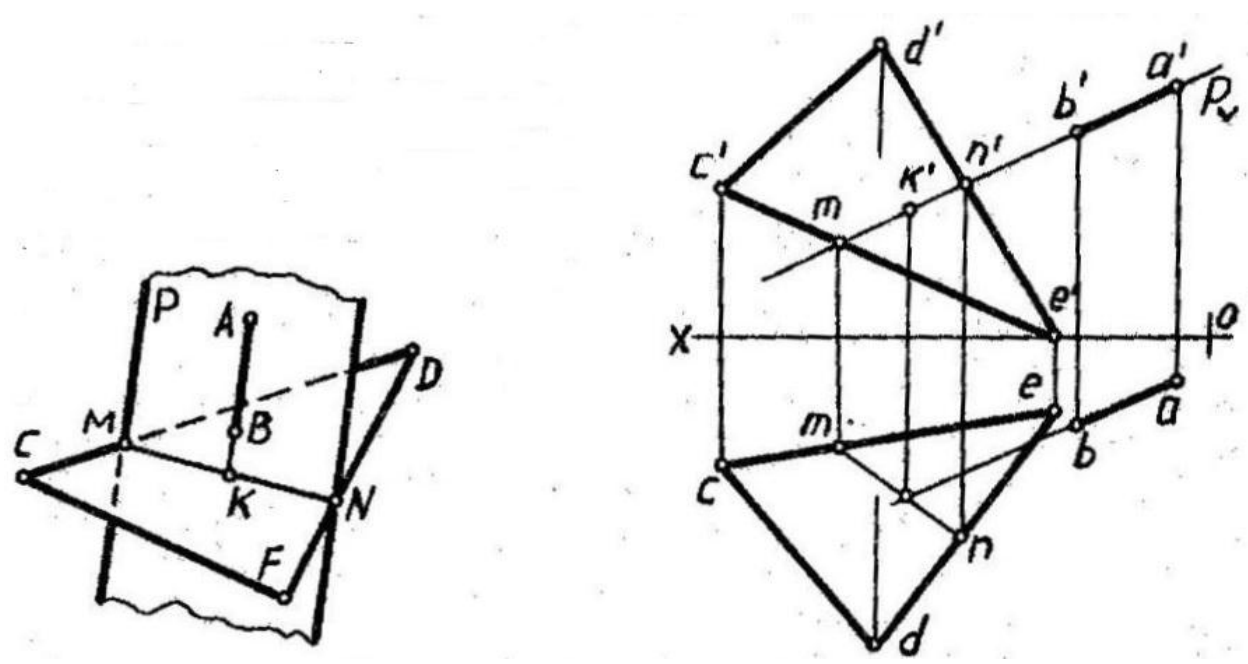


2 masala - Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy kattaligi va uning proeksiya tekisliklariga og'ish burchaklarini aniqlash.

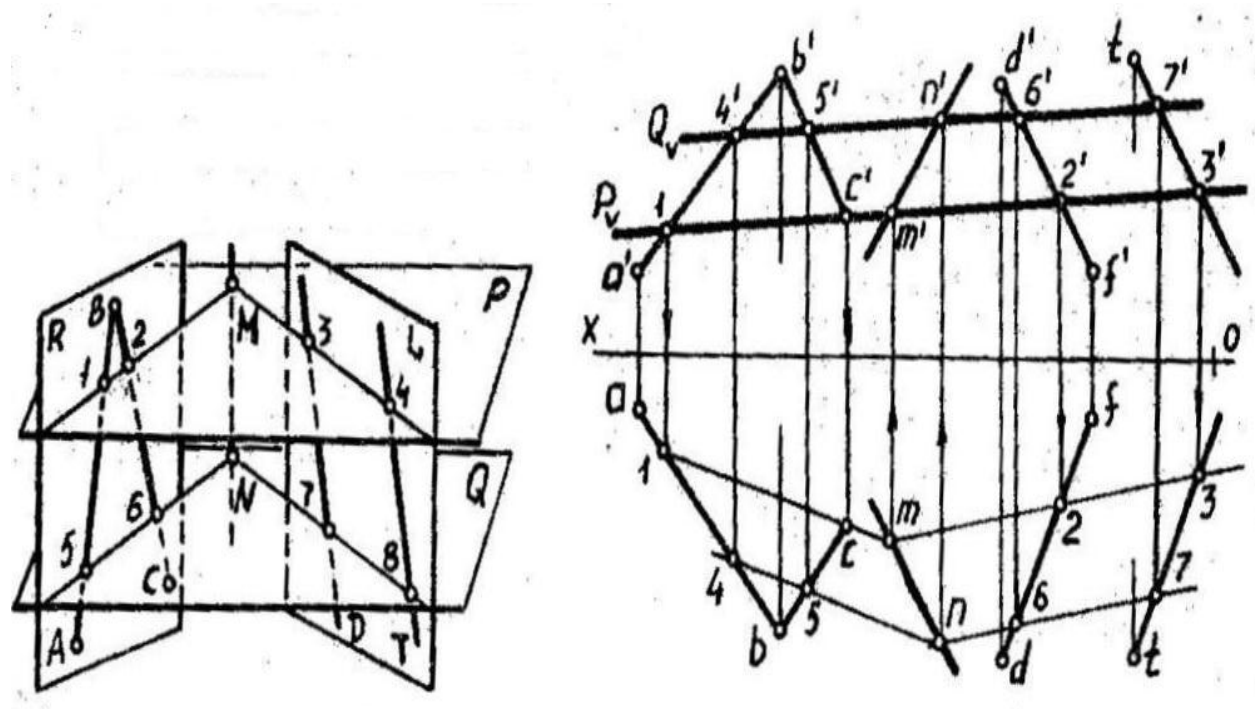




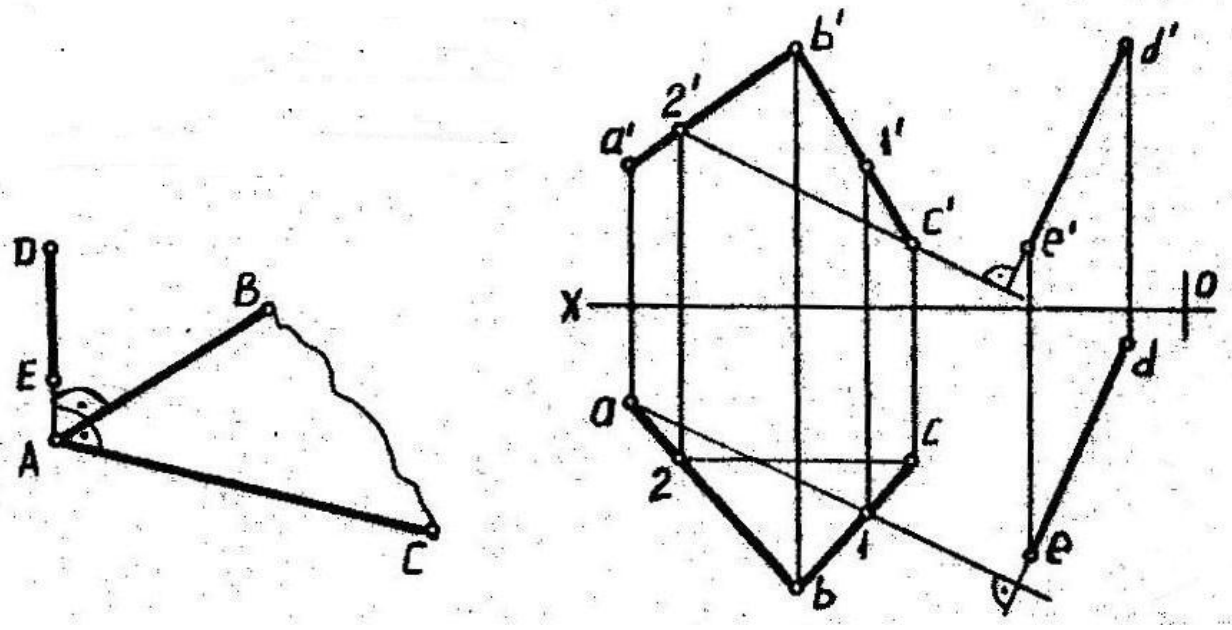
5 masala - Umumiy vaziyatdagi tekislik bilan to'g'ri chiziqning uchrashish nuqtasini yasash.



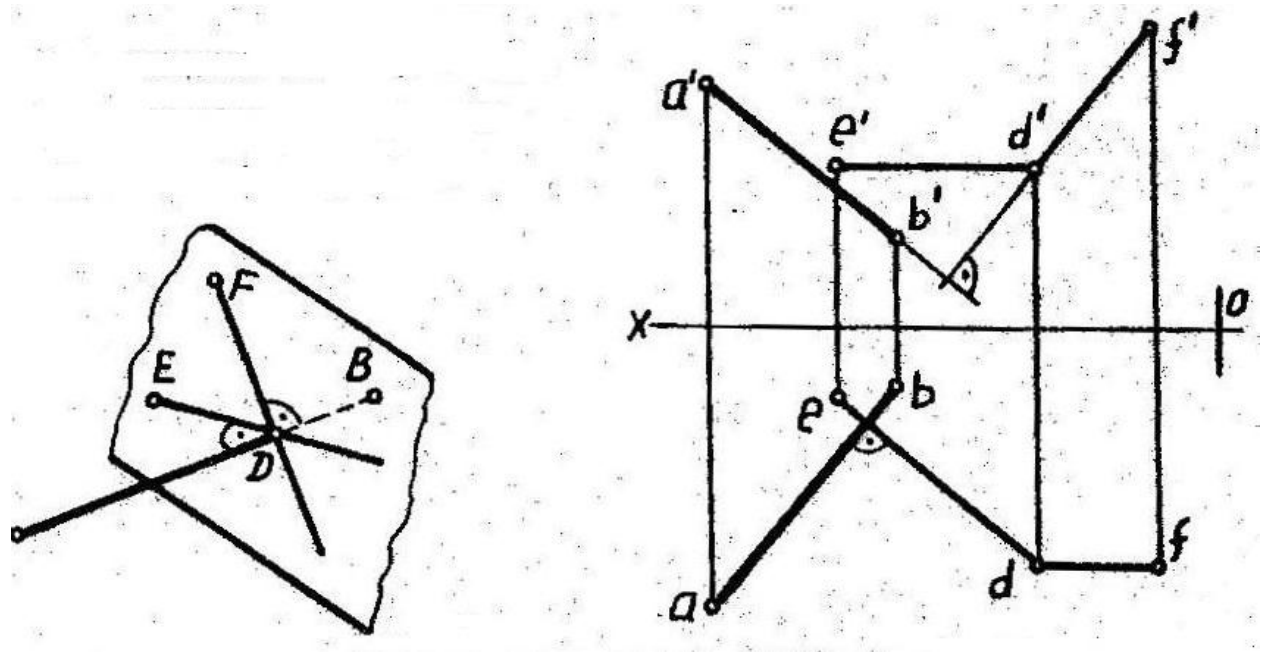
6 masala - Umumiy vaziyatdagi tekisliklarning o'zaro kesishuv chizig'ini yasash.



7 masala - Umumiy vaziyatdagi tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqni yasash.



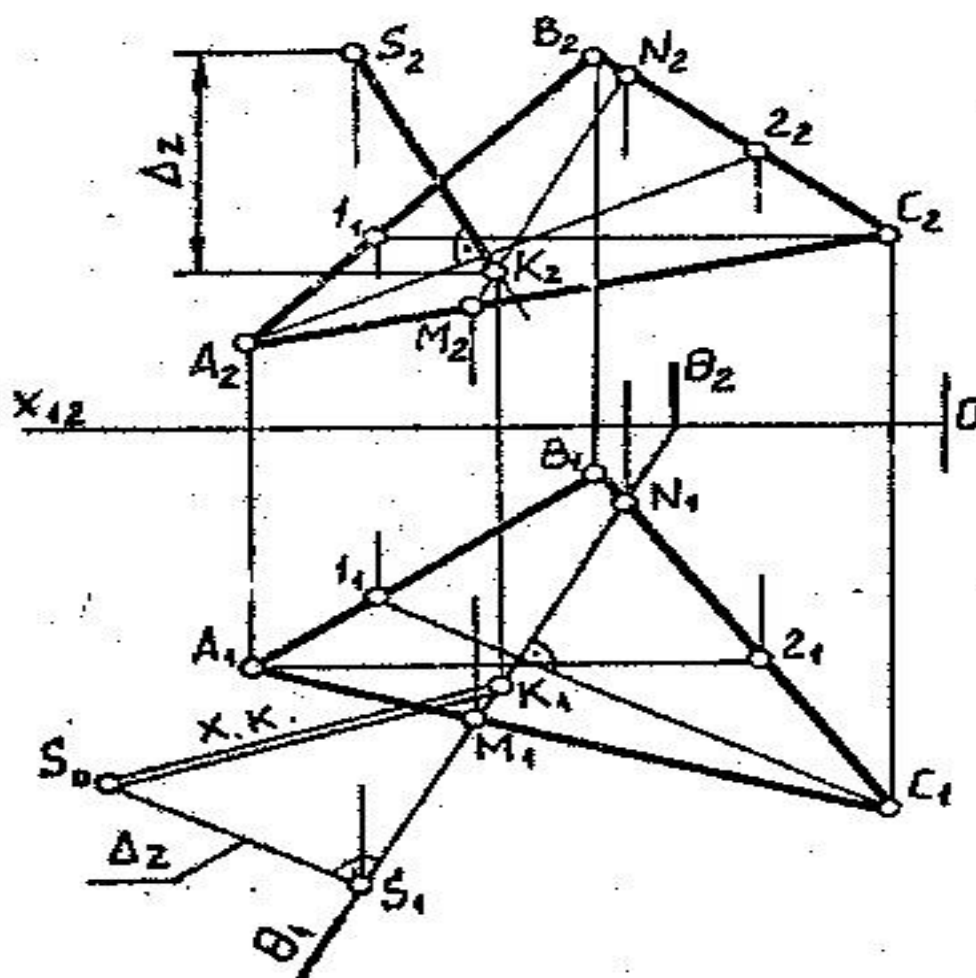
8 masala - Berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tekislik yasash.



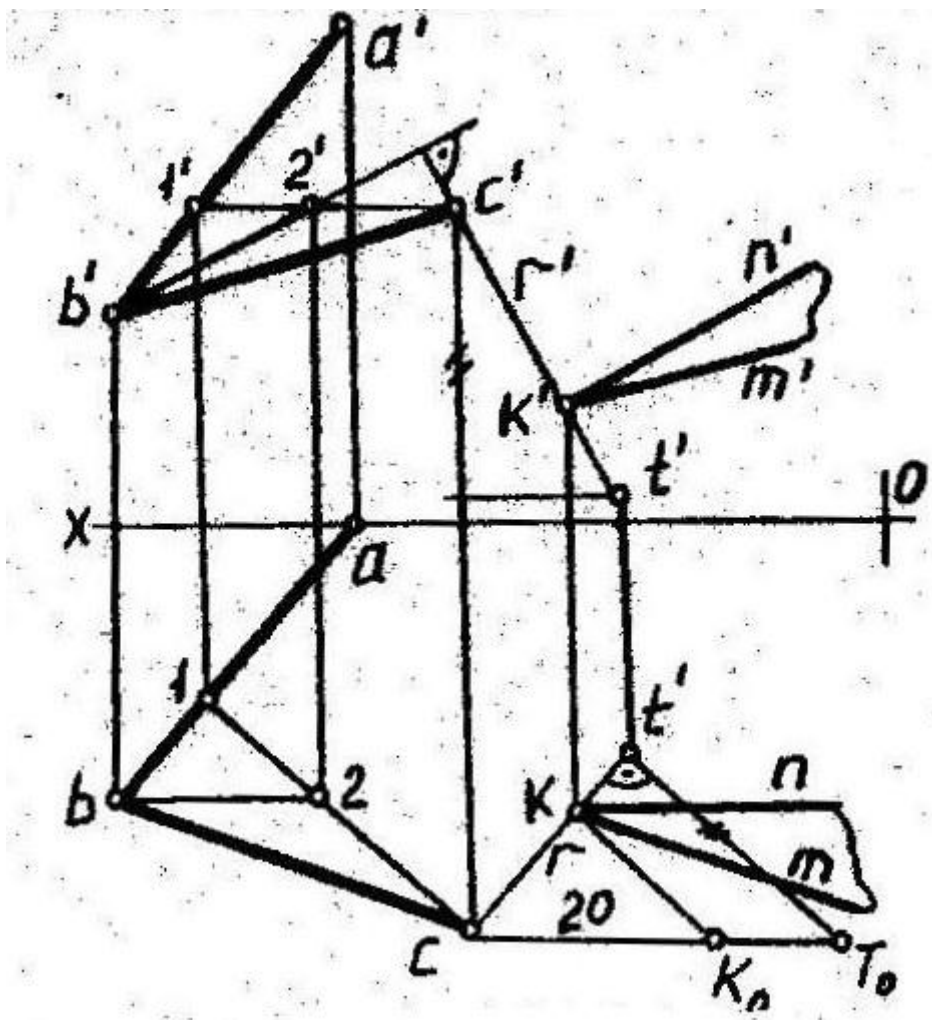
Kompleks masalalarni echishdan oldin qo'yilgan masalani berilishini fazoviy sxemada tasvirlab, echish yo'lini aniqlab olish kerak. Keyinchilik yo'lini asosiy masalalarga bo'lib, ketma-ket ularni qo'llash lozim. Misol uchun shunday murakkab masalani echib ko'ramiz:

1-Misol: berilgan nuqtadan umumiy vaziyatda berilgan tekislikgacha bo'lgan masofani haqiqiy kattaligi aniqlansin.

Buning uchun, birinchidan, nuqtadan tekislikga perpendikulyar o'tkazamiz, demak 7 asosiy masalani qo'llaymiz. Ikkinchidan, perpendikulyar bilan tekislikni kesishish nuqtasini topamiz, buning uchun 5 asosiy masalani qo'llaymiz. Uchinchidan, topilgan kesmani (berilgan nuqtadan kesishuv nuqtasigacha) haqiqiy kattaligini 2 asosiy masalani qo'llab topamiz.



2-Misol: Berilgan tekislikga 20mm masofada parallel tekislik o'tkazish.



Nazorat savollari:

1. Chizma geometriya umumiy usillarining asosiy masalalarini ketma-ket aytib bering.
2. Ikki tekislikning o'zaro kesishish chizig'ini yasashning umumiy usuli nimaga asoslangan?
3. Qanday qilib epyurda ma'lum nuqta orqali berilgan tekislikga parallel bulgan to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?

## 10 ma'ruza. Chizmani qayta tuzish usullari.

Orthogonal proyeksiyalarni qayta qurish usullarining umumiy ta'rifi.

Geometrik shaklning berilgan ortogonal proyeksiyalari asosida yangi proyeksiyalarini yasash ortogonal proyeksiyalarni qayta tuzish deyiladi.

Umumiy vaziyatda berilgan geometrik shakllarni xususiy vaziyatga keltirish asosan ikki usulda bajariladi.

