

M.Olimov, O.Jakbarov

Matematik modellashtirish

Namangan 2017 yil

O`zbekiston respublikasi
Oliy va o`rta maxsus ta`lim vazirligi

Namangan muhandislik – qurilish instituti

Matematik modellashtirish

o`quv qo`llanma

5111000-Kasb ta`limi (5330200-Informatika va axborot texnologiyalari) bakalavr
ta`lim yo`nalishi talabalari uchun

Namangan 2017 y.

Mazkur o`quv qo`llanma oliy ta`lim tizimining 5111000-Kasb ta`limi (5330200-Informatika va axborot texnologiyalari) bakalavr ta`lim yo`nalishi talabalari uchun mo`ljallangan bo`lib, nazariy va amaliy iqtisodiy masalalarni yechishda qo`llaniladigan matematik apparatning asoslari bilan tanishtirish, mantiqiy fikr yuritish qobiliyatini oshirish, ilmiy adabiyotlar bilan mustaqil ishlashga o`rgatish, amaliy masalalarning matematik modelini qurish va yangi kompyuter texnologiyalari yordamida yechishni o`rgatishga mo`ljallangandir. Shuningdek, o`quv qo`llanma mazkur fanni o`rganmoqchi bo`lgan barcha bilim oluvchilar uchun keng foydalanishlari tavsiya etiladi.

Taqrizchilar: Toshkent axborot texnologiyalari universiteti qoshidagi “Axborot –kommunikasiya texnologiyalari ilmiy-innovasion markazi”ning yetakchi ilmiy xodimi, texnika fanlari doktori, professor **I.Alimov**

Namangan davlat universiteti “Amaliy matematika” kafedrasining professori, fizika-matematika fanlari doktori **M.Badalov**

Namangan muhandislik-pedagogika instituti “Oliy matematika” kafedراس professori, fizika-matematika fanlari doktori **V.Xojiboev**

Kirish

Ta'kidlash joizki, 2011-2016 yillarda Oliy ta'lim muassasalarining moddiy-texnika bazasini mustahkamlash va yuqori malakali mutaxassislar tayyorlash sifatini tubdan yaxshilash chora-tadbirlari dasturini amalga oshirish doirasida ko'plab ishlar amalga oshirildi.

Texnika oliy o'quv yurtlari uchun mavjud adabiyotlarni zamon talabiga moslashtirib tarjima qilish, yangi avlod o'quv adabiyotlarini yaratish va nashr ettirish bugungi kun professor-o'qituvchilari oldida turgan dolzarb vazifa hisoblanadi.

O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 1998 yil 5 yanvardagi "Uzluksiz ta'lim tizimini darslik va o'quv adabiyotlari bilan ta'minlashni takomillashtirish to'g'risida" 4 sonli Qaroriga asosan amalga oshirilmoqda. Darhaqiqat, mavjud darslik va o'quv qo'llanmalarini sifatini oshirish va bugungi kun talablariga javob bera oladigan va yuqori sifatli darslik va o'quv qo'llanmalari yaratish "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi"ning asosiy shartlaridan biri qilib belgilangan edi.

Shuningdek, **2017 — 2021 yillarda O'zbekiston Respublikasini rivojlantirishning beshta ustuvor yo'nalishi bo'yicha HARAkatLAR STRATEGIYASI**ning 4-ustivor yo'nalishi "Ijtimoiy sohani rivojlantirishning ustuvor yo'nalishlari"ning 4.4-Ta'lim va fan sohasini rivojlantirish bo'limida "ta'lim va o'qitish sifatini baholashning xalqaro standartlarini joriy etish asosida oliy ta'lim muassasalari faoliyatining sifati hamda samaradorligini oshirish..."ga ahamiyat berish alohida keltirib o'tiladi.

2017 yil 20 apreldagi "Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida" gi Prezidentimizning PQ-2909 sonli Qarorlarida xam yangi avlod o'quv adabiyotlarini yaratish va ularni oliy ta'lim muassasalarining ta'lim jarayoniga keng tatbiq etish, oliy ta'lim muassasalarini zamonaviy o'quv, o'quv-metodik va ilmiy adabiyotlar bilan ta'minlash vazifalari yuklatilgan.

Hozirda inson faoliyatining deyarli barcha sohalarida kompyuter keng qo'llanilmoqda. Kompyuterdan, yangi texnologik jarayonlarni o'rganishda va iqtisodiy masalalarni rejalashtirish, har xil darajadagi ishlab chiqarish jarayonlarini boshqarish uchun optimal variantlarni izlab topishda keng foydalanilmoqda. Ayniqsa, murakkab ob'ektlarda xususan radiotexnika, aviasozlik, platina, ko'priklar va boshqa shunga o'xshash inshootlar hisob-kitobini kompyuterdan foydalanmasdan amalga oshirib bo'lmaydi.

O'ta tezkor va keng hajmdagi xotiraga ega zamonaviy kompyuterlar fizika, kimyo, mexanika, texnika, iqtisod va boshqa ko'plab soha muammolarini tadqiq qilish va hal etishda matematik usullarni qo'llash uchun keng yo'l ochib bermoqda.

Kompyuterdan foydalanishning muhim yo'nalishlaridan biri – bu ob'ekt, hodisa yoki jarayonlarni modellashtirishdir. Inson bevosita kuzata olmaydigan fizik, kimyoviy, biologik va boshqa jarayonlar kompyuterda modellashtirilishi mumkin. Modellashtirish kompyuterda masalani yechishning muhim tarkibiy qismi hisoblanadi. Shu sababli zamonaviy muhandis nafaqat hisoblash matematikasining sonli va taqribiy usullarini, balki ob'ekt va jarayonlarning matematik modellarini tuzishni, kompyuterli matematik tizimlardan foydalanish hamda hisoblash tajribalarini o'tkazishni bilishi lozim.

Shu bois, hozirgi faoliyatni matematik modellashtirishsiz tasavvur etib bo'lmaydi. Ushbu metodologiya ning mohiyati berilgan ob'ektni uning in'ikosi bo'lmish matematik model bilan almashtirishdan iborat. Real borliqdagi barcha ob'ektlar, jarayonlar va hodisalarning matematik modellarini qurib so'ng kompyuter yordamida ushbu modellarni o'rnatish va hisoblash tajribasi orqali qaralayotgan jarayon, ob'ekt va hodisalar xususiyatlarini tadqiq qilish o'ta muhim masalalardan biri hisoblanadi. Chunki ba'zi ob'ektlar ustida natural tajriba o'tkazish bir tomondan o'ta qimmat tursa, ikkinchi tomondan yetarlicha xavflidir. Bularga misol qilib, termoyadro qurolining tajribasi, har xil ekologik tajribalar, biologik qurollarni misol qilib ko'rsatish mumkin. Bu tajribalar to'g'risida fikr yuritishning o'zi dahshatli.

Shuning uchun ham matematik modellashtirish eng arzon va eng xavfsiz hisoblanadi.

Ta'kidlash joizki, o'ta tezkor va katta xotiraga ega keng imkoniyatli zamonaviy kompyuterlar, ular uchun yaratilayotgan tizimli, instrumental, amaliy dasturlar, zamonaviy dasturlash tillari va ularning kompilyatorlari, dasturlash texnologiyalari, umuman olganda barcha axborot texnologiyalaridan foydalanishdan maqsad matematik modellashtirishni amalga oshirishdir.

Demak, inson faoliyati uchun o'ta muhim murakkab tizimlarni matematik modellashtirishdan maqsad esa o'z navbatida tegishli qaror qabul qilish (inson tomonidan) va bashorat (prognoz) qilish.

Bundan tashqari iqtisodiy, ekologik va texnik tizimlarni mavjud klassik usullar bilan tadqiq qilib bo'lmaydi. Bu esa o'z navbatida matematik modellashtirish keng ma'noda axborotli modellashtirish ilmiy-texnika rivojining ajralmas qismi ekanini ko'rsatadi.

Odatda, amaliy matematika masalalarini kompyuter yordamida yechish quyidagi texnologik zanjir asosida olib boriladi: ***tadqiqot ob'ekti – fizik model – matematik model – algoritim – dastur – hisoblash tajribalari – natijalarni tajriba va boshqa ma'lumotlar bilan solishtirish.***

Bu yerda matematik texnologiya (zanjirning hisoblash qismi) esa matematik model – algoritim – dastur – hisoblash tajribalari kabi aniqlanadi. Bu zanjirning intellektual yadrosi, ya'ni matematik modellashtirishning intellektual yadrosi quyidagi uchlikni o'z ichiga oladi: ***model – algoritim – dastur.***

Albatta, biz bu yerda model deganda matematik modelni tushunamiz. Vaholanki, modelning turi ko'p, bu tushunchalar qo'llanmaning tegishli bo'limlarida keltirilgan.

Matematik modellashtirish fanidan yozilgan aksariyat adabiyotlar alohida bir soha uchun bag'ishlangan. Xususan, iqtisodiy masalalarni matematik modelini tuzishga, chiziqli va nochiziqli iqtisodiy masalalar yoritilgan. Bu o'quv qo'llanmada esa, matematik modellashtirishning nazariy asoslari, modellashtirish ob'ektining

umumiy sxemasini hamma sohalarga qo'llash mumkin bo'lgan nazariy ma'lumotlar keltirilgan.

Matematik modellash tirish fanidan yaratilgan ushbu o'quv qo'llanmada keltirilgan bilimlarni egallashda, bakalavr talabalaridan Matematika, Ob'ektga yo'naltirilgan dasturlash, Kompyuter grafikasi hamda Oliy matematikaning chiziqli algebra, differensial tenglamalar, ehtimollar nazariyasi va hisoblash matematikasining taqribiy yechish usullari kabi bo'limlarni o'zlashtirgan bo'lishi maqsadga muvofiq.

Mualliflar jamoasi tomonidan 5111000-Kasb ta'limi (5330200-Informatika va axborot texnologiyalari) bakalavr ta'lim yo'nalishidagi oliy ta'lim muassasalari talabalari uchun "Matematik modellash tirish" fani bo'yicha o'quv qo'llanma tayyorlandi. Bu o'quv qo'llanmada olingan bilimlar asosida kursni o'qib bitirgan talabalar Davlatimiz ravnaqini yanada oshirishda o'zlarining ilmiy tadqiqot faoliyatlari bilan shug'ullanishlarida alohida ahamiyat kasb etadi.

1-BOB. MODELLASHTIRISH NAZARIYASI VA UNING NAZARIY ASOSLARI

1.1-§. Matematik modellashtirish fanining maqsad va vazifalari



O`quv modullari

Ob`ekt, gipoteza, modellashtirish, matematik model.

G`oyaviy modellar xaqiqiy dunyoni nazariy tushunish va aks ettirish shakli bo`lib, uni fizik bilish uchun katta o`rin egallaydi. Shuning uchun nazariy bilish va uslubiy jihatdan modellarni shakllantirish masalasi, ularni bilishda qo`llash va boshqa modellar, g`oyaviy va real tajribalar, gipoteza, nazariyalar bilan aloqasi katta ahamiyat kasb etadi.

«Matematik modellashtirish» fanini o`qitishdan maqsad - talabalarni nazariy va amaliy iqtisodiy masalalarni yechishda qo`llaniladigan matematik apparatning asoslari bilan tanishtirish, mantiqiy fikr yuritish qobiliyatini oshirish, ilmiy adabiyotlar bilan mustaqil ishlashga o`rgatish, amaliy masalalarning matematik modelini qurish, uni matematik usullar va yangi kompyuter texnologiyalari yordamida yechish hamda fan bo`yicha kasb-hunar kollejlarning o`quvchilariga yangi pedagogik texnologiyalaridan foydalanib dars mashg`ulotlarini yuqori saviyada o`tkaza olish uslubiyotini mukammal egallagan muhandis - pedagog qilib tayyorlashdan iborat.

G`oyaviy va material modellarni quyidagicha ta`riflash mumkin:

Modellashtirish - bu biror bir ob`ektni (originalni) boshqasi (model bilan) almashtirish va originalni xususiyatlarini modelni xususiyatlarini tadqiq etish yo`li bilan o`rganishdan iborat. Almashtirishdan asosiy maqsad original xususiyatlarini o`rganishni aniqlashni tezlashtirish, soddalashtirish, narxini kamaytirish imkonini beradi. Umuman ob`ekt - original sifatida ixtiyoriy tabiiy yoki sun`iy, real (xaqiqiy) yoki g`oyaviy tizim bo`lishi mumkin.

Modellashtirish usuli hozirgi zamonda ko`pdan-ko`p olimlar tomonidan tadbiq etilmoqda. Misol sifatida mexanika, fizika (qattiq jismlar), ximiya, biologiya, medisina, iqtisodiyot va boshqa sohalarni ko`rish mumkin. Modellashtirish konsepsiyasidan maqsad asosan modellarni nazariya yaratish jarayoniga kiritishdan iboratdir, chunki ideal modellar nazariyani boshlang`ich bosqichi bo`lishi mumkin yoki nazariyani interpretasiya qilish modeli ham bo`lishi mumkin.

Gipotezalar nazariyaning ideallashtirilgan ob`ektlardan farqli bo`lib, nazariyani interpretasiya qilish modeli yoki dastlabki pog`onadagi model ko`rinishida tasvirlash mumkin. Gipotezalar shakllantirilayotgan modellarni dastlabki qadamlari (pog`onalari) sifatida ko`rilishi mumkin.

Dastlabki modelni ishlab chiqishda tadqiqotchi intuisiyasi katta rol o`ynaydi. Boshlang`ich vaqtlarda katta miqdordagi modellar oldinga surilishi mumkin. Ammo tadqiq etish jarayonida ularning soni kamayadi.

Model bilan ishlash shakli sifatida g`oyaviy tajriba ko`riladi. Ayrim hollarda g`oyaviy tajribalarni ideallashtirilgan deyiladi, chunki ular real tajribalar bilan bog`liqdir. Ma`lum miqyosda g`oyaviy tajriba real tajribani ma`lum tomonlarini (xususiyatlarini) g`oyaviy obrazli rekonstruksiya qilishdan iboratdir. Chunki, aytiladiki «fikrlash-ongda tajriba o`tkazish mahsulidir». G`oyaviy tajriba sharsiz ravishda xaqiqiy tajribaga qaraganda qulaydir. Fikrlar bizda har doim mavjud va xaqiqatga nisbatan ongda tajribalarni yig`ish (to`plash) onsondir. (Engelmayer so`zlari bo`yicha).

Tajriba ob`ekt originalni ma`lum tomonlarini (xususiyatlarini) modelda aks ettirishni adekvatlik kriteriyasi bo`lib kelmoqda. Tajriba xakam rolida bo`lib, model yordamida olingan tasavvurlarni olib qolish yoki tashlab yuborish to`g`risida yechimini qabul qiladi.

*O`rganilayotgan hodisa, jarayon yoki ob`ektni matematik ifodalar (munosabatlar) va formulalar yordamida tasavvur etish jarayoni **matematik model** deyiladi.* Tadqiq etilayotgan ob`ektni modellashtirish ob`ektni shakllantirishdan boshlanadi, ya`ni mos matematik modelni tuzishdan iborat. Buning uchun uning

ahamiyati kasb etgan tomonlari (xususiyatlari) ajratib olinadi (tanlanadi) va matematik munosabatlar yordamida yoziladi.

Matematik model tashkil etilgandan so`ng, ya`ni masalaga matematik shakl berilgandan so`ng uni o`rganish uchun matematik usullardan foydalanishimiz mumkin.

Modellashtirish asosan modelda tadqiq qilishga xalaqit beruvchi originalni alomatlari mavjud bo`lmagan hollarda yoki modelni xususiyatlarini o`rganish va belgilash imkonini beruvchi parametrlar mavjud bo`lganda maqsadga muvofiqdir.

Modellashtirish nazariyasi o`zaro bir-biriga bog`liq bo`lgan nizomlar, ta`riflar, modellarni yaratish va tadqiq etish usullari, vositalari to`plamidan iborat. Bu nizomlar, ta`riflar, usullar, vositalar va modellar modellashtirish nazariyasini predmetini tashkil etadi.

Modellashtirish nazariyasini asosiy masalasi tadqiqotchilarni modellarni yaratish texnologiyasiga o`rgatishdan iborat. Bunday texnologiya originallarini o`rganilayotgan xususiyatlarini yetarli aniqlik va to`la ravishda tadqiq etish imkoniyatini beradi.

Ob`ekt - original sifatida asosan hisoblash tizimlari ko`rilgan bo`lib, modellashtirishni predmet sohasini tashkil etadi. Hisoblash tizimi tushunchasi bu yerda keng ma`noga ega bo`lib, bir prosessorli ma`lumotlarni qayta ishlash tizimidan turli dasturiy ta`minotli taqsimlangan hisoblash tizimlarigacha va turli vazifalarga mo`ljallangan tizimlar kiradi. Hisoblash tizimlari - bu sun`iy, muhandislik tizimlari bo`lib, uning hamma parametrlari ma`lum. Demak, bu parametrlarni tadqiq etish, aniqlash imkoni bor. Shuning uchun hisoblash tizimlarini modellashtirishni prinsipial imkoni bor.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Model so`zining ma`nosi nima?*
2. *Modellashtirish deb nimaga aytiladi?*

3. *Matematik model deb nimaga aytiladi?*
4. *Modellashtirish qo'llaniladigan inson faoliyati sohalarini sanang.*

1.2-§. Tizimlarni tadbiq qilishda modellashtirishning o'рни va ahamiyati



O'quv modullari

Konstruktiv modellar, tizim, ob'ekt, modellashtirish, matematik model, imitasion model, optimallashtiruvchi model.

