

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS  
TA'LIM VAZIRLIGI  
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI  
FIZIKA FAKULTETI FIZIKA YO'NALISHI  
NAZARIY FIZIKA VA KVANT ELEKTRONIKA KAFEDRASI**

**Qo'lyozma huquqida**

**UDK: 523.1:530.12**

**5A140201-Nazariy fizika mutaxassisligi**

**Magistr akademik darajasini olish uchun yozilgan**

**KOINOTDA „YUMRONQOZIQLAR“ GEOMETRIYASI**

**DISSERTATSIYA ISHI**

**Bajaruvchi:**

**To'liyev Ulug'bek Davronbekovich**

**Ilmiy rahbar:**

**f-m.f.d. prof. R. M. Ibadov**

Magistr akademik darajasini olish uchun dissertatsiya ishi “nazariy fizika va kvant elektronikasi” kafedrasida bajarildi. Kafedraning 2017-yil \_\_\_\_ iyundagi majlisida muhokama qilindi va himoyaga tavsiya etildi (bayonnoma N\_\_\_\_).

**Kafedra mudri:**

**prof: Eshqobilov. N.B.**

Magistr akademik darajasini olish uchun dissertatsiya ishi YaDAKning 2017-yil \_\_\_\_ iyundagi majlisida himoya qilindi va \_\_\_\_ foizga baholandi (bayonnoma N\_\_\_\_).

YaDAK raisi: \_\_\_\_\_

A'zolari: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**SAMARQAND – 2017**

**MUNDARIJA**

|                                                                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>KIRISH</b> .....                                                                                                                            | 3  |
| <b>I BOB. FUNDAMENTAL TA’SIRLASHUV, FANTOM MATERIYASI VA “YUMRONQOZIQLARI”</b> .....                                                           | 9  |
| I.1 Fundamental ta’sirlashuv turlari .....                                                                                                     | 9  |
| I.2 Gravitatsion maydon va Eynshteyn tenglamalari .....                                                                                        | 11 |
| I.3 Eynshteyn tenglamalarining “qora tuynuklar” yechimlari .....                                                                               | 14 |
| I.4 Fantom materiyasiz .....                                                                                                                   | 15 |
| I.5 Elektromagnit "sochlar"ga ega yumronqoziqlari .....                                                                                        | 18 |
| I.6 Xulosa .....                                                                                                                               | 20 |
| <b>II BOB. EYNSHTEYN TA’SIR INTEGRALI, RIMAN GEOMETRIYASI VA 5-O’LCHAMLI DE SITTER FAZASI IMPULS GEOMETRIYASIDA FUNDAMENTAL TENGLAMA</b> ..... | 21 |
| II.1 Eynshteyn gravitatsiyasi uchun ta’sir integrali .....                                                                                     | 21 |
| II.2 5-o’lchamli De Sitter fazasi impuls geometriyasida “Fundamental tenglama” va ayrim yechimlari .....                                       | 23 |
| II.3 Riman geometriyasi. Fazo metrikasi va metrik tenzor .....                                                                                 | 28 |
| II.4 Xulosa .....                                                                                                                              | 31 |
| <b>III BOB. “YUMRONQOZIQLARI” XOSSALARI VA ASOSIY NATIJALAR</b> .....                                                                          | 32 |
| III.1 Yondashish .....                                                                                                                         | 32 |
| III.2 Yumronqoziqlari bo’g’izlari to’g’risida .....                                                                                            | 35 |
| III.3 Yumronqoziqlari geometriyasi va chegaroviy shartlar .....                                                                                | 37 |
| III.4 “Mathematica” dasturi to’g’risida ma’lumotlar .....                                                                                      | 43 |
| III.5 “Mathematica 9” va “Fortran” dasturlarida xisoblashlar va natijalar .....                                                                | 48 |
| III.6 Asosiy natijalar .....                                                                                                                   | 53 |
| III.7 Xulosa .....                                                                                                                             | 57 |
| <b>ASOSIY XULOSA</b> .....                                                                                                                     | 58 |
| <b>FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO’YXATI</b> .....                                                                                                | 60 |
| <b>ILOVA. DISSERTATSIYA mavzusi bo’yicha chop etilgan maqolalar</b> .....                                                                      | 63 |

## KIRISH

Eynshteynning tortishish nazariyasi, ya'ni umumiy nisbiylik nazariyasi (UNN) ga ko'ra biz yashab kelayotgan fazo-vaqt egrilikka ega bo'lib, gravitatsiya esa ushbu egrilikni namoyonidir. Materiya o'z atrofidagi fazoni "egadi". Bu egrilik materiyaning zichligiga bog'liq bo'lib, zichlik qancha katta bo'lsa shuncha egrilik kuchli bo'ladi. Fazo va vaqtning kuchli egrilishga ega bo'lishi UNNning yaratilgandan bir yil keyin 1916 yilda avstriyalik fizik L. Flamm ikki dunyoni birlashtiruvchi inga o'xshash fazoviy geometriya mavjudligi to'g'risida fikrni kiritdi. A. Eynshteyn va matematik N. Rozen 1935 yilda gravitatsion maydonning neytral yoki elektr zaryadlangan, izolyatsiyalangan manbasi uchun UNNning fazoviy "ko'priklari"ga o'xshash oddiy yechimlari mavjudligini topishdi. Ushbu fazoviy struktura keyinchalik "wormhole" ingliz so'zidan, fazo-vaqt bog'lanishi mannosini beruvchi "yumronqoziq ini" deb fanga kiritildi. Yassi birlashtiruvchi "ko'priklari" eng tor joyida, ya'ni "bo'g'iz"da yassilik buziladi. Uzoqdagi kuzatuvchi nuqtayi nazaridan bu, "bo'g'iz"da vaqt to'xtagan bo'lib ko'rinadi. Eynshteyn va Rozenlarning "ko'priklari"ni eng tor joyini, ya'ni "bo'g'iz"ni hozirgi zamonda qora tuynukning "xodisalar ufqi" deyiladi. Nazariya bo'yicha yumronqoziq inlarining juda ko'p xillari mavjud bo'lishi mumkin. Xattoki, fazo-vaqt masshtablarida fraktal tuzilishga ega bo'lgan bir-biriga o'xshash yumronqoziq inlarining mavjudligi ham bashorat etilmoqda. Lekin, bularning qaysilari tajribada aniqlanishi kelajakda bo'ladi. Stabil yumronqoziq ini mavjud bo'lishida oddiy materiya va boshqa turdagi ekzotik materiya juftligi bo'lishi lozim.

Sferik-simmetrik neytral va elektrik zaryadlangan qora tuynuklar uchun Shvartsshil'd va Raysner - Nordstrem yechimlari 1916-1917 y. da topilgan bo'lsada, bu fazoning geometriyasini 1950-1960 y.dagina to'liq incha tushinishga ega bo'linadi. Nazariy fizika va gravitatsiya nazariyasi saholarida ilmiy izlanishlari bilan ma'lum bo'lgan Djon Archibal'd Uiler "qora tuynuk" va "yumronqoziq ini" terminlarini fanga kiritdi. Keyinchalik Shvartsshil'd va Raysner - Nordstrem

fazolarida "yumronqozig in"lari haqiqatdan mavjud ekani ma'lum bo'ldi. Hozirgi davrda o'tkazmaydigan va o'tkazadigan "yumronqozig in"lari mavjud deb hisoblanmoqda.

Shvartsshil'd qora tuynukni o'tkazmaydigan yumronqozig ini sifatda qarash mumkin. Raysner - Nordstrem qora tuynuki esa murakabroq bo'lib, u ham o'tkazmaydi. O'tkazadigan yumronqozig inlari umuman geometrik jihatdan qora tuynuklarga nisbatan sodda bo'lib vaqt o'tshi bilan kataklizmaga olib keluvchi gorizont (ufq)ga ega bo'lmaydi. Vaqt har xil nuqtada har xil bo'lib o'tsa ham cheksiz tezlanishga yoki to'xtab qolmasligi kerak. Har xil qora tuynuklar va yumronqozig inlari juda qiziqarli mikroob'ektlar bo'lib,  $10^{-33}$ sm masofalarda gravitatsion maydonni fluktuatsiyasi tufayli o'z-o'zidan paydo bo'ladi. Bunda esa klassik nuqtayi nazardan yassi fazo-vaqt tushinchasi o'z kuchni yo'qotadi. Bu masofalarda kuchli oqimda suv yoki sovun pufaklari paydo bo'layotganday bo'ladi. Tinch bo'sh fazoning o'rnida katta tezliklarda hosil bo'layotgan mini-qora tuynuklar va yumronqozig inlari konfiguratsiyalarini kuzatamiz. Ularning razmerlari atom yadrosidan xuddi atom yadrosi Yer sayyorasidan qancha kichik bo'lganlaricha kichikdir. Bu fazoviy-vaqt pufaklari uchun qatt'iy matematik tav'siflash hozircha yaratilmagan. Xuddi shunday gravitatsiyaning kvant nazaryasi ham hozircha mavud emas.

**Tanlangan mavzuning dolzarbligi.** Dunyo olimlari tomonidan katta munozaralarga sabab bo'lib kelayotgan yumronqozig ini geometriyasi va ularning yechimlari, bu yechimga keluvchi tenglamalar bugungi kungacha davom etib kelmoqda. Gravitatsion maydon uchun yozilgan Eynshteyn tenglamasi [1] yaratilganligiga bir asr bo'lishiga qaramay, yangi-yangi yechimlarini topilishi va bu yechimlar o'z navbatida makro va mega fan olamlarida juda qiziqarli fizik va astrofizik jarayonlarga olib kelishi bilan o'z *dolzarbligini yo'qotmayapdi*. Bu borada turli xil bir-birga zid bo'lgan modellar yaratilmoqda. Shu o'rinda *Buyuk birlashish nazaryasi (BBN)* yaratilishi fan olamida **dolzarb masala** bo'lib

qolmoqda. Hozirning o'zida ma'lum bo'lmoqdaki ko'p yillar orzu-istaklar bilan yaratilishini kutilgan *BBN* nazariya Koinotning tezlanish bilan kengayishini tushuntirish imkoniyatiga ega emas ekan. Koinotning tezlanish bilan kengayishi keyinchalik reaktiv nurlanish, gravitatsion linzalanish, Katta portlashdagi nukleosintez jarayonlarini hisoblashlarda ham tasdiqini topdi. Olingan bu ma'lumotlar  $\Lambda$ -CDM model'ga mos keladi. Ilgarilari mavjud bo'lgan kosmologik modellar Koinotning kengayishi susayishini bashorot etardi. Bu modellarda Koinotning assosiy qismi ko'rinuvchi (yulduzlar va galaktekalar ora gazlardan) va ko'rinmas ("qora") materiyadan iborat etilgan degan farazga asoslangan edi. Yangi kuzatishlardagi Koinotning kengayishi tezlanish bilan sodir bo'layotganligini isbotlovchi natijalarga ko'ra bizga ma'lum bo'lmagan manfiy bosimga ega bo'lgan energiya mavjud degan yangi postulat fanga kiritildi. Buni "qora energiya" deb nomlandi. Lekin qora energiya masalasi hozirgi vaqtda ko'p munozaralarga sabab bo'lmoqda. Yechimlarini topishda foydalanilgan tenzor tenglamalarning ancha murakkabligi, uni oddiy kompyuter dasturlarida yechib bo'lmasligidadir. Ushbu munozaralar hozirga vaqtgacha ***dolzarb masala*** bo'lib kelmoqda

**Dissertatsiya ishning maqsadi va vazifalari. Ishning maqsadi.** Ushbu Dissertatsiya ishda qora tuynuklar o'rnida Yang-Mills maydonlari bilan kuchaytirilgan va «Yumronqoziq ini geometriyasi» ni o'rganishga qaratilgan. Bunda fontom maydonlari yordamida, hamda Yang-Mills maydonlari bilan kuchaytirilgan va yumronqoziq ini qarab chiqamiz. Tenglamalarning analitik yechimlarini topishda "Mathematica" va soniy yechimlarini topishda "Fortran" dasturlaridan foydalanib yangi yechimlarni topish ***ishning maqsadidir.***

**Ishning vazifasi.** Mavzu doirasida nazariy va amaliy sohalarini o'rganib, Gravitatsion tenglamalar va ular bilan bog'langan ob'yektlar muhimligi va uning asosiy tushunchalarini tavsiflash. Fontom maydonlarida Eynshteyn-Yang-Mills tenglamasi global regulyar yechimlari kompyuterlarda modellashtirish yo'li bilan

topilishini isbotlash. Bu yechimlar “soch”ga bo’lgan “yumronqoziq ini” shaklini olishi mumkinligini kuzatish. Yechimlarni topishda “Mathematica” va “Fortran” dasturlarida bajarilgan tahlillarimizni hamda dasturdan foydalanishga doir tadqiqotlarimizni bayon qilish **ishning vazifalaridir**.

Demak, ushbu Dissertatsiya ishning **maqsadi va vazifalarini** quyidagicha keltiramiz:

1. A.Eynshteyning umumiy nisbiylik nazariyasi (UNN) va undan kelib chiquvchi ta’sir integrali, variyatsiya usullari va adbiyotlar bilan tanishish;
2. Kvark-gluyonlar, leptonlar, Standart model, Maksvell tenglamalar sistemasi, Higgs potentsiali, Fontom maydonlarini tadbiq etib modifisirlangan tenglamalarni topish. Bu tenglamarni yangi yechimlarini kompyuter dasturlari yordamida topish;
3. Eynshteyn-Yang-Mills-Higgs nazariyasi uchun yangi yechimlarini topishda kompyuter dasturlari samaradorligini aniqlash;
4. Konkret “Mathematica” va “Fortran” dasturidan foydalanish va ayrim hisoblarni bajarish;
5. Kelajakda o’z doktorlik ishlarimga zamin yaratish;
6. Dissertatsiya ishga ta’luqli qismlarini nufuzli ilmiy anjumanlarda ma’ruza etib, hamda ilmiy jurnallarda chop etish.

**Dissertatsiya ishning amaliy ahamiyati.** Elektromagnit “Soch”ga ega bo’lgan qora tuynuklarga olib keluvchi Bartnik –McKinnon yechimlari tarzida bu “sochga” ega bo’lgan “yumronqoziq ini geometriyasi” ga olib keluvchi yechimlarni topish fizika, astronomiya, matematikaning dolzarb muommolarini yechilishida varivojlanishi uchun **amaliy ahamiyatga ega** bo’ladi. Bundan tashqari kompyuter dasturlarining qo’llanilishi, uning samaradorligini aniqlashda ham muhim qadamlardan biridir. Kelajakda magistrlik va doktorlik dissertatsiyalar mavzularini tanlashda katta **amaliy ahamiyatga egadir**.

**Ishning ilmiy yangiligi.** Koinot fizikasi, nazariy fizika va asrofizikalarida eng dolzorb bo'lib turgan Koinotda qora materiy va qora energiya masalalariga ta'luqli “sochga” ega bo'lgan “yumronqoziq ini”ga olib keluvchi yechimlarni topilishi ushbu magistrlik dissertatsiya ishning ilmiy yanilgidan dalolat beradi.

**Tadqiqot ob'ekti va predmeti.** Graviatsiya uchun Eynshteyn tenglamasi, fontom maydon, Eynshteyn-Yang-Mills tenglamasi, “Mathematica 9” va “Fortran” dasturlari *tadqiqot ob'ekti*. Global regulyar yechimlari kompyuterlarda modellashtirish yo'li bilan topilishini isbotlash *ishning predmetidir*.

**Dissertatsiya ishning tarkibi.** Dissertatsiya ishi mundarija, 3 bobdan, kirish qismi, asosiy qism, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati va ilovadan iborat.

Dissertatsiya ishning kirish qismi mavzuni tanlashning dolzarblik masalalari, ilmiy yangiligi, ushbu tadqiqotni muximligi masalalari va ishning maqsadi va vazifalari bayon qilingan.

***I Bobda*** mavzuga doir fundamental ta'sirlashuv turlari, gravitatsion maydon va Eynshteyn tenglamalari, Eynshteyn tenglamalarining “qora tuynuklar” yechimlari, fantom materiyasi va yumronqoziq ini geometriyasi to'g'risida axborotlar keltirilgan.

***II Bobda*** mavzuga doir Eynshteyn ta'sir integrali, Riman geometriyasi va 5-o'lchamli De Sitter fazasi impuls geometriyasida fundamental tenglama to'g'risida axborotlar keltirilgan.

