

CHIZMA GEOMETRIYA VA MUHANDISLIK GRAFIKASI

FANIDAN MA'RUZALAR MATNI

S.S.Saydaliyev

E.A.Nurmatov

TOSHKENT – 2017 y

1-Ma'ruza

1.Injenerlik grafikasi formatlari

(O'zbekiston Davlat standarti)O'z.Dav.St. 2.301-2003.

Grafik ishlarni chizishda qog'ozdan to'g'ri va samarali foydalanish hamda grafik ishlarni qulay saqlash uchun O'z.Dav.St. 2.301-2003 da belgilangan formatlardan foydalaniladi.

Tomonlarining o'lchami 841x1189 mm, yuzasi 1 m² ga teng bo'lgan format, asosiy format deb qabul qilinadi va AO bilan belgilanadi. Har bir keyingi asosiy format undan oldingi formatning uzun tomonini teng ikkiga bo'lishdan kelib chiqadi. Jadvaldagi A harfidan keyingi raqam asos qilib olingan formatni necha marta bo'linganini bildiradi.Asosiy formatlardan foydalanish noqulay bo'lganida qo'shimcha formatlardan ham foydalaniladi. Qo'shimcha formatlar, formatlarning qisqa tomonlarini karrali ko'paytirish bilan hosil qilinadi.

Chizma formatlariga chap tomondan 20 mm va qolgantomonlardan 5 mm dan qoldirib hoshiya chiziladi.Formatning pastki o'ng qismiga asosiy yozuv uchun 185x55mm o'lchamda ramka chiziladi.

Grafik ishlar bajariladigan asosiy formatlarni va ularning o'lchamlarini quyidagicha keltiramiz:

Asosiy formatlar		Qo'shimcha formatlar	
Belgisi	O'lchami mm	Belgisi	O'lchami mm
A0	841x1189	Aox2	1189x1682
		Aox3	1189x2523
A1	594x841	A1x3	841x1783
		A1x4	841x2378
A2	420x594	A2x3	594x1261
		A2x4	594x1682
		A2x5	594x2102
A3	297x420	A3x3	420x891
		A3x4	420x1189

		A3x5	420x1486
		A3x6	420x1783
A4	210x297	A4x3	297x630
		A4x4	297x841
		A4x5	297x1051
		A4x6	297x1261

2. Injenerlik grafikasi masshtablari

O'z.Dav.St. 2.302-03

Detalning chizmasini uning xaqiqiy o'lchamidan kattalashtirib yoki kichiklashtirib chizish mumkin. Masshtab deb, chizmadagi kesma uzunligi qiymatining uning xaqiqiy uzunligi qiymati nisbatiga aytiladi.

O'z.Dav.St. 2.302-03 ga muvofiq detal buyum yoki inshoot qismlarini chizma qog'oziga tushirish uchun ularni bir necha marta kichiklashtirib chiziladi. Aksincha kichikroq detallarni tuzulishlarini yoki qirqimlarini o'rganish uchun chizmada bir necha marta kattalashtirib ko'rsatilishi maqsadga muvofiq bo'ladi. Shuning uchun chizmalarda masshtab tushunchasi kelib chiqadi. O'lchamlarning bir necha marta kichiklashtirib chizmasini chizish kichiklashtirish masshtablari orqali amalga oshiriladi. Kichiklashtirish masshtablari:

...1:2; 1:2,5 1: 4 ; 1: 5; 1: 10; 1: 15; 1: 20; 1: 25; 1: 40; 1: 50; 1: 75; 1: 100; 1: 200; 1: 400; 1: 500; 1: 800; 1: 1000;...

Detal buyum yoki inshoot qismlarini, injenerlik tarmoqlarida sanitariya va boshqa texnika qurilmalarida uchraydigan ayrim kichik detallarni o'lchamlarini bir necha marta kattalashtirib chizmada ko'rsatilishi uchun kattalashtirish masshtablaridan foydalanamiz. Kattalashtirish masshtablari:

...2: 1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1; 40:1; 50:1; 100:1;...

Ko'p hollarda beriladigan topshiriqlar va shaxsiy uy vazifalari haqiqiy o'lchamda chizilishi talab qilinadi. Bu hollarda masshtab 1:1 deb qabul qilinadi, ya'ni detal o'lchami qancha bo'lsa, chizmada ham shu o'lcham bilan chiziladi.

Ma'lumot uchun quyidagilar bilish kerak. Katta ob'ektlarni umumiy plani, sxema va shunga o'xshash geodeziya – kartografiya chizmalarida ham masshtablardan foydalanamiz. Bu masshtablarni quyidagicha ifodalash mumkin:

1: 2000; 1: 5000; 1: 10000; 1: 25000; 1: 50000... xattoki $1: (100 \cdot 10^N)$ bo'lishi ham mumkin.

3.Injenerlik grafikasida chiziq turlari

O'z.Dav.St. 2.303-03

Injenerlik grafikasida detal chizmalarini aniq va yaqqol ko'rsatish uchun (O'z.Dav.St. 2.303-03)ga muvofiq har xil turdagi chiziqlar ishlatiladi. Chizmaning ko'rinadigan asosiy kontur chizig'ini, sirtlarning kesishish chiziqlarini, qirqim va kesim tarkibiga kiruvchi kontur chiziqlarni chizishda yo'g'on asosiy tutash chiziq ishlatiladi. Bu chiziqning yo'g'onligi $s=0.5 \dots 1.4 \text{ mm}$ oraliqda bo'ladi. O'quv chizmalarida chiziq yo'g'onligi $s = 0.8 \dots 1 \text{ mm}$ qilib chizish tavsiya etiladi. Chizmalarda ishlatiladigan boshqa chiziqlarning yo'g'onligi shu asosiy tutash chiziq yo'g'onligiga nisbatan tanlab olinadi.

Chiziqlarning qayerda qo'llanishlari haqida:

Asosiy tutash chiziq – chizmaning korinarchiziqlari, sirtlarning kesishish chiziqlari, kesim chiziqlari.

Ingichka tutash chiziq – chizmaning ustiga chizilgan kesim chiziqlari, o'lcham, chiqarish chiziqlari, shtrixovka chizig'I, chetga chiqarish chiziqlari va ularning nuqtalari.

Tutash to'lqin chiziq - O'yiqlik chiziqlar, qirqim va ko'rinishlarni chegaralash.

Shtrix chiziq - ko'rinmas kontur chiziq, ko'rinmas o'tish chiziqlari.

Ingichka shtrix punktr chiziq - O'q va markaziy chiziqlar, chetka chiqarilgan yoki chizma ustiga chizilgan kesimning simmetrik o'qlari.

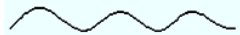
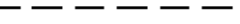
Yo'g'on shtrix punktr chiziq - detalning yuzasiga qoplama, issiqlik ishlov beriladigan joylarni belgilashda ishlatiladi.

Uzuq chiziq – Kesim chiziqlari.

Ingichka tutash sinik chiziq – Uzun chiziqlarni sindirib ko'rsatish.

Ikki nuqtali ingichka shtrix punktr chiziq – Sirtlarni yoyilmasini egilish chiziqlari va boshqalar.

Chiziqlarning nomi, turlari, o'lchamlari va qanday qalam bilan chizilishi quyidagi jadvalda berilgan:

chiziq nomi	chiziq ko'rinishi	chiziq yo'g'onligi	qalam
Asosiychiziq		$S = 0,5 \dots 1,4$	M, TM
Shtrixchiziq		$S / 2 \text{TM}$	
ingichka tutash chiziq		$S / 2 \dots S / 3$	T-2T
tutashtolqin chiziq		$S / 2 - S / 3 \text{TM}$	
Shtrix punktr chiziq		$S / 2 \dots S / 3$	TM
Uzuq chiziq		$S - 1,5 S$	M- TM
nuqtalishtrix-punkt		$S/3 \dots S/2$	M-TM

4.Shriftlar. O'z.Dav.St. 2.304-03

Grafik ishlardagi va boshqa texnikaviy hujjatlardagi hamma yozuvlar, raqamlar O'z.Dav.St. 2.304-03ga muvofiq yoziladi.

Davlat standartlarida chizma shriftlarining quyidagi o'lchamlari belgilangan:

...1,8; 2,5; 3,5 ; 5 ; 7 ; 10 ; 14 ; 20 ; 28 ; 40 ...

Shriftning o'lchami - bosh harflarning millimetr hisobidagi balandligi **h** bilan aniqlanadi.

Kichik harflarning balandligi- bosh harflarning balandligi **h** ga nisbatan olinadi, yani $c=7/10h$.

Harflarning eni q-shriftning o'lchami **h** ga nisbatan olinadi, masalan, $q=6/10h$, yoki harf chiziqlarining yo'g'onligi **d** ga nisbatan topiladi, masalan: $q=6d$.

Harf chiziqlarining yo'g'onligi-d-harfini tipi va balandligiga bog'liqdir, masalan: B tipli shrift uchun $d=1/10h$.

Yordamchi to'r- yordamchi chiziqlar bilan hosil qilinadi. Harflar yordamchi to'rlar ichida yoziladi. Yordamch to'rdagi parallel chiziqlar orasidagi masofa harf chiziqlarining yog'onligi **d** ga teng qilib olinadi.

Satrlar oralig'i- b- Birinchi satr harflarining pastki chizig'idan ikkinchi satr harflarining pastki chizig'igacha bolgan masofaga teng.

So'zlar orasidagi masofae- o'lcham shriftidagi harfning enidan kam bo'lmasligi lozim.

A tipli qiyasiz va qiyali shrift [d=1/14h]

B tipli qiyasiz va qiyali shrift [d=1/10h].

A va B tipidagi qiya shiriftlar asos chizig'iga nisbatan 75° qiyalikda yoziladi. Bu qiyalikni 45° va 30° li ikkita uchburchaklardan foydalanib hosil qilish mumkin.

B tipdagi shriftlarning 3,5 dan 10 mm gacha bo'lgan o'lchamlari uchun ularning balandligi va qolgan o'lchamlari o'rtasidagi nisbatlari quyidagi jadvalda berilgan. Shu jadvaldan foydalanib h balandlikdagi boshqa shriftlarning kerakli o'lchamlarini ham aniqlash mumkin.

Tarqatma materiallar

Bosh harflarning yozilishi va tuzilishi, kichik harf va raqamlarning tuzilishi quyidagi jadvalda berilgan.

B -tipidagi shrift

Shriftning ko'rsatgichlari.		Nisbiy o'lcham		Shriftning o'lchami mm			
				3,5	5	7	10
1.Bosh harf va aqamlar.							
Harf va raqamlarning balandligi	h	(10/10)h	10d	3,5	5,0	7,0	10,0
4,V,X,Y harflarining eni	g	(7/10)h	7d	2,4	3,5	4,9	7,0
B,D,G,H,K,N,O,P,Q,R,S,T,U, Z,O',G' harflari va 4 nieni	g	(6/10)h	6d	2,1	3,0	4,2	6,0
C(Ch),E,F,L harflarning va 2,3,4,5,6,7,8, 9,0 raqamlarning eni	g	(5/10)h	5d	1,7	2,5	3,5	5,0
J harfining eni	g	(4/10)h	4d	1,4	2,0	2,8	4,0
I harfi va1 raqamining eni	g	(3/10)h	3d	1,0	1,5	2,1	3,0

2.Kichik harflar: a,e,m,n,o,r,s,u,v,x,z harflarning balandligi	h	(7/10)h	7d	2,5	3,5	5,0	7,0
b,d,f,g,h,i,j,k,l,p,q,t,y,o',g'harflarning balandligi	h	(10/10)h	10d	3,5	5,0	7,0	10,
b,d,e,g,h,k,n,o,p,q,s,u,v,x,y,zharflarning eni	g	(5/10)h	5d	1,7	2,5	3,5	5,0
h),f,r,t harflarning eni	g	(4/10)h	4d	1,4	2,0	2,8	4,0
a harfining eni	g	(6/10)h	5d	1,7	2,5	3,5	5,0
3. Harf va raqamlar orasidagi masofa.	a	(2/10)h	2d	0,7	1,0	1,4	2,0
4.Satrlar asosi orasidagi masofa.	b	(17/10)h	17d	6,0	8,5	12,0	17,0
5.So'zlar orasidagimasofa	e	(6/10)h	6d	2,1	3,0	4,2	6,0
6.Harf chizig'i yo'g'onligi	d	(1/10)h	d	0,35	0,5	0,7	1,0

Agaryozuvlarfaqatbosmaharflardayozilsa,

so'zningbirinchi harfi hamboshqaharflarsingaribirxil balandlik dayoziladi.

Yozuvlarkichikshriftlardayozilsa, ularningyozmaharflardayozishtavsiyaetiladi.

Buholdaso'zningbirinchi harfi bosmaharfdayozilib, yo'g'onlashtirilmaydi.

Yozuvlardauchraydiganraqamlarningbalandligibosmaharflarningbalandligigatengbo'ladi. Injenerlik grafikasida asosan B turdagi qiyaligi 75° ga teng bo'lgan shriftlar ishlatiladi.

ABCDEFGHIJ
KLMNOPQRS
T U W X Y Z

Lotinalifbosidagishriftlarning h-10 balandlikdagingamunasiyuqoridako'rsatilgan, pastdaesa, ichikshriftlarningnamunalarivaraqamlarningyozilishnamunalarikeltirilgan.



Yuqorida keltirilgan B- tipidagi shriftlar jadvaliga asosan o'quv chizmalarini tayyorlashda kerak bo'ladigan barcha shrift va raqamlarni o'lchamlarini nisbiy o'lchamlar qatoridan foydalanib aniqlash mumkin.

Quyida lotin alifbosiga asoslangan o'zbek alifbosini(o'zbek tilida ishlatiladigan) shriftlarini namunalari berilgan. Bunda **O'** va **G'**shriftlarini yozilish namunasi hamda qo'shma hariflarni shrift shaklida yozilish namunasi berilgan: masalan **Sh** va **Ch** hariflarining shrift shaklida yozilishi.



Lotin alifbosidagi **C** va **W** hariflarini o'zbek tilida ishlatilmaganligi uchun shriftlar qatoriga qo'shilmadi, lekin qo'shma hariflarning yozilishida **C** harifidan foydalanishimizni unutmasligimiz kerak, zero o'zbek alifbosi lotin alifbosi asosida yaratilgan. Yuqoridagi va pastdagi namunalarda bosh hariflar va kichik hariflarning yozilish namunalari keltirilgan. Bular ham barcha shriftlar singari B – tipidagi shriftlar o'lchamlari asosida yoziladi.

a b d e f g h i j

k l m n o p r q

s t u v x y z

ō ġ s h c h

Chizma

Shaxmat

TOSHKENT

CHIRCHIQ

Bundan tashqari **Sh** va **Ch** shriftlari yozilishida alohida shrift shaklida yozilsa ham o'qilishida bir tovush orqali o'qiladi. Agarda zaruriyat bo'lsa, o'zbek tilidagi **Ng** qo'shimchasini ham yuqorida keltirilgan talablar asosida yozish mumkin. Ayrim shior va lavhalarni yozganda **Sh** va **Ch** shriftlarini bosh hariflar asosida yozilishi ko'zda tutilgan, quyida shu shriftlar ishtirokida yozilgan bir necha so'zlarni keltiramiz.

2- Ma'ruza

Leykalo egri chiziqlar, tutashmalar, qiyalik, ko'nuslik.

Egri chiziqlarning grafik usullarda yasalishi

Nuqtaning ma'lum yo'nalishda uzluksiz harakati natijasida qoldirgan iziga egri chiziq deyish mumkin. Agar egri chiziqning hamma nuqtalari bitta tekislikda yotsa, tekis egri chiziq, agar tekislikda yotmasa fazoviy egri chiziq deyiladi. Injenerlik grafikasining detalsunoslik chizmalarida asosan ko'p hollarda tekis egri chiziqlardan foydalaniladi. Shuning uchun tekis egri chiziqlarni grafik usulda yasalishini o'rganishdan boshlaymiz.

Egri chiziqlar ikkiga bo'linadi:

- a) sirkul yordamida chiziladigan egri chiziqlar; bularga aylana, oval, tutashma va boshqalar.
- b) lekalo yordamida chiziladigan egri chiziqlar: bularga ellips, parabola, giperbola va shu singari egri chiziqlar kiradi.

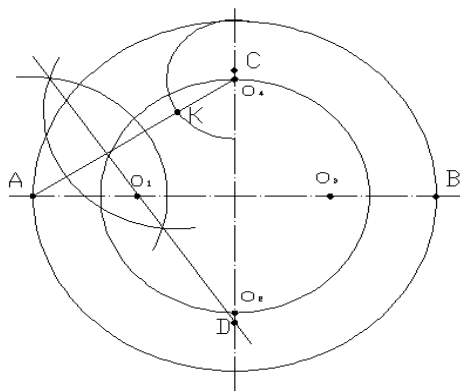
Egri chiziq turlarini chizilish tartibini, lekalo chizig'ichlari yordamida foydalanish qoidalarini, ellips va oval chizish qoidalarini, aylanani teng bo'laklarga bo'lish usullarini, hamda tutashmalarni chizish qoidalarini puhta o'rganish talab qilinadi. Ayniqsa nuqta, egri chiziq, to'g'ri chiziq va aylanani o'zaro bir-birlari bilan tutashtirish usullariga, tutashtirish markazlariga, tutashtirish nuqtalariga e'tibor bering, hamda tutashmali detallarni konturini chizish tartibini yaxshi o'rganing.

Sirkul yordamida chiziladigan egri chiziqlar. Oval chizish usullari

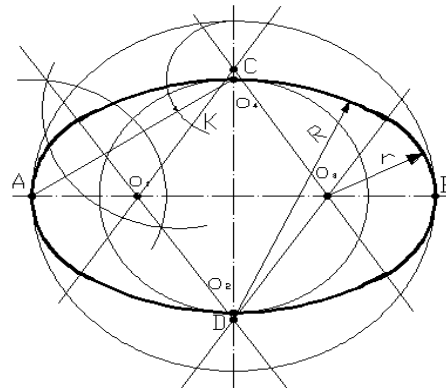
Sirkul yordamida chiziladigan egri chiziqlarga asosan ovallar va turli markazli o'ramlar kiradi. Mashina detallarining (kulachoklar, flanetslar, qopqoqlar va h.k.) ko'pchiligi oval konturidan tashkil topgan. Oval har xil radiusli aylana yoylaridan iborat bo'lgan yopiq va ravon egri chiziqdir. Ovallar uch markazli va ko'p markazli bo'ladi. Ovalni grafik usulda katta (AB) va kichik (CD) o'qlari bo'yicha yasalishini ko'rib chiqamiz.

Buning uchun o'zaro perpendikulyar bo'lgan ikki to'g'ri chiziq o'tkaziladi, ularning kesishgan O nuqtasidan oval o'qlarining yarmisini olib, har ikki tomonga o'lchab qo'yiladi yoki aylana chiziladi. Keyin katta va kichik

o'qlarning biror, masalan A va C nuqtalari birlashtiriladi. So'ngra AC kesmadan AB va CD kesmalar ayirmasining yarmi KC masofa ayriladi. Aniqlangan AK kesmani ikkiga bo'luvchi perpendikulyar chiziq o'tkaziladi. Bu perpendikulyar AB o'qni O_1 nuqtada, CD o'qni esa O_3 nuqtada kesadi. Hosil bo'lgan OO_1 va OO_3 masofalarni O nuqtadan o'qlar bo'yicha o'ng tomonga va yuqoriga o'lchab qo'yiladi. Aniqlangan O_1 , O_2 , O_3 va O_4 nuqtalar oval egri chizig'ini hosil qiluvchi yoylarning markazlaridir. Bu nuqtalar birlashtirilsa, yoylarni chegaralovchi O_1O_3 , O_1O_4 , O_2O_3 va O_2O_4 to'g'ri chiziqlar hosil bo'ladi. Keyin O_1 va O_2 markazlardan r radiuslarda yoy chiziladi va nihoyat tutashtirilsa nuqtalari topiladi. So'ngra O_3O_4 markazlardan R radiusda yoy chiziladi. Yoylarning yeg'indisi yopiq kontur ravon egri chiziq, ovalni hosil qiladi.



a

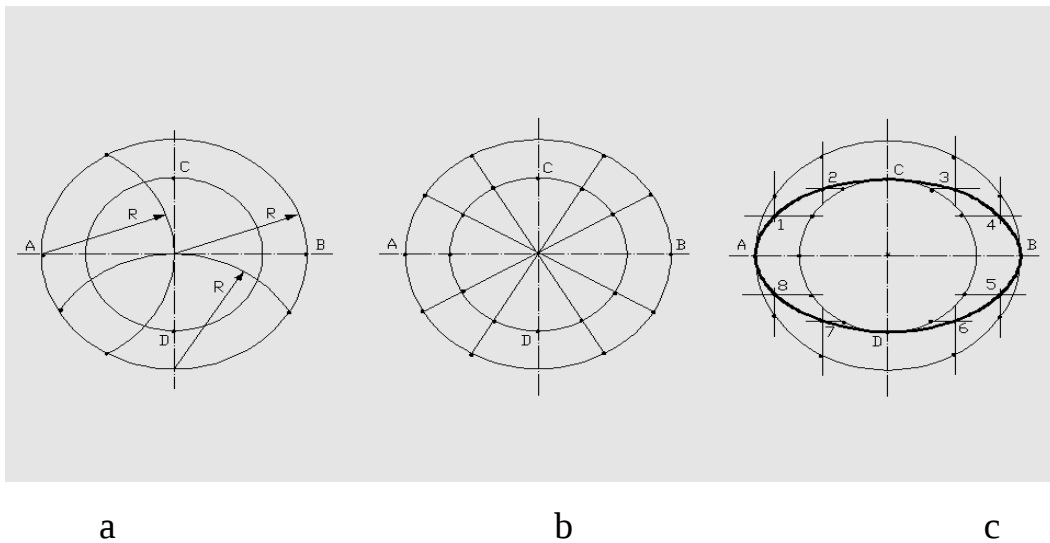


b

Lekalo yordamida chiziladigan egri chiziqlar. Ellipschizish usullari

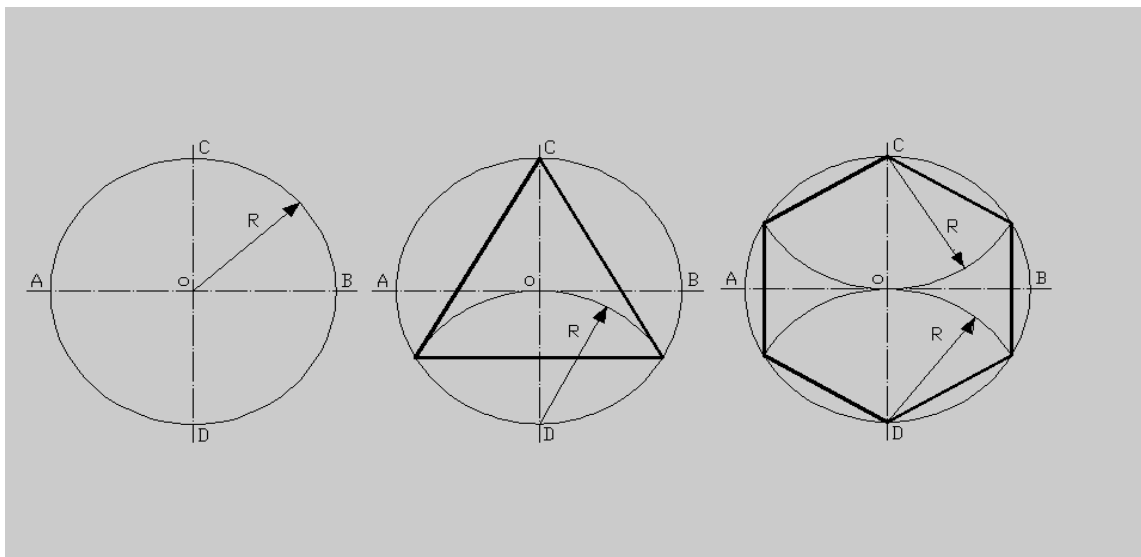
Ellips deb, konus kesimlaridan biri bo'lgan tekis yopiq egri chiziqqa aytiladi. Lekalo egri chiziqlari texnikada katta ahamiyatga ega. Mashina detallarining ichki va tashqi qiyofalari ana shu tekis egri chiziqlardan iborat. Lekalo egri chiziqlari qonuniy va qonunsiz turlarga bo'linadi. Qonuniy egri chiziqlar biror matematik tenglamani ifodalab egri chiziqni tashkil qiluvchi nuqtalar to'plami aniq biron qoidaga amal qiladi. Qoidasiz egri chiziqlar esa taxminiy tasvirlanib, hech qanday qoidaga asoslanmaydi. Katta o'qi AB kichik o'qi CD qilib belgilangan ellipsning chizilishini ko'rib chiqamiz: O'qlarning o'zaro kesishgan

O nuqtasidan AB va CD o'qlarning yarmiga teng bo'lgan radiuslar bilan aylanalar chiziladi. So'ngra aylanalardan birida bir nechta ixtiyoriy nuqtalar (teng 12ga bo'lish maqsadga muvofiqdir) tanlanadi va ularni O markaz bilan birlashtiriladi. Bu chiziqlar kichik aylanani ham kesadi. Keyin katta aylanadagi nuqtalardan ellipsning kichik (CD) o'qiga parallel qilib chiziq o'tkaziladi, kichik aylanadagi nuqtalardan esa ellipsning katta o'qi (AB) ga parallel chiziq o'tkaziladi. Bu parallel chiziqlar o'zaro kesishib, ellipsning nuqtalarini hosil qiladi. Aniqlangan nuqtalar lekalo yordamida ketma-ket birlashtiriladi va tekis egri chiziq (ellips) hosil bo'ladi.

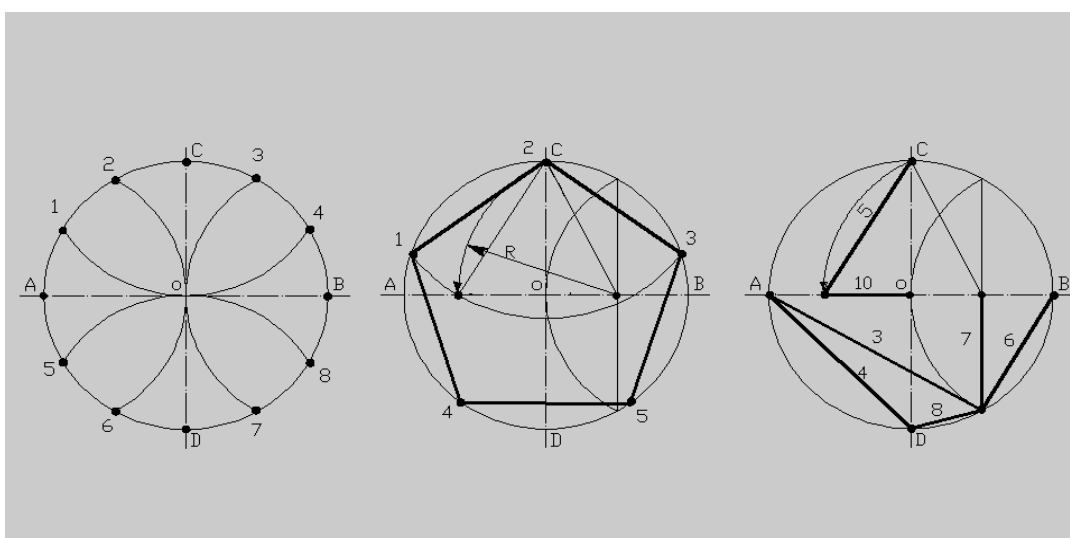


Aylanani teng bo'laklarga bo'lish.

Aylana diametri shu aylanani teng ikkiga bo'ladi. Aylana radiusiga teng yoy bilan uning diametri kesishgan A nuqta orqali aylana kesilsa, aylana teng uchga bo'linadi. Hosil bo'lgan 1 va 2 nuqtalar B bilan tutashtirilsa, aylana ichiga chizilgan teng yonli uchburchak yasaladi. Aylana radiusiga teng yoy bilan uning diametri kesishgan A va B nuqtalardan aylana kesilsa, u teng olti bo'lakka bo'linadi. Hosil bo'lgan 1, A, 2, 4, B, 3 1 nuqtalar ketma-ket tutashtirilsa, aylana ichida teng tomonli oltiburchak yasaladi.



Aylananing o'zaro perpendikulyar bo'lgan ikkita diametri shu aylanani teng to'rt qisimga bo'ladi (165a- shakl). Aylananing o'zaro perpendikulyar diametri kesishayotgan A, B, D, E nuqtalarida aylana o'z radiusi bilan kesilsa, aylana teng o'n ikki bo'lakka bo'linadi. Aylanadagi hamma nuqtalar ketma-ket tutashtirilsa, aylana ichiga chizilgan muntazam o'n ikki burchak yasaladi.

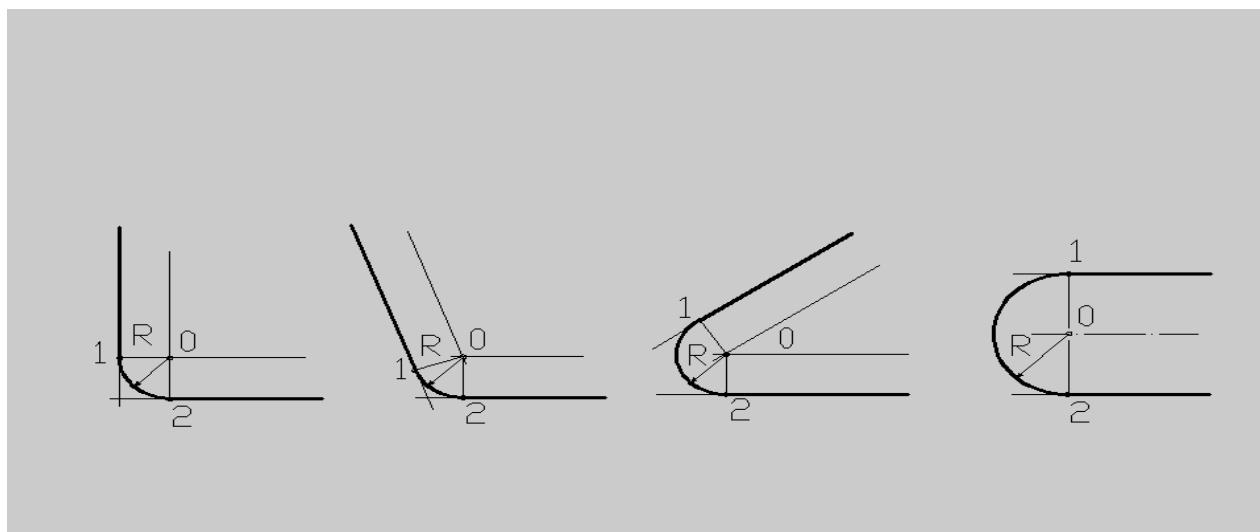


abc

Aylanani O'zaroteng 5 bo'lakkabo'lishuchun OAradiusitengikkigabo'linadiva B1 radiusdayoychizilib, aylanadiametrida Dnuqtaaniqlanadi. 1D aylanani teng besh bo'lakka bo'luvchi kesma hisoblanadi. Aylanalarni har xil nisbatlarda teng bo'laklarga bo'ladigan kesmalarni aniqlash shaklda ko'rsatilgan.

Tutashmalar.

To'g'ri chiziqlarni tutashtirish.



a

b

c

d

1.Parallel to'g'ri chiziqlarni tutashtirish

Berilgan to'g'ri chiziqlardan berilga R radiusga baravar masofaga parallel chiziq o'tkazib, undan O nuqta olinadi. Bu nuqta tutashtirish markazi bo'ladi. O nuqtadan berilgan chiziqlarga perpendikulyar o'tkazib 1 va 2 (tutashtirish) nuqtalari topiladi.

2.O'tkir burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziqlarni tutashtirish.

Berilgan to'g'ri chiziqlarga parallel qilib berilgan R radiusga baravar masofada to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlarni kesishish nuqtasi O tutashtirish markazi bo'ladi. O nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqlarga perpendikulyar tushirib 1 va 2 (tutashtirish) nuqtalari topiladi.

3.O'tmas burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziqlarni tutashtirish.

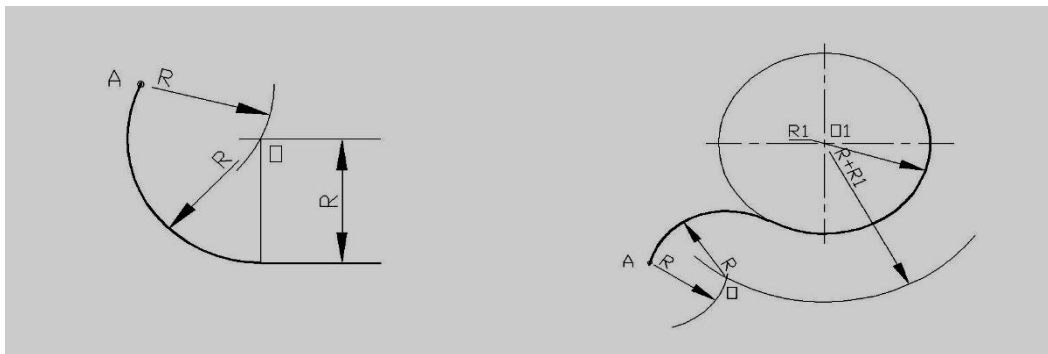
Berilgan to'g'ri chiziqlarga parallel qilib berilgan R radiusga baravar masofada to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqni burchak bissektrisasi bilan kesishgan O nuqtasi tutashtirish markazi bo'ladi. O nuqtadan berilgan chiziqlarga perpendikulyar tushirib 1 va 2 (tutashtirish) nuqtalari topiladi.

4. To'g'ri burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziqlarni tutashtirish.

Berilgan to'g'ri burchakli A uchidan R radiusli yoy chiziladi va C,E tutashish nuqtalari topiladi. So'ngra C va E nuqtalardan R radiusli yoylar chizilib, ularning O nuqtasi aniqlanadi. Bu nuqta tutashish markazi bo'ladi.

1. A nuqtani to'g'ri chiziq bilan tutashtirish.

A nuqtadan R radiusli aylana yoyi chiziladi va berilgan to'g'ri chiziqqa parallel R masofada chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqni yordamchi aylana yoyi bilan kesishuv O nuqtasi tutashish markazi bo'ladi. O nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirib, K tutashish nuqtasi topiladi.

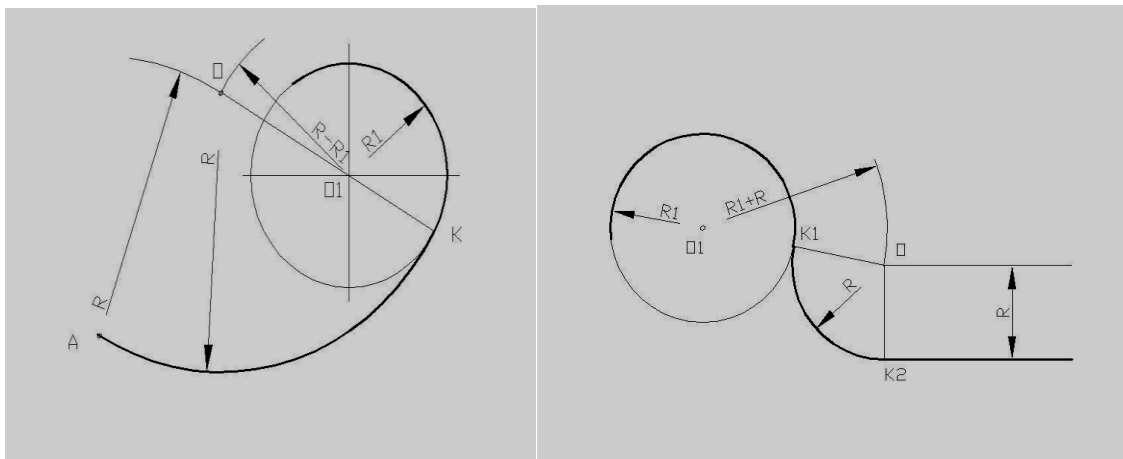


6. A nuqtani aylana bilan tutashtirish (tashqi tutashtirish).

O_1 markazdan $R + R_1$ radiusli yordamchi aylana yoyi, A nuqtadan esa R radiusli yordamchi aylana yoyi o'tkazilib, ularning kesishgan O nuqtasi topiladi. O va O_1 markazlar birlashtirilib, K tutashish nuqtasi belgilanadi.

7. A nuqtani aylana bilan ichki tutashtirish.

Berilgan O_1 markazdan $R - R_1$ radiusli aylana yoyi, A nuqtadan R radiusli aylana yoyi chizilib, ularning kesishuv O nuqtasi topiladi. O va O_1 markazlar birlashtirilib, K tutashish nuqtasi belgilanadi.

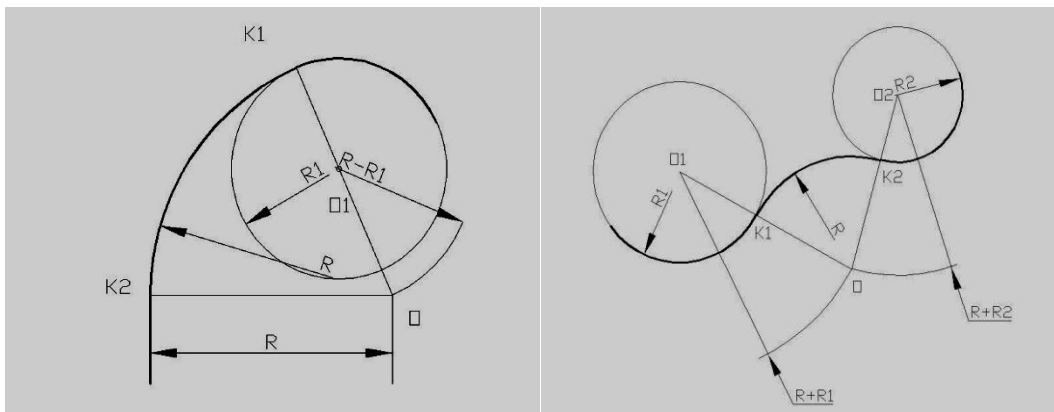


8. To'g'ri chiziq bilan aylanani tashqi tutashtirish.

O_1 markazdan $R_1 + R$ radiusli yordamchi yoy va R masofada berilgan to'g'ri chiziqqa parallel chiziq o'tkaziladi. Ularning kesishuv O nuqtasi topiladi. Bu nuqta tutashtirish markazi bo'ladi. O va O_1 nuqtalarni birlashtirib, K_1 tutashtirish nuqtasi, O nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirib, K nuqtasi topiladi.

9. To'g'ri chiziq bilan aylanani ichki tutashtirish.

Ichki tutashmada $R - R_1$ ga teng qilib olinadi. Yasashlarning qolgan yo'li yuqoridagidek bajariladi.

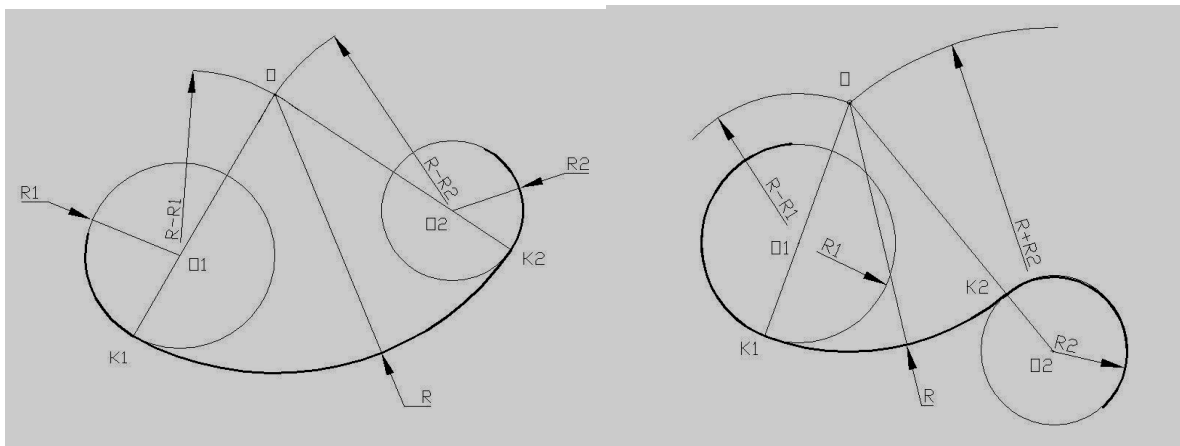


10. Ikki aylanani tashqi tutashtirish.

O_1 markazdan $R + R_1$ radius bilan ikkinchi aylana yoyi otkaziladi. Ularning kesishuv C nuqtasi tutashtirish markazi boladi. O va O_1 , O va O_2 markazlarni tutashtirib, K_1 va K_2 tutashtirish nuqtalari topiladi.

11. Ikki aylanani ichki tutashtirish

Ichki tutashmada $R - R_1$ va $R - R_2$ radiuslarda yordamchi aylana yoylari otkazilib ishlanadi.



a

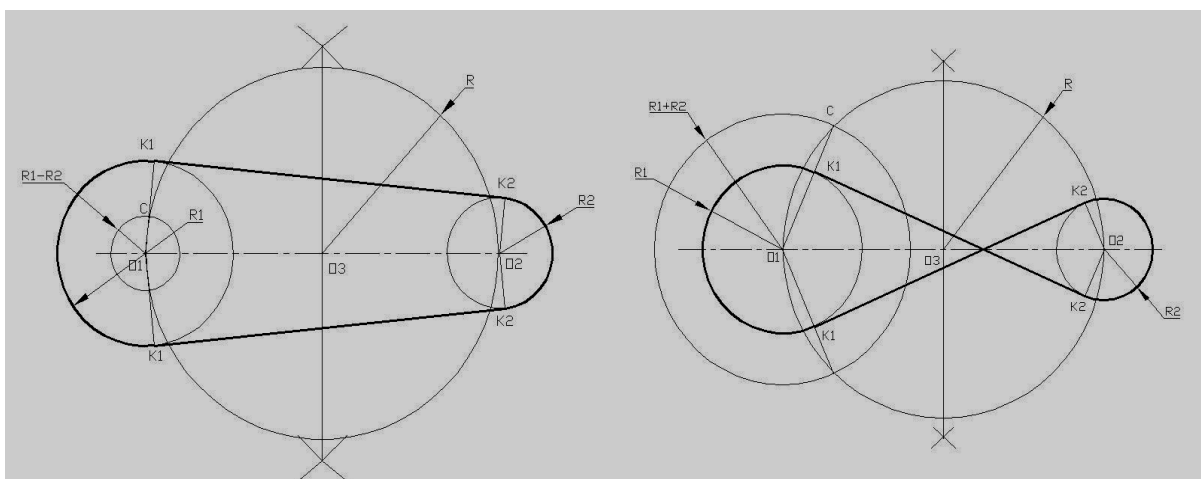
b

12. Ikki aylanani ichki va tashqi tutashma vositasida tutashtirish.

O_1 markazdan $R+R_1$ radiusi bilan va O_2 markazdan $R-R_2$ radius bilan yordamchi yoylar otkaziladi. Yordamchi yoylarni kesishuv O nuqtasi tutashtirish markazi boladi.

13. Ikki aylanaga tashqi urinma o'tkazish

O markazdan radiusi R_1-R_2 birinchi aylana, $O_1 O_2$ kesmaning o'rta O_3 nuqtasi topilib, undan $R=O_1 O_3$ radiusidan ikkinchi aylana o'tkaziladi. Yordamchi aylanalarni kesishuv C nuqtasini O_1 markaz bilan birlashtirib, uni R_1 radiusli aylana bilan kesishgan K_1 nuqtasi topiladi. K_1 nuqta urinish nuqtasidir. Shuningdek $K_2 O_2$ parallel $K_1 O_1$ o'tkazilib, R_2 radiusli aylanadagi K_2 nuqtasi topiladi.



a

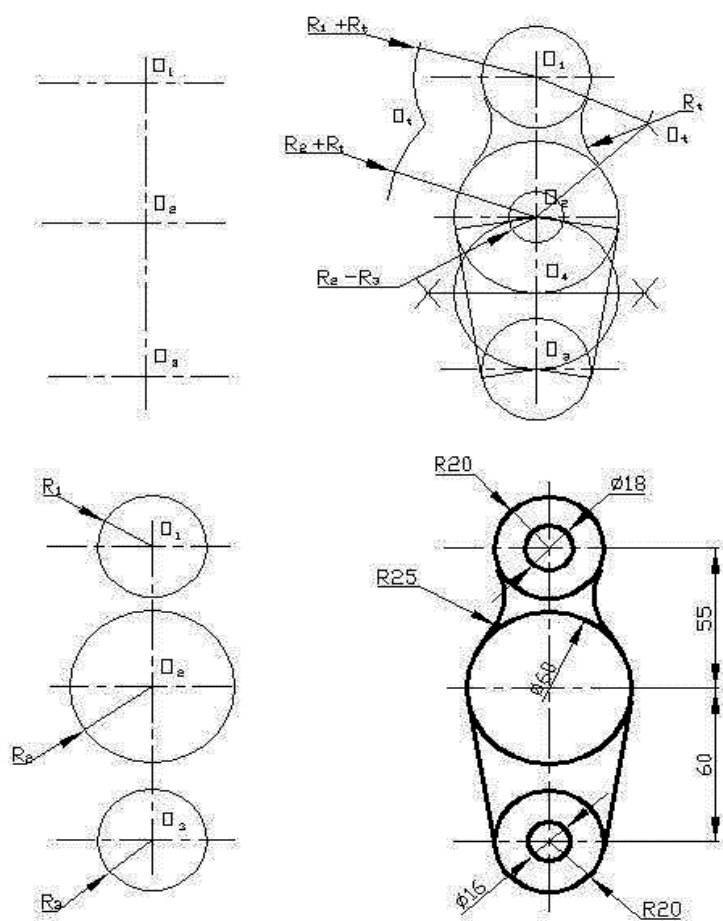
b

14. Ikki aylanaga ichki urinma o'tkazish.

O_1 markazdan R_1+R_2 ga teng bo'lgan yordamchi aylana o'tkaziladi. Qolgan yasashlar yuqoridagi chizmaday bajariladi.

15. Tutashmali detalning konturini chizish tartibi: 1. Detalning simmetrik va markaziy o'qlari o'tkaziladi. O_1, O_2, O_3 . 2. Markazlaridan berilgan o'lchamlarda aylanalar

o'tkaziladi.3. Tutashtirish markazlari va tutashtirish nuqtalari topiladi.4. Detalning konturi yo'g'onlashtiriladi



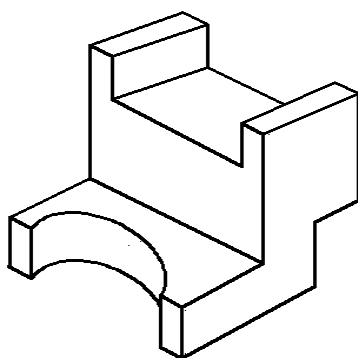
3 Ma'ruza

Berilgan ikki proyeksiyaga ko'ra detalning uchinchi proyeksiyasini yasash.

KO'RINISHLAR.

Detallarning ko'rinib turgan tashqi qiyofasining tasviriga ko'rinish deyiladi. Ko'rinishlar soni kamroq bo'lishi uchun detalning ko'rinmas qisimlari shtrix chiziq yordamida ko'rsatiladi. Korinishlar mazmuni va ularning bajarilish holatlariga qarab asosiy, qo'shimcha va mahalliy kabi korinishlarga bo'linadi.

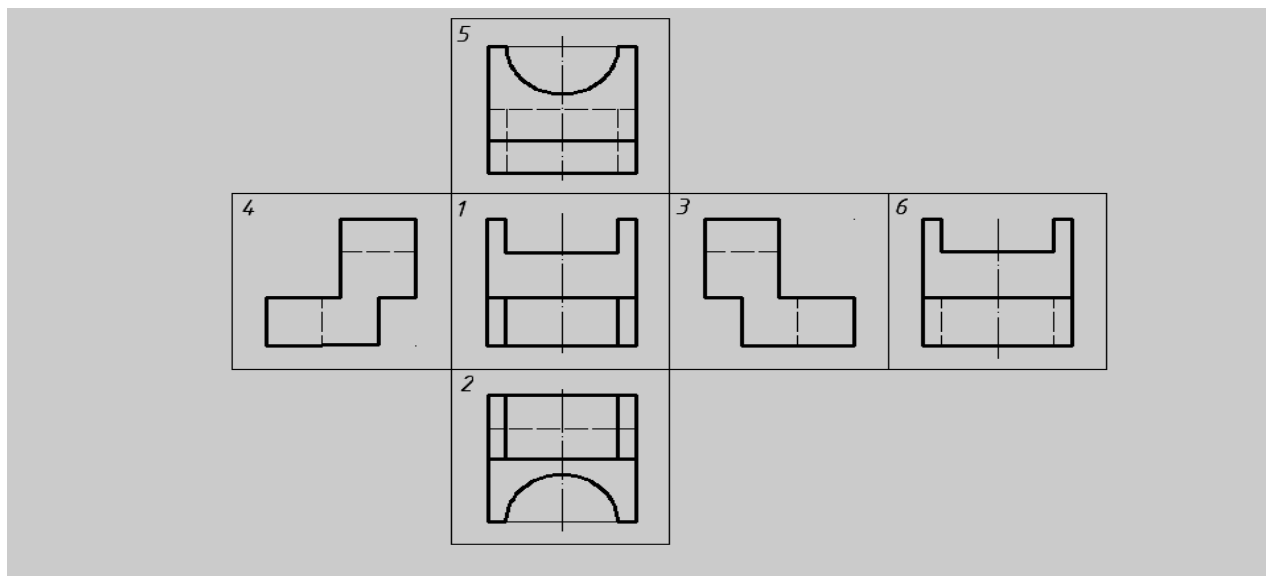
Asosiy ko'rinishlar. Asosiy ko'rinishda proeksiyalar tekisliklari uchun kubning olti tomoni qabul qilinadi. Detal fikran kubning ichiga joylashtirilib, uning tasviri har bir tomonga tushiriladi, so'ngra ko'rsatilganidek kubni yoyib chizma teksligi bilan jipslashtriladi. Natijada detalning proeksiyalar tekisliklaridagi oltita tasviriga ega bo'linadi. Ko'rinishlarning chizma maydonida bunday joylanishini proyeksion bog'lanishlar deyiladi. Ko'rinishlar quyidagi nomlar bilan yuritiladi:



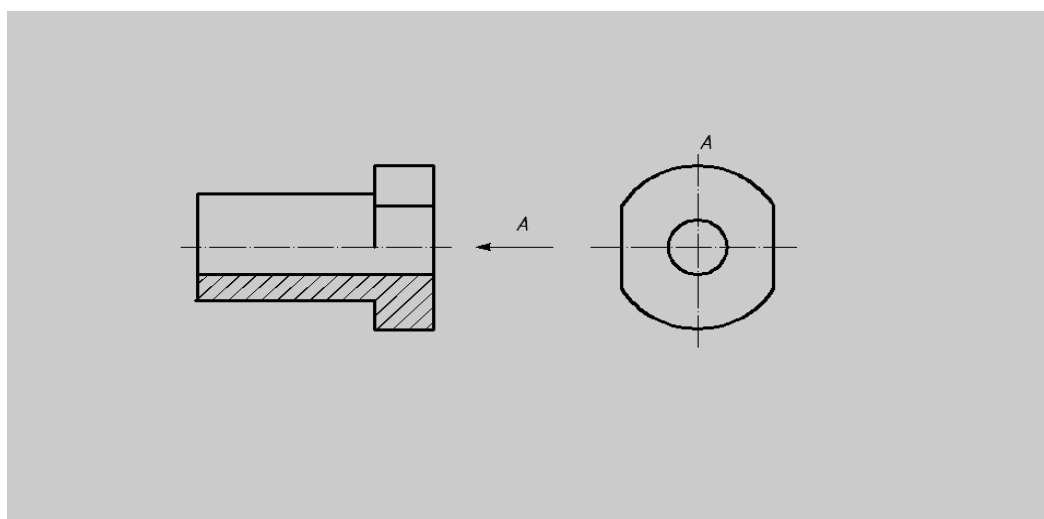
1-olddan ko'rinishi yoki bosh ko'rinish; 2-ustdan ko'rinish;3-chapdan ko'rinish;4-o'ngdan ko'rinish;5-ostdan ko'rinish;6-orqadan ko'rinish.

Shuni aytish kerakki, orqadan ko'rinish o'ngdan ko'rinishning yonida ham joylashishi mumkin. Chizmalarda ko'rinishlar nomi va proyeksion bog'lanish chiziqlari ko'rsatilmaydi. Lekin detalning ko'rinishlri o'zaro ma'lum masofada

joylashgan bo`lib, bir-birlari bilan uzviy bog`langan bo`lishlari kerak. Masalan, ustdan ko`rinish olddan ko`rinishning tagiga joylashtiriladi



Chapdan ko`rinish olddan ko`rinishning o`ng tomoniga, o`ngdan ko`rinish esa uning chap tomoniga joylashtiriladi. Agar biror ko`rinish (qirqim) bosh ko`rinish bilan proyeksion bog`lanmagan holda joylashgan yoki ko`rinishlar har xil qog`ozda joylashgan bo`lsa, kuzatib borish yo`nalishi boshqacha harfda yoziladi. Masalan, A belgi bilan ko`rsatiladi. Bunda qaysi tomonga qarash kerakligi strelka va tegishli harf bilan ko`rsatiladi. Chizmalarda o`zaro proyeksion bog`lanishda bo`lmagan uchta asosiy holatlarni uchratish mumkin. Chunonchi, birorta ko`rinish bosh ko`rinishga nisbatan boshqa tasvir bilan ajratilgan, ko`rinishlardan birortasi bosh ko`rinishga nisbatan siljitib tasvirlanganda ko`rinishlar bosh ko`rinishga nisbatan boshqa-boshqa qog`ozlarda tasvirlangan bo`ladilar.