Modellashtirishni ilmiy qidiruv ishlarida, muhandislik ijod sohasida va umuman inson hayotida baholash murakkab masaladir. Ixtiyoriy har qanday tizimni bilish yoki o'rganish mohiyati bo'yicha uning modelini yaratishga olib kelinadi. Har bir qurilma yoki inshootni yaratishdan avval uning model loyihasi ishlab chiqiladi. Sanoatni har qanday asari xaqiqiy dunyoni borliqni belgilovchi modeldir. Inson biror bir harakat qilishdan oldin mumkin bo'lgan harakatlar ketma-ketligini o'ylab ko'radi yoki sinovdan o'tgan xarakatlar modeli bo'yicha boshqaradi.

Konstruktiv modellar, ya'ni sistemani xarakteristikalarini uning parametrlariga bog'lanishni tadbiq etuvchi va xususiyatlarini belgilash imkonini beruvchi modellar alohida ahamiyat kasb etadi. Bunday modellar tizimlarini ishlashini optimallashtirish imkonini yaratadi. Optimallashtiruvchi modellar - murakkab tizimlar nazariyasini asosini tashkil etadi.

Modellashtirish ilmiy bilish usuli va texnik masalalarni yechish usuli sifatida har doim yuqori baholanib kelingan. Texnikani rivojlantirish bilan mexanizm, mashina va inshootlar fizik modellashtirish keng qo'llanila boshlandi.

Matematikaning yutuqlari turli tabiatga ega bo'lgan ob'ekt va jarayonlarni matematik modellashtirishni keng ko'lamda tarqalishiga olib keladi. Shuni aytib o'tish kerakki, fizik tabiati turlicha bo'lgan tizimlarni ishlash dinamikasi bir turdagi

bogʻlanishlar yordamida yoziladi, yaʼni bir turdagi modellar yordamida tasvirlash yoki ifodalash mumkin. Turli-tuman tizimlarni tahlil va sintez qilishda muhandislar foydalanadigan hisoblash formulalari bunday tizimlarni matematik modellardan keltirib chiqarilgan.

Imitasion modellashtirish uslubiyotini ishlab chiqish natijasida modellashtirish yanada sifatli yangi pogʻonaga koʻtarildi. Bu shundan iboratki, modellashtirish yordamida tadqiq etiladigan tizimlar sinfi yanada kengaydi. Hozirgi zamonaviy hisoblash texnikasini yangi imkoniyatlarini chuqurlashuvi va kengayishi modellashtirishdan foydalanish sohalarini yanada kengayishiga va rivojlanishiga olib keladi. Hozirgi sharoitlarda ilmiy-texnik progressni jadallashuvi natijasida chegaralangan moddiy, ish, energetik va vaqt resurslari asosida yuqori samaradorlikka erishish shartlari boʻyicha modellashtirish alohida ahamiyatga ega boʻlmoqda.

Hozirgi davrda modellashtirish qoʻllanilmaydigan inson faoliyati sohasini topish qiyindir. Masalan, avtomobillarni ishlab chiqarish modeli, bugʻdoyni yetishtirish, inson organlarini ishlash modellari, Azov dengizini hayot faoliyati, atom urushining oqibatlari va h.k. Kelgusida har bir tizimni oʻzining modellari yaratilishi mumkin, har bir texnik yoki tashkiliy loyihani ishlatishdan (qoʻllanishdan) avval uni modellashtirish zarur.

Mutaxassislarni aytishi boʻyicha hisoblash tizimlarining asosiy vazifasi modellashtirishdan iborat boʻladi. Xaqiqatdan hozirgi davrda hisoblash texnikasini amaliyotda tadbiq etish texnologik jarayonlarni boshqarishni avtomatlashtirilgan tizimlarga, tashkiliy-iqtisodiy komplekslari va loyihalash jarayonlarini avtomatlashtirilgan boshqarish tizimlarini hamda maʼlumotlar omborini keng koʻlamda yaratish kabi yoʻnalishlarda qoʻllanilmoqda. Ammo har qanday boshqarish tizimi boshqariladigan obʼekt yoki jarayon haqidagi axborotga muhtoj boʻladi. Shuning uchun hisoblash texnikasi modellashtirish uchun ishlatish (foydalanish) birinchi darajali ahamiyatga egadir.

Hisoblash tizimlari murakkab va qimmat bahoga ega boʻlganligi uchun moslashtirish obʼektlari boʻlishi mumkin va zarur.

Modellashtirish hisoblash tizimlarini loyihalash bosqichida, mavjud ishlatilayotgan tizimlarni ishlash sharoitlarida tahlil etish yoki tizimni tarkibi, strukturasi, boshqarish turlari yoki ish hajmini o`zgarishini o`rganish jarayonlari uchun foydalaniladi. Dastlab tanlab olingan loyiha yechimini tahlil qilish modellashtirish bilan amalga oshiriladi. Bu esa o`z navbatida kelajakdagi tizimning kutiladigan xarakteristikalarini aniqlash imkonini beradi, uning kuchli va kuchsiz tomonlarini aniqlashga asos bo`ladi. Agar uning xarakteristikolari qo`yilgan talablarni qanoatlantirmasa tahlil asosida loyihada o`zgartirishlar kiritiladi, so`ngra yana modellashtirish o`tkaziladi. Bu jarayon ishlab chiqilayotgan tizimni ishlash sifat ko`rsatkichlari talab darajasiga yetguncha davom ettiriladi.

Hozirgi davrda ishlab turgan tizimlarni modellashtirish yordamida tizimlarni ishlash jarayonini chegaraviy shartlarini aniqlashda, ekstremal sharoitlarni imitatsiya qilishda foydalaniladi. Bunday sharoitlarni sun`iy yaratish bir qancha qiyinchiliklarga olib keladi va noxush oqibatlarga olib kelishi mumkin.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Konstruktiv model nima?*
2. *Optimallashtiruvchi modellar tushunchasini qanday tushunasiz?*
3. *Modellashtiriladigan inson faoliyati sohalariga misollar keltiring*

1.3-§. Model tushunchasi va modellashtirish



O`quv modullari

Ob`ekt, model, modellashtirish, fizik model, naturaviy model, kvazinaturaviy model, analog model.

**“Model” so`zi lotincha *modulus* so`zidan olingan bo`lib, o`lchov, me`yor, obraz, aksi (in`ikosi) ma`nolarini anglatadi.** Model so`zi zamonaviy tadqiqot

usullaridan hisoblangan modellashtirishda keng qo'llaniladi (modellashtirishning asosi hisoblanadi).

Modellashtirish deb tadqiqot ostiga olingan ob`ektni bevosita emas, balki bilvosita, ya`ni ba`zi bir yordamchi ob`ektlarni analiz qilish yo`li bilan o`rganishga aytiladi. Bunday yordamchi ob`ektlarga model deyiladi.

Modellarni sinflarga ajratishga asos qilib, modelni originaldan abstraksiyalash (mavhumlash) darajasi olingan. Dastlab hamma modellarni ikki guruhga ajratish mumkin. Moddiy (fizik) va abstrakt (matematik).

Fizik model deb originalga ekvivalent yoki o`xshash bo`lgan tizimlar tushuniladi. Boshqacha aytganda ishlash jarayoni originalga o`xshash bo`lgan u yoki bu fizik tabiatga ega bo`lgan tizimlarga aytiladi. Fizik modellarni quyidagi turlarini ko`rsatish mumkin: **naturaviy, kvazinaturaviy, masshtab va analog modellar**.

Naturaviy modellar - bu real tadqiq etilayotgan tizimlardir. Ularni maketlar yoki tajriba ko`rinishi deyiladi. Bunday modellar tizim- originallarga to`la adekvat bo`ladi va natijada modellashtirish natijalarini yuqori aniqligini va ishonchliligini ta`minlaydi. Hisoblash tizimlarini loyihalash jarayoni tajriba ko`rinishlarini sinash bilan yakunlanadi.

Kvazinaturaviy modellar - naturaviy va matematik modellar majmuasidan iborat. Masshtab modellar - bu originallik qanday fizik tabiatga ega bo`lsa shunday tabiatli tizim bo`lib, faqat masshtablari bilan farqlanadigan tizimdir. Masshtab modellashtirishni uslubiyat asosi bo`lib, o`xshashlik nazariyasi olingan. Bu nazariya bo`yicha original bilan model geometrik o`xshashlik saqlanishi lozim va ularni parametrlari mos masshtablarda bo`lishi lozim.

Analog modellar - deb shunday modellarga aytiladiki, originaldan fizik tabiatga nisbatan farq qiluvchi, ammo ishlash jarayoni originalga o`xshash bo`lgan modellarga aytiladi. Bunday modellarda asosiy shartlardan biri bu o`rganilayotgan ob`ekt bilan model parametrlari orasida bir qiymatli mos kelishlik bo`lishi, hamda bu tizimlardagi jarayonlarni o`lchamga ega bo`lmagan matematik yozilishi ayniyat shaklida bo`lishi zarur. Analog modellarni yaratish uchun o`rganilayotgan tizimlarni matematik tafsiflash zarur. Analog modellar sifatida mexanik, gidravlik, pnevmatik

tizimlar ishlatilishi mumkin. Ammo ko'pgina hollarda elektr va elektron analog modellar keng qo'llaniladi. Chunki tokni kuchi va kuchlanish boshqa tabiatga ega bo'lgan fizik kattaliklar analogi bo'ladi. Analog modellarni asosiy xususiyatlari parametrlarni miqdoriy o'zgarishi va o'lchamlariga adaptasiya (moslashtirish) qilinishi sodda va tezkordir. Analog modellar hisoblash texnikasini vositalarini mantiqan elementlar va elektr zanjirlari sathida tadqiqot o'tkazishda yoki tizim sathida tizimlar ishlashi, masalan: differensial yoki algebraik tengliklar yordamida yozilish sathida foydalaniladi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Hamma modellarni qanday guruhlarga ajratish mumkin?*
2. *Naturaviy va kvazinaturaviy modellarga ta'rif bering*
3. *Analog modelga ta'rif bering*
4. *Siz modellarni qanday guruhlariga ajratgan bo'lar edingiz?*

1.4-§. Bilish va boshqarish jarayonlarida modellashtirish



O'quv modullari

Ob'ekt, bilish modeli, bilish ob'ekti, sintez, boshqarish algoritmi.

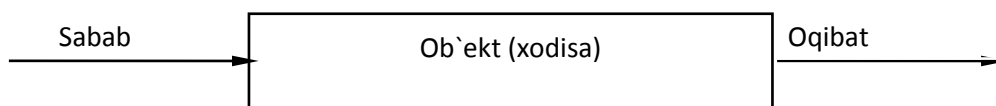
Matematik modellashtirishni shartli ravishda uchta bosqichga bo'lish mumkin:

- 1) tadqiqot ostiga olinayotgan ob'ektning berilishi, ya'ni masalaning qo'yilishi. Dastlab muammoni aniqlaymiz, chunki muammoni aniqlamasdan matematik modellarni tuzish mumkin emas.
- 2) qo'yilgan real (iqtisodiy, geografik, qishloq xo'jalik, geologik, tibbiy va hokazo) masalaning matematik modelini yaratish. Materiallarni optimal taqsimlash masalasiga chiziqli programmashtirish modeli to'g'ri kelishi mumkin.

3) Tuzilgan matematik model yordamida real masalani tadqiq etish (eksperiment o'tkazish).

Modellashtirish muammosi bilan biz asosan ikki holda duch kelamiz: birinchidan, bilish jarayonlarida, ya'ni ob'ekt va jarayonlarni bilish modelini tuzishda, ikkinchidan boshqarish jarayonlarida, ya'ni ob'ektni maqsadga tomon yo'naltirilgan boshqarishda, ya'ni inson tomonidan qo'yilgan maqsadga erishish uchun.

Bilish jarayonida bilish modeli yaratiladi. Bu model zaruriy ko'rinishda ob'ektni ishlash mexanizmni aks ettiradi. Bunday modellashtirishga misol sifatida bizni o'rab turgan tabiatni o'rganishni olish mumkin. Tabiat xususiyatlarini tushuntira olish, ularni o'zaro bog'lanishi, mexanizmlarni tahlil etish va x.k. - mana bunday modellashtirishni asosiy masalalarni tashkil etadi. Bunday modellashtirish bilishdan kam farqlanadi. Modellarni asosiy maqsadi shunday modellar yaratish kerakki, ular inson uchun muhim bo'lgan tabiat ob'ektlarini aks ettiruvchi modellar ishlab chiqishdan iborat. Bunday xususiyatlar har bir ob'ekt yoki hodisadagi sabab - oqibat bog'lanishlarini turlicha ko'rinishda aks ettirilishi bilan ifodalanadi. Bunday bog'lanishlarni biror bir sababni oqibatga «o'zgartiruvchi» ko'rinishda tasvirlash mumkin.



1.4.1-rasm. Bilish ob'ektini tasvirlash.

Demak, model deyilganda shunday fikrlash tushuniladiki (ixtiyoriy tilda - matematik, grafik, algoritmik, so'zlashuv va x.k.), kuzatilayotgan hodisani imitatsiya qilish imkonini bersin. Aniq maqsadlar model yoziladigan tilni ham aniqlashtiradi. Ma'lumki, ko'pgina texnik va fizik modellarni yozish matematika tilida amalga oshiriladi.

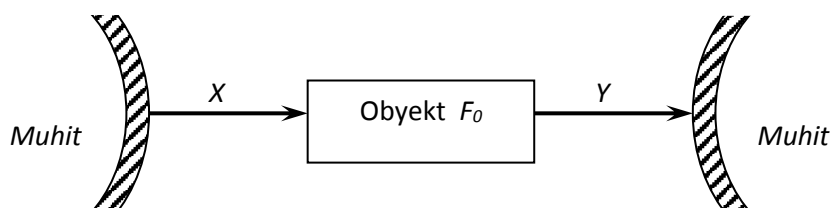
Sababni X bilan, oqibatni esa Y bilan belgilaymiz. Bular orasidagi bog'lanishni shartli ravishda quyidagi ko'rinishda yozamiz

$$Y = F(X),$$

Bunda F -sababini X -oqibatga Y -o`zgartirish qoidasi. Bu modelni tashkil etadi. F ni modelni operatori deyiladi.

Quyidagi 1.4.2-rasmda modellashtirilayotgan ob`ektni tashqi muhit bilan o`zaro ta`siri ko`rsatilgan. Bu o`zaro ta`sirlar X va Y kanallari bo`yicha sodir bo`ladi. X kanali bo`yicha tashqi muhit ob`ektiga ta`sir etadi,  $Y$  kanali bo`yicha ob`ekt tashqi muhitga ta`sir etadi.

Modellashtirish masalasi operator F ni topishga mo`ljallangan bo`lib, operator F ob`ektni kirish va chiqishlarini bog`lab turadi.



1.4.2 - rasm. Ob`ektni tashqi muhit bilan o`zaro ta`siri.

Faraz qilaylik $x_1, x_2, \dots, x_N$ ob`ektni kirishini kuzatish bo`lsin, $y_1, y_2, \dots, y_N$ mos ravishda diskret vaqt daqiqalaridagi $1, 2, \dots, n$ chiqishni kuzatishlari bo`lsin. Bu kuzatishlar ob`ektni noma`lum operatori  $F_0$  bilan bog`lagan, ya`ni

$$Y_i = F_0(x_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

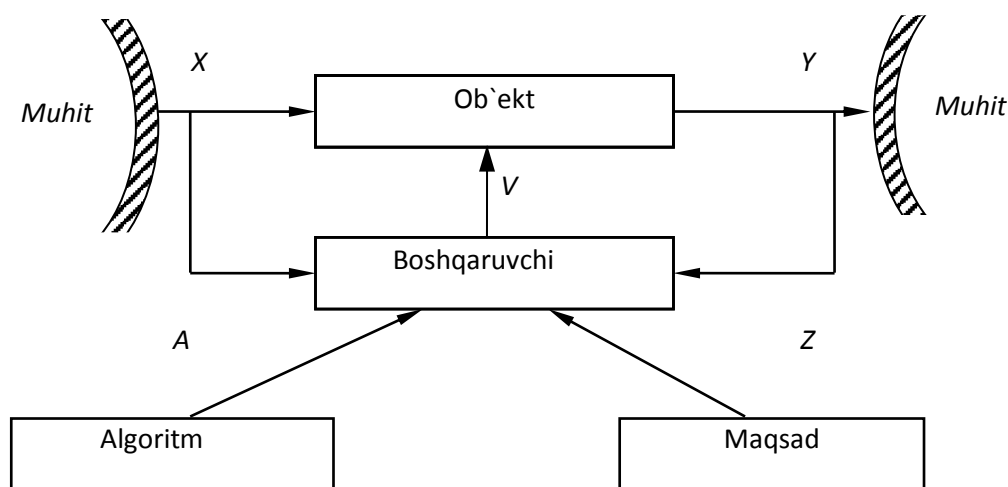
Modellashtirish masalasi shunday model operatori F ni tizimdan (sintez qilishdan) iboratdir, ya`ni  $F_0$  kuzatishlar bo`yicha x_i va y_i ni bahosini olishdan iborat. Tabiiyki biror bir kriteriy bo`yicha model operatori  $F$  ob`ekt operatori F_0 yaqin bo`lishi talab etiladi, ya`ni $F \sim F_0$.