***III Bobda*** esa asosiy qism bo'lib Yumronqoziq inlari bo'g'izlari to'g'risida, Yumronqoziq inlari geometriyasi va chegoroviy shartlar, “Mathematica 9” va “Fortran” dasturlarida xisoblashlar va natijalar, va xulosa keltirilgan

Asosiy xulosa qismida Dissertatsiya ishda olingan natijalar ko'rsatilib Ilovada esa “Mathematica 9” dasturida ishning analitik dasturi kelirilgan. Dissertatsiya ish 63 betdan iborat bo'lib, Dissertatsiya ish bo'yicha kerakli barcha mavzularga ta'luqli maqollar ro'yxati va aftorning chop etgan ilmiy maqolalar nusxalari ham keltirilgan.

### **Xulosa.**

Ushbu kirish qismida tanlangan mavzuning dolzarbligi, Dissertatsiya ishning maqsadi va vazifalari, Dissertatsiya ishning amaliy ahamiyati, Dissertatsiya ishning tarkibi keltirildi.



## **I Bob. FUNDAMENTAL TA'SIRLASHUV, FANTOM MATERIYASI VA "YUMRONQOZIQLARI"**

### **I.1 Fundamental ta'sirlashuv turlari**

Zamonaviy tasavvurlarga ko'ra, tabiatda to'rt xil fundamental ta'sirlashuv mavjud. Bular kuchli, elektromagnit, kuchsiz va gravitatsion ta'sirlashuvlardir. Bu ta'sirlashuvlarning har birini amalga oshiruvchi zarralar va har biriga mos keluvchi o'z maydonlari mavjud.

**Kuchli yoki yadroviy ta'sirlashuv.** Bu ta'sirlashuv atom yadrosidagi nuklonlarning (proton va neytron) aloqasini ta'minlaydi va yadroni bir butun mahsulot sifatida saqlab turadi. Aynan uning sharofati bilan moddalarning barqarorligi ta'minlanadi. Kuchli ta'sirlashuv atom yadrosining radiusiga teng  $\sim 10^{-15} \text{ m}$  masofada namoyon bo'la boshlaydi. U nuklonlar o'rtasida  $\pi$ - mezonlar almashuvi bilan amalga oshiriladi. Kuchli o'zaro ta'sir qatnashuvchi zarralar adronlar deb ataladi. Bu o'zaro ta'sir proton va neytronlarni yadroda ushlab turadi. Yoki kvarklar shu kuch orqali bog'lanib adronlarni tashkil qiladi.

**Elektromagnit ta'sirlashuv.** Bunday ta'sirlashuv barcha elektr zaryadga ega zarralar orasida mavjud. U kuchli ta'sirdan 137 marta kuchsiz. Ta'sir radiusi cheklanmagan. Elektromagnit maydon energiyasini tashuvchi zarra foton vositasida amalga oshiriladi. Atomning mavjudligini ta'minlaydi. Eng to'la o'rganilgan ta'sirlashuv hisoblanadi. Elektromagnit o'zaro ta'sirda asosan zaryadlangan zarralar qatnashadi. Lekin neytral zarralar ham o'z atrukturasiga egaligi sababli bu ta'sirda qatnashishi mumkin. Masalan, neytron murakkab strukturaga egaligi, ya'ni shu sababli magnit momentiga egaligi sababli. Bu ta'sir hozirgi paytda eng yaxshi o'rganilgan ta'sir turi hisoblanadi.

**Kuchsiz ta'sirlashuv.** Asosan elementar zarralarning parchalanishida namoyon bo'ladi. B-yemirilish,  $\mu$ - yemirilish kuchsiz ta'sirlashuvga yaxshi misol

bo'ladi. U kuchli ta'sirdan  $10^{14}$  marta kuchsiz bo'lib, oraliq bozonlari ( $z$ ,  $w$ ) vositasida amalga oshiriladi. Kuchsiz o'zaro ta'sir deyarli barcha zarrachalarga xosdir. Bu ta'sir ostida sodir bo'ladigan jarayonlar ancha sekin yuz beradi. Atom yadrolarining  $\beta$ - parchalanishi kuchsiz o'zaro ta'sirga misol bo'ladi.

**Gravitatsion ta'sirlashuv.** Bu barcha elementar zarralarga xos bo'lgan xususiyat, ya'ni ular bir-birlarini tortishadi. U kuchli ta'sirdan  $10^{39}$  marta kuchsiz. Shuning ham mikroduyo jarayonlaridagi ta'siri e'tiborga olinmaydi. Gravitatsion maydon orqali, graviton deb ataluvchi ekzotik zarralar vositasida amalga oshiriladi. Gravitatsion o'zaro ta'sir universaldir. Bu ta'sirda barcha zarralar qatnashadi.

**“Buyuk birlashuv” nazariyasi.** Yuqorida ta'kidlanganidek, har bir ta'sirlashuvning o'z qonunlari mavjud. Ammo olimlarning fikricha, bu ta'sirlashuvlarning barchasi yagona qonunga bo'ysunishi va soda qilib tushuntirilishi zarur. Boshqacha aytganda, har to'rtala ta'sirlashuvning ham shunday birlashuvi ro'y berishi kerakki, bir yuqorida ko'rgan ta'sirlashuvlar, bu yangi ta'sirlashuvning ma'lum sharoitlarda namoyon bo'ladigan xususiy holiga aylanmog'i lozim. Demak, yangi topilgan nazariya mavjud nazariyalarning umumlashmasi bo'lishi nazarda tutilmoqda. Bundan tashqari, yangi nazariya mavjud nazariyalarning hozirgacha noma'lum bo'lib kelgan ba'zi qirralarini aniqlashga imkon beradi, deb umid qilinmoqda. Ammo bu yo'ldagi ko'plab urinishlar hanuzgacha kutilgan natijani bermadi. Hozirgacha elektromagnit va kuchsiz ta'sirlashuvlarga yagona elektr kuchsiz ta'sirlashuvlarga yagona elektr kuchsiz ta'sirlashuvga birlashtirishning iloji topiladi, xalos. Kun tartibida kuchli, elektromagnit va kuchsiz ta'sirlarni birlashtiruvchi “Buyuk birlashuv” nazariyasi turibdi. Har to'rtala ta'sirlashuvlarni ham o'z ichiga oluvchi “super birlashuv” nazariyasi ham o'rganilmoqda.

## I.2 Gravitatsion maydon va Eynshteyn tenglamalari

Bizga ma'lumki maxsus nisbiylik nazariyasida xususan relyativistik mexanika va elektrodinamikada inertsial sanoq sistemalari bilan ish ko'riladi va gravitatsion maydon e'tiborga olinmaydi. Ammo massiv jismlar atrofida gravitatsion maydonlar mavjudligi aniqlangan.

Eynshteyn tenglamalarini keltirib chiqarish uchun biz fazo geometriyasi (metrika)ni ko'rib chiqamiz.

Dekart koordinatalar sistemasida fazodagi ikki nuqta orasidagi masofani kvadratik forma bilan aniqlashtirishimiz mumkin. Uch o'lchovli fazoda.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (1)$$

N-o'lchovli fazoda-

$$ds^2 = \sum_{\alpha} g_{\alpha\alpha} dx_{\alpha}^2 = g_{\alpha} dX_{\alpha} dx_{\alpha}; \quad (2)$$

$$g_{\alpha\alpha}=1, (\alpha=1,2,\dots,N)$$

Bunday munosabat bilan aniqlanuvchi fazo Evklid fazosi deb yuritiladi.

Bundan tashqari Riman fazosida ikki nuqta orasidagi masofa kvadrati quyidagiga teng.

$$ds^2 = g_{ik} dx_i dx_k \quad (3)$$

Bu yerda  $g_{ik}$ -fundamintal tenzor.

Minkovskiyning 4 o'lchamli fazosida vaqt o'qining mavhumligi sabab ikki nuqta orasidagi masofa  $dS$  mavhum yoki nol bo'lishi mumkin, bunday xususiyatga ega fazo psevd Riman fazosi deyiladi.

Bundan tashqari Eynshteyn tenglamasini keltirib chiqarish uchun avvalombor Eynshteyn tenzorlari bilan tanishib chiqamiz. Eynshteyn tenzorlari

boshqacha qilib aytganda 4-o'lchamli fazoning egriligini, bu egrilik vaqtga va fazoviy koordinatalarga bog'lanib o'zgarishni ifodalashi va oddiy geometrik ma'noga ega bo'lishi bilan birga, sodda holda fizika bilan bog'langan bo'lishi kerak.

Eynshteyn Riman geometriyasi va tenzor analizining g'oya va metodlarga tayangan holda chuqur mulohazalar asosida, egrilik tenzori  $R_{\mu\nu}$  va metrik tenzor  $g_{\mu\theta}$  ni bog'langan holda quyidagi bitta tenzor kattalik orqali ifodalanadi.

$$R_{\mu\theta}^{\Xi} = R_{\mu\theta} - \frac{1}{2} g_{\mu\theta} (R - 2\lambda)$$

$$R_{\mu\theta}^{\Xi} = R^{\mu\theta} - \frac{1}{2} g^{\mu\theta} (R - 2\lambda)$$

Bu yerda  $R_{\mu\theta}^{\Xi}$  - Eynshteyn tenzori,  $R_{\mu\theta}$  - egrilik tenzori. Bulardan kelib chiqib, gravitatsion maydon tenglamasi uchun quyidagi ifodani olamiz.

$$R_{\mu\theta}^{\Xi} = R_{\mu\theta} - \frac{1}{2} g_{\mu\theta} (R - 2\lambda) = \lambda T_{\mu\theta}; \quad X = \frac{8\pi C}{c^4}$$

$$R^{\mu\theta} - \frac{1}{2} g^{\mu\theta} (R - 2\lambda) = X T^{\mu\theta};$$

$$R_{\mu\theta}^{\Xi} = R_{\mu\theta} - \frac{1}{2} g_{\mu\theta} (R - 2\lambda) = \frac{8\pi C}{c^4} T_{\mu\theta}$$

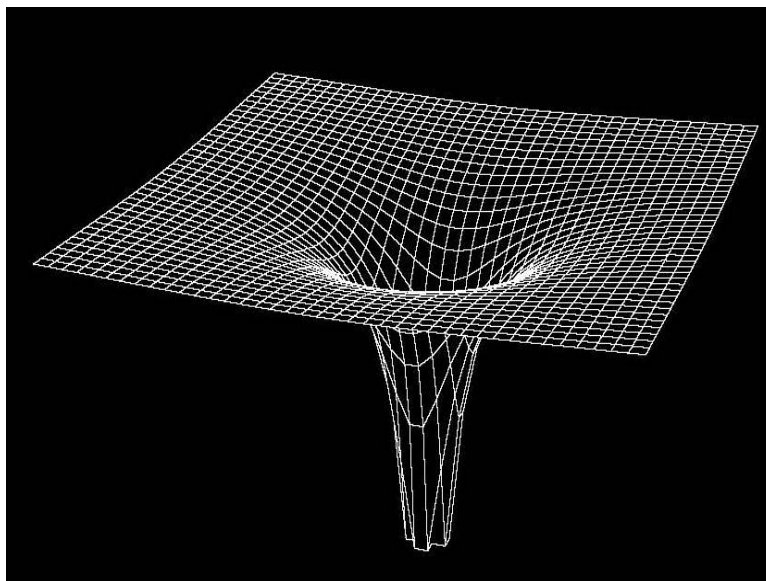
Yuqoridagi formulalar gravitatsion maydon tenglamalari bo'lib, Eynshteyn tenglamalari deb yuritiladi.

### I.3 Eynshteyn tenglamalarining “qora tuynuklar” yechimi

Eynshteyn tenglamalari bir tarafdin Quyosh sistemasini tafsiflasa, ikkinchi tarafdin Koinot sistemasini tavsiflaydi. Bundan tashqari qora tuyniklar mavjudlik yechimlariga ham olib keladi. Bu tenglama massalar orasidagi o`zaro ta`sirni o`z-o`zicha ifodalaydi. Eynshteyn tenglamasining eng asosiy xususiyati bu chiziqsiz tenglamadir. Shu sababdan superpozitsiya printsipini qo`llab bo`lmaydi. Ilk bor bu tenglama yechimlari taqribiy topildi. Ammo, 1916 yilda markaziy - simmetrik koordinatada birinchi bo`lib Shvartsshil'd [2] aniq yechimini topdi. Bu yechim  $M$  massali qora tuynuklar mavjudligiga olib keldi.

$$R_S = \frac{2 G M}{c^2} \approx 3 \frac{M}{M_{\odot}} \text{km} \quad (4)$$

Bunda  $R_S$  – qora tuynuk radiusi,  $G$  –gravitatsion konstanta,  $c$  – yorug`lik tezligi,  $M$  – jism massasi va  $M_{\odot}$  – Quyosh massasi.



*1-rasm. Katta massaga ega bo`lgan jism yonida fazo-baqtning egriligi katta bo`ladi.*

Ya'ni, har qanday  $M$  massaga ega bo'lgan jism  $R_s$  radiusgacha qisilsa Qora tuynukka aylanishi mumkin degan yechim hosil bo'ldi. Eynshteyn tenglamasining yangi yechimlarini topish bo'yicha olimlar ancha mehnat qilishib - Raysner-Norfstriumlar zariyadlanga, Kerr esa aylanuvchi impuls momentli, Kerr-Nuymannlar aylanuvchi, zariyadli qora tuynuklarga olib keluvchi yechimlarni topishdi.

Kerr 1963-yilda Eynshteyn tenglamasining yechimida massa va impuls momentli qora tuynuklarga kelgan yechimlarini topgan. Bunda qora tuynuklar aylanuvchi bo'lib, aksial simmetrik ko'rinishda. 1965-yili Kerr va Nyumenlar massa, zaryad va impuls momentiga ega bo'lgan va aylanuvchi, zaryadli qora tuynuklarga keluvchi yechimini topishgan.

2004-2014 yillarda O'zbekistonlik R.Ibadov Germaniyalik olimlar J.Kunz va B.Kleihauslar [3-12] bilan hamkorlikda Eynshteyn tenglamalariga Yang-Mills-Higgs (YMH) nazariyalarini qo'llab Eynshteyn-Yang-Mills-Higgs (EYMH) modernizatsiyalangan ta'sir integralini yozishgan.

$$S = \int \left\{ \frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{2} \text{Tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) - \frac{1}{4} \text{Tr}(D_\mu \Phi D^\mu \Phi) - \frac{\lambda}{4} \text{Tr}(\Phi^2 - \eta^2) \right\} \sqrt{-g} d^4x$$

Bu integralning birinchi hadi - Gravitatsiya, ikkinchi hadi - Yang-Mills, uchunchi hadi - Higgs maydonlarni va oxirgi hadi - Higgs potentsialini etiborga olib, makrodunyo va mikrodunyo jarayonlarini tavsiflovchi ta'sir integralidir. Ushbu integralni variasiyalash orqali yangi tenglamalar hosil qilishdi va bu tenglamalarni yechib, qora tuynuklar [3], magnit monopollar [4], monopol-antimonopol, sfeleron va antisfeleronlarga [5], dion, gravitatsion dionlar [6-10] va yumronqoziq inlariga [11-12] olib keluvchi yangi yechimlarini topishdi.

## I.4 Fantom materiyasi

Oxirgi yillardagi kuzatishlar Koinotning kengayishi tezlanish bilan sodir bo'layotganligini ko'rsatmoqda. Bu jarayonga sabab balki, Koinotning 74% ni tashkil etgan "qora energiya" bo'lib, bu qora energiya o'z navbatida fantom materiyasi deb atalgan materiyadan iborat bo'lishidadir.



2-rasm. Hozirgi zamonda Koinot tarkibi.