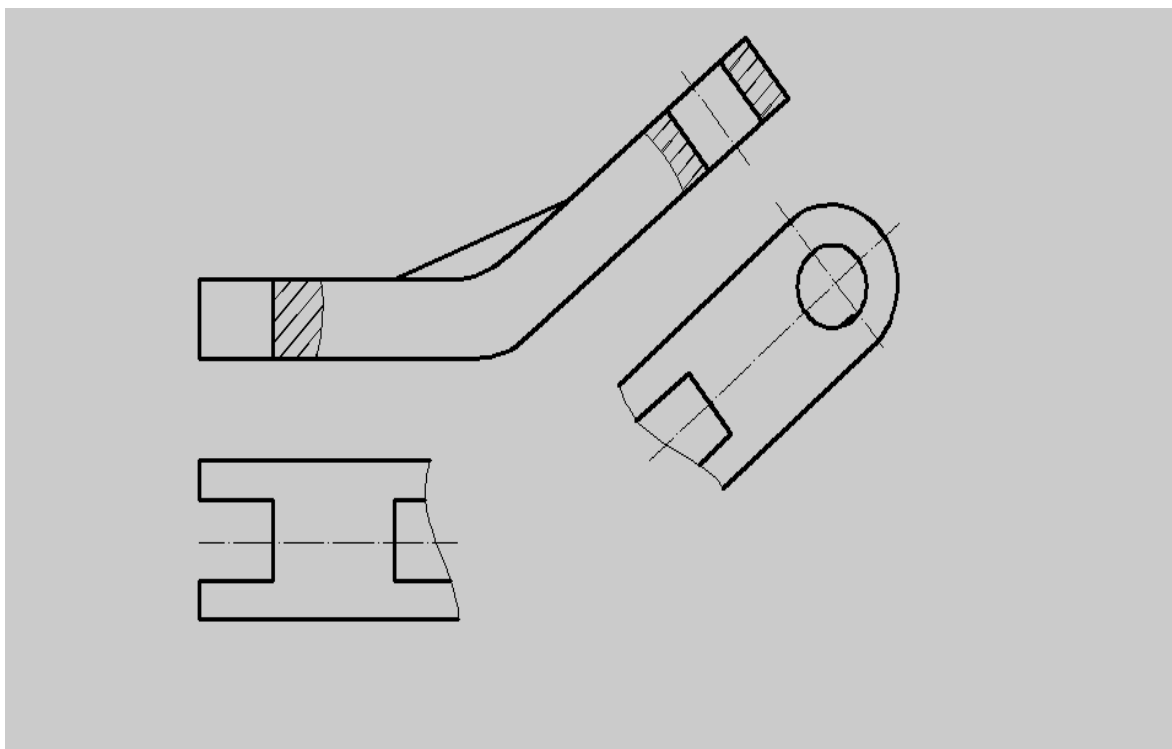


Qo`shimcha ko`rinishlar.

Buyumning asosiy teksliklariga nisbatan parallel bo`lmagan tekslikdagi tasviriga qo`shimcha ko`rinish deyiladi. Buyumning biror qismining asosiy oltita ko`rinishlarda, uning shakli o`lchamlarni aniq ko`rsatishimkoni bo`lmagan holatlarda qo`shimcha ko`rinish usulidan foydalaniladi. Bunda shakl asosiy ko`rinish teksliklariga nisbatan parallel bo`lmagan yordamchi teksliklarda hosil bo`ladi.

shaklda asosiy proyeksiyalar teksliklariga nisbatan qiya qismiga ega bo`lgan detalning chizmasi tasvirlangan. Detalning qiya qismiga parallel bo`lgan tekslikka uning shaklini tasvirlash tavsiya etiladi. Natijada shakl o`zining haqiqiy ko`rinishi bilan tasvirlanadi.

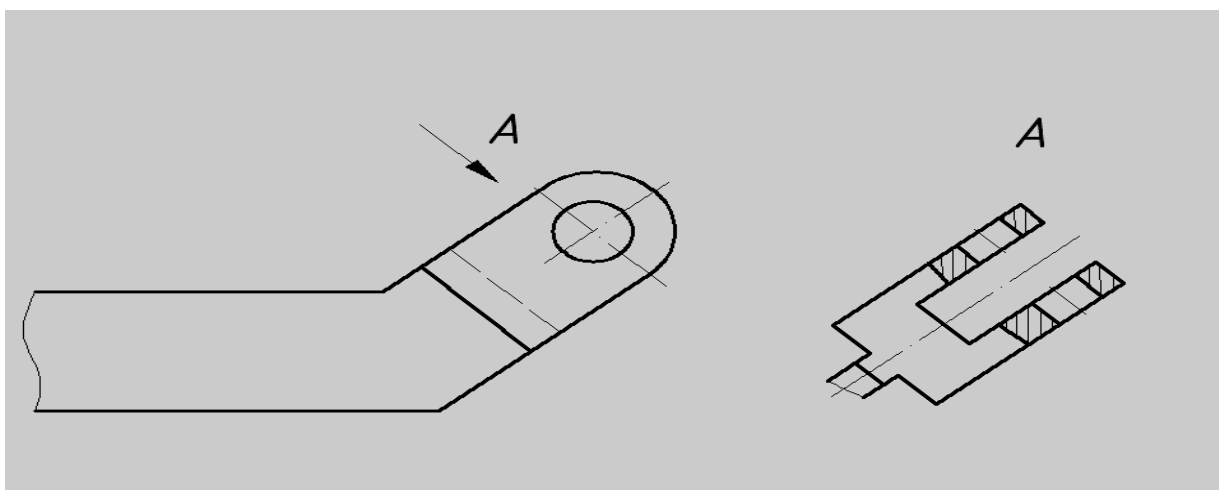
Agar qo`shimcha ko`rinish asosiy tasvir bilan o`zaro proyeksion bog`lanishda joylashgan bo`lsa yonalish va ko`rinish yozuvlari ko`rsatilmaydi, bordi-yu qo`shimcha ko`rinishlar bosh ko`rinishga nisbatan siljib tasvirlansa, yonalish va ko`rinish yozuvlari (A) harf bilan ko`rsatiladi.



Mahalliy ko`rinishlar.

Mahalliy ko`rinish deb detallarning ayrim chegaralangan qismlarining tasviriga aytiladi. Mahalliy ko`rinishlar asosan ikki holatlarda tasvirlanishi mumkin: Birinchi holatda mahalliy ko`rinish detalning tasvirlanadigan yuzasi bilan qo`shilib, uzluksiz to`lqinsimon chiziq orqali chegaralangan hollarda chizilib ko`rsatiladi.

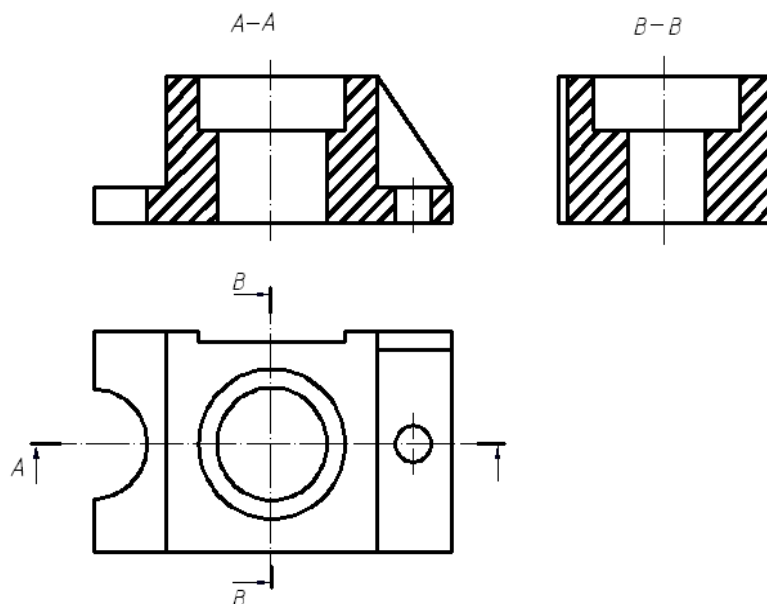
Ikkinchi holatda detalning tasvirlanadigan qismi faqat o`zining ko`rinar kontur chizig`i bilan ko`rsatiladi. Bunda to`lqinsimon chiziq ko`rsatilmaydi. Har ikki holatda ham mahalliy ko`rinish qo`shimcha ko`rinishdagidek yonalish va ko`rinish yozuvlari bilan ifodalab ko`rsatiladi



Qirqimlar.

Texnikada ishlatiladigan detallarning ichki tuzilishlari har xil geometrik shakllardan tashkil topgan bo`lib, chizmada ular shtrix chiziqlar bilan ko`rsatiladi. Bunday hol chizmalarni o`qishni bir muncha qiyinlashtiradi. Buyumlarni chizmalari bo`yicha mukammal tasavvur qilish va ularning ichki tuzilishlarini aniq qilib ko`rsatish uchun shartli ravishda qabul qilingan “qirqimlar usuli” qo`llanadi. Qirqimlar ham O`z.Dav.Standarti. 2.305-03 da ko`rsatilgan qoidalarga muvofiq bajariladi. Qirqim deb, buyumning bitta yoki bir nechta fazoviy tekisliklar bilan fikran kesilishidan hosil bo`lgan tasviriy qismiga aytiladi.

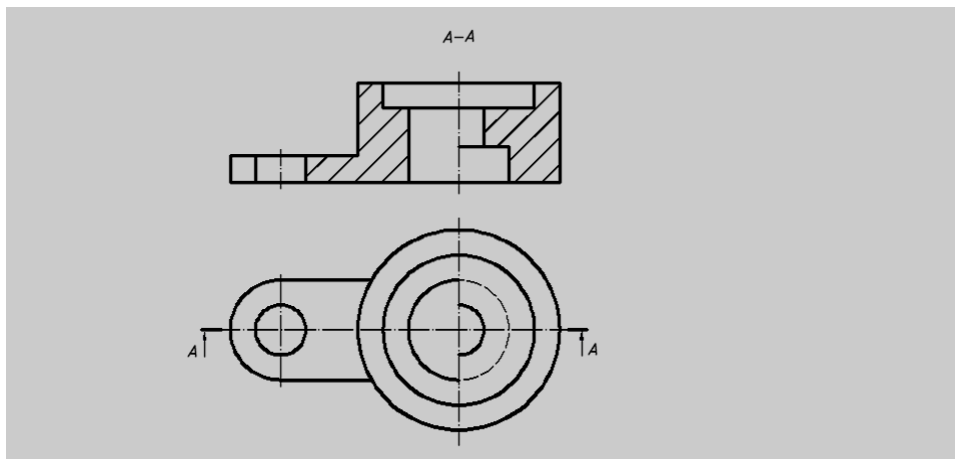
Bunda tekislikning kesishgan joyi va uning orqasida ko`rinib qolgan chiziqlari (qismlari) ko`rsatiladi. Qirqim qoidasiga ko`ra buyumning ma`lum bir joyidan fikran kesuvchi tekislik o`tkaziladi. Buyumning kuzatuvchi va kesuvchi tekislik orqasidagi qismi fikran olib tashlanadi va qolgan qismi o`z o`rnida tegishli asosli proyeksiyalar tekisliklaridan birortasiga yoki chizma maydonining bo`sh joyiga tasvirlanadi. Ayrim hollarda qirqimlar kerakli yozuvlar bilan ko`rsatiladi.



Qirqim turlari.

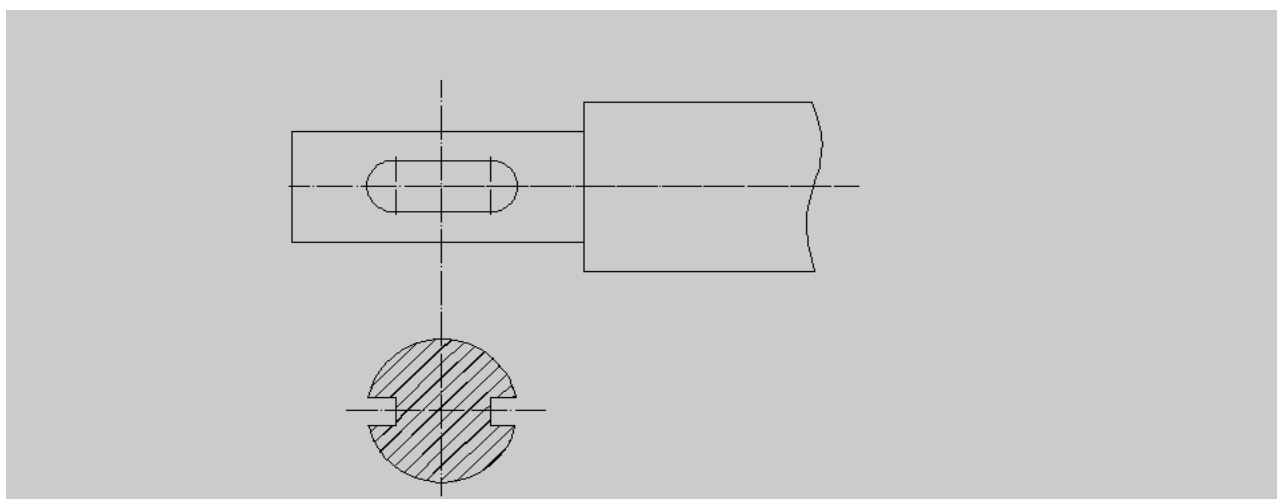
Kesuvchi tekisliklarning joylashish holatlariga ko`ra qirqimlar gorizontaal, vertikal hamda og`ma qirqimlarga bo`linadi. Bundan tashqari kesuvchi tekisliklarning soniga qarab qirqimlar oddiy, murakkab va mahalliyga ajraladi.

Oddiy qirqimlarga kesuvchi tekislik bitta bo`lib, tekislikka nisbatan joylashish holatiga qarab u garizontaal, frontal, profil va og`ma qirqimlarga bo`linadi. Garizontaal qirqimida kesuvchi tekislik shu tekislikka parallel bo`ladi. Frontal qirqimida kesuvchi tekislik gorizontaal tekislikka nisbatan perpendikulyar va frontalga parallel joylashgan bo`ladi. Agar kesuvchi tekislik profil tekislikka parallel joylashgan bo`lsa, profil qirqim deyiladi.



Kesimlar.

Buyumning bitta yoki bir nechta teksliklar bilan fikran kesilishida ana shu kesishgan joyining chizmada tasvirlanishi kesim deb aytiladi. Detalning chizmadagi ko`rinishi uning barcha tomonlarini mukammal to`la aniqlash imkonini bermaydi. Bunday hollarda kesim qo`llaniladi. Kesm ham qirqimga o`xshash shartli tasvirdir. Chunki kesm shakli detal bilan birga joylashgan bo`lib, uni shartli ravishda fikran ajratib olib, chizma maydoning bo`sh joyiga chiziladi. Kesmning chizma tasvirini o`zida yoki chetga chiqarib chizish mumkin. Shuning uchun u chetga chiqarilgan va chizma ustida ko`rsatilgan kesimlarga bo`linadi. Chetga chiqarilgan asosiy kontur chiziq bilan, tasvir ustida chizilgan kesm esa ingichka tutash chiziq bilan chiziladi. Kesmning ko`rinishi qirqilgan kontur chiziqlar oralig`ida joylashgan bo`lishi mumkin



4- Ma'ruza

Detalning aksonometrik proyeksiyasini yasash. Oval yasash. Kerakli qirqimlardan foydalanish.

Aksonometrik proyeksiyalar.

Yuqorida detalning ko'rinishlari, qirqimlari va kesimlari haqidagi ma'lumotlar bilan tanishdik. Detalning ko'rinishini yana ham yaqqolroq ko'rsatish uchun bitta tekislikka proyeksiyalash usuli, ya'ni aksonometrik proyeksiyalash usulidan foydalanamiz.

Aksonometriya grekcha so'z bo'lib, akso – o'q, metreo – o'lchayman, ya'ni o'qlar bo'yicha o'chash manosi bildiradi.

Texnikada, qurilishda buyumlarning kompleks chizmalarini tuzishda ortogonal proyeksiyalash usuli keng miqyosda qo'llaniladi. Bu usulning afzalligi shundan iboratki, unda har qanday buyumning chizmasi proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan kirishmasdan haqiqiy o'lchamlari bo'yicha proyeksiyalanadi. Ammo buyumning ikki va uch ko'rinishi tasvirlanganda, uning har bir tasvirida uchinchi o'lcham yetishmaydi. Bundan tashqari bu usulda tasvirlangan detallarning ortogonal proyeksiyalari har qanday mutaxassis uchun mukammal tasavvur bera olmaydi. Buyumning ko'rinishini yana ham yaqqolroq ko'rsatish uchun bitta tekislikka proyeksiyalash usuli, ya'ni aksonometrik proyeksiyalash usulidan foydalanamiz.

1. Qiyshiq burchakli aksonometriya – bunda proyeksiyalar yo'nalishi aksonometrik tekislikka perpendikulyar bo'lmaydi.

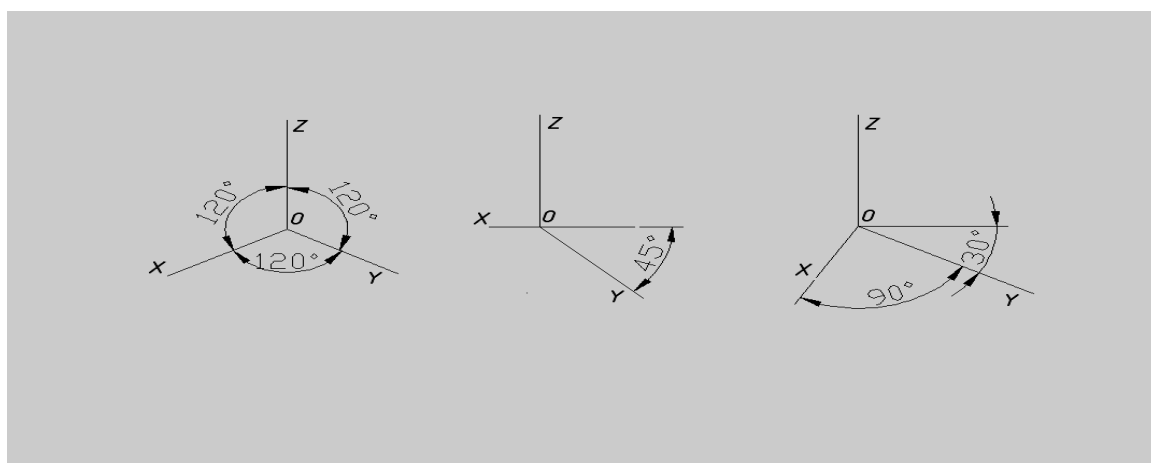
2. To'g'ri burchakli aksonometriya – bunda ham proyeksiyalar yo'nalishi aksonometrik tekislikka perpendikulyar bo'lmaydi. Bundan tashqari qiyshiq burchakli va to'g'ri burchakli aksonometriya o'zgarish koeffitsientlariga nisbatan quyidagi turlarga bo'linadi.

- a) Izometriya – bunda $u = v = w$ koeffitsientlar o'zara teng bo'ladi.
- b) Dimetriya – bunda o'zgarish koeffitsientlaridan ikkitasi o'zaro teng bo'lib, uchinchi esa ularga teng bo'lmaydi ($u = w \neq v$).
- c) Trimetriya – bunda o'zgarish koeffitsientlari o'zaro teng bo'lmaydi, ya'ni $u \neq w \neq v$.

Aksonometrik proyeksiya turlaridan izometriya va dimetriyani ko'rib chiqamiz.

Izometriya. To'g'ri burchakli izometriyada koordinata o'qlari orasidagi burchaklar o'zaro teng, ya'ni 120° bo'ladi a-shakl. Qiyshiq burchakli izometriyalarda koordinata o'qlarining o'zaro joylashuvi uning turiga bog'liq bo'ladi,

Qiyshiq burchakli frontal izometriyada qiyshiq burchakli gorizontal izometriyada koordinata o'qlarining o'zaro joylashishiga e'tibor bering.

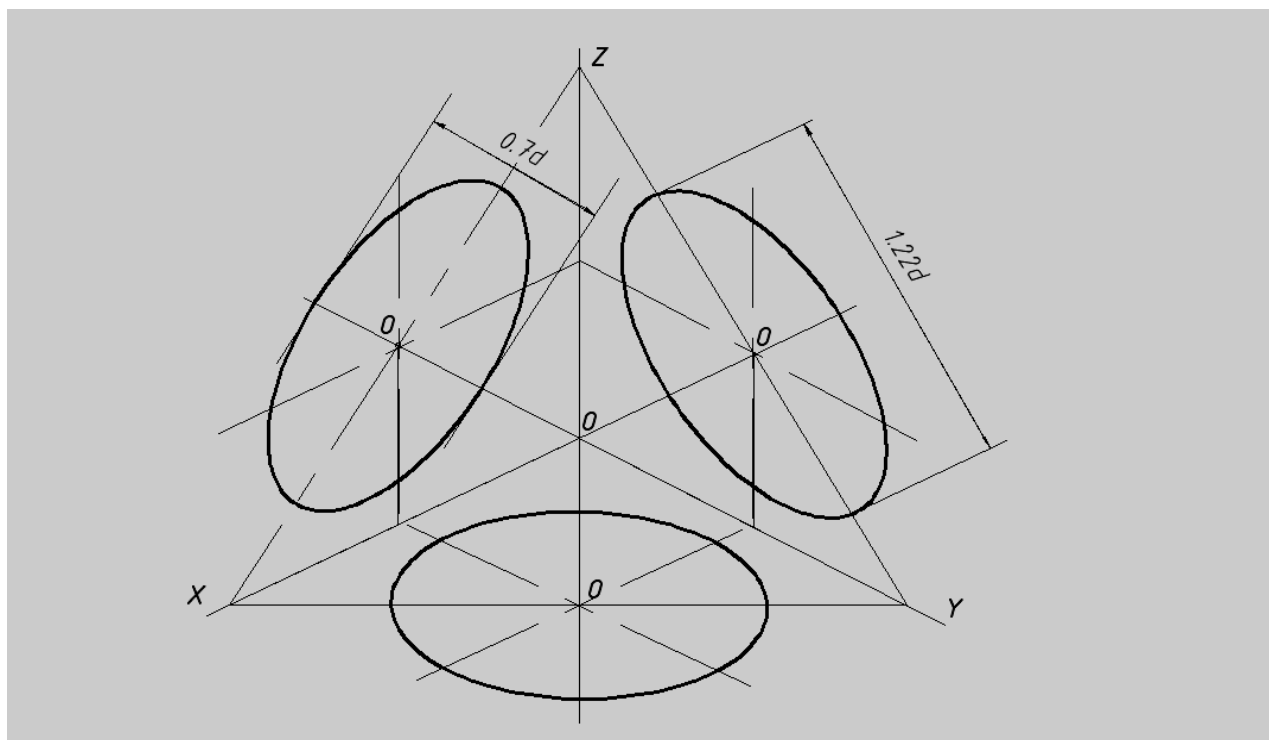


a

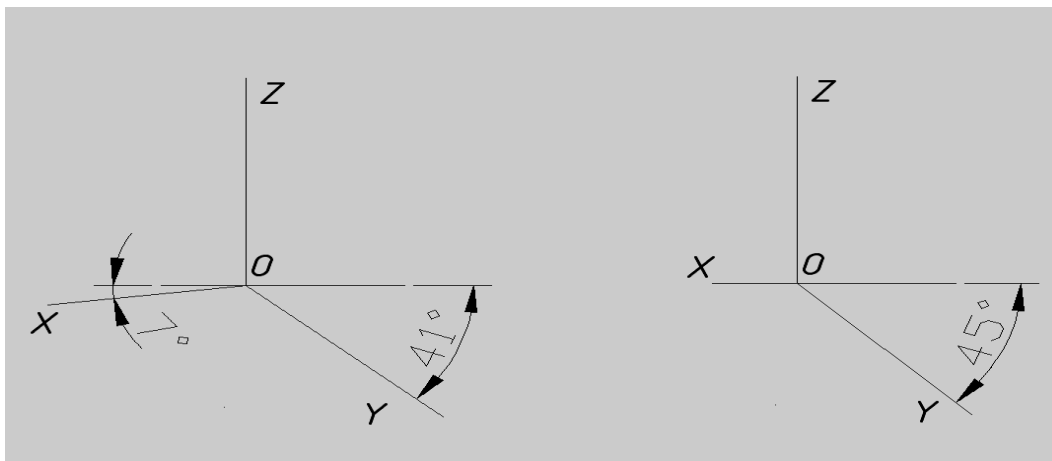
b

c

To'g'ri burchakli izometriyada aylananing ellips shaklida chiziladi, bunda ellipsning katta o'qi $1.22d$ ga va kichik o'qi $0.7d$ ga teng bo'ladi.



Dimetriya.To'g'ri burchakli dimetriyada koordinata o'qlari shakldagidek, qiyshiq burchakli dimetriyada b-shakldagidek chiziladi.

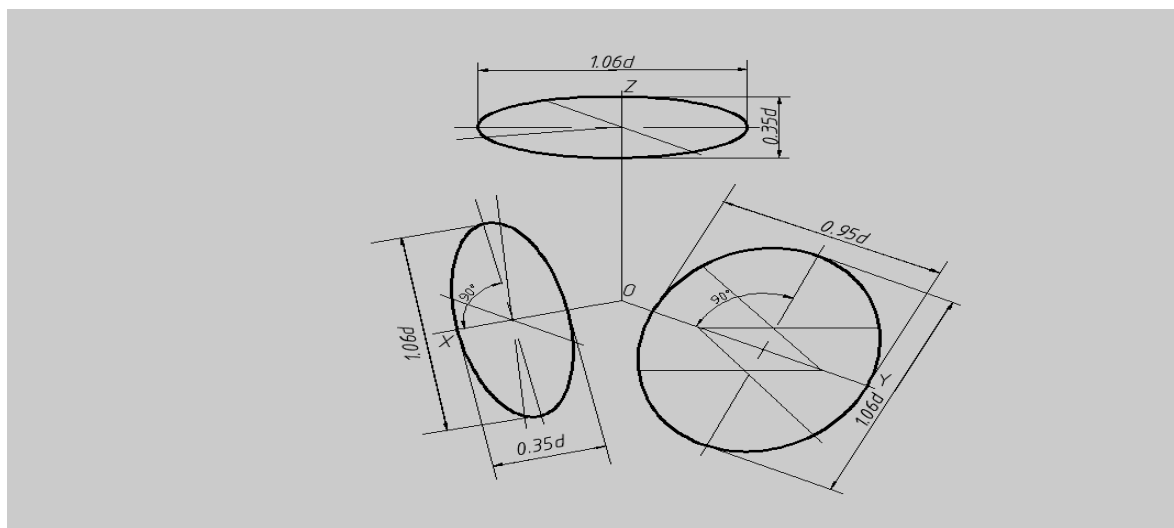


a

b

To'g'ri burchakli dimetriyada aylananing ellips shaklida quyidagicha chizuladi. Proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan parallel joylashgan aylanalar ellipslarining kichik o'qlari izometriyaga o'xshash tegishli o'qqa parallel joylashgan bo'ladi, katta o'qi unga perpendikulyar bo'ladi.

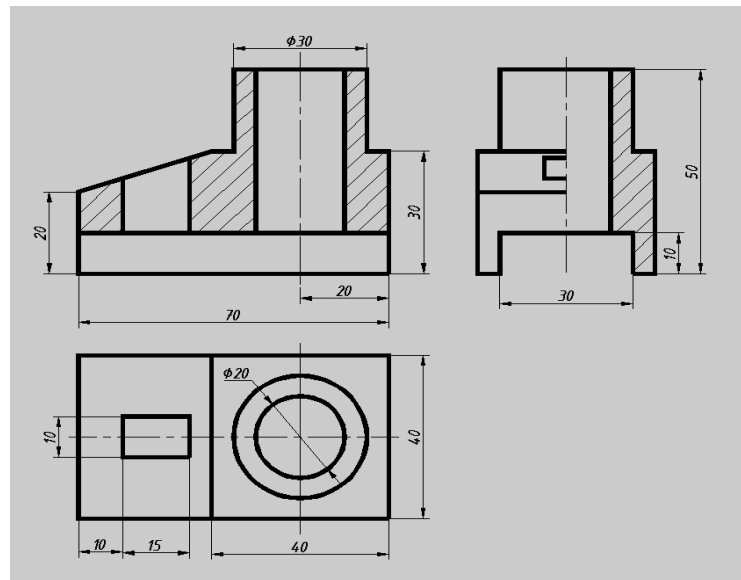
Ortogonal dimetriyada ellipslarning o'qlari quydagicha boladi: ellipsning katta o'qi $1.06d$, kichik o'qi esa $0.35d$ ga teng. Frontal proyeksiyalar tekisligida yotgan aylana ellipsining katta o'qi $1.06d$ ga, kichik o'qi esa $0.95d$ ga teng bo'ladi.



Detallarning aksonometrik tasvirlarini yasash.

Buyumning aksonometrik tasvirini yasashdan oldin, uning aksonometrik eskizini qo'lda tasvirlab, buyum haqida tasavvurga ega bo'lib, so'ngra uning izometriya yoki dimetriyasini qurish maqsadga muvofiqdir. Detalning eskizi yoki chizmasiga asosan uning aksonometrik proyeksiyasini yasashda koordinatalar usulidan foydalaniladi va quyidagi tartib bo'yicha bajariladi:

1. Berilgan har qanday detal uchun aksonometrik proyeksiyalar turi (izometriya yoki dimetriya) aniqlanadi.
2. Yetarli bo'lgan joy ajratilib, koordinata boshi **O** nuqta belgilanadi va aksonometrik X, Y va Z o'qlar chiziladi.
3. Buyumning ortogonal chizmasida X, Y va Z koordinata o'qlarining yo'nalishi belgilanadi.
4. Ortogonal chizmadagi o'lchamlar bo'yicha, jismning simmetriya va undagi chiziqlarning parallellik xususiyatlariga amal qilingan holda uning aksonometrik proyeksiyasi quriladi.
5. Buyumning ortogonal chizmasidagi ma'lum nuqtalardan foydalanib, uning balandlik qismi, ichki qismi va yon tomonlari quriladi.



Aksono'metrik proyeksiyasi bo'yicha berilgan detalning shakli diqqat bilan o'rganiladi va uning tashkil etgan elementlari qanday geometrik jisimlardan tuzulganligi aniqlanadi.

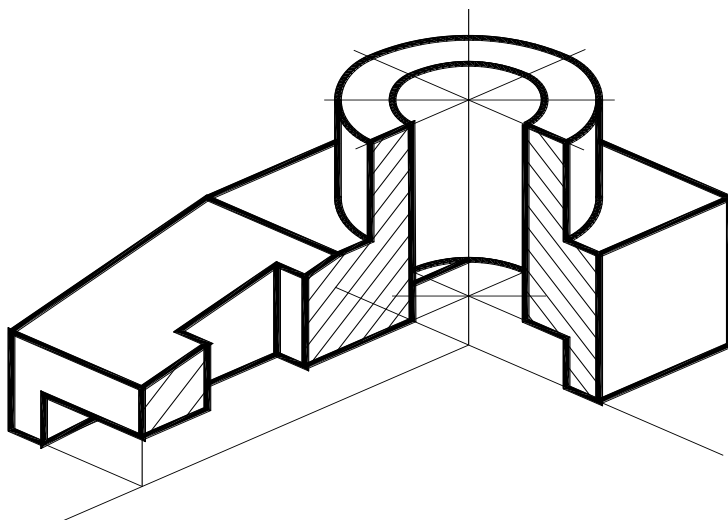
Detalni uchta ko'rinishi, yani **boshko'rinish**, **ustidan** va **chapdan** ko'rinishlari belgilanadi.

Bosh ko'rinish shunday tanlab olinadiki u detalning ichki va tashqi tuzulishi haqida to'la tasavvur berishi kerak. Qolgan ko'rinishlar bosh ko'rinishga nisbatan proyeksion bog'lanishda tasavvur qilinadi.

Detalni uchta ko'rinishi chizma qog'ozining maydoniga tartib bilan ko'rinarlik qilib joylashtiriladi. Chizmani hamma ko'rinishlari avvalda ingichka(yordamchi) chiziqlar bilan chiziladi. Detalni zarur bo'lgan chiqarish va o'lcham chiziqlari o'tkaziladi. Detalning o'lcham sonlari o'lcham chiziqlari ustiga 3,5 yoki 5 balandlikdagi (h) hariflar bilan O'z.DAV.ST 2. 304-03 ga muvofiq yozib chiqiladi.

Aksonometrik o'qlar chiziladi. Detalni tashqi ko'rinishi o'rganilib, ingichka chiziq bilan parallelepipedni aksonometrik ko'rinishi chiziladi.

1. Hosil bo'lgan parallelepiped ko'rinishidan detalning kemtik va o'yiqli joylari chiziladi, ortiqcha chizilar o'chiriladi.
2. Detalni oldi tarafidan chorak qismi qirqiladi va qolgan qismlar tiklanadi. Ortiqcha chizilar o'chiriladi.
3. Qirqim yuzalarini shtrixlab, detalni ko'rinadigan chiziqlari qoraytiriladi. Chizmani ko'zdan kechirib, yo'l qo'yilgan xatolar to'g'rilanadi.

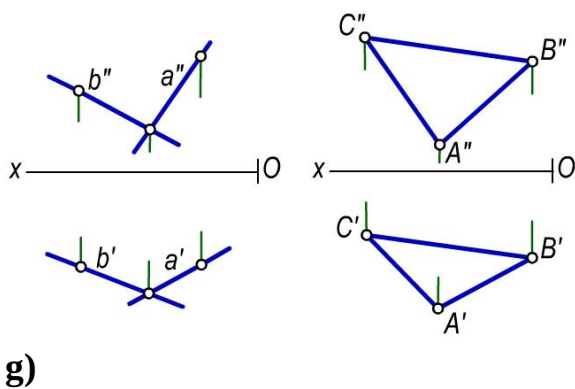
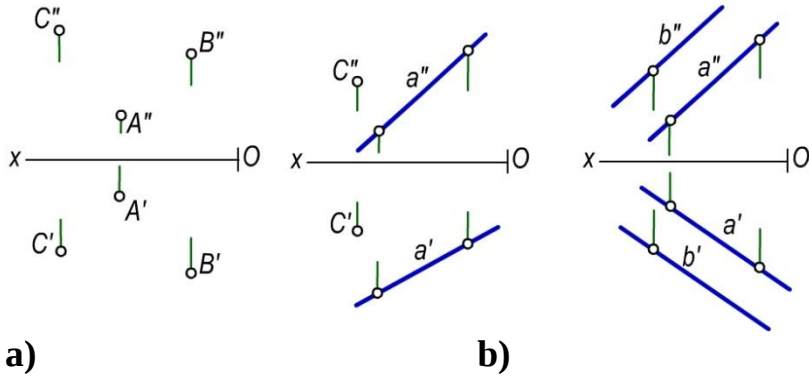


5- Ma'ruza

Tekislik. Tekislikning proyeksiya tekisliklariga nisbatan turli vaziyatlari. Tekislikdagi nuqta va to'g'ri chiziq.

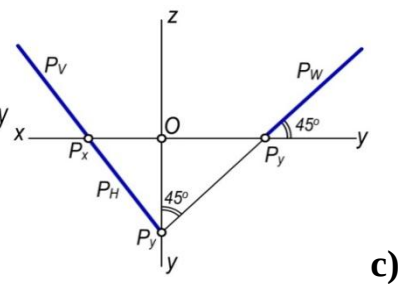
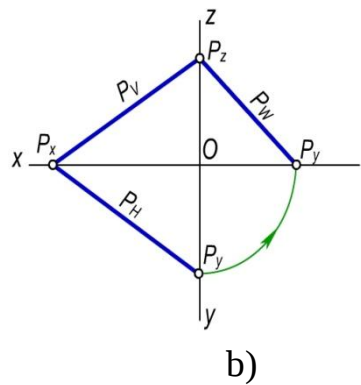
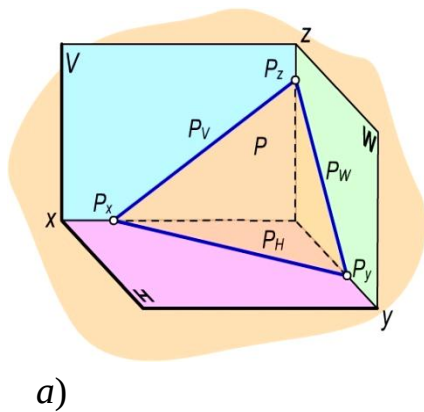
Chizma geometriyada tekisliklar qo'yidagi hollar bilan beriladi:

- bir to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan uchta nuqtaning proyeksiyalari bilan (**a**, rasm);

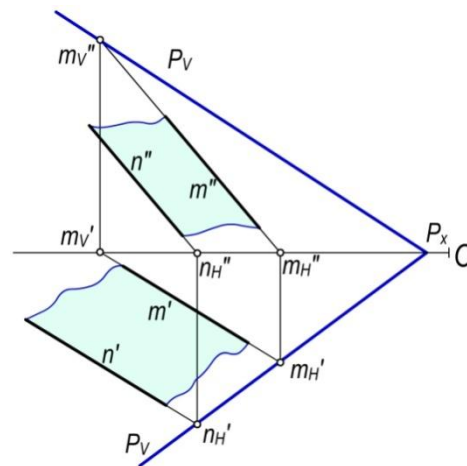
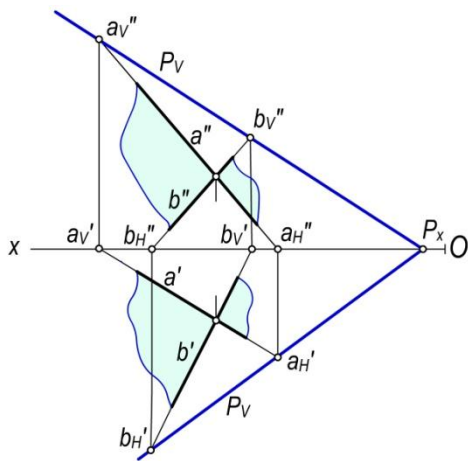


- bir to'g'ri chiziq va unga tegishli bo'lmagan nuqtaning proyeksiyalari bilan (**b**- rasm);
- ikki parallel to'g'ri chiziq proyeksiyalari bilan (**v**-rasm);
- ikki kesishuvchi to'g'ri chiziq proyeksiyalari bilan (**g**-rasm);
- tekis geometrik shakllarning ortogonal proyeksiyalari orqali berilishi ham mumkin (**d**-rasm).

Shuningdek, tekislik proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishish chiziqlari orqali berilishi ham mumkin.



Tekislikning proyeksiyalar tekisliklari bilan kesishgan chiziqlari **tekislikning izlari** deyiladi.



Tekisliklarning proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatlari

Tekislik fazodaproyeksiyalar tekisliklariganisbatan umumiyvaxususiyvaziyatlardajo ylashishim umkin.

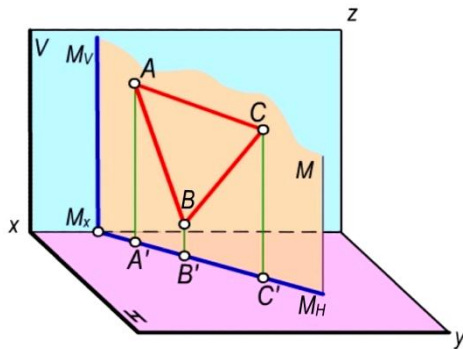
Umumiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proyeksiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo'lsa, uni *umumi yvaziyatdagi tekislik* deyiladi (a-rasm). Chizmada umumiy vaziyatdagi tekislikning izlari proyeksiyalar o'qlari bilan ixtiyoriy burchak hosil qiladi. Agar biror P tekislik proyeksiyalar tekisliklari bilan bir xil burchak hosil qilsa, uning P_H va P_V izlari Ox o'qi bilan bir xil burchak hosil qiladi.

Xususiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proyeksiyalar tekisligining biriga perpendikulyar yoki parallel bo'lsa, uni *xususiy vaziyatdagi tekislik* debataladi.

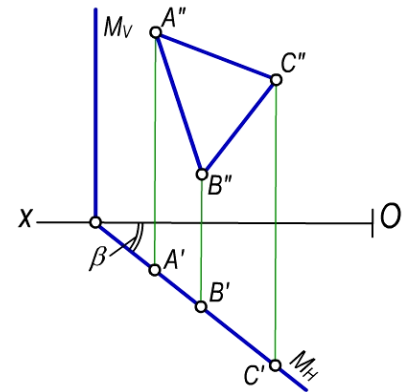
Proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekisliklar *proyeksiyalovchi tekisliklar* deyiladi.

Gorizontalproyeksiyalovchitekislik

Ta'rif. Gorizontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik gorizontal proyeksiyalovchi tekislik deyiladi.



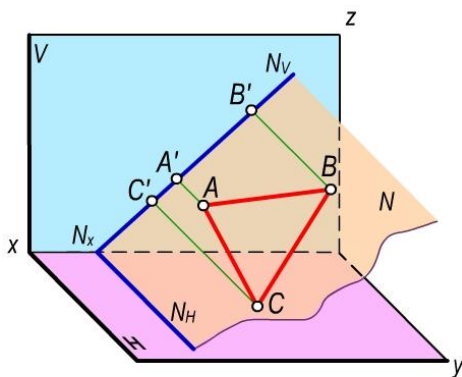
a)



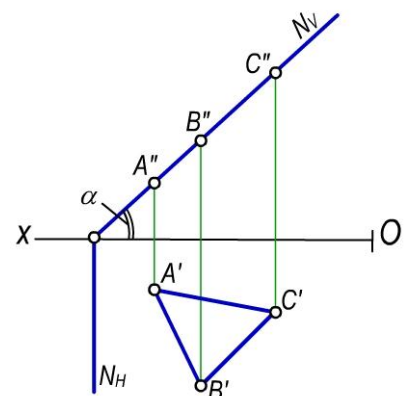
b)

Frontalproyeksiyalovchitekislik

Ta'rif. Frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislik **frontal proyeksiyalovchi tekislik** deyiladi.



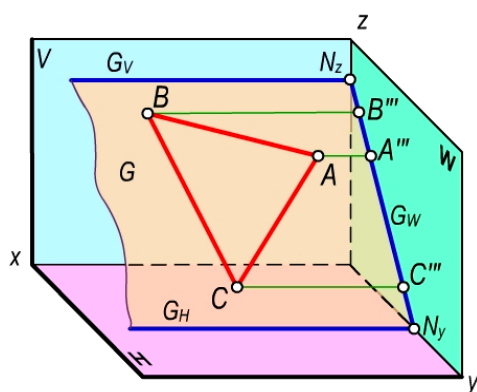
a)



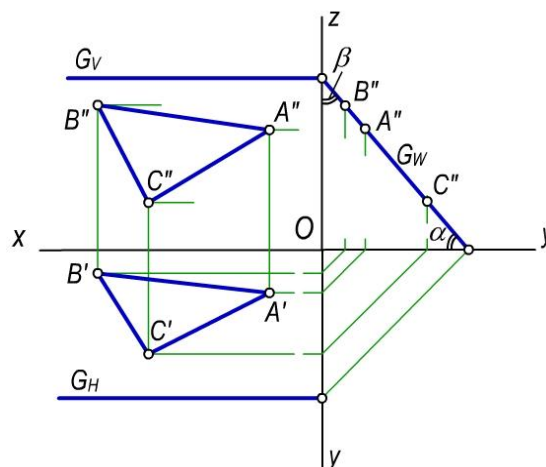
b)

Profil proyeksiyalovchi tekislik

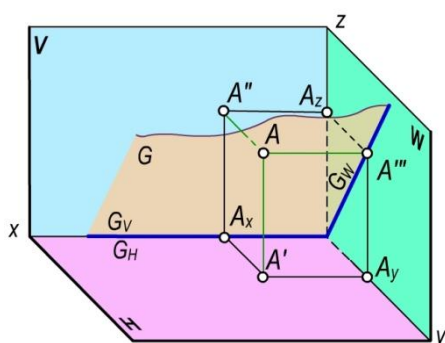
Ta'rif. Profil proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik **profil proyeksiyalovchi tekislik** deb ataladi.



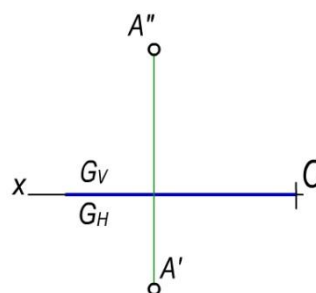
a)



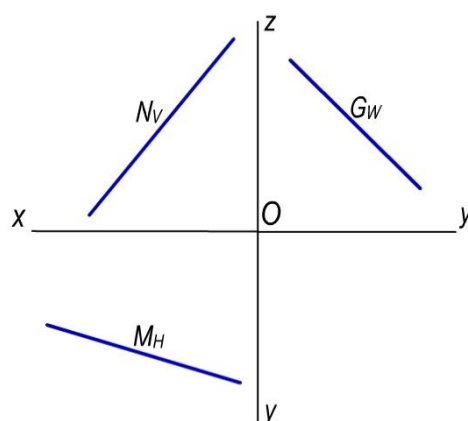
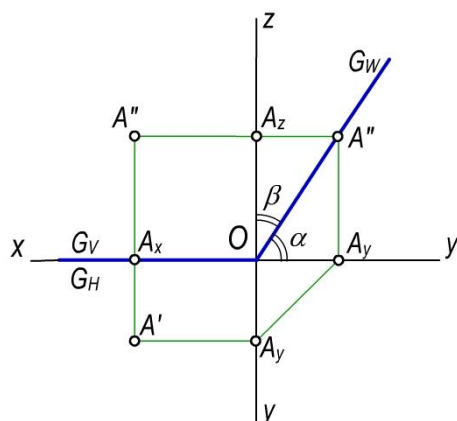
b)



a)



b)



Proyeksiyalar tekisligiga parallel tekisliklar

Gorizontal tekislik

Ta'rif. Gorizontalar proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislik **gorizontal tekislik** deyiladi.

Bu tekislik bir vaqtda V va W tekisliklarga perpendikulyar bo'ladi. Tekislikning vaziyatini uning frontal H_{1V} izi aniqlaydi (a, b , rasm).

Frontal tekislik

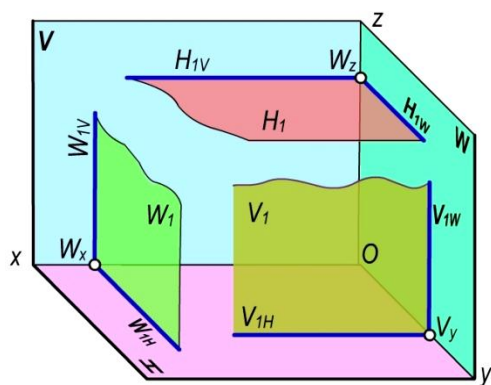
Ta'rif. Frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislik **frontal tekislik** deyiladi.

Bu tekislik bir vaqtda H va W tekisliklarga perpendikulyar bo'ladi. Tekislikning vaziyatini uning frontal V_{1H} izi aniqlaydi (a, b , rasm).

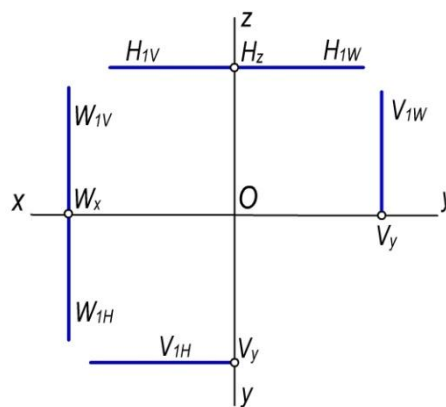
Profil tekislik

Ta'rif. Profil proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislik **profil tekislik** deyiladi.

Profil W_1 tekislik bir vaqtda H gorizontalar va V frontal proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'ladi. Tekislikning fazoviy vaziyatini uning W_{1H} gorizontalar va W_{1V} frontal izlari aniqlaydi (a, b , rasm).



a)



b)

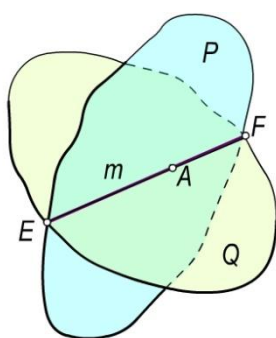
6- Ma'ruza

Tekisliklarning o'zaro kesishuvi.

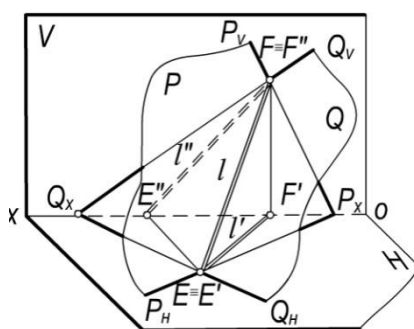
Ta'rif. Agar ikki tekislik umumiy umumiy to'g'ri chiziqqa ega bo'lsa, bu tekisliklar **o'zaro kesishuvchi tekisliklar** deyiladi.

Ikki P va Q tekisliklar m to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi, ya'ni $Q \cap P = m$. Demak tekisliklarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash uchun har ikkala tekislikka tegishli bo'lgan ikki E va F umumiy nuqtalarini aniqlash kifoya qiladi (4.33-rasm).

4.34-a,b rasmda P va Q kesishuvchi tekisliklar berilgan. Tasvirdan yaqqol ko'rinib turibdiki, bu tekisliklarga umumiy bo'lgan E va F nuqtalar tekisliklarning bir nomli izlarining kesishish nuqtalari bo'ladi: $E = Q_H \cap P_H$ va $F = Q_V \cap P_V$.



a)



b)

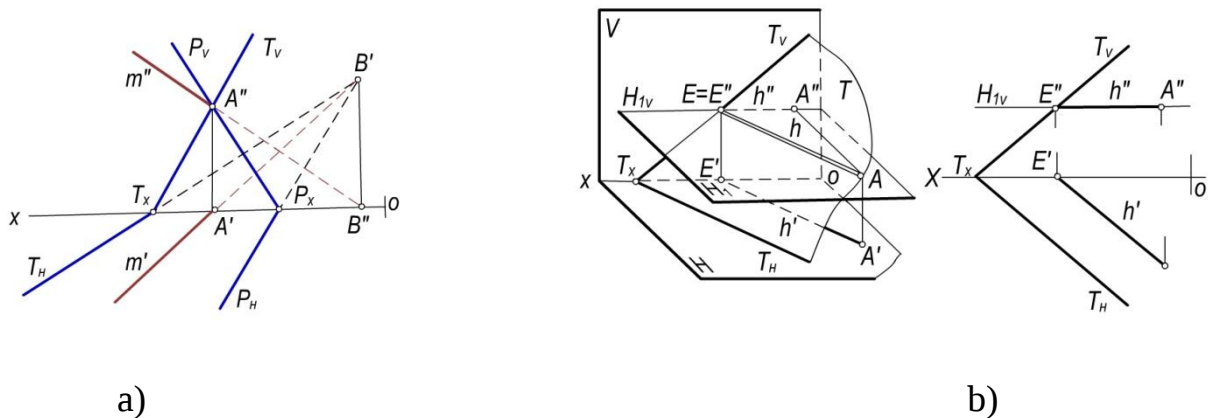
Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa Q va P tekisliklarning l kesishuv chizig'i hosil bo'ladi: $l = Q \cap P$.

Chizmada (4.34-b,rasm) bu tekisliklarning kesishish chizig'ining proyeksiyalarini yasash uchun tekisliklarning bir nomli izlarining kesishish E va F nuqtalarining E' , E'' va F' , F'' proyeksiyalari aniqlanadi va nuqtalarning bir nomli proyeksiyalari o'zaro tutashtiriladi. Natijada, hosil bo'lgan l' va l'' to'g'ri chiziqlar Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ining proyeksiyalari bo'ladi. Agar tekisliklarning

izlari birinchi oktantda kesishmasa u holda bir nomli izlarini davom ettirib ularning kesishuv nuqtasini boshqa oktantda topish bilan kesishuv chizig'i nuqtalarining proyeksiyalarini yasash mumkin.

Masalan, $T (T_H, T_V)$ va $P (P_H, P_V)$ tekisliklarning gorizontal izlari T_n va P_n ikkinchi oktantda kesishadi.

Kesishuvchi tekisliklarning biri gorizontal tekislik bo'lsa, bu tekisliklar gorizontal chiziq bo'yicha kesishadi.



-a,b-rasmda umumiy vaziyatdagi T tekislik bilan H_1 gorizontal tekislikning kesishish chizig'i h gorizontal bo'ladi. haqiqatdan, H_1 gorizontal tekislikning har bir nuqtasi H tekislikdan baravar uzoqlikda joylashgani uchun, tekisliklarning kesishuvchi chizig'i $h \parallel H$ bo'ladi. Agar umumiy vaziyatdagi tekislik frontal tekislik bilan kesishgan bo'lsa, bu tekisliklar frontal bo'yicha kesishadi.