Bilish modellarini ahamiyatli xususiyatlari shundan ibratki ob`ekt yoki hodisa mexanizmlari operator  $F$  strukturasida aks etirilishidir, ya`ni ob`ektdagi modellashtirish jarayonida aniqlangan hamma sabab - oqibat bog`lanishlari aks ettirilishidir. Agar bu o`zaro bog`lanishlarni hisobga olinmasa, modelni bilish tomonlari ma`lum kamchiliklarga olib kelishi mumkin. Ya`ni bilish uchun qanday

jarayon sodir bo'lishi yetarli bo'lmay, balki nima uchun bu jarayon sodir bo'lish sabablarini ham aniqlash kerak.

Modellashtirishni boshqa turdagi ko'rinish – bu ob'ektni boshqarish talablariga bevosita bog'langan bo'lib, boshqarishga nisbatan yordamchi xarakterga ega. Xaqiqatdan boshqarish uchun oldindan nimani boshqarish kerakligini, ya'ni ob'ekt modeliga ega bo'lish va unda boshqarishni oqibatini sinab ko'rish va ulardan eng yaxshisini tanlab olish zarur. Shuning uchun, bu turdagi modellashtirish jarayonlarida shunday model yaratish kerakki, u boshqarish talablariga javob berishi kerak.

Shu sababli, «boshqarish» tushunchasi nimani anglatishi va boshqariladigan ob'ektni modeliga talablar qo'yilishi kerak. **Boshqarish deb - ob'ektga shunday maqsadga yo'naltirilgan ta'sir ko'rsatish jarayoni tushuniladiki, natijada boshqarishgacha nisbatan ob'ekt ma'lum ma'noda qo'yilgan maqsadlarni bajarishga «yaqinroq» bo'ladi.**



1.4.3 - rasm. Ob'ektni boshqarishni umumiy sxemasi.

Bu yerda X - boshqarilmaydigan, ammo nazorat qilinadigan tashkil etuvchi; U - boshqariladigan tashkil etuvchi; Y - ob'ekt xolati haqidagi axborot.

Boshqarishni tashkil qilish (sintez) uchun dastlab maqsadni Z aniqlash kerak, ya'ni ob'ektga ta'sir qilish jarayonida boshqarish qurilmasi nimaga intilishi kerak va boshqarish nuqtasi nazaridan ob'ekt qanday bo'lishi zarur. Ammo bundan tashqari

boshqarish algoritmi A ham berilishi zarur, ya'ni bu maqsadga qanday erishish mumkinligi ko'rsatilishi kerak.

Shunday qilib boshqarish quyidagi to'rtlik bilan amalga oshiriladi.

$$\langle U, I = \langle X, Y \rangle, A, Z \rangle,$$

Bu yerda U boshqarish tasviri; $I = \langle X, Y \rangle$ tashqi muhit va ob'ekt holati haqidagi axborot; A algoritmi; Z boshqarish maqsadi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. Matematik modellashirishni shartli ravishda nechta bosqichga bo'lish mumkin?
2. Modellashirish muammosi bilan nechta holda duch kelamiz?
3. Boshqarish deganda qanday jarayon tushuniladi?
4. Boshqarish tushunchasiga ta'rif bering
5. Nima deb o'ylaysiz, boshqarishni har doim model orqali amalga oshirish lozimmi?

1.5-§. Modellashirish ob'ektlarini sinflari



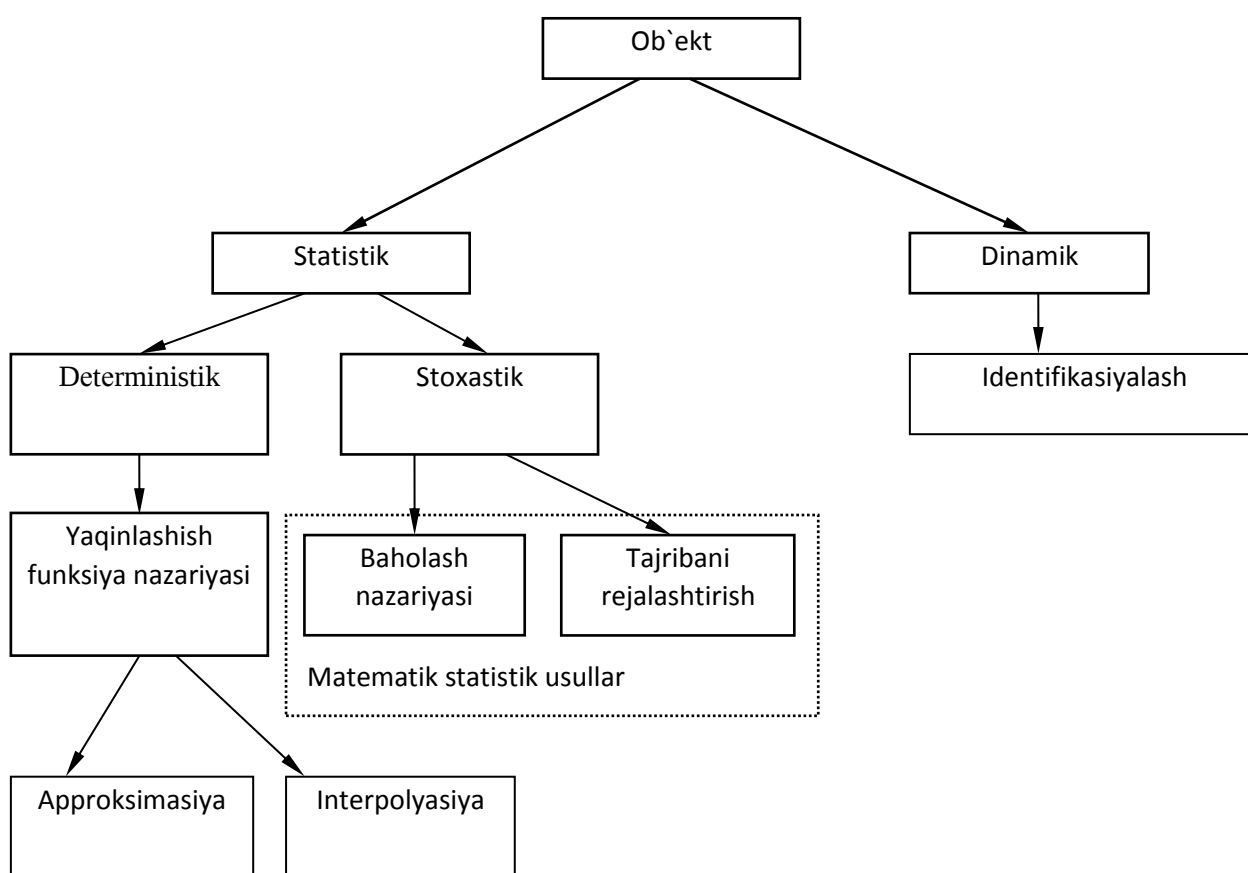
O'quv modullari

Ob'ekt, statistik, dinamik, stoxastik, ob'ekt klassifikatsiyasi, dinamik ob'ekt, deterministik, identifikatsiya.

Modellashirish masalasi mohiyati ob'ektni sifat va miqdori tomonlarini aks ettiruvchi model operatorini tuzish (yaratish) maqsadidan iboratdir. Bu masalani 1.5.1-rasmda keltirilayotgan sxema yordamida shakllantirish va yechish mumkin. Tarixiy nuqtai nazardan mavjud yechish usullari bir-biridan mustaqil ravishda ishlab chiqilib turli masalalarni yechimini topish bilan bog'liqdir. Bu usullarni vujudga keltirgan masalalar sinflari dinamik va statik ob'ektlar tushunchalari asosida amalga oshirilishi mumkin.

Modellashtirish prosedurasiga jalb etilgan eng dastlabki va oddiy ob`ektlar sifatida deterministik (stoxastik bo`lmagan) ob`ektlar olingan, ya`ni ob`ekt kirish va chiqishlarni bog`lovchi regulyar funksiyadir. Bunday holat modellashtirish nazariyasida dastlabki yondoshishni kelib chiqishiga olib keladi. Bu yondoshish matematik tahlilda taxminiy funksiyalarni ko`p hadlar bilan almashtirish ko`rinishida ma`lum va o`zining boshlang`ich bosqichlarini P.L.Chebyshev ishlaridan olinadi. Bu yo`nalish funksiyalarni biror-bir funksiyalar tizimi bo`yicha taqsimlash (ko`pgina hollarda polinomlar tizimi bo`yicha) bilan bog`langan. Bu nazariyada ikkita yo`nalish mavjud:

1. ***Approksimasiyalash nazariyasi***
2. ***Axborot nazariyasi.***



1.5.1-rasm. Modellashtirish ob`ekti klassifikatsiyasi

Stoxastik ob`ektlarni identifikasiyalash uchun esa matematik statistika usullaridan foydalaniladi. Bu yo`nalishda ikkita nazariya bor: *baholash nazariyasi* va *tajribalarni rejalashtirish*.

Baholash nazariyasini asosiy masalasi bo`lib, tasodifiy ta`sirlar va xalaqitlar mavjud bo`lganda kuzatishlar bo'yicha ob'ektni noma'lum parametrlarini baholashdan iborat bo'ladi.

Tajribalarni rejalashtirish nazariyasida stoxastik ob'ektlarni noma'lum parametrlarni aniqlash maqsadida aktiv va passiv tajribalarni o'tkazish jarayonlari ko`riladi.

Dinamik ob'ektlarni modellashtirishga bo`lgan uchinchi yondoshish avtomatik boshqarish tizimlari nazariyasini usullari hisoblanadi. Bu nazariyada dinamik ob'ektlarni normal tabiiy ishlatish rejimida (ya'ni xalaqitlar va tasodifiy ta`sirlar ostida) maxsus modellashtirish usullari ishlab chiqarilgan.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Dinamik va statik ob'ektlar tushunchalarini asoslang*
2. *Stoxastik ob'ektlarni identifikasiyalash uchun qaysi usullardan foydalaniladi?*
3. *Dinamik ob'ekt bilan statik ob'ektlarni o'xshashlik tomonlari bormi? Fikringizni tushuntiring.*
4. *Stoxastik ob'ektlar tushunchasiga ta'rif bering. Fikringizni misollar bilan asoslang.*

1.6-§. Modellashtirishning asosiy bosqichlari

O`quv modullari



Determinlashgan model, approksimasiya, izomorf, gomomorf, diskret, uzluksiz, izomorf model, gomomorf model.

Matematik model qurishda tadqiqot o'tkazishdan oldin oxirgi olingan natijaga uncha ta'sir qilmaydigan faktorlarni aniqlash va qarashdan o'chirish masalasi kelib

chiqadi. Matematik modelga real modelga qaraganda ancha kam sondagi faktorlar kiritiladi. Tajriba ma'lumotlari asosida oxirgi natijada ifodalanadigan kattaliklar bilan matematik modelga kiritilgan faktorlar orasidagi bog'lanish (aloqa) haqida gipotezalar aniqlanadi. Bunday bog'lanish ko'proq xususiy hosilali differensial tenglamalar bilan ifodalanadi. Masalan, qattiq jismlar, suyuqlik va gaz mexanikasi masalalarida, filtrasiya nazariyasida, issiqlik tarqalish, elektrostatik va elektrodinamik maydonlar nazariyasida buni ko'rish mumkin.

Matematik modelni tasvirlash forma va tamoyillari ko'p faktorlarga bog'liq bo'ladi.

Matematik modelni qurish tamoyili quyidagilarga bo'linadi:

1. *Analitik.*
2. *Sonli model.*
3. *Imitasion.*

Analitik model - tizimni shunday formal tavsiflashga aytiladiki, ma'lum matematik apparatdan foydalanilgan holda tenglama yechimini yaqqol ko'rinishda olish imkonini beradi.

Sonli model - shunday turdagi bog'lanish bilan xarakterlanadiki, aniq boshlang'ich sharoitlar va modelni miqdoriy parametrlari uchun faqat xususiy yechimlarini topish imkonini beradi.

Imitasion model - bu tashqi va ichki ta'sirlar ostidagi tizimlarni yozish majmuasi va tashqi ta'sirlar, tizimning ishlash algoritmlari yoki tizimni holatlarini o'zgarish qoidasidan iborat. Bu algoritim va qoidalar mavjud bo'lgan anatomik va sonli yechimlarni aniqlashni imkonini bermaydi, ammo tizimni ishlash jarayonini imitasiya qilish (ko'chirish) va qiziqtirayotgan xarakteristikalarini (ko'rsatkichlarni) o'lchash yoki aniqlash imkonini beradi.

Imitasion modellar analitik va sonli modellardan farqliroq keng sinfdagi ob'ekt va jarayonlar uchun yaratilishi mumkin. Imitasion modellardan foydalanish uchun odatda imitasion modellarni tasvirlash (yozish) vositalari universal yoki maxsus algoritmik tillar xizmat qiladi. Imitasion modellar ko'proq darajada hisoblash tizimlarini pog'onada tadqiq etishga mo'ljallangan.

Analitik modelda real ob`ekt, jarayon yoki tizim funksiya qilish jarayoni aniq funksional bog`lanishlar ko`rinishida yoziladi.

Analitik model matematik muammoga bog`liq ravishda quyidagi turlarga bo`linadi:

1. Tenglama (algebraik, transcendent, differensial, integral)
2. Approksimasiya masalalari (interpolyasiya, ekstrapolyasiya, sonli integrallash va differensiallash)
3. Optimizasiya masalalari
4. Stoxastik muammolar.

Ob`ektni modellashtirishda uning murakkabligi ko`p hollarda analitik modelni qurishda qiyin muammolarni keltirib chiqaradi. Bunday hollarda tadqiqotchi imitasion modellashtirishni ishlatishga majbur bo`ladi.

Funksiya qaralayotgan ob`ekt, jarayon yoki tizim imitasion modellashtirishda algoritmlar to`plami ko`rinishida tasvirlanadi. Algoritmlar real elementar hodisani imitasiya (taqlid) qiladi.

Imitasion modellashtirish boshlang`ich ma`lumotlar asosida ma`lum bir vaqt oralig`ida jarayon yoki tizim holati haqida ma`lumotni olish imkonini beradi. Lekin ob`ekt, jarayon yoki tizim holati haqida bashorat qilish qiyin. Aytish mumkinki, **imitasion model** – bu, matematik modellar asosida real ob`ekt, jarayon yoki tizim holatini kompyuterda hisoblash tajribalarini o`tkazish yo`li bilan imitasiya qilishdir.

Real ob`ekt, jarayon yoki tizim xarakterini o`rganish bilan bog`liq ravishda matematik model quyidagicha bo`lishi mumkin:

1. *Determinlashgan.*
2. *Stoxastik.*

Determinlashgan modelda turli tasodifiy ta`sirlar yo`q, model elementlari (o`zgaruvchilar, matematik bog`lanishlar) yetarlicha aniq qo`yilgan va tizim holatini aniq ifodalash mumkin deb faraz qilinadi. Determinlashgan model ko`proq algebraik tenglamalar, integral tenglamalar va matrisalar algebrasi ko`rinishida ifodalanadi.

Stoxastik model o'rganilayotgan ob'ekt va tizimda tasodifiy xarakterdagi jarayonlarni hisobga oladi va ularda ehtimollar nazariyasi va matematik statistika usullaridan foydalanadi.

Kiritiladigan ma'lumotlar turiga qarab modellar quyidagilarga bo'linadi:

1. *Uzluksiz.*
2. *Diskret.*

Agar ma'lumotlar va parametrlar uzluksiz bo'lib, matematik aloqalar (bog'lanishlar) turg'un bo'lsa, u holda matematik model *uzluksiz* bo'ladi. Aksincha, agar ma'lumotlar va parametrlar diskret bo'lib, matematik aloqalar (bog'lanishlar) turg'un bo'lmasa, u holda matematik model *diskret* bo'ladi.

Vaqtni hisobga olgan holda model holati bo'yicha modellar quyidagilarga bo'linadi:

1. *Statistik.*
2. *Dinamik.*

Statistik modellar ma'lum bir vaqt ichida ob'ekt, jarayon yoki tizim holatini ifodalaydi. Dinamik modellar ob'ekt, jarayon yoki tizim holatini vaqt bo'yicha aks ettiradi.

Matematik model va real ob'ekt, jarayon yoki tizim matematik modeli orasidagi mos daraja bo'yicha quyidagilarga bo'linadi:

1. *Izomorf* (forma bo'yicha bir xillik),
2. *Gomomorf* (forma bo'yicha har xillik).