Qora energiya uchun muvazonat holat tenglamasi esa qora energiyaning zichlik va bosim yig'indisi no'lga teng ekanligini ko'rsatadi

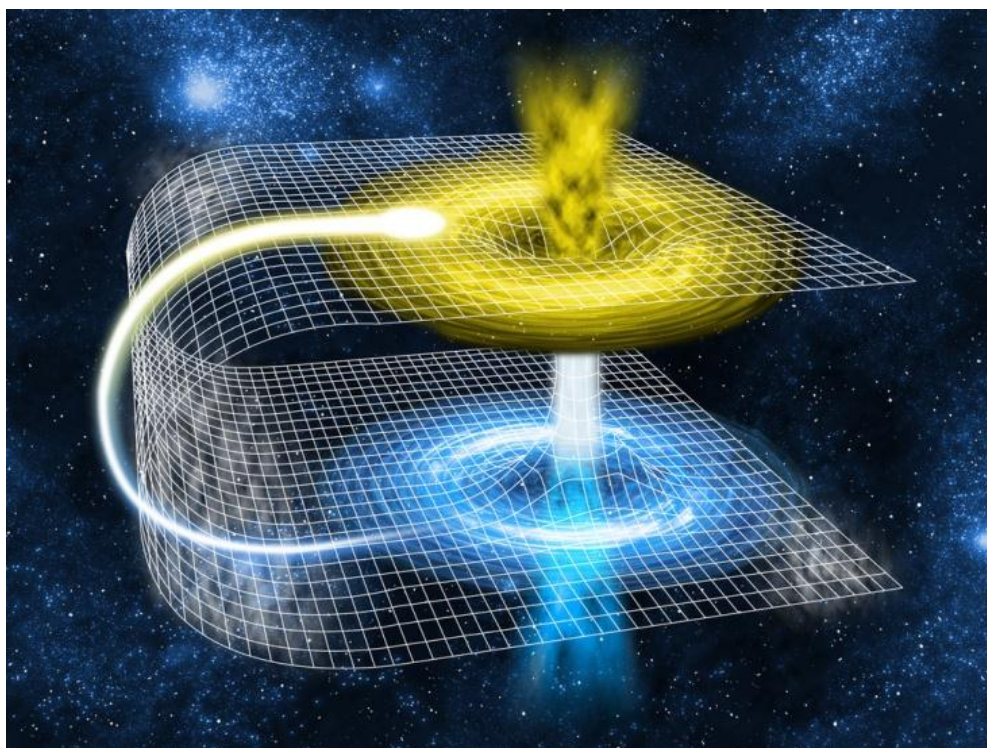
$$mc^2 + p = 0 \quad (5)$$

bunda  $mc^2$ - energiya zichligi,  $p$ - bosim.

Umumiy nisbiylik nazariyasi (UNN) Koinotda "yumronqoziq inlari" mavjudligini bashorat qiladi. Gipotetik "Yumronqoziq ini" (ingilizcha wormhole) Koinotning bir nuqtasidan boshqa nuqtasiga o'tish uchun fazo-vaqt tunelidir. Ayrim olimlar bashorat qilayotgan gipotezalarga ko'ra ushbu "yumronqoziq ini" bo'yicha fazo-vaqtda sayohat etish mumkin. "Hodisalar ufqi" ichida bo'lganlar tashqariga chiqishlari uchun yorug'lik tezligidan katta tezlik bilan harakat etishi lozim bo'ladi.



Qora tuynuk orqali o'tish imkoniyatiga ega bo'lganlar boshqa Koinotga o'tadi. Bu xodisani 1935-yilda Eynshteyn tamonidan tavsiflangan bo'lib "Eynshteyn-Rozen ko'prigi", hozirgi davrda "yumronqoziq ini" (krotovie nori) deb nomlanadi. UNN bo'yicha stabil yumronqoziq inlari mavjud bo'lishi uchun ozgina bo'lsa ham ekzotik-fantom materiyasi mavjud bo'lishi shart (3-rasm). (Oddiy misol, masalan sutni qatiqqa aylantirish uchun ozgina qatiq yoki qaymoq bilan aralashtirish lozim bo'ladi.)



3-rasm. „Yumronqoziq inlari“ mavjud bo'lishi uchun ozgina bo'lsa ham ekzotik-fantom materiyasi mavjud bo'lishi shart.

Fantom materiya qora tuynuklarda hodislar ufqini (gorizont) hosil bo'lishiga yo'l bermaydi. Bunday materiya (5) energetik sharti buzulishiga olib keladi. Energetik shartlar buzilishi uchun bosim va energiya zichliklari yig'indisi manfiy bo'lishi lozim

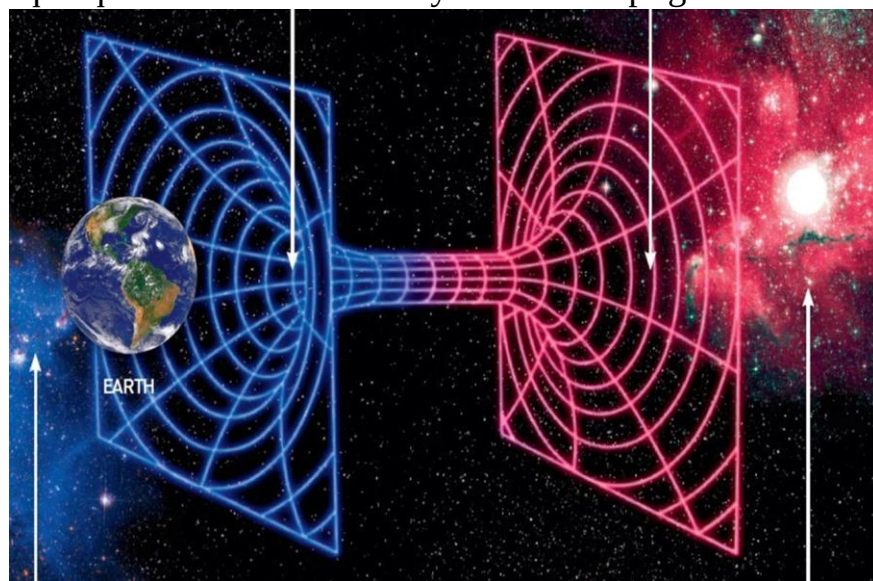
$$mc^2 + p < 0 \quad (6)$$



Agarda (6) shart bajariladigan bo'lsa, fantom massa kosmologik masshtabda mavjudligi kelib chiqadi. Bu holda yumronqoziq inini saqlanishiga olib keluvchi qolgan materiya energiya zichligi va bosimi yig'indisi nurga teng bo'lishini qanoatlantirishi lozim. Elektomagnetik maydon bosimga ega bo'lganligidan elektr yoki magnetik maydonlar ushbu shartni qanoatlantiradi. Kosmosda katta elektr maydonlari kuzatilmaganligi sababli kosmologik yumronqoziq inlari uchun magnetik maydonini qo'llash lozim. O'z navbatida esa bular magnetik maydonlariga ega bo'lgan magnetik yumronqoziq inlari deb ataladi.

## I.5 Elektromagnit "sochlar"ga ega yumronqoziq inlari

Yumronqoziq inlari atrofida elektromagnit maydonlarni o'rganish yumronqoziq inlari sahosida juda katta ma'lumotlar olishga imkon beradi. Massasiz va massiv yumronqoziq inlari elektromagnit "soch"ga ega bo'lishlari fanda isbotlangan. "qora tuynuklar uchun soch bo'lmasligi" teoremasiga asosan qora tuynuklarda monopol' magnit maydonlar bo'lishi taqiqlanadi. " Monopol' maydon" deganda ushbu maydon yumronqoziq inining barcha tomonidan bir yo'nalishda chiqishi yoki kirishini bildiradi. Qora tuynuklarda [2-13,17-22] hodisalar ufqi, yumronqoziq inlarida esa ko'rinish ufqi bo'ladi. Massasiz yumronqoziq inlari elektromagnit "sochlar"ga ega. Lekin, massali, o'tkazuvchi yumronqoziq inlari ham elektromagnit "sochlar"ga ega ekanligi isbotlangan. O'tkazuvchi yumronqoziq inlaridan "sochlari" yo'qolib Reysner - Nordstrem qora tuynuklariga silliq, ya'ni bir tekis o'tshi ham isbotlagan. Fantom maydoni qo'llanishi yordamida Eynshteyn-Yang-Mills, yumronqoziq inlarini ko'rib chiqilib [11,12] ikki asimptotik yassi qismlardan iborat bo'lgan sferik simmetrik yechimlar topilgan. Bunda qator tugunlarga ega bo'lgan kalibrovkali maydonlar mavjud holdagi yumronqoziq inlari uchun no abel yechimlari topilgan.



4-rasm. „Yumronqoziq inlari“ orqali koinotlar ora sayohat.

Bizning bu ilmiy ishimiz qora tuynuklar [3] o'rnida Yang-Mills maydonlari bilan kuchaytirilgan va elektromagnit "soch"larga ega bo'lgan yumronqozliq inlarini urganishga qaratilgan. Bunda fantom maydonlari yordamida, hamda Yang-Mills maydonlari bilan kuchaytirilgan va sochlarga ega bo'lgan yumronqozliq inlarini qarab chiqamiz. „Yumronqozliq inlari“ orqali koinotlar ora (4-rasm) gepotetik sayohatlarni amalga oshirish imkoniyati bo'ladi.

## **I.6 Xulosa**

Ushbu I bobda biz tabiatda mavjud fundamental ta'sirlashuv turlari gravitatsion, kuchsiz, elektromagnit va kuchli o'zaro ta'sirlashuvlar to'g'risida ma'lumotlar keltirdik. Gravitatsion maydon va Eynshteyn tenglamalari "qora tuynuklar" yechimlari to'g'risida ma'lumotlar ham keltiridi. "Eynshteyn-Rozen ko'prigi"- "yumronqozliq inlari" mavjud bo'lishi uchun ozgina bo'lsa ham ekzotik-fantom materiyasi mavjud bo'lishi lozimligi keliridi. Massasiz yumronqozliq inlari elektromagnit "sochlar"ga ega ekanligi va „yumronqozliq inlari“ orqali koinotlar ora gipotetik sayohat bo'lishi ham mumkinligi tavsiflandi.

## II BOB. EYNSHTEYN TA`SIR INTEGRALI, RIMAN GEOMETRIYASI VA 5-O`LCHAMLI DE SITTER FAZASI IMPULS GEOMETRIYASIDA FUNDAMENTAL TENGLAMA

### II.1 Eynshteyn gravitatsiyasi uchun ta`sir integrali

Biz fantom maydoni va  $SU(2)$  Yanga-Milss maydonlari bilan o`zora ta`sirlanishda bo`lgan Eynshteyn gravitatsiyasi uchun ta`sir integralini quydagi ko`rinishda yozamiz [11,12]:

$$S = \int \left[ \frac{1}{16\pi G} R + L_{ph} + L_{YM} \right] \sqrt{-g} d^4 x \quad (7)$$

bunda  $R$  skalyar egrilik,  $G$  N'yuton konstantasi va  $g$  materiya ulushini bildiradigan metrik determinant. (7) da fantom maydoni  $\phi$  uchun Langranj  $L_{ph} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi$ , Yang-Milss Langranj funktsiyasi esa  $L_{YM} = -\frac{1}{2} \text{Tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})$ , bu ifodada  $F_{\mu\nu}$  maydon kuchlanganlig tenzori  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - i[A_\mu, A_\nu]$ ,  $A_\mu$  - kalibrovka potinsiali  $A_\mu = \frac{1}{2} \tau^a A_\mu^a$ , bunda  $\tau^a$  - Pauli matritsasi. Kalibrovka o`zora ta'sirini konstantasi birga teng.

Ta`sir integrali (7) ni metrika bo`yicha variatsiyalasak Eynshteyn tenglamasiga kelimiz.

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \bar{\alpha} T_{\mu\nu} \quad (8)$$

bunda  $\bar{\alpha} = 8\pi G$  gravitatsion o`zora ta`sir konstantasi va energiya-impul's tenzori esa  $T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} L_M - 2 \frac{\partial L_M}{\partial g^{\mu\nu}}$ , bu tenzordagi  $L_M = L_{ph} + L_{YM}$  materiya uchun Lagranj funksiyasidir.

Endi ta`sir integrali (7) ni materiya maydonlari bo`yicha variatsiyalasak kalbrovkali maydonlar tenglamasiga kelimiz.

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} D_\mu (\sqrt{-g} F^{\mu\nu}) \quad (9)$$

bunda  $D_\mu = \partial_\mu - i[A_\mu, \cdot]$ , va  $\partial_\mu (\sqrt{-g} \partial^\mu \phi)$  esa fantom maydoni tenglamasi.

## II.2 5-o'lchamli De Sitter fazasi impuls geometriyasida "Fundamental tenglama" va ayrim yechimlari

Biz yashab turgan moddiy olam tabiatida massa yoki uzunlikning yangi universal o'zgarmas o'lchamligi mavjudligi adabiyotlarda ko'p marta muhokama etilgan. Masalan, yaxshi ma'lum bo'lgan juda kichik masshtablar chegaralaridagi fazo-vaqtning diskret (kvantlangan) strukturaga ega ekanligi haqidagi gipotezaga asoslangan kvant maydonlar nazariyasida fazo-vaqtni kvantlashni misol sifatida keltirish mumkin. Bunda "kvant -fazo" o'lchamligi yangi o'zgarmas universal kattalik fundamental (yoki elementar minimal) uzunlik sifatida izohlanadi. Masalaga bu tipda qarash nuqtaiy - nazari bo'yicha standart kvant maydonlar nazariyasi  $l = 0$  chegaraga taalluqli kvant maydonlar nazariyasi bo'lib qoladi. Bu xususiyat kvant maydonlar nazariyasida fazo-vaqtning geometrik konsepsiyasiga mos bo'ladiki, unga ko'ra, mikroskopik fazoviy oraliqlar makroskopik fazoviy oraliqlardan hech qanday farq qilmaydi, ammo vaqt ultra qisqa intervallardagi oqimi uchun ixtiyoriy. Oxirgi yillarda yuqori energiya fizikasida standart model va fundamental massali kvant maydonlar nazariyasi fanga kirib kelmoqda. Bundan tashqari kvarklar orqali adronlarni tuzilishini tushitiruvchi kvant xromodinamikasi (KXD) ham keng rivojlanib kelmoqda. KXD kuchli o'zaro ta'sirlanuvchi zarralarning fizikasini tushintirish imkoniyatiga ega bo'lish, standart model bo'yicha elektromagnit va kuchsiz o'zaro ta'sirlanuvchi zarralar fizikasini tushintirish imkoniyatiga egadir. V.G.Kadashevskiy va R.M.Ibadovlar [8,13] tomonidan yaratilgan yangi nazariya fundamental massali kvant maydonlar nazariyasi esa yuqori energiyalarda kuchli, kuchsiz va elektromagnit o'zaro ta'sirlanuvchi zarralar uchun lokal nazariya bo'lib, tabiatda yorug'lik tezligi  $c$  va Plank doymiysi  $\hbar$  lar bilan bir qatorda yangi «fundamental massa»  $M$ , yoki bunga mos holda teskari bo'lgan «fundamental uzunlik»  $\ell = \frac{\hbar}{Mc}$  mavjud degan

gipotezaga asoslangan. Bu yangi kattaliklarni olimlar tomonidan bir necha bor maydon nazariyasiga kiritilishiga harakat etilgan. Ammo, geometriya asosida kiritilishi V.G.Kadashevskiy va R.M.Ibadovlar [8,13] tomonidan amalga oshirilgan. Bunda  $M$  esa,  $c$  va  $\hbar$  parametrlar bilan bir qatorda besh o'lchamli De Sitter fazasi impuls geometriyasida bajarilgan. Ya'ngi nazariyani yaratishda konfiguratsion tasavvur ishlatilgan. Bu esa prinsipial ahamiyatga ega va izohlashga xojat tugiladi. KMNsini yaratilishida maydonlarning standart nazariyasini impuls tasavvurida yozib, keyin unda Minkovski  $p$ -fazosidan katta  $M$  radiusli De Sitter  $p$  fazasiga utilgan. De Sitter fazosi doimiy egrilikka ega bo'lgani uchun, unda ikkita hol mavjud:

$$p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 + p_5^2 \equiv g^{KL} P_K P_L = M^2 \quad (10)$$

$$K, L = 0, 1, 2, 3, 5$$

(egrilik musbat:  $g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = +g^{55} = 1$ )

$$p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 - p_5^2 \equiv g^{KL} P_K P_L = -M^2 \quad (11)$$

(egrilik manfiy:  $g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = -g^{55} = 1$ )

Noevklid 4-o'lchamli fazoda (11)-ni Lobachevskiyning mavhum 4-fazosi ham deyiladi. Agarda  $E \geq M$  energiyalarda impuls fazoga tayanuvchi KMN yangi fizik xodisalar mavjud bo'lishi mumkin. Umuman aytganda  $M$  parametr Plank massasi  $M_p = \sqrt{\hbar c / k} \approx 10^{19}$  GeV.ga teng bo'lishi mumkin. Standart KMNda "kichik" 4-impulsar  $|p_0|, |\vec{p}| \ll M$   $p^5 = g^{55} p_5 \cong M$  yaqinlashishi to'g'ri keladi. Fundamental massali KMN ning formulirovkasi De-Sitter tenglamasi (11) ning kvant versiyasi ya'ni besh o'lchamli maydon tenglamasiga [8,13]

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial x^\mu \partial x_\mu} - \frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \frac{M^2 c^2}{\hbar^2} \right] \Phi(x, x^5) = 0 \quad (12)$$



$$\mu = 0, 1, 2, 3$$

asoslangan. Bu tenglamani hosil etilishida (11) tenglamaga qo'yidagi kvant operatorlarini kiritish orqali foydalanilgan:

$$p_\mu = i\hbar \frac{\partial}{\partial x_\mu} \quad \text{va} \quad p_5 = i\hbar \frac{\partial}{\partial x_5} \quad (13)$$

(10) tenglamada barcha  $\hbar, c$  va  $M$  fundamental parametrlar mujasimlanganligi uchun bu tenglamani «fundamental tenglama» deyiladi.  $M$  parametr esa Plank

massasiga  $M_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{k}} \approx 10^{19} \text{ GeV}$  ga juda yaqin bulishi ham mumkin. Shu uchun

ushbu maydon nazariyasi umimiy holda *kvant gravitatsiyasini* ham qamrab olishi mumkin. Tensor o'lchamlariga qaramasdan hamma maydonlar (12) fundamental tenglamani qanoatlantiradi. Shuning uchun barcha  $\varphi(x)$  skalyar (spinlari 0),

$\psi(x)$  spinor (spinlari  $1/2$ ),  $A_\mu(x)$  vektor (spinlari 1) va  $B_{\mu\nu}(x, x^5)$  tenzor (spinlari

2) maydonlar uchun 5-o'lchamli  $\Phi(x, x^5)$  to'liq funksiyasini  $\varphi(x, x^5)$ ,  $\psi(x, x^5)$ ,  $A_\mu(x, x^5)$  va  $B_{\mu\nu}(x, x^5)$  ko'rinishda yozashimiz mumkin.