Umumiy vaziyatda berilgan geometrik shaklni fazoda harakatlantirib, proyeksiyalar tekisligiga nisbatan xususiy vaziyatga **keltirish tekis–parallel harakatlantirish usuli** deyiladi.

**Aylantirish usuli.** Bunda proyeksiyalar tekisliklari o'z holatlarini o'zgartirmaydi.

Proyeksiyanuvchi shakl ularga qulay holga kelguncha biror o'q atrofida aylantiriladi.

Geometrik shaklning fazoviy vaziyati o'zgartirilmasdan proyeksiyalar tekisliklari sistemasini unga nisbatan xususiy vaziyatga kelguncha yangi proyeksiyalar tekisliklari bilan almashtirish - **proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli** deyiladi.

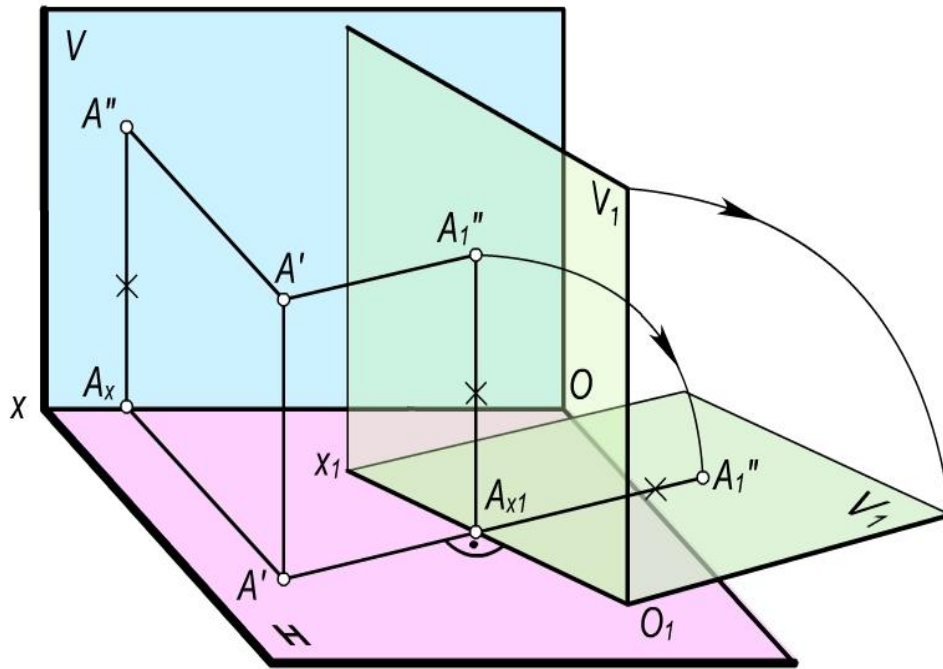
### Proyeksiya tekisliklarini almashtirish usuli.

Geometrik elementlarning yoki narsalarning umumiy holda berilgan proyeksiyalaridan foydalanib masalalarni echish ko'pincha qiyin ko'chadi va ba'zi xatoliklarga yo'l qo'yiladi. Shuning uchun ko'pgina masalalarni echishda epyurni qayta tuzish usullaridan foydalanilsa masala ancha oson echiladi. Bular asosan proyeksiya tekisliklarini almashtirish va aylantirish usullaridir.

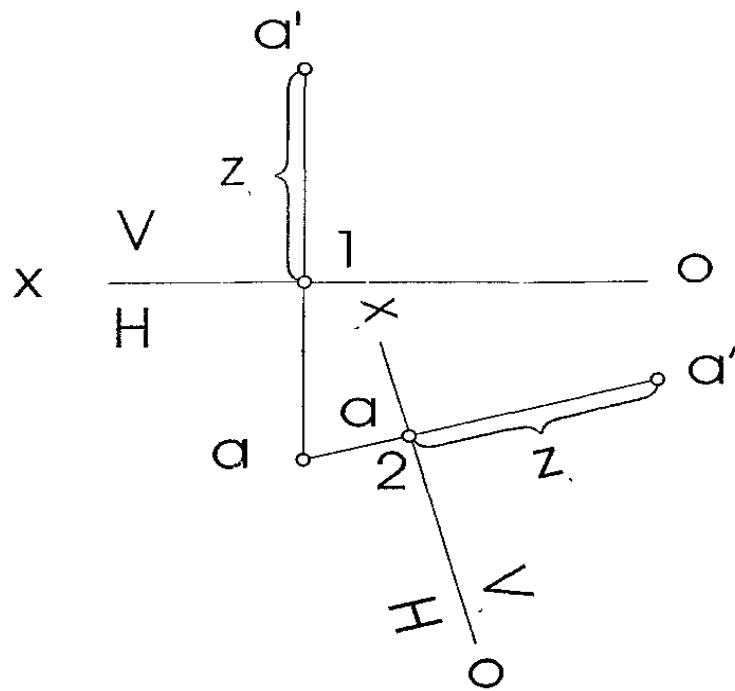
Bu usulda berilgan geometrik shakl proyeksiya tekisliklariga nisbatan o'z vaziyatini o'zgartirmaydi aksincha,  $H$  perpendikulyar  $V$  tekisliklari geometrik shaklga nisbatan qulay vaziyatga keltiriladi. Ba'zi murakkabroq masalalarda esa  $H$  va  $V$  tekisliklarini ketma-ket almashtirishga to'g'ri keladi. Proyeksiya tekisliklari o'z vaziyatini o'zgartirsa ham  $H$  perpendikulyar  $V$ ga bo'lgan holatini albatta saqlaydi va yangi bog'lovchi chiziq doimo yangi proyeksiya o'qiga perpendikulyar bo'ladi.

Geometrik shaklning fazoviy vaziyati o'zgartirmaydi, balki proyeksiyalash yo'nalishi yangi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar qilib olinadi.

**Proyeksiyalar tekisliklarining bittasini almashtirish.** Fazodagi biror  $A$  nuqta va uning  $H$  va  $V$  proyeksiyalar tekisliklardagi  $A'$  va  $A''$  ortogonal proyeksiyalari berilgan bo'lsin



10.1– shakl



10.2– shakl

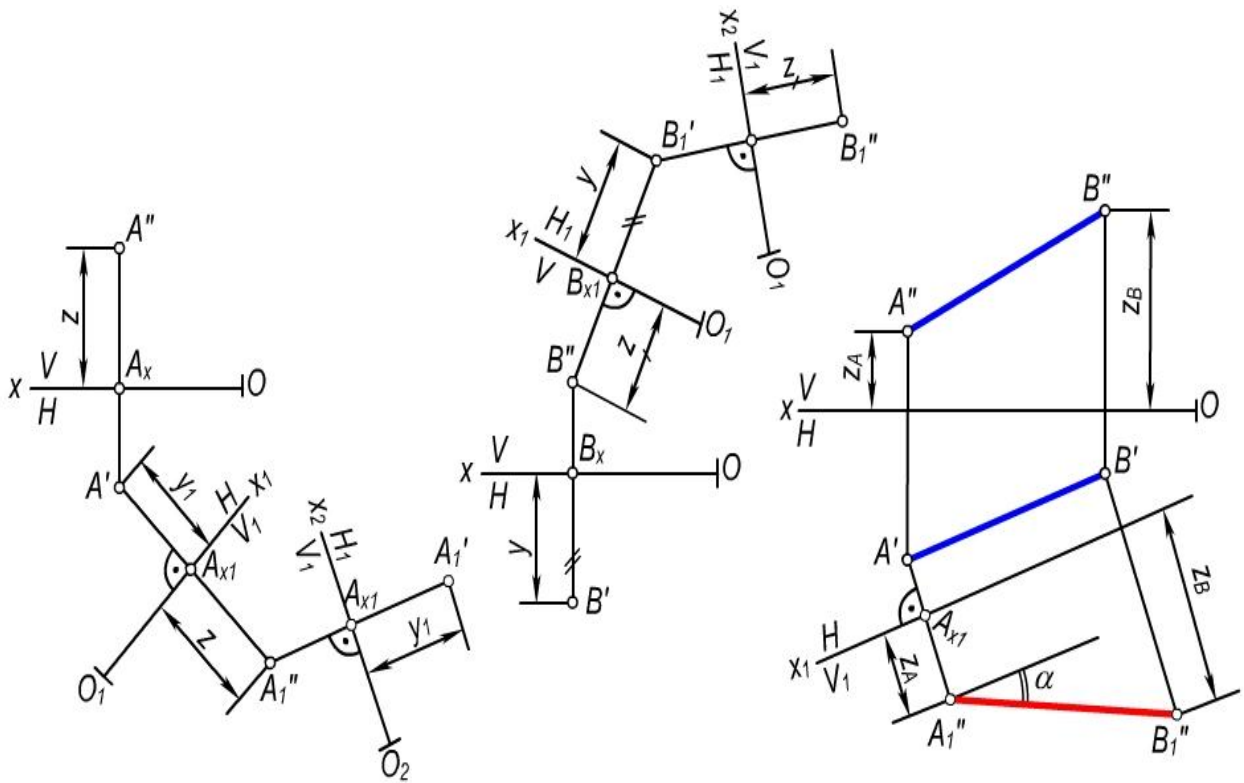
Fazodagi A nuqtaning gorizontal va frontal proyeksiyalari berilgan. Yangi proyeksiya tekisliklarini hosil qilish uchun H perpendikulyar V ni olamiz va A nuqtani V



AB to'g'ri chiziqning gorizontaal proyeksiyasi (ab)ga parallel qilib H tekislikni perpendikulyar qilib yangi V tekislikni o'tkazamiz va **a** va **b** uchlaridan **x** ga perpendikulyar qilib bog'lovchi chiziqlarni o'tkazamiz. **X**dan **A** va **B** uchlarining koordinatalarini o'lchab qo'yamiz. Hosil bo'lgan  $(ab) = (AB), (AB) \parallel V$ .

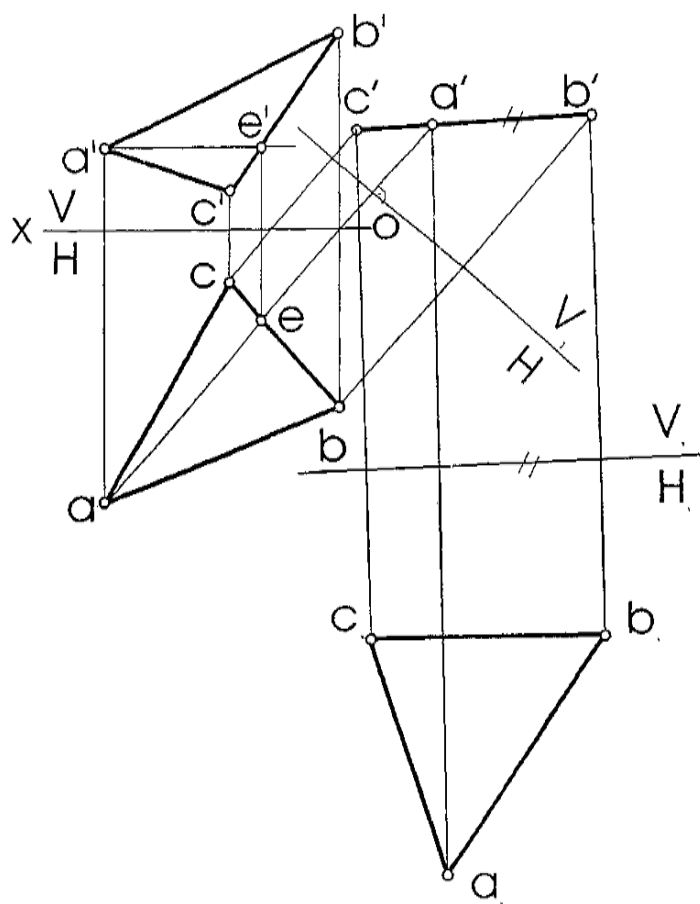
**Proyeksiyalar tekisliklarini ketma-ket ikki marta almashtirish.**

**2-Misol.** Umumiy vaziyatda berilgan  $AB(A'B', A''B'')$  kesmaning haqiqiy uzunligi aniqlash talab etilsin



10.5-shakl.

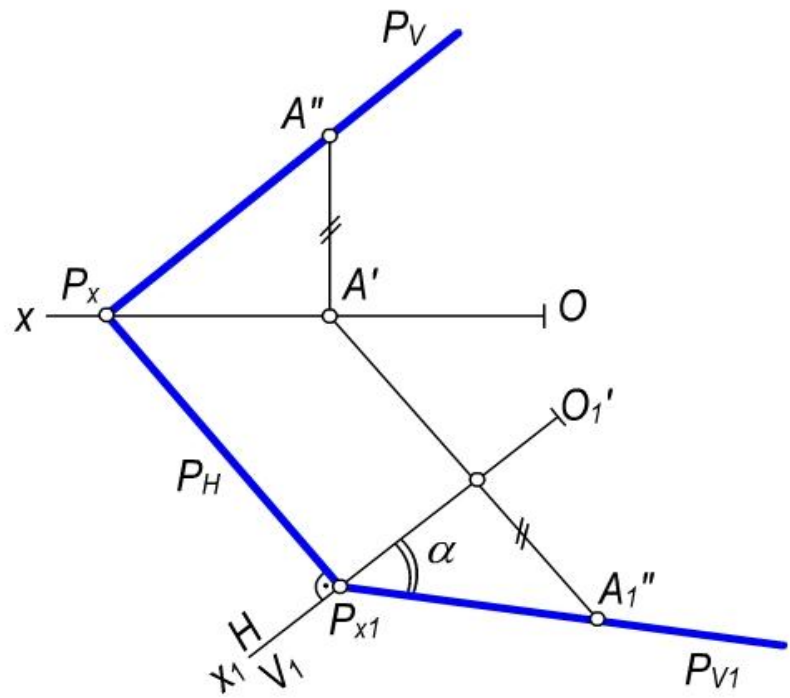
**3-Misol.** Ixtiyoriy joylashgan (ABC) uchburchakning xaqiqiy kattaligi proyeksiya tekisliklarini almashtirish usuli bilan topilsin.



10.6– shakl

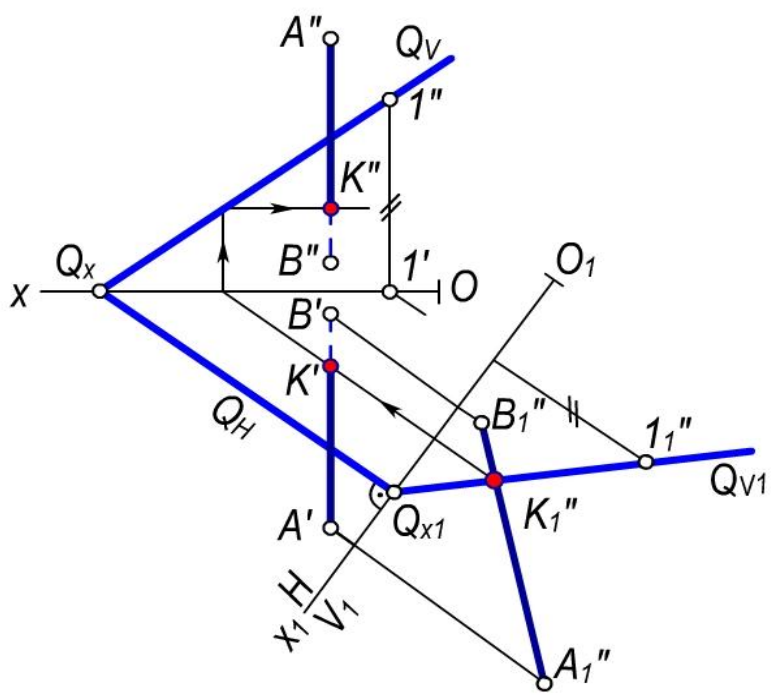
Buning uchun uchburchakning gorizontal chizig'i (A1)ni o'tkazamiz va unga perpendikulyar qilib yangi V tekisligini o'tkazamiz. Agar berilgan uchburchakni yangi tekislikka proyeksiyalasak, u holda tekislik to'g'ri chiziq bo'lib qoladi, ya'ni uchburchak (ABC) frontalga proyeksiyalovchi holga keladi. So'ngra uchburchakni H tekisligiga parallel holga keltirish uchun yangi V tekislikka tik qilib H ni olamiz va uchburchak (abc) hosil qilamiz.  $(abc) = [ABC] = [ABC] \parallel V$  ga.

**4–masala.** Umumiy vaziyatdagi  $P(P_H, P_V)$  tekislikni frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin.



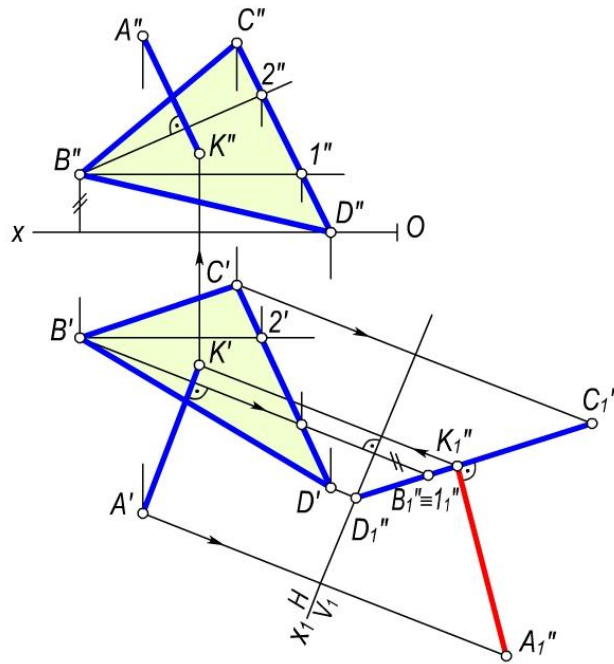
10.7 shakl

**5–masala.**  $AB(A'B', A''B'')$  to'g'ri chiziqning umumiy vaziyatdagi  $Q(Q_H, Q_V)$  tekislik bilan kesishish nuqtasi yasalsin.