Agar u bilan real ob'ekt, jarayon yoki tizim orasida elementlari bo'yicha to'liq moslik bo'lsa, bunday model *izomorf deyiladi*. Agar model va ob'ektning juda ahamiyatli mos qismlari orasida moslik mavjud bo'lsa, bunday model *gomomorf deyiladi*.

Amaliy masalalarni yechishda kompyuterni qo'llash uchun oldin amaliy masalani formal matematik tilga o'tkazish lozim, ya'ni real ob'ekt, jarayon yoki tizim uchun matematik model tuzilgan bo'lishi kerak. Matematik model sonli formada mantiqiy-matematik konstruksiya yordamida ob'ekt, jarayon yoki tizimning asosiy xossalarini, uning parametrlarini, ichki va tashqi aloqalarini tasvirlaydi.

Matematik model qurish uchun quyidagilar kerak:

1. Real ob`ekt yoki jarayonni chuqur tahlil qilish kerak;
2. Mavjud eng asosiy xossa va xususiyatlarni ajratish kerak;
3. O`zgaruvchilarni aniqlash kerak, ya`ni ob`ekt xossalari hamda uning asosiy xususiyatlariga ta`sir qiluvchi parametrlar va ularning qiymatlari aniqlanishi kerak;
4. Ob`ekt, jarayon yoki tizimning asosiy xossalari o`zgaruvchilar qiymatlariga bog`liqligi mantiqiy-matematik munosabat (aloqa) yordamida aniqlanishi kerak (tenglama, tenglik, tengsizlik, mantiqiy-matematik konstruksiya);
5. Ob`ekt, jarayon yoki tizim ichki bog`lanishlarini cheklanishlar, tenglama, tenglik, tengsizlik va mantiqiy-matematik konstruksiyalar yordamida ajratish zarur;
6. Tashqi aloqalarni aniqlash va ularni cheklanishlar, tenglama, tenglik, tengsizlik va mantiqiy-matematik konstruksiyalar yordamida tavsiflash zarur.

Matematik modellashtirish, ob`ekt, jarayon yoki tizimni tadqiqot qilishdan va uning matematik tavsifini tuzishdan tashqari, yana quyidagilarni ham o`z ichiga oladi:

1. Ob`ekt, jarayon yoki tizim holatini modellashtiruvchi algoritm tuzish;
2. Hisoblash va tabiiy tajribalar o`tkazish yordamida model, ob`ekt, jarayon yoki tizimning mosligini tekshirish;
3. Modelni to`g`rilash;
4. Modelni ishlatish.

O`rganilayotgan ob`ekt, jarayon yoki tizimni matematik ifodalash quyidagilarga bog`liq:

1. Tabiatdagi barcha real jarayon yoki tizimlar fizika, kimyo, mexanika, termodinamika, gidrodinamika, elektrotexnika, elastiklik va elastiklik nazariyasi qonunlariga asoslangan holda tuziladi.
2. Real jarayon yoki tizimni talab qilingan ishonchli va aniqlikda o`rganish va tadqiq qilish.

Matematik modelni tanlash bosqichida quyidagilar aniqlanadi: ob`ekt, jarayon yoki tizim chiziqli va chiziqsiz, dinamik yoki statik, stasionar yoki

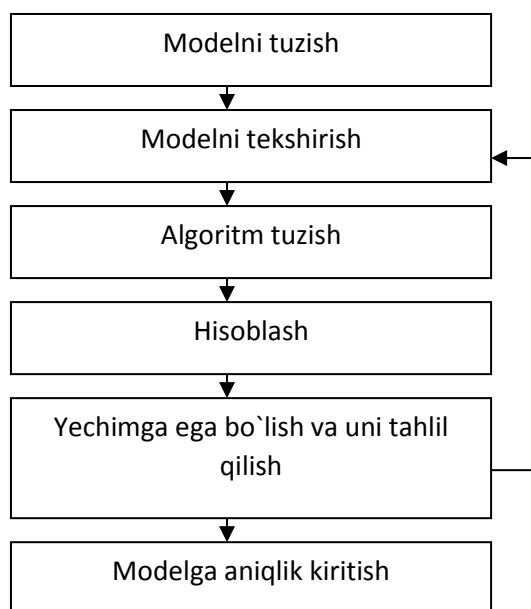
nostasionar. Bulardan tashqari, o`rganilayotgan ob`ekt yoki jarayonning dterminallash darajasi ham aniqlanadi.

Matematik model hech vaqt qaralayotgan ob`ekt, jarayon yoki tizimni aynan bir xil ifodalamaydi. U soddalashtirishga asoslangan holda ob`ektni taqribiy ifodalaydi. Shu sababli natija, tahlil qilish natijasida olingan model taqribiy xarakterga olib keladi. Uning aniqligi ob`ekt va modelning moslik darajasi bilan baholanadi.

Matematik modelni qurish qaralayotgan ob`ekt, jarayon yoki tizimning oddiy va ancha qo`pol bo`lgan matematik modelini qurish va tahlil qilish bilan boshlanadi. Keyinchalik, kerak bo`lgan holda, model aniqlashtiriladi.

Matematik modellashda berilgan fizik jarayonlarning matematik ifodalari modellashtiriladi. Matematik model tashqi dunyoning matematik belgilar bilan ifodalangan qandaydir hodisalari sinfining taqribiy tavsifidir. Matematik model tashqi dunyoni bilish, shuningdek, oldindan aytib berish va boshqarishning kuchli uslubi hisoblanadi.

Quyidagi sxemada matematik model tuzish bosqichlari keltirilgan.



Hodisa va jarayonlarni matematik model yordamida o`rganish quyidagi ketma-ketlikda amalga oshiriladi.

Birinchi – modelning asosiy ob`ektlarining bog`lovchi qonuniyatlarini ifodalash.

Ikkinchi – modeldagi matematik masalalarni tekshirish.

Uchinchi – modelning qabul qilingan amaliyot mezonlarini qanoatlantirishini aniqlash. Boshqacha aytganda, modeldan olingan nazariy natijalar bilan olingan ob`ektning kuzatish natijalari mos kelishi masalasini aniqlash.

*To`rtinchi* – o`rganilayotgan hodisa haqidagi ma`lumotlarni jamlash orqali modelning navbatdagi tahlilini o`tkazish, rivojlantirish va aniqlashtirish.

Shunday qilib, modellashtirishning asosiy mazmunini ob`ektning dastlabki o`rganish asosiy modelni tajriba orqali va (yoki) nazariy tahlil qilish, natijalarni ob`ekt haqidagi ma`lumotlar bilan taqqoslash, modelni uzatish (takomillashtirish) va shu kabilar tashkil etadi. Demak, matematik model tuzish uchun, dastlab masala rasmiylashtiriladi. Masala mazmuniga mos holda zarur belgilar kiritiladi. So`ngra kattaliklar oralig`idagi formula yoki algoritm ko`rinishida yozilgan funksional bog`lanishlar hosil qilinadi.

Yuqorida aytib o`tilganlarni aniq misollarda ko`rib chiqaylik.

Masala. O`ylagan sonni topish. Talabalarga ixtiyoriy sonni o`ylash va u bilan quyidagi amallarni bajarish talab etiladi:

1. O`ylagan son beshga ko`paytirilsin.
2. Ko`paytmaga bugungi sanaga mos son (yoki ixtiyoriy boshqa son) qo`shilsin.
3. Hosil bo`lgan yig`indi ikkilantirilsin.
4. Natijaga joriy yil soni qo`shilsin .

Ravshanki, talaba o`ylagan son matematik fokusga mos model yordamida aniqlanadi.

Masalani rasmiylashtiramiz: x – o`quvchi o`ylagan son; y – hisoblash natijasi; N – sana; M – joriy yil.

Demak, olib boruvchining ko`rsatmalari:

$$Y = (x \cdot 5 + N) \cdot 2 + M$$

formula orqali ifodalanadi. Ushbu formula masalaning matematik modeli bo`lib xizmat qiladi va  $x$  o`zgaruvchiga nisbatan chiziqli tenglamani ifodalaydi.

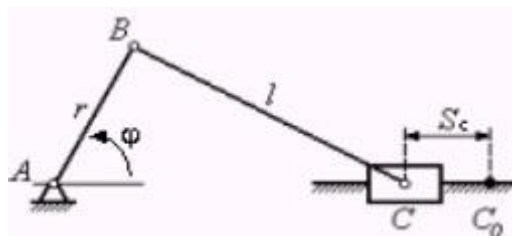
Tenglamani yechamiz:

$$x = (y - (M + 2 \cdot N)) / 10$$

ushbu formula o`ylagan sonni topish algoritmini ko`rsatadi.

Yana bir oddiy misolni qaraymiz. Oddiy yozuv stoli yuzasi maydonini aniqlash kerak bo`lsin. Odatda buning uchun eni va uzunligi o`lchanib, keyin olingan sonlar ko`paytiriladi. Bunday oddiy prosedura aslida quyidagicha belgilanadi: real ob`ekt (stol yuzasi) abstrakt matematik model - to`rtburchak bilan almashtiriladi. To`rtburchak yuzasi izlanayotgan stolning taqribiy yuzasi deb qabul qilinadi.

Yana bir misolni qaraymiz. Aytaylik, Krivoship-shotunli mexanizm harakatini tadqiqot qilish zarur (1.6.1-rasm).



1.6.1-rasm . Krivoship-shotunli mexanizm

Bu mexanizmni kinematik tahlil qilish uchun avval uning kinematik modelini qurish kerak. Buning uchun:

1. Mexanizmni uning kinematik sxemasi bilan almashtiramiz, bu yerda barcha bo`g`inlar qattiq bog`langan;
2. Bu sxemadan foydalanib, biz mexanizmning xarakat tenglamasini chiqaramiz;
3. Tenglamani differensiallab tezlik va tezlanish tenglamalarini olamiz, ular birinchi va ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni tasvirlaydi.

Bu tenglamalarni yozamiz:

$$\begin{cases} S_c = r(1 - \cos \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \varphi); \\ V_c = (\frac{d\varphi}{dt})r(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi); \\ A_c = (\frac{d^2\varphi}{dt^2})r(\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi); \end{cases}$$

Bu yerda: $\lambda = r/l$.

S_0 – S ning chetki o`ng holati;

r – AB krivoship radiusi;

l – BC shatun uzunligi;

φ – krivoshipning burilish burchagi;

Olingan transsendent tenglama krivoship-shatun mexanizmi harakatining quyidagi sodda farazlarga asoslangan matematik modelini ifodalaydi.

1. Mexanizm yetarlicha murakkab forma va og`irlikka ega bo`lishi mumkin, bu esa o`z navbatida mexanizm xarakatiga albatta ta`sir qiladi;
2. Matematik modelni qurishda qaraladigan mexanizm xarakatida mexanizmga kiruvchi egiluvchanliklar hisobga olinmaydi, u absolyut qattiq jism deb qaraladi. Aslida egiluvchanlik va tebranuvchanlik ham o`z navbatida mexanizm harakatiga albatta ta`sir qiladi;
3. Matematik modelda tizimni tayyorlashdagi xatoliklar hisobga olinmagan va h.k.

Shunday qilib, matematik modelni tuzishda qaralayotgan ob`ekt, jarayon yoki tizimning o`ziga xos xususiyatlarini ko`proq hisobga olish kerak chunki, bu yechiladigan masala aniqligiga bo`lgan talablardan kelib chiqadi. Odatda murakkab matematik model ham masalani yechishning murakkabligiga olib keladi.

Modellashtirish uchun modelni yaratish va uni tadbqiq etish zarur. Modelni yaratishdan avval modellashtirish maqsadi aniqlanadi. Tadbqiq etilgandan so`ng modellashtirish natijalari tahlil etiladi. Modelni yaratish bir necha bosqichlardan iborat. Bu ob`ektni va tashqi ta`sirlarni o`rgatishdan boshlanadi va matematik modelni tanlash yoki ishlab chiqish bilan yoki hisoblash sistemalari uchun dastur ishlab chiqish bilan tugaydi.

Ba`zi bir matematik modellar hisoblash texnikasi vositalarisiz tadbqiq etilishi mumkin, ammo kelgusida tadbqiq etilgan modellar albatta hisoblash texnikasi yordamida tadbqiq etiladi. Shunday qilib, hisoblash sistemalari yordamida o`tkazilgan modellashtirish jarayonini quyidagi kattalashtirilgan bosqichlardan iborat: *maqsadni shakllantirish, ob`ektni o`rganish, tavsifli modellashtirish, matematik modellashtirish, masalani yechimini topish kompyuter usulini tanlash*

yoki ishlab chiqish, kompyuter uchun dastur tayyorlash, kompyuterda dasturni o`tkazish, olingan modellashtirish natijalarini tahlil qilish va yechim qabul qilish.

Ob`ektlarni (jarayonlarni, hodisalarni) modellashtirish bosqichlari:

1. Maqsadni shakllantirish. Har qanday modellashtirish masalasi, muammosi asosida sub`ekt (inson) ob`ektdan nimani kutadi, nimaga intilish zarur kabi axborot yotadi, ya`ni uning maqsadi  $\{Z\}$  nimadan iborat. Aynan mana shu axborot ob`ektni aniqlaydi. Bunday paradokslar sodda yechiladi. Sub`ekt o`zining maqsadini shakllantirayotganda ob`ekt haqida har doim dastlabki tasavvurlarga ega bo`ladi. Bu tasavvurlar taxminiy bo`lib, modellashtirish maqsadini samarali shakllantirish uchun yetarli bo`lgan ob`ekt xususiyatlarini aks ettiradi. Odatda modellashtirish masalalarda maqsad funksiya ko`rinishida berilgan biror bir kriteriyni maksimallashtirish yoki minimallashtirish yo`li bilan erishiladi.

2. Ob`ektni o`rganish. Bunda sodir bo`layotgan jarayon o`rganiladi, ob`ektni ko`rib turgan tashqi muhit chegarasi aniqlanadi. Bundan tashqari bu bosqichda tadqiq etilayotgan ob`ektni hamma kirish va chiqish parametrlari tadqiq etiladi va ularni modellashtirish maqsadiga erishishga bo`lgan ta`siri o`rganiladi.

3. Tavsifli modellashtirish. Ob`ektni kirish va chiqish parametrlarini o`zaro bog`lanishini belgilash va so`z bilan yozish.

4. Matematik modellashtirish. Tavsifli modelni matematik formal tilga o`girish. Maqsadni biror bir maqsad funksiya deb aytiluvchi funksiya ko`rinishida yozish. Ob`ektni xarakati ma`lum bir ifodalar yordamida yoziladi. Bu ifodalar ob`ektni kirish va chiqish parametrlari orasidagi bog`lanishni ifodalaydi. Bu bosqichda ob`ektni murakkabligiga qarab matematik xarakterga xos bo`lgan qiyinchiliklar mavjud bo`ladi. Bunday masalalarga matematik dasturlash, chiziqli algebra, differensial va integral hisoblash va boshqalar bo`lishi mumkin.

5. Masalani yechish usulini tanlash yoki yaratish. Bu bosqichda vujudga kelgan matematik masala uchun mos keluvchi usul tanlanadi. Usul tanlashda asosan usulning murakkabligiga va talab etuvchi hisoblash resurslariga e`tibor berish mumkin. Agar mavjud bo`lgan usullar talabiga javob bermasa yangi usul ishlab

chiqarishga to'g'ri keladi. Ko'pgina hollarda hisoblash xarakteristikalarini bo'yicha samarali bo'lgan usullar ishlab chiqiladi.

6. Masalani kompyuterda yechish uchun dastur tanlash yoki ishlab chiqish. Bu bosqichda tanlab olingan usulni kompyuterdan o'tkazish uchun mos dastur tanlanadi. Agar bunday dastur mavjud bo'lmasa yangi dastur yaratish zarur.

7. Kompyuterda masalani yechish. Masalani yechish uchun zarur axborot kompyuter xotirasiga dastur bilan kiritiladi. Mos dastur yordamida maqsadli axborotni qayta ishlanadi va qulay ko'rinishda yechish natijalari olinadi.