(12) fundamental tenglama echimida  $\Phi(p, 0)$  va  $\frac{\partial \Phi(p, 0)}{\partial x^5}$  funksiyalar klassini tashkil etib, fundamental tenglama uchun Koshi masalasi  $x^5$  o'zgaruvchi bo'yicha korrekt bo'ladi:

$$\begin{cases} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^\mu \partial x_\mu} - \frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \frac{M^2 c^2}{\hbar^2} \right] \Phi(x^\mu, x^5) = 0, \\ \Phi(x^\mu, x^5)|_{x^5=0} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{-ipx} \Phi(p, 0) d^4 p, \\ \frac{\partial \Phi(x^\mu, x^5)}{\partial x^5} |_{x^5=0} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{-ipx} \frac{\partial \Phi(p, 0)}{\partial x^5} d^4 p \end{cases} \quad (14)$$

(12) tenglama uchun Koshi masalasi korrekt bo'lishi uchun boshlang'ich shartlardan  $p$  – tasavvurida  $p_n^2 = M^2$  sferadan tashqarida  $\Phi(p, 0)$  va  $\frac{\partial \Phi(p, 0)}{\partial x^5}$  lar

eksponensial soʻnuvchi boʻlishlarini talab qilinadi.  $\Phi(x, 0)$  va  $\frac{\partial \Phi(x, 0)}{\partial x^5}$  lar Koshi shartlari toʻrt oʻlchamli fazo-vaqt fazosida maydon fuksiyalaridir. (12) fundamental tenglama uchun Koshi masalasining korrektlik shartiga asoslanib  $M$  fundamental massaga ultrobinafsha viloyatidagi uzoqlashuvlikni kesuvchi majburiati rolini yuklatadi. Balki bu yangi nazariya ultrobinafsha viloyatidagi uzoqlashuvlikga ega emasdir? Xozirgi vaqtda ushbu savolga aniq javob boʻlmasa ham (12) fundamental tenglama uchun Koshi masalasi  $x^5$  koordinata boʻyicha korrekt qoʻyilishini tushintiraylik. Koshi masalasi korrekt qoʻylsa  $\Phi(x, 0)$  va  $\partial \Phi(x, 0) / \partial x^5$  kattaliklar toʻrt oʻlchamli fazo-vaqtda aniqlangan maydonlar boʻladi va (12) tenglamaning yechimi yagona boʻlib Fure integrali bilan aniqlanadi. KMNga Koshi masalasini asos etib olinishi maydon uchun yangi konsepsiya tushinchasini kiritilishiga olib keladi. Boshqa soʻz bilan aytganda, (9) fundamental tenglamani qanoatlantiradigan 5-oʻlchamli fazoda barcha maydonlar uchun  $\Phi(x, x^5)$  toʻlqin funksiya toʻgʻri kelishi, 4-oʻlchamli fazoda ikkilangan qoʻyidagi funksiyalarga mos keladi:

$$\Phi(x, x^5) \leftrightarrow \left( \frac{\Phi(x, 0)}{\frac{\partial \Phi(x, 0)}{\partial x^5}} \right) \equiv \left( \frac{\Phi(x)}{\chi(x)} \right) \quad (15)$$

bunda  $\Phi(x)$  – 4-oʻlchamli fazodagi oddiy toʻlqin funksiya boʻlib erkin zarralarni tavsiflaydi va propagatorga ega boʻladi. Ammo,  $\chi(x) = \frac{\partial \Phi(x, 0)}{\partial x^5}$  4-oʻlchamli fazoda faqatgina oʻzora taʼsirda ishtirok etib erkin zarralarni tavsiflamaydi va propagatorga ega boʻlmaydi. Bu maydonlar maydonlar bilan oʻzora taʼsirlashishlarida namoyon boʻladi. Maydon funksiyasini ikkilanishi  $M \rightarrow \infty$  da yuqoladi. Yani, bizning tavsifimiz boʻicha fundamental massa  $M$  tabiatda mavjud boʻlmasa bu maydon  $\chi(x) = \frac{\partial \Phi(x, 0)}{\partial x^5}$  ham oʻz navbatida mavjud boʻlmaydi.

Biz endi taʼsirning statsionarlik shartlaridan kelib chiqqan holda boshlangʻich qiymatlar Lagranj harakat tenglamasini qonaotlantirsin:

$$S = \int d^4x L(\Phi(x, 0), \frac{\partial \Phi(x, 0)}{\partial x^5}) \quad (16)$$

Bizning tavsifimiz bo'yicha Dirak (spinor) erkin maydoni uchun 5-o'lchamli konfiguratsion fazoda to'liq ta'sir integrali qo'yidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned}
 S = & \frac{1}{2} \int d^4x \left\{ \bar{\Psi}(x, x^5) (i\hat{\partial} + M) \left( \frac{-i}{M} \frac{\partial}{\partial x^5} \Psi(x, x^5) \right) + \right. \\
 & + \overline{\left( \frac{i}{M} \frac{\partial}{\partial x^5} \Psi(x, x^5) \right)} (i\hat{\partial} + M) \Psi(x, x^5) + \\
 & \left. + \overline{\left( \frac{i}{M} \frac{\partial}{\partial x^5} \Psi(x, x^5) \right)} \left( \frac{i}{M} \frac{\partial}{\partial x^5} \Psi(x, x^5) - \bar{\Psi}(x, x^5) \left( M + \frac{(i\hat{\partial})^2}{M^2} \right) \Psi(x, x^5) \right) \right\}, \quad (17)
 \end{aligned}$$

bunda  $\Psi(x, x^5)$  (9) fundamental tenglamani qonatlantiruvchi spinor maydon funksiyasi. (11) ga asosan  $\Psi(x, 0) \equiv \Psi(x)$  va  $\frac{-i}{M} \frac{\partial}{\partial x^5} \Psi(x, 0) \equiv \chi(x)$ . Natijada,  $\chi(x)$ ni ***fantom maydoni*** deb tavsiflaymiz. Gravitatsiya uchun yozilgan Eynshteyn ta'sir integralida ushbu fantom materiyani ham inobatga olish yangi fizik jarayonlar “*Qora tuynuklar*” va “*Yumronqoziq inlari*” (ingliz tilida «wormhole») olib kelishi mumkinligi isbotlandi [3,4]. Shu bilan birgalikda bu maydon Koinotda “qorang’i energiya” va “qorang’i massa”larni tavsiflashda ma’lum rol o’ynashi mumkin.

### II.3 Riman geometriyasi. Fazo metrikasi va metrik tenzor

Bir – biriga yetarli yaqin joylashgan ikki nuqta orasidagi masofa kvadrati

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$$

formula asosida aniqlanuvchi fazo Riman fazosi deyiladi. Bu formula Riman fazosi metrikasining ifodasi deb ham yuritiladi.  $g_{ik}$  lar esa metrik koeffitsientlar deyiladi. Ular fazoviy koordinatalar funksiyasi bo'lib simmetrik kovariant tenzor hosil qiliadi.

$$g_{ik} = g_{ki}$$

Masofa kvadratini koordinatalar differensiallar orqali aniqlashga imkon beruvchi  $g_{ik}$  simmetrik tenzor kovariant metrik (fundamental) tenzor deb yuritiladi. Binobarin, simmetrik  $g_{ik}$  tenzorning o'zaro bog'lanmagan komponentalarning umumiy soni ( $n$  o'lchovli fazo uchun)

$$\frac{1}{2}n(n+1)$$

ga teng bo'ladi.  $g_{ik}$  metrik tenzor komponentalaridan tuzilgan determinatni  $g$  orqali belgilasak

$$g = |g_{ik}| = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdot & \cdot & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \cdot & \cdot & g_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{n1} & g_{n2} & \cdot & \cdot & g_{nn} \end{vmatrix}$$

bo'ladi. Koordinatalar haqiqiy sonlardan iborat bo'lsa,  $ds$  haqiqiy kattalik bo'ladi. Ammo ayrim koordinatalar kompleks sonlar bo'lishi mumkin. Bu holda  $ds$  mavhum yoki nol bo'lishi mumkin. Bunday xususiyatga ega bo'lgan fazo Riman psevdafazosi deb ham yuritiladi.

Ko'chilik  $i \neq k$  bo'lganda  $g_k = 0$  bo'ladigan fazolar o'rganiladi. Bunday fazolar Galiley fazosi,  $g_{ik}$  larning bunday qiymatlari esa, Galiley qiymatlari deb yuritiladi.  $g_{ik}$  kayfitsentlarning ishoralari ham har xil bo'lishi mumkin: musbat  $g_{ik}$  lar sonidan manfiylari sonining ayirmasi fazo metrikasining signaturasi deyiladi. Shunday qilib,  $g_{ik}$  kayfitsentlarning kattaliklari orqali istalgan egri chiziqli koordinatalar sistemasida fazoning barcha geometrik xossalarini, ya'ni istalgan fazo metrikasini aniqlash mumkin ekan.

Lobacheveskiy – Riman geometriyasi umumiy nisbiylik nazaryasi yaratilishidan ancha oldin kashf qilingan bo'lsa ham uning asosiy g'oya va xulosalari bevosita tajriba tasdiqlanmaganli sababli uzoq vaqt etibordan chettada qoldi. Masala shundaki, geometriyaning aksioma va postulatlarini inson aqli zakovatining absalyut haqiqat darajasidagi mahsuli – tug'ma tasavvurlari ham, oldindan belgilangan tushunchalari ham emas, balki odamzotning ko'p asrlik tajriba va kuzatishlarini umumlash tirish natijasidir. Evklit geometriyasining paydo bo'lishi qadimgi odamlarning yer uchaskalarini o'zaro taqsimlashga urinishlaridan boshlangan. Keyinchalik Evklit bu geometriyaning aksiomalarini berdi, natijada u to'liq ravishda kishi tafakkurining mahsuliga aylanib qolgan. Aslida geometriya real fazoning xossalari haqidagi ekispremental fan sifatida fizikaning bir qismi bo'lib tajriba dalillariga tayanadi. Evklit geometriyasi inson bevosita sezishi va kuzatishi mumkin bo'lgan tajriba vadalillarga asoslanadi, uning xulosalari anashunday tajribalarda tasdiqlanadi.

Odatdagi, bevosita kuzatish mumkin bo'lgan, fazoda Evklit geometriyasidan chetlanishni hisobga olmaslik mumkin bo'lgan darajada kichik. Shuning uchun umumiy nisbiylik nazaryasi yaratilgunga qadar Evklit geometriyasining har tomonlama to'g'riligiga hech qanday shubha bo'lmagani kabi, Lobacheveskiy – Riman geometriyasining to'g'riligini tasdiqlovchi ishonchli tajriba dalillari ham yo'q edi. Ammo umumiy nisbiylik nazaryasining yaratishi bu holatlarni tubdan

o'zgartirib yubordi. Bu nazariya materya bilan mavjud bo'lgan real fazo umumiy holda egrilangan bo'lib unda Evklit geometriyasining emas, balki Riman geometriyasining qonunlari o'rinli deb hisoblaydi. Nazariya natijalarining tajribada tasdiqlanishi esa Riman geometriyaning to'g'riligini isbotlaydi.

## II.4 Xulosa

Ushbu bobda Eynshteyn gravitatsiyasi uchun modernizisyalangan ta'sir integrali, bu integralni variyatsiyalash natijasida xosil bo'lgan tenglamal yechimlari keltirigan. Materiya tuzilishi to'grisidagi zamonaviy qarashlar. Koinotda elementar zarralari haqida ma'lumotlar. *Fundamental fermionlar massalari va yashash vaqtlari*. Bog'lanish konstantalari. Fantom materiyasi. "Fundamental tenglama" va ayrim yechimlari. 5-o'lchamli De Sitter fazosi impuls geometriyasida V.G.Kadyshevskiy va R.M.Ibadovlar tomonidan topilgan fundamental tenglama echimlaridan bir  $\chi(x)$ ni *fantom maydoni* deb tavsiflangan. Bu maydon Koinotda "qorang'i energiya" va "qorang'i massa"larni tavsiflashda ma'lum rol uynashi mumkinligi keltirilgan

### III BOB. “YUMRONQOZIQLAR” XOSSALARI VA ASOSIY NATIJALAR

#### III.1 Yondashish

Yumronqoziqlar inlariga oid statistik sferik-simmetriyalik yechimlarni topishimiz uchun biz quyidagi metrikadan foydalandik

$$ds^2 = -A^2 dt^2 + d\eta^2 + fNd\Omega^2, \quad (18)$$

bunda  $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$  birlik sfera metriyasi bo'lib,  $A$  va  $N$  lar  $\eta$  va  $f = \eta^2 + \varphi_0^2$  yordamchi funktsiyalardir. Koordinata  $\eta$  musbat va manfiy qiymatlar qabul etadi, ya'ni  $-\infty < \eta < \infty$ . Ushbu  $\eta \rightarrow \pm \infty$  nuqtalarda ikkita har xil asimptotik yassi qismlarga to'g'ri keladi.

Bartnik-Makinnon global regulyar yechimlari [14] uchun  $SU(2)$ -kalibrovka potentsialining vaqt komponentasi  $A_0 = 0$  fazoviy komponentalari Pauli matritsalarini va faqat bitta  $K(\eta)$  funktsiyani o'z ichida oladi.

$$A_i = \frac{1-K(\eta)}{2\eta} (\vec{e}_\eta \times \vec{t})_i. \quad (19)$$

Fantom maydon  $\phi$  ham faqat  $\eta$  koordinatadan bog'liq bo'ladi.