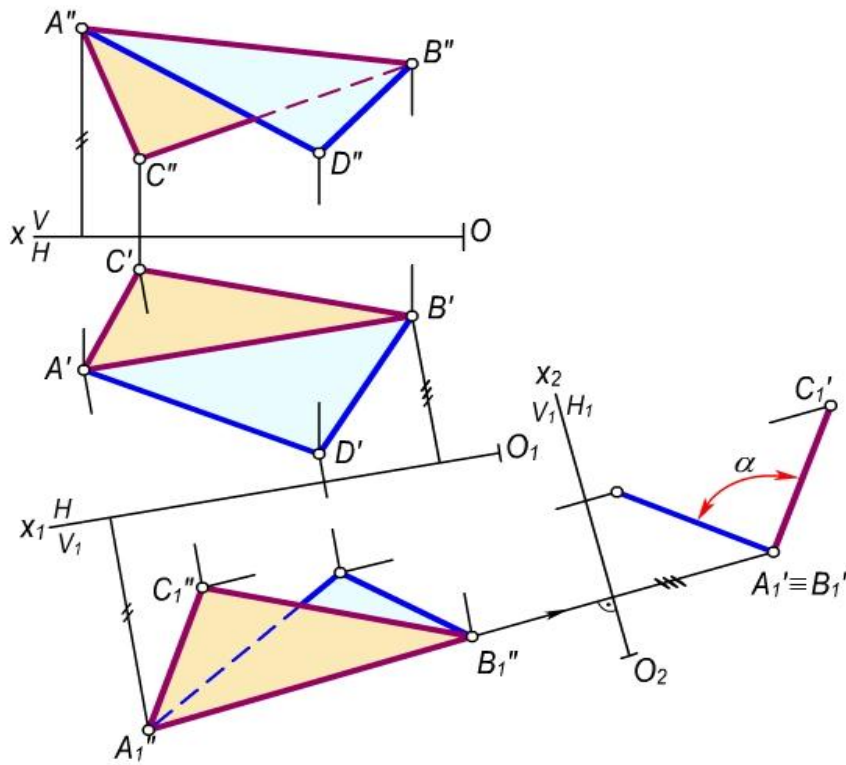
10.8 shakl

**6-masala.**  $A(A', A'')$  nuqtadan  $\triangle BCD(\triangle B'C'D', \triangle B''C''D'')$  tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlansin.



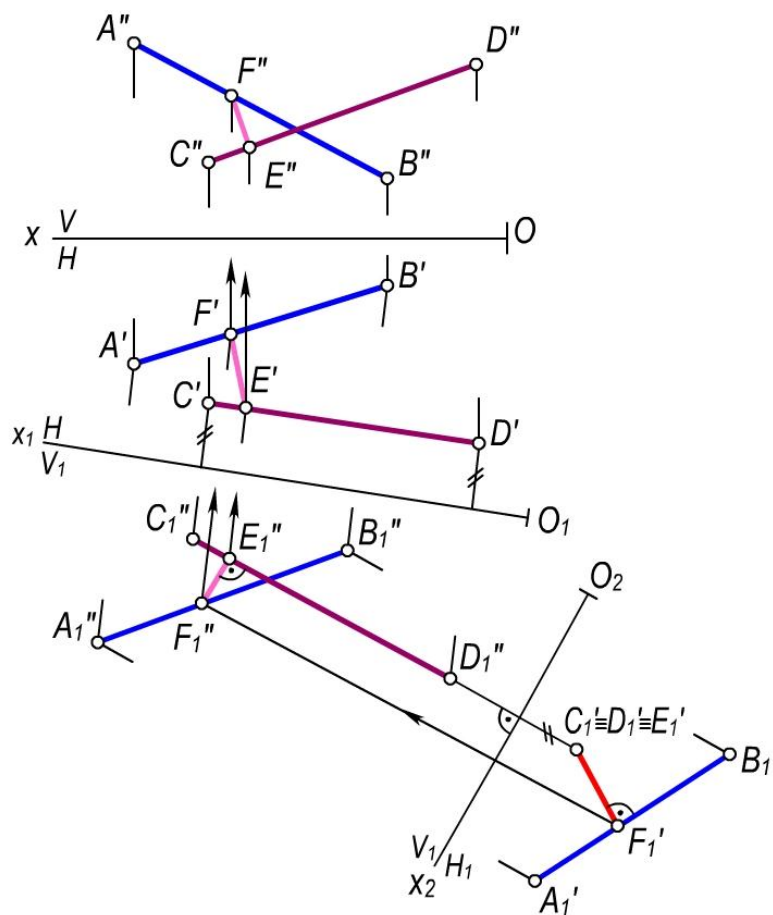
10.9 shakl

**7-masala.**  $\triangle ABC(A'B'C', A''B''C'')$  va  $\triangle ABD(A'B'D', A''B''D'')$  tekisliklari orasidagi ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligi aniqlansin



10.10 shakl

**8-masala.**  $AB(A'B', A''B'')$  va  $CD(C'D', C''D'')$  uchrashmas to'g'ri chiziq kesmalari orasidagi masofani aniqlansin



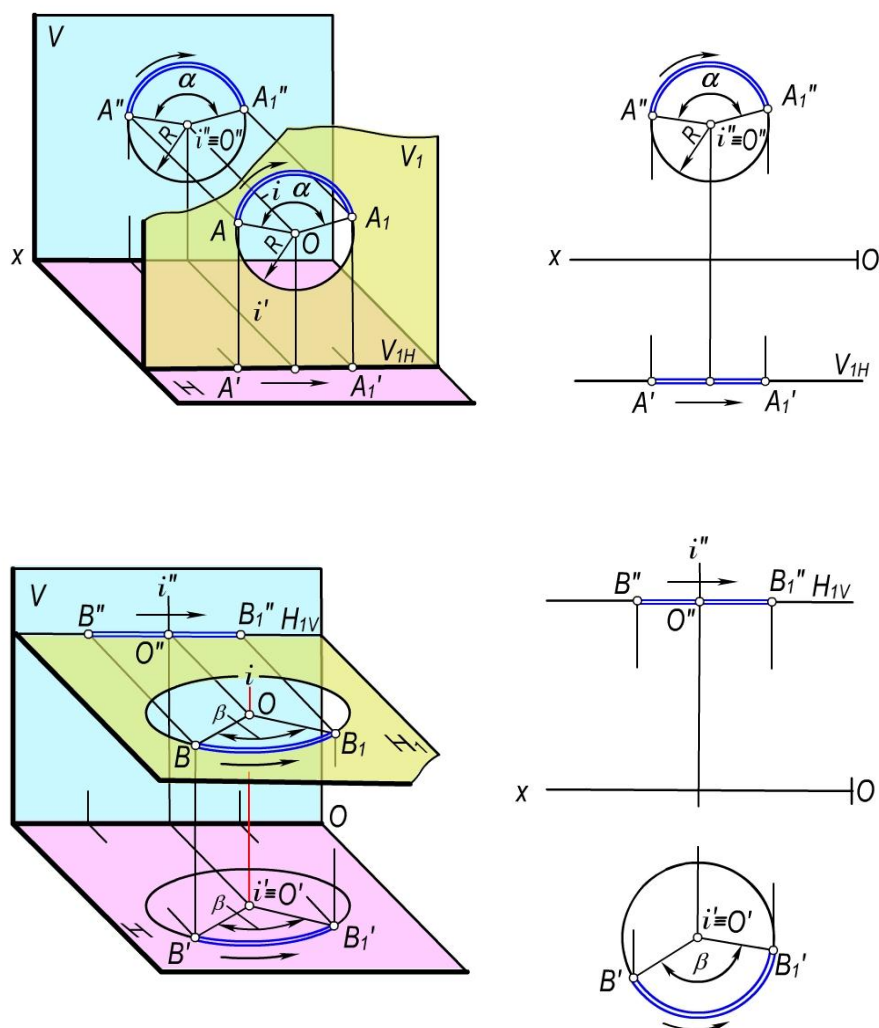
10.11 shakl

## 11 ma'ruza-Tekislikni aylantirish usuli.

Geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish (tekis–parallel harakatlantirish usuli).

- Nuqtani aylantirish
- Kesmani aylantirish
- Izlar bilan berilgan tekislikni aylantirish
- Uch burchak shaklidagi tekislikni aylantirish

### Nuqtani aylantirish



11.1 shakl

- 1-xulosa. Agar A nuqta frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa, mazkur nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo'yicha, gorizontal proyeksiyasi  $Ox$  o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

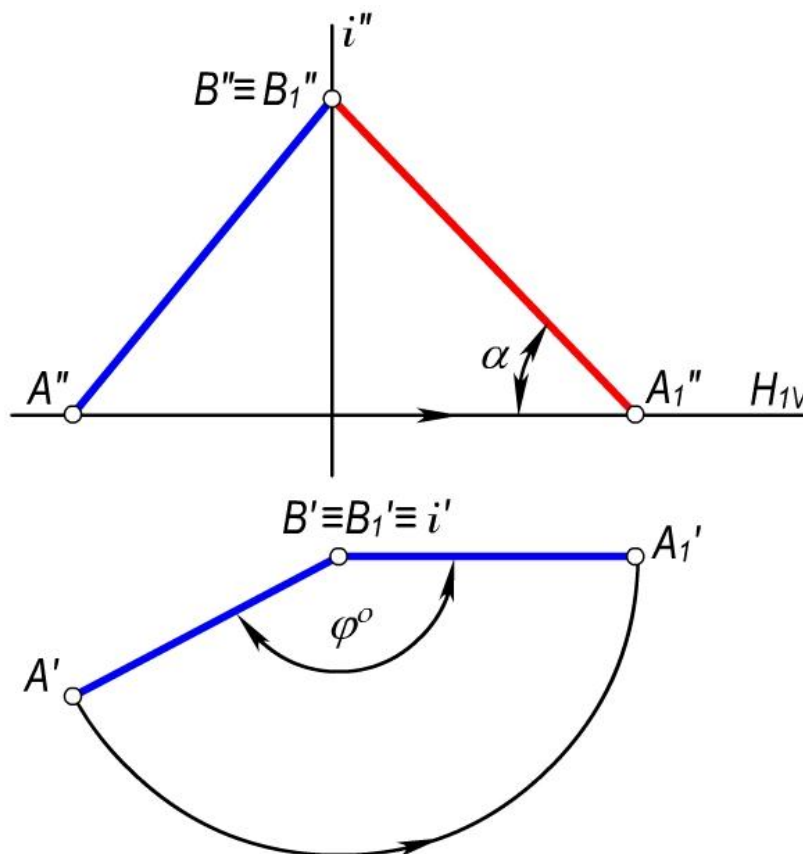
2-

xulosa. Agar nuqta gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa,

nuqtaning gorizontaal proyeksiyasi aydan bo'yicha,

frontal proyeksiyasi  $Ox$  o'qiga parallel to'g'richiziq bo'yicha harakatlanadi.

**1-masala. Umumiy vaziyatdagi  $AB(A'B', A''B'')$  kesmani  $V$  tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin.**



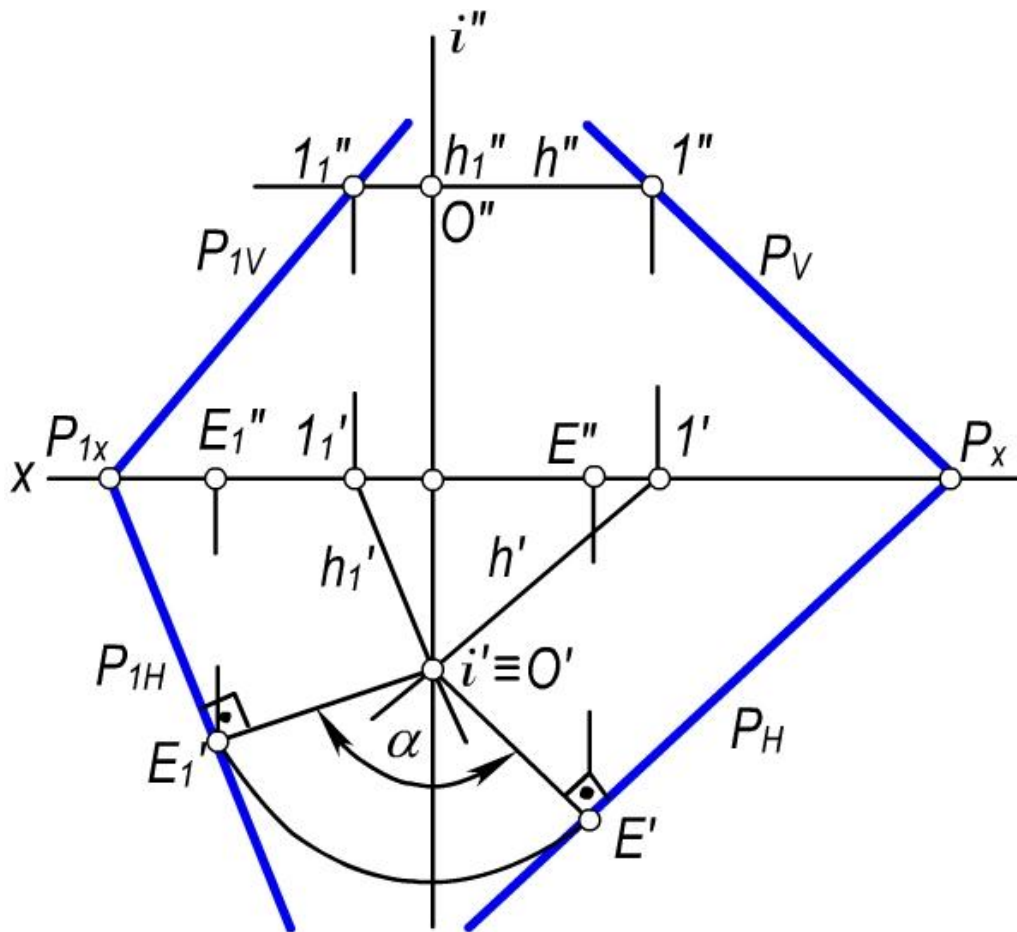
11.2- shakl

Bu usulda proyeksiya tekisliklari qo'zg'almas bo'lib, geometrik shakl talabiga muvofiq holga kelguncha aylantiriladi. Aylantirish vaqtida shaklning barcha nuqtalari yoki ularning bir qismi harakat qiladi.

Xarakatlanayotgan nuqtalarning barchasi bir hil burchak bo'ylab, bir hil tomonga aylanadi. Aylanuvchi nuqtalar doira yo'ylarini hosil qiladi va aylanish o'qiga tik joylashadi. Bu yo'ylar orqali o'tuvchi tekisliklar harakat tekisliklari deyiladi. Harakat tekisliklari bilan aylanish o'qlarining kesishgan nuqtalari aylanish markazlari bo'ladi.

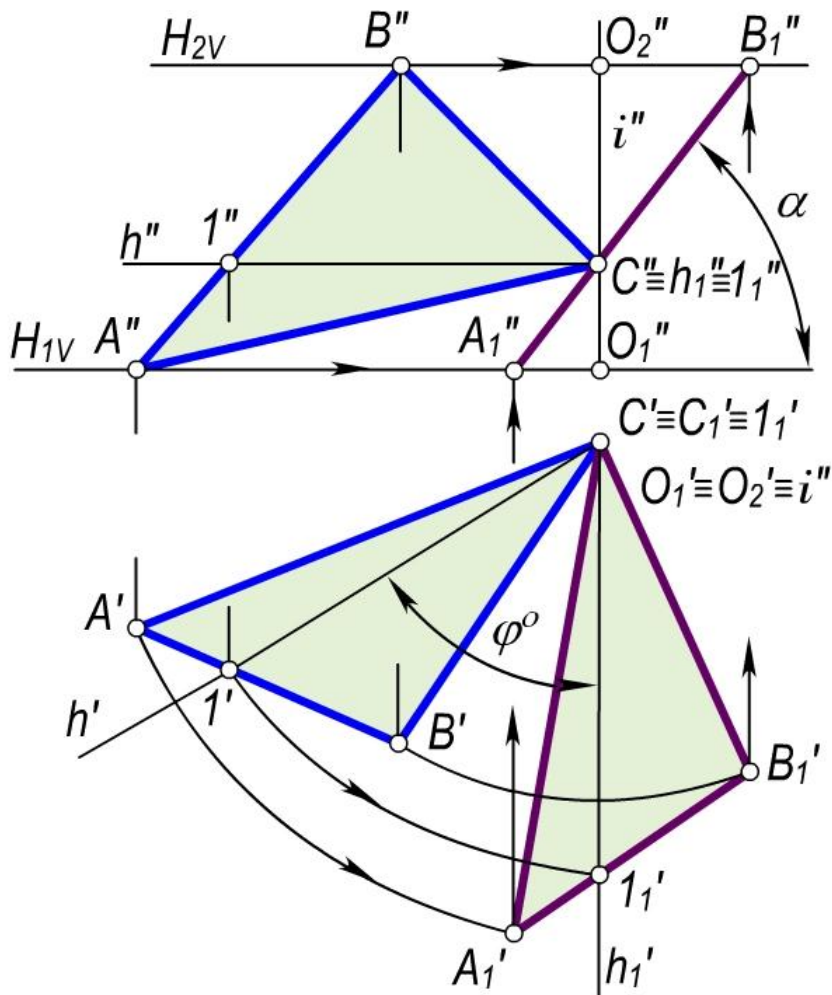
To'g'ri chiziq gorizontalgaga perpendikulyar I o'qi atrofida aylanib frontalga parallel holga keladi.  $(a b) = [AB]$ .

**2–masala.** Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi  $P$  tekislikni  $i \perp H$  o'qi atrofida  $\alpha$  burchakka aylantirilish talab qilinsin .



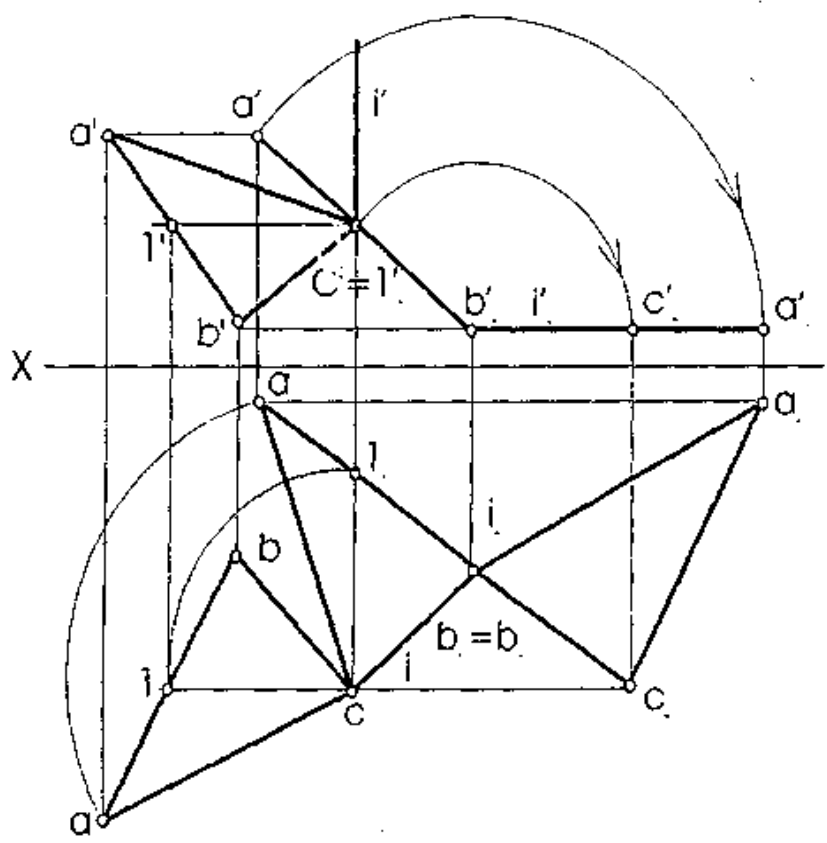
11.3 shakl

**3–masala.**  $\Delta ABC(\Delta A'B'C', \Delta A''B''C'')$  tekislikning  $H$  tekislik bilan tashkil etgan  $\alpha$  burchagini aniqlansin



11.4 shakl

Tekislikni aylantirish uchun uning bir to'g'ri chiziqda yotmagan uch nuqtasini yoki ikkita to'g'ri chiziqni aylantirish kifoya. Uchburchak shaklidagi tekislikning xaqiqiy kattaligini topish uchun birinchi navbatda uchburchak (A B C) ni V ga perpendikulyar holgakechguncha aylantiriladi. Buning uchun tekislikning biror bir chizig'ini, ya'ni gorizonta (B1) ni V gaperpendikulyar holga kelguncha aylantiramiz.