Ammo kesishuvchi tekisliklarning biri proyeksiyalovchi tekislik bo'lsa, proyeksiyalovchi tekislikning xossasiga muvofiq, ularning kesishish chizig'ining proyeksiyalaridan biri proyeksiyalovchi tekislikning izida bo'ladi (4.37-rasm).

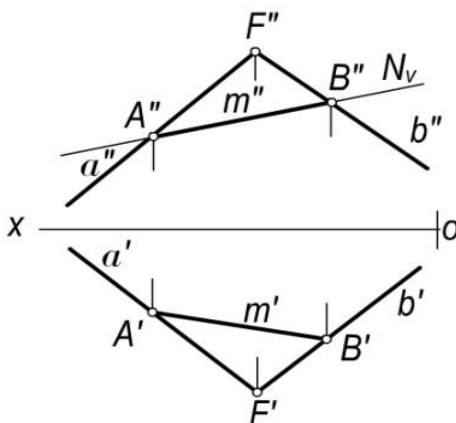
Kesishuvchi tekisliklarning bir nomli izlari chizma chegarasida kesishmasa, ularning kesishish chizig'ini yordamchi tekisliklar vositasida aniqlash mumkin. Masalan, umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ va $T(T_H, T_V)$ tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun H_1 gorizontal va V_1 frontal tekisliklardan foydalaniladi (4.38-rasm).

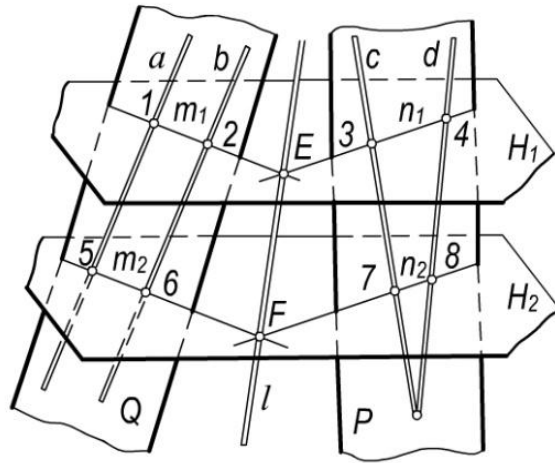
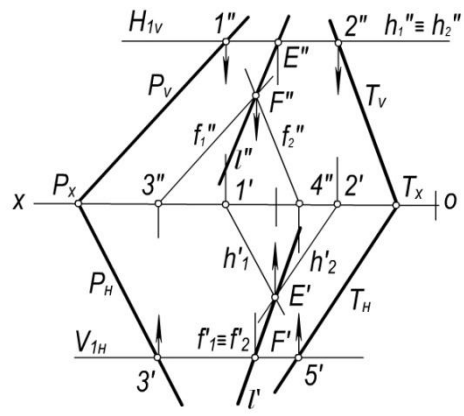
H_1 gorizont tekislikning frontal izini $H_{1V} \parallel H$ qilib o'tkaziladi. Bu tekislik P tekislikni $h_1(h_1', h_1'')$, T tekislikni $h_2(h_2', h_2'')$ gorizontallar bo'yicha kesadi. Bu gorizontallarning kesishgan $E(E', E'')$ nuqtasi $E' = h_1' \cap h_2'$ va $E'' = h_1'' \cap h_2''$ P va T tekisliklarning kesishish chizig'ining umumiy nuqtalaridan biri bo'ladi.

Frontal tekislikni $V_{1H} \parallel V$ qilib o'tkaziladi. Bu tekislik P va T tekisliklarni $f_1(f_1', f_1'')$ va $f_2(f_2', f_2'')$ frontallar bo'yicha kesadi. Bu frontallarning kesishish $F(F', F'')$ nuqtasi P va T tekisliklarning kesishish chizig'ining umumiy nuqtalaridan ikkinchisi bo'ladi: $F'' = f_1'' \cap f_2''$ va $F' = f_1' \cap f_2'$ bo'ladi. Natijada, E va F nuqtalarning E', F' va E'', F'' proyeksiyalarini o'zaro tutashtirsa P va T tekisliklarning l kesishish chizig'ining l' va l'' proyeksiyalari hosil bo'ladi.

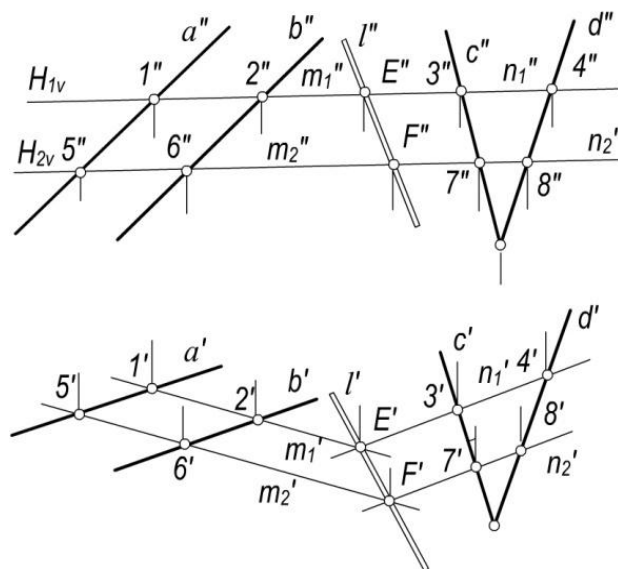
4.39-a,b-rasmdagi umumiy vaziyatdagi $a \parallel b$ va $c \cap d$ chiziqlar bilan berilgan Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun gorizont H_1 va H_2 tekisliklar o'tkazilgan.

Dastlab H_1 tekislikning Q va P tekisliklar bilan kesishish chiziqlarini aniqlash uchun tekisliklarni a, b va c, d chiziqlarini 1, 2 va 3, 4 nuqtalarda kesganligi belgilanadi. Bu nuqtalarni o'zaro tutashtirganda, m_1 va n_1 chiziqlar hosil bo'ladi, ya'ni: $H_1 \cap Q = m_1$ va $H_1 \cap P = n_1$ bo'ladi. m_1 va n_1 to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi $E = m_1 \cap n_1$ Q va P tekisliklarga umumiy bo'lgan birinchi nuqtadir.





a)



b)

Xuddi shu tartibda Q va P tekisliklarning H_2 gorizont tekislik bilan kesishish chizig'ini aniqlanadi. Chizmada H_2 tekislik a, b va c, d chiziqlarni 5, 6 va 7, 8 nuqtalarda kesadi. Natijada: $H_2 \cap Q = m_2$ va $H_2 \cap P = n_2$ hosil bo'ladi. Rasmda $H_2 \parallel H_1$ bo'lgani uchun $m_2 \parallel m_1$ va $n_2 \parallel n_1$ bo'ladi. Q va P tekisliklarning ikkinchi umumiy F nuqtasi bo'lib u m_1 va n_2 chiziqlarning o'zaro kesishish nuqtasi bo'ladi: $F = m_2 \cap n_2$.

Har ikkala P va Q tekisliklar uchun umumiy bo'lgan E va F nuqtalarni o'zaro tutashtirsak, tekisliklarning kesishish chizig'i hosil bo'ladi.

Chizmada (4.39-b, rasm) Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun H_1 gorizont tekislikning H_{1V} izini o'tkazib uni a'', b'' va s'', d'' chiziqlarning frontal proyeksiyalarini kesuvchi $1'', 2''$ va $3'', 4''$ nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalarning gorizont $1', 2'$ va $3', 4'$ proyeksiyalarini aniqlab o'zaro tutashtiriladi. m_1' va n_1' chiziqlar Q va P tekisliklarning H_1 tekislik bilan kesishgan chiziqlarning gorizont proyeksiyalari bo'ladi. Kesishuvchi chiziqlarning frontal m_1'' va n_1'' proyeksiyalari H_1 tekislikning H_{1V} izida bo'ladi. hosil bo'lgan m_1' va n_1' chiziqlarning kesishgan E' nuqtasi Q va P tekisliklarining kesishuv chizig'iga tegishli E nuqtaning

gorizontal proyeksiyasi $E' = m_1' \cap n_1'$ bo'ladi. Bu nuqtaning E'' frontal proyeksiyasi esa H_1 tekislikning H_{1V} izida bo'ladi: $E'' \in H_{1V}$.

Xuddi shu tartibda Q va P tekisliklarning kesishish chizig'iga tegishli, ikkinchi F nuqtasining F' va F'' proyeksiyalarini H_2 gorizontal tekislikning H_{2V} izini H_{1V} ga parallel qilib o'tkazib aniqlanadi.

Chizmadagi E' , F' va E'' , F'' proyeksiyalarni o'zaro tutashtiruvchi l' va l'' chiziqlar Q va P tekisliklar kesishish chizig'ining proyeksiyalari bo'ladi.

7- Ma'ruza

To'g'ri chiziqning tekislikka perpendikulyarligi.

Ta'rif. Agar to'g'ri chiziq tekislikdagi ikki o'zaro kesishuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikka ham perpendikulyar bo'ladi.

Bunda $b \subset P$ va $c \subset P$, $b \cap c$ hamda $a \perp b$ va $a \perp c$ bo'lsa, $a \perp P$ bo'ladi. Demak, tekislika perpendikulyar bulgan to'g'ri chiziq tekislikning asosiy chiziqlariga ham perpendikulyar bo'ladi. Faraz qilaylik, a to'g'ri chiziq tekislikning h gorizontali va f frontaliga perpendikulyar bo'lsin.

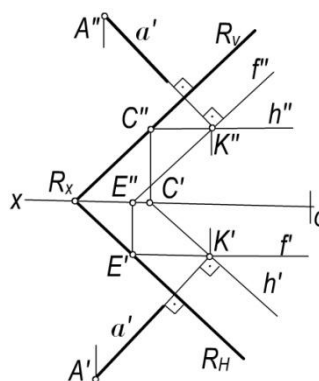
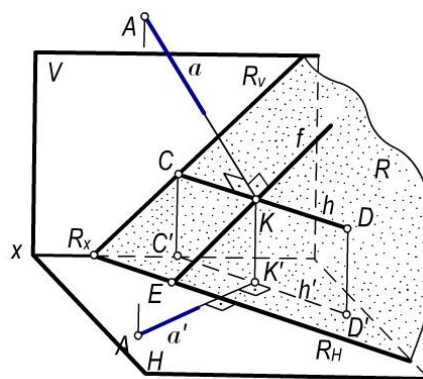
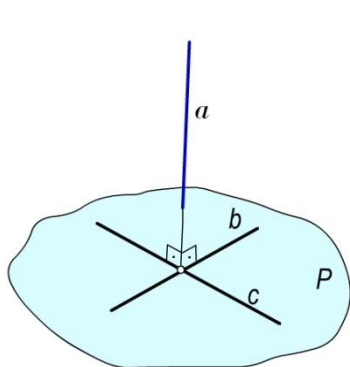
To'g'ri burchakning proyeksiyalanish xususiyatiga muvofiq $\angle AKD = 90^\circ$ bo'lib, $KD \parallel h$ bo'lgani uchun bu to'g'ri burchakning gorizontal proyeksiyasi $\angle A'K'D' = 90^\circ$ bo'ladi. Demak, $A'K' \perp C'D'$ yoki $a' \perp h'$ bo'ladi.

P tekislikning h gorizontali $h' \parallel P_H$ bo'lgani uchun $a' \perp P_H$ bo'ladi. Shuningdek, $a'' \perp f''$ yoki $a'' \perp P_V$ bo'lishini isbotlash qiyin emas. Demak, $a \perp P$ bo'lsa, $a' \perp h'$ va $a'' \perp f''$ yoki $a' \perp P_H$ va $a'' \perp P_V$ bo'ladi

Fazoda to'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar bo'lishi uchun, uning gorizontaal proyeksiyasi tekislik gorizontalinining gorizontaal proyeksiyasiga, frontal proyeksiyasi esa tekislik frontalining frontal proyeksiyasiga va profil proyeksiyasi tekislik profilining profil proyeksiyasiga perpendikulyar bo'lishi kerak.

Agar tekislik chizmada izlari bilan berilgan bo'lsa, unga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqning bir nomli proyeksiyalari tekislikning bir nomli izlariga mos ravishda perpendikulyar bo'ladi.

To'g'ri chiziq va tekislikning o'zaro perpendikulyarlik shartidan foydalanib ko'pgina metrik masalalarni yechish mumkin.



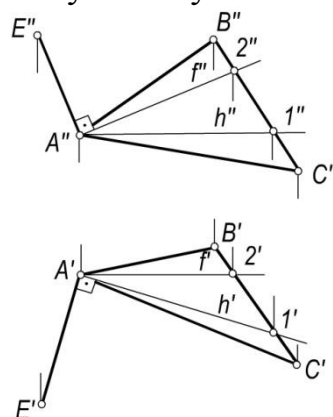
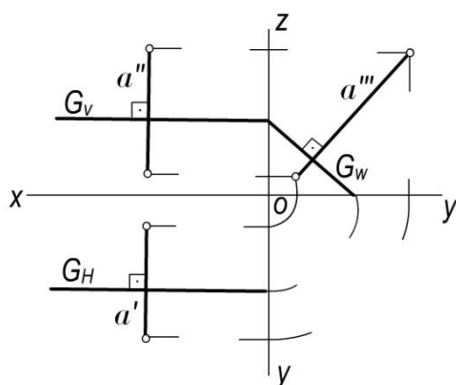
a)

b)

1-masala. $\triangle ABC$ bilan berilgan tekislikning A uchidan unga perpendikulyar o'tkazilsin.

Echish. Masalani quyidagi algoritm bo'yicha yechamiz.

1. $\triangle ABC$ ($\triangle A'B'C'$, $\triangle A''B''C''$) tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali va $f(f', f'')$ frontali o'tkaziladi.
2. Tekislikning A nuqtasining A' va A'' proyeksiyalaridan ixtiyoriy uzunlikda $A'E' \perp h'$ va $A''E'' \perp f''$ qilib perpendikulyarning proyeksiyalarini yasaladi.



2-masala. $A(A', A'')$ nuqta orqali $l(l', l'')$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tekislik o'tkazilsin.

Echish. Buning uchun:

- A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan $h' \perp l'$ va $h'' \parallel Ox$ qilib izlangan tekislik gorizontalinining proyeksiyalarini o'tkaziladi;
- A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan $f' \parallel Ox$ va $f'' \perp l''$ qilib tekislik frontalining proyeksiyalarini o'tkaziladi;
- hosil bo'lgan $h \cap f (h' \cap f' \wedge h'' \cap f'')$ kesishuvchi chiziqlar izlangan tekislikni ifoda qiladi.

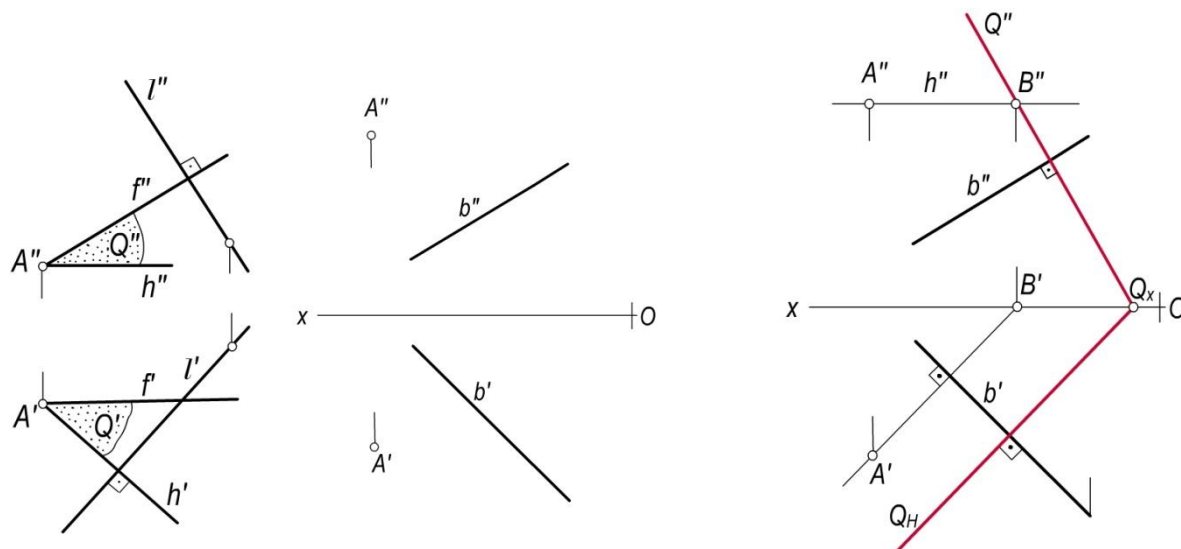
Tekislikning gorizontali $h \perp l$ va frontali $f \perp l$ bo'lgani uchun bu tekislik l to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'ladi.

3-masala. $A(A', A'')$ nuqta orqali o'tuvchi va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tekislikning izlari qurilsin.

Echish.

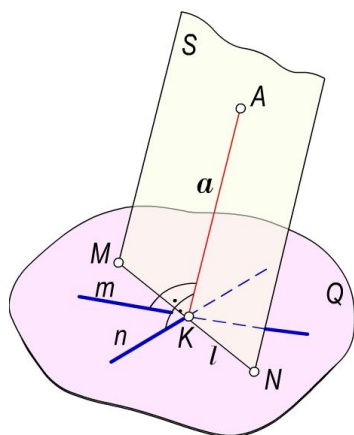
- A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan $h' \ni A'$ va $h' \perp b'$ va $h'' \ni A''$ va $h'' \parallel Ox$ qilib tekislikning gorizontali o'tkaziladi.

- gorizontaling frontal B izining B' va B'' proyeksiyalarini yasaladi.
- Q tekislikning Q_V frontal izini $Q_V \ni B''$ va $Q_V \perp b''$ qilib o'tkaziladi. Tekislikning Q_H gorizontali izini esa Q_X dan $Q_H \ni Q_X$ va $Q_H \perp b'$ (yoki $Q_H \parallel h'$) qilib o'tkaziladi.



Natijada, $Q_H \perp b'$ va $Q_V \perp b''$ bo'lgani uchun $Q \perp b$ bo'ladi. Bu misolni tekislikning frontal chizig'ini o'tkazish yo'li bilan ham yechish mumkin.

Nuqta va tekislik orasidagi masofani aniqlash. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa nuqtadan tekislikka tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bilan aniqlanadi. Bu perpendikulyarning uzunligini aniqlash uchun uning tekislikdagi asosini yasash zarur.



Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofani qo'yidagi yasash algoritmi bo'yicha aniqlanadi.

- A nuqtadan Q tekislikka a perpendikulyar o'tkaziladi: $a \ni A$ va $a \perp Q$.
- Bu perpendikulyarning Q tekislik bilan kesishgan K nuqtasi (asosi) aniqlanadi: $K = a \cap Q$. Buning uchun:

- a perpendikulyardano'tuvchiyordamchi $S \supset a$ tekislik o'tkaziladi;
- Q va S tekisliklarning kesishish chizig'ini yasaladi;
- a perpendikulyarning tekisliklarning kesishish chizig'i l bilan kesishgan K nuqtasi topiladi: $K = a \cap l$. Chizmadagi AK kesma A nuqtadan Q tekislikkacha bo'lgan izlangan masofa bo'ladi.

1-masala. Berilgan $A(A', A'')$ nuqtadan $Q(Q_H, Q_V)$ tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlansin.

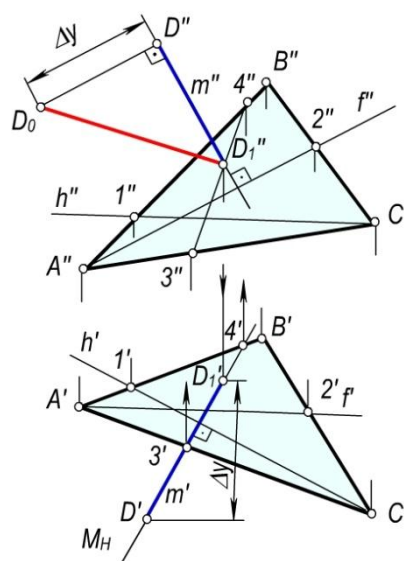
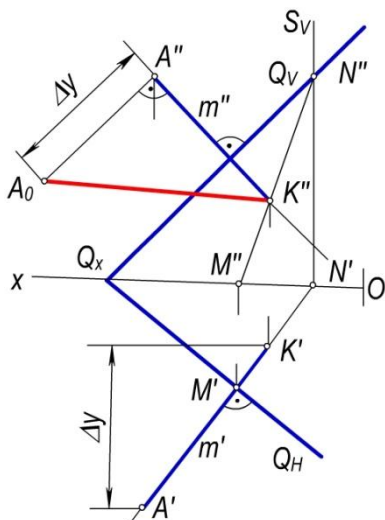
Yechish. Yuqorida keltirilgan yasash algoritmiga asosan:

- A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan Q tekislikning Q_H va Q_V izlariga mos ravishda perpendikulyarning a' va a'' proyeksiyalari o'tkaziladi: $a' \ni A'$, $a' \perp Q_H$ va $a'' \ni A''$, $a'' \perp Q_V$.
- Bu perpendikulyarning Q tekislik bilan kesishish nuqtasining proyeksiyalarini aniqlash uchun:
 - a perpendikulyardan yordamchi gorizontal proyeksiyalovchi $S(S_H, S_V)$ tekislik o'tkaziladi;
 - Q va S tekisliklarning kesishish chizig'i $MN(M'N', M''N'')$ bilan $a(a', a'')$ perpendikulyarning kesishish nuqtasi K ning K' va K'' proyeksiyalarini aniqlanadi.
- Chizmada hosil bo'lgan $A'K'$ va $A''K''$ izlangan masofaning proyeksiyalari bo'ladi. Bu masofaning haqiqiy o'lchami to'g'ri burchakli $\Delta A_0 A'' K''$ ning $A_0 K''$ gipotenuzasi bo'ladi.

2-masala. $D(D', D'')$ nuqtadan $\Delta ABC(\Delta A'B'C', \Delta A''B''C'')$ tekislikkacha bo'lgan masofa aniqlansin.

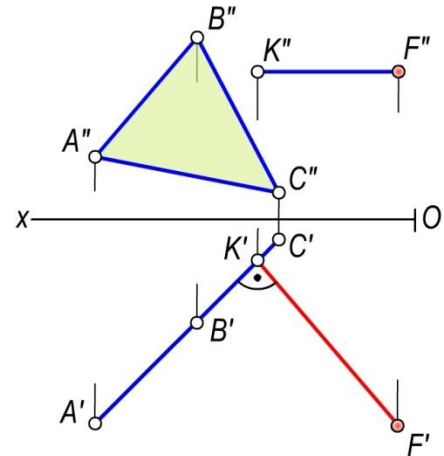
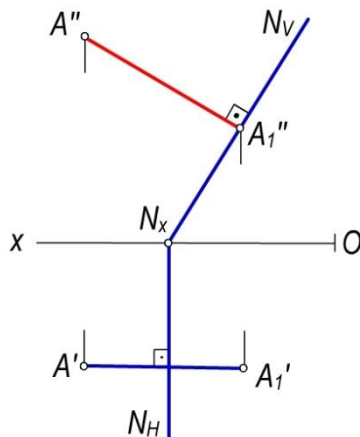
Yechish. Masalani quyidagi yasash algoritmi asosida yechiladi.

- ΔABC tekislikning gorizontal va frontal chiziqlarining proyeksiyalari o'tkaziladi.
- D nuqtaning D' va D'' proyeksiyalaridan perpendikulyarning m' va m'' proyeksiyalari $m' \ni D'$, $m' \perp h'$ va $m'' \ni D''$, $m'' \perp f''$ qilib o'tkaziladi.
- Perpendikulyarning ΔABC tekislik bilan kesishgan nuqtasi D_1 ning D_1' va D_1'' proyeksiyalarini aniqlanadi.



- m perpendikulyardan yordamchi gorizontal proyeksiyalovchi $M(M_H, M_V)$ tekislik o'tkaziladi;
- $\triangle ABC$ va M tekisliklarning kesishish chizig'ining $3'4'$ va $3''4''$ proyeksiyalarini yasaladi;
- tekisliklarning kesishish chizig'i proyeksiyalari $3'4'$ va $3''4''$ bilan m' , m'' perpendikulyarning kesishish D_1 nuqtasining D_1' va D_1'' proyeksiyalarini aniqlanadi: $D_1'' = m'' \cap 3''4''$ va $D_1' \in m'$

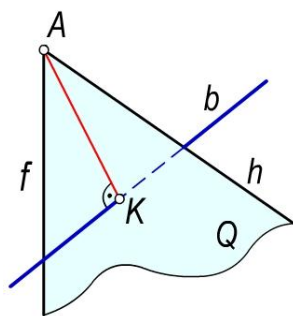
Chizmada hosil bo'lgan $D'D_1'$ va $D'D_1''$ proyeksiyalar izlangan DD_1 masofaning proyeksiyalari bo'ladi. Uning haqiqiy o'lchami to'g'ri bo'rchakli $\triangle D_0D''D_1''$ ning D_0D_1'' gipotenuzasidan iborat bo'ladi.



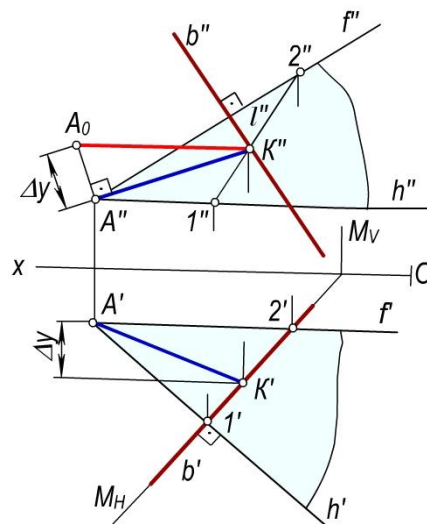
Agar tekislik xususiy vaziyatda berilsa, u holda berilgan nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlash uchun qo'shimcha yasashlar talab qilinmaydi. Masalan, $A(A', A'')$ nuqtadan $N(N_H, N_V)$ frontal proyeksiyalovchi tekislikkacha bo'lgan masofaning haqiqiy o'lchami (4.56-rasm) nuqtaning frontal A'' proyeksiyasidan tekislikning N_V frontal iziga tushirilgan perpendikulyarning $A''K''$ frontal proyeksiyasiga teng bo'ladi.

Rasmda $F(F', F'')$ nuqtadan gorizontal proyeksiyalovchi $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlash tasvirlangan.

Nuqta va to'g'ri chiziq orasidagi masofani aniqlash. To'g'ri chiziq va unga tegishli bo'lmagan nuqta orasidagi masofa shu nuqtadan mazkur to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bilan o'lchanadi.



a)



b)

Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani quyidagi tartibda aniqlanadi (4.58,a-rasm).

- A nuqtadan b to'g'ri chiziqqa perpendikulyar qilib Q tekislik o'tkaziladi: $Q \ni A, Q \perp b$.
- Berilgan b to'g'ri chiziqning Q tekislik bilan kesishish K nuqtasini aniqlanadi: $A_1 = b \cap Q$.
- A va K nuqtalarni o'zaro tutashtirilsa hosil bo'lgan AK kesma A nuqtadan b to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa bo'ladi.

Chizmada $A(A', A'')$ nuqtadan $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani (4.58,b-rasm) aniqlash uchun:

- A nuqtadan b to'g'ri chiziqqa perpendikulyar Q tekislik o'tkazish uchun bu tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali va $f(f', f'')$ frontali $A(A', A'')$ nuqtadan $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar qilib o'tkaziladi: ya'ni $h' \ni A', h' \perp b'$ va $h'' \ni A'', h'' \parallel O_x$ hamda $f' \ni A', f' \parallel O_x$ va $f'' \ni A'', f'' \perp b''$.
- Berilgan b to'g'ri chiziqning Q tekislik bilan kesishish nuqtasi K ning K' va K'' proyeksiyalari aniqlash uchun $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqdan yordamchi gorizontaal proyeksiyalovchi $M(M_H, M_V)$ tekislik o'tkaziladi. Q va M tekisliklarning kesishish chizig'i $12 = Q \cap M$ ning $1'2', 1''2''$ proyeksiyalari yasiladi.
- Chizmada b to'g'ri chiziqning 12 chiziq bilan kesishgan K nuqtasining frontal proyeksiyasi $K'' = b'' \cap 1''2''$ bilan aniqlanadi. Uning K' gorizontaal proyeksiyasi esa b' chiziqqa tegishli bo'ladi.
- A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalarini K nuqtaning K' va K'' proyeksiyalari bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan $A'K'$ va $A''K''$ kesmalar A nuqtadan b to'g'ri chiziqqacha masofaning proyeksiyalari bo'ladi.

Chizmadagi A_0K'' kesma A nuqtadan b to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofaning haqiqiy o'lchami bo'lib, u to'g'ri burchakli $\Delta A_0A''K''$ yasash yo'li bilan aniqlangan.

Shunindek, bu turdagi misolni $A(A', A'')$ nuqtadan o'tuvchi $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan Q tekislikni izlari orqali o'tkazish yo'li bilan ham yechish mumkin.

Tekisliklarning o'zaro perpendikulyarligi

Ta'rif. Tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqdan o'tuvchi barcha tekisliklar berilgan tekislikka **perpedikulyar** bo'ladi.

Bu ta'rifdan quyidagi xulosaga kelish mumkin, ya'ni tekislikka tegishli to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan har qanday tekislik mazkur tekislikning o'ziga ham perpendikulyar bo'ladi (4.59 -rasm).

Demak, bir-biriga perpendikulyar bo'lgan tekisliklarni yasash ikki usul bilan bajarilishi mumkin:

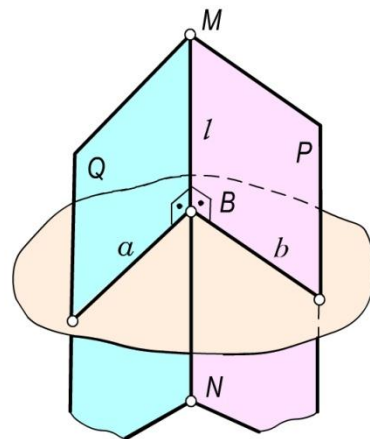
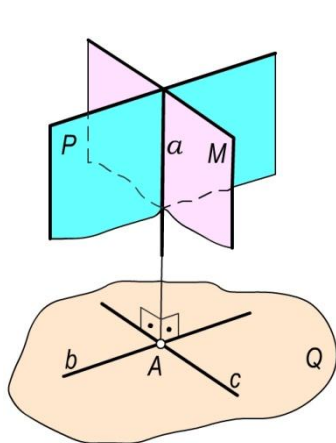
- Tekislikka perpedikulyar to'g'ri chiziqdan tekislik o'tkazish
- Tekislikka tegishli to'g'ri chiziqqa perpedikulyar tekislik o'tkazish.

Tekislikning ikki
tekislikka
perpendikulyarligi

Ta'rif. Agar biror tekislik ikki tekislikka umumiy bo'lgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, u holda bu **tekislik har ikkala tekisliklarga ham perpendikulyar** bo'ladi.

Ma'lumki, Q va P tekisliklarga umumiy bo'lgan to'g'ri chiziq ularning l kesishish chizig'i bo'ladi. Tekisliklarning l kesishish chizig'ida ixtiyoriy B nuqta tanlab olamiz (4.60-rasm). Bu nuqtadan l ga perpendikulyar qilib a va b chiziqlarni o'tkazamiz. Natijada $a \cap b$ kesishuvchi to'g'ri chiziqlar T tekislikni hosil qiladi. Bu tekislik esa berilgan Q va P tekisliklarga perpendikulyar bo'ladi.

Demak, berilgan T tekislikka perpedikulyar bo'lgan l to'g'ri chiziqdan o'tuvchi har qanday tekislik unga perpendikulyar bo'ladi.



1-masala. $P(P_H, P_V)$ tekislikka perpendikulyar va Q_x dan o'tuvchi Q tekislik izlari bilan o'tkazilsin.

Echish.

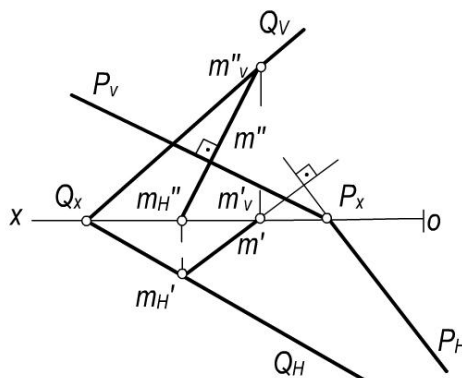
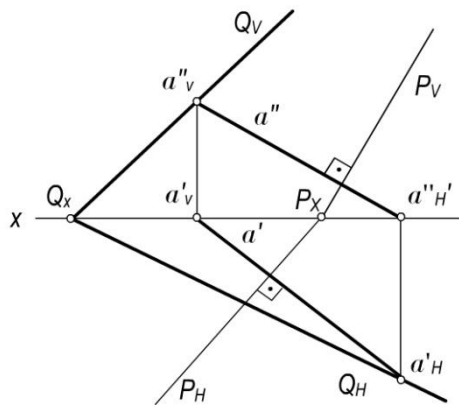
- P tekislikka perpendikulyar bo'lgan ixtiyoriy a to'g'richiziqli o'tkaziladi.
- Buto'g'richiziqlining a_H', a_H'' va a_V', a_V'' izlarining proyeksiyalarini yasaladi.
- Izlangan Q tekislikning gorizontal Q_H izini $Q_H \supset a_H'$ va $Q_H \supset Q_x$ qilib o'tkaziladi, uning frontal Q_V izini $Q_V \supset a_V''$ va $Q_V \supset Q_x$ qilib o'tkaziladi.

Bu masalani quyidagicha yechish ham mumkin:

Q tekislikka perpendikulyar va P_x dan o'tuvchi tekislikni o'tkazish uchun (4.62 -rasm)

Q tekislikda ixtiyoriy $m \supset Q$ to'g'richiziqli qolamiz. P tekislikning izlarini P_x dan $P_H \perp m'$

va $P_V \perp m''$ qilib o'tkaziladi. Natijada, $P \perp Q$ bo'ladi.



2-masala. Kesishuvchi $a \cap b (a' \cap b', a'' \cap b'')$ chiziqlar bilan berilgan tekislikka $d (d', d'')$ to'g'ri chiziqdan o'tuvchi perpendikulyar tekislik o'tkazish talab qilinsin.

Echish:

- berilgan tekislikning gorizontali va frontalining h', h'' va f', f'' chiziqlari o'tkaziladi;
- d to'g'ri chiziqning ixtiyoriy $D(D', D'')$ nuqtasidan $n(n', n'')$ to'g'ri chiziqning proyeksiyalarini $n' \perp h'$ va $n'' \perp f''$ qilib o'tkaziladi. Hosil bo'lgan $d' \cap n'$ va $d'' \cap n''$ kesishuvchi chiziqlar hosil qilgan tekislik berilgan tekislikka perpendikulyar tekislikning proyeksiyalari bo'ladi.

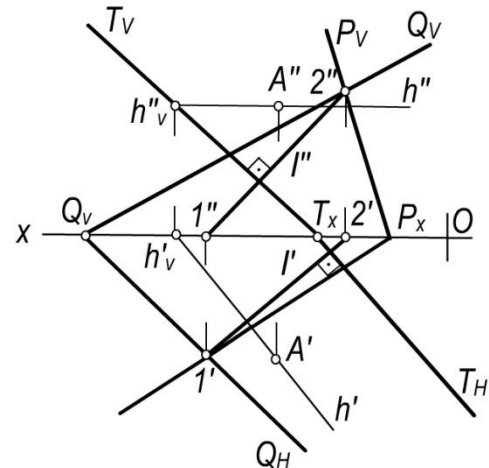
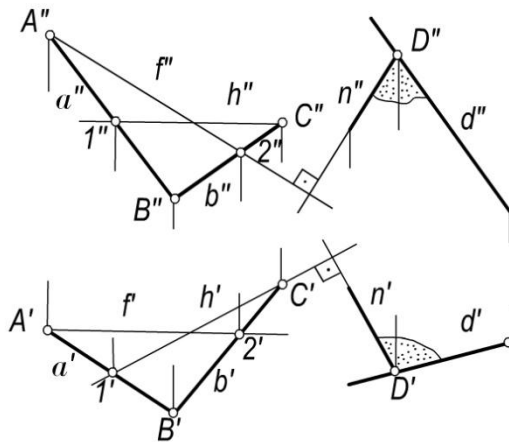
3-masala. $A(A', A'')$ nuqtadan $Q(Q_H, Q_V)$ va $P(P_H, P_V)$ tekisliklarga perpendikulyar bo'lgan $T(T_H, T_V)$ tekislik o'tkazish talab qilinsin.

Yechish:

- Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ining l', l'' proyeksiyalarni yasaladi;
- A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan izlangan tekislikning gorizontali (yoki frontali) ni tekisliklarning kesishish chizig'iga perpendikulyar qilib o'tkaziladi: $h' \perp l' \wedge h' \ni A'$ va $h'' \parallel Ox \wedge h'' \ni A''$ va uning izlarning h'_v, h_v'' proyeksiyalarni yasaladi;

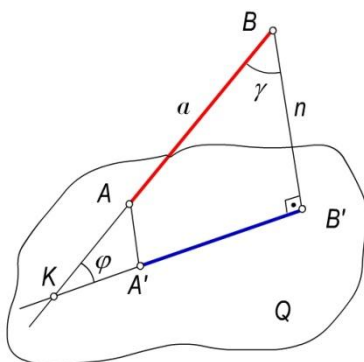
- izlangan tekislikning frontal izini $T_V \supset h''$, $T_V \perp l''$ $T_H \ni T_X$, $T_H \perp l'$ qilib o'tkaziladi.

Natijada, berilgan ikki tekislikka perpendikulyar bo'lgan uchinchi tekislik yasaladi: $T \perp Q$ va $T \perp P$.

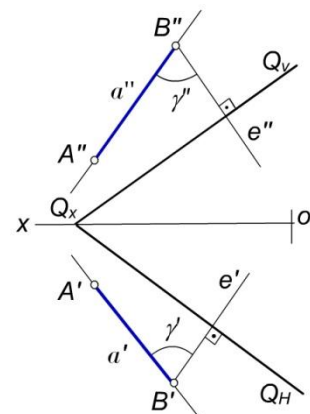


To'g'richiziqvatekislikorasidagiburchakaniqlash

Ta'rif. To'g'ri chiziq bilan uning tekislikdagi ortogonal proyeksiyasi orasidagi burchakshu to'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak deyiladi.



a)



b)

To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak α -rasmida ko'rsatilgan. Bu fazoviy modeldan foydalanib quyidagi yasash algoritmlarini keltirish mumkin:

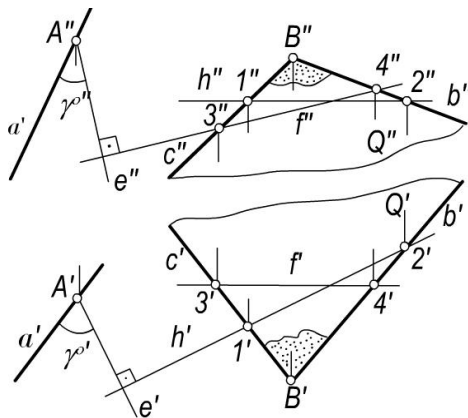
- Berilgan a to'g'ri chiziqni Q tekislik bilan kesishish nuqtasi aniqlanadi: $L = a \cap Q$.
- To'g'ri chiziqda ixtiyoriy B nuqta tanlab olinadi. Bu nuqtadan berilgan Q tekislikka n perpendikulyarni tushirib, uning Q tekislik bilan kesishuv nuqtasini aniqlanadi: $B' = n \cap Q$.
- So'ngra L va B nuqtalarni o'zaro tutashtirish natijasida hosil bo'lgan burchak α to'g'ri chiziq va Q tekislik orasidagi φ burchak bo'ladi.

Chizmada to'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi burchakni aniqlash uchun yuqorida keltirilgan yasash algoritmlarni to'g'ri chiziq bilan tekislikning perpendikulyarligi va kesishishi qoidalaridan foydalanib bajariladi. Bunda φ burchak α to'g'ri chiziqning ixtiyoriy B nuqtasidan Q tekislikka tushirilgan perpendikulyar orasidagi γ burchak orqali aniqlanadi. $\varphi^\circ + \gamma^\circ = 90^\circ$ bo'lgani uchun $\varphi^\circ = 90^\circ - \gamma^\circ$ bo'ladi.

Masala. $Q(b \cap c)$ tekislik va a to'g'ri chiziq orasidagi φ burchakni aniqlansin.

Yechish:

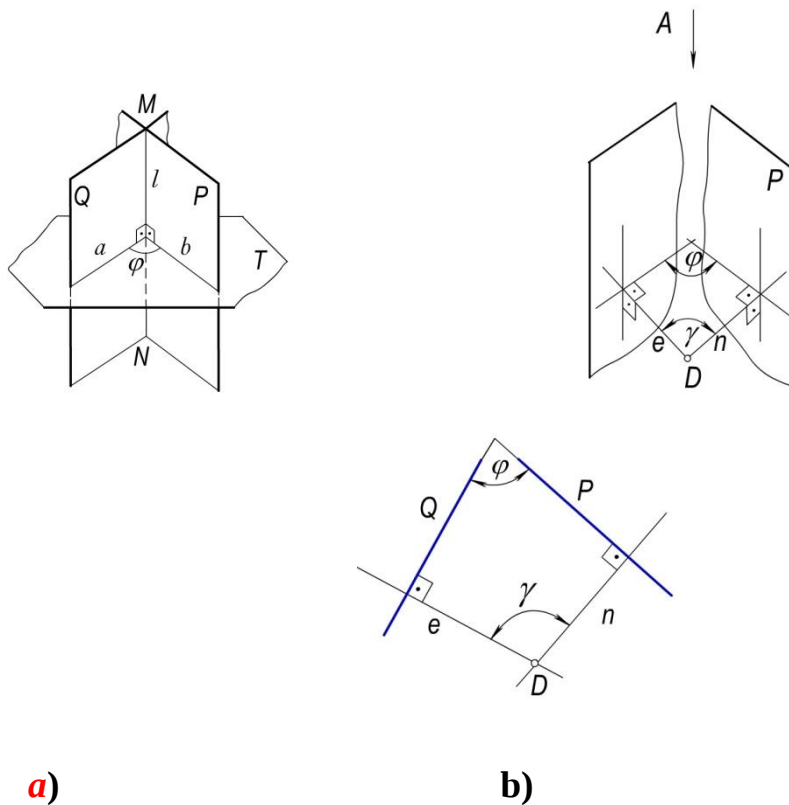
- tekislikning h (h' , h'') gorizontali va f (f' , f'') frontali o'tkaziladi;
- to'g'ri chiziqning ixtiyoriy A (A' , A'') nuqtasidan tekislikning gorizontali va frontaliga e (e' , e'') perpendikulyar o'tkaziladi. Bunda: $e' \ni A'$, $e' \perp h'$ va $e'' \ni A''$, $e'' \perp f''$ bo'ladi.
- α va e to'g'ri chiziqlar orasidagi γ (γ' , γ'') burchak belgilanadi. Natijada, $\varphi^\circ = 90^\circ - \gamma^\circ$



aniqlanadi.

Ikki tekislik orasidagi burchak

Ikki tekislik orasidagi burchak ularning kesishish chizig'iga perpendikulyar bo'lgan ikki to'g'ri chiziqlar orasidagi chiziqli burchak bilan o'lchanadi.



Bu chiziqli burchakni quyidagi yasash algoritmlari bilan aniqlanadi.

- P va Q tekisliklarning l kesishish chizig'ini yasaladi.
- Tekisliklarning l kesishish chizig'iga tegishli ixtiyoriy $A \in l$ nuqtadan perpendikulyar qilib T tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik Q va P tekisliklarga ham perpendikulyar bo'ladi.
- T tekislikning Q va P tekisliklar bilan kesishish a va b chiziqlar yasaladi: $a = Q \cap T$ va $b = P \cap T$.
- Tekisliklarning kesishish chiziqlari orasidagi $a \wedge b = \varphi$ izlangan burchak bo'ladi.

P va Q ikki tekisliklar orasidagi burchakni quyidagicha ham aniqlash mumkin:

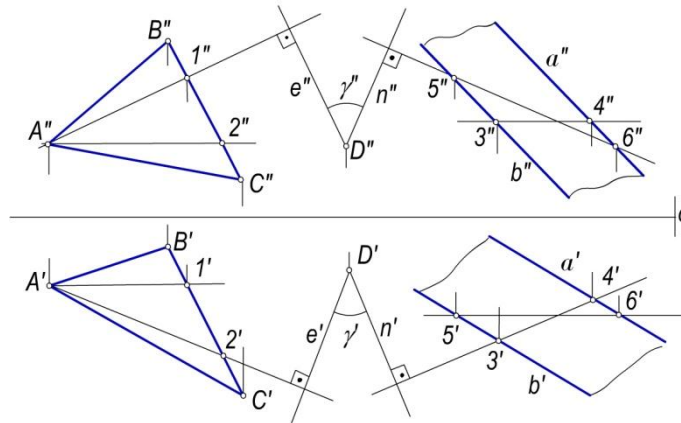
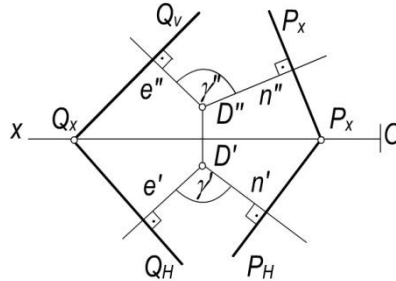
Fazoning ixtiyoriy D nuqtasidan berilgan Q va P tekisliklarga ye va n perpendikulyarlar tushirib, bu perpendikulyarlar orasidagi γ burchak orqali φ burchakning qiymati $\varphi = 180^\circ - \gamma$ formula orqali aniqlanadi.

1-masala. $Q(Q_H, Q_V)$ va $P(P_H, P_V)$ tekisliklar orasidagi burchakni aniqlansin (4.68-rasm).

Yechish. Ixtiyoriy $D(D', D'')$ nuqtani tanlab olamiz va uning D' , D'' proyeksiyalaridan ye va n perpendikulyarlarning proyeksiyalarini $e' \perp Q_H \wedge e'' \perp Q_V$ va $n' \perp P_H \wedge n'' \perp P_V$ qilib o'tkaziladi. Chizmada hosil bo'lgan γ burchakning γ' va γ'' proyeksiyalari orqali uning haqiqiy qiymatini aniqlab, φ burchakni $\varphi = 180^\circ - \gamma$ formula orqali topamiz.

2-masala. $\triangle ABC$ va $a \parallel b$ to'g'ri chiziqlarning proyeksiyalari bilan berilgan tekisliklar orasidagi burchakni aniqlansin.

Yechish. Ixtiyoriy $D(D', D'')$ nuqta tanlab olinadi. Uning D' va D'' proyeksiyalaridan tekisliklarning gorizontallari va frontallariga $ye' \perp h_1''$, $e'' \perp f_1''$ va $n' \perp h_2'$, $n'' \perp f_2''$ qilib perpendikulyarlar o'tkaziladi. Natijada, hosil bo'lgan $\gamma(\gamma', \gamma'')$ burchakning haqiqiy o'lchamini aniqlab, so'ngra $\varphi = 180^\circ - \gamma^\circ$ burchak aniqlanadi.

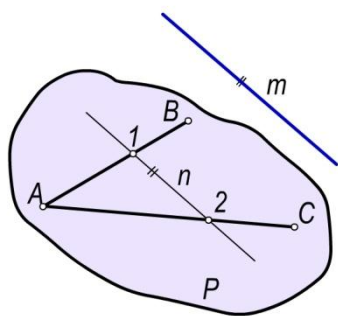


8 - Ma'ruza

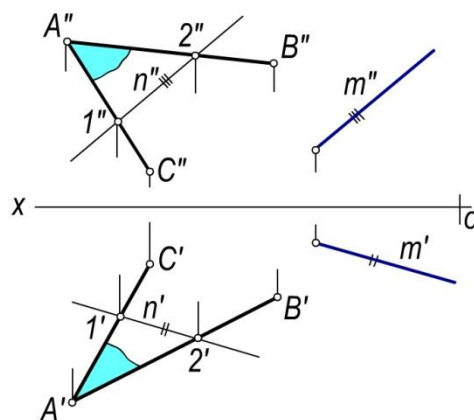
To'g'ri chiziq va tekisliklarning o'zaro parallelligi

Ta'rif. Agar fazodagi m to'g'ri chiziq P tekislikka tegishli biror n to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, u holda bu to'g'ri chiziq tekislikka parallel bo'ladi.

Bunda $n \subset P$ bo'lib, $m \parallel n$ bo'lsa, $m \parallel P$ bo'ladi



a)

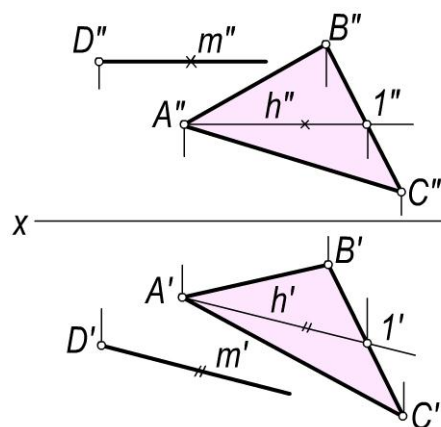
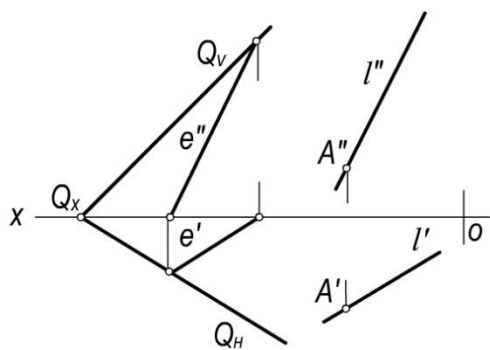


b)

1-masala. $A (A', A'')$ nuqtadan $Q (Q_H, Q_V)$ tekislikka parallel to'g'ri chiziq o'tkazish talab qilinsin.

Echish. A nuqtadan Q tekislikka parallel qilib cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin. Shunday to'g'ri chiziqlarning ixtiyoriy bittasini o'tkaziladi.

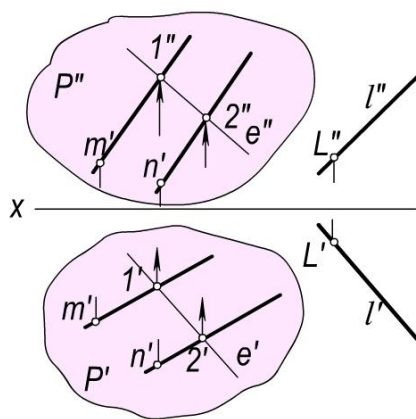
Buning uchun Q tekislikka tegishli ixtiyoriy ye (e', e'') to'g'ri chiziq tanlanadi. Bu to'g'ri chiziqning bir nomli proyeksiyalariga parallel qilib A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan izlangan to'g'ri chiziqning l' va l'' proyeksiyalarini o'tkaziladi, ya'ni ye (e', e'') $\subset Q (Q', Q'')$ bo'lib, $l' \in A', l'' \in A''$ bo'lganda $l \parallel Q$ bo'ladi.



2-masala. D (D' , D'') nuqtadan ABC ($A'B'C'$, $A''B''C''$) tekisligi va gorizontal proyeksiyalar tekisligi H ga parallel m to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

Echish. $\triangle ABC$ tekisligida H ga parallel, qilib uning gorizontali h (h' , h'') to'g'ri chiziq o'tkaziladi. So'ngra D nuqtaning D' va D'' proyeksiyalaridan $m' \parallel h'$ va $m'' \parallel h''$ qilib izlangan to'g'ri chiziqning proyeksiyalari o'tkaziladi.

3-masala. P ($m \parallel n$) tekislik va l (l' , l'') to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyati aniqlansin.

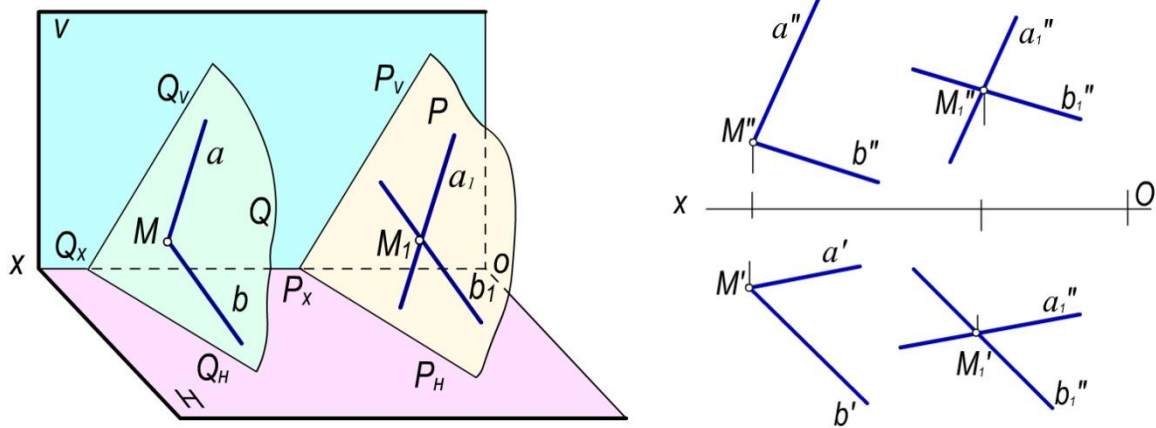


Echish. To'g'ri chiziq va tekislikning o'zaro vaziyatini aniqlash uchun P tekislikda $ye' \parallel l'$ qilib to'g'ri chiziqning gorizontali proyeksiyasini o'tkaziladi va uning frontal ye'' proyeksiyasini yasaladi. Chizmada e'' to'g'ri chiziq l'' ga paralell bo'lmagani uchun l to'g'ri chiziq tekislikka paralell bo'lmaydi. l va P larni o'zaro paralelligini $l'' \parallel e''$ qilib o'tkazish bilan ham bajarish mumkin.