Bu yondoshishlarni Eynshteyn tenglamalariga qo'llasak  $t, \eta$  va  $\theta$  komponentalar uchun quyidagilarni hosil etamiz:

$$0 = \bar{\alpha} \frac{f^2 N^2 \phi'^2 - 2NfK'^2 - (K^2 - 1)^2}{N^2 f^2} + \frac{\eta^2}{f^2} + \frac{4N(1 - 3\eta N' - 2N) - f(4NN'' - N'^2)}{4fN^2}, \quad (20)$$



$$0 = \bar{\alpha} \frac{f^2 N^2 \phi'^2 - 2fNK'^2 + (K^2 - 1)^2}{N^2 f^2} + \frac{\eta^2}{f^2} +$$

$$+ \frac{f(AN'^2 + 4NA'N') + 4(\eta ANN' - AN + 2\eta A'N^2)}{4AfN^2}, \quad (21)$$

$$0 = \bar{\alpha} \frac{f^2 N^2 \phi'^2 + (K^2 - 1)^2}{fN} - \frac{\eta^2 N}{f} +$$

$$+ \frac{f(2ANN'' - AN'^2 + 2A'NN' + 4A''N^2)}{4AN} + \frac{AN + \eta AN' + \eta A'N}{A} \quad (22)$$

bunada shtrix  $\eta$  ga nisbatan differentsialash. Materiya tenglamalarida almashtirish qilsak

$$K'' = \frac{AK(K^2 - 1) - A'NfK'}{AfN}, \quad (23)$$

$$\phi'' = -\phi' \frac{AfN' + 2AN\eta + NfA'}{ANf} = -\phi' \frac{(ANf)'}{ANf}. \quad (24)$$

Oxirgi tenglamani integrallash mumkin

$$\phi' = \frac{D}{ANf}, \quad (25)$$

Bunda  $D$  konstanta fantom maydonining skalyar zaryadi o'lchami. Bu bilan biz Eynsheyn tenglamasidan  $\phi'^2 = (D/AfN)^2$  almashtirish yordamida fantom maydonidan qutilishimiz mumkin.

Endi o'lchamsiz ushbu kattaliklarni kiritamiz

$$x = \frac{\eta}{\eta_0}, \quad \hat{f} = \frac{f}{\eta_0^2} = x^2 + 1, \quad \alpha = \frac{\bar{\alpha}}{\eta_0^2}. \quad (26)$$

(20) tenglamadan (21) va (22) tenglamalari ayrish natijasida oxirgi asosiy tenglamalar sistemasini xosil etamiz

$$N'' = -2\alpha \frac{(K^2 - 1)^2}{\hat{f}^2 N} + \frac{2A(1 - N - 2xN') - A'(\hat{f}N' + 2xN)}{A\hat{f}}, \quad (27)$$

$$A'' = \alpha A \frac{2N\hat{f}K'^2 + (K^2 - 1)^2}{\hat{f}^2 N^2} - A' \frac{\hat{f}N' + 2xN}{\hat{f}N}, \quad (28)$$

$$K'' = \frac{AK(K^2 - 1) - NA'\hat{f}K'}{AN\hat{f}}, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} D^2 = & A^2(2N\hat{f}K'^2 - (K^2 - 1)^2) \\ & + \frac{A}{4\alpha} [\hat{f}^2(-AN'^2 - 4NA'N') + \\ & + 4\hat{f}(AN - 2xA'N^2 - xANN') - 4x^2AN^2], \end{aligned} \quad (30)$$

bunda shtrix endi razmersiz  $x$  koordinata bo'yicha xosilani bildiradi. Biz sonniy hisoblarni ma'lum darajada kontrol' etishimiz uchun  $D = \text{const}$  shartidan foydalanamiz.

### III.2 Yumronqoziq inlari bo'g'izlari to'g'risida

Biz endi faqat simmetrik ya'ni  $x \rightarrow -x$ , va simmetrik yoki antissimetrik metrikali material maydonlardayumronqoziq inlarini ko'rib chiqamiz. Yumronqozik inini geometriyasini hisoblashda  $R(x)$ , funksiyasi kiritamiz, unda

$$R^2(x) = N(x)f(x) = N(x)(x^2 + 1). \quad (31)$$

$R$  aylanma radial koordinata kurinishida qaralishi mumkin. Yumronqoziq inini asimptotik tekisligi mavjud bo'lish uchun asimptotik funktsiya  $x$  modulga intilishi kerak. Boshqa tarafdin yumronqoziq inini yechimiga olib kelinishi uchun bu funktsiya nulgaga ega bo'lmasligi kerak. Shu uchun  $R(x)$  hech bo'lmaganda birorta minimumga ega bo'lishi, musbat va hosilasi nulgaga teng bo'lishi lozim.

Qabul etgan simmetriyaga asosan yumronqoziq inini uchun  $x = 0$  da ekstrimumga ega bo'lib  $R(0) = 0$  yoki  $R(0) = 1$ , bo'ladi, biz ulardan  $R(0) = 1$  tanlaymiz

$$N(0) = 1. \quad (32)$$

Agarda  $R(x)x = 0$  da minimumga ega bo'lsa,  $x = 0$  "yumronqoziq inini bo'g'izi"ga ega bo'ladi. Agarda  $R(x)x = 0$  da lokal maksimumga ega bo'lsa to'g'ri  $x = 0$  ekvatorga ega bo'ladi. Bu holda yumronqoziq inini o'rta qism bilan chegaralangan "ikkita bo'g'izi" ga ega bo'ladi. Biz ushbu yumronqoziq inini birta yoki ikkita bo'g'izi" ga ega ekanligini bilishimiz uchun  $R$  funksiyani minimumlik shartini o'rganishimiz lozim.

$$\left. \frac{d^2 R^2}{dx^2} \right|_{x=0} = N''f + 4N'x + 2N|_{x=0} = N''(0) + 2 > 0, \quad (33)$$

(31) formuladan foydalanib, (33) ni  $x = 0$  unda  $N''(0)$  (32)-orqali quyidagini hosil qilamiz

$$-2\alpha(K^2(0) - 1)^2 + 2 > 0. \quad (34)$$

Bunda  $\alpha_{cr} = \frac{1}{(K^2(0)-1)^2}$  kritik ifoda kiritsak, yumronqozliq inlari  $\alpha < \alpha_{cr}$  da birta bo'g'iziga,  $\alpha > \alpha_{cr}$  esa ikkita bo'g'iziga ega bo'lai. Agar  $\alpha < \alpha_{cr}$  bo'lsa yumronqozliq ini tugunlari toq bo'lsa kalibrovka maydon funksiyasi nolga intiladi. Ya'ni  $R$ -ni xohlagan toq qiymatlarida  $\alpha_{cr} = 1$  bo'ladi.

### III.3 Yumronqoziq inlari geometriyasi, chegaraviy shartlar

Yumronqoziq inlari formasi hajmiy diagrammalar yordamida keltirilishi mumkin. Shu maqsadda metrika uchun  $t$  va  $\theta = \pi/2$  qiymatlarda evklid fazosiga keltirib quysak

$$ds^2 = dx^2 + fNd\phi^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + dz^2, \quad (35)$$

bunda  $\rho = \rho(x), z = z(x)$ . Solishtirsak

$$\frac{d\rho^2}{dx} + \frac{dz^2}{dx} = 1, \quad \rho^2 = fN, \quad (36)$$

Unda baholash mumkin  $z(x)$ , bo'lsa

$$z(x) = \int_0^x \sqrt{1 - \frac{1}{4} \frac{((fN)')^2}{fN}} dx'. \quad (37)$$

**Chegaraviy shartlar.** Global-rigulyar yechimga ega bo'lish uchun asimptotik tekislikda va chegaraviy massaga ega vabunday tenglama uchun oltita chegaraviy erkin shart qo'yish kerak. Uchta asosiy kerakli nuqtalar mavud va bunday nuqtalarda chegaraviy shartlar qo'yish mumkin. Bular yumronqoziq ini joyini markazi hisoblanadi  $x=0$  va asimptotik cheksizlikda  $x = \pm\infty$ . Metrik funksiya uchun chegaraviy shartni tanlaymiz

$$A'(0) = 0, \quad A(\infty) = 1, \quad N(0) = 1. \quad (38)$$

Bunda biz  $N'(0) = 0$  ni  $A'(0) = 0$ . O'rniga qo'yish mumkin, boshqa shartlar asimptotik tekislikda  $A(-\infty) = 1$  va  $N(\pm\infty) = 1$ , avtomatik bajariladi.

Kalibrovkali maydon uchunasimptotik chegaraviy shart uchun Bartnik –Makkinnon yechimi quyidagicha

$$K(-\infty) = \pm 1, \quad K(+\infty) = \mp 1 \text{ toq } k \text{ lar uchun}$$

$$K(-\infty) = \pm 1, \quad K(+\infty) = \pm 1 \text{ juft } k \text{ lar uchun} \quad (39)$$

Yumronqoziq ini uchun markaziy sistema uchun.

$$K(0) = 0 \text{ toq } k \text{ lar uchun, } K'(0) = 0 \text{ juft } k \text{ lar uchun.} \quad (40)$$

**Energitik sharti.** Agar nolinci shart buzilsa unda kuchli va kuchsiz energitik shart uchun

$$\mathcal{E} = T_{\mu\nu} k^\mu k^\nu \geq 0, \quad (41)$$

Eynshteyn tenglamasidan sfetik –simmetrik yechimini quyidagicha ifodalash mumkin

$$-G_0^0 + G_l^l \geq 0, \text{ yoki } -G_0^0 + G_\theta^\theta \geq 0. \quad (42)$$

Fazo vaqt sohasini biron bir joyida nolinci (shart) buzilsa bunday (42) formuladagi shart bajariladi.

**Yumronqoziq ini xususiyati.** Bo'yni formulali  $A_{th}$  quyidagicha hisoblanadi.

$$A_{th} = 4\pi R^2(\eta_{th}). \quad (43)$$

Agar yumronqoziq ini bo'yni bitta bo'lsa unda  $\eta_{th} = 0$ . yuzasi quyidagicha bo'ladi

$$A_{th} = 4\pi\eta_0^2 = 4\pi\frac{\bar{\alpha}}{\alpha}. \quad (44)$$

Shuning uchun maxkamlangan  $\bar{\alpha}$  va uzuvchi  $\alpha$  bo'yin uchun siqiladi, boshqa tomondan yumronqoziq ini ikkita bo'yin uchun,  $\eta = 0$  maxsimal yuzani joylashuvini bildiradi, bunda bu ikki bo'yinni joylashuvi  $\pm\eta_{th}$  -tugunlar nomeriga bog'liq va  $\alpha$ - konstanta bilan bog'liq

Bo'yinidagi  $k$  –gravitatsion doimiysi quyidagicha hisoblanadi

$$k^2 = -1/2 (\nabla_\mu \xi_\nu)(\nabla^\mu \xi^\nu)|_{\eta_{th}}, \quad (45)$$

Bu yerda  $\xi^\mu$ – Killing vektor maydon metrik yondashuv tufayli (10)

$$\kappa = A'(\eta_{th}). \quad (46)$$

Yumronqoziq ini massa bo'yicha yechimi  $A$ -metrik funksiya uchun quyidagicha

$$A^2 \rightarrow 1 - \frac{2GM}{\eta} = 1 - \frac{2\mu}{x},$$

(47)

Massa parametri  $\mu$  quyidagicha

$$\mu = \alpha \eta_0 \frac{M}{8\pi}. \quad (53)$$

Massa topish uchun Komar integralidan foydalanamiz

$$M = M_{th} + \frac{1}{4\pi G} \int_{\Sigma} R_{\mu\nu} \xi^\mu n^\nu dV = M_{th} \int R_0^0 \sqrt{-g} d^3x, \quad (54)$$

Bu yerda  $\Sigma$ – fasoviy (giperyuza) ( $\eta_{th} \leq \eta \leq \infty$ ),  $n^\nu$  – normal birlik vektori  $\Sigma$ , - yuza uchun  $dV$  - element hajm  $\Sigma$  va  $M_{th}$  massaga bo'g'iz ulishi

$$M_{th} = \frac{k A_{th}}{4\pi G} \quad (55)$$

$M_{th}$ -yumronqoziq ini bo'yini ikkitaligini bildiradi.

Skalyar zaryad D fantom maydon asimptotik ko'rinishiga bog'liq (23 formula).

Kolibrovka invariyanlik Abel bo'lmagan magnit zaryadini hosil qiladi

**To'g'ri yechim.** Modelda to'g'ri (aniq) yechim mavjud. Birinchi to'g'ri yechim Ellis yumronqoziq inida bajarilgan. Bu yerdagi metrik funksiya o'zgarmas kalibrovkali maydon nolga intiladi, bunda elementar fantom maydoni quyidagicha

$$A(x) = N(x) = 1, \quad K(x) = \pm 1, \quad \phi(x) = \text{Darctan}(x) + \phi_0, \quad (56)$$

bunda biz doimiy integralni quyidagicha izlaymiz  $\phi_0 = -D_\pi/2$ . Bunday yechim Shvarstshildning yechimi analogi hisoblanadi, bunda hech qanday kolibrovkali maydon ishtirok etadi. Ma'lumki Ellis yumronqoziq ini massaga ega emas Ikkinchi to'g'ri yechim zaryadga ega. Bunday kolibrovkali maydon Bu-Yang monopoli tashkil qiladi kolibrovkali potensialini (12 formula) orqali hisoblash (belgilash) mumkin  $K(x) = 0$ . Bunday kolibrovkali maydon U(1) bo'yicha trivial yechimga ega va birlik magnit zaryadi bo'yicha yechiladi.

Qora tuynukni anoligi o'xshash Raysener-Nordstrem yechimi mavjud bo'lib bunda birlik zaryad ishtirok etadi. U(1) zaryadlangan yumronqoziq ini (40 fomula ) asosiy metrikasi quyidagicha bo'ladi.

$$ds^2 = -e^{2d} dt^2 + e^{-2d} [d\vec{r}^2 + (\vec{r}^2 + b^2) d\Omega^2], \quad (57)$$

Simmetrik yechim

$$e^d = \frac{\cos\left(\frac{\lambda\pi}{b^2}\right)}{\cos(\lambda\xi)}, \quad \phi = D\left(\xi - \frac{\pi}{2b}\right), \quad (58)$$

Bu yerda  $\xi = \frac{1}{b} \arctan(\vec{r}/b)$ , va  $\lambda$  va  $b$  quyidagi bo'ysinadi

$$\lambda^2 - \bar{\alpha} \cos^2\left(\frac{\lambda\pi}{b^2}\right) = 0. \quad (59)$$

Shunday qilib  $\lambda$  -chegaralagan diapzonda bo'ladi  $0 \leq \lambda < 1$ .

Bo'yinni real radiusi quyidagicha  $R = be^{-d(0)} = b / \cos\left(\frac{\lambda\pi}{b^2}\right)$ .