11.5– shakl

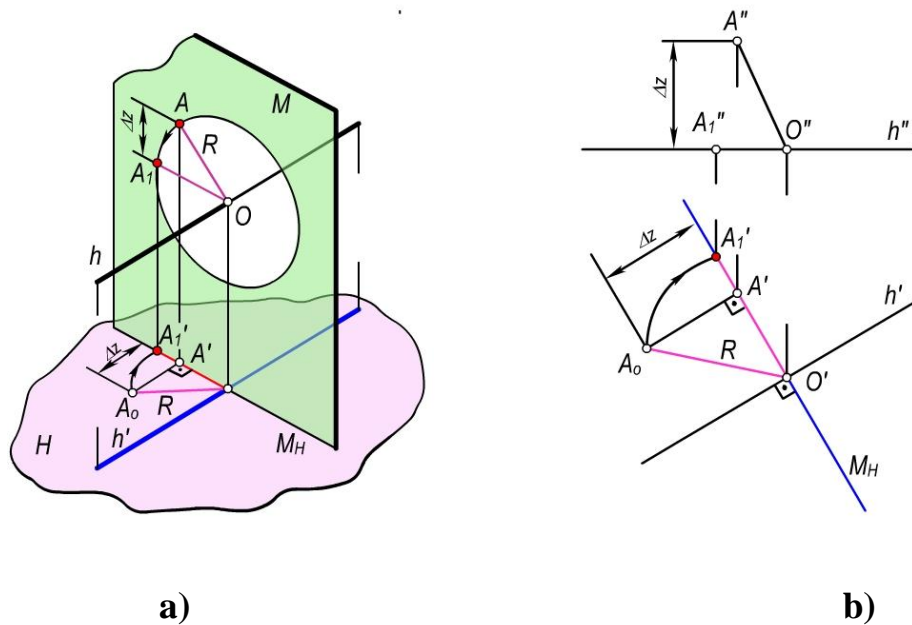
Agar tekislikka tegishli biror bir chizig'i  $V$  ga perpendikulyar bo'lsa, u holda bu tekislik ham  $V$  ga perpendikulyar bo'ladi. Demak  $(ABC)$  perpendikulyar  $V$ . Ikkinchi navbatda  $I$  perpendikulyar  $V$  atrofida aylantirib uchburchak  $(ABC)$ ni  $H$  ga parallel holga keltiramiz va uchburchak  $(ABC)$ ni hosil qilamiz.  $(ABC) = [ABC]$  ga.

## 12-ma'ruza. Aylantirish usullari. Bosh chiziq atrofida (gorizontal va frontal) aylantirish.

Umumiy vaziyatda joylashgan tekis geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisliklariga parallel bo'lgan o'qlar atrofida aylantirib, ba'zi metrik masalalarni echish mumkin. Bunda, aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shaklning asosiy chiziqlari – gorizontal yoki frontallaridan foydalaniladi. Geometrik shaklni uning gorizontali atrofida aylantirib,  $H$  tekislikka parallel vaziyatga, shuningdek, uni frontali atrofida aylantirib,  $V$  tekislikka parallel vaziyatga keltirish mumkin.

Geometrik shakl proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirilganda uning har bir nuqtasi aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikda aylana bo'ylab harakatlanadi. Masalan,  $A$  nuqtani  $h$  gorizontal atrofida aylantirilganda radiusi  $OA$  ga teng aylana bo'yicha  $M \perp h$  tekislikda harakatlanadi (12.1a–shakl). Bunda, uning gorizontal proyeksiyasi gorizontalning  $h'$  gorizontal proyeksiyasiga perpendikulyar to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

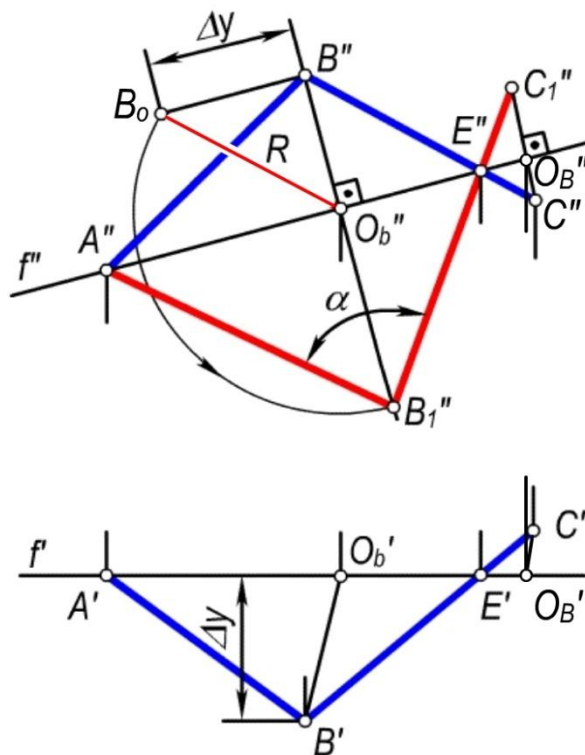
Chizmada tasvirlangan  $A(A', A'')$  nuqtani  $A_1(A_1', A_1'')$  vaziyatga kelguncha aylantirish uchun aylanish markazi  $O(O', O'')$  nuqtani aniqlash kerak (5.18,b–rasm). Bu nuqta aylanish o'qi  $h$  ning  $M$  tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Chizmada aylantirish radiusi  $R$  ning haqiqiy o'lchamni aniqlash uchun  $H$  tekislikda to'g'ri burchakli  $\Delta O'A'A_0$  yasaymiz. Buning uchun  $AO$  radiusning  $A'O'$  gorizontal proyeksiyasini to'g'ri burchakli uchburchakning bir kateti,  $OA$  kesma uchlari applikatorining  $\Delta z$  ayirmasini ikkinchi kateti qilib olamiz. Bu uchburchakning gipotenuzasi izlangan aylantirish radiusi  $R$  bo'ladi.  $A$  nuqtaning aylantirilgandan keyingi yangi vaziyatining  $A_1'$  gorizontal proyeksiyasi aylanish markazi  $O'$  nuqtada bo'lgan va  $O'A_0=R$  radiusli aylana yoyining  $M(M_H)$  tekislikning izi bilan kesishgan  $A_1'$  nuqtasi bo'ladi.  $A$  nuqtaning yangi  $A_1''$  frontal proyeksiyasi esa  $h''$  to'g'ri chiziqda bo'ladi.



12.1-shakl.

**1–masala.** Umumiy vaziyatdagi  $\angle ABC$  ( $\angle A'B'C'$ ,  $\angle A''B''C''$ ) ning haqiqiy o'lchami aniqlansin (12.2–shakl).

**Echish.** Berilgan burchakning gorizontali yoki frontalidan foydalaniladi. Mazkur burchakning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun chizmada uning  $f(f', f'')$  frontali o'tkazilgan. Rasmda hosil bo'lgan  $\angle ABE$  ( $\angle A'B'E'$ ,  $\angle A''B''E''$ ) ning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun  $B$  nuqtani aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini aniqlash kifoya. Buning uchun  $B''$  nuqtadan  $f''$  ga perpendikulyar o'tkaziladi va aylanish markazining  $O_B(O'_B, O''_B)$ , so'ngra aylantirish radiusining  $BO_B(B'O'_B, B''O''_B)$  proyeksiyalari aniqlanadi. To'g'ri burchakli  $\Delta O''_B B'' B''_O$  yasash bilan radiusning haqiqiy o'lchami  $O''_B B''_1 = R$  aniqlanadi.  $B$  nuqtaning yangi vaziyatini yasash uchun  $O''_B$  dan  $R$  radius bilan  $O''_B B''_1$  perpendikulyarning davomi bilan kesishguncha yoy o'tkaziladi va hosil bo'lgan  $B''_1$  bilan  $A''$  va  $E''$  nuqtalarni tutashtiriladi. Chizmada hosil bo'lgan  $\alpha$  berilgan burchakning haqiqiy o'lchami bo'ladi.

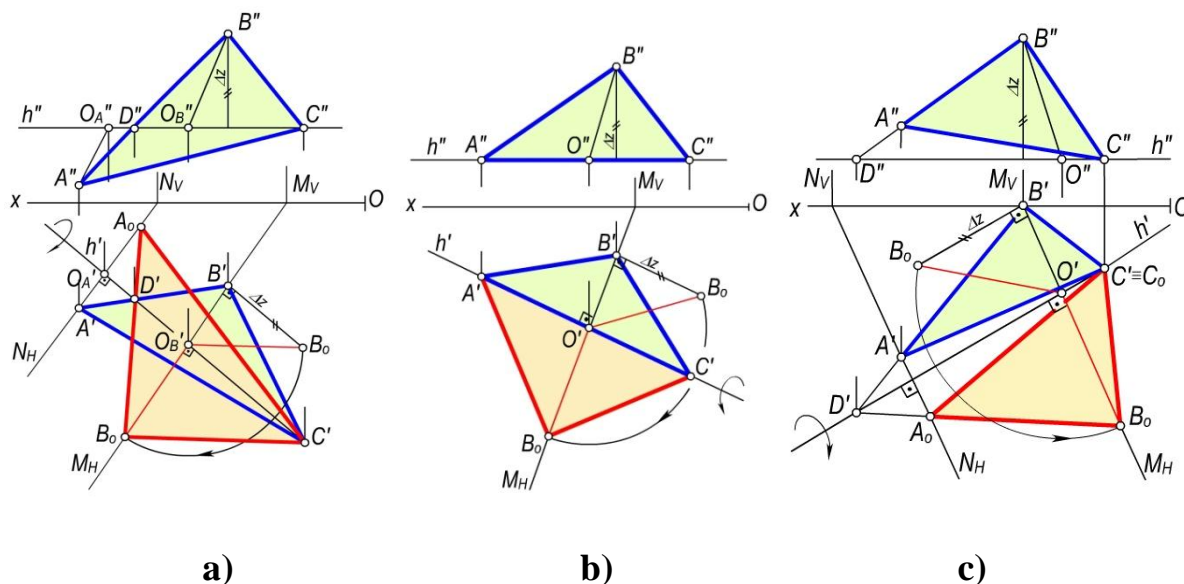


12.2-shakl.

**2–masala.** Umumiy vaziyatdagi  $\triangle ABC$  ( $\triangle A'B'C'$ ,  $\triangle A''B''C''$ ) ning haqiqiy o'lchami aniqlansin.

**Yechish.** Uchburchak gorizontali  $h(h', h'')$  o'tkaziladi.  $\triangle ABC$  ning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun uning  $B(B', B'')$  va  $C(C', C'')$  uchlari aylantirish radiuslarining haqiqiy o'lchamlari aniqlanadi.

Chizmada  $B$  nuqtaning aylantirish radiusini aniqlash uchun uning  $O'B'$  va  $O''B''$  proyeksiyalaridan foydalanib, to'g'ri burchakli  $\triangle O'_o B' B'_o$  ni yasaymiz. Bu uchburchakning  $O'B'_o$  gipotenuzasi  $B$  nuqtaning aylantirish radiusi bo'ladi.  $B$  nuqtaning yangi vaziyati aylantirish markazining gorizontaal proyeksiyasi  $O'$  dan radiusi  $O'B_o$  ga teng qilib o'tkazilgan yoyning harakat tekisligining  $M_H$  izi bilan kesishgan  $B_o$  nuqtasi bo'ladi.



12.3-shakl.

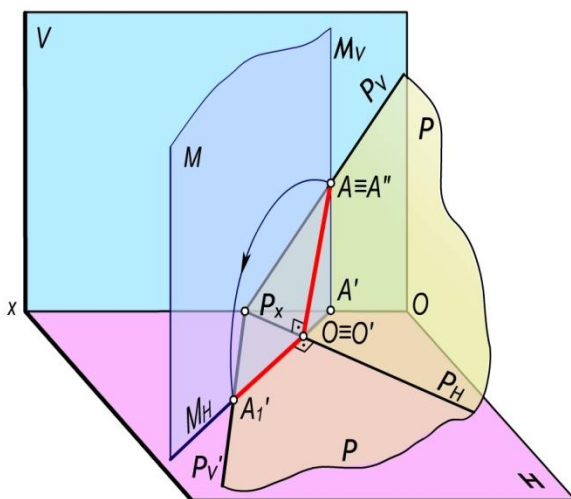
Uchburchakning  $S$  va  $D$  nuqtalari aylanish o'qiga tegishli bo'lgani uchun ularning fazoviy vaziyatlari o'zgarmaydi. Uchburchak  $A$  nuqtasi aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini ham  $B$  nuqta aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini topish kabi aniqlash mumkin. Ammo uchburchakning  $A$  nuqtasi  $h$  o'qi atrofida  $B$  nuqta kabi harakatlanganda  $N(N_H)$  tekislikka va uchburchakning  $AB$  tomoniga tegishli bo'lib qoladi. Uchburchakning  $AB$  tomoni esa qo'zg'almas  $D$  nuqtadan o'tadi. Shuning uchun chizmada  $A$  nuqtaning yangi vaziyatini aniqlash uchun  $B_0$  va  $D'$  nuqtalar o'zaro tutashtiriladi va  $A'$  nuqtadan  $C'D'$  ga tushirilgan perpendikulyar bilan kesishguncha davom ettirilib,  $A_0$  nuqta topiladi. Agar  $A_0, B_0$  va  $C'$  nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, uchburchakning haqiqiy kattaligi hosil bo'ladi.

Agar uchburchakning biror tomoni (masalan,  $AC$ ) gorizontaal vaziyatda berilgan bo'lsa, masala 12.3,b-shaklda ko'rsatilgan kabi echiladi.

12.3,c-shaklda aylanish o'qi gorizontaal bo'lib, uchburchak konturidan tashqarida  $C$  nuqta orqali o'tkazilgan. Bu holda uchburchakning haqiqiy kattaligi uning gorizontaal proyeksiyasi bilan ustma-ust tushmaydi, natijada, masalaning echimi yaqqolroq bo'ladi.

### 13- ma'ruza. Tekislikni biror izi atrofida aylantirish. Jipslashtirish usuli.

**Geometrik shaklni proyeksiyalar tekisliklariga tegishli o'q atrofida aylantirish yoki tekislikning izi atrofida aylantirish.** Aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatdagi tekislikning gorizontaal yoki frontal izlaridan biri qabul qilinadi (13.1–shakl). Bu holda tekislik biror izi atrofida aylantirilib, proyeksiyalar tekisliklarining biriga jipslashtiriladi. Agar aylanish o'qi sifatida tekislikning gorizontaal izi qabul qilinsa, bu tekislikni gorizontaal proyeksiyalar tekisligi bilan jipslashtirish mumkin. Shuningdek, tekislikni frontal izi atrofida aylantirib, uni frontal proyeksiyalar tekisligiga jipslashtiriladi.

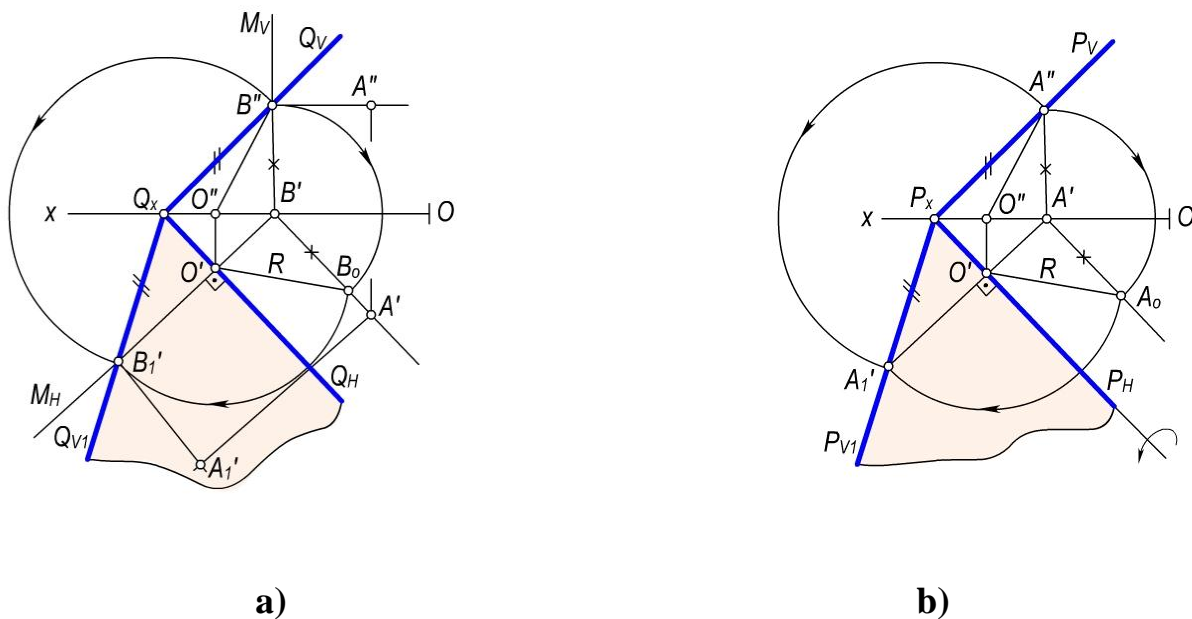


13.1.-shakl

Tekisliklarni proyeksiyalar tekisligiga jipslashtirish yo'li bilan mazkur tekislikka tegishli bo'lgan tekis shakllarning haqiqiy o'lchamini aniqlash mumkin yoki umumiy vaziyatida berilgan tekislikka tegishli bo'lgan har qanday geometrik masalalarni echish mumkin.

13.2,a–shaklda umumiy vaziyatdagi Q tekislikni  $Q_N$  gorizontaal izi atrofida aylantirib,  $H$  tekislikka jipslashtirish ko'rsatilgan. Tekislikning gorizontaal izi aylanish o'qi sifatida qabul qilingani uchun uning vaziyati o'zgarmaydi. Bu tekislikni  $H$  tekislikka jipslashtirish uchun mazkur tekislikka tegishli biror nuqtaning  $H$  tekislikka jipslashtirish kifoya. Bunday nuqta sifatida tekislikning frontal iziga tegishli  $B(B', B'')$  nuqtani olish mumkin. Bu nuqta orqali  $Q_N$  ga perpendikulyar M gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi. B nuqta

$O'B_0=R$  radiusli yoy bo'yicha  $M_N$  iz bilan kesishguncha aylantiriladi. Natijada, hosil bo'lgan  $B'_1$  nuqta bilan  $Q_x$  ni o'zaro tutashtirsak,  $Q$  tekislikni  $H$  tekislikka jiplashtirilgan vaziyatiga ega bo'lamiz. Tekislikni bunday jiplashtirganda unga tegishli geometrik shakllar  $H$  tekislikka jiplashib, haqiqiy o'lchamlarida proyeksiyalanadi.