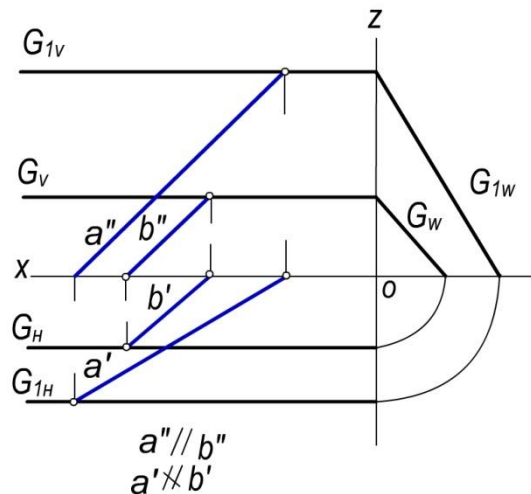
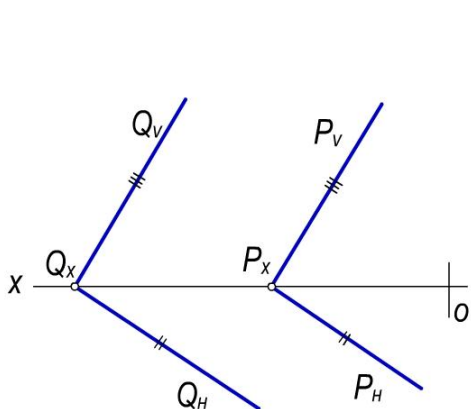
Tekisliklarning o'zaro paralelligi

Ta'rif. Agar bir tekislikka tegishli o'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziqlar ikkinchi tekislikka tegishli o'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq'larga mos ravishda parallel bo'lsa, bu tekisliklar ham o'zaro parallel bo'ladi.

Agar Q tekislikka tegishli $a \cap b$ kesishuvchi to'g'ri chiziqlar ikkinchi P tekislikka tegishli $a_1 \cap b_1$ kesishuvchi to'g'ri chiziq'larga mos ravishda o'zaro parallel bo'lsa, bu tekisliklar ham o'zaro parallel bo'ladi. Ya'ni $a \subset Q$, $b \subset Q$ bo'lib, $a \cap b$ bo'lsa va $a_1 \subset P$ va $b_1 \subset P$ bo'lib $a_1 \cap b_1$ bo'lsa hamda $a \parallel a_1$, $b \parallel b_1$ bo'lganda $Q \parallel P$ bo'ladi.



Agar fazodagi ikki tekislik bir-biriga parallel bo'lsa, chizmada bu tekisliklarning bir nomli izlari ham o'zaro parallel bo'ladi, ya'ni: $Q \parallel P$ bo'lsa $Q_H \parallel P_H$, $Q_V \parallel P_V$ va $Q_W \parallel P_W$ bo'ladi

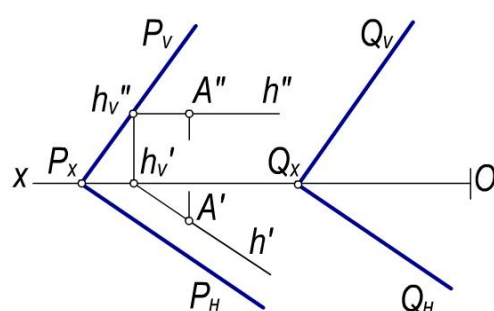
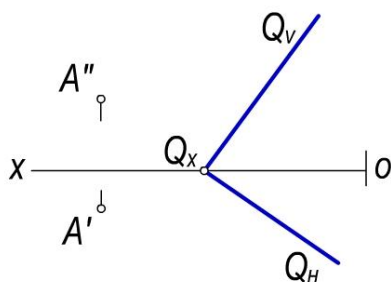


Chizmada profil proyeksiyalovchi tekisliklar uchun ularning gorizontaal va frontal izlari parallel bo'lishi yetarli bo'lmaydi. Masalan, berilgan G va G_1 tekisliklarda $G_H \parallel G_{1H}$ va $G_V \parallel G_{1V}$ bo'lib, $G_W \nparallel G_{1W}$ bo'lgani uchun $G \nparallel G_1$ bo'ladi. Bu tekisliklarning o'zaro vaziyatini tekisliklarga tegishli a va b to'g'ri chiziqlar yordami bilan ham aniqlash mumkin, bunda $a \subset G_1$ va $b \subset G$ bo'lgan holda $a'' \parallel b''$ bo'lsa, $a' \nparallel b'$ bo'lgani uchun $a \nparallel b$ va $G \nparallel G_1$ bo'ladi.

Fazodagi ixtiyoriy nuqta orqali berilgan tekislikka faqat bitta parallel tekislik o'tkazish mumkin.

1-masala. $A (A', A'')$ nuqtadan $Q (Q_H, Q_V)$ tekislikka parallel $P (P_H, P_V)$ tekislik o'tkazish talab qilinsin.

Echish. Tekisliklarning parallellik xususiyatlariga ko'ra P tekislikning izlari $P_H \parallel Q_H$ va $P_V \parallel Q_V$ bo'lishi shart. Misolni yechish uchun to'g'ri chiziq va tekislikning parallellik shartlaridan foydalanib, A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan Q tekislikka parallel qilib ixtiyoriy to'g'ri chiziq, jumladan $h (h', h'')$ gorizontali o'tkaziladi

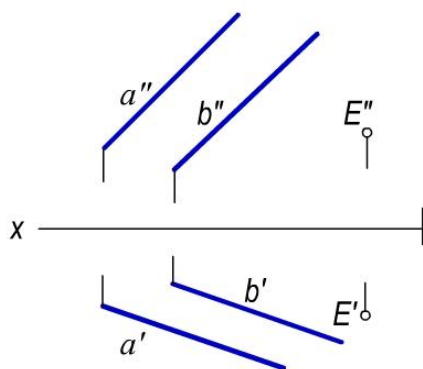


a)

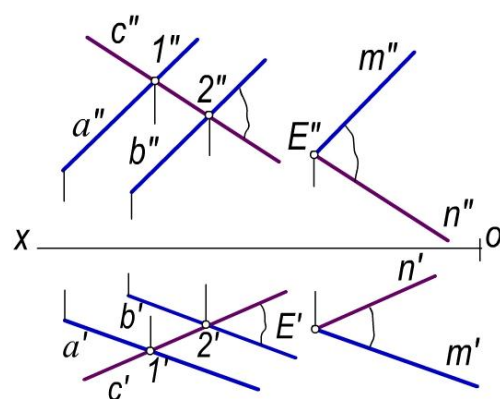
b)

Bu gorizontalling frontal izi h''_V yasaliib, undan izlangan P tekislikning P_V izini berilgan tekislikning Q_V iziga parallel qilib o'tkaziladi. So'ngra $P_V \cap Ox = P_X$ nuqtasidan Q tekislikning Q_H iziga parallel qilib izlangan tekislikning P_H izi o'tkaziladi.

2-masala. $E(E', E'')$ nuqtadan $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ parallel chiziqlar bilan berilgan tekislikka parallel tekislik o'tkazish talab qilinsin.



a)



b)

Echish. Berilgan $(a \parallel b)$ tekislikka tegishli ixtiyoriy $c(c', c'')$ to'g'ri chiziqni o'tkazib, so'ngra E nuqtaning E' va E'' proyeksiyalaridan a va b chiziqlar proyeksiyalariga mos ravishda parallel qilib o'tkazilgan $m' \cap n'$, $m'' \cap n''$ kesishuvchi chiziqlar proyeksiyalari izlangan tekislik proyeksiyasi bo'ladi.

Tekislikka tegishli bo'lmagan nuqtadan mazkur tekislikka parallel bo'lgan cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin. Bunday to'g'ri chiziqlar to'plami berilgan tekislikka parallel bo'lgan tekislikni ifodalaydi.

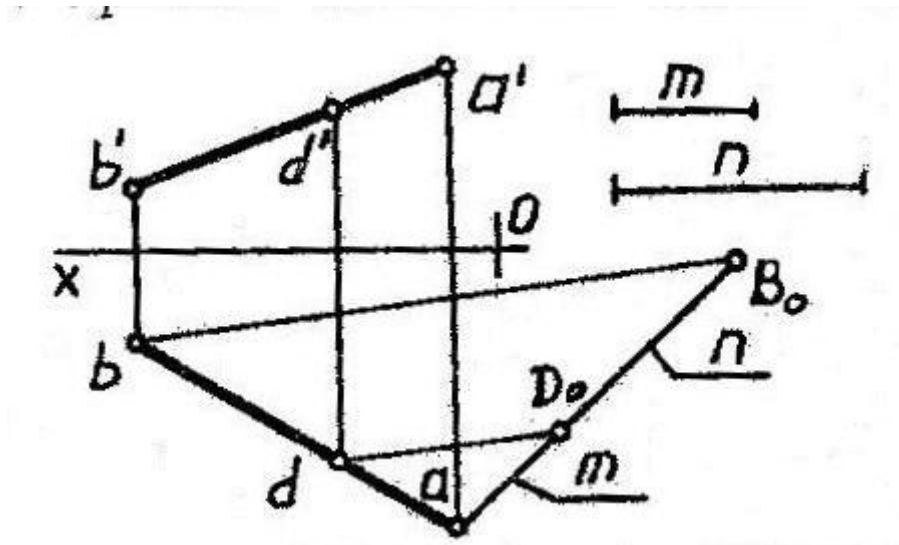
9- Ma'ruza

Umumiy usullar bilan kompleks masalalar echish

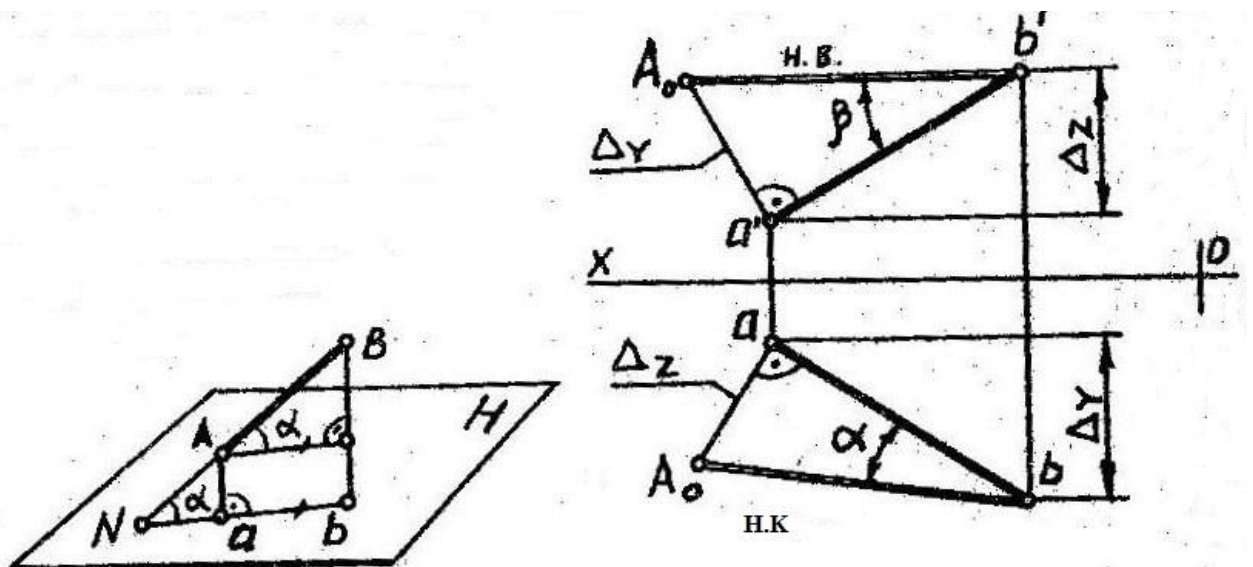
Ba'zi murakkab (kompleks) masalalarni echishda ayrim oddiy masalalarni ketma-ket qo'llab, natijaga erishish mumkin. Bunday oddiy masalalar asosiy masalalar deyiladi.

Asosiy masalalar:

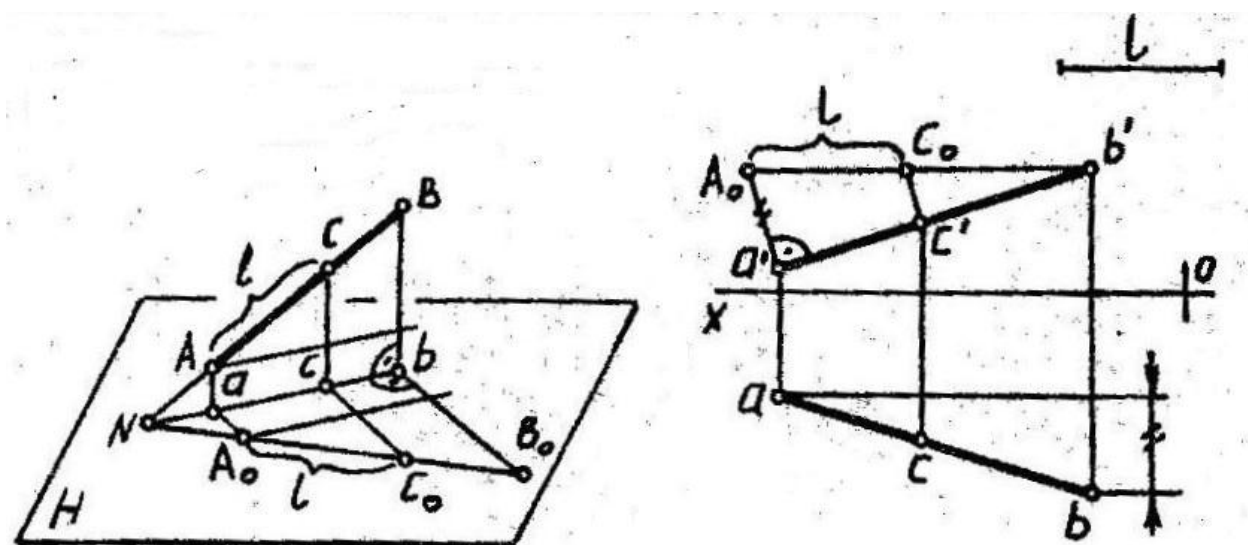
1 masala - To'g'ri chiziq kesmasini berilgan nisbatga bo'lish.



2 masala - Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy kattaligi va uning proeksiya tekisliklariga og'ish burchaklarini aniqlash.

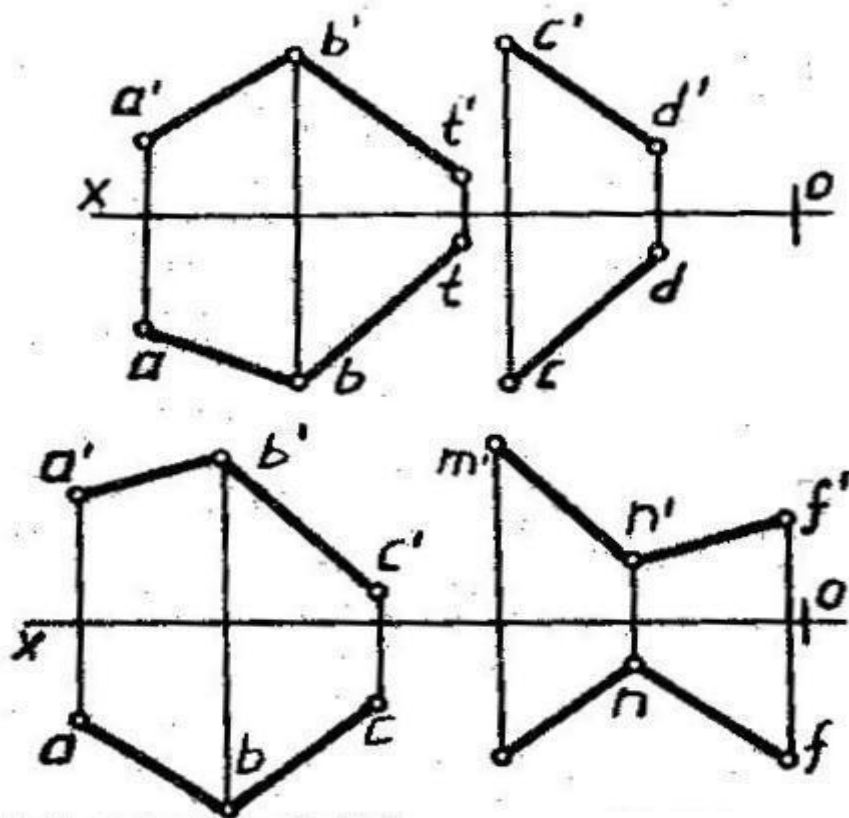


3 masala - Berilgan uzunlikdadi kesmani to'g'ri chiziq bo'ylab qo'yib chiqish.

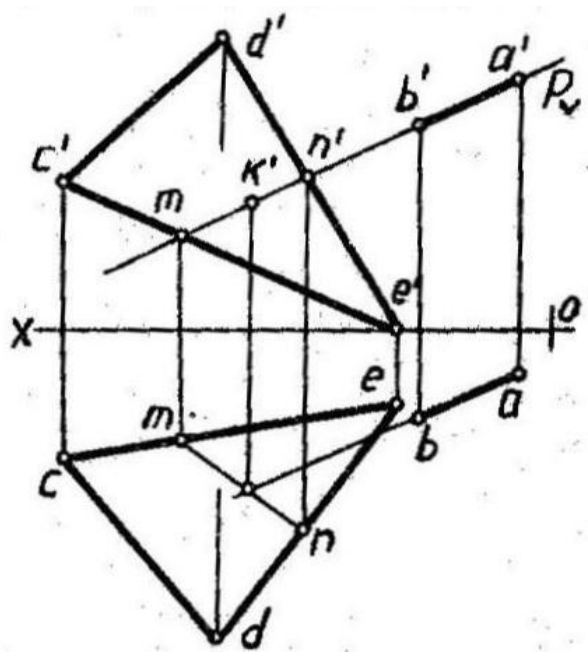
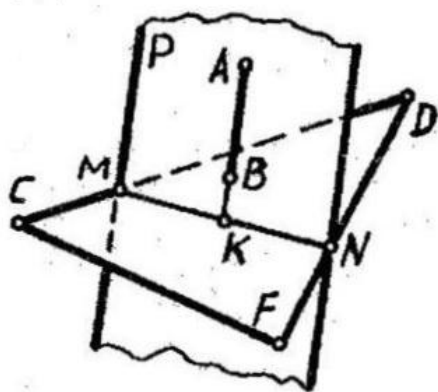


4 masala - O'zaro parallel to'g'ri chiziq va tekisliklarni yasash:

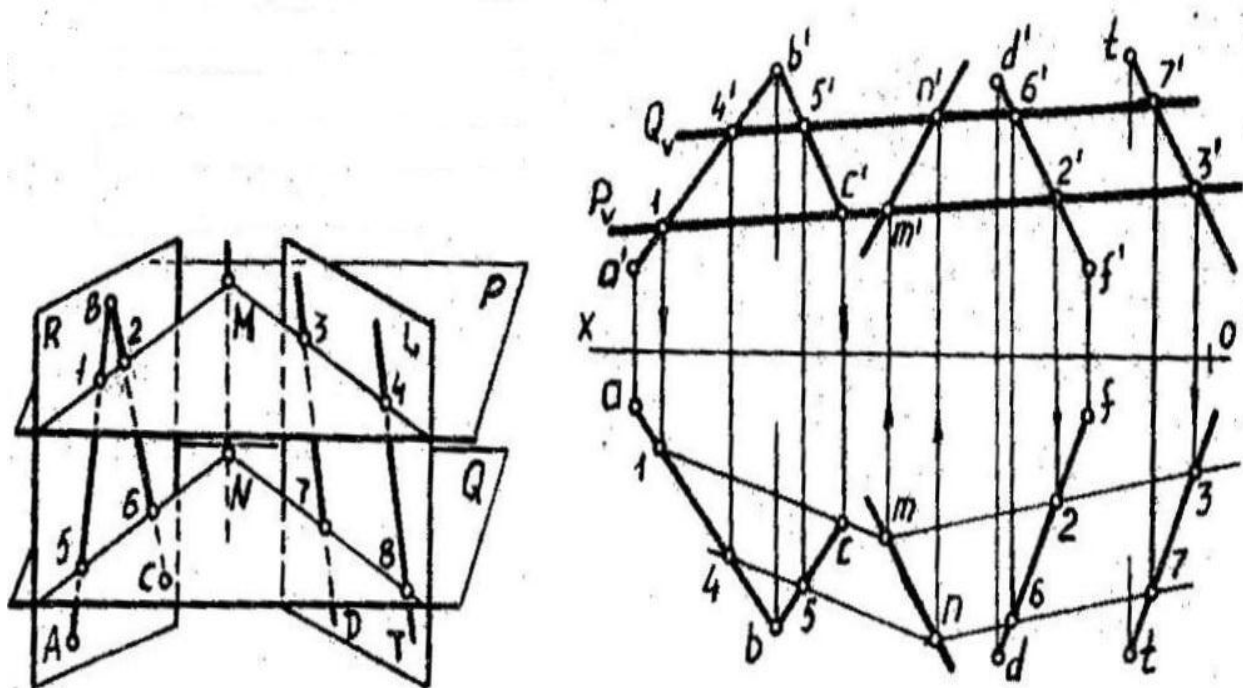
- berilgan to'g'ri chiziqqa parallel tekislik o'kazish;
- berilgan tekislikka parallel tekislik o'kazish;
- berilgan tekislikka parallel to'g'ri chiziq o'kazish.



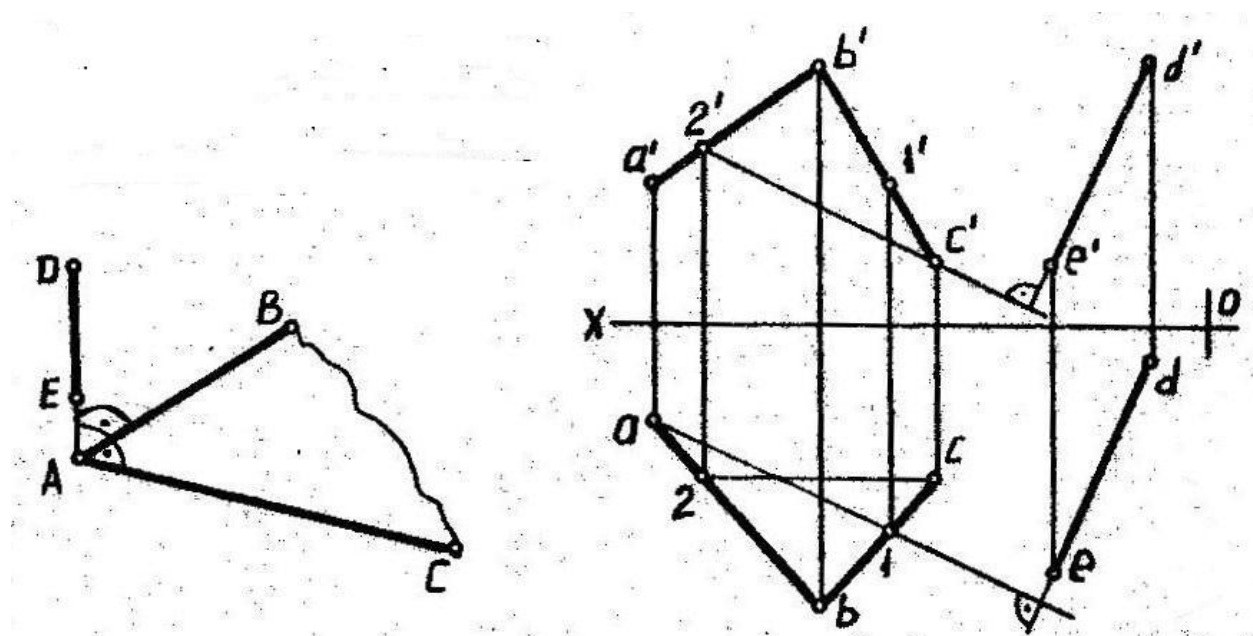
5 masala - Umumiy vaziyatdagi tekislik bilan to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtasini yasash.



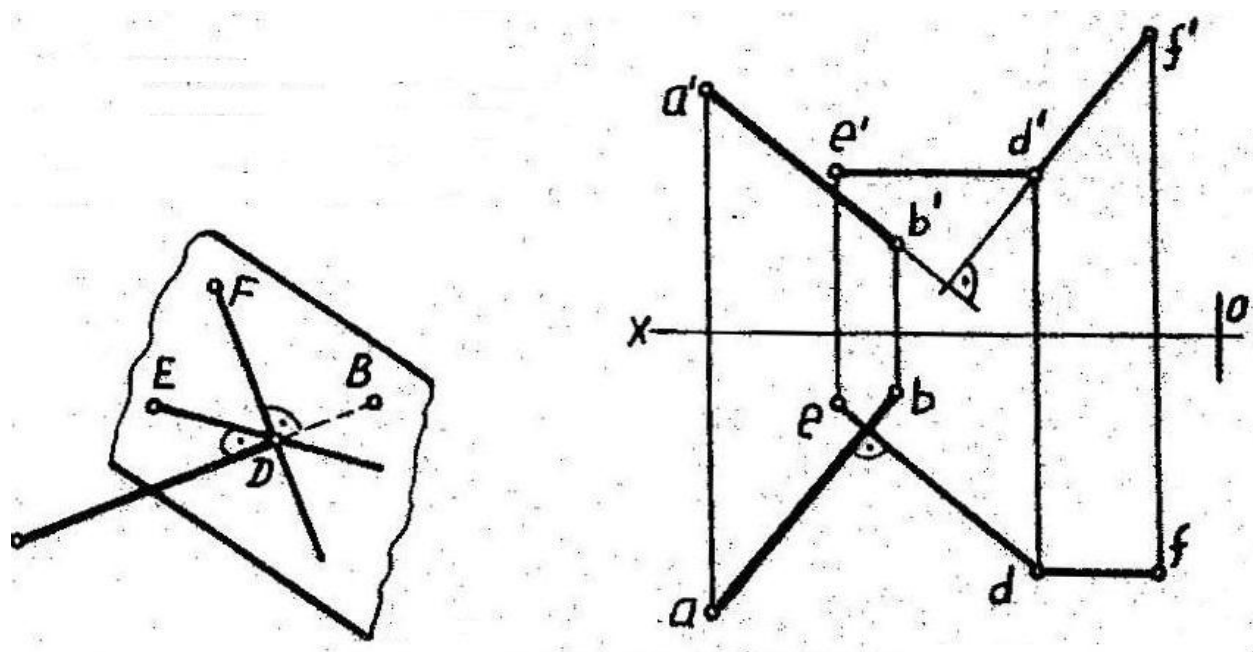
6 masala - Umumiy vaziyatdagi tekisliklarning o'zaro kesishuv chizig'ini yasash.



7 masala - Umumiy vaziyatdagi tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqni yasash.



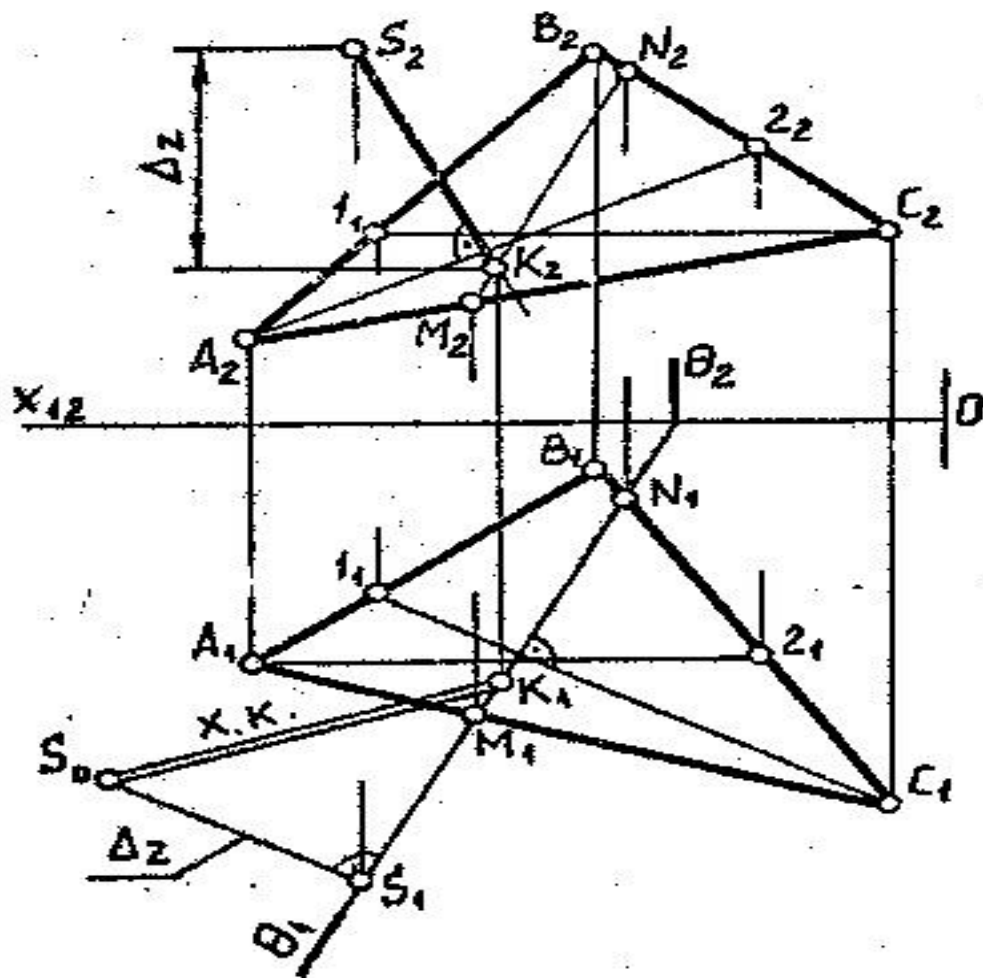
8 masala - Berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tekislik yasash.



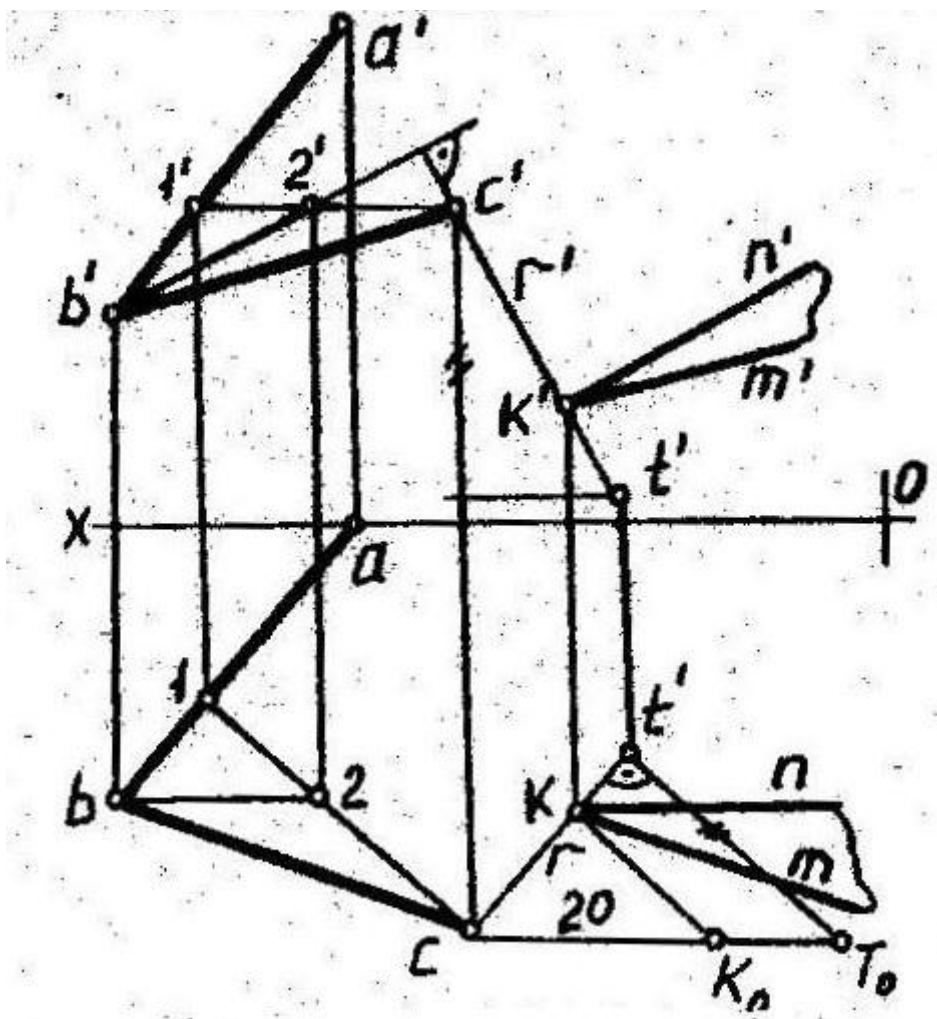
Kompleks masalalarni yechishdan oldin qo'yilgan masalani berilishini fazoviy sxemada tasvirlab, yechish yo'lini aniqlab olish kerak. Keyinchilik yo'lini asosiy masalalarga bo'lib, ketma-ket ularni qo'llash lozim. Misol uchun shunday murakkab masalani echib ko'ramiz:

1-Misol: berilgan nuqtadan umumiy vaziyatda berilgan tekislikgacha bo'lgan masofani haqiqiy kattaligi aniqlansin.

Buning uchun, birinchidan, nuqtadan tekislikga perpendikulyar o'tkazamiz, demak 7 asosiy masalani qo'llaymiz. Ikkinchidan, perpendikulyar bilan tekislikni kesishish nuqtasini topamiz, buning uchun 5 asosiy masalani qo'llaymiz. Uchinchidan, topilgan kesmani (berilgan nuqtadan kesishuv nuqtasigacha) haqiqiy kattaligini 2 asosiy masalani qo'llab topamiz.



2-Misol: Berilgan tekislikga 20mm masofada parallel tekislik o'tkazish.



10-Ma'ruza

Proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuli

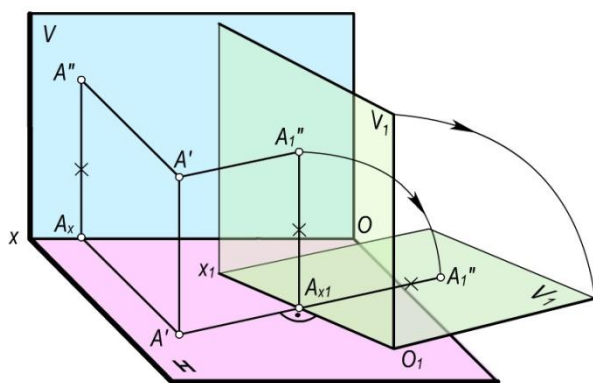
Proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usulida geometrik shaklning dastlabki fazoviy vaziyati saqlanib qoladi. Proyeksiyalar tekisliklari berilgan geometrik shaklga nisbatan xususiy (parallel yoki perpendikulyar) vaziyatda bo'lgan yangi proyeksiyalar tekisliklari bilan almashtiriladi. Bunda dastlabki va yangi proyeksiyalar tekisliklarining o'zaro perpendikulyarlik sharti bajarilishi talab qilinadi.

Bu usulda geometrik shaklning fazoviy vaziyati o'zgarmaydi, balki proyeksiyalash yo'nalishi yangi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar qilib olinadi.

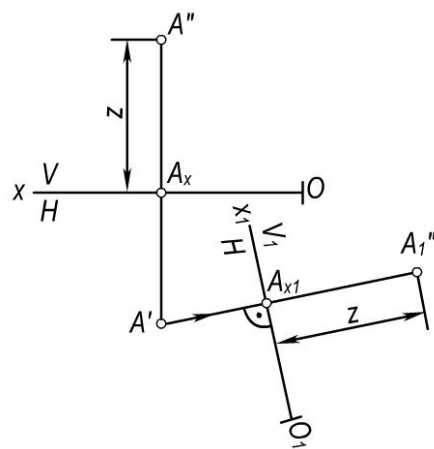
Geometrik masalada qo'yilgan shartga ko'ra, proyeksiyalar tekisliklari bir yoki ikki marta ketma-ket almashtirish mumkin.

Proyeksiyalar tekisliklarining ikki marta almashtirilganda, ular ketma-ket ravishda, masalan, avval geometrik shaklga nisbatan parallel, so'ngra unga perpendikulyar yoki aksincha qilib almashtiriladi.

Proyeksiyalar tekisliklarining bittasini almashtirish. Fazodagi biror A nuqta va uning H va V proyeksiyalar tekisliklardagi A' va A'' ortogonal proyeksiyalari berilgan bo'lsin. Agar V tekislikni V_1 tekislik bilan almashtirsak, $\frac{V_1}{H}$ yangi proyeksiyalar tekisliklari tizimi hosil bo'ladi. A nuqtaning V_1 tekislikdagi proyeksiyasini yasash uchun berilgan nuqtadan mazkur tekislikka perpendikulyar o'tkazib, yangi frontal proyeksiyasi A''_1 topiladi.



a)



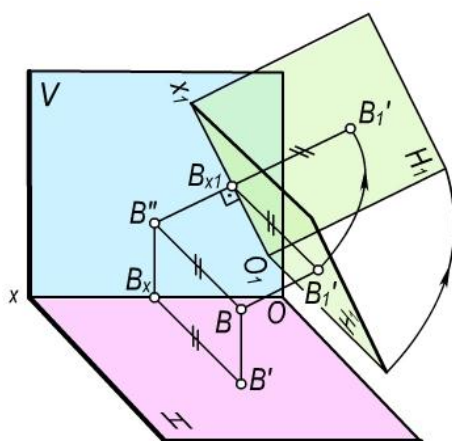
b)

Rasmdagi yasashlardan ko‘rinishicha, A'' nuqtadan Ox o‘qigacha bo‘lgan masofa A''_1 nuqtadan O_1x_1 o‘qigacha bo‘lgan masofaga tengdir, ya’ni $A''_1A_{x1}=A''A_x$.

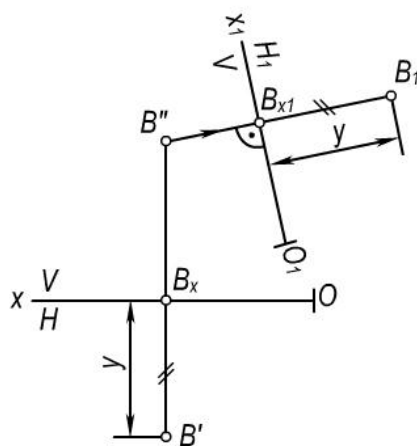
Nuqtaning yangi proyeksiyalar tizimidagi chizmasini yasash uchun yangi proyeksiyalar tekisligi dastlabki proyeksiyalar tekisligibilan jipslashtiriladi.

Chizmada A nuqtaning yangi A''_1 proyeksiyasini yasash uchun A nuqtadan O_1x_1 ga perpendikulyar tushiriladi. Uning davomiga $A''A_x$ masofa qo‘yiladi. Natijada, hosil bo‘lgan A' va A''_1 lar A nuqtaning yangi $\frac{V_1}{H}$ tekisliklar sistemasidagi proyeksiyalar bo‘ladi.

Frontal proyeksiyalar tekisligi yangi proyeksiyalar tekisligibilan almashtirilganda nuqtaning z koordinatasio‘zgarmaydi.



a)



b)

H va V proyeksiyalar tekisliklari tizimida B nuqta B' va B'' proyeksiyalari berilgan bo‘lsin. H tekislikni $H_1 \perp V$ tekislik bilan almashtirsak, $\frac{V}{H_1}$ yangi tekisliklar tizimiga ega bo‘lamiz. B nuqtadan H tekislikka perpendikulyar o‘tkazib, bu nuqtaning B'_1 proyeksiyasini yasaymiz. Nuqtaning yangi tekisliklar tizimidagi chizmani yasash uchun H_1 tekislikni V tekislik bilan jipslashtiramiz. Chizmada B nuqtaning yangi proyeksiyasini yasash uchun uning B'' proyeksiyasidan O_1x_1 ga o‘tkazilgan perpendikulyarning davomiga $B'_1B_{x1}=B''B_x$ masofa qo‘yiladi. Natijada hosil bo‘lgan B'_1 va B'' yangi $\frac{V}{H_1}$ tekisliklar tizimidagi B nuqtaning chizmasi bo‘ladi.

Demak, gorizontaal proyeksiya tekisligi almashtirilganda, nuqtaning yangi gorizontaal proyeksiyasida y koordinatasi o‘zgarmaydi.

Proyeksiyalar tekisliklarini ketma-ket ikki marta almashtirish. Ayrim geometrik masalalarni yechishda proyeksiyalar tekisliklarini ketma-ket ikki marta almashtirish zarur bo‘ladi.

A nuqtaning $\frac{V}{H}$ tizimida berilgan A' va A'' proyeksiyalari orqali uning yangi A'_1 va A''_1 proyeksiyalarini yasash ko‘rsatilgan. Buning uchun avval V tekislikni V_1 tekislik bilan almashtirib, $\frac{V_1}{H}$ tizimi hosil qilinadi. Buning uchun chizmada ixtiyoriy vaziyatda O_1x_1 proyeksiyalar o‘qi tanlab olinadi, A nuqtaning yangi A''_1 proyeksiyasini yasash uchun uning A' proyeksiyasidan O_1x_1 proyeksiyalar o‘qiga perpendikulyar o‘tkazib, uning davomiga $A''A_x$ masofa qo‘yiladi. Natijada, A nuqtaning $\frac{V}{H_1}$ tizimidagi yangi A''_1 proyeksiyasi hosil bo‘ladi.

A nuqtaning A'_1 proyeksiyasini yasash uchun $\frac{V_1}{H}$ tizimdan $\frac{V_1}{H_1}$ tizimga o‘tiladi. Buning uchun ixtiyoriy vaziyatda joylashgan O_2x_2 o‘qi olinadi va nuqtaning A''_1 proyeksiyasidan O_2x_2 ga perpendikulyar o‘tkazib, uning davomiga $A'A_{x1}$ masofa qo‘yiladi.

Shunday qilib O_2x_2 tizimida A nuqtaning A''_1 va A'_1 yangi proyeksiyalari hosil bo‘ladi.

B nuqtaning $\frac{V}{H_1}$ tizimdan $\frac{V_1}{H}$ va $\frac{V_1}{H_1}$ tizimga o‘tish natijasida hosil bo‘ladigan yangi B''_1 va B'_1 proyeksiyalarini yasash ko‘rsatilgan.

Nuqtaning yangi proyeksiyalarini yasash qoidalariga asoslanib, geometrik shakllarning yangi, maqsadga muvofiq bo‘lgan proyeksiyalarini yasash mumkin.

1–masala. Umumiy vaziyatda berilgan $AB(A'B', A''B'')$ kesmaning haqiqiy uzunligini aniqlashtirib berilsin.

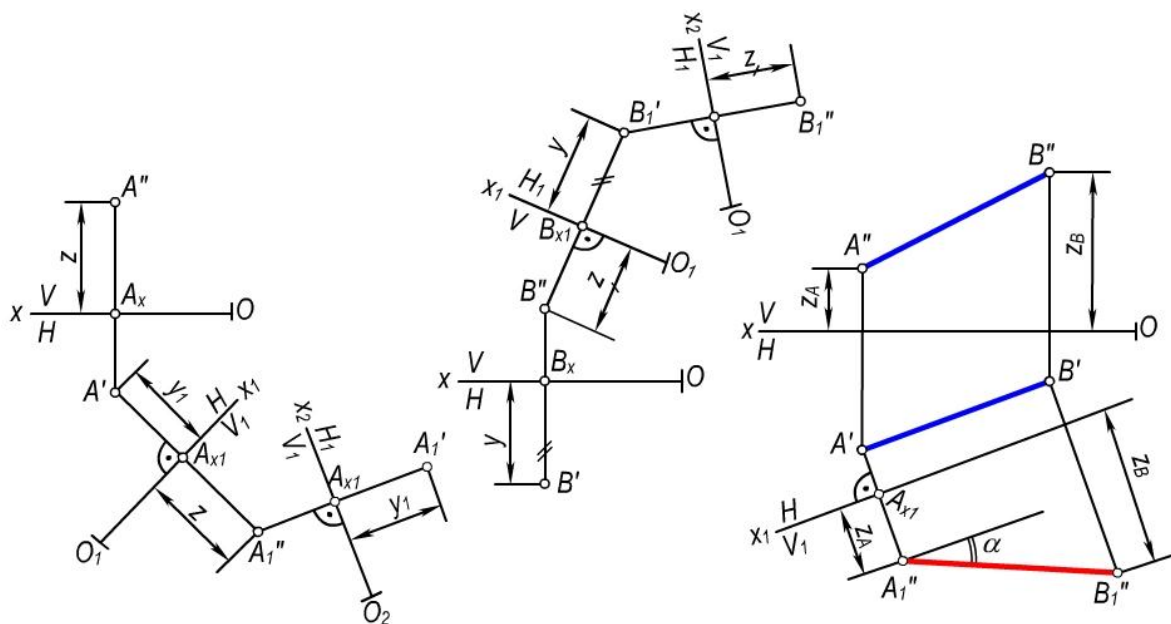
Yechish. Buning uchun umumiy vaziyatda berilgan AB kesmaga parallel qilib gorizontali yoki frontal proyeksiyalar tekisligini yangi proyeksiyalar tekisligi bilan almashtiriladi. Chizmada masalani yechish uchun uning yangi O_1x_1 proyeksiyalar o‘qini kesmaning biror, masalan, $A'B'$ gorizontali proyeksiyasiga parallel qilib olinadi. Hosil bo‘lgan $\frac{V_1}{H}$ proyeksiyalar tekisliklari tizimida AB kesma V_1 proyeksiyalar tekisligiga parallel bo‘ladi va bu tekislikda u haqiqiy uzunligiga teng bo‘lib proyeksiyalanadi.

2–masala. Umumiy vaziyatdagi $P(P_N, P_V)$ tekislikni frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin.

Yechish. Ma'lumki, frontal proyeksiyalovchi tekislikning gorizontali izi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi. Shuning uchun umumiy vaziyatdagi P tekislikni frontal proyeksiyalovchi vaziyatga keltirish uchun yangi O_1x_1 proyeksiyalar o'qini tekislikning P_N gorizontali iziga ixtiyoriy joydan perpendikulyar qilib olinadi.

Tekislikning yangi P_{V1} izining yo'nalishini aniqlash uchun tekislikning P_V iziga tegishli biror, masalan, $A(A', A'')$ olib, uning yangi A''_1 frontal proyeksiyasi yasaldi. Tekislikning yangi P_{1V} izini P_{x1} va A''_1 nuqtalardan o'tkaziladi. Chizmada ko'rsatilgan α burchak P tekislikning H tekislik bilan tashkil etgan burchagi bo'ladi.

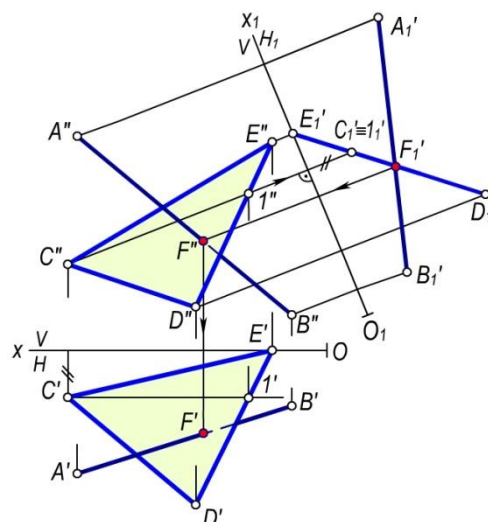
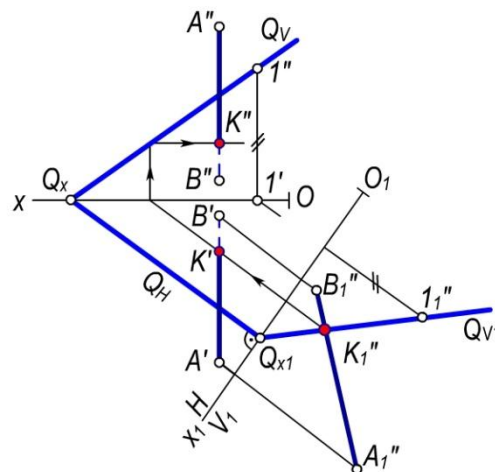
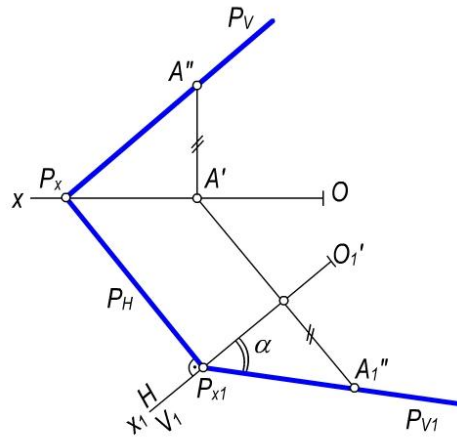
3-masala. $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqlarning umumiy vaziyatdagi $Q(Q_H, Q_V)$ tekislik bilan kesishish nuqtasi yasalsin.



Yechish. Masalani yechish uchun Q tekislikni gorizontali yoki frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltiramiz. Buning uchun yangi O_1x_1 proyeksiyalar o'qini tekislikning biror iziga masalan, Q_H ga perpendikulyar qilib o'tkaziladi. Natijada, tekislikning yangi Q_{V1} izini hamda to'g'ri chiziqlarning $A''_1B''_1$ proyeksiyasi yasaldi. Hosil bo'lgan kesmaning $A''_1B''_1$ proyeksiyasi bilan tekislik Q_{V1} izining kesishgan K''_1 nuqtasi AB kesmaning Q tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Bu nuqtani teskari yo'nalishda proyeksiyalab, berilgan to'g'ri chiziq kesmasi bilan tekislikning kesishish nuqtasining K' va K'' proyeksiyalari yasaldi.

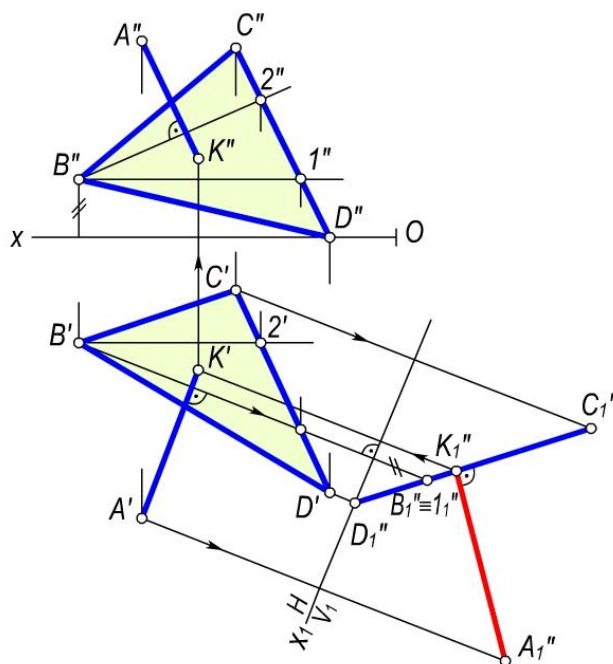
Xuddi shu usul bilan $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqlarning $\triangle CDE(\triangle C'D'E', \triangle C''D''E'')$, bilan kesishish nuqtasining F' va F'' proyeksiyalarini yasaldi. Bunda mazkur uchburchak tekislik proyeksiyalovchi tekislik vaziyatga keltiriladi. Buning

uchun chizmada $\triangle CDE$ tekislikning biror bosh chizig'iga, masalan, $C_1(C'_1, C''_1)$ frontaliga perpendikulyar qilib yangi O_1x_1 proyeksiyalar o'qini o'tkaziladi. Uchburchakning $C'_1D'_1E'_1$ to'g'ri chiziqli kesmasi tarzida proyeksiyalangan proyeksiyasi va kesmaning $A'_1B'_1$ yangi proyeksiyalari yasaladi. Ularning o'zaro kesishgan F'_1 nuqtasi belgilanadi, so'ngra F nuqtaning frontal F'' va gorizontal F' proyeksiyalarini yasaladi.



4–masala. $A(A', A'')$ nuqtadan $\triangle BCD(\triangle B'C'D', \triangle B''C''D'')$ tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlansin.