Yang –Millsni yumronqoziq ini yechimi solishtirsak unda  $R = \eta_0$ , konstanta quyidagi shartni qanoatlantirishi shart

$$b - \eta_0 \cos\left(\frac{\lambda\pi}{b^2}\right) = 0. \quad (60)$$

(49 formula) –o'rniga quyidagicha bo'ladi

$$b = \eta_0 \cos\left(\sqrt{\alpha}\frac{\pi}{2}\right), \lambda = \eta_0 \sqrt{\alpha} \cos\left(\sqrt{\alpha}\frac{\pi}{2}\right). \quad (61)$$

Shuni ta'kidlash lozimki agar  $\alpha \rightarrow 1b$ , va  $\lambda$  va nolga intilsa  $\lambda/b$  nisbat birga intiladi. Abel bo'lmagan yechimlarni ket-ketligidan  $A$  va  $N$  metrik funksiya orqali yumronqoziq inini baholash mumkin va yechimlari 1-rasmda (a) keltirilgan, qator real x-koordinatalar  $\alpha$ . – paramertlar bilan bog'liq. Bunday Abel yechim spektr yumronqoziq ini uchun  $0 < \alpha < 1$ . oraliqda mavjud Agar  $\alpha \rightarrow 1$  bo'lsa yechim koordinata bo'yicha singulyar bo'ladi



Chegaraviy yechim topish uchun  $\alpha \rightarrow 1$  Shvarstshildga o'xshash R-koordinata bo'yicha almashtirish kiritamiz, bunda R-metrika bo'yicha

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + g_{RR}dR^2 + R^2d\Omega^2. \quad (62)$$

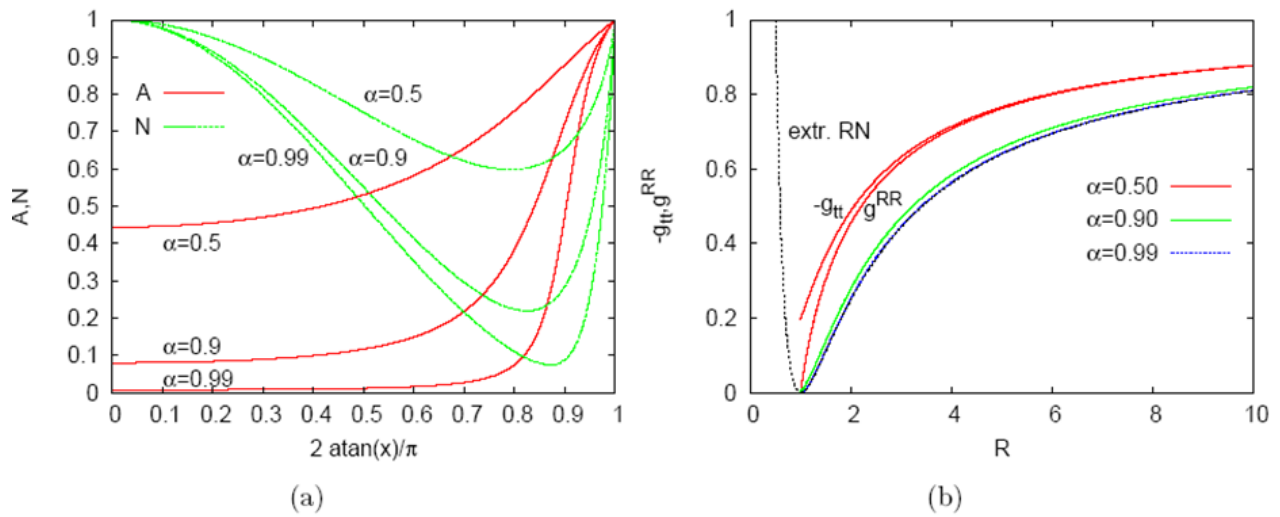
(10 formula) tenglashtirib quyidagini hosil qilamiz

$$g_{tt} = -A^2, \quad g^{RR} = \left[ \frac{2\eta N + (\eta^2 + \eta_0^2)N'}{2\sqrt{(\eta^2 + \eta_0^2)N}} \right]^2, \quad R = \sqrt{(\eta^2 + \eta_0^2)N}, \quad (63)$$

unda Raysener-Nordstrem eksperimenti quyidagiga teng bo'ladi

$$-g_{tt} = g^{RR} = \left(1 - \frac{R_H}{R}\right)^2. \quad (64)$$

1(b) –rasmda  $g^{RR}$  va  $g_{tt}$  metrik funksiyani Abel yechimlari bo'yicha o'sha koordinatada R-nisbati ko'satilgan  $\alpha$ . Bu yerda biz ikki funksiya uchun ham  $\alpha \rightarrow 1$  bo'lganda chegaraviy funksiyaga yaqinlashadi va bunday chegaraviy funksiyani o'zi birlamchi zaryadga ega Raysener-Nordstrem eksperimental yechimni voqea gorizontiga yotmaydigan funksiyasi hisoblanadi. Shunday qilib Abel yechimini oilasi yumronqoziq ini uchun qora tuynukni eksperimental yechimiga tugaydi.



5-rasm.  $A$  va  $N$  –metrik funksiyani yumronqoziq ini uchun radial koordinatalarini  $g^{RR}$  va  $g^{tt}$  metrikasida  $R$  (b) –ni Shvarstshild yechimi natijalari bilan solishtirilgan.

Bunda  $\alpha = 0,5,0,9$  va  $0,99$  qiymatlarga ega, oxirgi solishtirish Raysner – Nordsreimetrik funksiyasi bilan bajarilgan.

Global zaryadni inobatga olsak yumronqoziq ini bunday yechimi, massasi  $\mu$ ,  $e^d$ – asiptotik funksiyani yechish orqali ega bo’lish mumkin (54-formula) shartiga asosan o’lchamsiz massa quydagicha

$$\frac{\mu}{\sqrt{\alpha}} = \sin(\sqrt{\alpha}\pi/2). \quad (65)$$

bu yerda  $0 \leq \frac{\mu}{\sqrt{\alpha}} < 1$ . Skalyar zaryad quyidagicha

$$\alpha D^2 = (1 - \alpha)\cos^2(\sqrt{\alpha}\pi/2), \quad (66)$$

va magnit zaryad

$$P = 1. \quad (67)$$

### III.4 “Mathematica” dasturi to’g’risida ma’lumotlar

Kompyuterlarni qo’llashning uzoq evolyutsiyasi kompyuterli modellashtirish va hisoblash eksperimentlarini modellashtirishga olib keldi. Ushbu qismda biz yuqoridagi tenglamalarni yechimlarini topish uchun maqsadida qo’llaydigan kompyuterli modellashtirishni, kompyuter dasturlashishlarni keltiramiz. Bizga ma’lum bo’ldiki analitik dasturlashda ”Mathematica” va sonli hisoblashlarda esa “Fortran” dasturlashlar kerak bo’ladi. «Mathematica» ning asosiy raqobatchisi Maple Kanada dasturi hisoblashi, mazzasi haqida tortishmaydilar, shuning uchun faqat shuni aytib o’tamizki, Maple matematikaga interfeys bo’yicha matematik tizimlarning tashqi ko’rinishining tasavvurlari bo’yicha qator foydalaniladigan algoritmlarda ob’ektiv-oriyentirlangan dasturlashdagina orqada qolishi mumkin. «Mathematica» dasturning matematika deb nomlanishiga qaramasdan, bu dasturdan foydalanish an’anaviy «Mathematica» va matematika fanlari chegarasidan uzoqlarga ham tarqalib ketgan. «Mathematica» ning fundamental harakatchanligi darslarning cheksiz keng diapazonida qo’llanilishiga imkoniyat beradi. Professional uchun tuzilgan dasturlar vaqt o’tishi bilan shunday o’zgarishlar qildiki, uni hozirgi paytda turli xil kasbdagi va turli yoshdagi kishilar ham foydalanishmoqda.

«Mathematica» kompyuter algebrasi tizimining shunday imkoniyatlariga egaki, bu hozirgi paytda mavjud bo’lganlarining ehtimol eng yaxshisidir, ammo bu dastur imkoniyatlarining bir qismi xolos. «Mathematica» – universal, integrallashgan, texnik, kompyuter dasturi. «Mathematica» ning ishchi hujjatlarining shakli-bloknotlar, «nb»-kengaytmaga ega (ingliz tilidan «notebook») hamda platformadan mustaqil, u holda sanab o’tilgan tizimlardan istalganidan foydalanuvchilar. «Mathematica» bloknotlari bilan oddiy nusxa ko’chiqib yoki electron pochta orqali jo’natib almashinishi mumkin. «Mathematica» hisobotlar va boshqa hujjatlarni boshqa hech qanday kesib olishlar va qo’yishlarsiz o’zining tabiiy vositalari bilan tuzishi mumkin. Aynan bir oynaning o’zida SaveTohtml

vositasidan foydalanib pechatlash uchun hujjat va taqdimotni, hamda «Web»-saytga joylashtirish uchun gipertekstli hujjatlarni hosil qilish mumkin.

Umuman olganda «Mathematica» tizimining muhiti matematika va uning iloalaridan uzoq bo'lgan fanlardan electron darsliklar tuzishga imkoniyat beradi. Mathematica yuqori darajadagi ko'p tomonli dasturlashtirish hisoblanadi. Bu esa dasturlash va informatikaning asosiy tushunchalarini o'rganishda asosiy dasturlash mahsuloti sifatida undan foydalanish imkonini beradi. Ko'pgina muhim texnik dasturlash mahsulotlarining umumiy kamchiligi – bu dasturlashdagi imkoniyatlarning nisbatan cheklanganligidir. «Mathematica» da dasturlash tili haqiqatan ham tugallagan va elegant tili hisoblanadi va bu boshidanoq «Mathematica» ni ishlab chiqishda asosiy rolni o'ynaydi. Dasturlashning bu texnik dasturlashni tashkil qiluvchilarni keng diapazonda ularning asosiy belgilaridan unchalik ko'p bo'lmagan sonidan foydalanib, manupulyasiyalash (o'rinlarni almashtirish) mumkin bo'ladi.

«Mathematica» tili juda ham mukammal tarzda ishlab chiqarilmoqda, shuning uchun uni dasturlashning hamma asosiy tamoillari bajarilmoqda. «Mathematica» dagi unchalik murakkab bo'lmagan misollarda dasturlashning turli turlarining farqi va afzalliklari ko'rsatilishi mumkin: mualajaviy, ob'ektiv-oriyentirlanuvchi, qatorli, funksional. Oliy maktabda o'rganilayotgan xodisa va tushunchalarni talaba yoki tadqiqotchining o'zi modellashtirishi yoki ko'rgazmali qilish mumkin, bu esa bu predmetga qiziqishni oshiradi. «Mathematica» ning sintaksisi unchalik katta bo'lmagan, ammo prinsiplar ketma-ket to'plamlaridan foydalanish asosida tuzilgan. Bunday prinsipga oddiy misol qator tuzilgan funksiya nomi. Har bir funksiya bosh harf bilan boshlanadigan va nomning ichidagi har bir so'z ham bosh harf bilan yoziladigan nom berilgan bo'lib, abbreviaturadan qochiladi. O'xshash funksiyalarga o'xshash nomlarni berib, «Mathematica» foydalanuvchi xotirasining yuklanishidan qochadi. Foydalanuvchilar funksiyalar butun oilasining ahamiyatini tezda yodlab qolishi mumkin. Chunki o'xshash funksiyalarga o'xshash nomlar

berilgan, nafaqat matematika funksiyalari o'rtasidagi bog'lanish, balki bu funksiyalar taqdim qilingan matematik tushunchalar o'rtasidagi bog'lanishlar ham yaxshi ko'rinadi.

«Mathematica9» yuqorida aytilgan versiyalar bilan yuqori darajadagi almashinishga ega; «Mathematica 9» ni qandaydir o'zgarishsiz ochish mumkin. Aslida «Mathematica-9» bundan o'n besh yil oldin ishga tushirilgan Mathematica bilan yozilgan birinchi versiyalari istalgan dasturlari bilan amalda ishlash imkoniyatini beradi. Sonli hisoblashlar rejasida; zich va kesilgan matrisalarning chiziqli algebrasi sezilarli darajada optimallashtirilgan: ichki nuqtalar usuli bilan katta o'lchamli chiziqli dasturlashni qo'llab-quvvatlash ishlab chiqilgan: «FindRoot» va «FindMinimum» komandalaridagi o'zgaruvchilarning massivlarini qo'llab-quvvatlash va yangi usullari mavjud; egrilikni nochiziqli approssimatsiyalash uchun «FindFit» komandasi va «Nminimize» global optimallashtirish komandasi ishlaydi; xususiy ko'paytiruvchili, vektorli va massiviylar n-o'lchamli tenglamalarning yechimini qo'llab-quvvatlaydi, «NDSolve» komandasidagi avtomatik tarzda chiqariladigan algoritmlarning keng to'plami yuqori samarador asosiy statistik funksiyalarni to'g'ridan-to'g'ri qo'llab-quvvatlash.

«Mathematica» tizimi va «WolframResearch» ning boshqa mahsullarida foydalaniladigan «nb» xujjatlar turi matnlarni, grafiklarni, formulalarni, algoritmlarni, gipermatnli ko'chirmalarni va knopkalarni xujjatdagi platformaga bog'liq bo'lmagan bittaga joylashtirishga (to'plashga) imkon beradi. Agar «Windows» dan foydalanuvchi nb-xujjatni «Macintosh», «Linux» yoki «Unix» dan foydalanuvchiga jo'natsa, u holda bu hujjat har doim bir xil xossalarga ega bo'lib qoladi. «Mathematica» ning bepul ilovasi «nb»-xujjatni ko'rib chiqish va pechatlab olish, animatsiyani ishga tushirish va hokazolarga ro'xsat beradi. Buni butun jahon professionallari o'rtasidagi muomula umumiy vositasi bo'lgan «nb»-standart ideal axborot kanali amalga oshiradi. Bundan tashqari yana m format

mavjud bo'lib, u «Mathematica» ning hamma qo'shimcha (maxsus) paketlariga ega bo'ladi. Bunday paketlarni «Mathematica» ning har bir foydalanuvchisi o'ziga yetarli miqdorda, mustaqil tarzda matnli axborot ko'rinishida tuzib olishi mumkin, bular esa to'g'ri tashkil qilinganda uni avtomatik qayta tuzganidan keyin asosiy axborot berish tizimida (Help) qo'llaniladi: Help>Rebuild Help Inabex. Ilmning turli jabhalaridagi masalalarni yechish uchun yozilgan qirqdan ziyod maxsus katta paketlar mavjuddir. Simvolli hisoblashning amaliy foydasi qanday bo'ladi? Harfli natijalar ko'p hollarda sonlar tiqilib, ko'payib ketganda qiyin bo'lgan holda yechim ichiga kirib borishni taqazo qiladi. Ilgari dasturchilar o'zlarining ko'pgina hisoblashlarini algebrik usul bilan o'tkazilgan va faqat oxirida sonlarni qo'yishgan. Sonli va simvollarni hisoblashlarda qo'lay bo'lgan kompyuterlar tarqalganidan keyin konstruktorlar to'lig'icha sonli hisoblashlarga tayanib qolishdi, simvollilari oddiy qilib aytilganda asosiy qurollar ro'yxatidan yo'qoldi. Mathematica bu ikki yondoshishning eng yaxshilarini kombinatsiyalashga imkon beradi: aniq sonli natijalar va ta'minlangan simvolli hisoblashlarni chuqur o'rganishdir. Mathematicadan foydalanuvchilardan yarmi-kommersiya va davlat tashkilotlari vakillari bo'lsa qolgan yarmi ilmiy va maorif tashkilotlaridir.

«Mathematica» dan bugungi kunda xususan; universitet ta'limidagi hamma o'quv tashkilotlari Mathematica tizimidan foydalanadi, masalan «Mathematica» yordamida ommaviy arifmetika darsligi to'lig'icha interfaol elektron versiyaga o'tkazilgan. «Mathematica» ni ishlab chiqish va qo'llanilishi qanday qo'llab-quvvatlanmoqda? «Wolfram Research» ning homiylik qo'llab-quvvatlashi bilan ham ilmiy, aham tashkilotlari mablag'larini maorif va ilmiy tadqiqotlarga bog'liq bo'lgan projeklarga bevosita amalga oshirilmoqda. Loyihalar diapazoni «High School Crant program» dagi «Mathematica» dan foydalanib o'qituvchilarni o'qitishning yangi usullarini o'rgatish va o'quv qo'llanmalarini ishlab chiqishdan boshlab to ma'lum sohalarda muhim ahamiyat kasb etuvchi «Visiting School Cirant Program» dasturi ishlab chiqayotgan loyihasi ustida ishlayotgan

professionallarni qo'llab-quvvatlashgacha yoyilgandir «Student Intern Program» ish tajribasini oshirishga ishtiyoqmand bo'lgan iqtidorli talabalarni to'plashga xizmat qiladi. Ular har yili yozda kompaniyaning pamma bo'limlarida malaka oshirishni o'tashga taklif qilinadi.

### III.5 “Mathematica 9” va “Fortran” dasturlarida xisoblashlar va natijalar

Sonli hisoblashlar uchun kompyuterlarni qo'llash evolyutsiyasi kompyuterlarda modellashtirish va hisoblash imkoniyatiga olib keldi. Hozirgi zamon kompyuterlarida analitik va sonli hisoblashlarni bajarish uchun dasturlar yaratilgan. Analitik dasturlashlarda “REDUCE”, “Maple”, «Mathematica» va Sonli hisoblashlar esa “Fortran” dasturlarda bajarilmoqda. Bu dasturlardan bizning fikrimizcha eng afzali «Mathematica» dasturi deb hisolasa bo'ladi. Ushbu maqola Germaniylik olimlar bilan olib borilgan ilmiy izlanishlar davomi bo'lib Eynshteyn-Yang-Mills (EYM) nazariyasi qora tuynuklar uchun yangi yechimlarini topishda “Mathematica” dasturidan foydalanish samaradorligiga bag'ishlangan.