13.2-shakl.

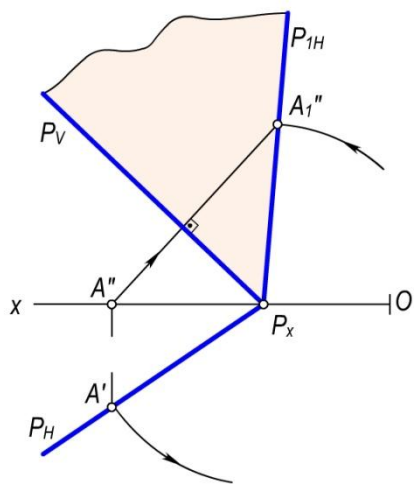
13.2,a–shakldan shuni aniqlash mumkinki,  $Q$  tekislikni  $Q_N$  izi atrofida aylantirib, uni  $H$  tekislikka jiplashtirishda  $Q_V$  iziga tegishli  $Q_x B_1$  kesma o'zining haqiqiy o'lchamiga teng bo'lgani uchun  $Q_x B''=Q_x B'_1$  bo'ladi. Demak, chizmada  $Q(Q_N, Q_V)$  tekislikni  $H$  tekislikka jiplashtirish uchun uning  $Q_V$  izida tanlab olingan  $B \equiv B''$  nuqtani va  $Q_x$  markazdan  $Q_x B''$  radius bilan yoy chizib,  $M$  tekislikning  $M_N$  izi bilan kesishgan  $B_1$  nuqta aniqlanadi. So'ngra  $B_1$  va  $Q_x$  nuqtalardan tekislikning  $Q_{V1}$  izi o'tkaziladi.

Chizmada  $P(P_N, P_V)$  tekislikni  $P_N$  izi atrofida aylantirib,  $H$  tekislikka jiplashtirish uchun aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini aniqlash zarur bo'lsin (13.2,b–shakl). Ma'lumki, aylantirish radiusi tekislikning aylanish o'qiga perpendikulyar bo'ladi. To'g'ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatiga ko'ra, tekislikning  $P_V$  izida olingan  $A(A', A'')$  nuqtaning  $A'$  proyeksiyasidan tekislikning  $P_N$  iziga perpendikulyar o'tkaziladi va  $O'$  hamda  $O''$  nuqtalarni topamiz. Chizmada hosil bo'lgan  $O'A'$  va  $O''A''$  aylantirish radiusining proyeksiyalari,  $O'A_0$  esa uning haqiqiy o'lchami bo'ladi.

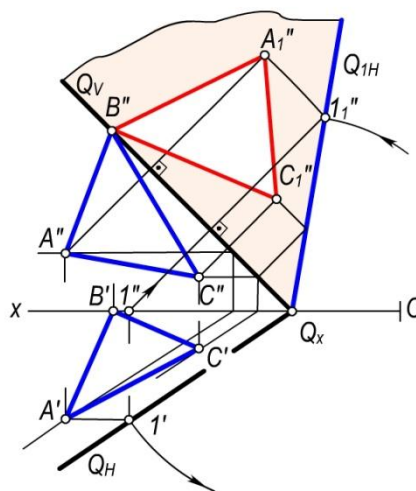
Xuddi shuningdek  $P(P_H, P_V)$  tekislikni  $V$  tekislikka ham jipslashtirish mumkin (13.3–shakl). Buning uchun berilgan  $P$  tekislikning  $P_H$  gorizonttal izida ixtiyoriy  $A$  nuqta tanlab, uning aylantirish radiusi  $P_x A'$  aniqlanadi va tekislikning  $P_N$  izini  $P_V$  izi atrofida aylantirib, tekislikka jipslashtiriladi. Chizmadan ko‘rinib turibdiki,  $P$  tekislikni  $P_N$  izi atrofida aylantirilganda  $P_x A'$  kesma  $P_x A''_1$  ga teng bo‘ladi.

Umumiy vaziyatda berilgan tekislikka tegishli geometrik shaklning haqiqiy o‘lchamini aniqlash uchun uning xarakterli nuqtalarini proyeksiyalar tekisligiga jipslashtirish yo‘li bilan aniqlanadi. Masalan,  $Q(Q_N, Q_V)$  tekislikka tegishli  $\Delta ABC(A'B'C', A''B''C'')$  ning (12.6–shakl) haqiqiy o‘lchami uning  $A, B$  va  $C$  nuqtalarini  $V$  tekislikka jipslashtirish yo‘li bilan aniqlanadi.

Tekislikning jipslashgan holati berilgan bo‘lsa, uning dastlabki vaziyatini tiklash mumkin. Tekislikning dastlabki vaziyatini aniqlash natijasida tekislikka tegishli bo‘lgan shakllarning ham proyeksiyalarini aniqlash mumkin.



13.3-shakl.

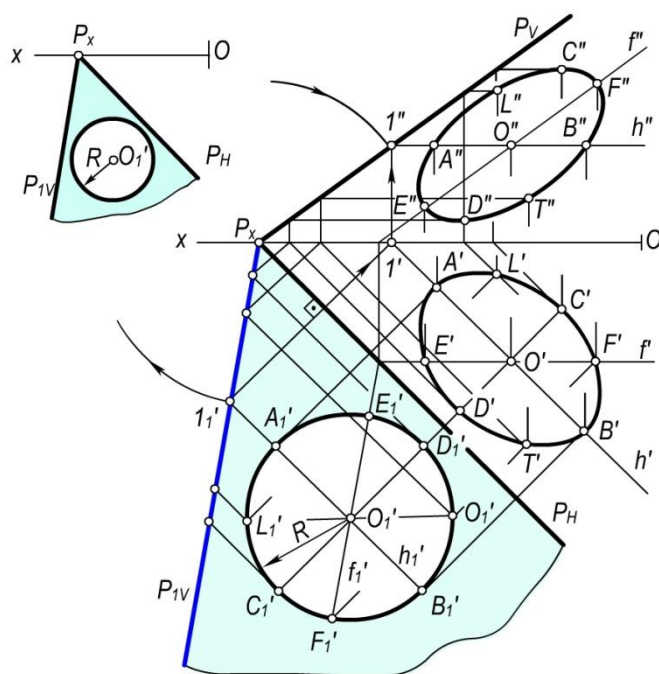


13.4-shakl.

Masalan,  $P$  tekislikning  $H$  tekislikka jipslashtirilgan vaziyati  $P_H, P_V, P_{1V}$  izlari va shu tekislikka tegishli  $O_1$  markaz va  $R$  radiusli aylana berilgan bo‘lsin (12.4–shakl).

Bu aylananing  $P$  tekislikdagi proyeksiyalarini yasash uchun aylana markazidan tekislikning  $h'_1$  gorizontali o'tkaziladi va  $1'_1$  nuqta aniqlanadi. Bu nuqtadan tekislikning  $P_N$  iziga perpendikulyar o'tkazib,  $Ox$  proyeksiyalar o'qiga tegishli  $1'$  nuqta topiladi. Bu nuqtadan  $h'_1$  ning  $h'$  proyeksiyasi o'tkaziladi. So'ngra  $P_x$  markazdan  $P_x 1'_1$  radius bilan o'tkazilgan yoyning  $1'$  dan  $Ox$  o'qiga o'tkazilgan perpendikulyar bilan kesishgan  $1''$  nuqtasi topiladi. Bu nuqtadan  $h'_1$  ning  $h''$  proyeksiyasini o'tkaziladi. So'ngra  $1''$  va  $P_x$  nuqtalar tutashtirilib, tekislikning  $P_V$  izi hosil qilinadi. Aylana markazining proyeksiyalarini yasash uchun  $O'_1$  dan  $P_N$  ga perpendikulyar o'tkazib,  $h'$  bilan kesishgan  $O'$  nuqtani va  $h''$  da  $O''$  nuqta topiladi. Shuningdek, bu gorizontalda joylashgan aylananing  $A'_1$  va  $B'_1$  nuqtalarining  $A', A''$  va  $B', B''$  proyeksiyalari aniqlanadi.

Tekislikning  $f'_1$  frontalini aylananing markazi  $O'_1$  dan  $P_{1V}$  ga parallel qilib o'tkazilib, aylananing  $E'_1$  va  $F'_1$  nuqtalarning  $E', E''$  va  $F', F''$  proyeksiyalari yasaladi.



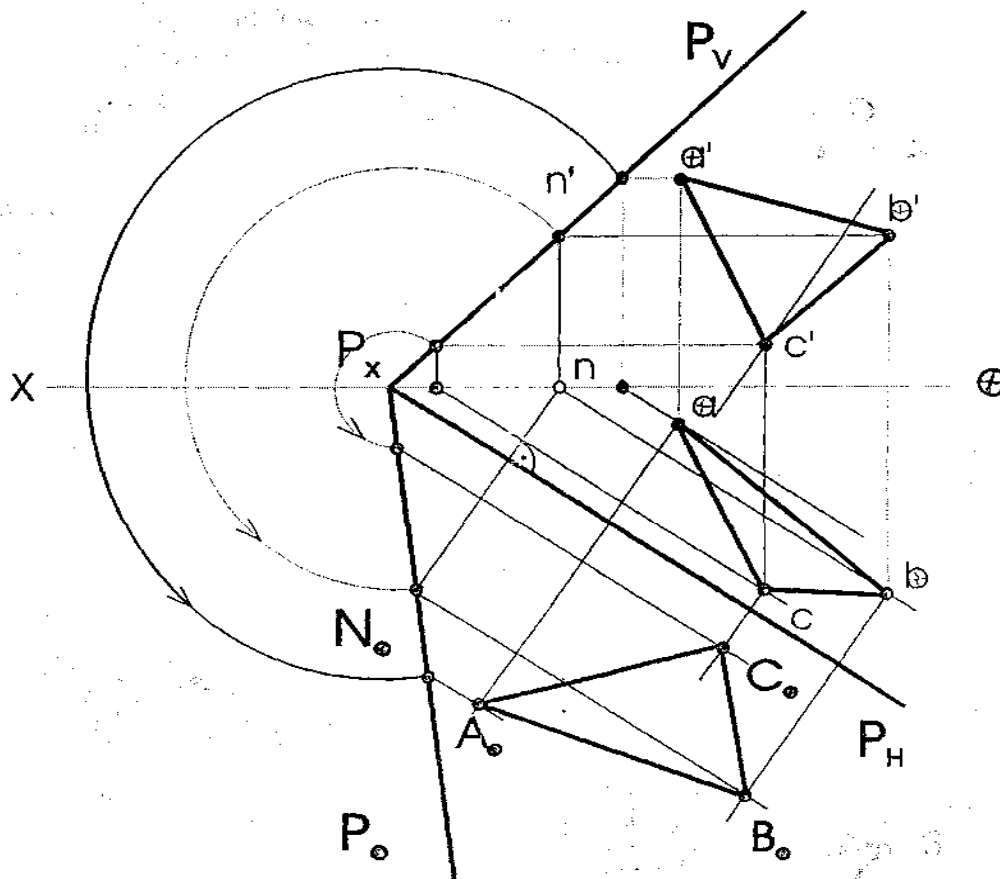
13.5-shakl.

Xuddi shu tarzda aylananing  $L'_1$  va  $T'_1$ ,  $C'_1$  va  $D'_1$  nuqtalarning proyeksiyalari tekislikning gorizontallari yordamida aniqlanadi. Bu nuqtalarning bir nomli

proyeksiyalarini mos ravishda o'zaro tutashtirsak, aylananing gorizontaal va frontal proyeksiyalari – ellipslar hosil bo'ladi.

Misol. P tekislikda yotuvchi tehg yonli ( A B C ) uchburchakning bir tomoni ( a b ) berilgan. Uchburchakning proyeksiyalari aniqlansin.

Yechish: Avval gorizontaal yordamida ( a b ) ni topamiz. So'ngra ( AB ) ni H ga joylashtiramiz va [ AB ] ni topganimizdan keyin C uchini topamiz. Bu masalani ikkita echimi bor.



13.6-shakl.

## 14-ma'ruza. Sirtlar. Ularni turlari. Ko'pyo'qlar. Aylanma sirtlar.

Sirtlar olami fazoviy shakliga ko'ra juda xilma xil va chegaralanmagandur. Sirtlar o'zgaruvchan va o'zgarmas ko'rinishdagi biror chiziqning boshqa chiziqlar yoki sirtlar bo'yicha xarakat qilishidan hosil bo'ladi. Xarakatlanib sirt hosil qiluvchi chiziq yasovchi deb ataladi. Yasovchi chiziqning xarakatini belgilovchi chiziqlar yonaltiruvchilar deb ataladi. Sirtlar yasovchilarining turlariga qarab ikkiga bo'linadi.

1. Chiziqii sirtlar - silindr, konus... 2. Chiziqsiz sirtlar- shar, ellipsoid sirtlarni ko'rsatish mumkin.

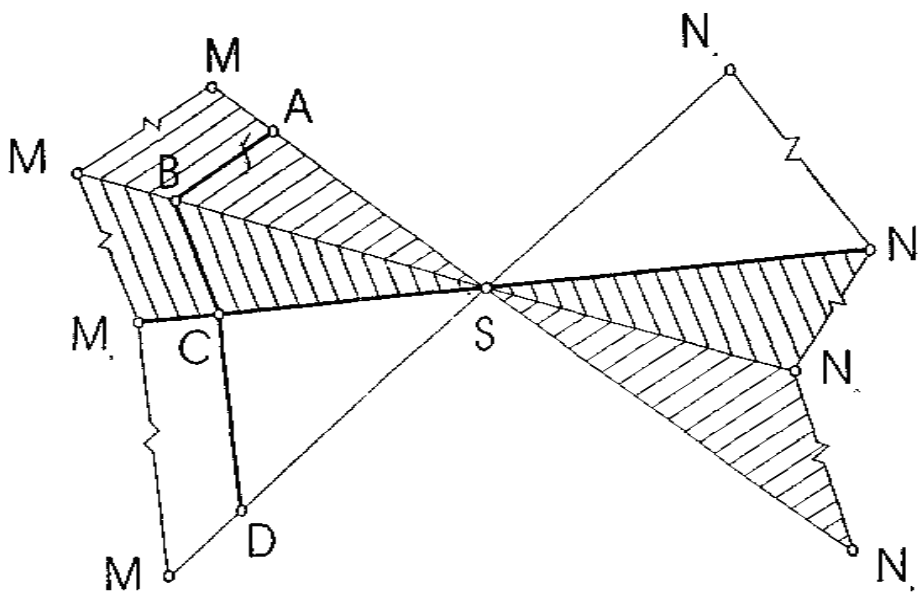
### 1-Sirtlarning aniqlovchisi.

$$F = (G), (A).$$

G - geometrik qismlar - nuqta, to'g'ri chiziq, egri chiziq, tekislik va boshqalar.

A - sirt yasovchilarining qonunlashtirilgan xarakati.

### Ko'pyoqlar.

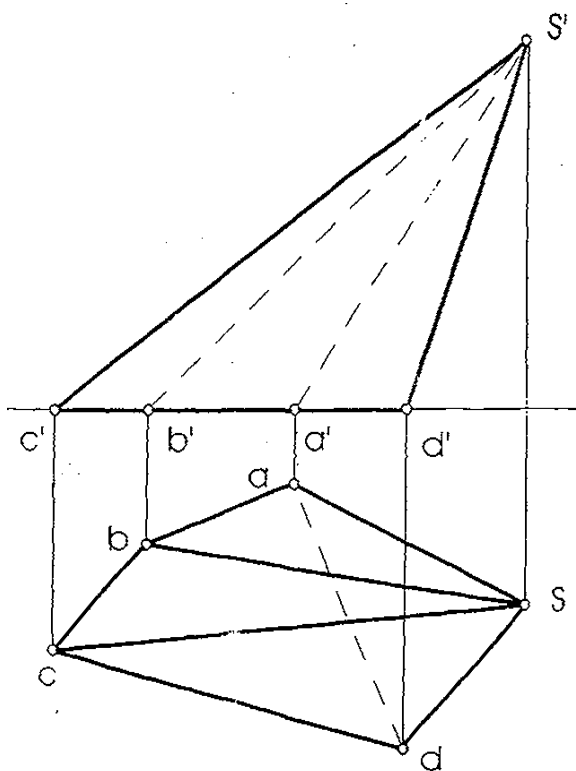


Tekislik bilan chegaralangan jism ko'pyoq deb ataladi. Ko'pyoqni chegaralovchi tekisliklarning kesishuv chiziqlari qirralari deb, tekisliklarning qirralar orasidagi qismlari yoqlari deb, qirralarining kesishuv nuqtalari uchlari deb ataladi.

S-sirtning uchi, (ABCD)-sirtning yonaltiruvchisi, (MN) - sirtning yasovchisi.

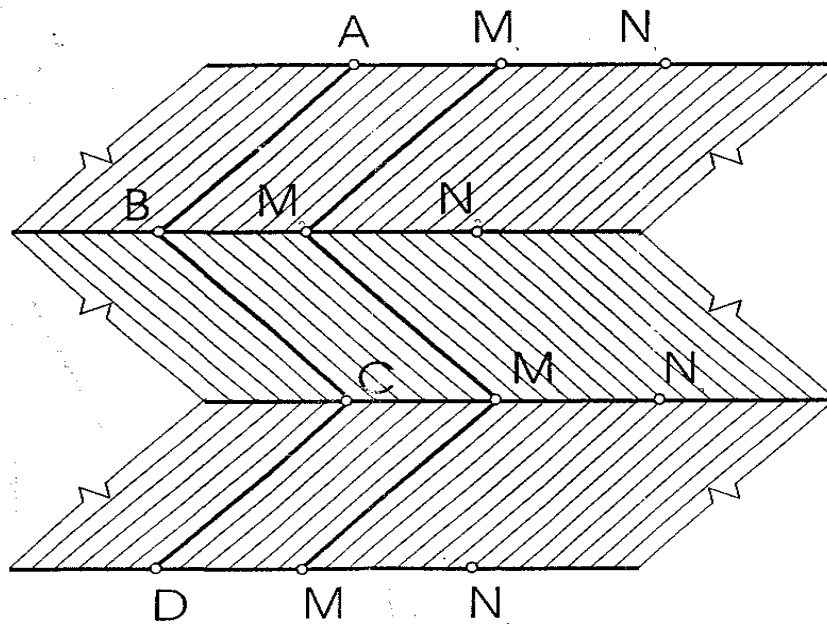
Og'ma piramida.

Ko'pyoqning yoqlaridan biri ko'pburchak bo'lib, qolgan yoqlari umumiy uchga ega bo'lgan uchburchaklar bo'lsa, bunday ko'pyoq piramida deb ataladi. Ko'pburchak piramidaning asosi deb ataladi. Piramida yon yoqlarining asosiga perpendikulyar yoki qiya bo'lishiga qarab, to'g'ri yoki og'ma **piramida** deb ataladi.



