

YUQORI BOSQICHLI ALGORITMIK TILLAR YORDAMIDA IKKINCHI TARTIBLI DIFFERINSIAL TENGLAMALARNI TAQRIBIY YECHISH

Nazarov Fayzullo Maxmadiyorovich. (*SamDU assistenti*),
G'ulomova Surmaxon Sodiq qizi. (*SamDU talabasi*)

Mazkur ishda ikkinchi tartibli differinsial tenglamalarni taqribiy yechishni yuqori bosqichli algoritmik tillar yordamida hisoblash ko'rib chiqilgan. Hozirda fan texnikani keskin rivojlanish bosqichida barcha jarayonlar avtomatlashtirilgan tizimlarga o'tib bormoqda, shu qatorda matematika ham bundan chetda qolgan emas, lekin bazi ikkinchi tartibli differinsial tenglamalarni yechishda aniq yechimni olishda bir muncha muommolarga ham duch kelamiz. Ba'zi bir ikkinchi tartibli differinsial tenglamalarni har doim ham aniq yechimini topish murakkab bo'lib qolmoqda. Bunday vaziyatlarda ikkinchi tartibli differinsial tenglamalarni sonli hisoblash usullari orqali hisoblash maqsadga muvofiq. Sonli hisoblash usullarini yuqori bosqichli algoritmik tillar yordamida ya'ni C++ dasturlash tili orqali bajarganimizda yuqori aniqlilik darajasiga erishamiz.

Quyidagi ko'rinishda chegaraviy shartli ikkinchi tartibli differinsial tenglama berilgan bo'lsin.

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) &= A \\ \beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) &= B \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Bu yerda $p(x), q(x), f(x)$ funksiyalar $[a, b]$ kesmada uzluksiz funksiyalar, $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, A, B$ lar esa o'zgarmaslar bo'lib $|\alpha_0| + |\alpha_1| \neq 0$ va $|\beta_0| + |\beta_1| \neq 0$ shartlarni qanoatlantiradi.

Berilgan chegaraviy shartli ikkinchi tartibli differinsial tenglamani chekli ayirmalar bilan almashtiramiz. Berilgan $[a, b]$ kesmani uzunligi h bo'lgan n ta teng kesmalarga (tugunlarga) ajratamiz, bu yerda $h = \frac{b-a}{n}$ orqali hisoblanadi, $[a, b]$ kesmani bo'linishiga mos nuqtalar absissasi $x_i = x_0 + ih, (i = 1, 2, 3, \dots, n-1), x_0 = a, x_n = b$ bilan aniqlanadi. Bo'linish nuqtalari x_i lar uchun $y = y(x)$ funksiya va uning $y'(x), y''(x)$ hosilalarini $y_i = y(x_i), y'_i = y'(x_i)$ kabi koefsenti funksiyalarni esa

$$p_i = p(x_i), q_i = q(x_i), f_i = f(x_i)$$

ko'rinishda belgilaymiz. Har bir ichki tugunlarda $y'(x_i), y''(x_i)$ hosilalarni taqribiy chekli ayirmalar

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{h}, y''_i = \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{h^2} \quad (3)$$

bilan almashtiramiz. (1) tenglama va (2) chegaraviy shartni (3) taqribiy formulaga qo'yib quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{h^2} + p_i \frac{y_{i+1} - y_i}{h} + q_i y_i &= f_i \\ \alpha_0 y_0 + \alpha_1 \frac{y_1 - y_0}{h} &= A, \beta_0 y_n + \beta_1 \frac{y_n - y_{n-1}}{h} = B \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4)ni soddalashtirib

$$y_{i+2} + m_i y_{i+1} + k_i y_i = h^2 f_i \quad (5)$$

ni hosil qilamiz bu yerda $m_i = -2 + hp_i$; $k_i = 1 - hp_i + h^2 q$

Shunday qilib $n+1$ nomalumli $n+1$ ta algebraik tenglamani hosil qilamiz, $n+1$ nomalumli $n+1$ ta tenglamalar sistemasini yechish murakkabligi tufayli taqribiy yechishni Progonka usulidan foydalanib (5) ni

$$y_{i+1} = c_i (d_i - y_{i+2}) \quad (6)$$

ko'rinishda yozamiz bu yerda c_i, d_i lar quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$c_0 = \frac{\alpha_1 - \alpha_0 h}{m_0 (\alpha_1 - \alpha_0 h) + k_0 \alpha_1}, d_0 = \frac{k_0 A h}{\alpha_1 - \alpha_0 h} + f_0 h^2, \quad i=0 \quad (7)$$

$$c_i = -\frac{1}{k_i c_{i-1} - m_i}, d_i = f_i h^2 + k_i c_{i-1} d_{i-1}, \quad i=1, 2, \dots, n-2 \quad (8)$$

(2) Chegaraviy shartlardan foydalanib y_n, y_0 lar (6) formuladan farqli ravishda quyidagicha hisoblanadi chunki (6) formulada y_i o'zidan oldingi va o'zidan keyingi tugunlarga tayanadi.

$$y_n = \frac{\beta_1 c_{n-2} d_{n-2} + B h}{\beta_1 (1 + c_{n-2}) + \beta_0 h}, y_0 = \frac{\alpha_1 y_1 - A h}{\alpha_1 - \alpha_0 h} \quad (9)$$

Endi har bir $[a, b]$ kesmadagi x_i lar uchun y_i larni (6), (7), (8) orqali C++ dasturlash tilida hisoblash algoritmini keltiramiz. Hosil bo'lgan y_i lar $[a, b]$ kesmadagi x_i larga mos differensial tenglamani taqribiy yechimlari hisoblanadi.