Echish. Bu masofa A nuqtadan $\triangle BCD$ tekislikka tushirilgan perpendikulyar bilan o'lchanadi. Masalani yechish uchun chizmada yangi proyeksiyalar o'qini uchburchak tekisligining asosiy chiziqlaridan biriga, masalan, gorizontaliga perpendikulyar, ya'ni $O_1X_1 \perp B'1'$ qilib o'tkaziladi. So'ngra uchburchakning to'g'ri chiziq kesmasi shaklida proyeksiyalangan yangi proyeksiyalovchi $D''_1B''_1C''_1$ vaziyatini va nuqtaning A''_1 proyeksiyasi yasaladi. Izlangan masofaning haqiqiy uzunligi A''_1 dan $D''_1B''_1C''_1$ kesmaga o'tkazilgan $A''_1K''_1$ perpendikulyar bo'ladi. Bu masofaning gorizontal va frontal proyeksiyalari teskari proyeksiyalash bilan K' va K'' proyeksiyalarni aniqlanadi. Mazkur K' va K'' nuqtalar A nuqtaning A' va A'' proyeksiyalaridan uchburchakning gorizontal hamda frontallariga mos ravishda tushirilgan perpendikulyarning proyeksiyalarida bo'ladi.



5–masala. $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ va $\triangle EFD(\triangle E'F'D', \triangle E''F''D'')$ tekisliklar kesishish chizig'ining proyeksiyalari va uchburchaklarning ko'rinishligi aniqlansin.

Yechish. Masalani yechish uchun berilgan uchburchaklarning biri, masalan, $\triangle EFD$ ni proyeksiyalovchi vaziyatga keltiriladi. Buning uchun chizmada $\triangle EFD$ ning $D'1'$ va $D''1''$ gorizontalining proyeksiyalarini hamda unga perpendikulyar, ya'ni $O_1X_1 \perp D'1'$ qilib yangi proyeksiyalar o'qini o'tkaziladi. So'ngra uchburchaklarning yangi $A''_1B''_1C''_1$ va $E''_1F''_1D''_1$ proyeksiyalari yasaladi. Bunda $\triangle EFD$ ning mazkur proyeksiyasi to'g'ri chiziq kesmasi shaklida proyeksiyalanadi. Proyeksiyalar

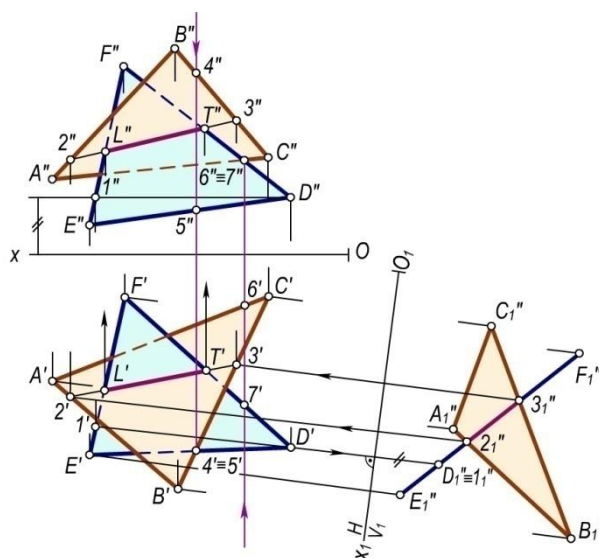
tekisliklarining yani tizimida ikki uchburchaklar $2''_1 3''_1$ to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Kesishish chizig'ining $2'3'$ gorizontaal va $2''3''$ frontal proyeksiyalarini teskari proyeksiyalash bilan uchburchaklarning dastlabki berilgan proyeksiyalari aniqlanadi. So'ngra chizmada topilgan $2'3'$ va $2''3''$ kesmalarni $\triangle EFD$ ning $E'F'$, $E''F''$ va $D'F'$, $D''F''$ tomonlari bilan kesishgan L' , L'' va T' , T'' nuqtalar aniqlanadi. Natijada, hosil bo'lgan $L'T'$ va $L''T''$ chiziqlar ikki uchburchak kesishish chizig'ining proyeksiyalari bo'ladi.

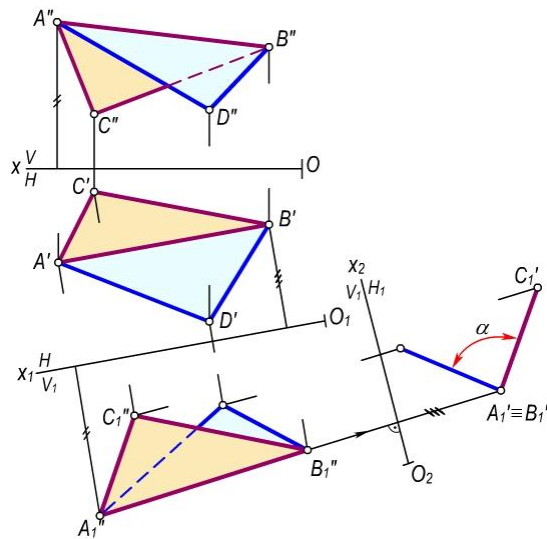
Chizmada uchburchaklarning ko'rinishligini aniqlash uchun ulardagi $4'$, $4''$ va $5'$, $5''$, shuningdek, $6'$, $6''$ va $7'$, $7''$ konkurent nuqtalardan foydalaniladi.

6-masala. $\triangle ABC(A'B'C', A''B''C'')$ va $\triangle ABD(A'B'D', A''B''D'')$ tekisliklari orasidagi ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligi aniqlansin.

Yechish. Bu burchak berilgan $\triangle ABC$ va $\triangle ABD$ tekisliklariga perpendikulyar bo'lgan tekisliklar orasidagi chiziqli burchak bilan o'lchanadi. Shuning uchun ham yangi proyeksiyalar tekisligini ikki tekislikning umumiy AB kesishish chizig'iga perpendikulyar qilib olinadi. Lekin AB qirra umumiy vaziyatda bo'lgani uchun Ox , $\frac{V}{H}$ proyeksiyalar tekisliklari tizimini avval O_1X_1 , $\frac{V_1}{H} \parallel AB$ qilib (chizmada $O_1X_1 \parallel A'B'$), so'ngra O_2X_2 , $\frac{V_1}{H_1} \perp AB$ qilib (chizmada $O_2X_2 \perp A''_1B''_1$) ketma-ket almashtiriladi.

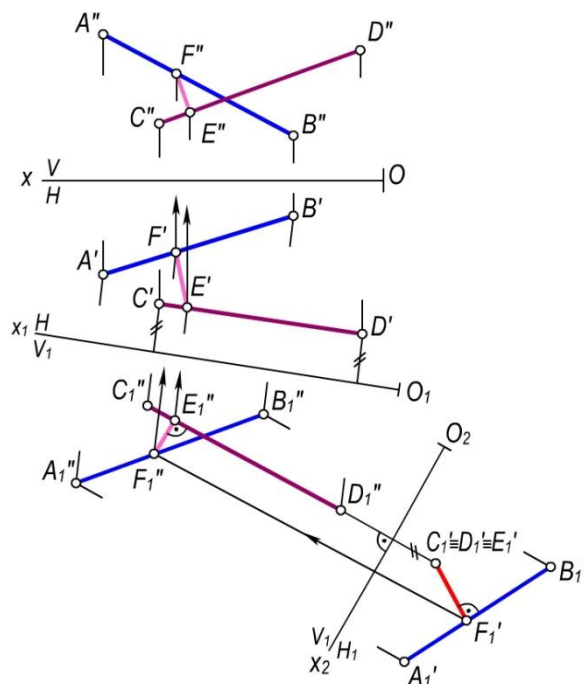
Natijada, $\triangle ABC$ va $\triangle ABD$ yangi H_1 proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar vaziyatda bo'lib qoladi va o'zaro kesishuvchi kesmalar shaklida proyeksiyalanadi. Bu kesmalar orasidagi α chiziqli o'tkir burchak izlangan burchak bo'ladi.





7-masala. $AB(A'B', A''B'')$ va $CD(C'D', C''D'')$ uchrashmas to'g'ri chiziq kesmalari orasidagi masofani aniqlansin.

Yechish. Bunda CD kesmaga parallel qilib yangi V_1 frontal proyeksiyalar tekisligi o'tkaziladi. Bu tekislikda CD va AB kesmalarning yangi frontal proyeksiyalari $C''_1D''_1$ va $A''_1B''_1$ lar yasiladi. So'ngra $C''_1D''_1$ kesmaga perpendikulyar qilib N_1 tekislik o'tkaziladi. Bu tekislikda $C''_1D''_1$ va $A''_1B''_1$ larning yangi gorizontal proyeksiyalari topiladi. Bunda CD kesma $C'_1 \equiv D'_1$ nuqta ko'rinishida proyeksiyalanadi. Bu nuqtadan $A'_1B'_1$ kesmaga tushirilgan $E'_1F'_1$ kesmaning uzunligi CD va AB lar orasidagi masofa bo'ladi. Teskari proyeksiyalash bilan E va F nuqtalarning E', E'' va F', F'' proyeksiyalari yasalgan.



Yuqoridagi masalani, birinchidan, V_1 tekislikni AB kesmaga parallel va H_1 tekislikni uning yangi proyeksiyasiga perpendikulyar qilib o'tkazib yechsa, ikkinchidan esa AB yoki CD kesmalardan biriga parallel qilib avval H tekislikni, so'ngra ularning proyeksiyalaridan biriga perpendikulyar qilib V ni almashtirsa ham bo'ladi.

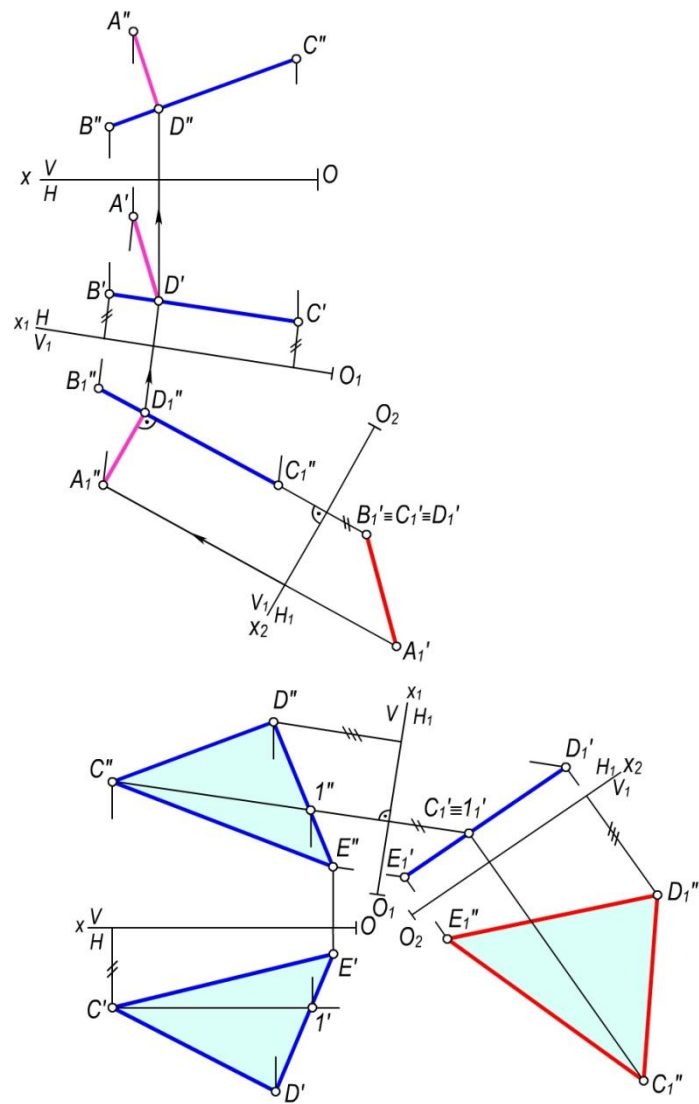
8–misol. Berilgan $A(A', A'')$ nuqtadan $BC(B'C', B''C'')$ kesmagacha bo'lgan masofa aniqlansin.

Yechish. Buning uchun V tekislikni BC kesmaga parallel bo'lgan V_1 tekislik bilan almashtiramiz, ya'ni $V_1 \parallel B'C'$ sharti bajarilsin. BC kesma va A nuqtaning V_1 tekislikdagi yangi $B''_1 C''_1$ va A''_1 frontal proyeksiyalari hosil qilinadi. So'ngra H tekislikni H_1 tekislik bilan almashtiriladi. Bunda $H_1 \perp B''_1 C''_1$ bo'lishi kerak.

H_1 tekislikda BC va A larning yangi gorizontall proyeksiyalari yasaladi. Hosil bo'lgan A'_1 va $B'_1 \equiv C'_1$ nuqtalar orasidagi masofa A nuqtadan BC kesmagacha bo'lgan masofa bo'ladi. Bu misolni H ni $H_1 \parallel B''C''$, so'ngra V ni $V_1 \parallel B'_1 C'_1$ qilib almashtirish yo'li bilan ham yechish mumkin.

9–masala. $\triangle CDE(\triangle C'D'E', \triangle C''D''E'')$ uchburchakning proyeksiyalariga asosan uning haqiqiy kattaligi aniqlansin.

Yechish. Bunda H tekislikni H_1 tekislikka shunday almashtiramizki, $H_1 \perp \triangle CDE$ bo'lsin. Buning uchun $H_1 \perp C''_1$ (uchburchak frontalining frontal proyeksiyasi) bo'lsa kifoya qiladi. Uchburchakning uchlarini H_1 tekislikka proyeksiyalab, yangi $C'_1 D'_1 E'_1$ gorizontall proyeksiyani to'g'ri chiziq ko'rinishida hosil qilinadi. So'ngra V tekislikni V_1 tekislik bilan shunday almashtiramizki, $V_1 \parallel C'_1 D'_1 E'_1$ bo'lsin. C, D, E nuqtalarning V_1 tekislikdagi yangi $C''_1 D''_1 E''_1$ frontal proyeksiyalari yasaladi. Bu nuqtalarni o'zaro tutashtirib, $\triangle C''D''E'' = \triangle CDE$ haqiqiy kattaligini hosil qilamiz. Bu misolni uchburchakning gorizontallini o'tkazib va unga avval V_1 ni perpendikulyar qilib tekislik o'tkazish va hosil bo'lgan kesmaga (uchburchakning proyeksiyasi) H_1 tekislikni parallel qilib o'tkazish yo'li bilan ham yechish mumkin.



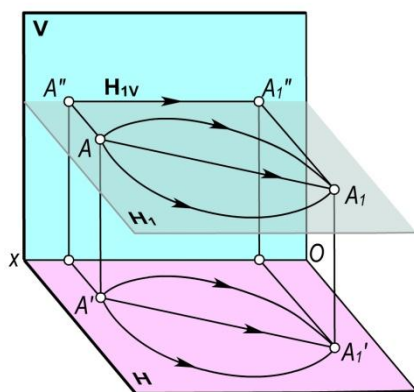
11 Ma'ruza

Aylantirish usuli. Tekis–parallel harakatlantirish usuli

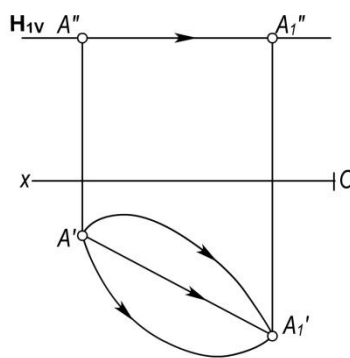
Tekis–parallel harakatlantirish usulida geometrik shaklni proyeksiyalar tekisliklari sistemasiga nisbatan vaziyati maqsadga muvofiq ravishda o'zgartirish uchun uning barcha nuqtalarining harakatlanish trayektoriyalari bir–biriga parallel tekisliklarda harakatlantirish yo'li bilan bajariladi.

Harakatlantirish tekisliklarining vaziyati va geometrik shakl nuqtalari harakatlanish trayektoriyasining xarakteriga qarab tekis–parallel harakatlantirish usuli *parallel harakatlantirish* va *aylantirish* usullariga bo'linadi.

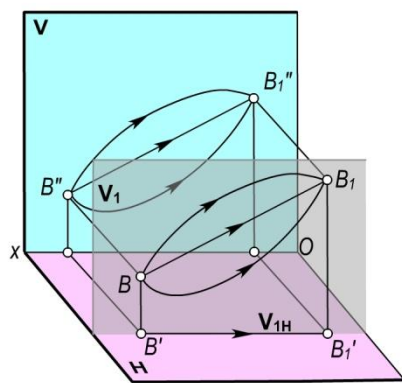
Parallel harakatlantirish usuli. Bu usulda fazoda berilgan geometrik shaklning har bir nuqtasi proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan gorizontali yoki frontal tekisliklarda harakatlantiriladi. Shuning natijasida hosil bo'lgan yangi proyeksiyasi proyeksiyalar tekisligiga nisbatan vaziyati o'zgaradi. Rasmda A nuqta H_1 gorizontali tekislikda harakatlantirilib A_1 vaziyatga keltirilgan. Bunda A nuqta A_1 vaziyatga qanday trayektoriya (to'g'ri yoki egri chiziqlar) bo'ylab harakatlantirilishidan qat'iy nazar, uning A'' frontal proyeksiyasi (A_1'' vaziyatga) tekislikning H_{1V} izi bo'yicha harakatlanadi. Shuningdek B nuqta V_1 frontal tekislikda B_1 vaziyatga har qanday trayektoriya bo'yicha harakatlantirilmasin, uning B' proyeksiyasi V_{1H} izi bo'yicha harakatlanib, B'_1 vaziyatni egallaydi.



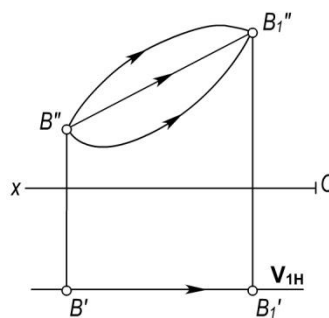
a)



b)



a)



b)

Yuqorida bayon etilganlardan quyidagi xulosaga kelish mumkin:

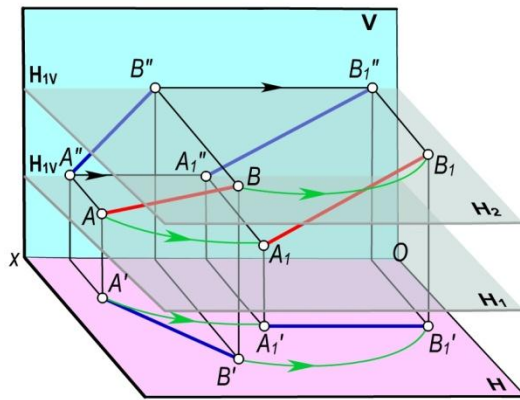
- Fazoda nuqtani gorizontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislikda har qanday trayektoriya bo'yicha harakatlantirilsa ham, uning frontal proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.
- Fazoda nuqtani frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel tekislikda har qanday trayektoriya bo'yicha harakatlantirilsa ham, uning gorizontal proyeksiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Parallel harakatlantirish usulining bu xususiyatlaridan foydalanib ayrim masalalarning yechilishini ko'rib chiqamiz.

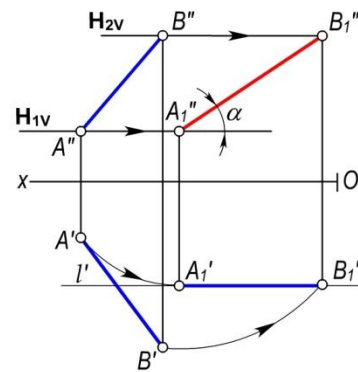
1–masala. Umumiy vaziyatda berilgan AB kesmani V tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin.

Yechish. $AB \parallel V$ bo'lishi uchun chizmada $A'B' \parallel Ox$ bo'lishi kerak. Demak, bu misolni yechish uchun H tekislikda ixtiyoriy A_1' nuqta tanlab, u orqali Ox o'qiga parallel l' to'g'ri chiziq o'tkazamiz va unga $A_1'B_1' = A'B'$ kesmani o'lchab qo'yamiz. Kesmaning yangi frontal proyeksiyasini parallel harakatlantirish xususiyatiga muvofiq aniqlaymiz: kesmaning A'' va B'' proyeksiyalari mos ravishda H_{1V} va H_{2V} bo'yicha Ox o'qiga parallel ravishda harakatlanadi va A_1'' , B_1'' vaziyatlarga keladi. Natijada, V tekislikka parallel $A_1B_1(A_1'B_1', A_1''B_1'')$ to'g'ri chiziq kesmasining proyeksiyalari hosil bo'ladi.

Shuningdek, AB kesma V tekislikka parallel bo'lishi bilan birga uning haqiqiy o'lchami va H tekislik bilan tashkil etgan α burchagi aniqlanadi.



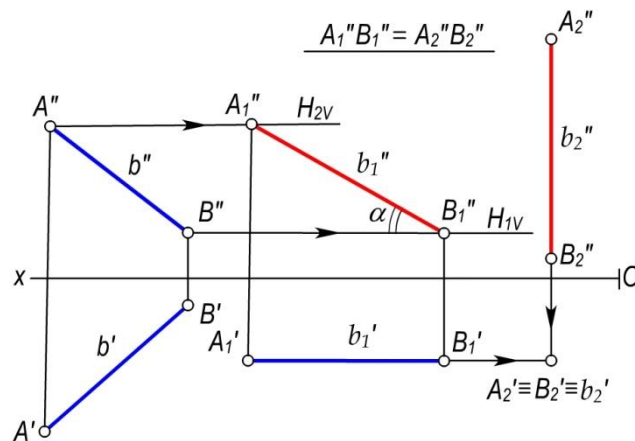
a)



b)

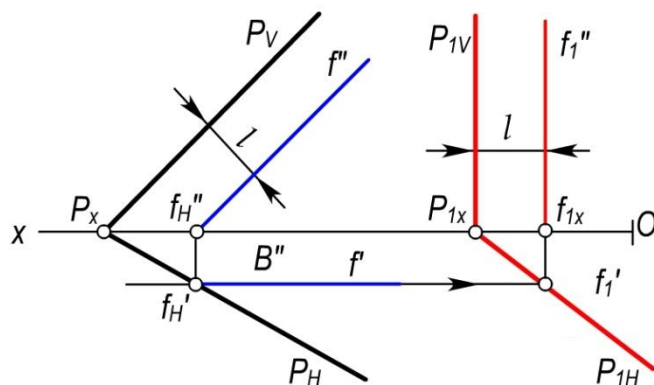
2–masala. Umumiy vaziyatdagi $AB(A'B', A''B'')$ kesma H tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltirilsin.

Yechish. Dastlab AB kesmani harakatlantirib, V tekislikka parallel $A_1B_1(A_1'B_1', A_1''B_1'')$ vaziyatga keltiramiz. So'ngra ixtiyoriy B_2'' nuqta tanlab olamiz va bu nuqtadan $b_2'' \perp Ox$ to'g'ri chiziq o'tkazamiz va unga $A_2''B_2'' = A_1''B_1''$ kesmani o'lchab qo'yamiz. Kesmaning gorizontaal proyeksiyasi b_1' chiziq bo'yicha harakatlanib, $A_2'' \equiv B_2'' \equiv b_2''$ bo'lib proyeksiyalanadi.



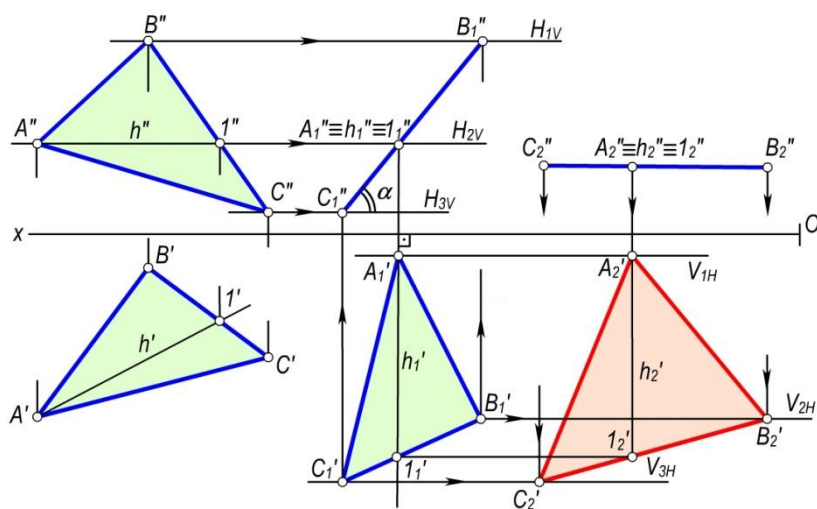
3–masala. Umumiy vaziyatda berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislik H tekisligiga perpendikulyar vaziyatga keltirilsin.

Yechish. P tekislikning ixtiyoriy $f(f', f'')$ frontali o'tkaziladi. So'ngra Ox o'qida ixtiyoriy nuqtadan $f_1'' \perp Ox$ qilib o'tkazamiz va chizmada ko'rsatilgan ℓ masofada tekislikning frontal izi $P_{1V} \perp Ox$ (yoki $P_{1V} \parallel f_1''$) qilib o'tkazamiz. Tekislikning P_{1H} gorizontaal izi P_{1x} va f_1' nuqtalardan o'tadi.



4—masala. Umumiy vaziyatdagi $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ tekislikni H tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin.

Echish. 1. $\triangle ABC$ ni avval V tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltiramiz. Buning uchun uchburchakning $h(h', h'')$ gorizontali o'tkazamiz. Chizmada ixtiyoriy A_1 nuqta tanlab, bu nuqtadan $h_1 \perp Ox$ qilib $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A'B'C'$ yangi gorizantal proyeksiyasini yasaymiz.



2. $\triangle ABC$ ning yangi vaziyati V tekislikka perpendikulyar bo'lgani uchun uning frontal proyeksiyasi $C_1''A_1''B_1''$ kesma tarzida proyeksiyalanadi.

3. Ixtiyoriy C_2'' nuqtadan tanlab, buni nuqtadan Ox o'qiga parallel to'g'richiziq o'tkazamiz va unga $C_2''A_2''B_2'' = C_1''A_1''B_1''$ bo'lgan kesma o'lchab qo'yamiz.

Parallel harakatlantirishning qoidasiga muvofiq uchburchak gorizantal proyeksiyasining A_2' B_2' va C_2' nuqtalarini mos ravishda V_{1N} ,

V_{2N} va V_{3N} frontal tekisliklarning izlarini bo'yicha harakatlanishidan $\Delta A_2'B_2'C_2'$ hosil bo'ladi. Natijada, $\Delta A_2'B_2'S_2'$ H ga parallel bo'ladi va berilgan uchburchakning haqiqiy o'lchamiga teng bo'lgan proyeksiyasi hosil bo'ladi.

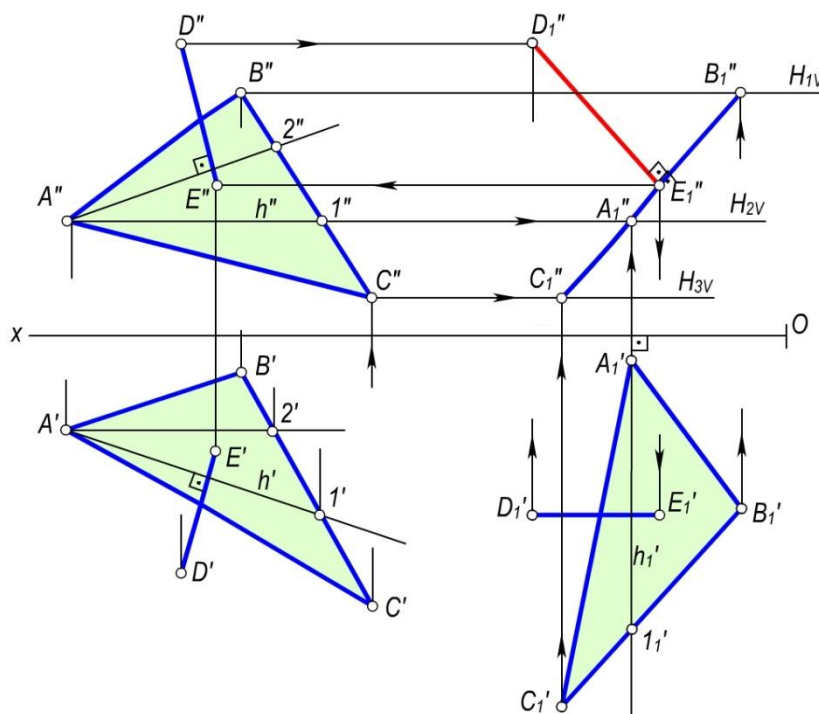
Chizmadagi α burchak ΔABC ning H tekislik bilan hosil qilgan burchagini ko'rsatadi.

4-masala. $D(D', D'')$ nuqtadan ΔABC ($\Delta A'B'C'$, $\Delta A''B''C''$) tekislikkacha bo'lgan masofa aniqlansin.

Yechish.

1. ΔABC ni parallel harakatlantirib, proyeksiyalar tekisliklarining biriga, masalan, V tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltiramiz. Buning uchun mazkur uchburchakni $h(h', h'')$ gorizontalini V tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltirib, $A_1'l_1'=A'l'$ va $\Delta A_1'B_1'S_1'=\Delta A'B'S'$ qilib yasaladi. D' nuqtaning D_1' vaziyati ham planimetrik yasashlarga asosan yasaladi. Bunda uchburchakning yangi frontal proyeksiyasi $C_1''A_1''B_1''$ kesma tarzida proyeksiyalanadi. Parallel harakatlantirishning qoidalariga asosan D nuqtaning yangi D_1' va D_1'' proyeksiyalarini aniqlaymiz.

2. Masofaning haqiqiy o'lchami D_1'' nuqtadan $C_1''A_1''B_1''$ kesmaga tushirilgan $D_1''E_1''$ perpendikulyar bilan o'lchanadi. Izlangan masofaning gorizontal proyeksiyasi $D_1'E_1'$ esa Ox o'qiga parallel bo'ladi.



3. Izlangan masofaning proyeksiylarini tekislikning berilgan proyeksiyalarida yasash uchun D nuqtaning D' va D'' proyeksiylaridan tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali va $f(f', f'')$ frontaliga tushirilgan perpendikulyarlar proyeksiyalari bilan aniqlanadi. Parallel harakatlantirishning qoidasiga muvofiq E nuqtaning E'' va E' proyeksiylarini ko'rsatilgan yo'nalish bo'yicha D' va D'' proyeksiyalardan tekislikka tushirilgan perpendikulyarning proyeksiyalarida topamiz.

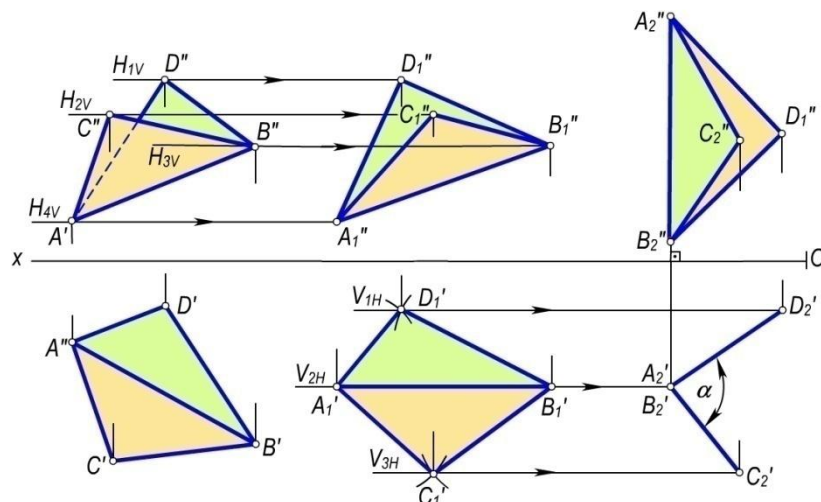
5-masala.

$CABD(C'A'B'D', C''A''B''D'')$

ikkiyoqliburchakninghaqiqiykattaligiparallelharakatlantirishusulidanfoydalanibaniqlanisin.

Yechish:

- AB qirrani V tekislikka parallel qilib joylashtiriladi. Buning uchun chizma maydonining ixtiyoriy joyida $A_1'B_1'$ va $A_1'B_1' \parallel Ox$ qilib joylashtiriladi. $A'B'$ –
- A_1' va B_1' nuqtalarga nisbatan D_1' , C_1' nuqtalarni planimetriya usulidan foydalanib yasaymiz. Hosil bo'lgan A_1' , C_1' , B_1' va D_1' nuqtalar yangi gorizontaal proyeksiya bo'ladi.
- Parallel harakatlantirish qoidasiga asosan A'' , C'' , B'' va D'' nuqtalar Ox o'qiga parallel chiziqli bo'yicha harakat qilganligidan A_1'' , C_1'' , B_1'' va D_1'' yangi frontal proyeksiyalari yasaliadi.
- AB qirrani H tekisligiga perpendikulyar qilib joylashtiriladi. Buning uchun $A_1''B_1'' = A_2''B_2''$ ni chizmaning ixtiyoriy joyida $A_2'B_2'' \perp Ox$ qilib joylashtiramiz. $A_2''B_2''$ yangi frontal proyeksiya bo'ladi.
- C_2'' va D_2'' nuqtalar esa A_2'' va B_2'' nuqtalarga nisbatan planimetriya usulidan yasaliadi.
- Parallel ko'chirish qoidasiga asosan A_1' , C_1' , B_1' va D_1' nuqtalar Ox gapa parallel harakat qilib, $A_2' \equiv B_2'$, C_2' va D_2' nuqtalarning yangi gorizontaal proyeksiylarini hosil qiladi.
- Bu nuqtalarni zarur tutashtirilsa, $\angle D_2'A_2'C_2' = \alpha$ chiziqli burchak AB qirradagi ikkiyoqliburchakni o'lchaydi. Bu misolni AB qirrani H gapa parallel qilib olishdan boshlab ham yechish mumkin.



12 Ma'ruza

Geometrik shaklni proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirish.

Aylantirishusuli

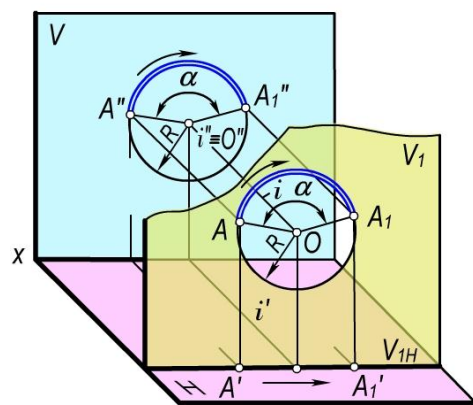
Aylantirish usuli parallel harakatlantirish usulining xususiy holi hisoblanadi. Bu usulda geometrik shaklga tegishli nuqtaning trayektoriyasi ixtiyoriy bo'lmay, balki berilgan biror o'qqa nisbatan aylana bo'yicha harakatlanadi. Aylana markazi berilgan o'qda joylashgan bo'lib, aylanish radiusi esa harakatlanuvchi nuqta bilan aylanish o'qi orasidagi masofaga teng bo'ladi yoki aylanish tekisligini aylanish o'qi bilan kesishgan nuqtasi bo'ladi.

Aylanish o'qlari proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan perpendikulyar, parallel, shuningdek, proyeksiyalar tekisligiga tegishli va boshqa vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

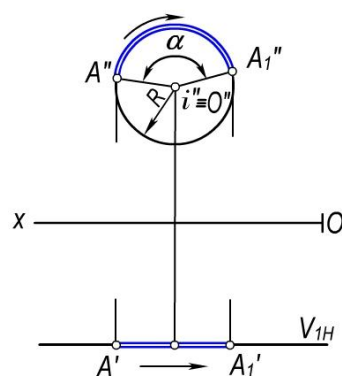
Quyida turli vaziyatlarda joylashgan aylanish o'qlari atrofida aylantirish usullarni ko'rib chiqamiz.

Geometrik shakllarni proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish. Nuqtani aylantirish. H va V tekisliklar sistemasida ixtiyoriy A nuqta va i aylanish o'qi berilgan bo'lsin. Agar A nuqtani $i \perp V$ aylanish o'qi atrofida harakatlantirsak, mazkur nuqta V tekislikka parallel V_1 tekislikda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha harakatlanadi. Shuningdek, A nuqtaning harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi V_1 tekislikning V_{1N} izi bo'yicha harakat qiladi. Chizmada V_1 tekislik V tekislikka parallel bo'lgani uchun A nuqtaning frontal proyeksiyasi aylana bo'yicha, gorizontaal proyeksiyasi $V_{1N} \parallel Ox$ bo'yicha harakat qiladi.

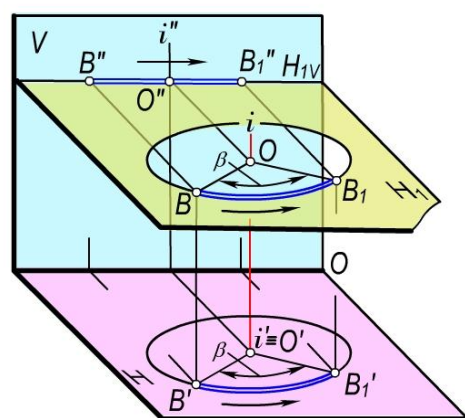
B nuqtaning H tekislikka perpendikulyar i o'qi atrofida aylantirilishi ko'rsatilgan. B nuqta B_1 vaziyatga radiusi OB ga teng aylana bo'yicha H tekislikka parallel bo'lgan N_1 tekislikda harakatlanadi. Bunda N_1 tekislik H tekislikka parallel bo'lgani uchun B nuqta harakatlanish trayektoriyasining gorizontaal proyeksiyasi aylana bo'yicha, frontal proyeksiyasi N_1 tekislikning N_{1V} izi bo'yicha Ox ga parallel bo'lib harakatlanadi.



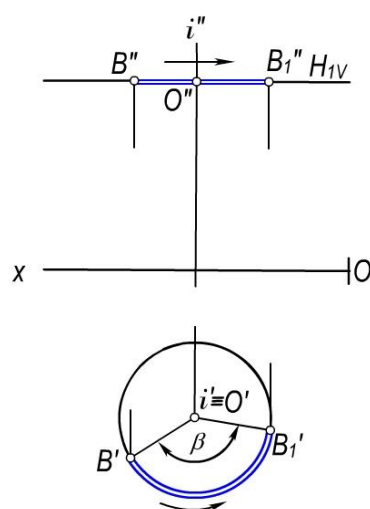
a)



b)



a)



b)

Yuqoridabayonqilinganlardanquyidagixulosalargakelamiz:

1-

xulosa. Agar A nuqta frontal proyeksiyalartekisligigaperpendikulyaro‘qatrofidaaylantiril
sa, mazkurnuqtaningfrontalproyeksiyasiaylanabo‘yicha,
gorizontalproyeksiyasi O xo‘qigaparallelto‘g‘richiziqbo‘yichaharakatlanadi.

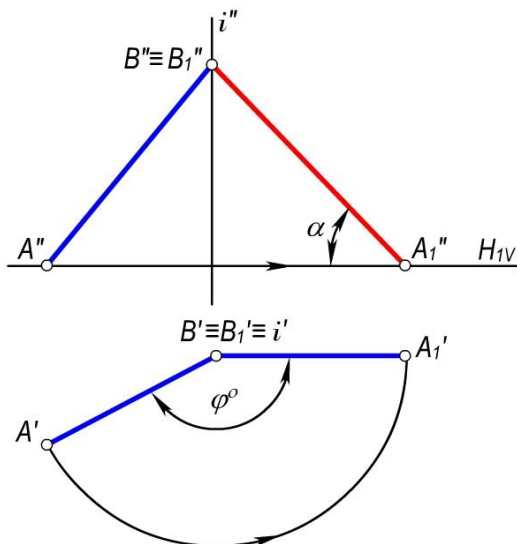
2-

xulosa. Agarnuqtagorizontalproyeksiyalartekisligigaperpendikulyaro‘qatrofidaaylantir
ilsa, nuqtaninggorizontalproyeksiyasiaylanabo‘yicha,
frontalproyeksiyasi O xo‘qigaparallelto‘g‘richiziqbo‘yichaharakatlanadi.

Nuqtani proyeksiyalartekisligigaperpendikulyaro‘qatrofida aylantirish qoidalariga asosan umumiy vaziyatdajoylashgangeometrik shakllarnixususiy yoki talab qilingan vaziyatga keltirish mumkin.

1–masala.

Umumiy vaziyatdagi $AB(A'B', A''B'')$ kesmani V tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin.



Yechish. AB kesmaning biror, masalan B uchidan $i \perp H$ aylantirish o‘qi o‘tkaziladi. So‘ngra bu o‘q atrofida kesmaning $A'B'$ gorizontal proyeksiyasini $A'B' \parallel Ox$ vaziyatga kelguncha aylantiramiz. Bunda AB kesmaning A'' nuqtasi $N_{1V} \parallel Ox$ bo‘yicha harakatlanib, A''_1 vaziyatni egallaydi. Shaklda hosil bo‘lgan AB kesmaning yangi A_1B_1 va $A''_1B''_1$ proyeksiyalari uning V tekislikka parallelligini ko‘rsatadi. Shakldagi α burchak AB kesmani H tekislik bilan hosil etgan burchagi bo‘ladi.

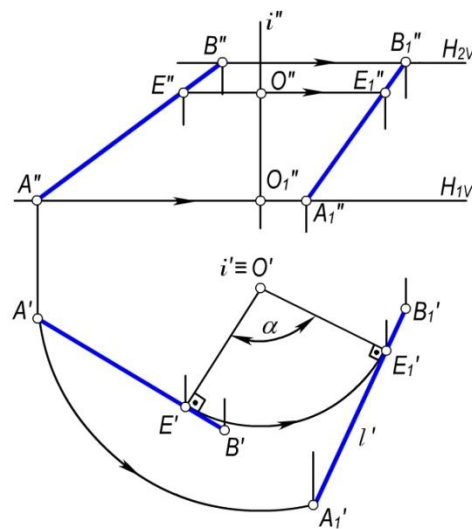
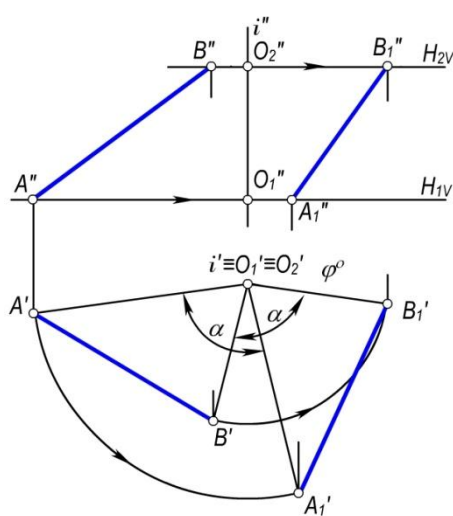
2–masala. $AB(A'B', A''B'')$ kesmani $i \perp H$ o‘q atrofida α burchakka aylantirish talab qilinsin.

Yechish. Kesmani α burchakka aylantirish uchun uning A' va B' proyeksiyalarini berilgan i o‘qi atrofida $A'O'_1$ va $B'O'_2$ radiuslari bo‘yicha α burchakka aylantirish kifoya qiladi.

Aylantirish usulining qoidasiga muvofiq kesma uchlarining A'' va B'' proyeksiyalari $N_{1V} \parallel Ox$ va $N_{2V} \parallel Ox$ bo‘yicha harakatlanadi. Natijada, hosil bo‘lgan $A_1B_1(A'_1B'_1, A''_1B''_1)$ kesma AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyati bo‘ladi. Bu misolni quyidagicha yechish ham mumkin: AB kesmaning $A'B'$ gorizontal proyeksiyasiga i aylantirish o‘qining gorizontal proyeksiyasi i' dan unga perpendikulyar o‘tkaziladi. Hosil bo‘lgan $E'O'$ aylantirish radiusni talab qilingan α burchakka aylantiriladi va E'_1O' ga perpendikulyar qilib, ℓ' chiziq o‘tkaziladi. Bu chiziqqa shakldagi $A'E' = A'_1E'_1$ va $E'B' = E'_1B'_1$ kesmalar o‘lchab qo‘yiladi. So‘ngra $A'_1B'_1$ ning frontal proyeksiyasi $A''_1B''_1$ yasaladi. Natijada AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyatining yangi A_1B_1 va $A''_1B''_1$ proyeksiyalari hosil bo‘ladi.

3–masala. Izlari bilan berilgan umumiy vaziyatdagi P tekislikni $i \perp H$ o‘qi atrofida α burchakka aylantirish talab qilinsin.

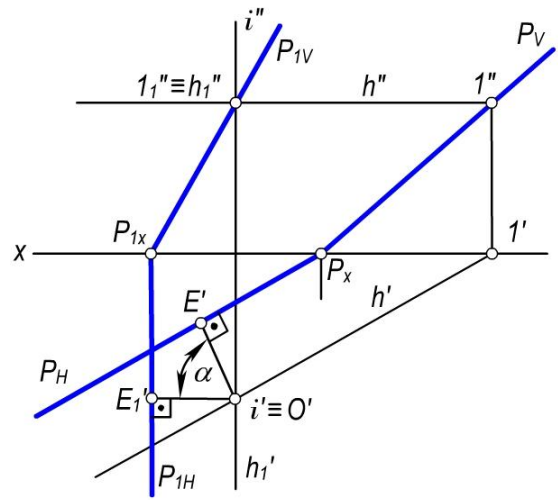
Yechish. P tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali i aylanish o'qi orqali o'tkaziladi va $h \cap i \Rightarrow O(O', O'')$ aniqlanadi. So'ngra O' nuqtadan P_N ga $O'E'$ perpendikulyar tushiriladi. Hosil bo'lgan $O'E'$ berilgan P tekislikni i o'q atrofida aylantirish radiusi bo'ladi. Tekislikning P_N gorizontali izi $O'E'$ radius bo'yicha α burchakka aylantirilganda, u P_{1N} vaziyatni egallaydi.



Tekislikning yangi P_{1V} frontal izini aniqlash uchun uning gorizontaldan foydalanamiz. Ma'lumki, P tekislik α burchakka aylantirilganda uning $h(h', h'')$ gorizontali $h_1(h_1', h_1'')$ vaziyatni egallaydi. Shuning uchun tekislikning P_{1V} izini yasashda P_{1X} va $1_1''$ nuqtalar tutashtiriladi.

4-masala. Umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislikni $i(i', i'') \perp HO$ o'q atrofida aylantirib frontal proyeksiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin.

Yechish. P tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali $i(i', i'')$ o'qi orqali o'tkaziladi va gorizontaling i' o'qi bilan kesishish nuqtasi $O(O', O'')$ topiladi. Tekislik bilan uning $h(h', h'')$ gorizontali O' atrofida aylantirilib, proyeksiyalovchi, ya'ni $h_1' \perp Ox$ vaziyatga keltiriladi. Gorizontaling h'' frontal proyeksiyasi esa $h_1'' \equiv 1_1''$ vaziyatda bo'ladi. Tekislikning yangi P_{1V} frontal izi P_{1X} va $1_1''$ nuqtalardan o'tadi.



The figure consists of two kinematic diagrams of a mechanism, likely a crane or a similar lifting device, shown in two different positions. The top diagram represents the initial position, and the bottom diagram represents the final position after a rotation.

Top Diagram (Initial Position):

- The mechanism is shown with points A'' , B'' , and C'' at the top, and A_1'' , B_1'' , and C_1'' at the bottom.
- Horizontal lines H_{1V} and H_{2V} are shown, representing the initial and final horizontal positions of the mechanism.
- Points O_1'' and O_2'' are marked on the vertical axis.
- Angles i'' and α are indicated, showing the rotation of the mechanism.
- The mechanism is colored in light green.

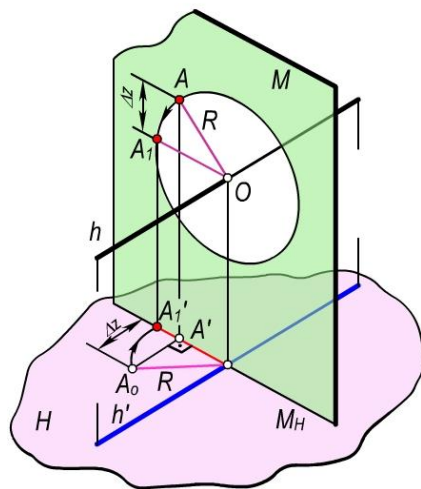
Bottom Diagram (Final Position):

- The mechanism is shown with points A' , B' , and C' at the top, and A_1' , B_1' , and C_1' at the bottom.
- Points O_1' and O_2' are marked on the vertical axis.
- Angles i_1' and φ are indicated, showing the rotation of the mechanism.
- The mechanism is colored in light green.

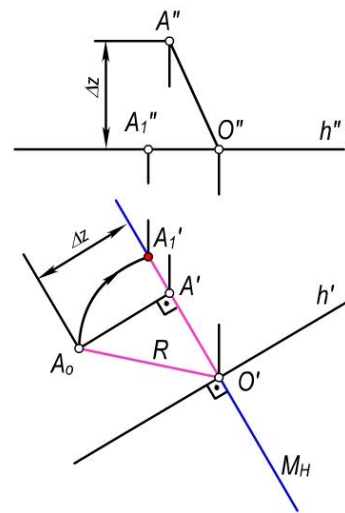
88

Geometrik shakl proyeksiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirilganda uning har bir nuqtasi aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikda aylana bo'ylab harakatlanadi. Masalan, A nuqtani h gorizontal atrofida aylantirilganda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha $M \perp h$ tekislikda harakatlanadi. Bunda, uning gorizontal proyeksiyasi gorizontalning h' gorizontal proyeksiyasiga perpendikulyar to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Chizmada tasvirlangan $A(A', A'')$ nuqtani $A_1(A_1', A_1'')$ vaziyatga kelguncha aylantirish uchun aylanish markazi $O(O', O'')$ nuqtani aniqlash kerak. Bu nuqta aylanish o'qi h ning M tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Chizmada aylantirish radiusi R ning haqiqiy o'lchamni aniqlash uchun H tekislikda to'g'ri burchakli $\Delta O'A'A_0$ yasaymiz. Buning uchun AO radiusning $A'O'$ gorizontal proyeksiyasini to'g'ri burchakli uchburchakning bir kateti, OA kesma uchlari applikatorining Δz ayirmasini ikkinchi kateti qilib olamiz. Bu uchburchakning gipotenuzasi izlangan aylantirish radiusi R bo'ladi. A nuqtaning aylantirilgandan keyingi yangi vaziyatining A_1' gorizontal proyeksiyasi aylanish markazi O' nuqtada bo'lgan va $O'A_0=R$ radiusli aylana yoyining $M(M_H)$ tekislikning izi bilan kesishgan A_1' nuqtasi bo'ladi. A nuqtaning yangi A_1'' frontal proyeksiyasi esa h'' to'g'ri chiziqda bo'ladi.



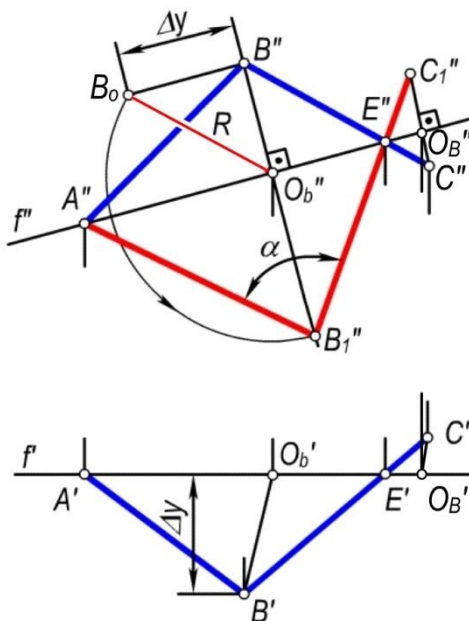
a)



b)

1-masala. Umumiy vaziyatdagi $\angle ABC(\angle A'B'C', \angle A''B''C'')$ ning haqiqiy o'lchami aniqlansin.