## Prizma

Ko'pyoqning ikki yog'i, mos tomonlari bir-biriga parallel bo'lgan teng ko'pburchaklardan iborat bo'lib, qolgan yoqlari parallelogram bo'lsa, bunday ko'pyoq **prizma** deyiladi.



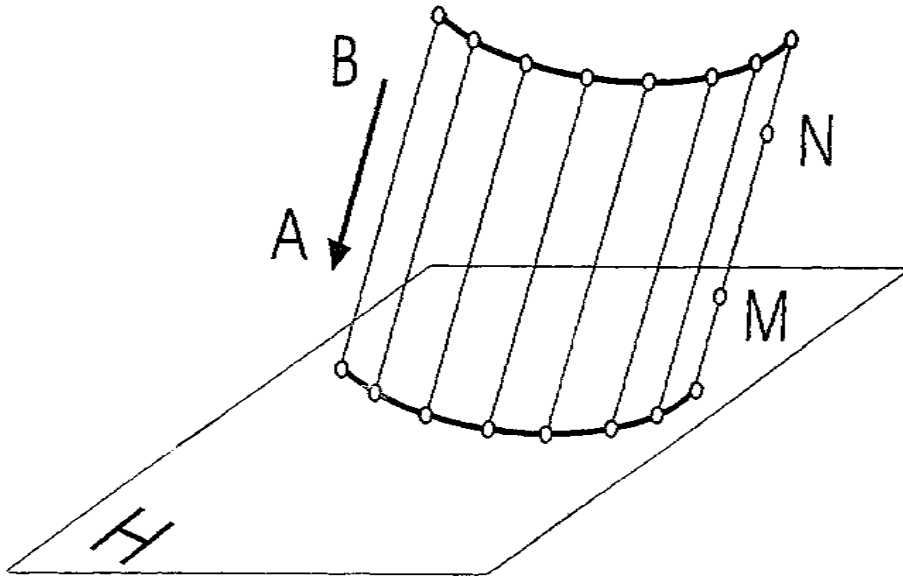
## 2-Chiziqli sirtlar.

To'g'ri chiziqning fazodagi ixtiyoriy xarakat qilishi natijasida hosil bo'lgan sirt chiziqli sirt deyiladi.

### 1. Yoyiladigan chiziqli sirtlar.

Yasovchi MN to'g'ri chiziqning berilgan AB yo'nalishga parallel vaziyatini saqlab, yo'naltiruvchi L egri chiziq bo'yicha xarakatlanishidan hosil bo'lgan sirt silindr sirt deyiladi.

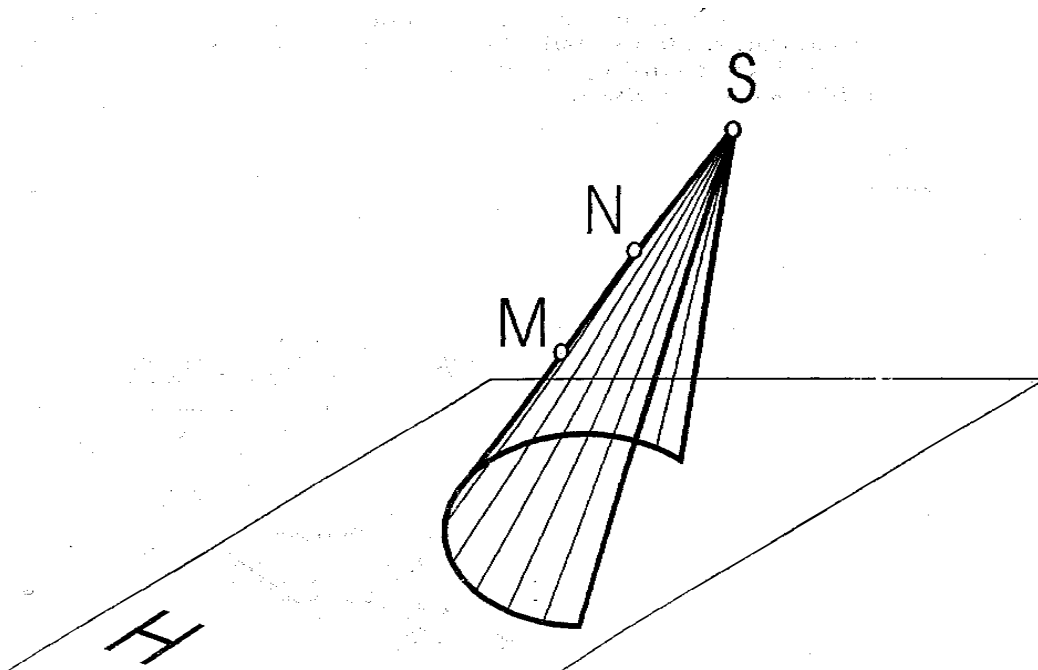
Silindr sirtning proyeksiya tekisligi bilan kesishgan chizig'I uning asosi deyiladi.



$$F=L,(.)S \quad (MN),(AB)$$

## 2. Konus sirtlari.

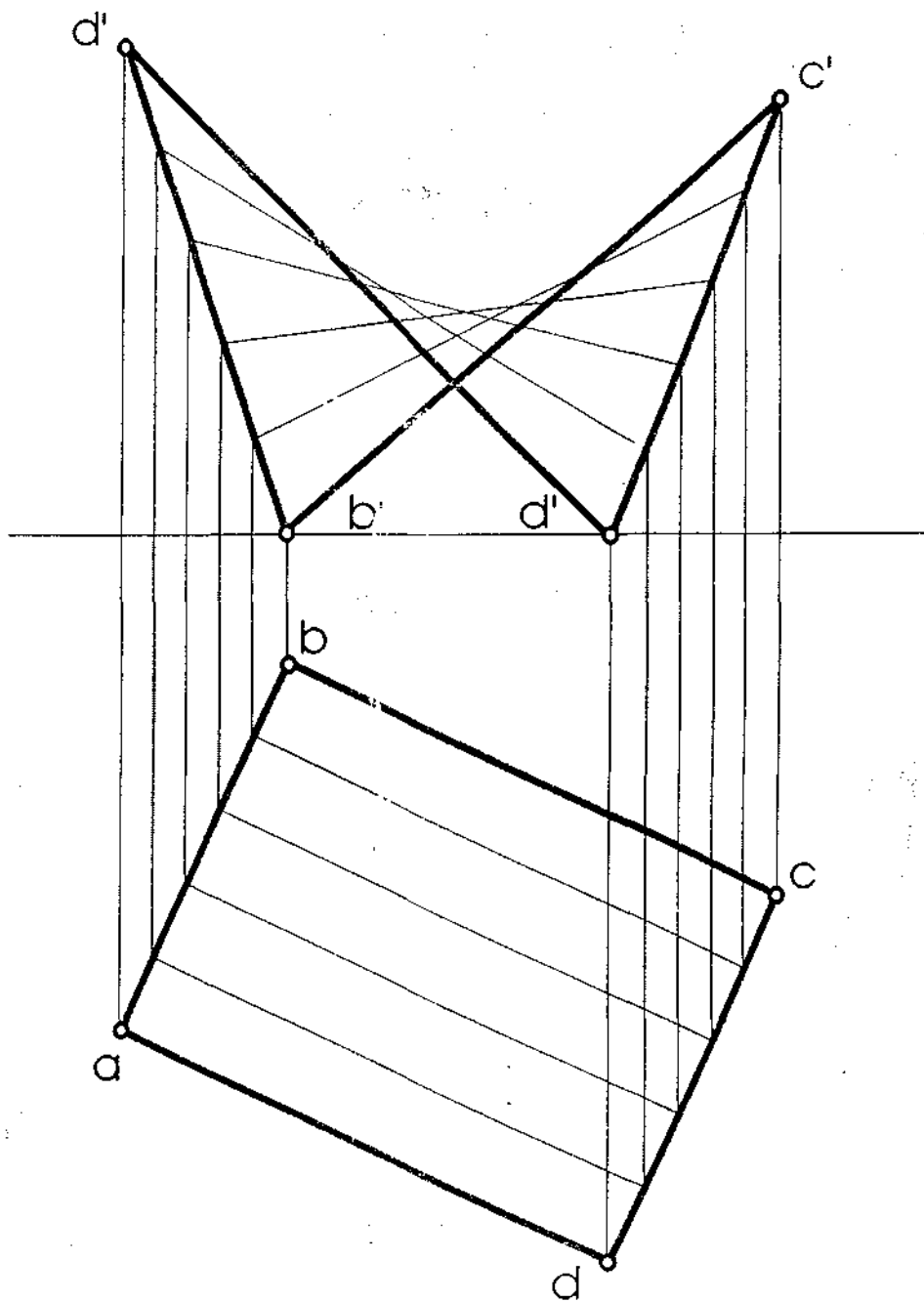
Yasovchisi MN to'g'ri chiziqning yonaltiruvchi burchagi egri chiziq bo'ylab sirpanib xarakat qilishi bilan birga, doimo S nuqtadan o'tishi natijasida hosil bo'lgan sirt **konus sirtideyiladi**.



$$F=L,(.)S, (MN)$$

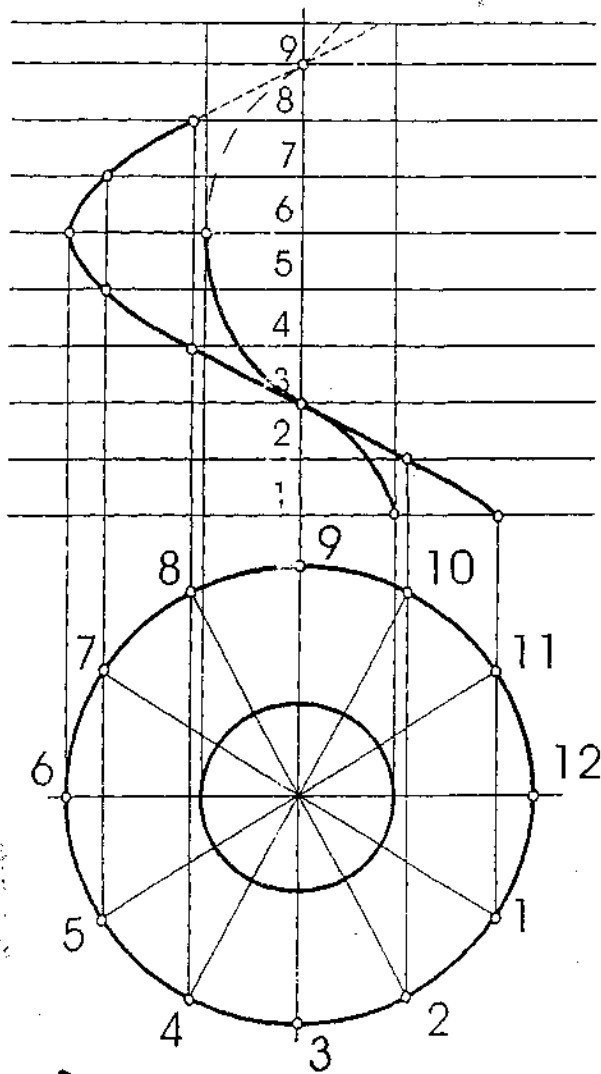
### 3. Qiyshiq tekislik yoki giperbolik papboloid.

Yo'naltiravchilarining ikkalasi ham to'g'ri chiziq bo'lgan, papallelizm tekisligi bor chiziqli sirtlar qiyshiq tekislik yoki **giperbolik papaboloid** deyiladi.

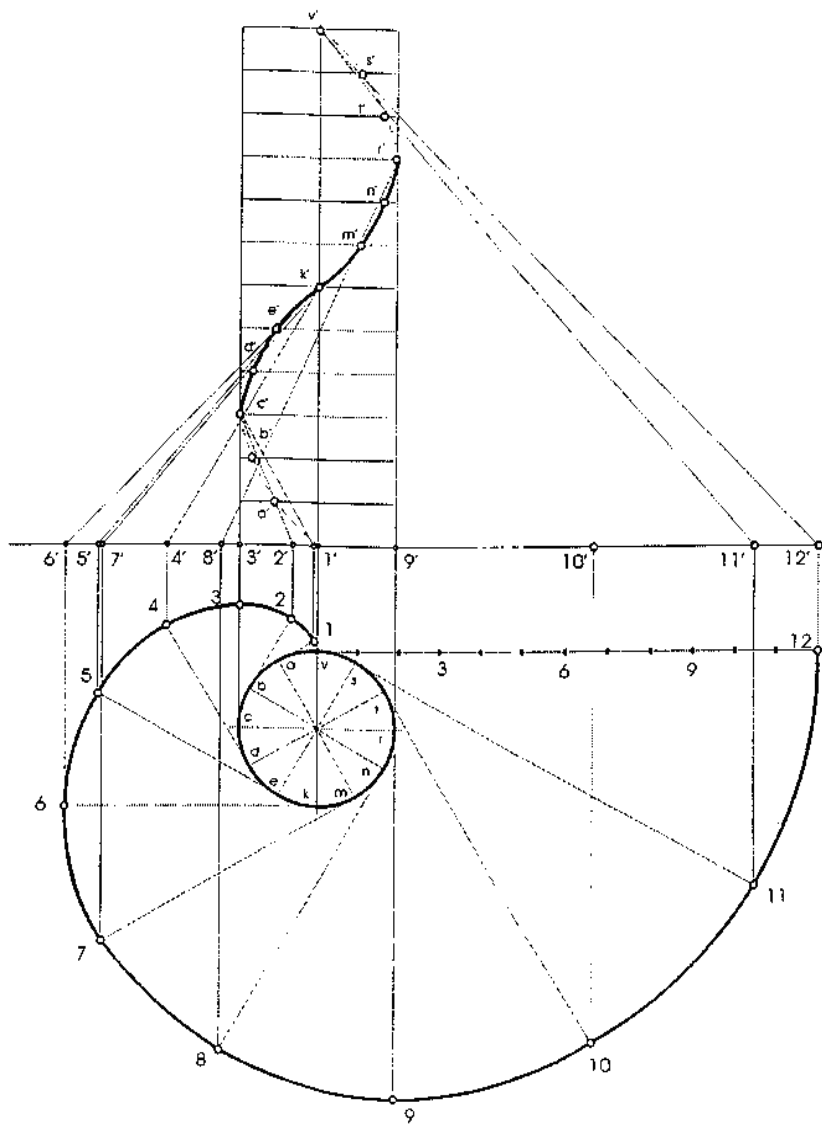


#### 4. Vint sirtlari.

Yasovchi chiziqning o'q atrofida vintsimon xarakat qilish natijasida nosil bo'lgan sirt **vint** sirti deyiladi.

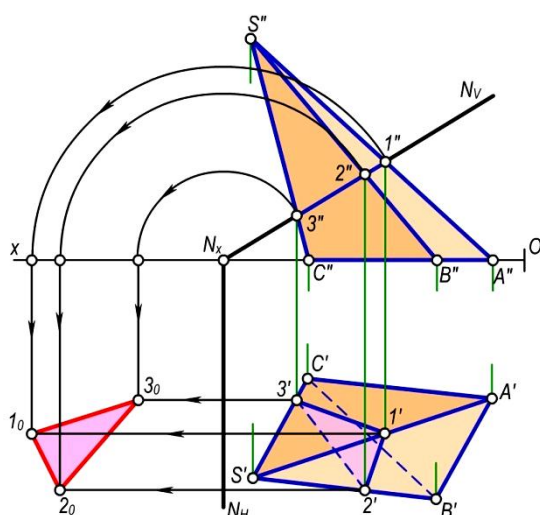


Yasovchisi to'g'ri chiziq bo'lsa, vint sirti chiziqli bo'ladi va **gelikoid** deb ataladi.

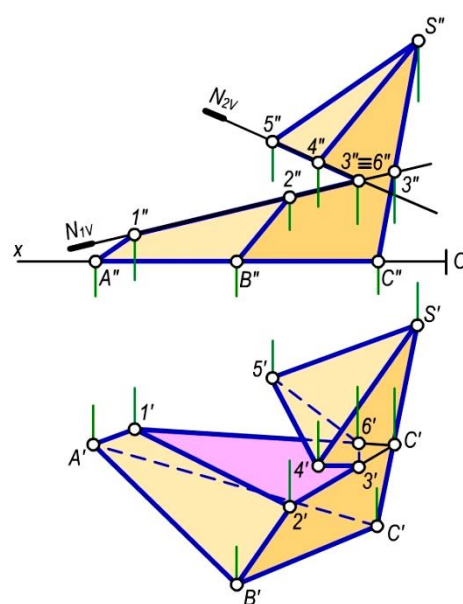


## 15-ma'ruza. Sirtning proyeksiyalovchi tekislik va to'g'ri chiziq bilan kesilishi.

Agar ko'pyoqliklar proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishsa, ularning kesim yuzasini proyeksiyalarini yasash yanada osonlashadi, chunki bunda kesim yuzaning bir proyeksiyasi proyeksiyalovchi tekislik izida bo'ladi 15.1-shaklda og'ma piramidaning frontal proyeksiyalovchi  $N(N_H, N_V)$  tekislik bilan kesishgan va kesim yuzasini va uning haqiqiy kattaligini yasash ko'rsatilgan. 15.2-shaklda uchyoqli piramidani  $N_1(N_{1V})$  va  $N_2(N_{2V})$  frontal proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesib, kesimda hosil bo'lgan o'yoq qismining gorizonttal proyeksiyasini yasash ko'rsatilgan. Kesim yuzasi proyeksiyalarini yasash yo'llarini chizmadan tushunib olish qiyin emas.



**15.1-shakl**



**15.2-shakl**

### Ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishishi

To'g'ri chiziq kavariq ko'pyoqlikning yoqlari bilan ikki nuqtada kesishadi. Bu nuqtalarning biri *kirish* ikkinchisi *chiqish* nuqtalari deb yuritiladi. To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining kesishish nuqtalarini yasashda quyidagi usullardan foydalaniladi:

- to'g'ri chiziq orqali xususiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish usuli;
- to'g'ri chiziq orqali umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish usuli.

Quyida to'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlikning kesishish nuqtalarini yasashga oid bir necha misollarni ko'rib chiqamiz.

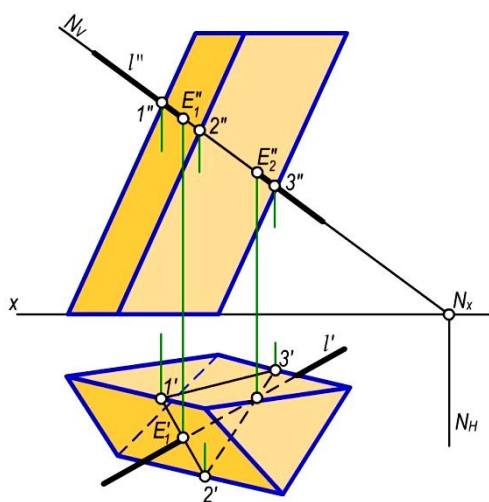
1-usul: To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish nuqtalarini xususiy vaziyatdagi tekislik vositasida yasash, qo'yidagi yasash algoritmi asosida bajariladi:

- berilgan to'g'ri chiziq orqali xususiy vaziyatdagi tekislik o'tkaziladi;
- xususiy vaziyatdagi tekislik bilan berilgan ko'pyoqlikning o'zaro kesishuvdagi kesim yuza chizig'i aniqlanadi;
- kesim yuza chizig'i bilan berilgan to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari belgilanadi.