8. Olingan yechimni tahlil qilish. Yechim tahlili ikki ko'rinishda bo'ladi: formal (matematik), ya'ni tuzilgan matematik modeldan olingan yechimni mosligi va mazmuniy (iqtisodiy, texnologik va h.k.) olingan natijalarni modellashtirilgan ob'ektga mosligini tekshirish. Tahlil qilish natijasida modelga o'zgartirishlar yoki aniqliklar kiritilishi mumkin va ko'rilgan jarayon qaytadan takrorlanishi mumkin. Tanlangan ko'rsatkich bo'yicha ob'ekt faoliyatini yetarli aniqlikda ifodalasa model yaratilgan va tugallangan hisoblanadi. Ana shundan so'ng modelni turli hisoblashlarda foydalanish mumkin.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Real ob'ekt, jarayon yoki tizim xarakterini o'rganish bilan bog'liq ravishda matematik model qanday bo'lishi mumkin?*
2. *Determinlashgan model qanday ko'rinishda ifodalanadi?*
3. *Kiritiladigan ma'lumotlar turiga qarab modellar qanday turlarga bo'linadi?*
4. *Matematik modelni qurish tamoyili qaysilar?*
5. *Analitik model matematik muammoga bog'liq ravishda qanday turlarga bo'linadi?*
6. *Imitation modelga ta'rif bering.*
7. *Sonli model nima?*
8. *Ixtiyoriy jarayonni sonli modelda ifodalash mumkin deb hisoblaysizmi?*

9. *Matematik model va real ob`ekt, jarayon yoki tizim matematik modeli orasidagi mos daraja bo`yicha qanday turlarga bo`linadi?*
10. *Qanday model izomorf model deyiladi?*
11. *Qanday model gomomorf model deyiladi?*
12. *O`rganilayotgan ob`ekt, jarayon yoki tizimni matematik ifodalash nimalarga bog`liq?*
13. *Matematik model qurish uchun nimalarni amalga oshirish lozim?*
14. *Matematik model tuzish bosqichlarini keltiring*
15. *Matematik model tuzish bosqichlari uchun klaster ishlab chiqing.*
16. *Ob`ektlarni (jarayonlarni, hodisalarni) modellashtirish bosqichlari qanday?*

2-BOB. MODELLASHTIRISH MASALALARI VA ULARNI YARATISH TEKNOLOGIYASI

2.1-§. *Konseptual model tushunchasi*



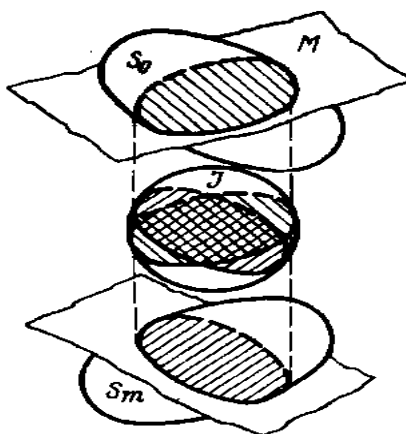
O`quv modullari

Konseptual model, matematik model, analitik model, imitasion model, determinlashgan model, approksimasiya, orientasiya, stratifikasiya, detallashtirish.

Ta`rif va orientasiya (mo`ljal). Modelni ishlab chiqarishda tavsiflashni shartli ravishda quyidagi pog`onalarga bo`lish mumkin: ***konseptual, matematik va dasturiy***. Bu pog`onalarda modellar yaratiladi.

Konseptual (mazmunli) model - abstrakt model bo`lib, tizimni  $S_0$  tarkibi va strukturasi, elementlar xususiyatini va sabab-oqibat bog`lanishlarini aniqlaydi. Konseptual modelda odatda so`z bilan tadqiq etilayotgan tizimning elementar hodisalari haqida xabarlar beriladi. Bundan tashqari elementar hodisalar orasidagi o`zaro ta`sir turi va darajasi, har bir elementar hodisani tizimni ishlashi umumiy jarayondagi o`rni va ahamiyati tavsiflanadi.

Dastlab konseptual model tadqiqotchini ongida vujudga keladi. Model, modellashtirish maqsadiga mos ravishda tizimni ma`lum xususiyatlarini aniqlashga qaratilgan bo`ladi. Bu jarayon M-orientasiya deyiladi. Tadqiqotchi tizimi g`oyaviy kesim bilan qiziqtirgan xususiyatlari ta`riflanadi.

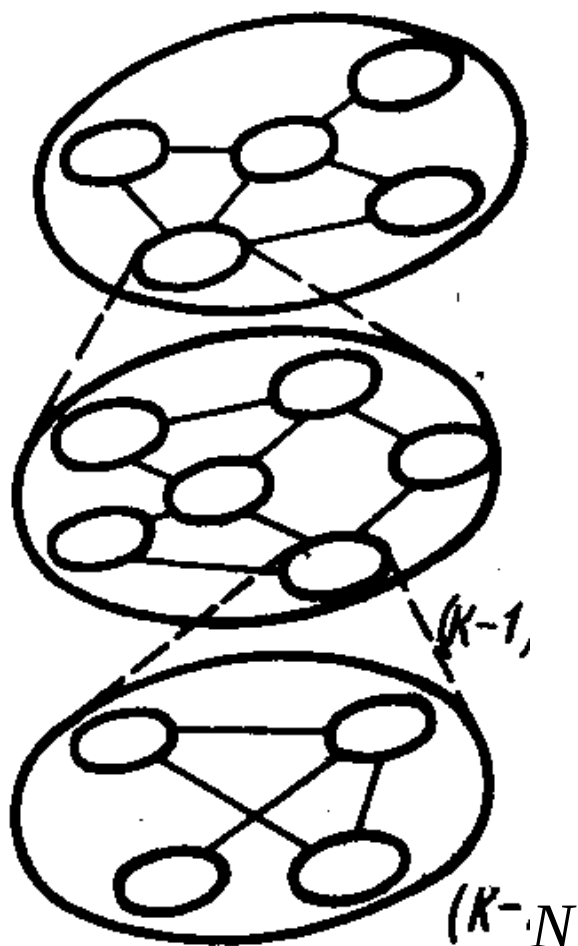


2.1.1-rasm. Konseptual modelni tasvirlash

Konseptual modelni ishlab chiqish tizimni S_0 chuqur bilishni talab etadi, chunki modelda qatnashadigan va modellashtirish natijalariga ahamiyatli ta'sir etmaydigan parametrlarni tanlab olinadi.

Modelni yaratishda asosiy muammolardan biri, bu modelni oddiyligi va adekvatligi o'rtasidagi farqni aniqlashdir. Farqni yechimini topishni formal usullari mavjud emas. Bu muammo asosan tadqiqotchining tizim haqidagi bilimlariga, hisoblash baholariga, tajribasiga bog'liq. Shuning uchun modellashtirish faqat fan bo'lib qolmasdan, balki san'at hamdir. Mo'ljallanmagan modelni tuzishda ko'pincha foydali va tashqi muhitning ta'sirlari aniqlanadi.

Stratifikasiya. Konseptual modelni yaratishdagi keyingi qadam modelni detallashtirish sohasini tanlash hisoblanadi.



2.1.2-rasm. Model pog'onalari.

Ma'lumki, har qanday ixtiyoriy tizim, shu jumladan hisoblash tizimlari - bu ko'pdan-ko'p elementlar birligidir. Har bir tizim xususiyatlardan biri uning kichik bo'laklarga bo'linishidir. Shuning uchun tizimlar qismlar (qism bo'laklar, elementlar) majmuasi shaklida tasvirlanadi. Bu majmuaga tizimni butunligiga kiruvchi hamma bo'laklar kiritiladi. Biror-bir elementni modeldan chiqarib tashlash tizimni asosiy xususiyatlarini yo'qotilishiga olib kelmasligi lozim.

Ikkinchi tomondan esa, tizimni har bir bo'lagi bir nechta elementlar majmuasidan iboratdir va bu bo'lak ham mayda elementlarga bo'linadi. Shuni hisobga olgan holda detallashtirish pog'onasini tanlash muammosi modellarni ierarxik ketma-ketligini qurish bilan yechimini topish mumkin. Har bir pog'onada tizimni xarakterli xususiyatlari, o'zgaruvchilar, prinsiplar va bog'lanishlar mavjudki, bular yordamida tizim harakati yoziladi.

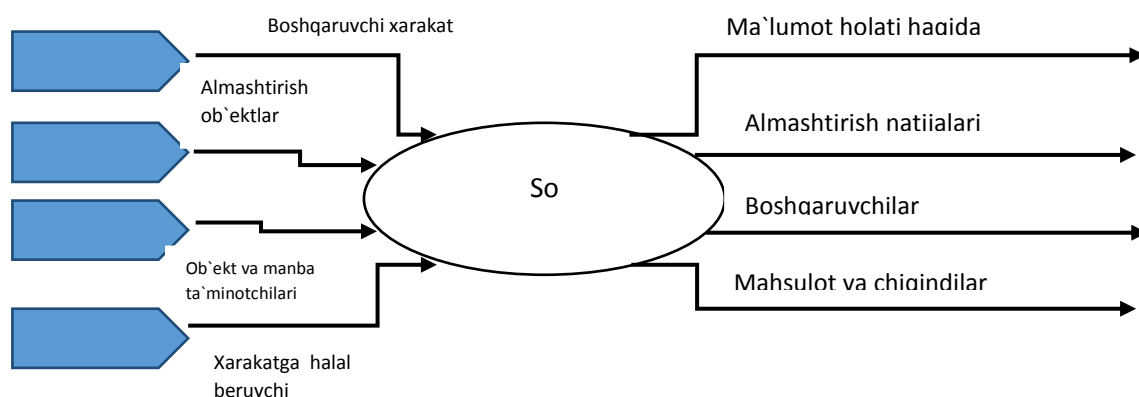
Detallashtirish pog'onalari startlar deyiladi, pog'onalarni ajratish esa stratifikasiya deyiladi.

Startlarni tanlash modellashtirish maqsadida va elementlarni xususiyatini oldindan bilish darajasiga bog'liq. Biror bir tizim uchun turli startlar ishlatilishi mumkin. Odatda modelga faqat detallashtirishni bitta pog'ona elementlari ishlatiladi. S_{ok} chi start. Ba'zi hollarda modelda turli start elementlari ham ishtirok etishi mumkin. Agar alohida elementlarni umumtizim (funktional) xususiyatlari haqida kam ma'lumot bo'lsa yoki ularni tavsiyalash qiyin bo'lsa, bunday hollarda har bir element uchun modelda ($K-1$) startdan uning detallashtirilgan tavsiyalari kiritilishi mumkin. Bu quyi pog'ona elementlarini ham bo'laklarga bo'lish va ularni ($K-2$) start pog'ona elementlari tavsiflari bilan almashtirish mumkin.

Mo'ljallangan va stratifikasiyalangan konseptual modelni tuzishda quyidagi yo'riqnomadan foydalanish mumkin. Modelga tizimni hamma parametrlari kiritilishi lozimki, birinchi navbatda bu parametrlar modellashtirish jarayonida variatsiyalash bilan tadqiqotchini qiziqtiruvchi xarakteristikalarini tashqi muhit ta'sirlarida berilgan vaqt intervalda T aniqlash imkoniyatini bersin. Qolgan parametrlarni (o'zgaruvchilar)ni modeldan o'chirib tashlash kerak.

Detallashtirish. Har qanday ixtiyoriy tizimni ishlashni modda, yoqilg'i yoki axborotni o'zgartirish texnologik jarayonini bajarishi ko'rinishda tasarruf etish mumkin. Har bir jarayon elementar amallar ketma-ketligidan tashkil topadi. Har bir elementar amalni bajarishi aniq zahira (resurs) - element bilan ta'minlanadi. Shuning uchun modelda bajaruvchi hamma texnologik jarayonlarni bajarilishini ta'mirlovchi hamma elementlar qatnashishi zarur. Bundan tashqari modelga zahiralarni boshqarish uchun va o'zgartirilayotgan ob'ektlarni saqlash uchun zarur bo'lgan elementlarni ham kiritish mumkin. Bunday qoidalarni ishlatilishi uchun elementar amal tushunchasi ta'rifini aniqlash talab etiladi.

Lokallashtirish. Konseptual modelni yaratishni keyingi qadami bu lokallashtirish, ya'ni tashqi muhitni tashqi ta'sirlar generatori shaklida tasvirlashdan iborat. Bunday generatorlar model tarkibiga element sifatida kiritiladi. Zarur bo'lganda ular tizimni kirishga asosiy dastlabki ob'ektlarni modda (xomashyo, yarim fabrikatlar, komplekt qismlar) yoqilg'i, energiya yoki axborot tizimlari uchun ma'lumotlar generatorlarga differensiallanadi. Bundan tashqari to'ldiruvchi (ta'minlovchi) ob'ektlar va energiya generatorlari, boshqaruvchi va salbiy ta'sir generatorlari ham mavjud bo'ladi. Salbiy ta'sir generatorlari tizimni normal ishlash jarayonini buzadi (2.1.3-rasm). Tizimni chiqish ta'sirlarini qabul qiluvchi modelga kiritilmaydi. G'oya bo'yicha tizimni ishlash natijalari, ya'ni asosiy o'zgartiriladigan mahsulotlar, qo'shimcha mahsulot va chiqindilar, tizimni holati haqidagi axborot va tashqi tizimlarga bo'ladigan boshqarish ta'sirlari tashqi muhit tomonidan to'la va to'xtovsiz yuritiladi.



2.1.3-rasm. Strukturalash va boshqarish.

Modelni strukturasini tuzish elementlar orasidagi o`zaro aloqalarni ifodalash bilan tugaydi. Aloqa moddiy va axborotli ko`rinishlarga (turlarga) bo`linadi. Moddiy aloqalar o`zgartirilayotgan mahsulotni bitta elementdan ikkinchi elementga o`tish yo`llarini aks ettiradi. Axborotli aloqalar esa, elementlar orasidagi boshqarish va holatlar haqidagi axborotni uzatishni ta`minlaydi. Shuni aytib o`tish lozimki, moddiy va axborotli aloqalar tizimida biror - bir moddiy aloqa kanali bilan aks ettirish shart emas. Oddiy tizimlarda bir funksiyali elementlar, ya`ni bittadan ortiq bo`lmagan moddiy aloqaga ega bo`lgan tizimlarda axborot aloqalari umuman mavjud bo`lmasligi mumkin. Bunday tizimlarda ishlash jarayonini boshqarish uning strukturasini bilan aniqlanadi, ya`ni ularda boshqarish strukturali boshqarish prinsipi bilan amalga oshiriladi. Bunday tizimlarga misol sifatida mantiq elementlari va analog hisoblash mashinalarni keltirish mumkin.

Murakkab tizimlarda, ya`ni ko`p funksional elementli yoki bittadan ortiq chiqish moddiy aloqalarga ega bo`lgan tizimlarda boshqarish vositalari (ochuvchi elementlar) va mos axborot aloqalar mavjud bo`ladi. Boshqarish ko`rsatma berish uchun, ya`ni qaysi element dastlabki ob`ektni qachon va qaerdan olishi, o`zgartirish uchun qanday operatsiyani (amalni) bajarishi va qaerga uzatish kerakligini talab qiladi. Bunday tizimlarni dasturiy yoki algoritmik boshqarish prinsipida ishlaydi deyiladi. Konseptual modelda hamma yechuvchi qoidalar va ishchi kuchlanishni (elementlarni jarayonlari) boshqarishni aniqlashtirish kerak.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Konseptual (mazmunli) model qanday model?*
2. *Stratifikasiya nima?*
3. *Detallashtirish tushunchasini asoslang.*
4. *Konseptual modelni yaratishni lokallashtirish bosqichini tushuntirib bering.*

2.2-§. Model yaratishda dastlabki ma'lumotlarni tayyorlash



O'quv modullari

Funksiyalarni approksimasiyalash, determinlashgan model, deterministik sinflar, statistik sinflar.

Konseptual modelni yaratishda ob'ektni, tashqi muhitni, ta'sirlarni, sifat (funktional) va miqdoriy parametrlarni aniqlanadi. Miqdoriy parametrlar uchun modellashtirishda dastlabki ma'lumotlar sifatida foydalanuvchi parametrlarni aniq qiymatlarini aniqlash zarur. Bu ko'p mehnat talab etuvchi va ma'suliyatli bosqich. Bu modellashtirishni natijalariga katta ta'sir etadi. Ma'lumki, modellashtirish natijalarini ishonchliligi va aniqligi dastlabki ma'lumotlarni aniqlashga va to'liqligiga bog'liq. Konseptual modelni boshlang'ich bosqichlarida ko'pincha modelga aniq kiruvchi parametrlar aniqlanadi. Bu parametrlar bo'yicha dastlabki ma'lumotlarni to'plash (yig'ish) konseptual modelni ishlab chiqish bilan parallel olib borish mumkin. Konseptual modelni aniqlashtirishda qolgan parametrlar ham topiladi. Dastlabki ma'lumotlarni to'plash quyidagi sabablar bo'yicha murakkablashadi:

Birinchidan, parametrlar qiymati faqat deterministik bo'libgina qolmay, balki stoxastik harakaterga ega bo'lishi mumkin.

Ikkinchidan, hamma parametrlar stasionar bo'lavermaydi. Ayniqsa, bu tashqi muhit ta'siriga tegishlidir.

Uchinchidan, ko'p hollarda mavjud bo'lmagan (loyihalashtirilayotgan, modernizasiya qilinayotgan) tizimlar yoki yangi sharoitlarda ishlaydigan tizimlarni modellashtirish haqida gap boradi.

Parametrlarni katta qismi - bu tabiat bo'yicha tasodifiy miqdorlardir. Ammo soddalashtirish maqsadida ular deterministik bo'yicha qiymatlari bilan ifodalanadi. Agar tasodifiy miqdor katta bo'lmagan siljishlarga ega bo'lsa yoki modellashtirish

maqsadiga o`rtacha qiymatlar bo`yicha erishish mumkin bo`lsagina ifodalash mumkin.

Modelni yaratishda ayniqsa holat, ya`ni deterministik parametrlar tasodifiy kattaliklar bilan ta`sirlanishi mumkin. Bu asosan tizim elementlarni yoki tashqi ta`sirlarni, elementlarni integrasiyalash bilan model o`lchamlarini kamaytirish uchun ishlatiladi.