«Mathematica» dasturning matematika deb nomlanishiga qaramasdan, bu dasturdan foydalanish an'anaviy «Mathematica» va matematika fanlari chegarasidan uzoqlarga ham tarqalib ketgan. «Mathematica» ning fundamental harakatchanligi dasturni cheksiz keng diapazonda qo'llanilishiga imkoniyat beradi. «Mathematica» kompyuter algebrasi tizimining shunday imkoniyatlariga egaki, bu hozirgi paytda mavjud bo'lgan dasturlarining ehtimol eng yaxshisidir. «Mathematica» – universal, integrallashgan, texnik, kompyuter dasturi. «Mathematica» ning ishchi hujjatlarining shakli-bloknotlar, «nb»-kengaytmaga ega (ingliz tilidan «notebook») hamda platformadan mustaqil, u holda sanab o'tilgan tizimlardan istalganidan foydalanuvchilar «Mathematica» bloknotlari bilan oddiy nusxa ko'chiqib yoki electron pochta orqali jo'natib almashinishi mumkin. «Mathematica» hisobotlar va boshqa hujjatlarni boshqa hech qanday kesib olishlar va qo'yishlarsiz o'zining tabiiy vositalari bilan tuzishi mumkin. Aynan bir oynaning o'zida SaveTohtml vositasidan foydalanib pechatlash uchun hujjat va taqdimotni, hamda «Web»-saytga joylashtirish uchun gipertekstli hujjatlarni hosil qilish mumkin. Umuman olganda «Mathematica» tizimining muhiti matematika va uning ilovalaridan uzoq bo'lgan fanlardan elektron darsliklar tuzishga imkoniyat



beradi. “Mathematica“ yuqori darajadagi ko’p tomonli dasturlashtirish hisoblanadi. Bu esa dasturlash va informatikaning asosiy tushunchalarini o’rganishda asosiy dasturlash mahsuloti sifatida undan foydalanish imkonini beradi. Ko’pgina muhim texnik dasturlash mahsulotlarining umumiy kamchiligi – bu dasturlashdagi imkoniyatlarning nisbatan cheklanganligidir. Albatta, “Mathematica“ dasturi tugallangan va elegant dasturlash tili hisoblansada ma’lum kamchilikka egadir. Bu ayniqsa juda ko’p sonli bazalar bilan ishlashda kuzatiladi. Shu uchun tenzor tenglamalar sistemasi yechimlarini topishda analitik yechimlar topish imkoniyati bo’lsa ham, soniy qiymatlar topishda “Fortran“da dasturlashdan foydalanish katta samara beradi.

Endi biz EYM nazariyasida qora tuynuklar uchun yangi yechimlarni topishda “Mathematica 9” da dasturlashni ko’raylik. EYM nazariyasida qora tuynuklar uchun yangi yechimlar statistik, aksial simmetrik va asimptotik yassi bo’lib gorizont radiusi va ikki butun son  $(k; n)$  bilan harakterlanadi. Bunda  $k$ - qutb burchagi va  $n$ - azimuthal burchak. R. Bartnik and J. McKinnonlar [14] tomanidan sferik va aksial simmetrik yechimlar  $k=1$  da topilgan.  $k>1$  da yangi yechimlar hosil bo’ladi. Bu yechimlar har doim juft yechimlarga olib keladi. [14] va qora tuynuklar uchun noabel yechimlar [3]  $SU(2)$  EYM nazariyasining asimptotik yassi, statistic sferik simmetrili yechimlari bo’ladi.

$SU(2)$  EYM nazariyasi uchun ta’sir integralini quyidagi ko’rinishda yozamiz:

$$S = \int \left( \frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{2} \text{Tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) \right) \sqrt{-g} d^4x \quad (68)$$

Bu yerda  $R$ - Richi skalyar tenzori,  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + ie[A_\mu, A_\nu]$  - maydon tenzori,  $A_\mu = \tau^\alpha A_\mu^\alpha / 2$ -kalibrovka potentsiali,  $G$ -gravitatsion va  $e$ - Yang-Mills – konstantalari. (58) ni  $g^{\mu\nu}$  metrika bo’icha variatsialasak Eynshteyn tenglamasi,  $A_\mu$ - kalibrovka potentsiali bo’ycha variatsialasak maydon tenglamalarini hosil etamiz. Izotropik koordinatalarda statistik aksial simmetrik metrika:

$$ds^2 = f dt^2 + \frac{m}{f} dr^2 + \frac{mr^2}{f} d\theta + \frac{lr^2 \sin^2 \theta}{f} d\phi^2 \quad (69)$$

ko'rinishga egadir. Bu yerda  $f$ ,  $m$  va  $l$  - funktsiyalar faqat  $r$  va  $\theta$  koordinatalardan bog'liq,  $z$  ( $\theta=0, \pi$ ) o'q simmetriya o'qidir. Regulyarlik ( $z$  - o'qida)  $m=l$  bo'lganda bajariladi. Kalibrovka maydoni uchun

$$A_\mu dx^\mu = \frac{1}{2er} [\tau_\phi^n (H_1 dr + (1-H_2) r d\theta) - n (\tau_r^{n,k} H_3 + \tau_\theta^{n,k} H_4) r \sin \theta d\phi] \quad (70)$$

Bunda  $\tau_r^{n,k}$ ,  $\tau_\theta^{n,k}$  va  $\tau_\phi^n$  Pauli matritsalar bazis vektori  $\vec{\tau} = (\tau_x, \tau_y, \tau_z)$  bilan fazoviy birlik vektorlari

$\vec{e}_r^{n,k} = (\sin k\theta \cos n\phi, \sin k\theta \sin n\phi, \cos k\theta)$ ,  $\vec{e}_\theta^{n,k} = (\cos k\theta \cos n\phi, \cos k\theta \sin n\phi, -\sin k\theta)$  va  $\vec{e}_\phi^n = (-\sin n\phi, \cos n\phi, 0)$  skalyar ko'paytmalari. Maydon kalibrovka funktsiyalari  $H_i, i=1-4$  esa, faqat  $r$  va  $\theta$  koordinatalardan bog'liq. Gorizontda regulyar va ma'lum simmetriyali asimptotik yassi yechimlarni topish uchun chegaraviy shartlarni kiritishimiz lozim. Qora tuynuklar uchun noabel yechimlar gorizonti o'zgarimas radial  $r=r_H$  koordinatalar sirtida joylashgan. Shu uchun gorizontda biz quyidagi chegaraviy shartlarni kiritamiz:

$$f = m = l = 0, \quad H_1 = 0, \quad \partial_r H_2 = \partial_r H_3 = \partial_r H_4 = 0$$

Cheksizlikda esa  $f = m = l = 1$ ,  $H_1 = H_3 = 0$ ,  $H_2 = 1 - 2k$ ,  $H_4 = 2 \sin(k\theta) / \sin \theta$  va  $z$  o'qida  $\partial_\theta f = \partial_\theta m = \partial_\theta l = 0$ ,  $H_1 = H_3 = 0$ ,  $\partial_\theta H_2 = \partial_\theta H_4 = 0$  shartlarni kiritamiz.

Gorizont formalizmi asosida yangi aksial simmetrik yechimlarni topishda biz regulyar yechimlar va qora tuynuklar uchun yechimlar massalar nisbatini tekshirdik. Bunda qora tuynuk massasi regulyar yechimlar massasi va gorizont massalari yig'indisidan iborat. Xususiyl holda yuqori tarmoqdagi regulyar yechim massasi ikkala tarmoq uchun bajarilgan gorizont massasi integrali pastki tarmoq regulyar yechim massasi bilan bog'liq. Noabel qora tuynuklarni regulyar yechimlar va

Shvartshild qora tuynuklar bog'liq holatlari deb tasavvur etsak, biz bu bog'liq sistemalar bog'lanish energiyalarini topa olamiz.

Analitik hisoblar “Mathematika 9” dasturida, sonli hisoblar Nyuton-Rafson metodiga asoslanib FIDISOL [16,17] dasturi yordamida “Compak Visual Fortran” dasturida bajarildi. Quyida EYM nazariyasi uchun “Mathematika 9” dasturida yozilgan dasturning bir qismi keltirilmoqda.

```
Remove["Global`*"]; Unprotect[In,Out]; Clear[In,Out]; Off[General::spell1];
dim=4; Do[ Do[ g[i,j]=0,{i,1,4} ,{j,1,4}]; g[1,1]=1/H[r]; g[2,2]= r^2; g[3,3]=
r^2*(Sin[t])^2; g[4,4]=-H[r]; SetAttributes[g,Orderless]; gx=Array[g,{4,4}];
(*Print["Metrik          tenzor          kovariant          komponentalri:"];
Do[Print["g["i,"",",j,""]="",g[i,j]]],{i,1,4},{j,1,4}];*) Print["Metrik tenzor kovariant
komponentalri:"]; MatrixForm[gx] Print["Metrik tenzor kontrovariant
komponentalri:"]; gxi=Inverse[gx]; gxi=ExpandAll[Simplify[gxi]];
MatrixForm[gxi]      xx[1]=r;      xx[2]=t;      xx[3]=x3;      xx[4]=x4;
Do[gi[i,j]=gxi[[i,j]],{i,1,4},{j,1,4}];
gi11=gi[1,1]; gi22=gi[2,2]; gi33=gi[3,3]; gi34=gi[3,4]; gi44=gi[4,4];
Table[gi[i,j],{i,1,4},{j,1,4}];      Do[Chr[i,j,k]=1/2      Sum[gi[i,ll]
(D[g[ll,j],xx[k]]+D[g[ll,k],xx[j]]-D[g[j,k],xx[ll]]),{ll,1,4}],{i,1,4},{j,1,4},{k,1,4}]
Table[Chr[i,j,k],{i,1,4},{j,1,4},{k,1,4}];
(*Do[Print["Chr["i,"",",j,"",",k,""]="",Chr[i,j,k]]],{i,1,4},{j,1,4},{k,1,4}];*)
Do[(Rmn[i,j,i,ll]=D[Chr[i,j,ll],xx[i]]-D[Chr[i,j,i],xx[ll]]+Sum[Chr[mm,j,ll]
Chr[i,mm,i]-Chr[mm,j,i] Chr[i,mm,ll],{mm,1,4}];
Rmn[i,j,i,ll]=ExpandAll[Rmn[i,j,i,ll]]),{i,1,4},{j,1,4},{ll,1,4}];
Do[Ricci[i,j]=Sum[Rmn[ll,i,ll,j],{ll,1,4}];
Ricci[i,j]=ExpandAll[Ricci[i,j]],{i,1,4},{j,1,4}] (*Print["Ricci tenzori kontrovariant
komponentalari:"];      Do[Print["R["i,"",",j,""]="",Ricci[i,j]]],{i,1,4},{j,1,4}];*)
```

R=Sum[Ricci[i,j]\*gi[i,j],{j,1,4},{i,1,4}]; (\*Print["Ricci tenzor kovariant komponentalari

Do[Print["R[" ,i," ,j,"]=",Ricci[i,j]],{i,1,4},{j,1,4}]\*) Do[Ei[i,j]=Ricci[i,j]-1/2 R g[i,j],{i,1,4},{j,1,4}]; Do[Ei[i,j]=ExpandAll[Ei[i,j]],{i,1,4},{j,1,4}];

(\*Print["tensorului Eyinstein tenzori kovariant komponentalari:"]);

Do[Print["E[" ,i," ,j,"]=",Ei[i,j]],{i,1,4},{j,1,4}]\*)

Do[ Ed[i,j]=Sum[Ei[i,k]\*gi[j,k],{k,1,4}]; ,{i,1,4},{j,1,4}];

Lagranjian quidagicha yoziladi:

Lagf=(Tr[Frtmat.Frtmat]\*gi[1,1]\*gi[2,2]+Tr[Frpmat.Frpmat]\*gi[1,1]\*gi[3,3]+Tr[Ftpmat.Ftpmat]\*gi[2,2]\*gi[3,3]); Simplify[Lagf]

Barcha hisoblashlarni Fortran formaga o'tkazish uchyn quyidagicha kiritamiz:

FortranForm[ExpandAll[Simplify[(e[2])]]] FortranForm[Simplify[L]]

So'ngra "Compaq Visual Fortran" dasturida soniy echimlar Nyuton-Rafson metodiga asoslanib FIDISOL dasturi yordamida topamiz. Topilgan soniy bazalarni yana "Mathematika 9" dasturiga kiritib grafiklar tarzda masalani hal etamiz.

### III.6 Asosiy natijalar

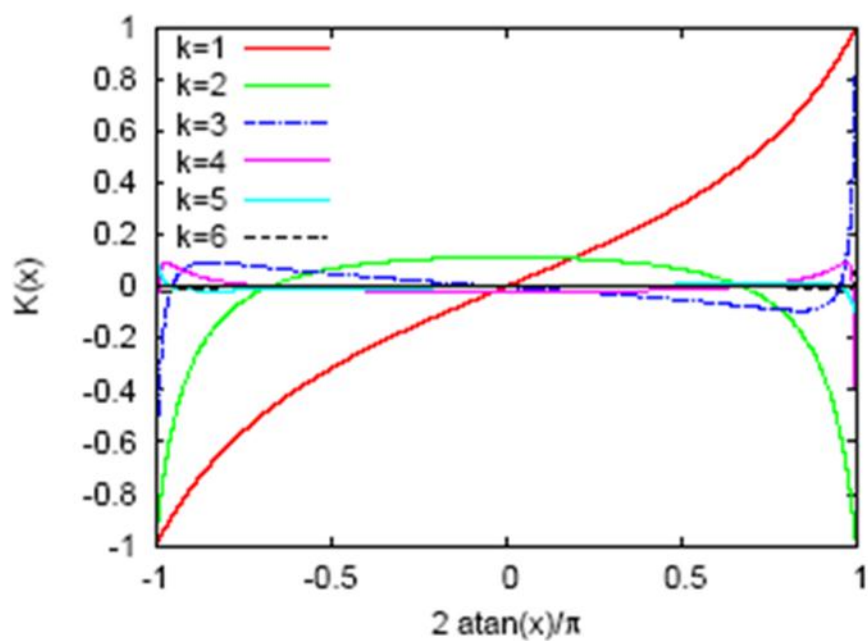
Endi sonli hisoblasharni oddiy diffirinsiyal tenglamalarini (27-29 formulalar) integrallash orqali hisoblaymiz bunda albatta chegaraviy shartlarni inobatga olish zarur ya'ni (38-40 formulalar). Soniy hisoblashlardan so'ng biz tugun nomerlari  $k = 1 \dots, 6$  bo'lgan yumronqoziq inini hisoblab, mulohaza qilamiz. Kiyin  $\alpha \rightarrow \infty$   $R$ -toq va  $R$ -juft qiymatlar uchun yechimlarini ko'rib chiqamiz va  $k \rightarrow \infty$  ni  $\alpha$  qiymatini hisoblaymiz.

**Sonli usul.** Sonli hisoblashlarda biz birliklarni  $\bar{\alpha} = 8\pi G = 1$  deb hisoblab kollokatsil usulidan foydalanib, oddiy diffirinsiyal tenglamani yacheykalar bo'yicha hisoblaymiz. Bunda yacheykalar  $10^2$ - $10^3$  punkerlarga, nisbiy hatolik  $10^{-6}$  ga tenglashadi.