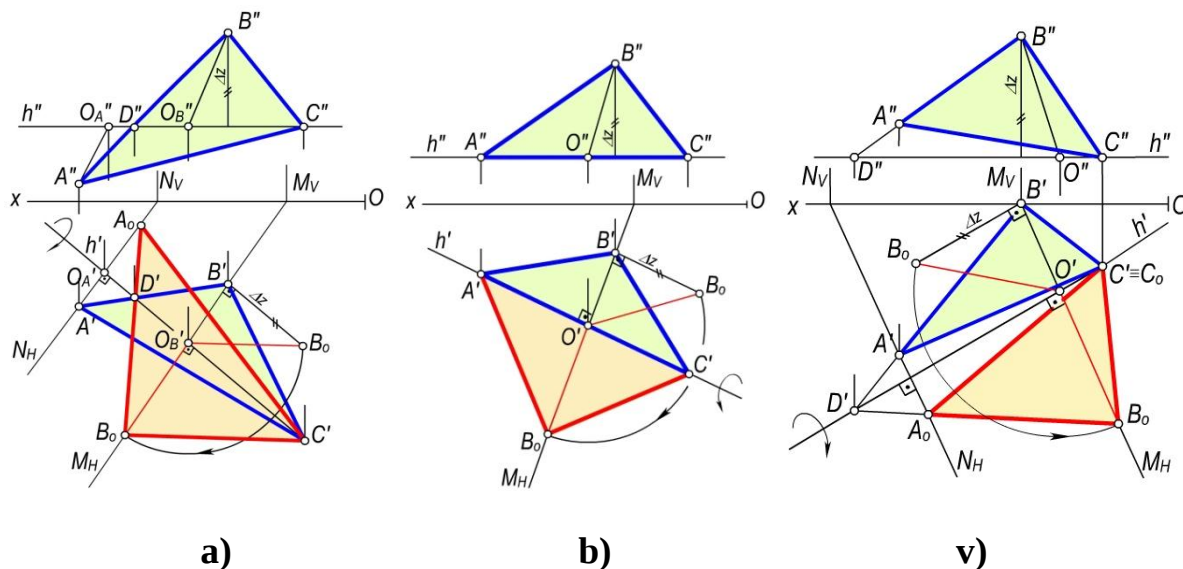
Echish. Berilgan burchakning gorizontali yoki frontalidan foydalaniladi. Mazkur burchakning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun chizmada uning $f(f', f'')$ frontali o'tkazilgan. Rasmda hosil bo'lgan $\angle ABE(\angle A'B'E', \angle A''B''E'')$ ning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun B nuqtani aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini aniqlash kifoya. Buning uchun B'' nuqtadan f'' ga perpendikulyar o'tkaziladi va aylanish markazining $O_B(O'_B, O''_B)$, so'ngra aylantirish radiusining $BO_B(B'O'_B, B''O''_B)$ proyeksiyalari aniqlanadi. To'g'ri burchakli $\triangle O''_B B'' B''_1$ yasash bilan radiusning haqiqiy o'lchami $O''_B B''_1 = R$ aniqlanadi. B nuqtaning yangi vaziyatini yasash uchun O''_B dan R radius bilan $O''_B B''_1$ perpendikulyarning davomi bilan kesishguncha yoy o'tkaziladi va hosil bo'lgan B''_1 bilan A'' va E'' nuqtalarni tutashtiriladi. Chizmada hosil bo'lgan α berilgan burchakning haqiqiy o'lchami bo'ladi.



2-masala. Umumiy vaziyatdagi $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ ning haqiqiy o'lchami aniqlansin.

Yechish. Uchburchak gorizontali $h(h', h'')$ o'tkaziladi. $\triangle ABC$ ning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun uning $B(B', B'')$ va $C(C', C'')$ uchlari aylantirish radiuslarining haqiqiy o'lchamlari aniqlanadi.

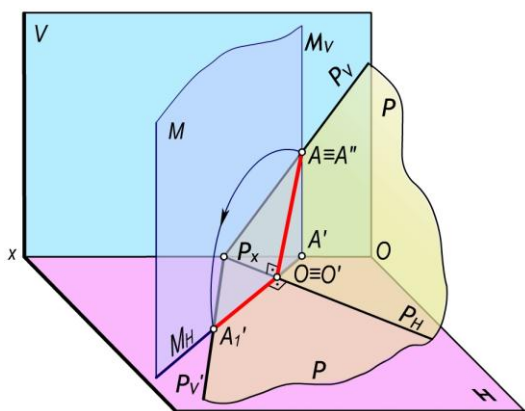
Chizmada B nuqtaning aylantirish radiusini aniqlash uchun uning $O'B'$ va $O''B''$ proyeksiyalaridan foydalanib, to'g'ri burchakli $\triangle O'_B B' B'_0$ ni yasaymiz. Bu uchburchakning $O'_B B'_0$ gipotenuzasi B nuqtaning aylantirish radiusi bo'ladi. B nuqtaning yangi vaziyati aylantirish markazining gorizantal proyeksiyasi O' dan radiusi $O'B_0$ ga teng qilib o'tkazilgan yoyning harakat tekisligining M_H izi bilan kesishgan B_0 nuqtasi bo'ladi.



Uchburchakning **S** va **D** nuqtalari aylanish o'qiga tegishli bo'lgani uchun ularning fazoviy vaziyatlari o'zgarmaydi. Uchburchak **A** nuqtasi aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini ham **B** nuqta aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini topish kabi aniqlash mumkin. Ammo uchburchakning **A** nuqtasi **h** o'qi atrofida **B** nuqta kabi harakatlenganda **N(N_H)** tekislikka va uchburchakning **AB** tomoniga tegishli bo'lib qoladi. Uchburchakning **AB** tomoni esa qo'zg'almas **D** nuqtadan o'tadi. Shuning uchun chizmada **A** nuqtaning yangi vaziyatini aniqlash uchun **B₀** va **D'** nuqtalar o'zaro tutashtiriladi va **A'** nuqtadan **C'D'** ga tushirilgan perpendikulyar bilan kesishguncha davom ettirilib, **A₀** nuqta topiladi. Agar **A₀**, **B₀** va **C'** nuqtalar o'zarotutashtirilsa, uchburchakning haqiqiy kattaligi hosil bo'ladi.

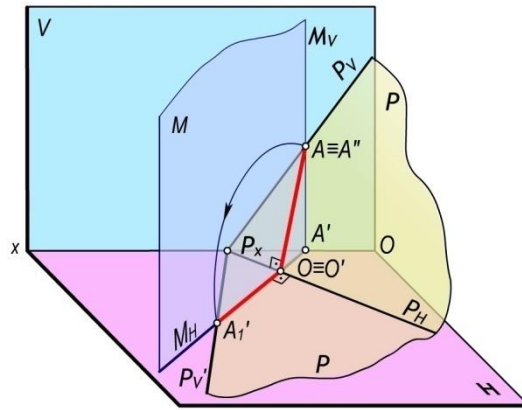
Agar uchburchakning biror tomoni (masalan, **AC**) gorizontaal vaziyatda berilgan bo'lsa, masala b-rasmda ko'rsatilgan kabi yechiladi.

V-rasmda aylanish o'qi gorizontaal bo'lib, uchburchak konturidan tashqarida **C** nuqta orqali o'tkazilgan. Bu holda uchburchakning haqiqiy kattaligi uning gorizontaal proyeksiyasi bilan ustma-ust tushmaydi, natijada, masalaning yechimi yaqqolroq bo'ladi.



13-Ma'ruza

Geometrik shaklni proyeksiyalar tekisliklariga tegishli o'q atrofida aylantirish yoki tekislikning izi atrofida aylantirish.



Aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatdagi tekislikning gorizontaal yoki frontal izlaridan biri qabul qilinadi. Bu holda tekislik biror izi atrofida aylantirilib, proyeksiyalar tekisliklarining biriga jipslashtiriladi. Agar aylanish o'qi sifatida tekislikning gorizontaal izi qabul qilinsa, bu tekislikni gorizontaal proyeksiyalar tekisligi bilan jipslashtirish mumkin. Shuningdek, tekislikni frontal izi atrofida aylantirib, uni frontal proyeksiyalar tekisligiga jipslashtiriladi.

Tekisliklarni proyeksiyalar tekisligiga jipslashtirish yo'li bilan mazkur tekislikka tegishli bo'lgan tekis shakllarning haqiqiy o'lchamini aniqlash mumkin yoki umumiy vaziyatda berilgan tekislikka tegishli bo'lgan har qanday geometrik masalalarni yechish mumkin.

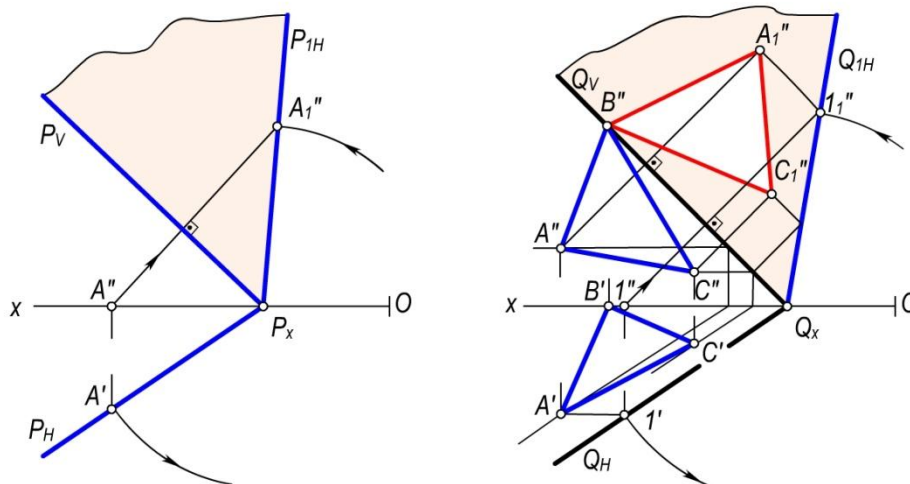
Rasmda umumiy vaziyatdagi Q tekislikni Q_N gorizontaal izi atrofida aylantirib, H tekislikka jipslashtirish ko'rsatilgan. Tekislikning gorizontaal izi aylanish o'qi sifatida qabul qilingani uchun uning vaziyati o'zgarmaydi. Bu tekislikni H tekislikka jipslashtirish uchun mazkur tekislikka tegishli biror nuqtaning H tekislikka jipslashtirish kifoya. Bunday nuqta sifatida tekislikning frontal iziga tegishli $B(B', B'')$ nuqtani olish mumkin. Bu nuqta orqali Q_N ga perpendikulyar M gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi. B nuqta $O'B_0 = R$ radiusli yoy bo'yicha M_N iz bilan kesishguncha aylantiriladi. Natijada, hosil bo'lgan B'_1 nuqta bilan Q_x ni o'zaro tutashtirsak, Q tekislikni H tekislikka jipslashtirilgan vaziyatiga ega bo'lamiz.

[illegible][illegible]

93

$\Delta ABC(A'B'C', A''B''C'')$ ning haqiqiy o'lchami uning A, B va C nuqtalarini V tekislikka jipslashtirish yo'li bilan aniqlanadi.

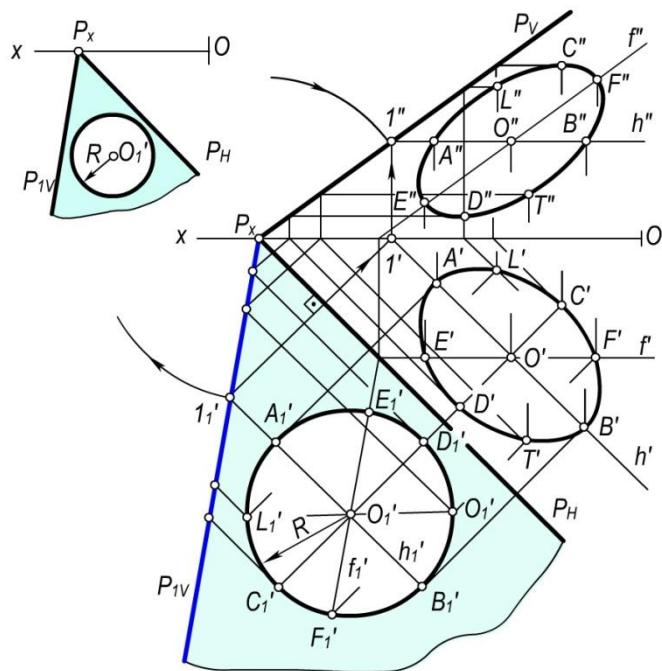
Tekislikning jipslashgan holati berilgan bo'lsa, uning dastlabki vaziyatini tiklash mumkin. Tekislikning dastlabki vaziyatini aniqlash natijasida tekislikka tegishli bo'lgan shakllarning ham proyeksiyalarini aniqlash mumkin.



Masalan, P tekislikning H tekislikka jipslashtirilgan vaziyati P_H, P_V, P_{1V} izlari va shu tekislikka tegishli O_1 markaz va R radiusli aylana berilgan bo'lsin.

Bu aylananing P tekislikdagi proyeksiyalarini yasash uchun aylana markazidan tekislikning h'_1 gorizontali o'tkaziladi va l'_1 nuqta aniqlanadi. Bu nuqtadan tekislikning P_N iziga perpendikulyar o'tkazib, Ox proyeksiyalar o'qiga tegishli $1'$ nuqta topiladi. Bu nuqtadan h'_1 ning h' proyeksiyasi o'tkaziladi. So'ngra P_x markazdan $P_x l'_1$ radius bilan o'tkazilgan yoyning l' dan Ox o'qiga o'tkazilgan perpendikulyar bilan kesishgan $1''$ nuqtasi topiladi. Bu nuqtadan h'_1 ning h'' proyeksiyasini o'tkaziladi. So'ngra $1''$ va P_x nuqtalar tutashtirilib, tekislikning P_V izi hosil qilinadi. Aylana markazining proyeksiyalarini yasash uchun O'_1 dan P_N ga perpendikulyar o'tkazib, h' bilan kesishgan O' nuqtani va h'' da O'' nuqta topiladi. Shuningdek, bu gorizontalda joylashgan aylananing A'_1 va B'_1 nuqtalarining A', A'' va B', B'' proyeksiyalari aniqlanadi.

Tekislikning f'_1 frontalini aylananing markazi O'_1 dan P_{1V} ga parallel qilib o'tkazilib, aylananing E'_1 va F'_1 nuqtalarning E', E'' va F', F'' proyeksiyalari yasaladi.

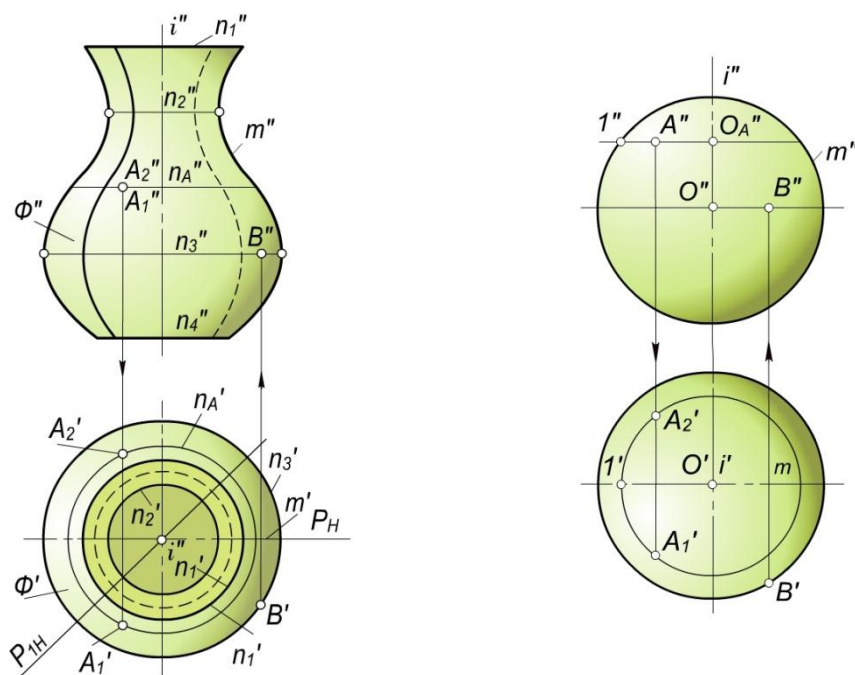


Xuddi shu tarzda aylananing L'_1 va T'_1 , C'_1 va D'_1 nuqtalarning proyeksiyalari tekislikning gorizontallari yordamida aniqlanadi. Bu nuqtalarning bir nomli proyeksiyalarini mos ravishda o'zaro tutashtirsak, aylananing gorizont va frontal proyeksiyalari – ellipslar hosil bo'ladi.

Sirtlar. Sirtlarda yo'gan nuqta va to'g'ri chiziqlar.

Harakatlanuvchi chiziq sirtning *yasovchisi*, qo'zg'almas to'g'ri chiziq esa uning *aylanish o'qi* deyiladi. Yasovchi va aylanish o'qi aylanish sirtning aniqlovchilarini tashkil qiladi. Rasmda $m(m', m'')$ egri chiziqning $i(i', i'')$ aylanish o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan umumiy ko'rinishdagi aylanish sirti tekis chizmada tasvirlangan. Yasovchi va aylanish o'qi ma'lum bo'lsa, aylanish sirti to'la berilgan hisoblanadi. Sirtning berilishini uning aniqlovchilari orqali $\square(m, i)$ ko'rinishida yozish mumkin.

Tekis chizmada aylanish sirti $\square'(m', i')$ va $\square''(m'', i'')$ proyeksiyalari bilan hamda aniqlovchilarning istalgan ikki proyeksiyasi bilan berilgan. Aylanish jarayonida yasovchining hamma nuqtalari aylanalar bo'yicha harakat qilib, bu aylanalar sirtning *parallellari* deyiladi. Aylanish o'qidan o'tgan barcha tekisliklar *meridian tekisliklari*, ularning aylanish sirti bilan kesishish chiziqlari esa *sirtning meridianlari* deyiladi. Sirtning barcha meridianlari kongruent bo'ladilar. Frontal meridian tekisligi *bosh meridian tekisligi* hisoblanib, uning sirt bilan kesishish chizig'i *bosh meridian chizig'i* yoki sirtning *frontal ocherki* deb ataladi. 8.10-rasmdagi umumiy ko'rinishdagi aylanish sirtning aylanish o'qi gorizontal proyeksiyalar tekisligi N ga perpendikulyar joylashganligi uchun sirtidagi parallellarning $(n_1'', n_2'', n_3'', \dots)$ frontal proyeksiyalari to'g'ri chiziq kesmasi ko'rinishida, gorizontal proyeksiyalari esa haqiqiy kattalikda, ya'ni aylana ko'rinishida tasvirlanadi. Tekis chizmada $P(P_H)$ bosh va $P_1(P_{1H})$ oddiy meridian tekisliklari hosil qilgan meridian kesimlari ko'rsatilgan. Bosh meridian V ga parallel bo'lganligi uchun uning frontal proyeksiyasi o'zining haqiqiy kattaligiga teng bo'ladi.



Agar parallelning bosh meridian bilan kesishish nuqtasidan bosh meridianga o'tkazilgan urinma aylanish o'qiga parallel bo'lsa, bu parallel *ekvator yokibuyin chizig'i* deyiladi. Bu parallel ikki yon qo'shni parallellardan katta bo'lsa, *ekvator*, agar ulardan kichik bo'lsa, *buyin chizig'i* deyiladi. Demak, biror aylanish sirtida bir necha ekvator va buyin chiziqlari bo'lishi mumkin. Rasmdagi aylanish sirtida parallellardan $n_2(n_2', n_2'')$ buyin, $n_3(n_3', n_3'')$ esa ekvator chizig'i hisoblanadi.

Boshqa sirtlar singari aylanish sirti ham cheksiz ko'p nuqtalar to'plamidan iboratdir. Bu nuqtalarni to'la to'kis chizmada tasvirlab bo'lmaydi. Shuning uchun ham H va V ga perpendikulyar qilib aylanish sirtiga urinma silindrlar o'tkaziladi. urinma silindrlarning N bilan kesishish chizig'i sirtning *gorizontal ocherki*, V bilan kesishish chizig'i esa uning *frontal ocherki* deyiladi. Aylanish sirtlari, ko'pincha, o'zining gorizontal va frontal ocherklari bilan tasvirlanadi. 8.10-rasmdagi aylanish sirtning frontal ocherki bosh meridian m'' va n_1'', n_4'' parallellari bilan, gorizontal ocherki n_2' va n_3' parallellari bilan tasvirlangan.

Gorizontal va frontal ocherklar sirt proyeksiyalarining ko'rinadigan va ko'rinmaydigan qismlarini aniqlashga ham yordam beradi.

Parallellar yordamida sirt ustida nuqtalarning proyeksiyalari topiladi. Masalan, aylanish sirtiga tegishli A_1 va A_2 nuqtalarning frontal proyeksiyalari A_1'' va A_2'' larning

gorizontal proyeksiyalari A_1' va $A_2''n_A$ parallelning gorizontal proyeksiyasi n_A' da aniqlangan.

Ekvatorda yotuvchi B nuqtaning gorizontal B' proyeksiyasi berilgan. Uning B'' frontal proyeksiyasi ekvatorning n_3'' frontal proyeksiyasida bo'ladi.

Aylanish sirtlari mashinasozlikda va qurilish amaliyotida keng qo'llaniladi. Chunki, ko'pchilik mexanizmlar aylanma harakat qiladi va aylanish sirtlari esa stanokda osongina yasaladi.

Sirtning eng katta paralleli uning *ekvatori* va eng kichik paralleli uning *bo'yini* deb ataladi.

Loyihalanadigan mashina mexanizmlarining vazifasi, unga quyiladigan texnik talablar va shakliga qarab, aylanish sirtining yasovchisi tanlanadi.

Ikkinchi tartibli aylanish sirtlari

Ikkinchi tartibli aylanish sirtlaridan quyidagilarni ko'rib chiqamiz.

Sfera

Rasmda tasvirlangan sfera ustidagi A nuqtaning A'' frontal va B nuqtaning B' gorizontal proyeksiyalari berilgan. A nuqtaning A_1' va A_2' gorizontal proyeksiyalarini yasash uchun u orqali $O_A''1''$ radiusli parallel o'tkaziladi. A nuqtaning gorizontal proyeksiyalari ana shu parallelning gorizontal proyeksiyasida yotadi. A nuqta sferaning oldingi yoki orka yarmida joylashgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun uning gorizontal proyeksiyalari A_1' va A_2' nuqtalar parallelning gorizontal proyeksiyasida topiladi. B nuqta sfera ekvatorida yotganligi uchun uning B'' frontal proyeksiyasi bir qiymatli bo'lib, u ekvatorning frontal proyeksiyasida topiladi.

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan sferaning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, R \neq 0$$

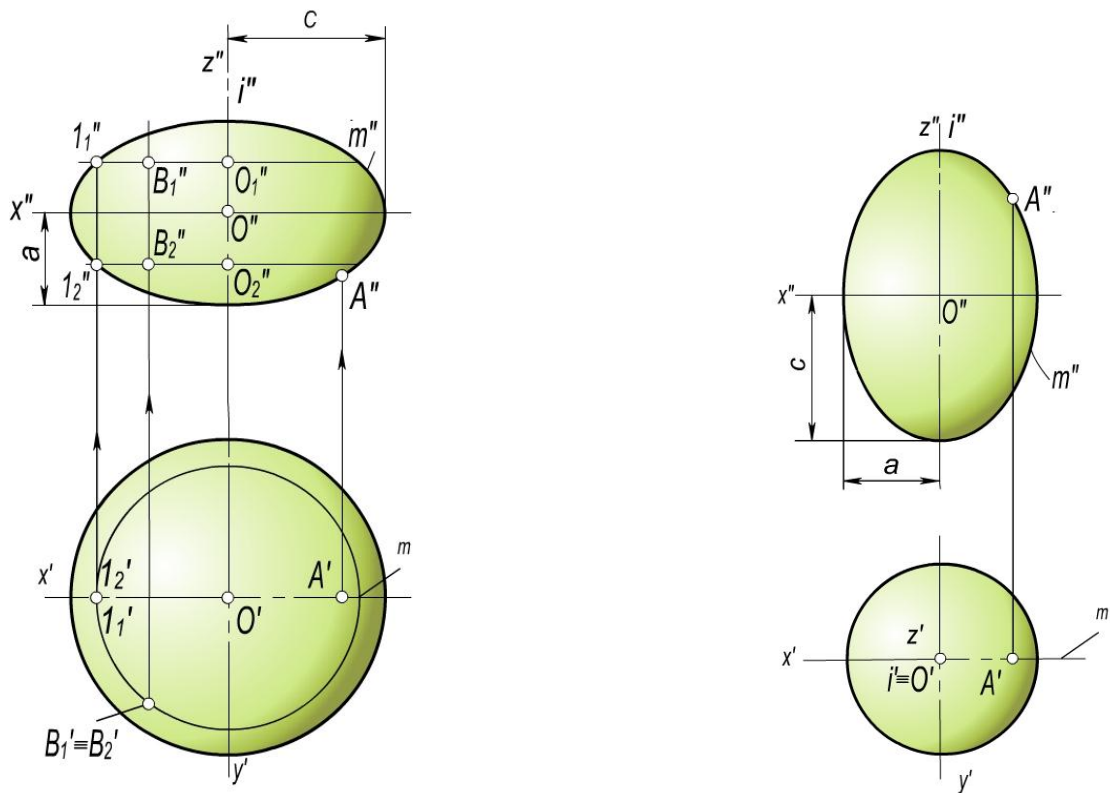
Markazi ixtiyoriy $A(x_1, y_1, z_1)$ nuqtada bo'lgan sfera tenglamasi

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = R^2 \text{ bo'ladi.}$$

Aylanma ellipsoid sirt

Bunda $m(m', m'')$ – ellips va $i(i', i'')$ aylanish o‘qi y ellips o‘qi bilan ustma-ust tushadi va sirt $\square(i, m)$ ko‘rinishda yoziladi.

Ellipsning kichik o‘qi atrofida aylanishidan *siqiq aylanma ellipsoid*, katta o‘qi atrofida aylanishidan *cho‘ziq aylanma ellipsoid* hosil bo‘ladi. Rasmlarda ellipsoidlar ustida berilgan A va B nuqtalarning bitta proyeksiyasi bo‘yicha ularning yetishmaydigan proyeksiyalarini yasash ko‘rsatilgan. Nuqtalarning yetishmaydigan proyeksiyalari parallel, meridian va proyeksion bog‘lanish chiziqlari yordamida aniqlangan.



Markazi koordinatalar boshida bo‘lgan va katta o‘qi aylanish o‘qi bo‘lgan ellipsning aylanishidan hosil bo‘lgan aylanish ellipsoidining kanonik tenglamasi quyidagi ko‘rinishda yoziladi: $\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$. Bunda $c \neq a$ bo‘ladi.

Ershariningshaklisiqilganellipsoid–geoidnieslatadi.

Aylanma paraboloid sirt

Rasmda $m(m', m'')$ parabolani $i(i', i'')$ o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan $\square(i', m)$ aylanma paraboloidning proyeksiyalari berilgan va uning ustida nuqta tanlash ko'rsatilgan.

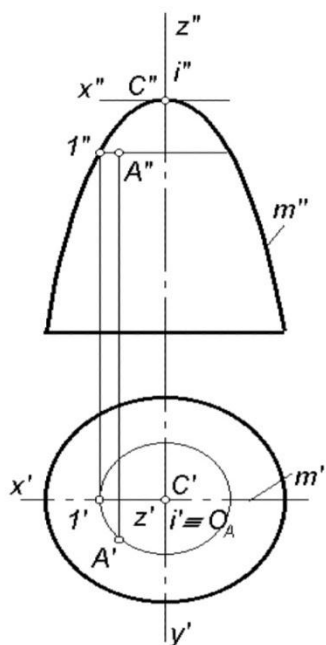
Uchi koordinatalar boshida bo'lgan va o'qi Oz bo'lgan aylanma paraboloidning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x^2 + u^2 = -2pz, \quad \text{bunda } p \neq 0.$$

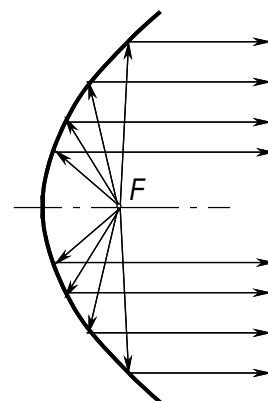
Aylanma paraboloid parabolik oynalar sirti hisoblanib, proyektorlar, parabolik antennalar va avtomobil faralari uchun ishlatiladi. Bunda parabolaning fokal xossasiga asosan parabola fokusida o'rnatilgan nur manbaidan chiquvchi nurlar parabola sirtida sinib, o'zaro parallel bo'lib qaytadi. Parabolaning ushbu xossasiga nur yig'ish sirtlari, tovush ushlagichlar, radiolokatorlarni konstruksiyalash ham asoslangan.

Aylanma giperboloid sirt

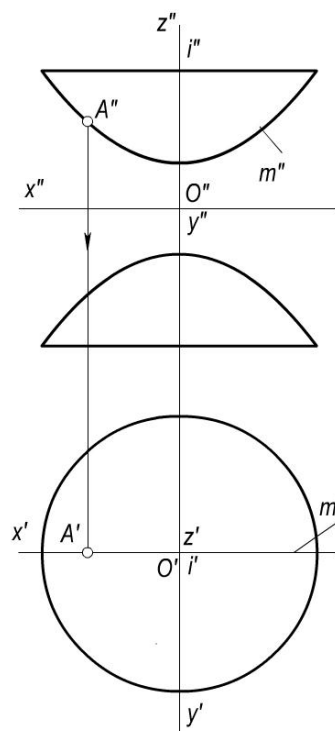
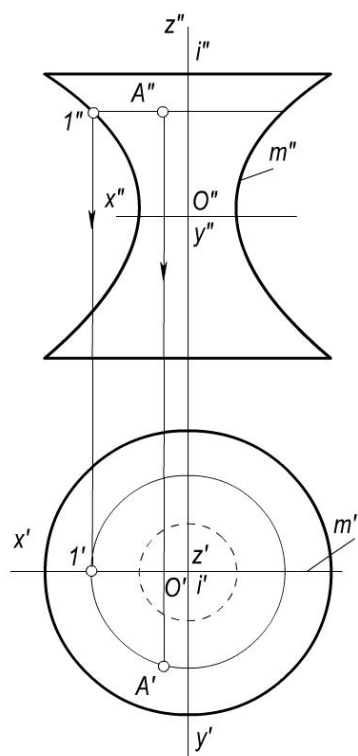
Giperbolaning mavhum o'qi atrofida aylanishidan bir pallali aylanma giperboloid hosil bo'ladi. Rasmda $i(i', i'')$ o'qi atrofida $m(m', m'')$ giperbolaning aylanishidan hosil bo'lgan bir pallali $\square(i, m)$ giperboloid va uning ustida nuqta tanlash ko'rsatilgan.



a)



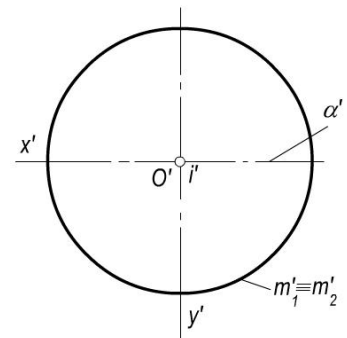
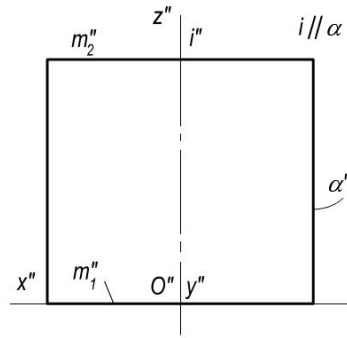
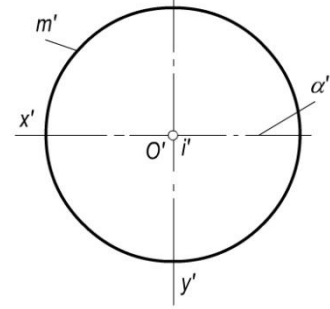
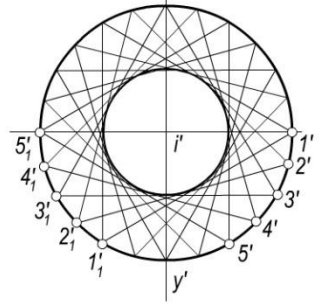
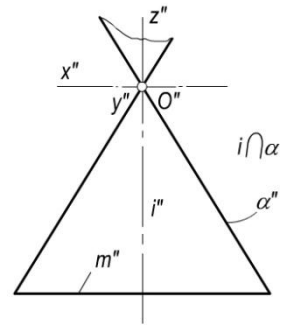
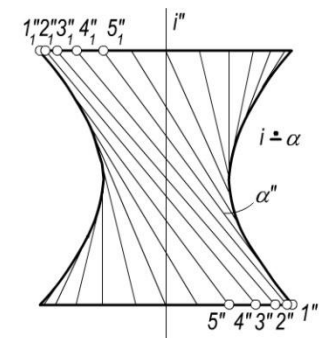
b)



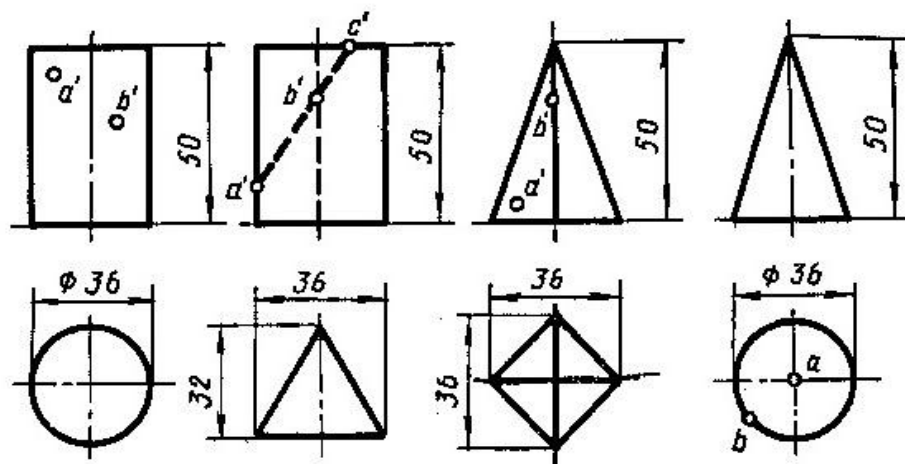
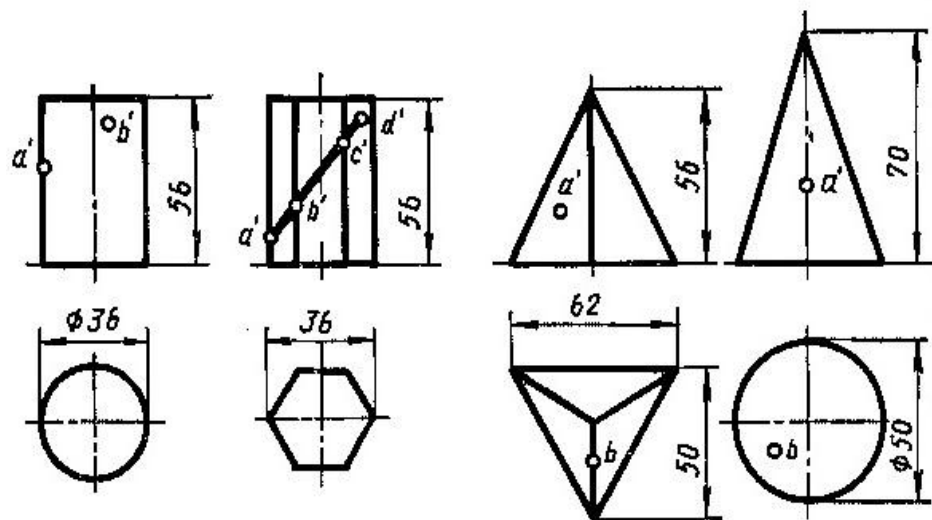
Markazi koordinatalar boshida boʻlgan bir pallali aylanma giperboloidning kanonik tenglamasi quyidagi koʻrinishda boʻladi: $\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$. Bunda $c \neq a$ boʻladi.

Giperbolaning oʻz haqiqiy oʻqi atrofida aylanishidan *ikki pallali aylanma giperboloid* hosil boʻladi. Bu sirt qabariq tubi bilan bir-biriga qaratilgan qozonlarni eslatadi. Bunday sirt 8.16-rasmda tasvirlangan. $\square$ (i, m) ikki pallali giperboloid ustida A nuqtaning proyeksiyalari koʻrsatilgan. Ikki pallali aylanma giperboloidning tenglamasi quyidagi koʻrinishda yoziladi:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1. \text{ Bunda } c \neq a \text{ boʻladi.}$$



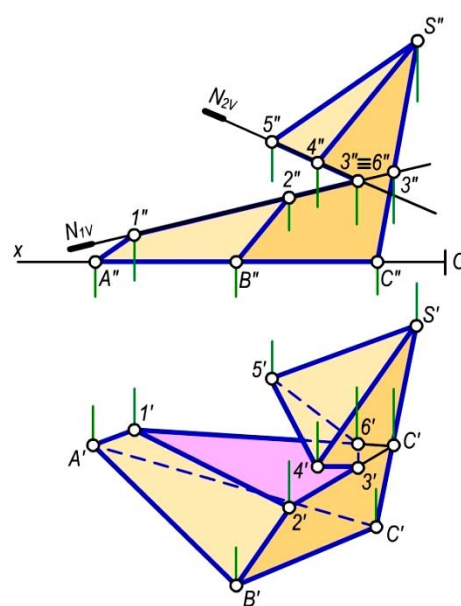
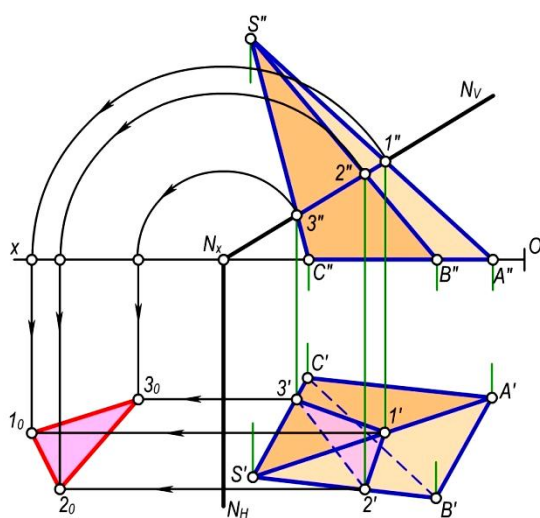
Sirtlarda yo'gan nuqta va to'g'ri chiziqlarga oid masalalar



15 Ma'ruza

Sirtlarni to'g'ri chiziq va tekislik bilan kesishuvi.

Agar ko'pyoqliklar proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishsa, ularning kesim yuzasini proyeksiyalarini yasash yanada osonlashadi, chunki bunda kesim yuzaning bir proyeksiyasi proyeksiyalovchi tekislik izida bo'ladi asmda og'ma piramidaning frontal proyeksiyalovchi $N(N_H, N_V)$ tekislik bilan kesishgan va kesim yuzasini va uning haqiqiy kattaligini yasash ko'rsatilgan. asmda uchyoqli piramidani $N_1(N_{1V})$ va $N_1(N_{2V})$ frontal proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesib, kesimda hosil bo'lgan o'yiq qismining gorizontaal proyeksiyasini yasash ko'rsatilgan. Kesim yuzasi proyeksiyalarini yasash yo'llarini chizmadan tushunib olish qiyin emas.



Ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishishi

To'g'ri chiziq kavariq ko'pyoqlikning yoqlari bilan ikki nuqtada kesishadi. Bu nuqtalarning biri *kirish* ikkinchisi *chiqish* nuqtalari deb yuritiladi. To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining kesishish nuqtalarini yasashda quyidagi usullardan foydalaniladi:

- to'g'ri chiziq orqali xususiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish usuli;
- to'g'ri chiziq orqali umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish usuli.

Quyida to'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlikning kesishish nuqtalarini yasashga oid bir necha misollarni ko'rib chiqamiz.

1-usul: To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish nuqtalarini xususiy vaziyatdagi tekislik vositasida yasash, qo'yidagi yasash algoritm asosida bajariladi:

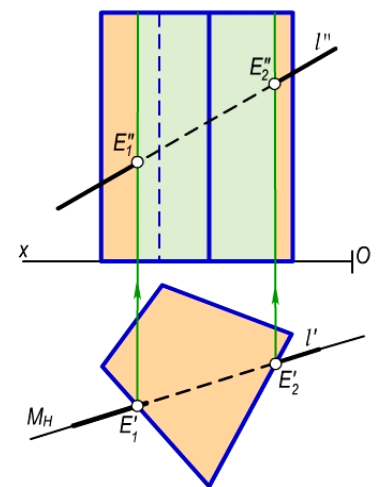
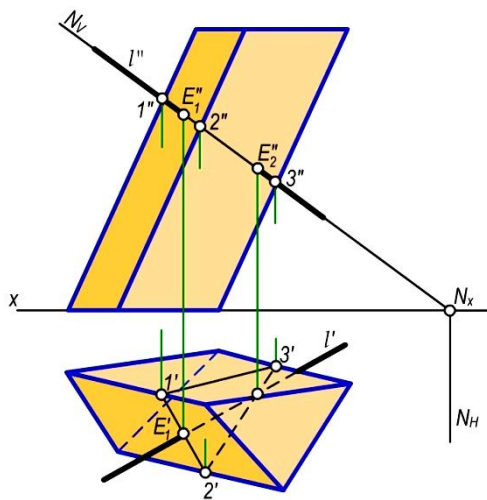
- berilgan to'g'ri chiziq orqali xususiy vaziyatdagi tekislik o'tkaziladi;

- xususiy vaziyatdagi tekislik bilan berilgan ko'pyoqlikning o'zaro kesishuvidagi kesim yuza chizig'i aniqlanadi;
- kesim yuza chizig'i bilan berilgan to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalari belgilanadi.

Rasmda $\ell(\ell', \ell'')$ to'g'ri chiziqlarning uch yoqli $\square(\square', \square'')$ prizma sirti bilan kesishish nuqtalarini yasash tasvirlangan.

Yasash algoritmi qo'yidagicha:

- ℓ to'g'ri chiziq orqali frontal proyeksiyalovchi $N(N_H, N_V)$ tekislik o'tkaziladi; $\ell'' \subset N_V$ va $N_H \perp O_x$;
- N tekislik bilan $\square$ prizmaning kesishishidagi kesim yuza chizig'i proyeksiyalari $1'2'3'$ va $1''2''3''$ yasaladi. $N \cap \square \Rightarrow 23$;
- Kesim yuza chizig'i $\Delta 123$ bilan ℓ to'g'ri chizig'ining uchrashish nuqtalari E_1 va E_2 belgilanadi. $12 \cap \ell = E_1$ va $23 \cap \ell = E_2$. Bunda avvalo $1'2'3' \cap \ell' = E'_1$ va E'_2 lar aniqlanib, so'ngra proyeksion bog'lanish chizig'i orqali E''_1 va E''_2 lar holati aniqlanadi.



Agar ko'pyoqlikning yon yoqlari proyeksiyalovchi tekisliklar bo'lsa, to'g'richiziq bilan bunday sirtning kesishish nuqtalarini yasash juda soddalashadi.

Rasmda to'rt yoqlik to'g'ri prizma sirti bilan $\ell(\ell', \ell'')$ to'g'ri chiziqlarning o'zaro kesishish $E_1(E'_1, E''_1)$, $E_2(E'_2, E''_2)$ nuqtalarini yasash tasvirlangan.

Bunda prizmaning yon yoqlari proyeksiyalovchi tekisliklardan iborat bo'lgani uchun ℓ orqali $M(M_N)$ gorizontaal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi, kesishuv nuqtalari proyeksiyalari E'_1 va E'_2 belgilanadi. So'ngra ularning E''_1 va E''_2 proyeksiyalari yasaladi.

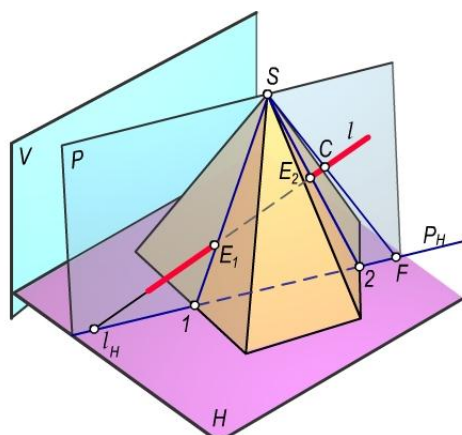
2-usul: To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish nuqtalarini, umumiy vaziyatdagi yordamchi tekislik vositasida yasash. Bunda umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish uchun markaziy yoki qiyshiq burchakli parallel proyeksiyalash usullarining biridan foydalaniladi. Bunda to'g'ri chiziqni ko'pyoqlik sirtiga kirish va chiqish nuqtalarini yasash algoritmi quyidagicha:

- berilgan to'g'ri chiziq orqali sirtning asosini kesuvchi umumiy vaziyatdagi yordamchi tekislik o'tkaziladi;
- yordamchi tekislik bilan sirt asosi tomonlarining kesishish nuqtalari belgilanadi;
- bu nuqtalar orqali yordamchi tekislik bilan sirt yon yoqlarining kesishish chiziqlari aniqlanadi;
- bu chiziqlar berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishib sirtga tegishli kirish va chiqish nuqtalarni hosil qiladi.

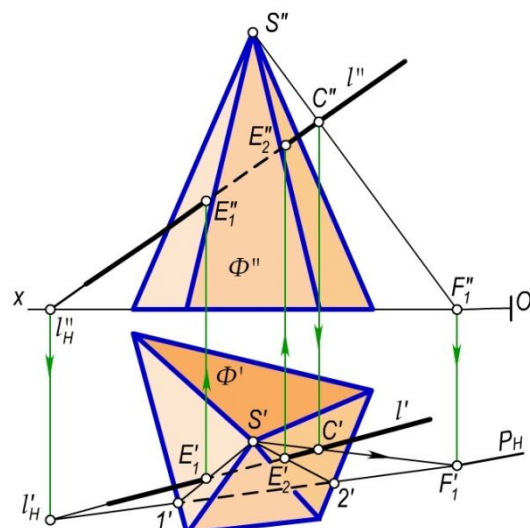
Rasmda $\ell(\ell', \ell'')$ to'g'ri chiziq bilan $\square(\square', \square'')$ piramidaning o'zaro kesishish nuqtasini yasash tasvirlangan. Bunda piramidaning S uchi va ℓ to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi umumiy vaziyatdagi P tekislikning R_N izini o'tkazish uchun:

- berilgan ℓ to'g'ri chiziqning gorizontaal ℓ'_H izi yasaladi;
- piramidaning S uchidan ℓ to'g'ri chiziqni ixtiyoriy $S(C', C'')$ nuqtada kesib o'tuvchi $SC(S'C', S''C'')$ to'g'ri chiziq o'tkazib uning ham gorizontaal F'_1 izi yasaladi;
- ℓ'_H va F'_1 izlar orqali piramidani asosini kesuvchi umumiy vaziyatdagi P tekislikning gorizontaal P_H izini o'tkazamiz. P_H bilan piramida asosining kesishish nuqtalari $1'$ va $2'$ ni belgilanadi.
- S' nuqtani $1'$ va $2'$ nuqtalar bilan birlashtirib, P tekislik bilan piramidaning kesishish chizig'i $\Delta S'1'2'$ ni yasaladi;
- $\Delta S'1'2'$ bilan ℓ' to'g'ri chiziqning o'zaro uchrashish E'_1 va ye'_2 nuqtalarini belgilanadi. Bu nuqtalardan foydalanib ularning frontal E''_1 va ye''_2 proyeksiyalari

aniqlanadi. Hosil bo'lgan E_1 va E_2 nuqtalar ℓ to'g'ri chiziq bilan $\square$ piramida sirtining kesishishidagi kirish va chiqish nuqtalari bo'ladi.



a)



b)

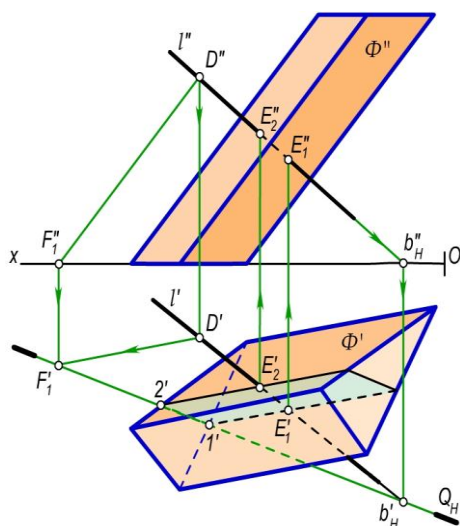
Yuqorida bayon etilgan usulni yordamchi markaziy proyeksiyalash usuli deb ham ataladi. Bu usuldan to'g'ri chiziq bilan konus sirtining kesishish nuqtalarini yasashda ham foydalaniladi. Prizma yoki silindr sirtlari bilan to'g'ri chiziqning kesishuv nuqtalarini yasashda ham umumiy vaziyatdagi tekisliklaridan foydalangan qulay. Bunda berilgan to'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish nuqtalari berilgan to'g'ri chiziq orqali ko'pyoqlikning yon qirralariga parallel qilib o'tkazilgan umumiy vaziyatdagi tekislik vositasida aniqlanadi.

Proyeksiyalash yo'nalishi ko'pyoqlik qirralariga parallel bo'lgani uchun uni *qiyshiq burchakli yordamchi parallel proyeksiyalash usuli* deb ham ataladi.

Rasmda og'ma vaziyatdagi $\square(\square', \square'')$ prizma sirti bilan $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqning o'zaro kesishish nuqtalarini yasash tasvirlangan. Bu misolni chizmada yechish

algoritmi quyidagicha:

- berilgan b to'g'ri chiziqning gorizontal $b_h(b'_h, b''_h)$ izi yasaladi;
- b to'g'ri chiziqning ixtiyoriy $D(D', D'')$ nuqtasidan prizmaning yon qirralariga parallel qilib to'g'ri chiziq o'tkaziladi va



uning ham gorizontal $F_1(F'_1, F''_1)$ izi aniqlanadi.

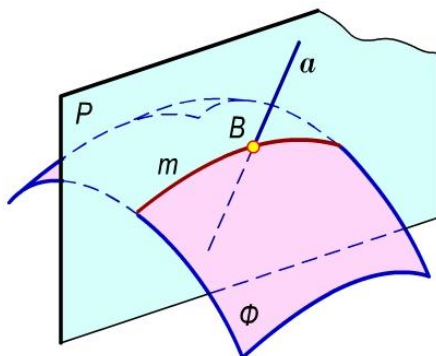
- b'_h va F'_1 izlar orqali, prizmaning qirralariga parallel kesuvchi umumiy vaziyatdagi Q tekislikning Q_H izi o'tkaziladi. Bu tekislik prizmaning asosini $1'$ va $2'$ nuqtalarda kesadi. Ushbu nuqtalaridan prizma qirralariga parallel o'tkazilgan kesim chiziqlari l' to'g'ri chiziqni E'_1 va ye'_2 nuqtalarida kesadi. Bu nuqtalarning frontal proyeksiyalari E''_1 va ye''_2 nuqtalar, l'' to'g'ri chiziqda aniqlanadi. Natijada, to'g'ri chiziqni prizma sirti bilan kesishishidagi kirish va chiqish nuqtalari hosil bo'ladi.

Sirtlarni to'g'ri chiziq bilan kesishishi

To'g'ri chiziq bilan sirtlarning kesishish nuqtalari sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasashga asoslanib topiladi. Umuman, biror a to'g'ri chiziq bilan Φ sirtning kesishish nuqtasi quyidagicha aniqlanadi:

- Berilgan a to'g'ri chiziq orqali ixtiyoriy yordamchi P tekislik o'tkaziladi. $P \supset a$.
- Φ sirt bilan P tekislikning kesishish chizig'i m yasaladi. $\Phi \cap P = m$.
- m chiziq bilan berilgan a to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi B belgilab olinadi: $a \cap m = B$.

Ma'lumki, berilgan to'g'ri chiziq orqali istalgancha tekislik o'tkazish mumkin. Masalalarni osonroq yechish uchun to'g'ri chiziq orqali yordamchi tekislik proyeksiyalovchi vaziyatda o'tkaziladi. Bu holda masalaning yechilishi soddalashadi. Berilgan sirt silindrik yoki konus sirt bo'lganda, to'g'ri chiziq orqali silindr yasovchilariga parallel yoki konus uchidan umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish qulay.



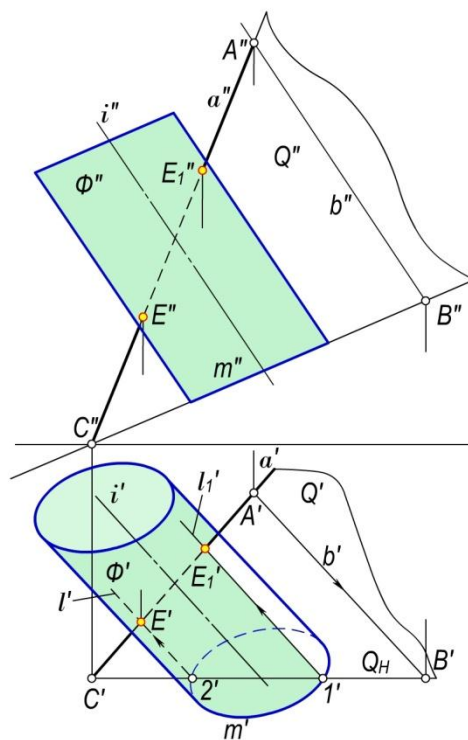
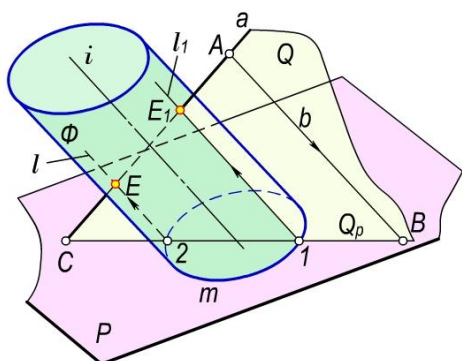
1-masala. Berilgan α to'g'ri chiziq bilan $\square$ og'ma elliptik silindrning kesishish nuqtalari yasalsin.