2.2.1. Taqsimlanish qonuniyatini tanlash.

Tasodifiy parametrlar uchun statistik to`plash va uni qayta ishlash tashkil etiladi. Qayta ishlash jarayonida parametrlarni biror-bir nazariy taqsimlanish qonun bilan ta`svirlash imkoni yaratiladi (aniqlanadi). Bundan maqsad tizimni asosiy parametrlarini ma`lum bir taqsimlanish qonuniyatlarida va kuchlanishda analitik modelni yaratish imkoni paydo bo`ladi, imitasion modellashtirishda esa, taqsimlanish qonuniyatini ko`rinishini berish va statistik xarakteristikalarini berish tasodifiy miqdorini jadval ko`rinishda berishdan ko`ra samaralidir. Taqsimlanish qonuniyati ko`rinishini tanlash prosedurasi quyidagilardan iborat: parametrlarni sonli qiymatlari to`plami bo`yicha nisbatan chastotalar gistogrammasi - taqsimlanishni empirik zichligi tuziladi. Gistogramma silliq egri chiziq bilan approksimasiyalanadi. Hosil qilingan egri chiziq turli nazariy taqsimlanish qonunlari zichliklari egri chiziqlari bilan ketma-ket solishtiriladi. Solishtirish natijasida biror-bir ma`noda eng yaxshi bo`lgan (ustma-ust tushgan) taqsimlanish qonuni tanlanadi. Empirik qiymatlari bo`yicha bu taqsimlanish qonuni parametrlari hisoblanadi. So`ngra empirik nazariy taqsimlanishni mos tushish darajasini miqdoriy baholashni u yoki bu moslik kriteriyasi, masalan, Pirson (r -kvadrat, Kolmogorov, Smirnov, Fisher yoki Styuden) ko`rsatkichlari bilan baholanadi. Taqsimlanish qonunlarini ko`rinishini tanlash matematik statistikada to`la ishlab chiqilgan.

2.2.2. Funksiyalarni approksimasiyalash

Tizimni har bir element uchun kirish ta`sirlarini parametrlari bilan chiqish xarakteristikalarini orasidagi funksional bog`lanish mavjuddir. Ba`zi bir elementlar

uchun funksional bogʻlanish maʼlum boʻladi, baʼzi bir elementlar uchun esa tabiatdan aniqlash mumkin. Ammo baʼzi bir elementlar uchun parametrlarni turli qiymatlarida chiqish xarakteristikalarini miqdoriy qiymatlarini tajribaviy qiymatlari toʻplamidan olish mumkin. Bunday hollarda funksional bogʻlanish xarakteri haqida biror-bir gipotezani olgʻa surish mumkin, yaʼni uni maʼlum bir matematik tenglama bilan approksimasiyalash mumkin. Yigʻilgan tajriba maʼlumotlari asosida ikkita va undan ortiq oʻzgaruvchilar orasidagi matematik bogʻlanishlarni topish regressiya, korrelyasiya va dispersion tahlil asosida amalga oshiriladi.

Biror bir elementni tavsiflash uchun tenglama koʻrinishini tadqiqotchini oʻzi aniqlaydi. Agar oʻzgaruvchilar soni ikkita boʻlsa tajriba nuqtalarini joylashtirishga qarab grafiklarni taqqoslash natijalari bilan sodda ravishda aniqlanadi. Keng tarqalgan approksimasiya qiluvchi funksiyalar sifatida masalan, toʻgʻri chiziq, giperbola, eksponenta va x.k. olinishi mumkin. Soʻngra regressiya tahlili usullari bilan tanlab olingan regressiya tenglamasining konstantalari (koeffisientlari) hisoblanadi. Tanlab olingan konstantalar shunday tanlanadiki, tanlab olingan nazariy toʻgʻri chiziq tajriba maʼlumotlariga biror-bir maʼnoda eng yaxshi yaqinlashuvi kerak. Koʻpincha tajriba va nazariy egri chiziqlarning yaqinlashuvi kichik kvadratlar kriteriyasi boʻyicha baholanadi.

Tanlab olingan bogʻlanish tajriba maʼlumotlari bilan mos kelishini aniqlashda korrelyasion tahlil usullaridan foydalaniladi. Korrelyasiya koeffisienti 0 dan ± 1 gacha qiymatlar qabul qilib, agar korrelyasiya mavjud boʻlmasa 0 ga teng, agar hamma tajriba nuqtalari egri chiziqda yotsa -1 ga yoki 1 ga tengdir.

2.2.3. Gipotezalarni oldinga surish

Kelajakdagi tizimni yangi elementlarini aks ettiruvchi yoki ishlash shartlarini ifodalovchi elementlar parametrlari haqida aniq maʼlumotlarni yigʻish (toʻplash) imkoniyati mavjud boʻlmasligi mumkin. Bunday parametrlar uchun ularning mumkin boʻlgan qiymatlari boʻyicha gipotezalar oldinga suriladi. Bunda gipotezalarni ekspert mutaxassislar oldinga surganliklari katta ahamiyatga egadir. Chunki, ular yaratilayotgan tizimni yaxshi tasavvur eta oladilar yoki tizimga taʼsir

etayotgan tashqi ta`sirlarni biladilar. Ma`lumotlarni mutaxassislar guruhidan olingan xabarlar katta yutuqlarga olib kelishi mumkin. Bunday hollarda sub`ektivlik darajasini bir muncha kamaytirish mumkin va amaliyotda keng qo`llaniladigan ekspertlarni baholash usullaridan foydalanish mumkin. Bunday ishlarni bajarishda mavjud bo`lgan tizimlarni yoki o`xshash tizimlarni ishlash jarayoni natijalarida qo`shimcha ma`lumotlarni topish mumkin.

Dastlabki ma`lumotlarni yig`ish, qayta ishlash quyidagi sinflarga bo`lish bilan yakunlanadi: tashqi va ichki, o`zgarmas va o`zgaruvchi, uzluksiz va diskret, chiziqli va nochiziqli, stasionar va nostasionar, deterministik va statistik. Miqdoriy parametrli o`zgaruvchilar uchun tadqiqotchi modellashtirish jarayonida variatsiya qilish uchun ularni qiymatlari o`zgarishi mumkin bo`lgan chegaralarni aniqlash va diskret o`zgaruvchilarni esa qabul qilish mumkin bo`lgan qiymatlari topiladi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA MUAMMOLI VAZİYATLAR!

1. *Modellashtirish natijalarini ishonchliligi va aniqligi nimaga bog`liq?*
2. *Parametrlarni katta qismi qanday miqdorlar?*
3. *Dastlabki ma`lumotlarni yig`ish qayta ishlash ularni qanday sinflarga bo`lish bilan yakunlanadi?*

2.3-§. Modellashtirish usulini va vositalarini tanlash



O`quv modullari

Konseptual model, analitik usullar, imitasion usullar, matematik model, modellashtirish, algoritmik til, modellashtirish tillari va tizimlari.

Konseptual model va miqdorli dastlabki ma`lumotlar matematik modelni ishlab chiqish uchun asos bo`ladi. Matematik modelni ishlab chiqishdan maqsad ikkitadir. Birinchi, tizimni strukturasini va ishlash jarayonini ularni bir qiymatli

tushunishni forma (shakli nukta nazaridan) tavsiflash uchun. Ikkinchi, tizimni analitik tadqiq etish uchun ishlash jarayoni tasvirlash uchun.

Matematik modellarni yaratishni umumiy yagona uslubiyoti mavjud emas. Chunki, tizimlarni turli-tuman xillari (turlari) bor. Tizimlar quyidagi turlarga bo`linadi: statik va dinamik, strukturali yoki dasturiy boshqarish, o`zgarmas yoki o`zgaruvchi strukturali, o`zgarmas (qattiq) yoki almashtiriladigan (egiluvchan) dasturiy boshqarish.

Kirish ta`sirlari va ichki hollar xarakteri bo`yicha quyidagi turlarga bo`linadi: uzluksiz va uzlukli, chiziqli va nochiziqli, stasionar va nostasionar, deterministik va stoxastik.

Tizimlarni ma`lum bir sifatlari uchun formal sxemalar va matematik usullar ishlab chiqilgan. Bu sxemalar yordamida tizimlarni ishlash jarayonini yozish mumkin, ba`zi hollarda esa analitik tadbiq etishni amalga oshirish mumkin. Tizimlarni ishlash jarayonini formal vositalari sifatida ma`lum tillar va imitasion modellashtirish tizimlari misol bo`la oladi. Bularga quyidagilar kiradi:

1. Agregativ tizimlar
2. Bo`lak - chiziqli agregatlar
3. Stoxastik tarmoq.
4. Ommaviy xizmat ko`rsatish tizimi
5. Uzluksiz deterministik tizimlar
6. Avtomatlar.

Ishlab chiqilgan tizimni ishlash jarayonini matematik modelni tadbiq etish turi turli usullar bilan tadbiq etishi mumkin - analitik yoki imitasion.

Analitik usullar. Tahlil etishni analitik usullari yordamida modelni to`la tadqiq etish mumkin. Ba`zi hollarda esa, analitik modelni mavjudligi optimallashtirishni matematik usullaridan foydalanish imkonini beradi. Analitik usullarda foydalanish uchun matematik modelni shunday analitik bog`lanishlar ko`rinishiga keltirish kerakki, bunda tizim parametrlari va tashqi ta`sirlar bilan uning xarakteristikalarini orasidagi bog`lanish aniq analitik bog`lanish ko`rinishida bo`lishi lozim. Ammo, bu juda sodda tizimlar uchun ishlab chiqilishi mumkin. Analitik

usullarni murakkab tizimlarda ishlatilishi uchun vakillikni va mavhumlikni darajasi yuqori bo'lishi lozim. Shuning uchun analitik usullar tizimni boshlang'ich qo'pol baholash jarayonida ishlatiladi. Chunki, bunda tizimni aniq modeli uchun axborot yetishmovchiligi bo'lishi mumkin. Ko'pgina hollarda murakkab tizimlardagi parallel jarayonni tahlil etish uchun foydalanish mumkin.

Ba'zi bir analitik modellar ma'lum bo'lgan matematik usullar bilan analitik yechish imkoni bo'lmaydi. Ularni tadqiq etish uchun sonli usullardan foydalanish mumkin. Bunday usullar matematik modelni tenglamalar sistemasi ko'rinishda ifodalangan tizimlarga qo'llanilishi mumkin va ularni sonli usullar bilan yechish imkoni bo'lishi mumkin. Sonli usullarni ishlatilishi asosan tezkor, hisoblash tizimlari asosida amalga oshirilishi katta samaraga ega.

Agar hosil bo'lgan tenglamalarni analitik yoki sonli usullar yordamida yechish imkoni bo'lmasa, unda sifatli usullardan foydalanish mumkin. Sifatli usullar qidirilayotgan kattaliklarni asimptomatik qiymatlarini baholash imkonini beradi hamda bu qiymatlarni turg'unligi va tizim traektoriyasini umumiy xarakteri haqida fikr yuritish imkonini beradi. Bu xususiyatlar ayrim traektoriyalar harakatiga ham tegishlidir.

Imitasion usullar. Imitasion modellashtirish tizimlarda tadqiq etishni universal usuli bo'lib, ularni ishlash xarakteristikalarini miqdoriy baholash imkonini beradi. Imitasion modellashtirishda tizim –originalni dinamik jarayonlari abstrakt modeldagi imitatsiya qilinayotgan jarayonlar bilan almashtiriladi. Ammo bu almashtirishdagi ayrim amallar (operasiyalar) uzunligi va vaqt ketma-ketliklari orasidagi munosabatlar originaldagi munosabatlarga mos kelishi lozim. Shuning uchun imitasion modellashtirish usuli algoritmik yoki operasion modellashtirish deb atalishi mumkin. Imitasiya qilish jarayonida (original bilan tajriba o'tkazish kabi) ayrim hodisalarni va holatlarni yoki chiqish ta'sirlarini o'lchash bilan tizimni ishlash xarakteristikalarini sifatini hisoblash imkonini beradi.

Imitasion modellashtirish tizimida bo'layotgan jarayonlarni amaliyotda ixtiyoriy har qanday detallashtirish sathida o'rganish va tadqiq etish imkonini beradi. Hisoblash texnikasini imkoniyatlaridan foydalanib, imitasion modelda tizimni har

qanday boshqarish algoritmini va uni ishlashini sinab ko`rish mumkin. Analitik usulda tadqiq etuvchi modellar ham imitasion usullar yordamida tahlil etilishi mumkin. Buning natijasida modellashtirishda imitasion usullari murakkab tizimlarni tadqiq etishni asosiy usullardan biri ekanligi bo`lib qolmoqda.

Modellashtirishni texnik vositalari. Modellashtirish usuli tanlangandan so`ng hisoblash texnikasi yordamida modelni tadqiq etish uchun texnik va dasturiy vositalar tanlanadi. Dasturiy vositalar sifatida proseduraga mo`ljallangan algoritmik tillar, muammoga - mo`ljallangan tillar yoki avtomatlashtirilgan tizimlardan foydalanish mumkin.

Modellarni tadqiq etish uchun universal yoki ixtisoslashtirilgan hisoblash tizimlaridan foydalanish mumkin. Universal hisoblash tizimlari yordamida analitik modellashtirishni amalga oshirish uchun texnik vositalarga katta talablar qo`yilmaydi. Imitasion modellashtirishda foydalaniladigan universal hisoblash tizimlariga qo`yiladigan asosiy talablar bu katta hajmdagi yetarli bo`lgan tezkor xarakterdir. Buning sababi shundan iboratki, modelni tajriba o`tkazishda har doim element parametrlariga almashib ketma-ket murojaat etiladi. Shuning uchun ularni hammasi tezkor xotirada saqlanishi mumkin.

Har bir model statik modellashtirishda ma`lum mashina vaqtini egallaydi, shuning uchun modellashtirish jarayoni uchun yuqori unumdorlikka ega bo`lgan hisoblash texnikasidan foydalanish kerak.

Algoritmik tillar. Dasturiy modellar yaratish uchun yuqori pog`onali universal proseduraga mo`ljallangan algoritmik tillar, masalan Paskal, Delfi, CQQ, Java va boshqalardan foydalanish mumkin. Ma`lumki, hisoblash tizimlarini imitasion modellashtirish uchun dasturlashda algoritmik tillardan foydalanilgan.

Umumiy maqsadga mo`ljallangan tillarda imitasion modellarni yaratishda ma`lumotlarni qayta ishlash masalalaridagi dasturlashga xos bo`lmagan bir qator qiyinchiliklarga duch kelinadi. Bu qiyinchiliklar imitasion modellashtirishni algoritmlarga xos bo`lgan ikkita xususiyatdir.

Birinchi xususiyat shundan iboratki, murakkab tizimlarni harakat algoritmlar parallel algoritmlardan iborat, har bir vaqt daqiqasida bittadan ortiq o`zgartirishlar

amalgaga oshiriladi. Parallel algoritmlarni dasturlashdagi qiyinchiliklar shundan ibratki, algoritmik tillar asosan ketma-ket jarayonlarni yozish uchun mo'ljallangan. Yuqori pog'onadagi tillarda parallel jarayonlarni dasturiy imitatsiya qilish parallel jarayonlarni psevdoparallel tashkil etishni taqozo etadi. Bu esa o'z navbatida dasturlash sohasida murakkab masaladir.

Ikkinchi xususiyati shundan iboratki, modellashtirish jarayonida hajmi aprior baholash qiyin bo'lgan ma'lumotlarni qayta ishlash talab etiladi. Bu jarayon imitasion modellarni dinamik xarakterga ega ekanligidan kelib chiqib, tizimdagi ommaviy jarayonlarni o'rganishga mo'ljallanganligini bildiradi. Bunday algoritmlarni dasturlashda asosiy e'tibor tezkor xotirani dinamik taqsimlashda qaratilgan bo'lishi kerak.

Modellashtirish tillari. Imitasion modellashtirishda keng sinfdagi modellarga xos bo'lgan masalalarga duch kelinadi. U algoritmlarni psevdoparallel bajarilishini tashkil etishdir: xotirani dinamik taqsimlash; model vaqti bilan amal o'tkazish; tasodifiy jarayonlarni imitatsiya qilish; hodisalar massivini olib borish; modellashtirish natijalarini to'plash va qayta ishlashdir. Bu masalalarni yechimini topish uchun maxsus muammoga-mo'ljallangan vositalar (dasturiy tizimlar), ya'ni modellashtirish tillari yaratilgan. Hozirgi davrda 500 dan ortiq modellashtirish tillari ma'lum.

Modellashtirishni avtomatlashtirilgan tizimlari. Mashinada modellarni yaratish jarayonini soddalashtirish va tezlashtirish harakati imitasion modellarni dasturlashni avtomatlashtirilgan tizimlariga olib keladi. Tadqiqotchini dasturlashdan ozod qilgan bir necha tizimlar ishlab chiqildi. Dastur avtomatik ravishda biror-bir formal sxema asosida yaratiladi. Formal sxema tadqiqotchi tomonidan berilgan tizim parametrlari, tashqi ta'sirlar va ishlash xususiyatiga ko'ra ishlab chiqiladi. Dastlabki ma'lumotlar u yoki bu kanonik shaklda tasvirlanadi. Mashinada o'tkazilgan tajriba natijalari asosida asosiy chiqish ma'lumotlari hisoblanadi va avtomatik bosmaga chiqariladi, qo'shimcha chiqish natijalari esa, tadqiqotchi ko'rsatmasi bo'yicha olinadi. Bunday tizimlar avtomatlashtirilgan universal imitasion modellar yoki imitasion dasturlar generatori deyiladi. Modellashtirishni

dasturiy va texnik vositalari bir necha kriteriyalarni hisobga olgan holda tanlanadi. Unda zaruriy shartlardan biri bu - konseptual va matematik modelni yaratish uchun vositalarni yetarli va to'la bo'lishidir.