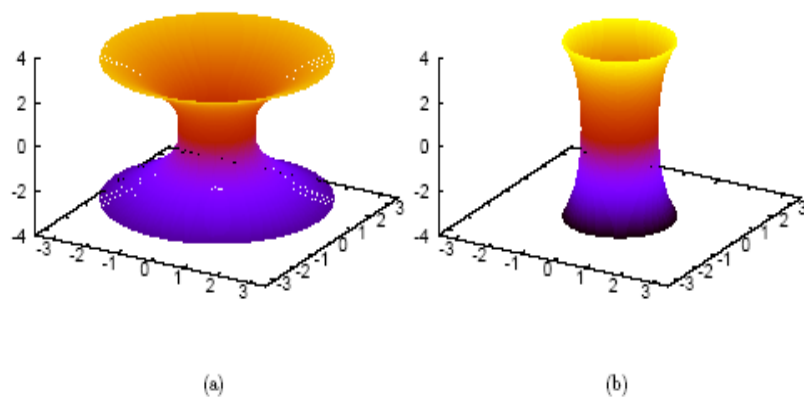
**O'lchash chegarasi.** Yumronqoziq ini uchun o'lchash chegarasini  $\alpha$  - qiymati. Bunda Yang-Mills maydoni Eynshteyn metrkasidan hissa qo'shmaydi va umronqoziq ini metrikasi qoladi. Bu metrika esa Ellis yomronqoziq ini metrikasidir. Bunda  $A = 1$ ,  $N = 1$ , va  $\eta_0$ - bo'yin radiusini hisoblash mumkin. Unda Yang-Mills tenglamasi ixchamlashadi.

$$K'' = \frac{K(K^2 - 1)}{\eta^2 + \eta_0^2}. \quad (71)$$

Tekislikdan farqli o'laroq bunday tenglama  $\eta_0 = 0$ , bo'lganda notrivial yechimga ega (71-formula) Yang-Mills tenglamasi Ellisni yomronqoziq ini fonida sonli hisoblanadi.  $\eta_0 > 0$ , xohlagan qiymatida global regulyar yechim mavjud. Bunday yechimdan  $R$ -qiymatini  $k = 1 \dots, 6$  bo'ganda bo'yin o'lchamlari 2-rasmda keltilgan

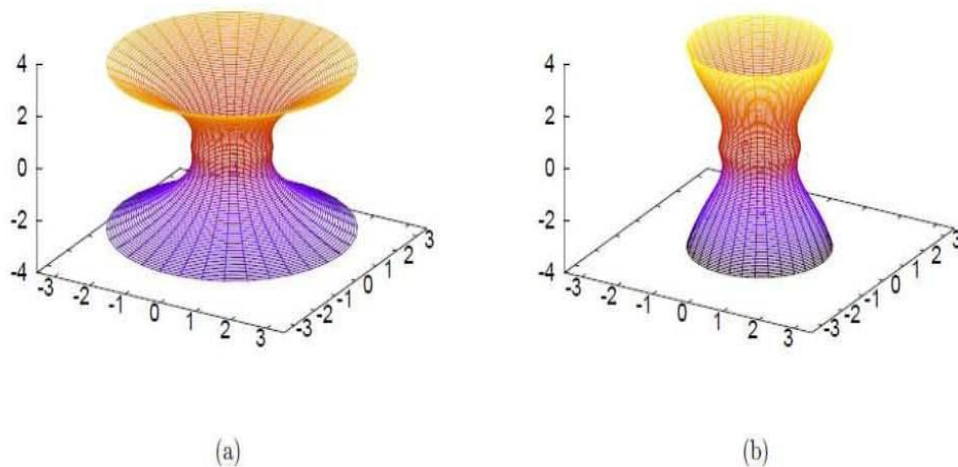


6-rasm. K-kalibrofka maydon funksiyasi  $k = 1, \dots, 6$  tugunlar nomeri va  $\eta_0 = 1$  bo'yin o'lchamlari,  $\alpha = 0$  chegara



7-rasm.  $\alpha = 1$  qyimatidagi  $k = 1(a)$  va  $k = 6(b)$  echimlar uchun yumronqoziq inining bo'g'izlari keltirilgan.

7-rasmda yumronqoziq ini formasining  $k = 1$  dagi 7 a) va  $k = 6$  dagi 7b) bo'g'izlari keltirigan. Sirt radiusi  $R$  va, bo'g'iz sirti  $A_{th}$  ikkala  $A_{th} = 4\pi\eta_0^2$  uchun bo'g'izlar sirtlari bir xil bo'lishidan  $k$  tugunlar nomerining oshishi bilan kengayadi. Bo'g'izga yaqinlashganda katta  $k$  uchun  $\eta$  oshishi bilan  $z(\eta)$  oshadi.



8-rasm. Yumronqoziq inining  $k = 1, \dots, 6$  lar uchun eychimlarining  $\alpha$  ga bog'liqligi ko'rsatilgan. O'lchagan massa parametri  $\mu/\sqrt{\alpha}$  (a) va o'lchangan skalyar zariyd  $D\sqrt{\alpha}$  (b). (a)dagi nuqtalar  $n = k/2$  ( $k$  ning juft qiymatlarida) uchun Bartnik-Makinnon yechimidagi massaga to'g'ri keladi.

Fantom maydonlari bilan kuchaytirilgan Eynsteyn-Yang-Mills yumronqoziq inlari bilan tanishdik. Bu echimlar sferik-simmetrik bo'lin ikki asimptotik yassi hududga ega ekanligi aniqlandi. Tenglama  $\alpha$  gravitasiya o'zorata'sirning  $\bar{\alpha}$  ga nisbati va bo'g'iz kattaligi  $\eta_0^2$  ga bog'liqligidan  $\alpha$  oshoshini gravitasiya o'zorata'sirning oshishi va bo'g'iz kattaligini kamayishini deb tushunish imkoniyatini beradi.  $\alpha \rightarrow \infty$  ni bo'g'iz kattaligini nulgga intilishi deyish mumkin. Kelajakda

aylanuvchi Eynsteyn-Yang-Mills yumronqozig inlari echimlarini topish maqsadli deb hisoblaymiz. Bu uchun oldin fantom maydoniga ega aylanuvchi Eynsteyn-Yang-Mills yumronqozig inlarini o'rganish lozim. So'ngra "sochlarga" ega bo'lgan yumronqozig inlari topish mumkin bo'ladi.



### III.7 Xulosa

Ushbu bob asosiy bob bo'lib Yumronqoziq inlari bo'g'izlari to'g'risida, yumronqoziq inlari geometriyasi va chegaroviy shartlar, hamda hisoblashlar uchun lozim bo'lgan "Mathematica 9" va "Fortran" dasturlaridan ma'lumotlar izoh berilgan. Fantom maydonlari bilan kuchaytirilgan Eynsteyn-Yang-Mills yumronqoziq inlari bilan tanishdik. Bu yechimlar sferik-simmetrik bo'lin ikki asimptotik yassi hududga ega ekanligi aniqlangan. Tenglama  $\alpha$  gravitasiya o'zora ta'sirining  $\bar{\alpha}$  ga nisbati va bo'g'iz kattaligi  $\eta_0^2$  ga bog'liqligidan  $\alpha$  oshoshini gravitasiya o'zora ta'sirining oshishi va bo'g'iz kattaligini kamayishini deb tushunish imkoniyatini beradi.  $\alpha \rightarrow \infty$  ni bo'g'iz kattaligini nulgga intilishi deyish mumkinligi keltirigan.

Kelajakdagi reja ham ushbu bobda keltirigan. Bu reja aylanuvchi Eynsteyn-Yang-Mills yumronqoziq inlari yechimlarini topish maqsadli deb hisoblaymiz. Bu uchun oldin fantom maydoniga ega aylanuvchi Eynsteyn-Yang-Mills yumronqoziq inlarini o'rganish lozim. So'ngra yumronqoziq ini geometriyasini topish mumkin bo'lishi bashorat etilgan.

## ASOSIY XULOSA

1. Dissertatsiya Koinotda „yumronqoziq ini geometriyasi“ mavzusi doirasida nazariy va amaliy sohalarini o'rganildi; Gravitatsion tenglamalar va ular bilan bog'langan ob'yektlar muhimligi va uning asosiy tushunchalarini tavsiflandi; Fantom maydonlarida Eynshteyn-Yang-Mills tenglamasi global regulyar yechimlari kompyuterlarda modellashtirish yo'li bilan topilishini isbotlandi; Bu yechimlar “soch”ga bo'lgan “yumronqoziq ini” shaklini oilishi mumkinligini kuzatildi;
2. Yechimlarni topishda “Mathematica 9” va “Fortran” dasturlarida bajarilgan tahlillarimizni hamda dasturdan foydalanishga doir tadqiqotlarni bayon qilindi; A. Eynshteyning umumiy nisbiylik nazariyasi (UNN) va undan kelib chiquvchi ta'sir integrali, variyatsiya usullari va adbiyotlar bilan tanishdim;
3. Eynshteyn-Yang-Mills-Higgs nazariyasi uchun yangi yechimlarini topishda kompyuter dasturlari samaradorligi aniqlandi;
4. Fantom maydonlari bilan kuchaytirilgan Eynsteyn-Yang-Mills yumronqoziq inlari bilan tanishdik. Bu yechimlar sferik-simmetrik bo'lin ikki asimptotik yassi hududga ega ekanligi aniqlandi. Tenglama  $\alpha$  gravitasiya o'zora ta'sirning  $\bar{\alpha}$  ga nisbati va bo'g'iz kattaligi  $\eta_0^2$  ga bog'liqligidan  $\alpha$  oshoshini gravitasiya o'zora ta'sirning oshishi va bo'g'iz kattaligini kamayishini deb tushunish imkoniyatini beradi.  $\alpha \rightarrow \infty$  ni bo'g'iz kattaligini no'lga intilishi deyish mumkinligi keltirildi;
5. Kelajakdagi reja - aylanuvchi Eynsteyn-Yang-Mills yumronqoziq inlari yechimlarini topish maqsadli deb hisoblaymiz. Bu uchun oldin fantom maydoniga ega aylanuvchi Eynsteyn-Yang-Mills yumronqoziq inlarini urganish lozim. So'ngra “sochlarga” ega bo'lgan yumronqoziq inlari topish mumkin bo'lishi bashorat etildi;
6. Kelajakda o'z doktorlik ishlarimga zamin yaratildi;

7. Dissertatsiya ishni Ziyonet.uz tarmog'iga joylashtirish va ingliz tiliga tarjima etib nufuzli ilmiy anjumanlarda ma'ruza etish, hamda ilmiy jurnallarda chop etish rajalashtirildi.

**Minnaddorchilik.** 5A140201 – Nazariy fizika mutaxassisligi bo'yicha magistr akademik darajasini olish uchun yozilgan dissertatsiya mavzusini tanlashda, bajarishimda o'z hissasini qo'shgan ilmiy rahbarim f-m.f.d., prof. R.M.Ibadovga, hamda o'z maslahatlari bilan yordam bergan “Nazariy fizika va kvant elektronikasi” kafedrasini mudiri f-m.f.d., prof. N.B.Eshqobilovlarga va kafedra a'zolariga o'z minnaddorchiligimni izhor etaman.

## Foydalanilgan adabiyot va maqolalar

1. A. Einstein, "Feldgleichungen der Gravitation", Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin: 844-847 (November 25, 1915).
2. K. Schwarzschild, «Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einstein'schen Theorie». *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*1 (1916) 189—196.
3. R. Ibadov, B. Kleihaus, J. Kunz and Y. Shnir, "New Regular Solutions with Axial Symmetry in Einstein-Yang-Mills Theory," Phys. Lett. **B 609**, 150 (2005).
4. R. Ibadov, B. Kleihaus, J. Kunz, M. Wirschins, "New Black Hole Solutions with Axial Symmetry in Einstein-Yang-Mills Theory," Phys. Lett. **B 627**, 180 (2005).
5. R. Ibadov, B. Kleihaus, J. Kunz and M. Leissner, "Gravitating Sphaleron-Antisphaleron Systems," Phys. Lett. **B 663**, 136 (2008).
6. R. Ibadov, B. Kleihaus, J. Kunz and U. Neemann, "Gravitating Dyons with Large Electric Charge," Phys. Lett. **B 659**, 421 (2008).
7. R. Ibadov, B. Kleihaus, J. Kunz and U. Neemann, "New branches of electrically charged Einstein-Yang-Mills-Higgs solutions," Grav. Cosm. **14**, 28 (2008).
8. R. Ibadov, B. Kleihaus, J. Kunz and M. Leissner "Rotating electroweak sphaleron-antisphaleron systems," Phys. Lett. **B 686**, 298 (2010).
9. Rustam Ibadov, Burkhard Kleihaus, Jutta Kunz, and Michael Leissner "Properties of charged rotating electroweak sphaleron-antisphaleron systems", Phys. Rev.**D 82**, 125037 (2010).
10. Rustam Ibadov, Jutta Kunz, Eldor Umirzaqov "Einstein gravitational equation with non-Abelian matter fields" Book of International Seminar

on Mathematics and Natural Sciences (ISMNS 2013), 15<sup>th</sup>-17<sup>th</sup> August 2013 Samarkand.

11. O.Pauser, R.Ibadov, B.Kleihaus, J.Kunz “Hairy Wormholes and Bartnik-McKinnon Solutions”, Phys. Rev. **D 89**, 064010 (2014).
12. Olga Hauser, Rustam Ibadov, Burkhard Kleihaus, and Jutta Kunz, Hairy Wormholes and Bartnik-McKinnon Solutions, 78th Annual Meeting of the DPG and DPG Spring Meeting, Berlin, 17 - 21 of March 2014, GR 15.2 (40).
13. A.Mukhtarov, R.Ibadov, U.Khodjaeva, Physics, XI, N 3, p.6-10 (2007).
14. R. Bartnik and J. McKinnon, Phys. Rev. Lett. 61 (1988) 141.
15. W. Schönauer, R. Weiß, J. Comput. Appl. Math. 27 (1989) 279.
16. M. Schauder, R. Weiß, W. Schönauer, The CADSOL Program Package, Universität Karlsruhe, Interner Bericht Nr. 46/92 (1992).
17. R.Ibadov, D.Muradova, “Mathematica” dasturi yordamida Eynsteyn-Yang-Mills nazariyasidagi o’q simmetriyali qora tuynuklarni modellashtirish”, “XXI asr – intellektual avlod asri” shiori ostida hududiy (Buxoro, Navoiy, Samarqand) ilmiy amaliy anjuman to’plami Buxoro - 2013 yil 223-225 b.
18. Eldor Umirzaqov, Dildora Muradova, “Modernizatsiyalangan Eynshteyn tenglamalarining yangi yechimlari to’g’risida”, “XXI asr – intellektual avlod asri” shiori ostida hududiy (Buxoro, Navoiy, Samarqand) ilmiy amaliy anjuman to’plami Buxoro – 2013-yil, 211-214 b.
19. R.Ibadov, D.Muradova, “Mathematica” dasturi yordamida gravitatsion maydon tenglamasini modellashtirish, O’zbekston Milyi universitetida o’tkazigan anjuman, Toshkent-2013 yil 43-47 b.
20. Eldor Umirzaqov, Dildora Muradova, “Modernizatsiyalangan Eynshteyn tenglamalarining yangi yechimlari to’g’risida”, O’zbekstn Milyi universitetida o’tkazilgan anjuman, Toshkent-2013 yil 48-52 b.

21. Eldor Umirzaqov, Dildora Muradova, “XXI asr – intellektual avlod asri” shiori ostida anjuman, Termiz-2013 yil 186-189 b.
22. К.А.Бронилов, С.Г.Рубин, «Лекции по космологии и гравитации» В 88, 172 М., 2008
23. A. A. Shatskii, I. D. Novikov, N. S. Kardashev, —Dynamic wormhole and multiuniverse modell. Physics-Uspehi, 51 (5)(2008).
24. И.Д.Новиков. Н. С. Кардашев А.А. Шацкий. Многокомпонентная Вселенная и астрофизика кротовых нор. Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, М., 2007.
25. А.А. Шацкий. —Черные дыры и кротовые норы в области экстремальной гравитации». М., 2010.
26. Spherically symmetric solution in a space-time with torsion. (arXiv:1101.5419v1 [grqc] 28 Jan 2011).
27. Rotating wormhole and scalar perturbation. (arXiv:gr-qc/0401036v1 10 Jan 2004).
28. R.M. Ibodov, **U.D. To’liyev**, Yutta Kunz. UDK: 530.12; 530.145 FANTOM va SU (2) YANG-MILSS maydonlarining Eynshteyn tenglamalaridagi ro’li to’g’risida. Ilmiy axborotnoma. SamDU 2014 yil №5 (87) 83 - 88 betlar.
29. **U.D. To’liyev**, S.N. Murodov EYNSHTEYN-YANG-MILLS-HIGGS tenglamalari va “mathematica” dasturi to’g’risida. Yosh olimlar respublika ilmiy amaliy konferensiyasi 2016 yil 29-30 yanvar II qism. 41-42 betlar. TerDU
30. **U.D. To’liyev**, S.N. Murodov: Bir va ikki bo’g’izli yumronqoziq inlari geometriyasi va fizikasi yechimiga olib keluvchi EYNSHTEYN-YANG-MILLS-HIGGS tenglamalari va higgs potentsiali Yosh olimlar respublika ilmiy amaliy konferensiyasi 2017 yil 31 mart – 1 aprel II qism. 211-213 betlar. TerDU

31. S.N. Murodov: Eynshteyn-Yang-Mills-Higgs tenglamalari va Higgs potentsiali. bir va ikki bo'g'izli yumronqoziq inlari (inglizcha „wormhole“) Xududiy ilmiy amaliy kanferensiyasi. Samarqand 2016 yil 2-3 iyun. 320 – 322 betlar.
32. Internet tarmog'idan olingan ma'lumotlar.
33. [www.google.uz](http://www.google.uz)
34. [www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)