Yechish. Kesishish nuqtalari E va E_1 larni yasash quyidagicha bajariladi:

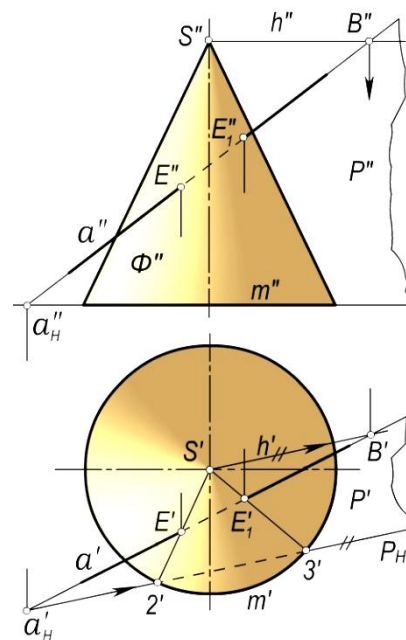
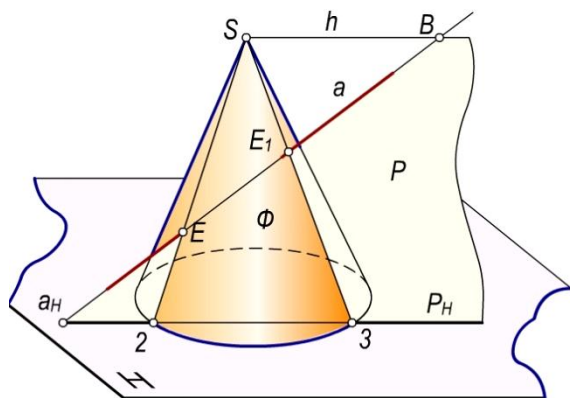
- berilgan α to'g'ri chiziq orqali silindrning yasovchilariga parallel qilib ixtiyoriy Q tekislik o'tkaziladi. Buning uchun α to'g'ri chiziqqa tegishli ixtiyoriy A nuqtani belgilab olib, u orqali b to'g'ri chiziqni silindrning yasovchilariga parallel qilib o'tkaziladi. Kesishuvchi a va b to'g'ri chiziqlar yordamchi Q tekislikni ifodalaydi;
- Q tekislik bilan $\square$ silindrning kesishish chiziqlari ℓ va ℓ_1 yasovchilar yasaladi. Buning uchun Q tekislik va silindrning asos tekisligi P ning o'zaro kesishish chizig'i BC yasaladi. BC to'g'ri chiziqning silindr asosi m bilan kesishish nuqtalari 1 va 2 orqali ℓ va ℓ_1 yasovchilar (kesishish chiziqlari) o'tkaziladi;
- berilgan α to'g'ri chiziq bilan ℓ va ℓ_1 yasovchilarning kesishish nuqtalari E va E_1 belgilab olinadi.

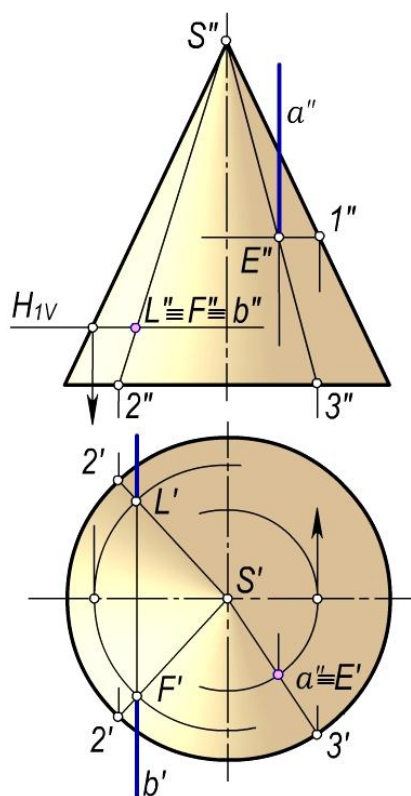
2-masala. Asosi H tekislikka tegishli bo'lgan to'g'ri doiraviy konus sirti bilan α to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari aniqlansin.

Yechish. Bu holda α to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi yordamchi tekislik konusning uchidan o'tkaziladi.



Rasmlarda bunday **P** tekislik o'zaro kesishuvchi **a** va **h** to'g'ri chiziqlar orqali berilgan. Bunda **h** gorizontol to'g'ri chiziq konusning **S** uchidan o'tkazilgan: $h \ni S$. Ushbu **h** gorizontol to'g'ri chiziq berilgan **a** to'g'ri chiziq bilan **B** nuqtada kesishadi.





P tekislikning P_H gorizontal izini yasab olamiz. Buning uchun a to'g'ri chiziqning a_H (a_H' , a_H'') gorizontal izini topib, u orqali gorizontaling gorizontal proyeksiyasi h ga parallel qilib P_H iz o'tkaziladi. Konusning m' asosi tekislikning P_H izi bilan $2'$ va $3'$ nuqtalarda kesishadi. $2'$ va $3'$ nuqtalarni S' bilan tutashtirib, $S'2'$ va $S'3'$ yasovchilar hosil qilinadi. Bu yasovchilar a' to'g'ri chiziq bilan kesishib, E' va E_1' nuqtalarni xosil qiladi. E' va E_1' nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlari o'tkazilib, a'' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E'' va E_1'' belgilab olinadi.

3-masala. Xususiy holda berilgan $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlarning to'g'ri doiraviy

konus bilan kesishish nuqtalari aniqlansin.

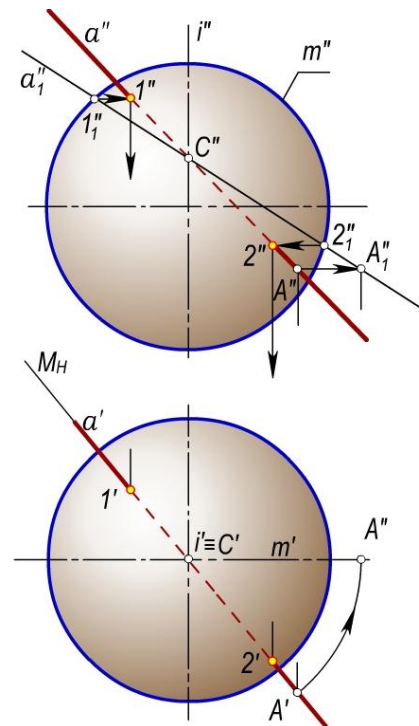
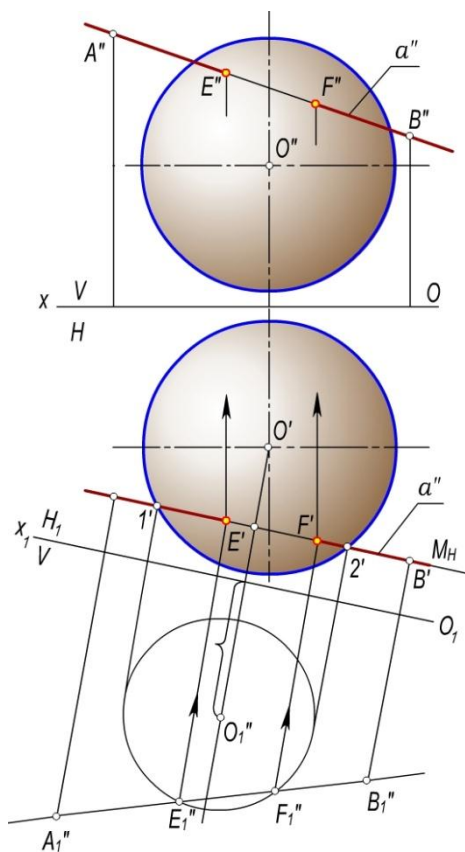
Yechish. Berilgan a to'g'ri chiziq gorizontal proyeksiyalovchi, b to'g'ri chiziq frontal proyeksiyalovchi bo'lganligi sababli kesishish nuqtalarining bittadan proyeksiyalari E' va $F'' \equiv L''$ (mos ravishda gorizontal va frontal proyeksiyalari) ma'lum bo'lib qoladi. Bu nuqtalar orqali o'tuvchi yasovchilarning avvalo $S'3'$, $S''2'' \equiv S''2_1''$, so'ngra $S''3''$, $S'2'$ va $S'2_1'$ proyeksiyalari o'tkaziladi. a'' va $S''3''$ larning o'zaro kesishish nuqtasi E'' hamda b' bilan $S'2'$ va $S'2_1'$ larning kesishish nuqtalari F' va L' belgilab olinadi.

4-masala. To'g'ri chiziqning sfera bilan kesishish nuqtalari aniqlansin.

Yechish. Berilgan $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning sfera bilan kesishish nuqtalarini yasash uchun bu to'g'ri chiziq orqali $M(M_n)$ gorizontal proyeksiyalovchi tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik sferani diametri $1'2'$ kesmaga teng bo'lgan aylana bo'yicha kesadi. $1'2'$ diametrli aylananing gorizontal proyeksiyasi tekislikning M_H izi bilan ustma-ust tushadi: $1'2' \equiv M_H$.

Berilgan α to'g'ri chiziq bilan 12 diametrli aylananing kesishish nuqtalari E va F larning proyeksiyalari quyidagicha yasaladi: V tekislik M ga parallel bo'lgan ixtiyoriy V_1 tekislik bilan almashtiriladi. Berilgan α to'g'richiziq va 12 diametrli aylanani V_1 tekislikka proyeksiyalar tekisliklarini almashtirish usuliga asosan proyeksiyalanadi. Hosil bo'lgan O_1'' markazli aylana va α'' to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari E'' va F'' lar belgilab olinadi. Bu nuqtalardan O_1X_1 proyeksiyalar o'qiga perpendikulyarlar o'tkazilib, ularning α' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E' va F' lar aniqlanadi. Bu nuqtalardan esa OX o'qiga perpendikulyarlar chiqarilib, ularning α'' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E'' va F'' lar belgilab olinadi.

Agar $\alpha(\alpha', \alpha'')$ to'g'ri chiziq biror aylanish sirtining aylanish o'qi bilan kesishadigan vaziyatda berilgan bo'lsa, u holda to'g'ri chiziqni bu o'q atrofida aylantirib, uning aylanish sirti bilan kesishish nuqtalarini osongina yasash mumkin. Berilgan $\alpha(\alpha', \alpha'')$ to'g'ri chiziq orqali o'tgan gorizontaal proyeksiyalovchi $M(M_H)$ tekislik sferani $m(m', m'')$ meridiani (aylana) bo'yicha kesadi (chizmada m'' ko'rsatilmagan). Bu meridian frontal tekislikka ellips bo'lib proyeksiyalanadi. Bu ellipsni chizmaslik maqsadida $m(m', m'')$ meridian va $\alpha(\alpha', \alpha'')$ to'g'ri chiziq sirtning $i(i', i'')$ o'qi atrofida frontal vaziyatga kelguncha aylantiriladi. U holda $\alpha(\alpha', \alpha'')$ to'g'ri chiziq $\alpha_1(\alpha_1', \alpha_1'')$ vaziyatga, $m(m', m'')$ meridian esa $m_1(m_1', m_1'')$ vaziyatga keladi. α_1'' to'g'ri chiziq bilan m_1'' bosh meridianning kesishish nuqtalari $1_1'', 2_1''$ lar yordamida $1'', 2''$ hamda $1', 2'$ nuqtalar belgilab olinadi.



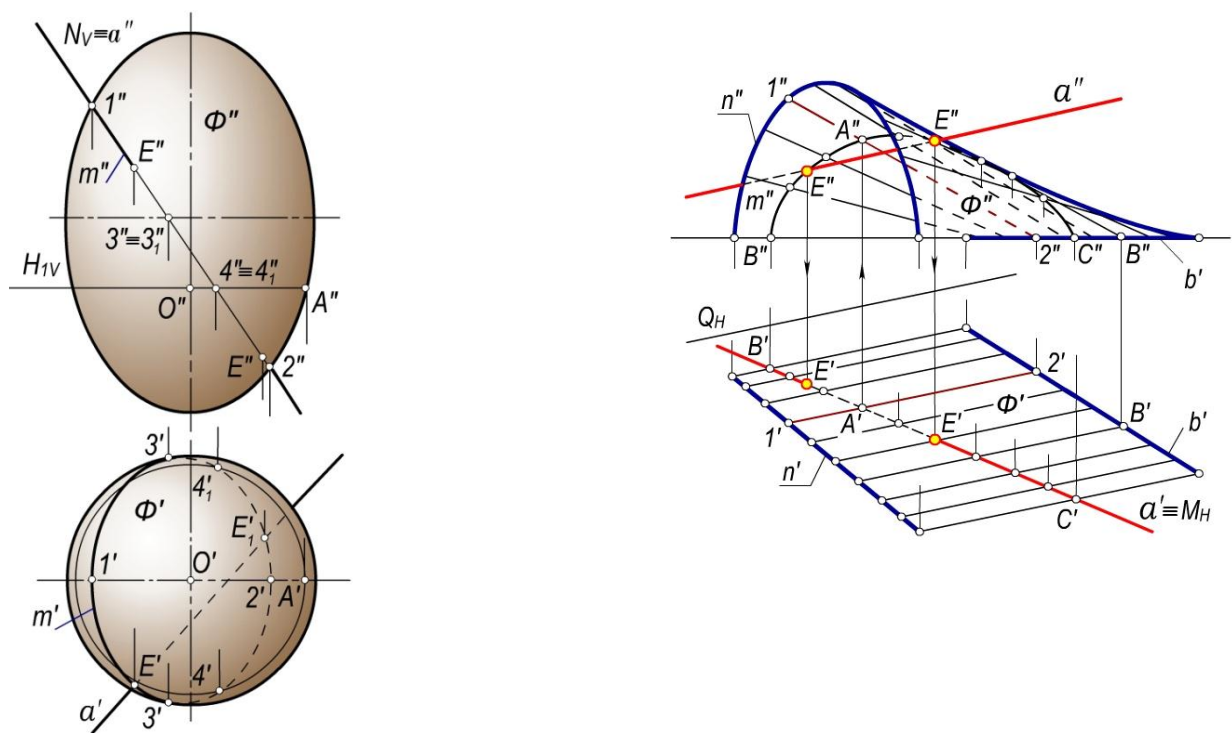
5-masala. Umumiy vaziyatdagi $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqlarning $\square(\square', \square'')$ aylanma ellipsoid bilan kesishish nuqtalari $E(E', E'')$, $E_1(E_1', E_1'')$ aniqlansin.

Yechish. Bunda a to'g'ri chiziqlarning ellipsoid aylanish o'qi bilan kesishmaydigan vaziyati berilgan. Agar berilgan a to'g'ri chiziq ellipsoidning aylanish o'qi bilan kesishadigan bo'lsa, u holda bunday masalani rasmda ko'rsatilgandek yechishimiz mumkin. Berilgan a to'g'ri chiziqlarning ellipsoid bilan kesishish nuqtalari E va E_1 larni yasash uchun to'g'ri chiziq orqali frontal proyeksiyalovchi $N(N_V)$ tekislik o'tkaziladi. $N(N_V)$ tekislikning ellipsoid bilan kesishish chizig'i $m(m', m'')$ yasaladi. Bu chiziqlarning berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishuvida izlanayotgan nuqtalar hosil bo'ladi. Tekislikning N_V frontal izi, to'g'ri chiziqlarning a'' frontal proyeksiyasi va kesishish chizig'ining frontal proyeksiyasi m'' lar ustma-ust tushadi. Kesishish chizig'ining m' gorizontaal proyeksiyasini yasash uchun m'' ga tegishli ixtiyoriy nuqtalarni belgilab, ularning gorizontaal proyeksiyasini topish va ularni tekis egri chiziq bilan tutashtirish kerak. Ellipsoidning frontal konturiga tegishli $1(1', 1'')$ va $2(2', 2'')$ nuqtalarning gorizontaal proyeksiyalari $1'$ va $2'$ nuqtalar bevosita belgilab

olinadi. Ixtiyoriy olingan $4(4', 4'')$ va $4_1(4'_1, 4''_1)$ nuqtalarning $4'$ va $4'_1$ gorizontal proyeksiyalarini yasash uchun $4'' = 4''_1$ nuqta orqali gorizontal tekislikning frontal izi H_{1V} o'tkaziladi. So'ngra gorizontal proyeksiyada radiusi $0'A' = 0''A''$ bo'lgan aylana chizamiz. $4 = 4''$ nuqtadan proyeksion bog'lanish chizig'ini tushirib, $0'A'$ radiusli aylana bilan kesishish nuqtalari $4'$ va $4'_1$ lar belgilab olinadi. Qolgan nuqtalarning gorizontal proyeksiyalari ham xuddi shunday yasaladi. a to'g'ri chiziq va m kesishish chizig'ining gorizontal proyeksiyalari a', m' o'zaro kesishib E' va E'_1 nuqtalarni xosil qiladi. E' va E'_1 nuqtalardan proyeksion bog'lanish chiziqlarini chiqarib, ularning a'' frontal proyeksiya bilan kesishuvida E'' va E''_1 nuqtalar hosil qilinadi.

6-masala. $n(n', n'')$ va $b(b', b'')$ yo'naltiruvchilari va $Q(Qn)$ parallellizm tekisligi bilan berilgan konoidning $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalarini proyeksiyalari yasalsin.

Yechish. Bunda berilgan to'g'ri chiziq orqali gorizontal proyeksiyalovchi $M(Mn)$ tekislik o'tkaziladi. Uning konoid bilan kesishish chizig'i $m(m', m'')$ yasaladi. $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq va $m(m', m'')$ chiziqning o'zaro kesishish nuqtalari $E(E', E'')$ va $E_1(E'_1, E''_1)$ lar belgilab olinadi.



16 Ma'ruza

Sirtlarning tekislik bilan kesishishi

Ko'pyoqliklarni tekislik bilan kesilganda kesimda ko'pburchak hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan ko'pburchakning uchlari, ko'pyoqlik qirralarining kesuvchi tekislik bilan kesishgan nuqtalari bo'ladi.

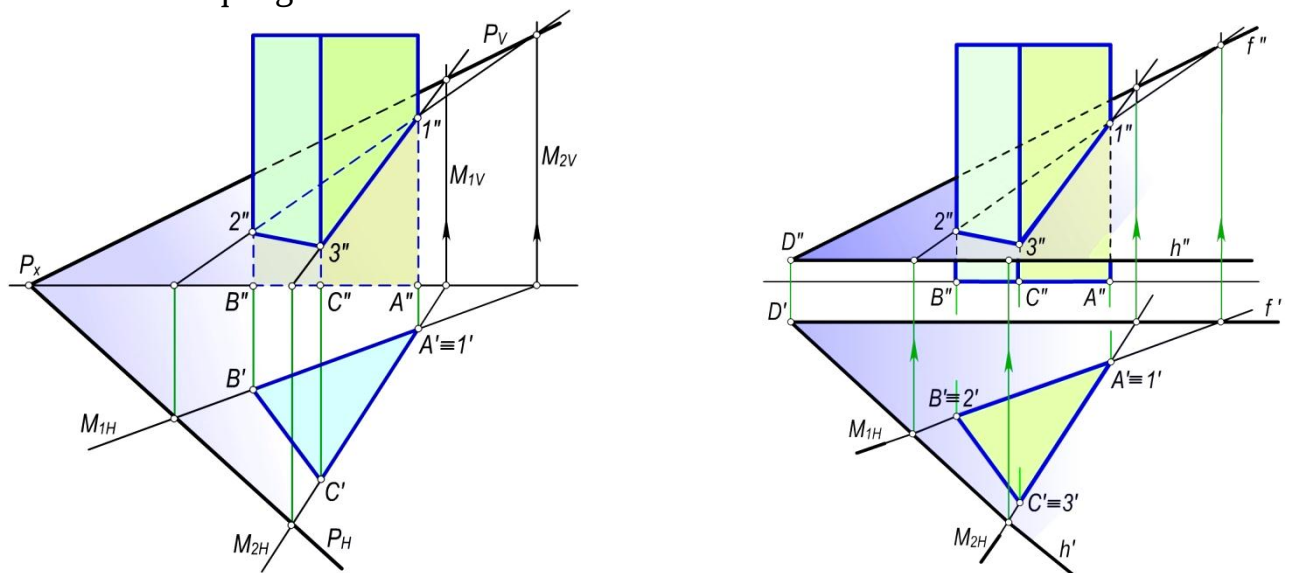
Kesimning tomonlari esa ko'pyoqlik yoqlarining kesuvchi tekislik bilan kesishish chiziqlari bo'ladi. Ko'pyoqlikning tekislik bilan kesilgan qismini quyidagi uch usul bilan yasash mumkin:

- kesim tomonlarini, ya'ni ko'pyoqlik yoqlarining kesuvchi tekislik bilan kesishish chizig'ini, yasash usuli.
- kesim uchlari, ya'ni ko'pyoqlik qirralarining kesuvchi tekislik bilan kesishgan nuqtasini yasash usuli.
- aralash usul, bunda yuqoridagi ikkala usuldan foydalaniladi.

Bu usullardan qaysi birini qo'llash ko'pyoqlik va tekislikni tekis chizmada berilishiga qarab tanlanadi.

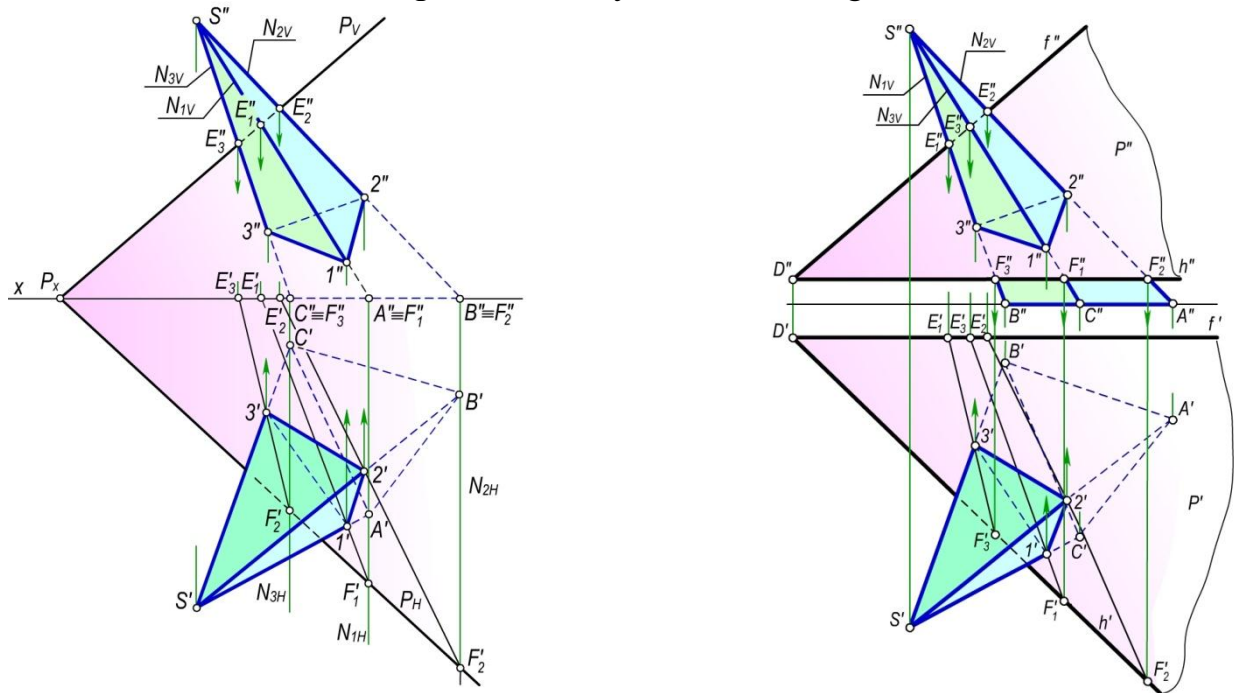
6.2.1. Kesim tomonlarini yasash usuli. Bu usul ikki tekislikning kesishish chizig'ini yasash algoritmini bir necha marta takrorlash asosida bajariladi. Bu usuldan proyeksiyalovchi vaziyatdagi prizmaning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasashda foydalanish juda qulaydir. Rasmda uch yoqlik to'g'ri prizmaning umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishuvidan hosil bo'lgan kesimning proyeksiyalari yasalgan.

Bunda prizmaning yon yoqlari orqali $M_1(M_{1H}, M_{1V})$ va $M_2(M_{2H}, M_{2V})$ gorizontal proyeksiyalovchi tekisliklar o'tkazilgan. Bu tekisliklarni berilgan P tekislik bilan kesishgan chiziqlari yordamida kesim yuzasining $12(1'2', 1''2'')$, $13(1'3', 1''3'')$ tomonlari aniqlangan.



Aynan shu prizmani, o'zaro kesishuvchi $h(h', h'')$ va $f(f', f'')$ to'g'ri chiziqlar orqali berilgan $P(P', P'')$ tekislik bilan kesishuv chizig'ini yasash 6.12-rasmda ko'rsatilgan. Bunda kesishish chiziqlari prizma yoqlari orqali o'tkazilgan $M_1(M_{1H})$ va $M_2(M_{2H})$ gorizontal proyeksiyalovchi tekisliklar vositasida kesim yuzasining $\Delta 123(1'2'3', 1''2''3'')$ proyeksiyalari yasalgan.

Kesim uchlarini yasash usuli. Bu usul 1-usulga nisbatan umumiyroq hisoblanib, to'g'ri chiziq bilan tekislikning kesishish nuqtasini yasash algoritmi asosida bajariladi. Rasmlarda asosi N proyeksiyalar tekisligida bo'lgan $SABC$ ($S'A'B'C'$, $S''A''B''C''$) piramidani, izlari orqali berilgan $R(P_V, P_H)$ tekislik va kesishuvchi chiziqlar (h va f) proyeksiyalari orqali berilgan umumiy vaziyatdagi $P(P', P'')$ tekislik bilan kesishishdan hosil bo'lgan kesimini yasash ko'rsatilgan.

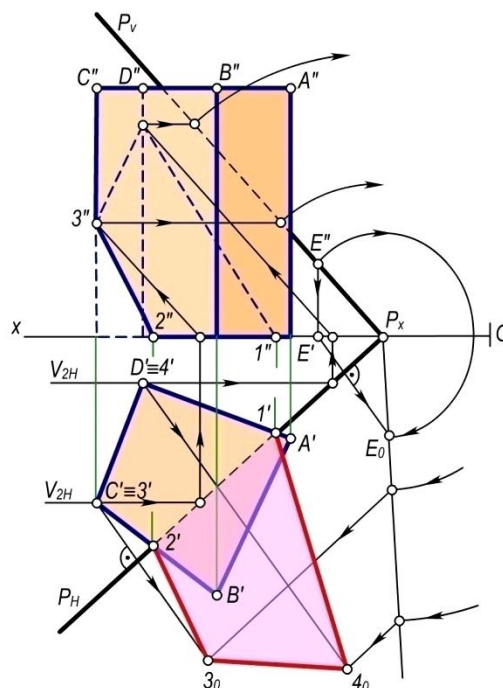
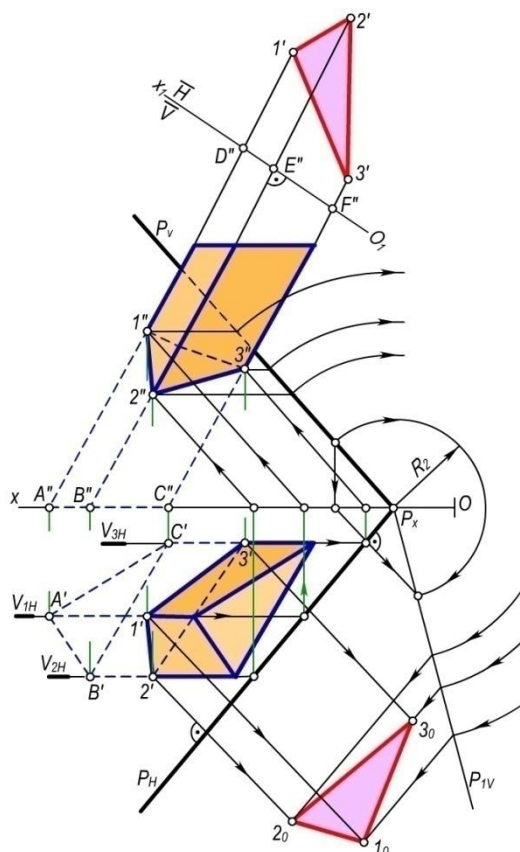


Bunda kesim proyeksiyalari $\Delta 1'2'3'$ va $\Delta 1''2''3''$ ni yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi:

- SA , SB , SC qirralar orqali yordamchi N_1 , N_2 , N_3 frontal proyeksiyalovchi tekisliklar o'tkaziladi;
- bu tekisliklarning P tekislik bilan kesishgan chiziqlari E_1F_1 , E_2F_2 , E_3F_3 ning proyeksiyalari yasaladi;
- kesishuv chiziqlari E_1F_1 , E_2F_2 , E_3F_3 bilan piramida qirralari SA , SB , SC ning mos ravishda kesishuv nuqtalari 1 , 2 , 3 larni proyeksiyalari aniqlanadi;
- hosil qilingan 1 , 2 , 3 nuqtalar o'zaro birlashtirilib, kesim yuzasining proyeksiyalari $\Delta 1'2'3'$ va $\Delta 1''2''3''$ yasaladi.

Rasmda aynan shu usul bilan og'ma prizmaning umumiy holatdagi $P(P_V, P_H)$ tekislik bilan kesishish chizig'ini proyeksiyalarini yasash prizma qirralari orqali V_1 , V_2 va V_3 yordamchi frontal tekisliklar o'tkazish bilan aniqlash ko'rsatilgan. Kesim yuzasi $\Delta 123$ ning haqiqiy kattaligi P ni P_H izi atrofida aylantirib H ga jipslashtirish usuli bilan aniqlangan.

Rasmda to'g'ri prizmaning umumiy vaziyatdagi $R(P_V, P_H)$ tekislik bilan kesishish chizig'ining proyeksiyalarini yasash ko'rsatilgan. Kesimning $1(1', 1'')$ va $2(2', 2'')$ nuqtalari bevosita prizma asosi bilan R tekislikning P_n izi kesishgan nuqtalarida yotadi. C va D qirralar orqali o'tkazilgan yordamchi kesuvchi $V_1(V_{1H})$, $V_2(V_{2H})$ frontal tekisliklar vositasida $3, 4$ nuqtalar proyeksiyalari aniqlangan. Kesim yuzasining haqiqiy kattaligi R tekislikni uning P_N izi atrofida aylantirib N ga jipslashtirish usulida yasalgan.



Agar ko'pyoqliklar proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesishsa, ularning kesim yuzasini proyeksiyalarini yasash yanada osonlashadi, chunki bunda kesim yuzaning bir proyeksiyasi proyeksiyalovchi tekislik izida bo'ladi. Rasmda og'ma piramidaning frontal proyeksiyalovchi $N(N_H, N_V)$ tekislik bilan kesishgan va kesim yuzasini va uning haqiqiy kattaligini yasash ko'rsatilgan. Rasmda uchyoqli piramidani $N_1(N_{1V})$ va $N_1(N_{2V})$ frontal proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesib, kesimda hosil bo'lgan o'yiq qismining gorizontaal proyeksiyasini yasash ko'rsatilgan. Kesim yuzasi proyeksiyalarini yasash yo'llarini chizmadan tushunib olish qiyin emas.

SIRTLARNING YOYILMALARINI YASASH

Sirtning egilish deformatsiyasi yordamida tekislikka aylantirish mumkin bo'lsa, bunday sirt yoyiladigan sirt deyiladi. Sirtning biror bo'lagi tekislikning ma'lum bir sohasiga yoyilishi mumkin. Masalan, silindrik sirt tekislikning o'zaro parallel ikki to'g'ri chizig'i orasidagi sohasida yoyiladi. Konus sirti esa tekislikka tegishli ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi sohada yoyiladi.

Ta'rif. Sirtning biror bo'lagining cho'zilmasdan, yirtilmasdan tekislikka yoyilishidan hosil bo'lgan tekis shakl uning yoyilmasi deyiladi.

Yoyiladigan sirtlarga to'g'ri chiziqli sirtlardan faqat yondosh yasovchilari xos yoki xosmas nuqtalarda kesishadigan sirtlar kiradi.

Torslarda yondosh yasovchilarning kesishish nuqtalari qaytish qirrasida, konus sirtlarda esa uning uchida va silindrik sirtlarda cheksiz uzoqlikdagi nuqtada bo'ladi.

Sirtlarning yoyilmalarini yasash muhandislik amaliyotida katta ahamiyatga ega. Mashinasozlik, samolyotsozlik va qurilishda turli-tuman konstruksiyalarning shakllarini hosil qilish uchun yaxlit listlarda sirtlarning yoyilmalari yasaliib, ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan turli andozalar yasaladi.

Sirtlarning yoyilmalarini yasashda uchburchaklar, dumalatish va normal kesim usullari mavjud.

Uchburchaklar usuli bilan qirrali sirtlar, konus va tors sirtlarning yoyilmalari yasaladi. Dumalatish usuli bilan proyeksiyalar tekisliklariga nisbatan og'ma vaziyatda berilgan qirrali, konus va silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash qulaydir. Yasovchilari yoki qirralari proyeksiya tekisliklariga nisbatan og'ma vaziyatda bo'lgan silindrik yoki prizmatik sirtlarning yoyilmalarini normal kesim usulida yasash osonroqdir.

Yoyilmaydigan sirtlarning yoyilmalari taqriban yasaladi.

Sirt va uning yoyilmasi elementlari orasida qo'yidagi o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan bo'lishi kerak, ya'ni sirtga tegishli har bir nuqta va shaklga, shu sirt yoyilmasiga tegishli nuqta va shakl mos keladi yoki aksincha, yoyilmaga tegishli har bir nuqta va shaklga sirtga tegishli nuqta va figura mos kelishi kerak (10.1-rasm). Bu moslikka asosan qo'yidagi xossalarni keltirish mumkin.

1-xossa. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yoylarning uzunliklari o'zaro teng bo'ladi: $l = l_0$.

Natija. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yopiq egri chiziqlar bir xil yuzaga ega bo'ladi: $S_m = S_{m_0}$.

2-xossa. Sirtga tegishli ikki chiziq orasidagi burchak yoyilmaga tegishli mos chiziqlar orasidagi burchakka tengdir: $\varphi = \varphi_0$.

3-xossa. Sirtga tegishli to'g'ri chiziqqa yoyilmada ham to'g'ri chiziq mos keladi. Ammo yoyilmaga tegishli to'g'ri chiziqqa sirtning biror to'g'ri chizig'i hamma vaqt ham mos kelmaydi.

4-xossa. Sirtga tegishli o'zaro parallel to'g'ri chiziqlarga yoyilmada ham o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar mos keladi.

5-xossa. Agar sirtga tegishli egri chiziqqa yoyilmada to'g'ri chiziq mos kelsa, bunday chiziq sirtning **geodezik chizig'i** deyiladi. Rasmda ko'rsatilgan sirtning **BC**chizig'iuning geodezik chizig'i bo'la oladi.

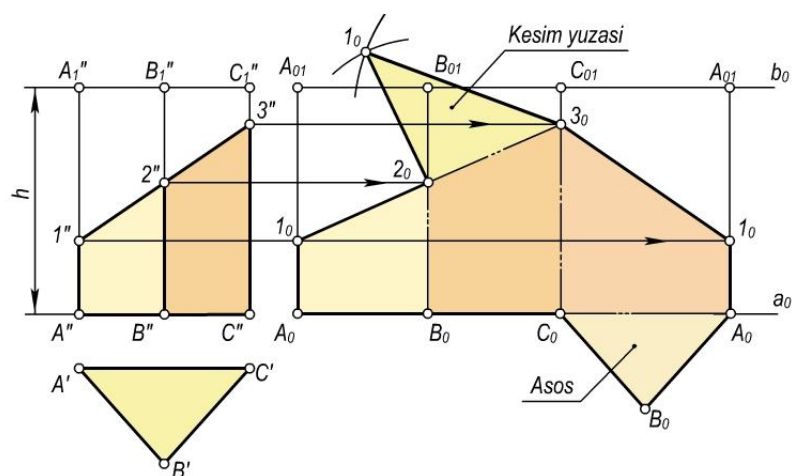
Ta'rif. Sirtga tegishli ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofada tutashtiruvchi chiziq sirtning *geodezik chizig'i* deb ataladi.

Sirtning yoyilmasini yasash deganda uni yirtmasdan, uzmasdan yoki g'ijimlamasdan faqat egib bir tekislikka jipslashtirish tushuniladi. Albatta bunday jarayon sirtning biror chizig'i (qirrasi, yasovchilari va shu kabilar) bo'yicha kesib amalga oshirilishi mumkin. Lekin amaliyotda sirtlarning yoyilmalari yasalib, so'ngra egish deformasiyasi yordamida bu yoyilmalardan kerakli konstruksiyalar yasaladi. Shuning uchun ham sirtlarning yoyilmalarini tekislik (qog'oz) da yasash muhim kasb etadi.

Ko'pyoqliklar yoyilmalari

Ko'pyoqliklar to'la yoyilmasini yasash uchun uning yon yoqlari va asoslarining yoyilmalari yasaladi. Bunday yoqlar (uchburchak yoki ko'pburchak) ni yoyilmada yasash ularga teng bo'lgan yoqlarni yasash demakdir. Bunday yoqlarni yoyilmada yasash uchun tomonlari ya'ni qirralarining xaqiqiy uzunliklari bo'lishi kerak. Agar ularning xaqiqiy uzunliklari chizmada bo'lmasa, ularni turli usullar orqali yasash mumkin.

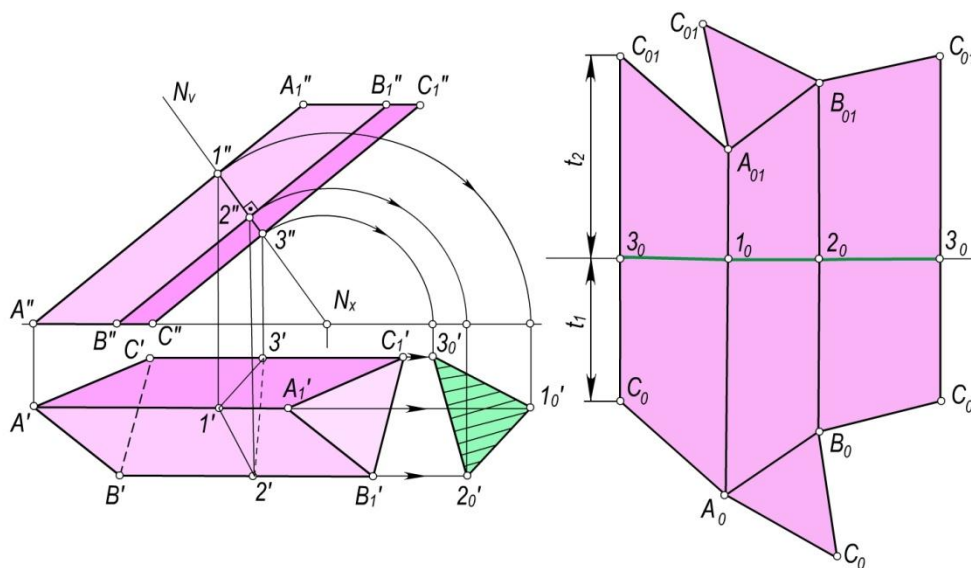
1-masala. Asosi **H** tekislikda yotgan uchburchakli to'g'ri prizmaning yoyilmasini yasash talab qilinsin



Yechish. Prizmaning yon qirralari frontal proyeksiyada, asosidagi qirralari esa gorizontaal proyeksiyada xaqiqiy uzunlikda tasvirlangan. Prizmaning yoyilmasini yasash uchun dastlab uning biror masalan, **AA₁** qirrasi bo'ylab xayolan kesish kerak. So'ngra uchta to'g'ri to'rtburchaklar (yon yoqlar) yonma-yon qo'yib yasaladi. Bu

to'rburchaklarning balandligi prizmaning balandligi h ga, asoslari esa mos ravishda $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Hosil bo'lgan yon sirtning yoyilmasiga asoslari qo'shiladi va prizmaning to'la yoyilmasi hosil bo'ladi.

Rasmlarda berilgan uch yoqli og'ma prizmaning yon qirralari frontal vaziyatda bo'lgani uchun ularning haqiqiy uzunliklari $A''A_1''$, $B''B_1''$ va $C''C_1''$ kesmalarga teng bo'ladi. Asoslari gorizontal vaziyatda bo'lganligi uchun asos qirralarining haqiqiy qiymati $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Bunday og'ma prizmaning yoyilmasini normal kesim usulida yasash qulay hisoblanadi. Buning uchun og'ma prizmaning yon qirralariga perpendikulyar qilib ixtiyoriy $N(N_V)$ tekislik o'tkaziladi. Normal kesim 123 uchburchakning proyeksiyalari ($1'2'3'$, $1''2''3''$) ni hosil qilinadi. So'ngra normal kesimning haqiqiy kattaligi $\Delta 1_0 2_0 3_0$ aylantirish usulida yasaladi



. Yoyilmani yasash uchun ixtiyoriy (bo'sh) joyda a_0 – yordamchi chiziqni ingichka qilib o'tkaziladi. Buchiziqqanormalkesimtomonlarninghaqiqiyuzunliklaribiror (masalan, 3_0) nuqtadanboshlabo'lchabqo'yiladi. Hosilbo'lgan 3_0 , 1_0 , 2_0 va 3_0 nuqtalardan a_0 chiziqqaperpendikulyarvaziyatdachiziqo'tkaziladi. Buchiziqlargaqirralarninghaqiqiyuzunliklario'lchabqo'yiladi. YOyilmada $C''3''=C_03_0$ va $3''C''=3_0C_0$ qirraningo'lchabqo'yilishiko'rsatilgan. Hosilbo'lganqirralarninguchlario'zarotutashtiriladi.Prizmayonsirti va asosining haqiqiy kattaligi yoyilmasiqo'shilibto'layoyilmahosil bo'ladi.

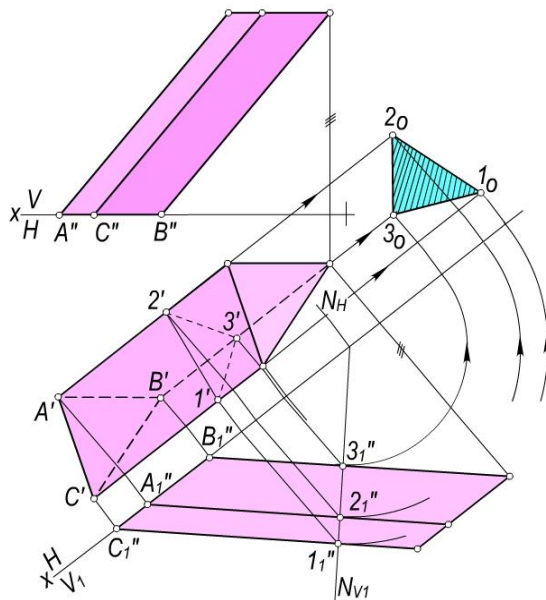
2-masala. Berilgan yon qirralari umumiy vaziyatda bo'lgan uch yoqli prizmaning yoyilmasini yasash talab etilsin.

Yechish. Mazkur masala yuqorida keltirilgan masala asosida yechiladi. Dastlab prizma qirralari va normal kesimining haqiqiy uzunliklarni yasash kerak bo'ladi.

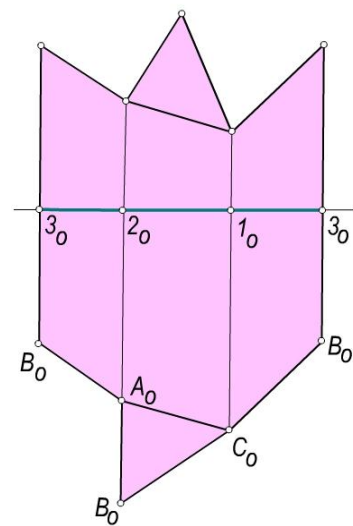
Buni esa proyeksiyalar tekisliklarini (prizma qirralariga parallel vaziyatda) almashtirish bilan amalga oshirish maqsadga muvofiqdir. Chizmadagi qolgan yasashlar va yoyilmaning hosil qilinishi ortiqcha tushuntirishlarni talab qilmaydi.

3-masala. Asosi H tekislikka tegishli bo'lgan uch yoqli og'ma piramidaning to'la yoyilmasi yasalsin.

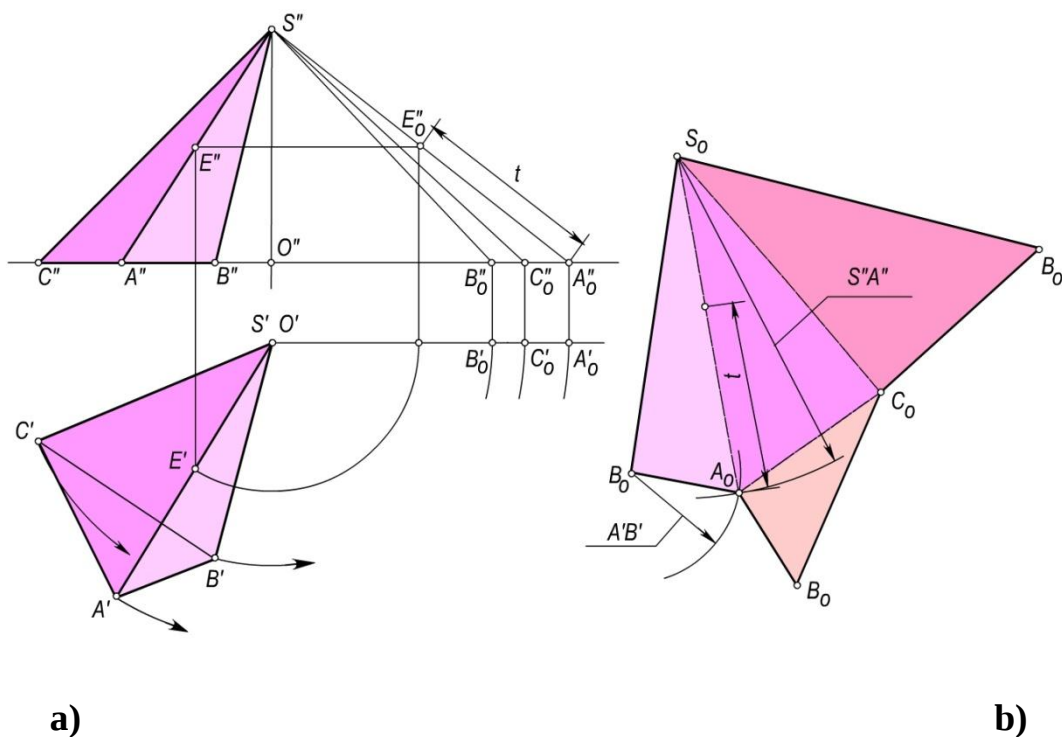
Yechish. Piramidakabi sirtlarning yoyilmalarini yasashda **uchburchak usulidan** foydalaniladi. Buning uchun dastlab piramida yon qirralarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Chizmada ular aylantirish usuli yordamida topilgan. Asos qirralarining haqiqiy uzunliklari $A'B'$, $B'C'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Piramida yon sirtining yoyilmasini yasash uchun chizmaning ixtiyoriy (bo'sh) joyida S_0 nuqta belgilab olinadi (10.5,b-rasm). Bu nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa $S_0B_0=S''B''$ kesma o'lchab qo'yiladi. Chunki piramida SB qirradi bo'yicha kesilgan deb faraz qilinadi. So'ngra markazi B_0 nuqtada, radiusi $B_0A_0=B'A'$ bo'lgan va markazi S_0 nuqtada, radiusi $S_0A_0=S''A_0''$ bo'lgan ikkita yoy chiziladi. Bu yoylarning kesishuvidan A_0 nuqta hosil bo'ladi. $S_0B_0A_0$ nuqtalar o'zaro tutashtirilib $\triangle ABC$ ning yoyilmadagi o'rni hosil qilinadi. Qolgan yon yoqlarning yoyilmalari ham shu tarzda yasaladi. Hosil bo'lgan yon sirtning yoyilmasiga piramida asosining yoyilmadagi o'rni qo'shilsa, piramida to'la sirtining yoyilmasi hosil bo'ladi.



a)



b)

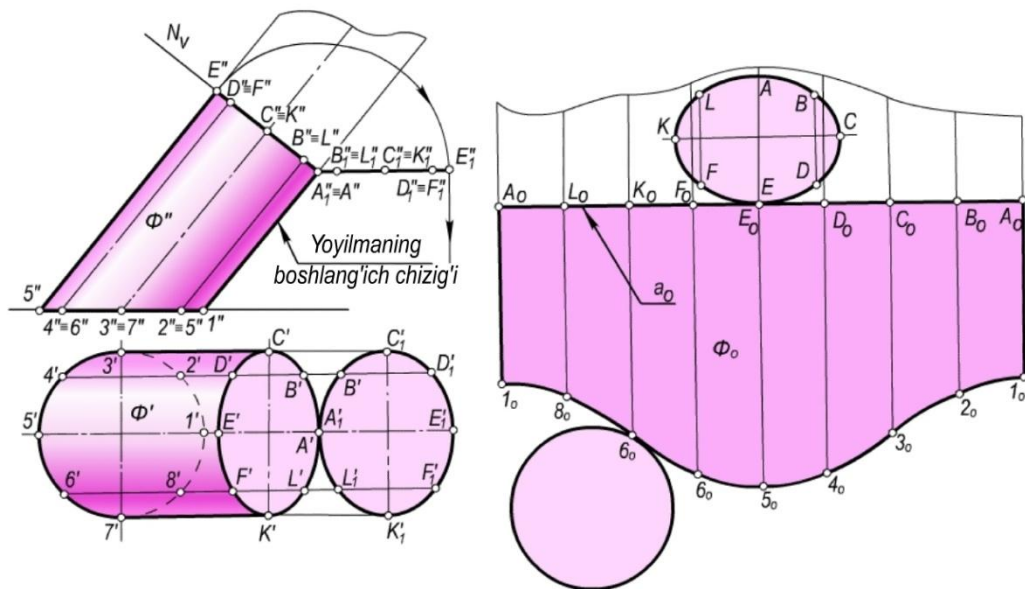


Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash

Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasashda nogʻmal kesim va dumalatish usullaridan foydalaniladi. Har ikkala usul bilan ham yoyilmani yasashda silindrik sirtni approksimasiya qilib prizmatik sirtga keltiriladi va masala prizmaning yoyilmasini yasash kabi bajariladi.

Umuman biror silindrning yoyilmasini yasash uchun: silindr yoyilmasida qatnashadigan yasovchilarning haqiqiy uzunliklari aniqlanadi; qoʻshni yasovchilar orasidagi asos yoʻllarining haqiqiy uzunliklari topiladi; planimetrik yasashlarga asosan silindr elementlari ketmaket yoyilmada yasaladi.

Rasmda yasovchilari frontal vaziyatda va asosi **H** tekislikda yotgan ogʻma, elliptik silindr tasvirlangan. Bunday silindrning yoyilmasi normal kesim usulida bajarilgan. Silindrik sirt prizmatik sirtga approksimasiya qilinadi. Buning uchun silindr asosini ixtiyoriy boʻlaklarga boʻlinadi (rasmda 8 ta teng boʻlakka boʻlingan).



Bu holda silindrni 8 yoqliprizmaga almashtiriladi. Silindrning yasovchilariga perpendikulyar bo'lgan $N(N_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'iyasaladi. Kesishish chizig'i, ya'ni normal kesimning haqiqiy kattaligi aylantirish usulida topiladi.

Silindri sirtning yoyilmasini yasash uchun chizma qog'ozining bo'sh joyida ixtiyoriy a_0 to'g'richiziq o'tkaziladi. Yoyilmaning boshlanish chizig'ideb 1A yasovchi olingan. a_0 to'g'richiziqqa uzunligi normal kesimning perimetriga teng bo'lgan $[A_0A_0]$ kesma o'lchab qo'yiladi. Bukesmaga A_0 nuqtadan boshlab $A_0L_0=A_0'L_0'$, $L_0K_0=L_0'K_0'$, $K_0F_0=K_0'F_0'$, ... kesmalar o'lchab qo'yilib oralqdagi $L_0, K_0, F_0, \dots$ nuqtalar aniqlanadi. Bunuqtalar orqali a_0 to'g'richiziqqa perpendikulyarlari o'tkaziladi. 10.6, a-rasmda silindri yasovchilarining frontal proyeksiyalari o'z haqiqiy uzunliklariga teng kanlikni ko'rish mumkin.

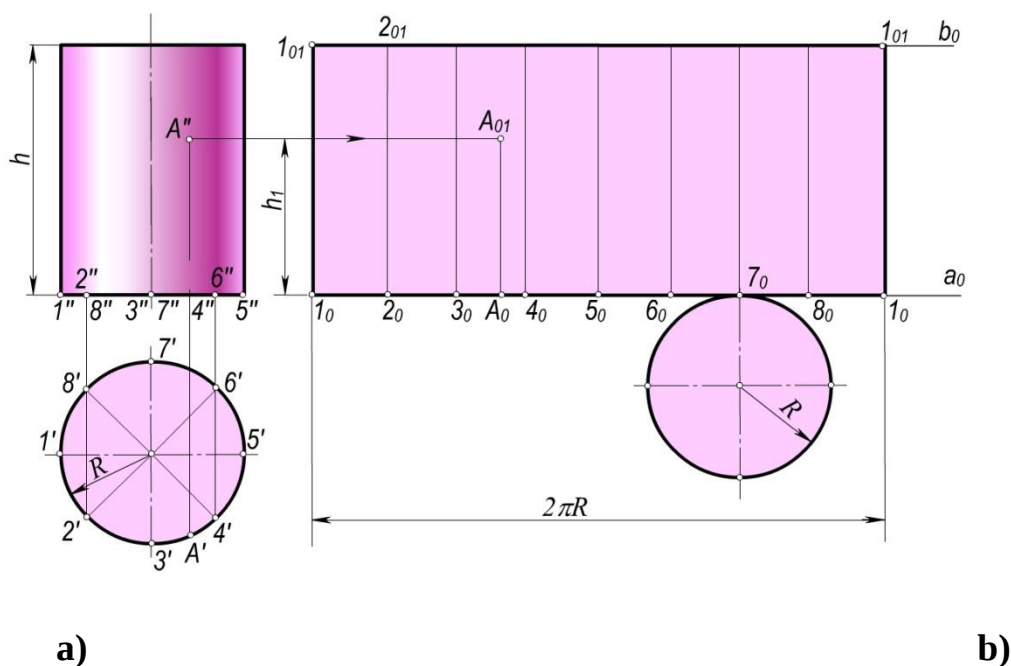
Shuning uchun yasovchilarning frontal proyeksiyadagi uzunliklari o'lchab olinib, yoyilma dagi mos perpendikulyarlarga qo'yiladi.