Modellashtirish tilini tanlangandan so'ng, dasturiy modelni ishlab chiqiladi. Bu jarayon quyidagilarni o'z ichiga oladi: algoritmni ishlab chiqish, kirish ma'lumotlarini tasvirlash shaklini aniqlashtirish, dasturni yozish va to'g'rilash. Bu juda muhim ko'p mehnat talab qiluvchi jarayon bo'lib, boshqa dasturlash jarayonlardan kam farqlanadi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Imitation modellashtirish tizimlariga misol keltiring.*
2. *Matematik modellashtirishda analitik usullar tushunchasini izohlang.*
3. *Matematik modellashtirishda imitation usullar tushunchasini izohlang.*

2.4-§. Modelni sozlash va tajriba o'tkazishni rejalashtirish.



O'quv modullari

Adekvatlik, matematik model, modelni sozlash, strategik rejalashtirish, taktik rejalashtirish

Adekvatlikni tekshirish. Modelni tizimga adekvatligini tekshirishni tadqiq etilayotgan tizim bilan o'lchamlari mosligini tahlil etish hamda tizimga teng qiymatli ekanligini tahlil etishdan iborat. Ammo model tizimni to'la aks ettirishi shart emas, chunki uni yaratish ma'noga ega bo'lmay qoladi. Adekvatlik tashqi sharoitlarni va ishlash rejimlarini idealizasiyalash sababli, ba'zi bir tasodifiy faktorlarni hisobga olmaslik tufayli buziladi. Tashqi muhit ta'sirlari to'g'risida aniq xabarlarini, tizimni strukturasidagi ba'zi bir noaniqliklar, qabul qilingan approksimasiya, interpolyasiya, taxminlar, gipotezalar model bilan tizim orasidagi

moslikni kamayishiga olib keladi. Yuqorida aytib o`tilgan faktorlar sababli modellashtirish natijalari real jarayonlardan ahamiyatli farqlanishga olib keladi.

Adekvatlikni tabiiy mezon sifatida originalni biror-bir xarakteristikasini y_0 . Model xarakteristikasidan y_m . og`ishi bo`lishi kerak, ya`ni

$$\Delta y = |y_0 - y_m|$$

yoki og`ishni original xarakteristikasiga nisbati.

Bunda model tizim – agar og`ish  $\Delta u$  chegaraviy kattalik ( miqdor)  $\Delta$ , oshmaslik ehtimolligi ruxsat berilgan ehtimollikdan  $P_{\Delta}$  katta bo`lsa, original bilan adekvat deyiladi, ya`ni

$$P(\Delta y < \Delta) \geq P_{\Delta}$$

Ammo, bu kriteriyni amaliyotda foydalanish ba`zi bir sabablarga ko`ra qiyinchiliklarga olib keladi. Modelni adekvatligini tekshirish zarur, aks holda noto`g`ri modellashtirish natijalari asosida noto`g`ri yechimlar qabul qilinishi mumkin. Amaliyotda adekvatlikni baholash modellashtirish natijalarini ekspertlar tahlili bo`yicha amalga oshiriladi.

Adekvatilikni tekshirishni quyidagi turlari mavjud:

- elementlar modelini tekshirish;
- tashqi ta`sir modelini tekshirish;
- tizimni ishlash jarayonini konseptual modelini tekshirish;
- formal va matematik modelni tekshirish;
- chiqish xarakteristikasini o`lchash va hisoblash usullarini tekshirish, ya`ni yechish xatoliklari aniqlanadi;
- dasturiy modelni tekshirish.

Modelni sozlash. Adekvatlikni tekshirish natijalari bo`yicha model bilan tizim - original orasidagi mos kelmaslik katta bo`lsa, modelni sozlash yoki kolibrovka qilish zarur bo`ladi. Bunda quyidagi o`zgartirishlar kiritilishi mumkin: global, lokal va parametrik.

Global o`zgartirishlar kiritilishiga sabab konseptual yoki matematik modelda uslubiy xatoliklarni aniqlash natijasidir. Bunday xatoliklarni bartaraf etish yangi

modelni ishlab chiqishga olib keladi. Lokal o'zgartirishlar esa, ba'zi bir parametrlarni aniqlashtirish yoki algoritmlarni o'zgartirish bilan bog'liqdir. Bunday o'zgartirishlarni bajarish, masalan, tizimni ba'zi bir tashkil etuvchilarini modelini o'zgartirish, tashqi ta'sirlar modelini unga ekvivalent bo'lgan aniqroq, modellar bilan almashtirish orqali amalga oshiriladi.

Parametrik o'zgartirishlarda esa, modeldagi ba'zi bir maxsus parametrlarni, ya'ni sozlash parametrlarini o'zgartirish orqali erishiladi.

Strategik rejalashtirish. Modellashtirish maqsadiga ishlab chiqilgan modelni tadqiq etish bilan erishiladi. Tadqiq etishda tajriba o'tkazilib, natijada model parametrlari boshqariluvchi o'zgaruvchilarini turli qiymatlarida tizimni chiqish xarakteristikalari aniqlanadi. Tajribalarni o'tkazish ma'lum reja asosida olib boriladi. Boshqariladigan o'zgaruvchilarni juda ko'p mumkin bo'lgan qiymatlari mavjud bo'lganligi uchun har bir mashinada tajriba parametrlarni ma'lum bir to'plamlarida olib boriladi. Masalan, boshqariladigan parametrlar soni 5 ta bo'lsa, har bir parametr 3 ta qiymat qabul qilsa, parametrlar qiymati 243 ga teng bo'ladi, parametrlar soni 10 bo'lsa, (har biri 5 ta qiymat qabul qilsa) tajribalar soni 10 ml.ga yaqinlashadi. Hisoblash va vaqt resurslari chegaralangan holda mumkin bo'lgan hamma tajribalarni o'tkazish mumkin emas. Demak, parametrlarni ma'lum bir to'plamini tanlash va tajribalar ketma-ketligini o'tkazish masalasi paydo bo'ladi. Bunday jarayon strategik rejalashtirish deyiladi.

Taktik rejalashtirish. Imitasion modellashtirishni natijalarini statik ishonchliligini ta'minlangan holda mashinada tajriba o'tkazish vaqtini kamaytirish usullar majmuasiga taktik rejalashtirish deyiladi. Bitta tajriba uzunligiga (modellashtirish davri T_m) tizimni stasionarliligi, xarakteristikalarini o'zaro bog'liqligi va modellashtirishni boshlang'ich sharoitlar qiymatlari ta'sir etadi.

Tajribada olingan ma'lumotlar vaqt bo'yicha qator sifatida qaralishi, ya'ni ma'lum bir xarakteristikalarni o'lchash natijalari bo'lishi mumkin. Xarakteristikalarni o'lchash qatorini biror-bir statistik ketma-ketlikdan olingan kattaliklar sifatida ko'rish mumkin. Agar bu ketma-ketlik stasionar bo'lsa, uning o'rtacha qiymati vaqtga bog'liq bo'lmaydi. Uning bahosi vaqt qatorining o'rtacha

qiymatiga tengdir. Ketma-ketlik uchun bu bahoning aniqligi o`lchashlar soni  $N$  o`sgan sari oshadi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. Adekvatlikni tekshirishni qanday turlari mavjud?
2. Adekvatlikni tekshirish natijalari bo`yicha qanday o`zgartirishlar kiritilishi mumkin?
3. Qanday jarayon strategik rejalashtirish deyiladi?
4. Qanday jarayon taktik rejalashtirish deyiladi?

2.5-§. Modellashtirish natijalarini tahlil qilish va undan foydalanish



O`quv modullari

Imitasion tajriba, korrelyasion usul, dispersion tahlil, matematik model, tahlil.

Imitasion tajriba natijalarini qayta ishlash. Statistik modellashtirishda imitasion tajriba o`tkazishda har bir chiqish xarakteristikasini ko`pdan-ko`p qiymatlari o`lchanadi. Bu tanlab olish natijalarini kelgusida qulay tahlil qilish va qo`llash uchun ishlatiladi. Holbuki, chiqish xarakteristikalari ko`pincha tasodifiy kattaliklar yoki funksiyalar bo`lganligi uchun ularni qayta ishlash matematik kutilish, dispersiya va korrelyasion momentlarni hisoblash uchun ishlatiladi.

Stoxastik xarakteristikalar uchun nisbiy chastotalar gistogrammasini, ya`ni taqsimlanishni empirik zichligini qurish mumkin. Shu maqsadda stoxastik xarakteristika mumkin bo`lgan qiymatlar sohasini intervallarga bo`linadi. Tajriba vaqtida o`lchamlar natijasida xarakteristika har bir intervalga tutash sonlari aniqlanadi va hamma o`lchashlar soni hisoblanadi. Tajriba tugagandan so`ng har bir interval uchun xarakteristika tushgan sonlarini o`lchashlarning umumiy soniga va interval uzunligiga bo`lgan nisbati hisoblanadi. Tuzilgan gistogramma uchun biror-bir nazariy taqsimlanish qonuniyatini tanlab olish mumkin. Imitasion tajriba

o'lashlarini qayta ishlash jarayoni integral xarakteristikalarini hosil qilish uchun, ya'ni ma'lumotlarni siqish uchun yo'naltirilgan.

Xarakteristikalarini tizim parametrlariga bog'liqligini aniqlash. Statik modellash natijalari bo'yicha tizim xarakteristikalarini tizim parametrlari va tashqi ta'sirlarga bog'lanishini aniqlash mumkin. Buning uchun korrelyasion dispersion va regression usullardan foydalanish mumkin.

Korrelyasion usul yordamida ikkita va undan ortiq tasodifiy kattaliklar orasidagi bog'lanishni mavjudligini topish mumkin. Bo'shliqlik bahosi sifatida korrelyasiya koeffisientidan foydalanish mumkin. Korrelyasiya koeffisienti ular orasida chiziqli bog'lanish borligini ko'rsatadi va ular birgalikda normal qonuniyat bo'yicha taqsimlangan bo'ladilar. Agar korrelyasiya koeffisienti absolyut qiymati bo'yicha 1 ga teng bo'lsa, tahlil etilayotgan kattaliklar orasida nostoxastik chiziqli bog'lanish borligini bildiradi. Agar 0 ga teng bo'lsa, bog'lanish mavjud bo'lmaydi. Korrelyasiya koeffisientini oraliq qiymatlari esa og'ishi bo'lgan chiziqli bog'lanish borligiga yoki nochiziqli korrelyasiya mavjudligini bildiradi.

Dispersion tahlildan chiqish xarakteristikalarini qiymatlariga turli faktorlarni nisbiy ta'sir etishini aniqlash uchun foydalanish mumkin. Bunda xarakteristikani umumiy dispersiyasi ko'rilayotgan mos faktorlarga mos keladigan komponentalariga (tashkil etuvchilar) bo'linadi. Ayrim komponentalarning qiymatlari bo'yicha tahlil etilayotgan xarakteristikasiga ega bo'lgan u yoki bu faktorni ta'sir etish darajasi to'g'risida xulosa chiqarish mumkin.

Agar tajribadagi hamma faktorlar miqdoriy bo'lsa, unda xarakteristikalar va faktorlar orasidagi analitik bog'lanishni topish mumkin. Buning uchun regresion tahlil usullaridan foydalanish mumkin. Topilgan bog'lanish empirik model deyiladi. Regresion tahlil shundan iboratki, mustaqil va mustaqil bo'lmagan o'zgaruvchilar orasidagi munosabat tanlab olinadi, tajriba ma'lumotlari asosida tanlab olingan munosabat parametrlari hisoblanadi va tajriba ma'lumotlarini model bilan approksimasiya qilish sifati baholanadi. Agar sifati qoniqarsiz bo'lsa, boshqa bog'lanish tanlab olinadi va bu prosedura takrorlanadi.

Modellashtirish natijalarini tahlil qilishga modelni uning parametrlari va variatsiyasiga sezgirligi tahlil etish masalasi tegishlidir. Tizimni ishlash jarayonini xarakteristikalar parametrlari qiymatlarini mumkin bo'lgan og'ishi turg'unligini tekshirish sezgirlikni tahlil etish deyiladi.

Modellashtirish natijalarini tahlil etish, modelni ko'pgina axborotli parametrlari to'plamini aniqlashtirishga yordam beradi. Natijada konseptual modelni boshlang'ich ko'rinishini o'zgartirishga olib keladi. Xarakteristika va parametrlar orasidagi funksional bog'lanishni aniqlash imkonini beradi va tizimni analitik modelini yaratishda imkon beradi yoki samaradorlik kriteriyasini koeffitsientlarini aniqlash imkonini tug'diradi.

Modellashtirish natijalaridan foydalanish. Umuman, modellashtirish natijalari tizimni ishlash qobiliyati haqida yechim qabul qilish uchun, eng yaxshi loyiha variantini tanlash uchun yoki tizimni optimallashtirish uchun ishlatiladi. Tizimni ishlash qobiliyati asosan parametrlarni mumkin bo'lgan ixtiyoriy qiymatlari chegaralari doirasidan uning xarakteristikalarini chiqish yoki chiqmasligi bo'yicha yechim qabul qilinadi. Hamma ishga yaroqli bo'lgan variantlar bo'yicha samaradorlik kriteriyasi maksimal qiymat qabul qiluvchi variant sistema tanlab olinadi. Eng umumiy va murakkab ish bu tizimni optimallashtirishdir. Tizim parametrlari o'zgaruvchilari qiymatlarini shunday to'plamini topish talab etiladiki, bunda samaradorlik kriteriyasini maksimal qiymatini ta'minlasin.

Bunda hamma p ta xarakteristikalar quyidagi chegaralarni qanoatlantirsin.

$$y_{i_{\min}} \leq y_i \leq y_{i_{\max}}, i = 1, \dots, n$$



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Imitation tajriba o'tkazish deganda nimani tushunasiz?*
2. *Korrelyasion usul nima?*
3. *Modellashtirish natijalarini konseptual model bilan aloqasini tushuntiring.*

2.6-§. Modellashtirish ob`ekti va ob`ekt haqida xabarlar

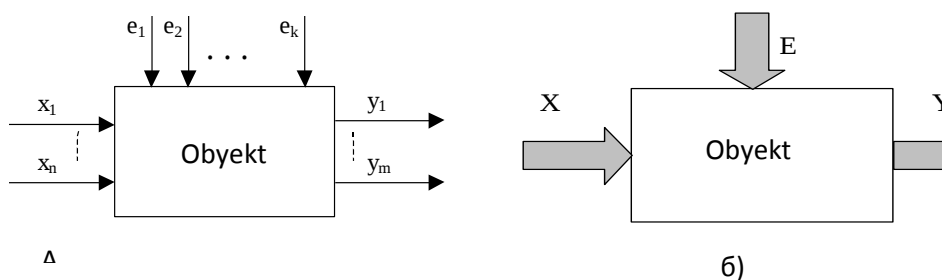


O`quv modullari

Modellashtirish ob`ekti, dinamiklik alomati, stoxastiklik alomati, noxizizlik alomati, diskretlik alomati, aposterior axborot.

Modellashtirish muammosini qo`yishda va yechishda tadqiqotchi turli masalalarga duch keladi. Mavzuning asosiy masalalaridan biri, bu –modellashtirish ob`ekti deb nimaga aytiladi, uning umumiy xususiyatlari nimadan iborat va qanday xossalarga ega bo`ladi? - kabi savollar yechimini berishdan iborat. Shuning uchun modellashtirish muammosini modellashtirilayotgan ob`ektning o`rganishdan boshlash mumkin.

**Modellashtirish ob`ekti.** Modelashtirilayotgan ob`ektning ko`p qutbli shaklda tasvirlash qulaydir, 2.6.1-rasm, a, bunda  $x_1, \dots, x_p$  ob`ektning kuzatiladigan kirish kanallari; $e_1, \dots, e_k$ ob`ektning kuzatilmaydigan kirish kanallari;  $u_1, \dots, u_t$  ob`ektning kuzatiladigan chiqish kanallari



2.6.1-rasm. Modellashtirilayotgan ob`ektning tasvirlash.

Ko`p o`lchamli ob`ektning vektor shaklida yozish qulay. (2.6.1.-rasm, b). Bunda

$$X=(x_1, \dots x_n);$$

$$Y=(y_1, \dots y_m);$$

$$E=(e_1, \dots e_k);$$

Ob`ektning hamma kirish kanallari tashqi muhitning ob`ektga bo`lgan ta`sirini ifodalaydi va muhitning holatini va vaqtini ma`lum bir funksiyalari hisoblanadi.