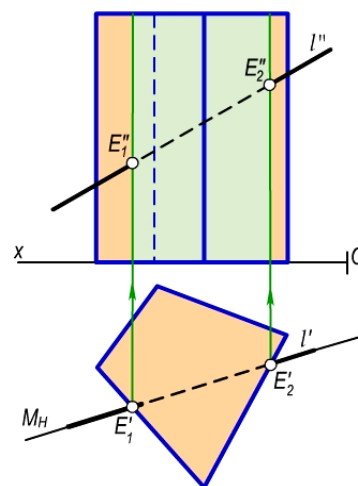
15.3-shaklda  $\ell(\ell', \ell'')$  to'g'ri chiziqning uch yoqli  $\square(\square', \square'')$  prizma sirti bilan kesishish nuqtalarini yasash tasvirlangan.

Yasash algoritmi qo'yidagicha:

- $\ell$  to'g'ri chiziq orqali frontal proyeksiyalovchi  $N(N_H, N_V)$  tekislik o'tkaziladi;  $\ell'' \subset N_V$  va  $N_H \perp O_x$ ;
- $N$  tekislik bilan  $\square$  prizmaning kesishishidagi kesim yuza chizig'i proyeksiyalari  $1'2'3'$  va  $1''2''3''$  yasaladi.  $N \cap \square \Rightarrow =23$ ;
- Kesim yuza chizig'i  $\Delta 123$  bilan  $\ell$  to'g'ri chizig'ining uchrashish nuqtalari  $E_1$  va  $E_2$  belgilanadi.  $12 \cap \ell = E_1$  va  $23 \cap \ell = E_2$ . Bunda avvalo  $1'2'3' \cap \ell' = E'_1$  va  $E'_2$  lar aniqlanib, so'ngra proyeksiyon bog'lanish chizig'i orqali  $E''_1$  va  $E''_2$  lar holati aniqlanadi.



15.3-shakl



15.4-shakl

Agar ko'pyoqlikning yon yoqlari proyeksiyalovchi tekisliklar bo'lsa, to'g'ri chiziq bilan bunday sirtning kesishish nuqtalarini yasash juda soddalashadi.

15.4-shakl to'rt yoqlik to'g'ri prizma sirti bilan  $\ell(\ell', \ell'')$  to'g'ri chiziqning o'zaro kesishish  $E_1(E'_1, E''_1)$ ,  $E_2(E'_2, E''_2)$  nuqtalarini yasash tasvirlangan.

Bunda prizmaning yon yoqlari proyeksiyalovchi tekisliklardan iborat bo'lgani uchun  $\ell$  orqali  $M(M_N)$  gorizonta proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi, kesishuv nuqtalari proyeksiyalari  $E'_1$  va  $E'_2$  belgilanadi. So'ngra ularning  $E''_1$  va  $E''_2$  proyeksiyalari yasaladi.

2-usul: To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish nuqtalarini, umumiy vaziyatdagi yordamchi tekislik vositasida yasash. Bunda umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish uchun markaziy yoki qiyshiq burchakli parallel proyeksiyalash usullarining biridan foydalaniladi. Bunda to'g'ri chiziqni ko'pyoqlik sirtiga kirish va chiqish nuqtalarini yasash algoritmi quyidagicha:

- berilgan to'g'ri chiziq orqali sirtning asosini kesuvchi umumiy vaziyatdagi yordamchi tekislik o'tkaziladi;
- yordamchi tekislik bilan sirt asosi tomonlarining kesishish nuqtalari belgilanadi;
- bu nuqtalar orqali yordamchi tekislik bilan sirt yon yoqlarining kesishish chiziqlari aniqlanadi;
- bu chiziqlar berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishib sirtga tegishli kirish va chiqish nuqtalarni hosil qiladi.

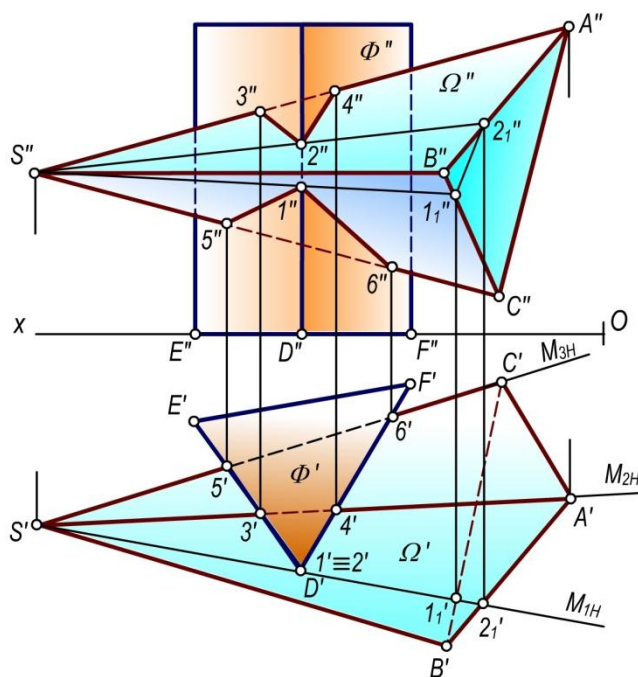
Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishishi

Ko'pyoqliklar fazoda bir-biriga nisbatan o'zaro joylashuviga qarab, to'la, qisman kesishgan yoki butunlay kesishmagan vaziyatlarda uchraydilar. Ko'pyoqliklar o'zaro kesishganda bir yoki bir necha yopiq fazoviy yoki tekis sinq chiziqlar hosil bo'ladi. Bu sinq chiziq uchlarini, ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalarini yasash usuli yordamida aniqlanadi. Agar kesishuvchi ko'pyoqliklardan birini  $\square$  va ikkinchisini  $\Omega$  deb belgilasak, ularning kesishgan chizig'ini yasash qo'yidagi algoritm bilan bajariladi:

- $\square$  ko'pyoqlik qirralarining  $\Omega$  ko'pyoqlik sirti yoqlari bilan kesishish nuqtalari yoki  $\Omega$  ko'pyoqlik qirralarining  $\square$  ko'pyoqlik yoqlari bilan kesishish nuqtalari aniqlanadi;
- $\square$  va  $\Omega$  ko'pyoqlarning yon yoq tekisliklarini o'zaro kesishish chiziqlari yasaladi.

Hosil bo'lgan kesishish nuqtalarini yoki chiziqlarni tegishli tartibda birlashtirilsa berilgan ko'pyoqliklarning kesishish chizig'i hosil bo'ladi. Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishish chiziqlarini yasashda avvalo ularning kesishishida qatnashmaydigan qirralari aniqlanadi; so'ngra ko'pyoqliklarning ko'rinar, ko'rinmas qirralarini aniqlanib va ularning ko'rinar qismlarini asosiy tutash chiziqlarda yurg'izib chiqiladi.

6.23-rasmda tasvirlangan prizma va piramida sirtlarining o‘zaro kesishish chizig‘ini yasash algoritmi qo‘yidagicha bo‘ladi:



15.5-shakl

- prizmaqirralariningpiramidasirtibilankesishgannuqtalariyasalgan.

Rasmdanko‘rinibturibdiki, prizmaningfaqatoldingi D qirrasiginapiramidasirtini /va2nuqtalardakesibo‘tgan. Bunuqtalar Dnuqtaorqalio‘tgan  $M_1(M_{1N})$  gorizontalyoyeksiyalovchitekislikyordamidayasalgan;

- piramidaqirralariningprizmasirtibilankesishgan3,4,5,6nuqtalariyasalgan.

PiramidaningfaqatSAvaSCqirralariprizmabilankesishadi.

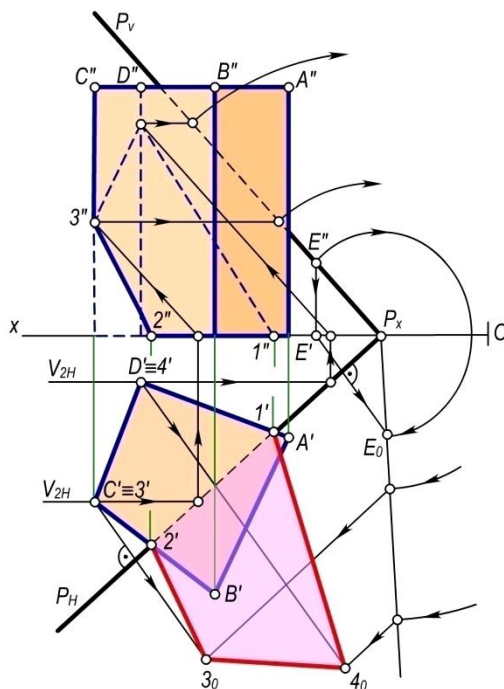
SAvaSCqirralariningprizmabilankesishgan3(3',3''), 4(4',4''), 5(5',5''), 6(6',6'')nuqtalari6.20-rasmda

ko‘rsatilganidek $M_2(M_{2H})$ va $M_3(3H)$ gorizontalyoyeksiyalovchitekisliklaryordamidatopilgan;

- Aniqlangan 1'',2'',3'',4'',5'',6'' nuqtalarni rasmda ko‘rsatilganidek, ko‘rinar-ko‘rinmas qismlarini e‘tiborga olib, tartib bilan birlashtirib chiqilsa, ikki sirtning o‘zaro kesishish siniq chizig‘ining frontal proyeksiyasi hosil bo‘ladi.

- 15.5.shaklda to‘g‘ri prizmaning umumiy vaziyatdagi  $R(P_V, P_H)$  tekislik bilan kesishish chizig‘ining proyeksiyalarini yasash ko‘rsatilgan. Kesimning 1(1',1'') va 2(2',2'') nuqtalari bevosita prizma asosi bilan R tekislikning  $P_n$  izi kesishgan nuqtalarida yotadi. C va D qirralar orqali o‘tkazilgan yordamchi kesuvchi  $V_1(V_{1H})$ ,  $V_2(V_{2H})$  frontal tekisliklar

vositasida 3,4 nuqtalar proyeksiyalari aniqlangan. Kesim yuzasining haqiqiy kattaligi R tekislikni uning  $P_N$  izi atrofida aylantirib N ga jipslashtirish usulida yasalgan.



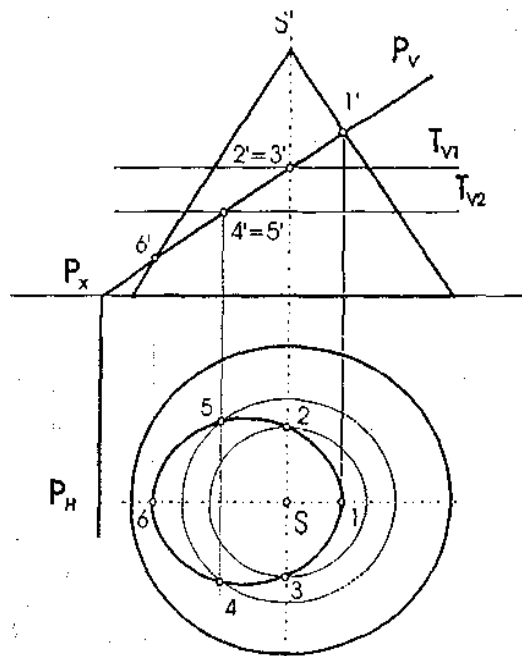
**15.6-shakl**

Agar ko'pyoqliklar proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishsa, ularning kesim yuzasini proyeksiyalarini yasash yanada osonlashadi, chunki bunda kesim yuzaning bir proyeksiyasi proyeksiyalovchi tekislik izida bo'ladi.

**Aylanish sirtining tekislik bilan kesilishi.**

Sirtning tekislik bilan kesilishidan hosil bo'lgan chiziq kesuvchi tekislikda yotgan tekis egri chiziq bo'ladi. Xar qanday sirtning tekislik bilan kesishuv chizigini yasash uchim yordamchi tekisliklardan foydalaniladi. Bu yordamchi tekisliklar odatda xsusiy vaziyatdagi tekisliklar bo'ladi va ular sirtlarni aylanalar yoki to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesadi.

Misol. Berilgan konusning xususiy vaziyatdagi P tekisligi bilan kesilishidan hosil bo'lgan kesim yuzasining haqiqiy kattaligi topilsin.

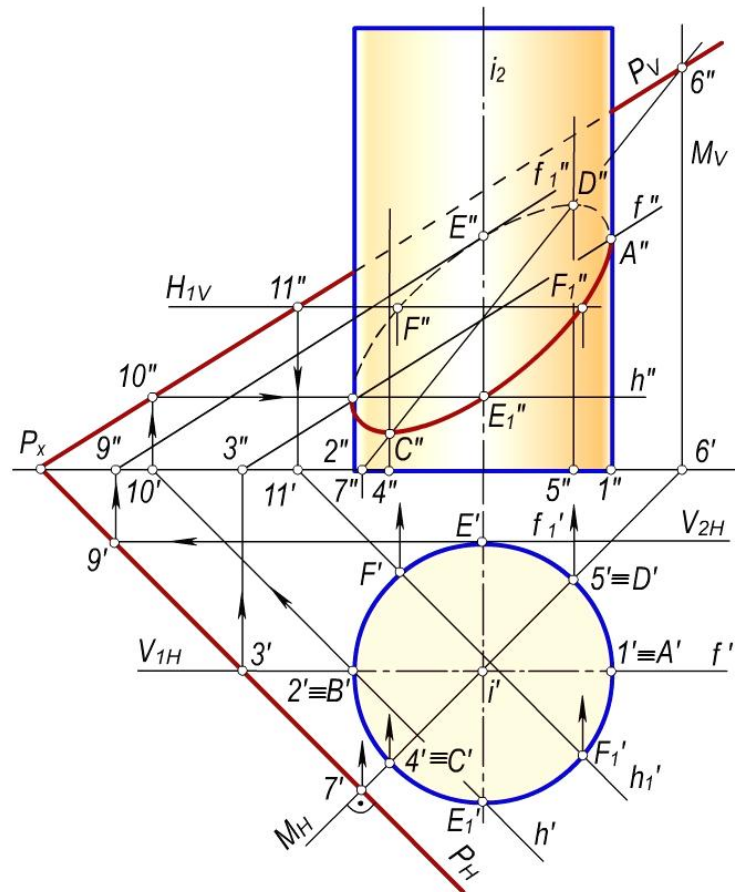


15.7 - shakl

Buning uchun  $P$  tekislik bilan konus sirtining chekka yasovchilari kesishayotgan (1,2) nuqtalarini aniqlaymiz. Kesishish nuqtalarining qolgan nuqtalarini topish uchun aylanish o'qiga perpendikulyar qilib yordamchi tekisliklar olamiz va ularning kesim yuzalarining gorizontaal proyeksiyalarini topamiz. Kesim yuzalarining va gorizontaal chiziqlarning kesishuv nuqtalari izlangan chizig'iga oid nuqtalar bo'ladi.

4-masala.  $H$  tekislikda joylashgan to'g'ri doiraviy silindrning ixtiyoriy vaziyatdagi  $P(P_H, P_V)$  tekislik bilan kesishishidagi kesim yuza proyeksiyalari yasalsin (15.8-rasm).

*Yechish.* Kesim yuzasining gorizontaal proyeksiyasi silindrning gorizontaal proyeksiyasi (asosi) bilan ustma-ust tushadi. Shuning uchun kesimning faqat frontal proyeksiyasi topiladi.



15.8-shakl

Dastlab silindrning chetki 1, 2 yasovchilari bilan  $P$  tekislikning kesishish nuqtalari  $A$  va  $B$  ning frontal proyeksiyalari  $A''$  va  $B''$  nuqtalari topiladi. Buning uchun chetki yasovchilar orqali  $V_1(V_{1H})$  frontal tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik berilgan  $P$  tekislikni frontal chiziq bo'yicha kesadi. Kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi  $f''$  silindr chetki yasovchilarining frontal proyeksiyalari bilan kesishib,  $A''$  va  $B''$  nuqtalarni hosil qiladi.

Kesimning eng yuqori va eng quyi nuqtalarning frontal proyeksiyalari  $D''$  va  $C''$  nuqtalarni topish uchun silindrning o'qidan o'tuvchi va  $P$  tekislikka perpendikulyar bo'lgan  $M(M_H, M_V)$  gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi:  $i \subset M_H \perp H$ . Bu tekislik silindrni  $4(4', 4'')$  va  $5(5', 5'')$  yasovchilari,  $P$  tekislikni esa  $67(6'7', 6''7'')$  to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi. Yasovchilarning frontal proyeksiyalari  $6''7''$  to'g'ri chiziq bilan kesishib,  $D''$  va  $C''$  nuqtalarni hosil qiladi.

Kesimning boshqa nuqtalarini kesuvchi tekislikning gorizontaal yoki frontalchiziqlaridan foydalanib topish mumkin. Masalan,  $E$  nuqtaning frontal proyeksiyasi  $E''$  ni topish uchun  $E$  nuqtadan o'tkazilgan  $V_2(V_{2H})$  tekislik silindrni yasovchisi bo'yicha,  $P$  tekislikni  $f_1(f_1', f_1'')$  frontal chiziq bo'yicha kesadi. Frontalning frontal proyeksiyasi  $f_1''$  va  $E'$  nuqtadan

o'tuvchi yasovchi o'zaro kesishib,  $E''$  nuqtani hosil qiladi.  $F'$  va  $F_1''$  nuqtalar ixtiyoriy  $H_1(H_{1V})$  gorizontal yordamchi tekislik o'tkazish yo'li bilan topiladi. Yordamchi tekislikning  $H_{1V}$  izi  $C''$  va  $D''$  nuqtalar oraligida o'tkaziladi. Bu tekislik silindrni aylana bo'yicha kesadi. Bu aylananing gorizontal proyeksiyasi silindrning asosi bilan ustma-ust tushadi. Berilgan  $P(P_H, P_V)$  tekislik  $H_1(H_{1V})$  tekislik bilan  $1_1(1_1', 1_1'')$  nuqtadan o'tuvchi  $h(h_1', h_1'')$  gorizontal bo'ylab kesishadi.

$h_1$  gorizontalning gorizontal proyeksiyasi  $h_1'$  va silindrning asosi o'zaro kesishib,  $F'$  va  $F_1'$  nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlari o'tkazilib,  $H_{1V}$  izda  $F''$  va  $F_1''$  nuqtalar belgilab olinadi.

Silindrning kuzatuvchiga karatilgan oldingi yarim qismi ko'rinadi, orqa tomondagi qismi esa ko'rinmaydi. Shunga asosan, kesimning frontal proyeksiyasidagi  $A''F_1''E_1''C''B''$  qismi ko'rinadi,  $B''F''E''D''A''$  qismi esa ko'rinmaydi. Bu nuqtalarni tartibi bilan tutashtirib, tekis egri chiziq - ellips hosil qilinadi.