Qadam 1: Berilgan chegaraviy shartlar va tugunlar sonini kiritib h ni hisoblaymiz;

Qadam 2: Har bir tugun x_i nuqtaga mos p_i, q_i, m_i, k_i va f_i larni yuqoridagi formulalarga asosan hisoblaymiz;

Qadam 3: (7) orqali c_0 va d_0 larni hisoblanadi va c_0, d_0 lar orqali (8) ga asosan c_i, d_i lar hisoblanadi;

Qadam 4: (9) orqali y_0 va y_n lar hisoblani, y_0 va y_n lar orqali (6) ga asosan y_i lar hisoblanadi.

Yuqorida keltirilgan algoritm asosida ikkinchi tartibli differensial tenglamani taqribiy yechimlarini olish uchun C++ dasturlash tili yordamida dasturiy ta'minot yaratildi. Dasturiy taminotni ishga tushirish uchun shaxsiy kompyuteringizda Dev C++ yoki C++ boshqa versiyalari bo'lishi kerak.

Dasturiy ta'minotning ishchi va natijaviy oynasi quyidagicha bo'ladi.

```
Dev-C++ 4.9.9.2
File Edit Search View Project Execute Debug Tools CVS Window Help

#include <cstdlib>
#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char *argv[])
{
    double a0,a1,b0,b1,a,b,h,A2,B2; int n,t;
    double k[100],m[100],c[100],d[100],p[100],q[100],f[100],x[100],y[100];
    cout<<"Tugunlar sonini kiriting yani n= \n";
    cin>>n;
    cout<<"Chegaraviy shartlarni kiriting \n";
    cout<<"a0=";cin>>a0;cout<<"a1=";cin>>a1;cout<<"b0="; cin>>b0;cout<<"b1=";cin>>b1;cout<<"a=";cin>>a;cout<<"b=";
    cin>>b;cout<<"A2=";cin>>A2;cout<<"B2=";cin>>B2;
    h=(b-a)/n; x[0]=a; x[n]=b;
    for(int i=0;i<=n;i++)
    {
        x[i]=a+i*h;
        p[i]=-2*x[i]; // p,q va f funksiyalarni yozing!
        q[i]=-2;
        m[i]=-2+h*p[i];
        k[i]=1-h*p[i]+h*h*q[i];
        f[i]=-4*x[i];
    }
    c[0]=(a1-a0*h)/(m[0]*(a1-a0*h)+k[0]*a1);
    d[0]=k[0]*A2*h/(a1-a0*h)+f[0]*h*h;
    for(int i=1;i<=n-2;i++)
    {
        c[i]=-1/(-m[i]+k[i]*c[i-1]);
        d[i]=f[i]*h*h+k[i]*c[i-1]*d[i-1];
    }
    y[n]=(-b1*c[n-2]*d[n-2]+B2*h)/(b1*(1+c[n-2])+b0*h);
    for(int i=n-1;i>=1;i--)
    {
        y[i]=c[i-1]*(d[i-1]-y[i+1]);
        y[0]=(a1*y[1]-A2*h)/(a1-a0*h);
        for(int i=0;i<=n;i++)
        {
            cout<<"x"<<i<<"="<<y[i]<<" "; cout<<"y"<<i<<"="<<y[i]<<"\n";
        }
        system("PAUSE");
    }
    return EXIT_SUCCESS;
}
```

```
C:\Documents and Settings\User\Рабочий стол\mu\Project1.exe

Tugunlar sonini kiriting yani n=
10
Chegaraviy shartlarni kiriting
a0=1
a1=-1
b0=1
b1=0
a=0
b=1
A2=0
B2=3.718
x0=0.993632 y0=0.993632
x1=1.093 y1=1.093
x2=1.21223 y2=1.21223
x3=1.35171 y3=1.35171
x4=1.52031 y4=1.52031
x5=1.72209 y5=1.72209
x6=1.96929 y6=1.96929
x7=2.27176 y7=2.27176
x8=2.64858 y8=2.64858
x9=3.1198 y9=3.1198
x10=3.718 y10=3.718
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Isroilov M.I. Hisoblash metodlari –Toshkent: O’qituvchi,1998.
2. Копченова Н.В., Марон И.А. Вычислительная математика в примерах и задачах. -М.: Наука, 1972.
3. Жесс Либерти, “Освой самостоятельно C++ за 21 день”, Санкт Петербург 2000, 815 с.

- **Nazarov Fayzullo Maxmadiyorovich;**
- Samarqand Davlat Universiteti assistenti;
- +99894 4798640, f-nazarov@umail.uz.
- **G’ulomova Surmaxon Sodiq qizi.**
- Samarqand Davlat Universiteti talabasi;
- +99893 3502693, s-gulomova@umail.uz.