O'lchab qo'yilgan kesmalar ning ikkinchi uchlaritekisegrichiziq bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan Φ_0 figura silindr yon sirtining yoyilmasi bo'ladi. Φ_0 figura silindrning asosi va normal kesimning haqiqiy kattaligi bilan to'ldirilib, to'la yoyilma hosil qilinadi.

Asoslari aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy silindr yon sirtining yoyilmasi to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'lib, bunday to'rtburchakning tomonlari $2\pi R$ va h_0 ga teng bo'ladi. Bu yerda R – asosning radiusi, h – silindrning balandligi. Asosi H tekisligiga tegishli va o'qi unga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy silindrning to'la yoyilmasini yasash rasmda ko'rsatilgan.

Bunda silindrning $1_0 2_0$ ($1' 2', 1'' 2''$) yasovchisi yoyilmaning boshlanish chizig'ideb olingan.

Ixtiyoriy a_0 to'g'ri chiziq o'tkazib, unga $[1_0 1_0] - 2\pi R$ kesma o'lchab qo'yiladi va u teng 8 bo'lakka bo'linadi. Kesmaning har ikkala uchidan a_0 to'g'ri chiziqqa perpendikulyarlar chiqarilib, ularga $1_0 1_0 = h$ kesma, ya'ni silindrning balandligiga teng kesmalar o'lchab kuyiladi. Hosil bo'lgan $1_0 1_0 1_0 1_0$ to'g'ri to'rtburchak berilgan silindr yon sirtining yoyilmasi bo'lib, to'la yoyilmani yasash uchun $1_0 1_0$ va $2_0 2_0$ tomonlarga urinuvchi qilib silindrning asoslari chiziladi. Sirtga tegishli A nuqtaning yoyilmadagi o'rnini aniqlash 10.7, a, b-rasmdan ko'rinib turibdi. Bunda $3' \wedge A' = 3_0 A_0$, $A_0 A_{01} = h_1$, ya'ni A nuqtaning applikatasiga teng bo'ladi.

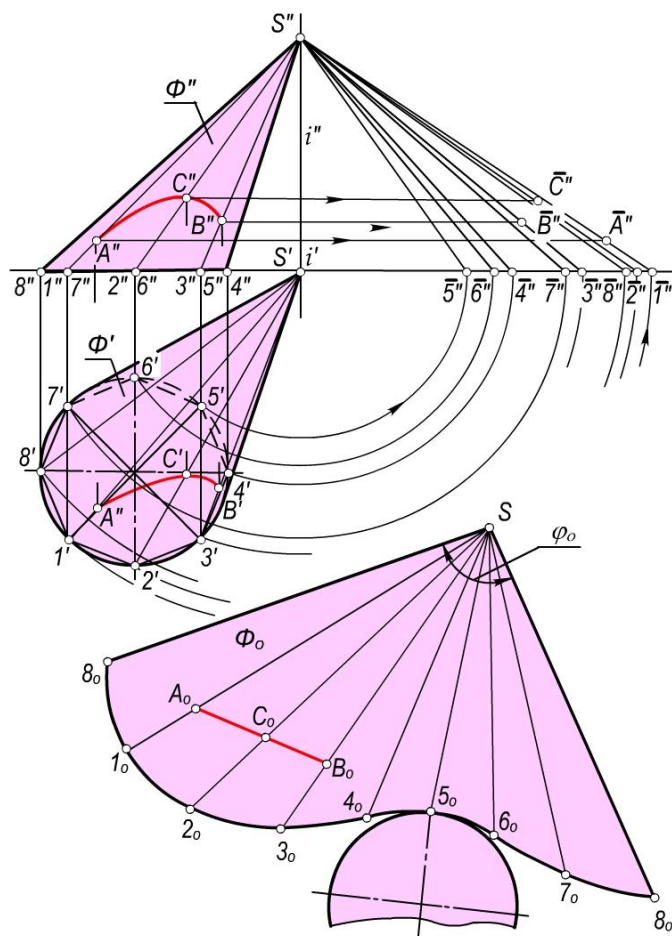


Konus sirtlarning yoyilmalarini yasash

Umumiy holdagi konus sirtining yoyilmasi ham piramida yoyilmasini yasashdagidek, uchburchaklar usuli bilan bajariladi. Buning uchun konus o'ziga ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaga approksimasiya qilinadi va shu piramidaning yoyilmasi konus sirtining yoyilmasi deb qabul qilinadi. Ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaning yoqlari qanchalik ko'p bo'lsa, konus sirtining yoyilmasi shunchalik aniq bo'ladi. Umuman, konusni yoyish uchun uning bir necha yasovchilarining haqiqiy uzunliklari va yunaltiruvchi egri chizig'i (yoki uning bo'laklarining) — asosining haqiqiy uzunligi topiladi. so'ngra konus yasovchilari va asosining bo'laklari birin ketin yoyilmaga ko'chiriladi.

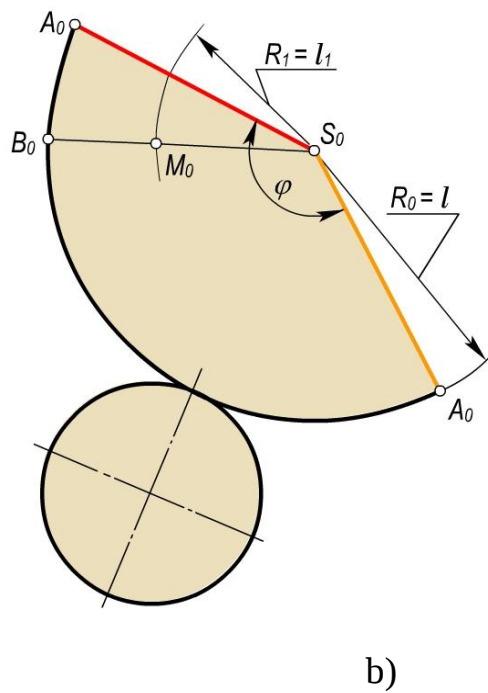
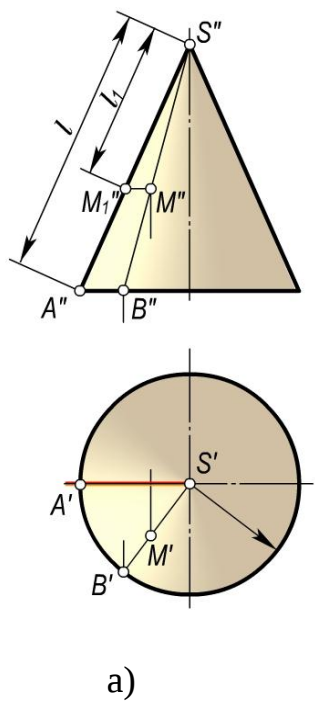
10.9, a-rasmda asosi H tekislikka tegishli $\square$ og'ma konus tasvirlangan. Bu konusning yoyilmasini yasashda uchburchaklar usulidan foydalanamiz. Konusni

o'ziga ichki chizilgan piramidaga approksimasiyalaymiz. Konus yasovchilari yoki ichki chizilgan piramida qirralarining haqiqiy uzunliklarini yasash rasmda aylantirish usulida bajarilgan.



S8 yasovchini yoyilmaning boshlanish chizig'i deb olamiz. Chizma qog'ozining bo'sh joyida ixtiyoriy S_0 nuqtani belgilaymiz. Rasmdan S8 yasovchining haqiqiy uzunligi bo'lgan $S''8_1''$ kesmani o'lchab va uni S_0 nuqtadan chiqarilgan ixtiyoriy a_0 to'g'richiziqqa qo'yib, 8_0 nuqtani hosil qilamiz. So'ngra S_0 nuqtani markaz, $S''1_1''$ ni radius qilib yoy chizamiz. Markazi 8_0 nuqtada va radiusi $8'1'$ bo'lgan ikkinchi yoy chizamiz. Har ikkala yo'ylar o'zaro kesishib 1_0 nuqtani hosil qiladi. Yoyilmaning qolgan $2_0, 3_0, 4_0, \dots$ nuqtalari ham shu tartibda yasaladi. Hosil bo'lgan $\square_0$ figura berilgan konus yon sirtining yoyilmasi bo'ladi. Uni konusning asosi – ellips bilan to'ldirib, to'la yoyilmani hosil qilamiz. $\square(\square', \square'')$ konus sirtidagi AB egri chiziqqa $\square_0$ figurada A_0B_0 to'g'ri chiziq mos kelgan. Shuning uchun AB – konusning geodezik chizig'i bo'ladi. Shuningdek, konusning hamma yasovchilari uning geodezik chizig'i bo'la oladi.

Rasmda asosi H tekislikka tegishli va o'qi unga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy $\square(\square', \square'')$ konus Monj chizmasida berilgan. Bunday konus yon sirtining yoyilmasi doira sektoridan iborat bo'ladi.



17- Ma'ruza

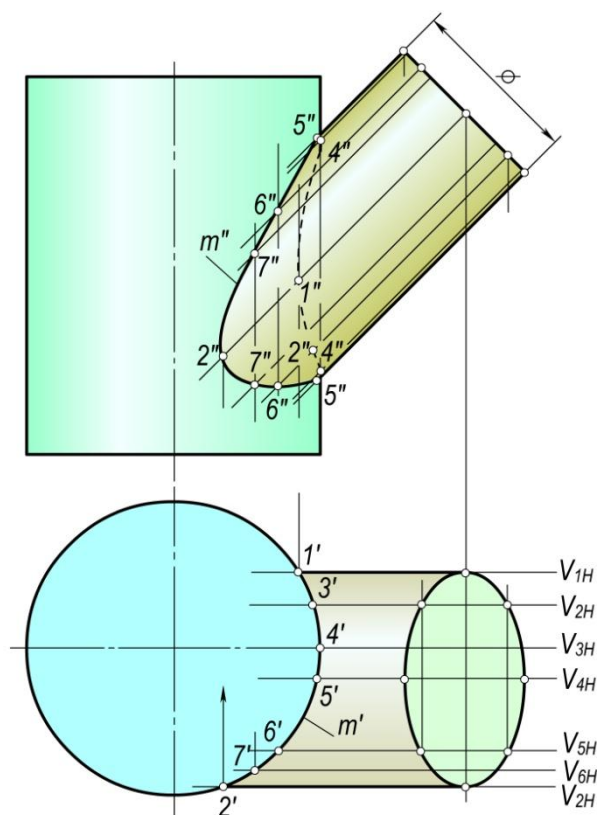
Parallel kesuvchi tekisliklar usuli

Agar ikki kesishuvchi sirtlarning o'qlari o'zaro kesishmasdan, ulardan biri biror proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lib, ikkinchi sirtning o'qi ikkinchi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar yoki parallel bo'lsa, u holda bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasashda parallel kesuvchi tekisliklar usulidan foydalaniladi. Parallel kesuvchi tekisliklarni proyeksiyalar tekisliklaridan birortasiga parallel qilib olinadi.

Parallel kesuvchi tekisliklar usulining qulayligi shundaki, bunda yordamchi kesuvchi tekisliklar kesishuvchi sirtlarni aylanalar va to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesadi. Parallel kesuvchi tekisliklar usulida tekisliklar dastasining o'qi xosmas bo'ladi. Parallel kesuvchi tekisliklar usuli bilan yechiladigan bir necha sirtlarning o'zaro kesishuvini ko'rib chiqamiz.

Ikki silindrning o'zaro kesishishi.

Rasmda kesishuvchi silindrlarning biri gorizontal proyeksiyalovchi, ikkinchisining o'qi frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan holda silindrlar tasvirlangan.



Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar V tekislikka parallel bo'ladi. Ularning o'zaro vaziyati chizmaning gorizontal proyeksiyasidan ko'rinib turibdi. Kesishish chizig'ining xarakterli $1(1',1'')$, $2(2',2'')$, $4(4',4'')$, $5(5',5'')$ nuqtalari yordamchi kesuvchi frontal V_{1H} , V_{2H} , V_{3H} ,... tekisliklar yordamida hosil qilingan. Bunda yordamchi parallel tekisliklar har ikkala silindrni yasovchilari bo'yicha kesadi. Bir tekislikda yotuvchi ikki silindrga mansub bo'lgan yasovchilarning kesishish nuqtalari ikkala sirt uchun umumiy bo'lib, yasaladigan m (m' , m'') egri chiziqning nuqtalari bo'ladi. m egri chiziqning kolgan nuqtalari V_{1H} va V_{2H} tekisliklar orasida yordamchi kesuvchi tekisliklar o'tkazish yo'li bilan yasalgan. Kesishish chizig'ining frontal silindrning V_5 simmetriya tekisligidan kuzatuvchi tomondagi nuqtalari ko'rinadi, uning orqasidagi nuqtalari esa ko'rinmaydi.

O'qlari uchramas va H yoki V ga perpendikulyar bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Kesishuvchi sirtlardan doiraviy silindr o'qi V tekislikka va doiraviy konus o'qi H tekislikka perpendikulyar bo'lgandayordamchi parallel kesuvchi tekisliklar gorizontal tekisliklar bo'ladi. Bu tekisliklar konusni aylanalar va silindrni yasovchilari bo'yicha kesadi. Hosil bo'lgan aylana va yasovchilar o'zaro kesishib, kesishish chizig'ining nuqtalarini hosil qiladi.

Kesishish chizig'ining $A(A',A'')$, $B(B',B'')$, $C(C',C'')$, nuqtalari xarakterli nuqtalardir. Ular bevosita sirtlar frontal ocherklarining kesishish nuqtalarida belgilanadi. Qolgan nuqtalar kesuvchi tekisliklar yordamida yasaladi. Masalan, $1,2,3,4,5$ nuqtalar $H_1 \parallel H$,... va $H_5 \parallel H$ tekisliklar o'tkazib, gorizontal proyeksiyadagi q' va q_1' aylanalarining va a' , b' , c' va d' to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan to'rtburchak kesimlarining kesishuvidan hosil qilingan. Qolgan nuqtalar ham shu tartibda hosil qilinadi.

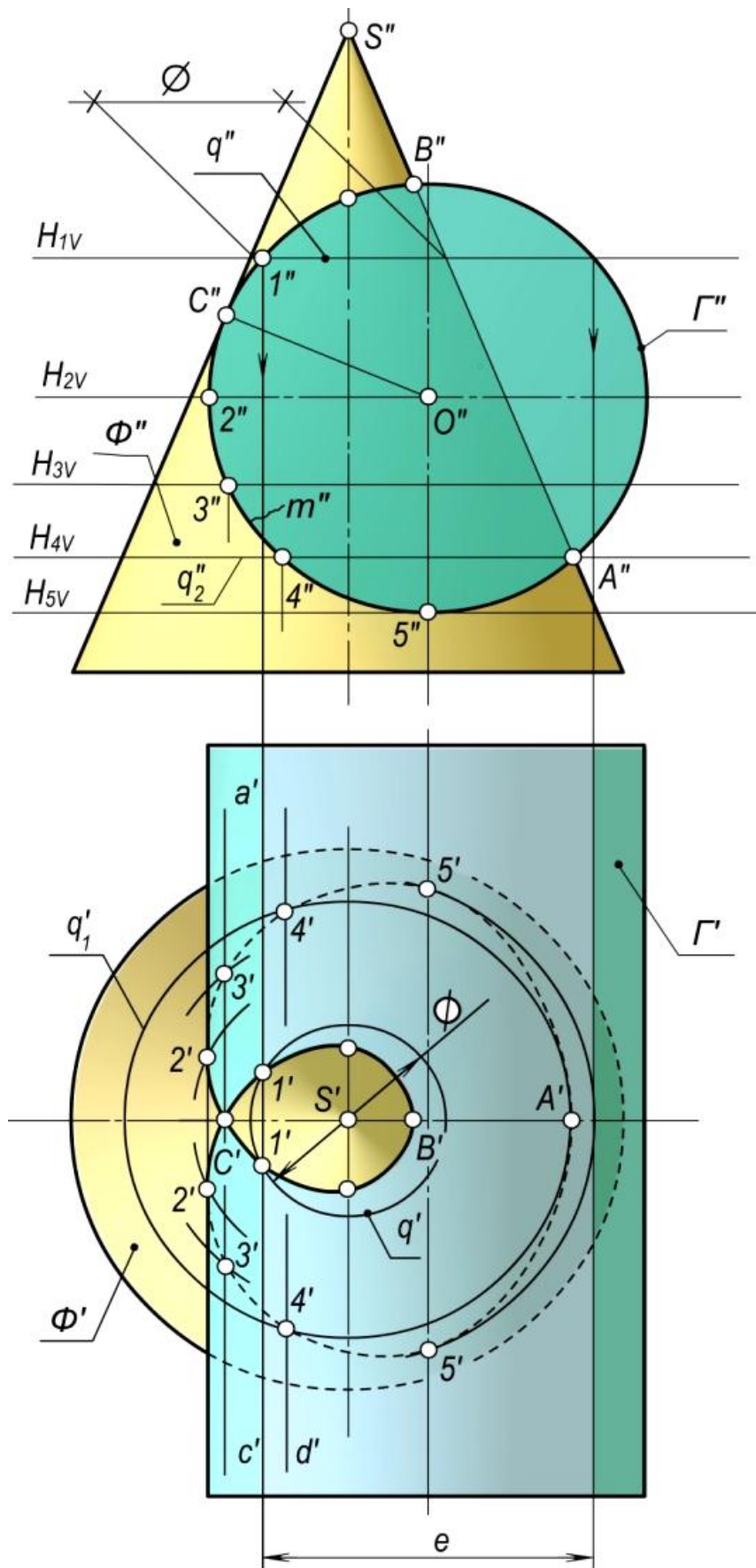
$2(2',2'')$ xarakterli nuqta $\square$ silindrning $H_2(H_{2V})$ simmetriya tekisligini o'tkazish yo'li bilan topiladi. Kesishish chizig'ining ko'rinadigan va ko'rinmaydigan nuqtalari ham H_2 simmetriya tekisligi yordamida aniqlanadi.

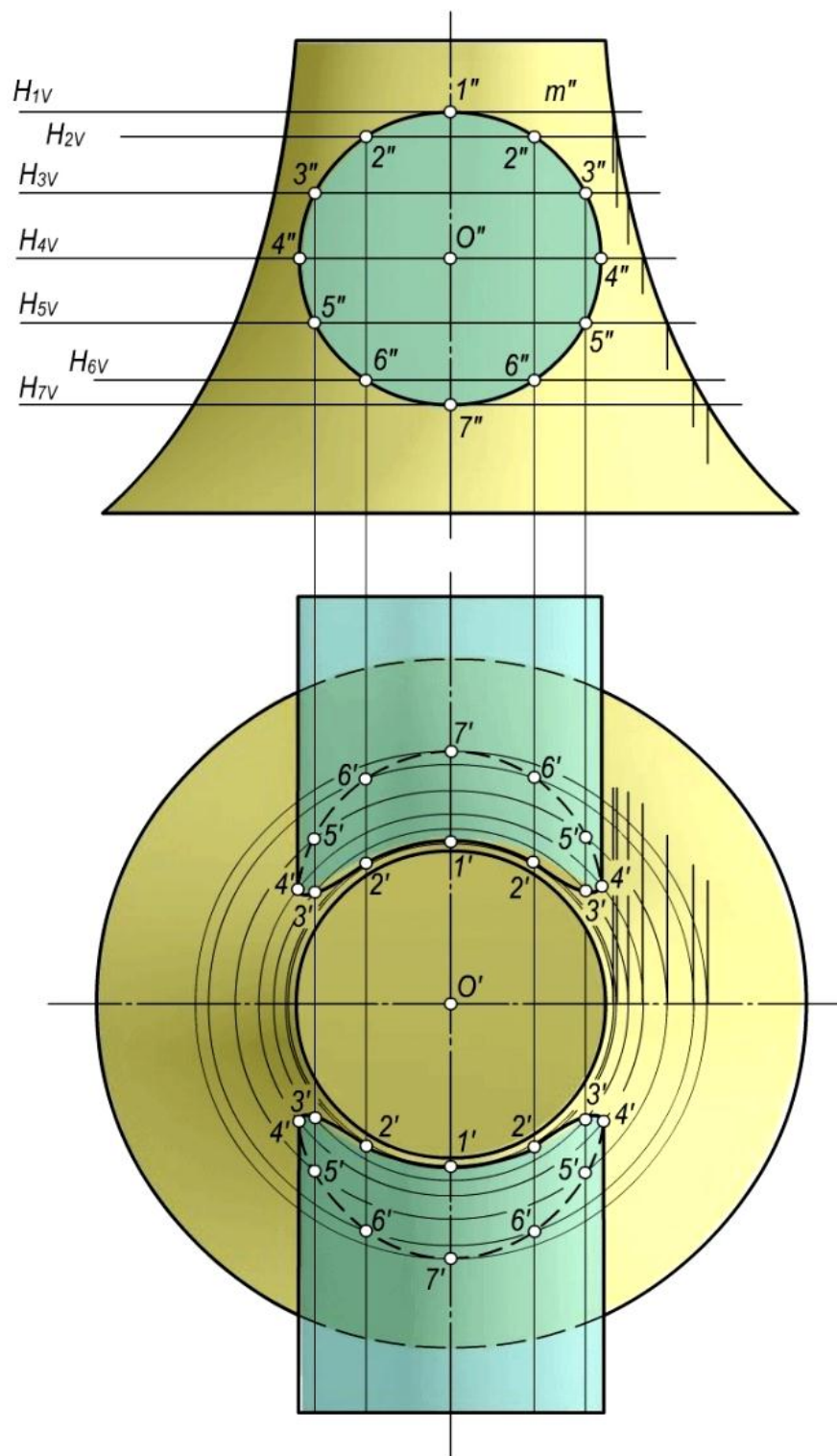
Rasmda o'qlari kesishib o'zaro perpendikulyar bo'lgan aylanish silindri bilan tor sirti bo'lagining kesishish chizig'ini yasash tasvirlangan. Kesishish egri chizig'ini yasash $H_1(H_{1V})$,... gorizontal kesuvchi tekisliklar o'tkazish yo'li bilan yasalgan. Bunday holda sirtlarning kesishish egri chizig'i ikkita simmetrik bo'lakdan iborat bo'ladi. 1,

4, 7 xarakterli nuqtalarni yasash H_{1V} , H_{4V} va H_{7V} tekisliklar yordamida yasalgan. Kesishgan egri chiziqning gorizontal proyeksiyasini ko‘rinadigan va ko‘rinmaydigan qismlari H_4 simmetriya tekisligi yordamida aniqlanadi.

Yarim sfera bilan uchburchakli to‘g‘ri prizmaning o‘zaro kesishishi. Sfera bilan prizma sirti fazoda siniq egri chiziq bo‘yicha kesishadi. Rasmda yarim sfera va qirralari H tekislikka perpendikulyar bo‘lgan uchburchakli prizma tasvirlangan. Yordamchi kesuvchi tekisliklar frontal tekisliklardan iborat bo‘ladi. Bu tekisliklar sferani parallellari bo‘yicha, prizmani esa yon qirralariga parallel to‘g‘ri chiziqlar bo‘yicha kesadi.

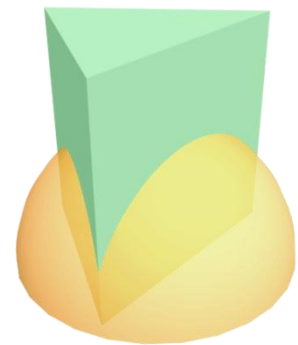
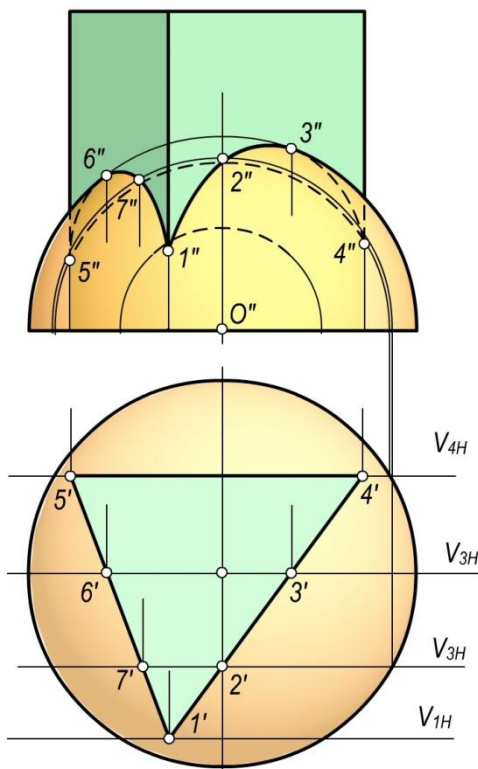
Rasmdan ko‘rinib turibdiki, prizma sirti sharni to‘la kesadi va uchta aylanalar hosil bo‘ladi. Ularning V dagi proyeksiyalari ellipslar va aylana bo‘lib proyeksiyalanadi. Shar va prizma sirti o‘zaro kesishish chizig‘ining xarakterli 1,4,5,6 va 3 nuqtalari frontal $V_1(V_{1H})$, $V_4(V_{4H})$ va $V_3(V_{3H})$ tekisliklar yordamida yasaladi. 1,4,5 nuqtalar kesishish chizig‘ining sinish nuqtalari bo‘lib, prizma qirrasining sfera bilan kesishgan nuqtalaridir. V_3 tekislik sharning simmetriya tekisligidir, undagi 3 va 6 nuqtalar frontal proyeksiyada kesishish chizig‘ining ko‘rinadigan qismini ajratib turuvchi nuqtalardir. Kolgan yasashlar rasmdan ko‘rinib turibdi. Bu misolda yordamchi parallel kesuvchi tekisliklarni gorizontal tekislik qilib olsa ham bo‘ladi.





O'qlari o'zaro parallel bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi. O'qlari parallel bo'lgan □ siqiq aylanma ellipsoid bilan □ aylanish sirti Shaklda tasvirlangan. Bu sirtlarning o'qlari H tekisligiga perpendikulyar joylashgan. Sirtlarning fazoda bunday berilishida yordamchi kesuvchi tekisliklarni berilgansirtlarning o'qlariga perpendikulyar qilib o'tkaziladi. Dastlab kesishuv chizig'ining 1(1',1'') va 6(6',6'')

xarakterli nuqtalari belgilanadi. Qolgan nuqtalar $H_2(H_{2V})$, $H_3(H_{3V})$... kesuvchi tekisliklar yordamida yasaladi. Kesuvchi gorizontal yordamchi tekisliklar berilgan ikkala aylanish sirtini aylanalar bo'yicha kesadi. Kesimlarda hosil bo'lgan bu aylanalar o'zaro kesishib, ikkala sirlarga oid bo'lgan kesishish chizig'ining nuqtalarini beradi. Masalan, 12.28-rasmda $2(2', 2'')$, $2_1(2_1', 2_1'')$ nuqtalarni hosil qilishda H_{2V} tekisligi o'tkazilgan. Bu tekislik sirtlarning birini $l(l', l'')$ ikkinchisini $n(n', n'')$ aylanalar bo'yicha kesgan. Hosil bo'lgan l va n aylanalar o'zaro kesishib, $2(2', 2'')$ va $2_1(2_1', 2_1'')$ nuqtani hosil qiladi, ya'ni gorizontal proyeksiyalar tekisligidagi l' va n' aylanalarning kesishidan $2'$ va $2_1'$ nuqtalar hosil bo'ladi so'ngra ularning V dagi proyeksiyalari H_{2V} –da yasaladi. Qolgan barcha nuqtalar shu usulda aniqlanadi.



18-Ma'ruza

Yordamchisferalarusuli. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi

Ta'rif. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlari chekli sondagi aylanalar bo'yicha kesishadi.

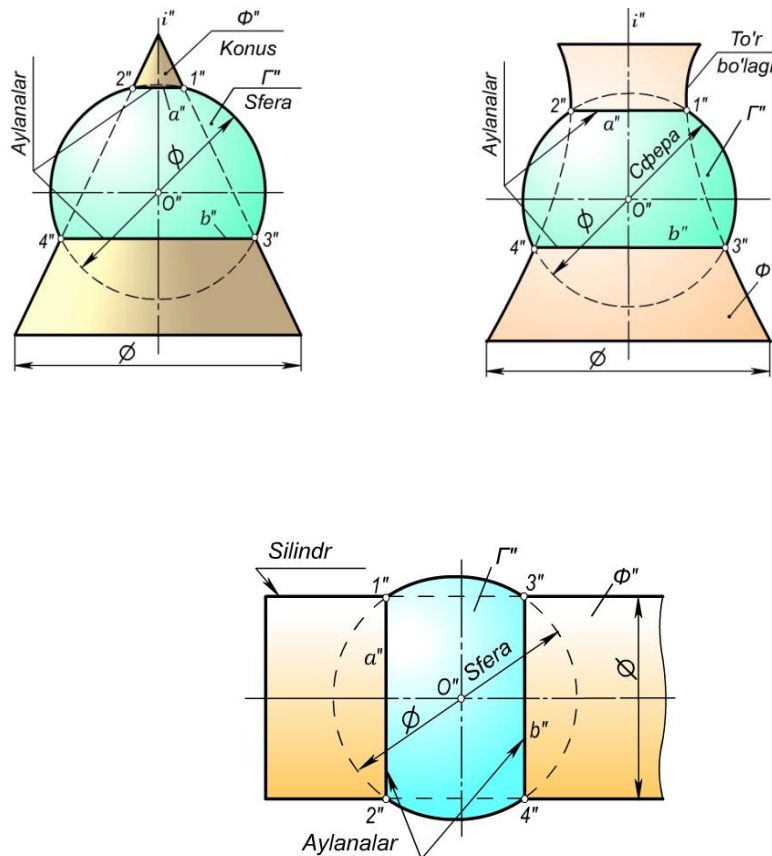
Isboti. Ikkita aylanish sirtning $m(m'')$ va $n(n'')$ meridianlari (yasovchilari) hamda ular uchun umumiy bo'lgan $i(i'')$ o'q berilgan bo'lsin. m'' va n'' meridianlarning kesishish nuqtalarini $A'', B'', C'', \dots$ harflar bilan belgilaymiz. Agar m va n egri chiziqlar i o'q atrofida aylantirilsa, $\square$ va $\square$ aylanish sirtlari hosil bo'ladi (shaklda bu sirtlar tasvirlanmagan). Unda m'' va n'' egri chiziqlarning aylanishi natijasida ularga umumiy bo'lgan $A'', B'', C'', \dots$ nuqtalar $a'', b'', c'', \dots$ aylanalar chizadi. Bu aylanalar esa ikkala sirt uchun umumiydir. Demak, $a'', b'', c'', \dots$ aylanalar umumiy o'qli $\square$ va $\square$ aylanish sirtlarining kesishish chiziqlari bo'ladi.

Rasmda umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanma ellipsoid va bir pallali giperboloidlarning kesishish chiziqlari a'' va b'' aylanalar frontal proyeksiyada ko'rsatilgan. Rasmlarda sferaning doiraviy silindr va doiraviy konus sirtlari bilan kesishish chiziqlari tasvirlangan. Bu sirtlarning o'qlari proyeksiyalar tekisliklarining biriga perpendikulyar qilib olingan.

Yuqoridagi teoremadan quyidagi natijani chiqarish mumkin:

Natija: Markazi aylanish sirtining o'qida bo'lgan har qanday $\square(\square'')$ sfera shu aylanish sirti bilan aylanalar bo'ylab kesishadi.

Haqiqatan, $\square(\square'')$ aylanish sirti $i(i'')$ o'qining ixtiyoriy $O(O'')$ nuqtasini markaz qilib olib, $\square''$ sfera chizilgan. $\square$ va $\square$ sirtlar a'' va b'' aylanalar bo'yicha kesishgan (tasvirlar faqat frontal proyeksiyada keltirilgan). Yuqorida keltirilgan xulosalar va misollar aylanish sirtlari kesishish chizig'ini yasashda qo'llaniladigan konsentrik va eksentrik sferalar usullarining asosi hisoblanadi.



O‘qlari umumiy nuqtaga ega bo‘lgan aylanish sirtlarining o‘zarok kesishuvi.

Yordamchi sferalar usuli

Ma’lumki,

markazibi oraylanish sirtining o‘qidabo‘lgan sferabusirt nideklisondagi aylanalar bo‘yicha kesadi.

Bu aylanalar proyeksiyalartekisliklarining birigato‘g‘richiziq kesmasishaklida, ikkinchisiga aylanayoki ellipsko‘rinishidaprojektsiyalanadi.

Aylanish sirtlaribilansferaning o‘zarok kesishishchizig‘ihaqidagibumuhim xulosaikkitaaylanish sirtining o‘zarok kesishishchiziqlarini yasashga imkon beradi.

Yordamchi kesuvchi sferalarto‘plam konsentrik yoki eksentrik ko‘rinishlardabo‘ladi

.

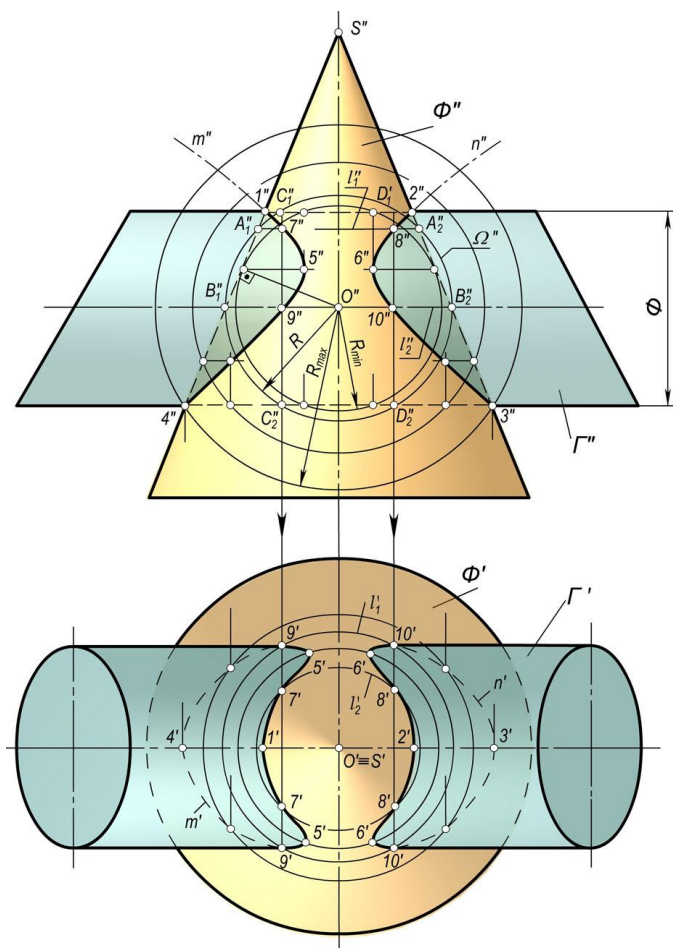
Kesishuvchi sirtlarning xarakteriga qarab,

yordamchi kesuvchi sferalarning birorusuli ishlatiladi.

Konsentrik sferalar usuli. Ikki aylanish sirtining o'qlari umumiy nuqtaga bo'lsa, bu o'qlar bitta tekislikni tashkil qiladi. Bu tekislik har ikkala sirt uchun simmetriya tekisligi bo'ladi.

Yordamchi kesuvchi konsentrik sferalar usulini quyidagi shartlar qanoatlantirgan hollardagina qo'llash mumkin:

- o'zaro kesishuvchi sirtlar aylanish sirtlari bo'lishi shart;
- aylanish sirtlarining o'qlari o'zaro kesishgan bo'lishi kerak;
- aylanish sirtlarining o'qlari (yoki simmetriya tekisligi) proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel bo'lishi yoki sirt o'qlarining biri proyeksiyalar tekisliklarining biriga parallel, ikkinchi o'q esa ikkinchi proyeksiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lishi kerak.



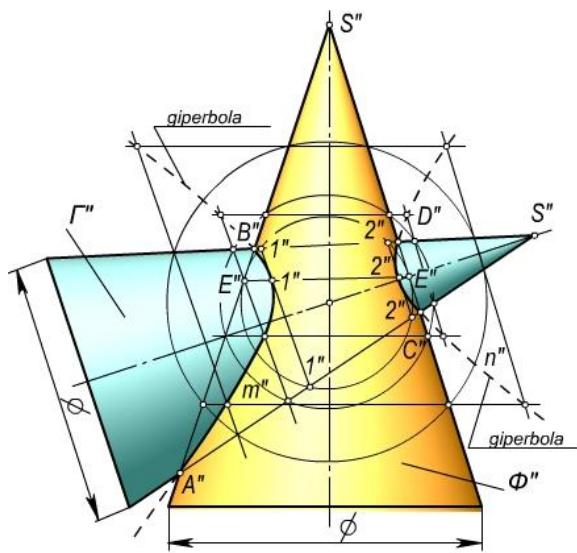
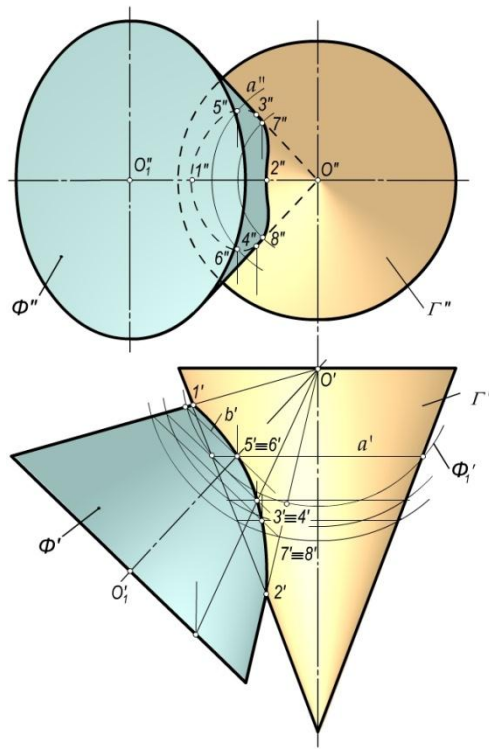
Yordamchi kesuvchi konsentrik sferalarning markazi sirtlarning o'qlari kesishgan nuqtasida bo'ladi. Rasmda o'qlari umumiy $O(O', O'')$ nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi V ga parallel bo'lgan $\square(\square', \square'')$ aylanma konus va $\square(\square', \square'')$

silindr sirtlari berilgan. Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasash uchun O'' nuqtani markaz qilib, R radiusli $\Omega(\Omega'')$ sfera chiziladi. Ω sfera $\square$ sirt bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun ular $l_1(l_1', l_1'')$ va $l_2(l_2', l_2'')$ aylanalar bo'yicha kesishadi. Shaklda bu aylanalarning V tekislikdagi proyeksiyalari $A_1'' A_2''$ va $B_1'' B_2''$ kesmalar tarzida tasvirlangan. Shuningdek, bu sfera $\square$ sirt bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun $C_1'' C_2''$ va $D_1'' D_2''$ kesmalar ko'rinishidagi aylanalar bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning o'zaro kesishish 7'', 8'', 9'' va 10'' nuqtalari har ikkala $\square$ va $\square$ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarning frontal proyeksiyalari bo'ladi. Xuddi shuningdek, O'' nuqtani markaz qilib, konsentrik sferalar chiziladi, ular yordamida $\square$ va $\square$ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarini yasash mumkin. Bu nuqtalarning geometrik o'rni bo'lgan m'' va n'' egri chiziqlar $\square$ va $\square$ sirtlarning kesishish chiziq bo'ladi. $\square$ va $\square$ sirtlarning frontal ocherklarining 1'', 2'', 3'', 4'' kesishish nuqtalari bu sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan hisoblanadi. O'' nuqtadan eng uzoqda joylashgan 4'' xarakterli nuqtadan o'tuvchi sferaning radiusi R_{max} bo'ladi. Kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan yana bir juftini $\square$ va $\square$ sirtlarining birortasiga R_{min} radiusli urinma sfera o'tkazish bilan aniqlanadi. Eng kichik sferaning R_{min} radiusi quyidagicha aniqlanadi (12.7-rasm): O'' nuqtadan berilgan sirtlarning birini chekka yasovchisiga $O''E''$ va $O''F''$ perpendikulyarlar o'tkaziladi. Bunda $O''E'' > O''F''$ bo'lsa $R_{min} = O''E''$ bo'ladi. Agar $O''E'' < O''F''$ bo'lsa, $R_{min} = O''F''$ bo'ladi, $O''E'' = O''F'' = R_{min}$ bo'lgan holda eng kichik sfera ikkala sirtga urinib, kesishish chizig'i ikkita tekis egri chiziqqa ajraladi. Shunday qilib, urinma sferani shunday o'tkazish kerakki, u sirtlarning biriga urinsin va ikkinchisini kesib o'tsin. 12.7-rasmda $\square$ sirtga urinma bo'lgan R_{min} radiusli sfera o'tkazish bilan yasalgan egri chiziqning 5, 6 xarakterli nuqtalari aniqlangan. Bu nuqtalarda egrilik buriladi yoki yo'nalishini o'zgartiradi. Kesishish chizig'ining boshqa nuqtalari R_{max} va R_{min} radiusli sferalar orasida ixtiyoriy sferalar o'tkazish bilan aniqlanadi. Konus va silindrlarning o'zaro kesishish chizig'i $m(m'')$ va n larga tegishli nuqtalarning gorizontall proyeksiyalari konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan parallel kesuvchi gorizontall tekisliklar orqali aniqlanadi. Shunday qilib, konsentrik sferalar usuli bilan ikki aylanish sirtining kesishish chiziqlarini yasash quyidagi sxema bo'yicha bajariladi:

- ikki aylanish sirti o'qlarining kesishish nuqtasi konsentrik sferalar markazi sifatida qabul qilinadi;
- sirlarning frontal (yoki gorizontal) ocherklarining kesishish nuqtalari xarakterli nuqtalar sifatida belgilanadi va R_{max} radiusli sfera aniqlanadi;
- eng kichik R_{min} radiusli sfera chiziladi. Natijada yana bir juft xarakterli nuqtalar aniqlanadi;
- R_{max} va R_{min} lar orasida sferalar o'tkazilib, oraliq nuqtalar topiladi.

Rasmda o'qlar $O(O', O'')$ nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi H proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lgan ikki doiraviy konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan yasalgan. Bunda avvalo kesishish chizig'ining xarakterli $1(1', 1'')$ va $2(2', 2'')$ nuqtalari aniqlanadi. So'ngra O' nuqtani markaz qilib olib, ikkala konusni kesadigan qilib $\square_1'$ sfera o'tkaziladi. $\square_1'$ sfera $\square'$ konus bilan a' aylana bo'yicha, $\square'$ konus bilan b' aylana bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning kesishish nuqtalari $5'=6'$ ikki konusning kesishish chizig'ia tegishli bo'ladi. a' aylananing a'' proyeksiyasi yasaliib, uning ustida $5''$ va $6''$ nuqtalar yasaladi. Kesishish chizig'ining qolgan nuqtalari ham yuqoridagidek yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi.

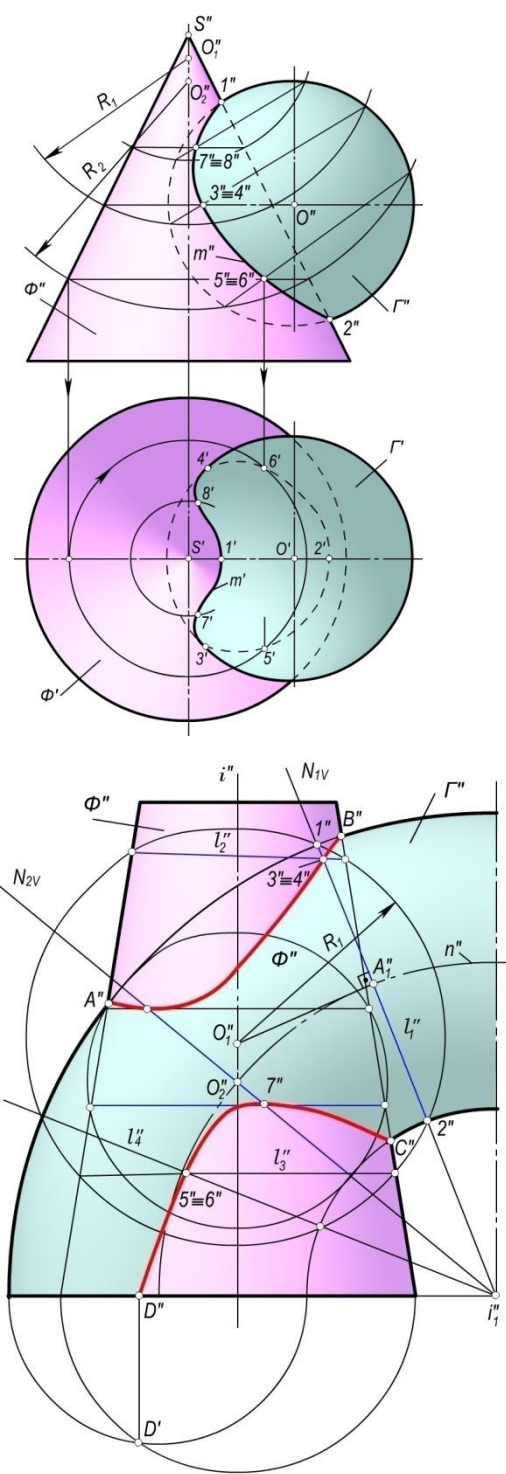
Rasmda simmetriya tekisligi proyeksiyalar tekisligi V ga parallel bo'lgan ikki aylanma konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan frontal proyeksiyalar tekisligida tasvirlangan.



Ekssentrik sferalar usuli. Markazlari biror aylanma sirt o'qini turli nuqtalarida joylashgan sferalar ekssentrik sferalar deb yuritiladi. Rasmda konus o'qi va sfera markazi $O(O', O'')$ bitta frontal simmetriya tekisligida joylashgan.

Bu ikki sirtning kesishish chizig'ini yasash uchun avvalo ularning frontal ocherklarning kesishishdagi xarakterli nuqtalari $1''$ va $2''$ belgilanadi. Ma'lumki, har qanday ikki sfera aylana bo'yicha kesishadi. Markazi konus o'qida bo'lgan sfera ham konus bilan aylana bo'yicha kesishadi. Shuning uchun konus o'qining biror nuqtasini markaz qilib olib, ixtiyoriy radius bilan yordamchi sferalar yasash yo'li bilan bu ikki sirtning kesishish chizig'i yasaladi. Konus o'qidagi O_1'' nuqtani markaz qilib olib, R_1 radiusli sfera yordamida kesishish chizig'ining $3(3', 3'') \equiv 4(4', 4'')$ nuqtalari yasalgan. Shuningdek, konus o'qidagi O_2'' nuqtani markaz qilib olib, R_2 radiusli sfera yordamida $5(5', 5'') \equiv 6(6', 6'')$ nuqtalarning vaziyati aniqlangan. Xuddi shu tarzda konus o'qidagi ixtiyoriy nuqtalarni markaz qilib olib, ixtiyoriy radiuslar bilan sferalar chizish yordamida ikkala sirtning kesishish chizig'i $m(m'')$ yasalgan. m ning gorizonttal m' proyeksiyasi konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan pallel kesuvchi gorizonttal tekisliklar orqali aniqlanadi.

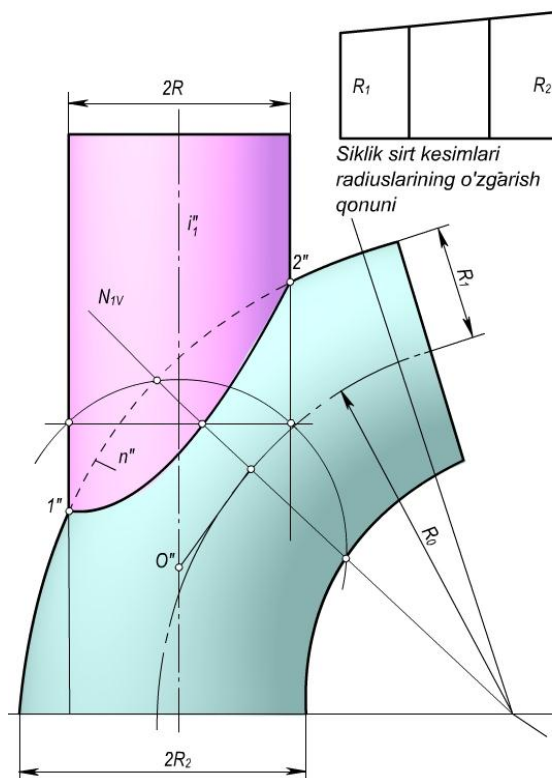
Aylanma kesik konus va tor sirtlarning kesishish chizig'ini yasash frontal proyeksiya tekisligida ko'rsatilgan. Konusning o'qi i'' va tor yasovchilarining markazlari yotuvchi n'' chiziq bitta frontal tekislikda joylashgan. Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasash uchun torning frontal proyeksiya tekisligidagi i_1'' o'qi orqali N_{IV} frontal proyeksiyalovchi tekislikning izi o'tkaziladi. Bu tekislik torni n'' markazlar chizig'ini ixtiyoriy A_1'' nuqtada kesadi. Bunda N_{IV} tekislik torni l_1'' aylana bo'yicha kesadi. l_1'' aylananing markazi A_1'' nuqtadan aylana tekisligiga perpendikulyar chiqariladi. Uning aylanma konus o'qi i'' bilan kesishish nuqtasi O_1'' belgilanadi. O_1'' nuqtani markaz qilib olib, torning l_1'' aylanasi bilan o'tuvchi R_1 radiusli sfera chiziladi. Bu yordamchi sfera konus bilan l_2'' va l_3'' aylanalar bo'yicha va tor sirti bilan l_1'' va l_4'' aylanalar bo'yicha kesishadi. l_1'' va l_2'' aylanalarning kesishish nuqtalari $3'' \equiv 4''$ hamda l_3'' va l_4'' aylanalarning kesishish nuqtalari $5'' \equiv 6''$ izlanayotgan egri chiziqning nuqtalari bo'ladi. Chunki $3'' \equiv 4''$ va $5'' \equiv 6''$ nuqtalar konus va tor sirtlari uchun umumiy nuqtalardir.



Aylanma konus va tor sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli A'' , B'' va C'' nuqtalari bu sirtlarni frontal ocherklarining kesishish nuqtalari yordamida aniqlangan. Sirtlar o'qlarining kesishish nuqtasi O_2'' orqali tor sirtga urinma qilib o'tkazilgan $\square''$ sfera sirti orqali A'' va $7''$ xarakterli nuqtalar aniqlangan. Bu nuqtalar egrilikning burilish nuqtalari bo'ladi.

Torning i_1'' aylanish o'qi orqali bir necha frontal proyeksiyalovchi tekisliklar izlarini o'tkazib va bu tekisliklarda hosil bo'lgan aylanalar orqali markazi konus o'qida turlicha joylashgan yordamchi sferalar o'tkazib, egri chiziqlarning qolgan oraliq nuqtalari yasaladi.

Rasmda siklik va silindrik sirtlardan tashkil topgan truboprovodning bir qismi frontal proyeksiyada tasvirlangan. Bunda aylanish silindri bilan naysimon siklik sirtning n'' kesishish chizig'ini yasash eksentrik sferalar usuli bilan ko'rsatilgan. Har ikkala sirt uchun umumiy bo'lgan n'' egri chiziqlarning barcha nuqtalarini yasash yuqorida keltirilgan misolga asosan bajarilgan.



Hazorat savollari

1. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini qanday egri chiziqlar bo'ladi?
2. Konsentrik va ekssentrik sferalardan qanday hollarda foydalaniladi?
3. Sferaning har qanday aylanma sirt bilan kesishuvidan nima hosil bo'ladi va u qanday aniqlanadi?
4. Bitta sferaga tashqi chizilgan silindr va konusning o'zaro kesishishidan qanday chiziqlar hosil bo'ladi?
5. O'qlari kesishmaydigan og'ma silindr va konuslarni kesish chizig'ini yasashda kesuvchi tekislik qanday o'tkaziladi?

Adabiyotlar:

1. George Young. Descriptive geometry. The Macmillan Company, New York. 2013.
2. Technical Drawing. Spring 2006. Instructor: David Anderson.
3. Engineering Drawing by M.B.Shah, B.C.Rana. D.Kindersley, Delhi, 2009
4. Sh.Murodov, L.Xakimov, A.Xolmurzayev, M.Jumayev, A.To'xtayev. Chizma geometriya, Iqtisod-moliya, 2006.
5. M.Siyamand, S.Shakir. Descriptive geometry. [http://www. Endazlyar.com](http://www.Endazlyar.com)., 2010