## 17 -ma'ruza. Sirtlarning o'zaro kesishuvi va ularning yasash usullari.

### Uo'rdamchi kesuvchi tekisliklar usuli.

#### Sirtlarning o'zaro kesishuvi.

Injenerlik inshootlari, mashina detallari har xil geometrik shakillardan tuzulgan va ular tekis yoki fazoviy egri chiziqlar bo'yicha kesishishadi. Geometrik sirtlarning kesishish chizig'ini yasash usullari bir necha hildir

#### *Yordamchi tekisliklar usuli*

A) Agar kesishayotgan ikki sirt ham qirrali sirtlar bo'lsa,

B) Agar kesishayotgan sirtlarning biri aylanma, ikkinchisi qirrali sirt bo'lsa,

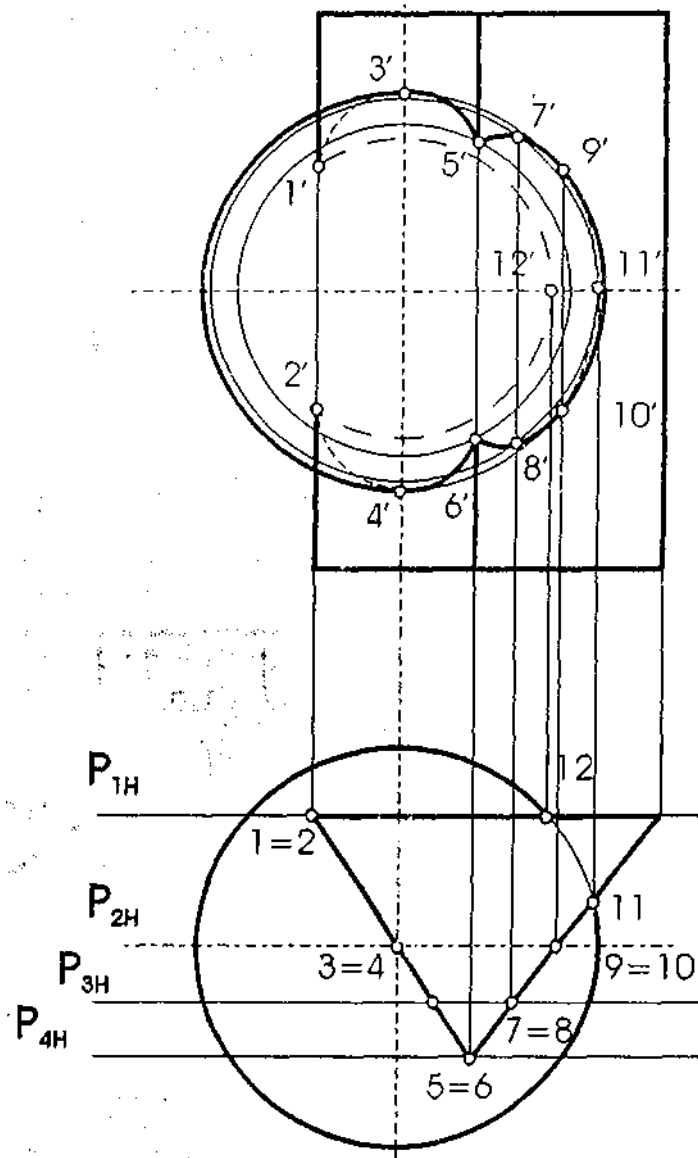
C) Agar ikkita kesishayotgan sirtlar aylanma sirt bo'lsada, ammo ularning aylanish o'qlari umumiy bir nuqtaga ega bo'lmasa, u holda bunday sirtlarning kesishish chizig'i yordamchi tekisliklar usulida topiladi.

Misol 1. Berilgan to'g'ti piramida bilan to'g'ri prizmaning kesishuv chizig'i aniqlansin.

Yechish: Kesishayotgan sirtlarning biri to'g'ri prizma bo'lgani va uning asosi frontal proyeksiya tekisligiga parallel joylashgani sababli kesishish chizig'i prizma sirtining asosida bo'ladi. Bu misolda kesishish chizig'ining gorizontal poyeksiyasini topish kerak. Buning uchun frontal proyeksiyasidagi  $(1^1 \wedge 1)$  va  $(3^1 \wedge 1)$  lar orqali  $P \parallel H$  yordamchi kesuvchi tekisliklarini olamiz. Tekislik bilan piramida sirtining kesim yuzasining gorizontal proyeksiyalarini topsak, (1,2) va (3,4) larning gorizontal proyeksiyasini ham topamiz. Topilgan nuqtalarni ketma- ket tutashtirsak kesishish chizig'ining gorizontal proyeksiyasini hosil qilamiz.



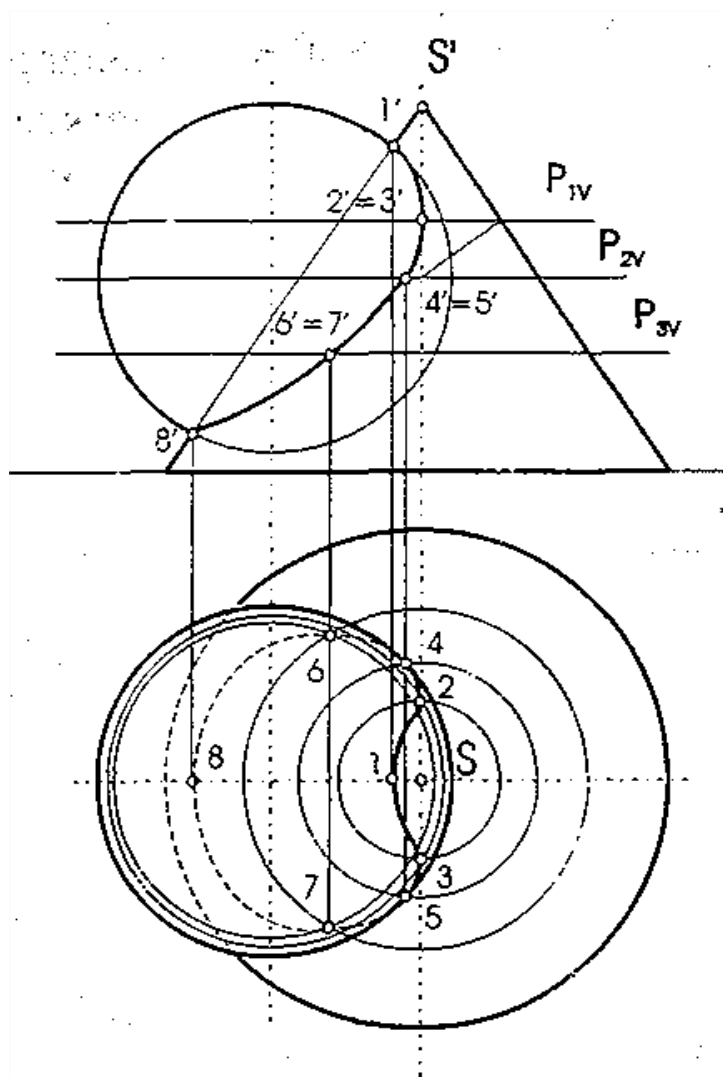
Misol 2. Berilgan to'g'ri prizma bilan shar sirtining kesishish chizig'i topilsin:



17.2-shakl

Bu misolda prizmaning gorizontol proyeksiyasida qirralari va yoqlari orqali frontal tekislikka parallel olingsan tekisliklar sharni aylanalar bo'ylab kesib o'tadi. Xar qaysi aylananing prizma qirralari yoki yasovchi chiziqlari bilan kesishuv nuqtalari shar bilan prizmaning kesishuv chizig'iga oid nuqtalar bo'ladi.

Misol 3. Berilgan to'g'ri doiraviy konus bilan shar sirtining kesishish chizig'i aniqlansin.



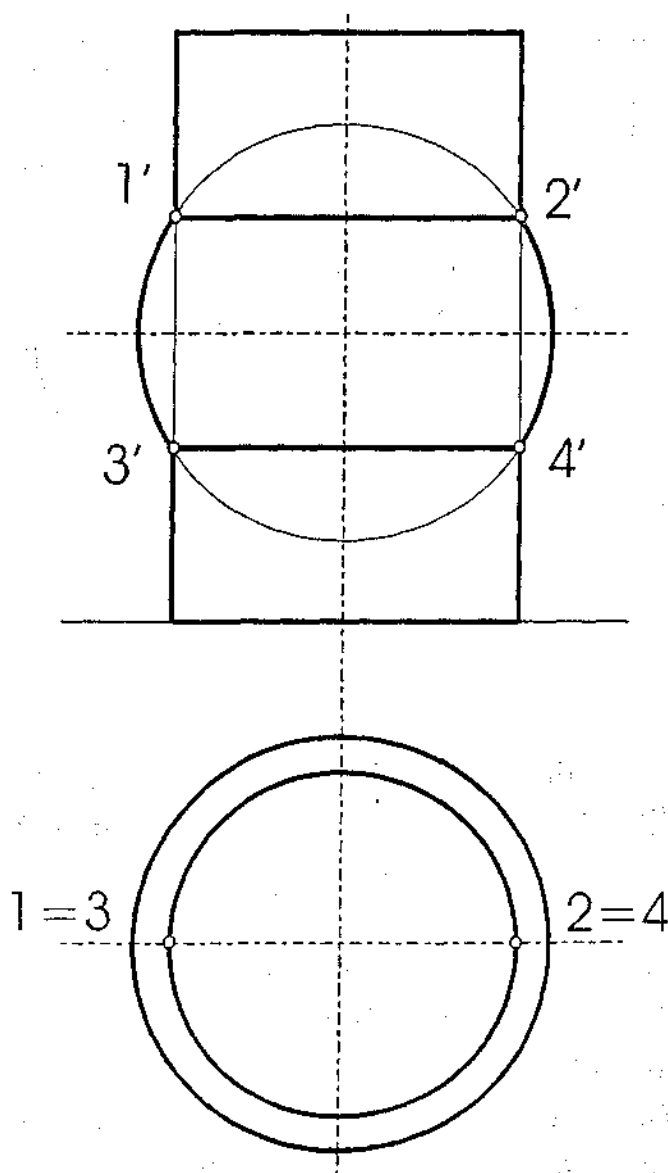
17.3-shkl

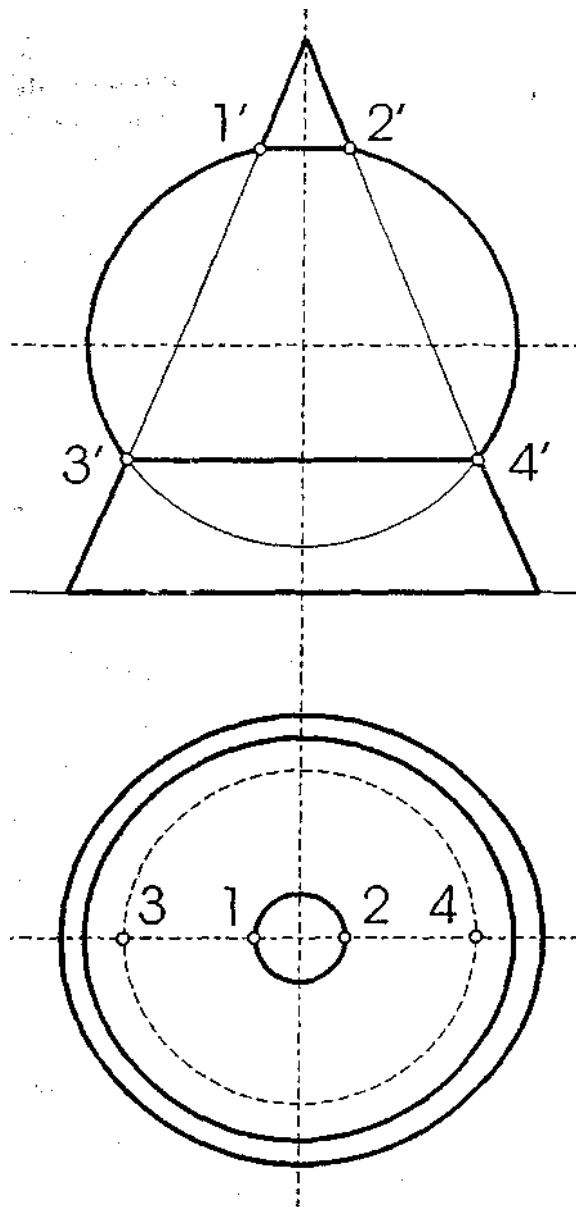
Bu misolda berilgan ikkala sirt ham aylanma sirt. Yordamchi tekisliklarni frontal proyeksiyasida  $H$  ga parallel qilib ( $1^{\wedge}1$ ) nuqtalar orasida olish kerak. Bu tekisliklar ikkala sirtning ham aylana bo'ylab kesib o'tadi. Bir tekislik yordamida kesilishidan hosil bo'lgan kesim yuzalarining uchrashish nuqtalari ikkala sirt uchun umumiy bo'lgan nuqtalarni beradi. Gorizontaal proyeksiyasida bunday nuqtalarni, ya'ni (3,4) lar topilgandan so'ng ularni ( $3^{\wedge}1$ ) frontal proyeksiyalari aniqlanadi. Shunday qilib (5,6), (7,8) nuqtalar topiladi va ketma-ket tutashtirilsa sirtlarning kesishuv chizig'i aniqlanadi.

**18 ma'ruza. O'qlari kesishgan aylanma sirtlarning kesishuv chizig'ini yordamchi sharlar vositasi bilan aniqlash.**

Buning uchun kesishayotgan ikkala sirt ham aylanma sirt bo'lishi va ularning aylanish o'qlari umumiy bir nuqtaga ega bo'lishi kerak.

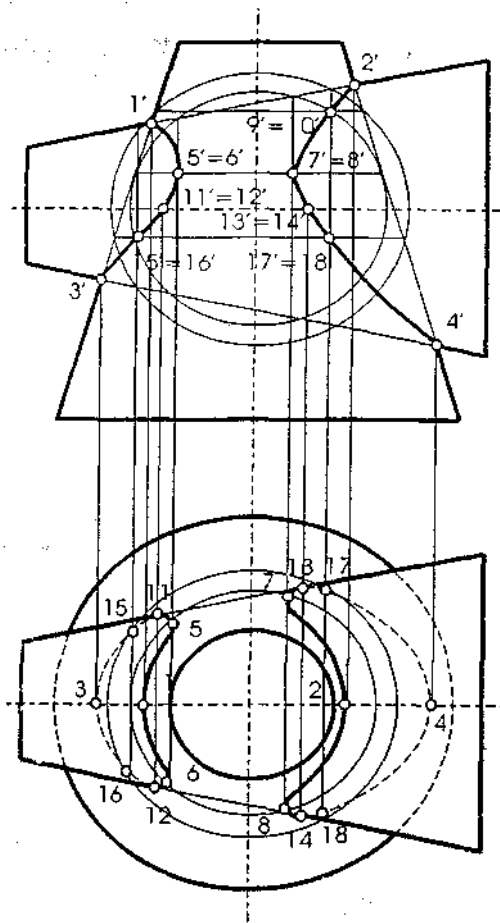
Bu usul quyidagi holga asoslangan: agar xar qanday aylanish sirtining o'qi sharning markazidan o'tgan bo'lsa, bu sirt shar bilan aylanalar bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning tekisliklari aylanish o'qlariga perpendikulyar bo'ladi.





Bu chizmada o'qlari sharning markazidan o'tgan doiraviy silindrning va doiraviy konusning shar bilan kesishuvi tasvirlangan.

Misol. Aylanish o'qlari umumiy bir nuqtaga ega bo'lgan ikkita aylanish sirtining kesishish chizig'ini topish.



Yasash frontal proyeksiyada bajariladi. Chekka yasovchilari kesishgan  $(1^1, 2^1)$  va  $(3^1, 4^1)$  larni aniqlagandan so'ng  $O^1$  nimarkaz qilib, ikkala sirtni kesib o'tadigan sharlar olamiz. Bu sharlar konuslar bilan aylanalar bo'ylab kesishadi. Bir shar yordamida kesilishidan hosil bo'lgan kesim yuzalarini uchrashush nuqtalari ikkala sirt uchun umumiy bo'lgan nuqtalarni beradi. Shunday qilib bir nechta sharlar yordamida hosil bo'lgan nuqtalarni aniqlab, ularni ketma-ket tutashtirsak sirtlarning kesishish chizig'ini aniqlaym

## Maslaxatlar

Yo'rdamchi tekisliklar usulini qo'llaganda, hosil bo'lgan kesim sodda shakl bo'lishligini xisobga olish kerak. Bu shakl aylana yo'ki ko'pburchak bo'lishi shart. Ikki sirtning kesimidagi hosil bo'lgan sodda shakllar nuqtalar bo'yicha kesishadi. Nuqtalarni birlashtirish ikki sirtning kesishuv chizig'ini beradi. Shu masalani ishlab ko'ring.

Yo'rdamchi sferalar usuli o'qlari kesishgan aylanma sirtlarni kesishuv chizig'ini topishda qo'llanadi. Sirtlarning o'qlari kesishgan nuqta aylanalar (sferalar) markazi sifatida olinadi. Shu markazdan aylana (sfera) chizamiz. Aylana ikki sirt yasovchilarini kesib o'tishi lozim. Kesim to'g'ri chiziq shaklida hosil bo'ladi. To'g'ri chiziqlar (kesimlar) kesishuv nuqtasi ikki sirtida yo'tadi va umumiy nuqta bo'ladi. Bir necha umumiy nuqtakar topiladi va lekalo bilan birlashtiriladi. Yasalgan egri chiziq ikki sirtning kesishuv chizig'i bo'ladi. Ikkinchi proeksiya tekisligida yo'rdamchi kesuvchi tekisliklar yo'rdamida aylanma sirtlarning kesishuv chizig'ini proeksiyasi topiladi. Variantingizni ishlab ko'ring.

### **Hazorat savollari**

1. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini qanday egri chiziqlar bo'ladi?
2. Konsentrik va eksentrik sferalardan qanday hollarda foydalaniladi?
3. Sferaning har qanday aylanma sirt bilan kesishuvidan nima hosil bo'ladi va u qanday aniqlanadi?
4. Bitta sferaga tashqi chizilgan silindr va konusning o'zaro kesishishidan qanday chiziqlar hosil bo'ladi?
5. O'qlari kesishmaydigan og'ma silindr va konuslarni kesish chizig'ini yasashda kesuvchi tekislik qanday o'tkaziladi?

## **Adabiyotlar:**

1. George Young. Descriptive geometry. The Macmillan Company, New York. 2013.
2. Technical Drawing. Spring 2006. Instructor: David Anderson.
3. Engineering Drawing by M.B.Shah, B.C.Rana. D.Kindersley, Delhi, 2009
4. Sh.Murodov, L.Xakimov, A.Xolmurzayev, M.Jumayev, A.To'xtayev. Chizma geometriya, Iqtisod-moliya, 2006.
5. M.Siyamand, S.Shakir. Descriptive geometry. [http://www. Endazlyar.com.](http://www.Endazlyar.com), 2010