Holbuki, tashqi muhit modeli mavjud bo'lmaganligi sababli, ob'ektni kirish kanallarini vaqtning tasodifiy funksiyalar sifatida ko'rish mumkin, ya'ni

$$X=X(t), e=E(t),$$

Bu vaqtda tasodifiy funksiyalarning statistik xususiyatlari noma'lum. Ammo, ob'ektni kirish va chiqishlarini kuzatish mumkin. Ya'ni $X(t)$ va $Y(t)$ funksiyalarini uzluksiz yoki uzlukli (diskret) shakldagi kechishlari ma'lum. Ob'ektni kuzatilmaydigan kirish kanali $E(t)$ strukturasi ma'lum deb olinadi, ya'ni bu tasodifiy funksiyani xarakteri ma'lum. Ko'pgina hollarda $E(t)$ ni normal tasodifiy jarayon deb olinadi, ammo uni bevosita kuzatish mumkin emas.

Ob'ekt kirish kanallari X va E ni chiqish kanali Y bilan biror-bir noma'lum operator F_0 bilan bog'lab turadi.

$$Y = F_0(X, E)$$

Ammo bu operator F identifikasiya qilinmaydi, balki model operatori $Y=F(X)$ identifikasiya qilinadi.

Kuzatilmaydigan faktor esa, tasodifiy xalaqit sifatida qurilib, operator F ni aniqlashga xalaqit beradi.

Umuman olganda, identifikasiya qilinayotgan ob'ekt ko'p qutbli ko'rinishda tasvirlanib (ifodalanib), ba'zi bir kirish kanallari kuzatilmaydi.

Ob'ekt haqida xabarlar. Identifikasiya prosedurasini boshlashdan avval ob'ekt haqidagi hamma xabarlar ikkita turga bo'linadi: **Aprior A va Aposterior V.** Demak quyidagi ikkilik ob'ekt haqidagi hamma axborotni xarakterlaydi (ifodalaydi).

$$\langle A, B \rangle \quad (2.6.1)$$

Aprior axborot. Aprior axborot ob'ektni kirish va chiqish kanallarini kuzatishdan oldin ma'lum bo'lishi zarur va quyidagi savolga javob berishi lozim: *identifikasiya qilinayotgan ob'ektni strukturasi nimadan iborat?* Ob'ektni strukturasi to'rtta alomat qiymatlari bilan xarakterlaymiz. Ob'ekt turlarini alomatlarini aniqroq tavsiflaymiz va ularni ma'nosini ko'rib chikaylik:

1.Dinamiklik alomati α . Ob'ekt dinamik ($\alpha=1$) deyiladi, agarda uning chiqish harakati faqat joriy vaqtdagi kirishga bog'liq bo'lmay, kirishni oldingi vaqt

daqiqalariga ham bog'liq bo'lsa, bu degani, ob'ekt xotiraga ega, ya'ni uning chiqishi kirishining oldingi holatlariga ham ma'lum. Aks holda ob'ekt statik deyiladi ($\alpha=0$).

2. Stoxastiklik alomati β . Ob'ekt stoxastik ($\beta=1$) deyiladi, agar uning chiqish xarakati nazorat qilib bo'lmaydigan kirish kanallariga bog'liq bo'lsa yoki ob'ektni o'zi tasodifiy nazorat qilib bo'lmaydigan faktorlar (ta'sirlar) manbaiga ega bo'lsa. Aks holda ob'ekt detirministik ($\beta=0$) deyiladi.

Shuni aytib o'tish kerakki, tabiatda stoxastik bo'lmagan ob'ektlar mavjud emas, chunki har qanday o'lchash jarayonida albatta katta yoki kichik miqdorda xatoliklarga yoki og'ishlarga yo'l qo'yiladi. Shuning uchun ko'pincha ob'ektlarni «kichik» va «katta» stoxastikligi deyilsa to'g'ri bo'ladi. Bunda «kichik» stoxastik xususiyatiga ega bo'lgan ob'ektlarni deterministik deb atash mumkin.

3. Nochiziqlik alomati γ . Ob'ekt nochiziqlik ($\gamma=1$) deyiladi, agarda uning ikkita turli kirish ta'sirlari har bir alohida ta'sirlar yig'indisiga ekvivalent bo'lmasa. Agar ob'ektda xalaqitlar mavjud bo'lmasa, nochiziqlik ob'ekt quyidagi sharh bilan aniqlanadi:

$$F_0(X_1 + X_2) \neq F_0(X_1) + F_0(X_2)$$

Bu shart bajarilmasa, ya'ni bu ifoda tenglik ko'rinishda bo'lsa, ob'ekt chiziqli $\gamma=0$ deyiladi.

4. Diskretlik alomati δ . Ob'ekt diskret ($\delta=1$) deyiladi, agarda uning kirish va chiqish kanallarining holati diskret vaqt daqiqalarida $t=1, 2, \dots, p$ o'zgarsa yoki o'lchanilsa. Agar kirish va chiqish uzluksiz o'zgarsa yoki o'lchanilsa, unda ob'ekt uzluksiz deyiladi ($\delta=0$).

Ko'rinib turibdiki, A modelini ko'rinishini aniqroq darajada oydinlashtiradi. Ob'ektni to'la aniqligi uchun esa, uning dinamikasi ($\alpha=1$ bo'lganda), stoxastiklikni ehtimollik xususiyatlari ($\gamma=1$ bo'lganda) va nochiziqlik ($\beta=1$ bo'lganda) turini aytib o'tish zarur.

Tabiiyki, modelni turi haqidagi tasavvurlar (A bilan aniqlanadigan) aposterior axborotni tahlil qilishdan so'ng o'zgarishi mumkin.

Demak, ob'ekt to'rtta alomat bilan kodlanadi. Shuni aytib o'tish joizki, ob'ekt strukturasi har doim yuqoridagi to'rtta alomat bilan cheklanib qolmaydi.

Aposterior axborot. Agar aprior axborot A sifat xarakteriga ega bo'lsa, aposterior axborot – miqdoriydir, ya'ni ob'ektni kirish va chiqish kanallarini kuzatish natijalari yoki protokoli. Bu protokol quyidagi ko'rinishga ega:

$$B = \langle X, Y \rangle$$

Bu yerda X - ob'ektni kirishini ham o'lchashlari natijasi;

Y - shu kuzatish davrida uning chiqishlarini o'lchash natijalari.

Uzluksiz ob'ektlar uchun ($A = \alpha\beta\gamma_0$) intervalda $0 \leq t \leq T$ quyidagi uzluksiz ma'lumotlarni hosil qilamiz: $X = X(t)$, $Y = Y(t)$

Shunday qilib, quyidagini olamiz:

$$B_0 = (\langle X(t), Y(t) \rangle \mid 0 \leq t \leq T).$$

Bu degani, ob'ektni harakati $(n+m)$ ta turli egri chiziqlar yordamida hisobga olingan: $x_1(t), \dots, x_n(t), y_1(t), \dots, y_m(t)$.

Shuni aytib o'tish kerakki, X va $X(t)$ lar bu hollarda aynan emaslar, chunki X berilgan intervaldagi hamma bog'lanish $X(t)$ ni ifodalaydi, $X(t)$ bu bog'lanishni faqat t daqiqasidagi konkret qiymatini ifodalaydi. Xuddi shu singari Y va $Y(t)$ larni aynan emasligini aytib o'tish zarur.

Diskret hollarda ($A = \alpha\beta\gamma_l$) quyidagiga ega bo'lamiz $X = (X_1, \dots, X_N)$ va $Y = (Y_1, \dots, Y_N)$ protokol (bayonnoma) quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$B_1 = (\langle X_i, Y_i \rangle \mid (i=1, \dots, N)),$$

Bu quyidagi sonlarni N ta ustun va $p+t$ ta qatordan iborat jadvalni ifodalaydi.

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdot & \cdot & x_{n1} & y_{11} & y_{21} & \cdot & \cdot & y_{m1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdot & \cdot & x_{n2} & y_{12} & y_{22} & \cdot & \cdot & y_{m2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{1N} & x_{2N} & \cdot & \cdot & x_{nN} & y_{1N} & y_{2N} & \cdot & \cdot & y_{mN} \end{pmatrix},$$

Ko'rinib turibdiki, bu ikkala yozuv shakllari o'rinlidir. Masalan, protokol B_1 protokol B_0 dan diskret vaqt daqiqalarini $t=0, \delta, 2\delta, \dots, (N-1)\delta$ bu yerda δ - diskretlik intervali ($\delta=T/N$) belgilash bilan hosil qilish mumkin.

Shunday qilib, juftlik ob`ektini identifikatsiyalash maqsadlari uchun to`la va yetarli xarakterlaydi. Shuning uchun bu juftlik identifikatsiyalash g`oyalari, usullari va yondoshishlarida foydalaniladi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. Ob`ekt turlarini alomatlarini necha xil?
2. Identifikatsiya prosedurasini boshlashdan avval ob`ekt haqidagi hamma xabarlar necha turga bo`linadi?
3. Aprior axborot nima?
4. Ob`ektini strukturasini nechta alomat qiymatlari bilan xarakterlaymiz?
5. Aposterior axborot nima?

2.7-§. Identifikatsiya masalasi



O`quv modullari

Identifikatsiya masalasi, identifikatsiyalashdagi qiyinchiliklar, boshqarish, boshqariladigan ob`ekt.

Identifikatsiya masalasi deb, ob`ekt operatori  $F_0$  ni topishga aytiladi, ya`ni modelni shunday operatorini (F) topish kerakki, biror-bir ma`noda ob`ekt operatoriga F_0 yaqin bo`lsin $F \approx F_0$.

Shuni aytib o`tish joizki, bu operatorlar orasidagi yaqinlik nisbiydir, chunki  $F_0$  operatorlar turli strukturaga ega bo`lishi mumkin, turlicha tillarda shakllantirilgan va turli son kirish kanallariga ega bo`lishi mumkin. Shuning uchun operatorlarni bir-biriga yaqinligini baholash murakkab yoki imkoni yo`q. Ko`pgina hollarda ob`ekt operatori haqida axborot yetarli bo`lmaydi. Shuning uchun tabiiyki operatorlarni yaqinligi kirish ta`siri X bo`yicha baholash mumkin, ya`ni ob`ekt chiqishi va model chiqishi bo`yicha. Har bir vaqt daqiqasidagi bu reaksiyalarni yaqinlik darajasini, masalan, chiqish vektorlarini farqini kvadratining qiymati bo`yicha baholash mumkin, ya`ni

$$q(t) = |Y(t) - Y^M(t)|^2 = \sum_{i=1}^m [y_i(t) - y_i^M(t)]^2, \quad (2.7.1)$$

Bu yerda $Y^m = (y_1^M, \dots, y_m^M)$ model chiqish vektori.

Umuman ob`ekt bilan model orasidagi yaqinlik tafovut funksiyasi yordamida baholanadi. Bu funksiya ob`ektni va modelni ikki vektorli argumentli skalyar funksiyasidan iborat.

$$q(t) = \delta(Y(t), Y^M(t)), \quad (2.7.2)$$

Endi identifikasiya masalasini quyidagicha shakllantirish mumkin. Shunday operatorini tuzish kerakki, tashqi muhit ta`siri  $X$  ga ob`ekt reaksiyasiga o`xshash ta`sir ko`rsatsin. Model operatori reaksiyasi kirish ta`siriga X reaksiya ko`rsatishining ko`rinishi quyidagicha

$$Y^M = F(X)$$

Demak, model operatori F shunday bo`lishi kerakki, bunda quyidagi (2.7.3) o`rinli bo`lsin. Bu yerda ekvivalentlik belgisi, ya`ni model va ob`ekt chiqishlari bir xildagi kirish ta`sirlariga ekvivalent bo`lishi shart

$$U^M \sim U \quad (2.7.3)$$

Tabiiyki, identifikasiya jarayoni, ya`ni model operatorini shunday aniqlash kerakki, ob`ekt bilan model orasidagi tafovut minimal bo`lsin.

Identifikasiyalash jarayoni har doim biror-bir funksiya yoki funksionalni minimumini topish operatsiyasiga olib kelavermaydi. Xaqiqatdan ham agar ob`ekt statik xususiyatga ega bo`lsa, uni identifikasiyalash prosedurasini chiziqli yoki umumiy holda noxiziqli tenglamalar tizimini yechish masalasiga keltiriladi.

Demak, ob`ektlarni identifikasiya masalasida minimallashtirish prosedurasiga keltirilishi prinsipial va muhim xususiyatga ega. Bunday xususiyat identifikasiyalash masalalariga xos belgidir.

Identifikasiyalashdagi qiyinchiliklar. Identifikasiyalash masalasini qo`yishda va yechishda asosan ikkita qiyinchilik mavjud bo`ladi:

Birinchi qiyinchilik, operator sinfini aniqlash va unda yechimni topish. Bunday qiyinchilikni hozirgi davrda shaklan (formal) yechib bo`lmaydi. Chunki, operator sinfini aniqlash bosqichida boshqarish maqsadida identifikasiyalash

predmeti bo`lgan ob`ekt haqidagi aprior axborotdan foydalanish kerak. Bu bosqich shakllantirish murakkab bo`lgan masala bo`lib, ko`pgina hollarda evristik usulda yechiladi. Bunday yechimlarni faqat inson qabul qila oladi.

Ob`ekt operatori qaysi sinfga tegishli ekanligini topish uchun quyidagilarni hisobga olish kerak:

1. Boshqariladigan ob`ekt strukturasi.
2. Ob`ektni ishlash mexanizmi.
3. Boshqarish maqsadi.
4. Boshqarish algoritmi.

Oxirgi ikkita punkt operator sinfini Ω identifikasiya qilinayotgan ob`ektni kelgusidagi boshqarish bilan bog`laydi.

Ikkinchi qiyinchilik, qo`yilgan minimallashtirish masalasini yechishda foydalanuvchi (istemolchi) uchun eng kam sarf harajat bilan yechish talab etiladi. Bu hol esa o`z navbatida identifikasiya algoritmini tanlashda ma`lum chegaralar qo`yadi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Identifikasiya masalasi deb nima aytiladi?*
2. *Identifikasiya masalasini qanday shakllantirish mumkin?*
3. *Identifikasiyalash masalasini qo`yishda va yechishda qanday qiyinchiliklar mavjud?*
4. *Ob`ekt operatori qaysi sinfga tegishli ekanligini topish uchun nimalarni hisobga olish kerak?*

2.8-§. Identifikasiyalash masalasi va identifikasiya usullarining sinflari



O`quv modullari

Identifikasiya, struktura, model strukturasi, aktivlik alomati, adaptivlik alomati, qadamlilik alomati.

**Ob`ektni strukturasini va parametrlarini identifikatsiyalash.** Ob`ektni strukturali identifikatsiyalash, modelni operatori strukturasini aniqlashdan iborat. Agar model operatorini struktura aniqlangan yoki aprior ma`lum bo`lsa, unda identifikatsiyalash jarayoni bu strukturani noma`lum parametrlarni topish masalasiga keltiriladi. Bunday identifikatsiyalash jarayoni parametrlar identifikatsiyalash deyiladi (ba`zi hollarda birinchi jarayon keng ma`noda identifikatsiyalash, ikkinchisi esa tor ma`noda identifikatsiyalash deyiladi).

Shunday qilib, ob`ektni strukturali identifikatsiyalash modelni strukturasini dastlabki tanlash masalasi bilan bog`langan bo`lib, parametrlarni identifikatsiyalash esa, berilgan struktura bo`yicha bu modelni parametrlarini aniqlash masalasi tushuniladi. Ko`rinib turibdiki, strukturali identifikatsiyalashning birinchi bosqichi ikkinchisidan oldin keladi va ikkinchi bosqichni o`zining tarkibiga oladi.

Afsuski, struktura tushunchasi o`zining aniq ta`rifiga ega emas, ammo intuitiv ravishda bir xilda tushuniladi. Modelni struktura sifatida uning koeffitsientlarigacha aniqlikda model operatorining ko`rinishi tushuniladi. Shuni aytib o`tish kerakki, A kodi bilan belgilangan ob`ekt struktura modelning struktura bilan mos tushmasligi mumkin. Masalan, ob`ektning stoxastik xususiyatlari sodda aks etmasligi mumkin. Ammo uning parametrlarini identifikatsiyalash usulini aniqlaydi. Bundan tashqari model ob`ektdan farqliroq kam kirish va chiqish kanallariga ega bo`lishi mumkin. Bu kuzatishlar soni (hajmi) kam bo`lgan hollarda bo`lishi mumkin.

Endi identifikatsiyalash masalasini aniqlaylik. Faraz qilaylik, model struktura ma`lum bo`lsin, ya`ni strukturali identifikasiya masalasi yechilgan bo`lsin. Bunda model operatori quyidagi ko`rinishda bo`ladi:

$$F(x)=f(x, c),$$

bu yerda $f(., .)$ berilgan operator, $C=(c_1, . . . , c_k)$ modelni noma`lum parametrlari vektori. Bu holda modelni parametrlarini identifikatsiyalash masalasi tafovut funksiyasini minimallashtirish masalasi shaklida yoziladi

$$Q(C) \rightarrow \min_{C \in R^r} \Rightarrow C^* \quad (2.8.1)$$

Bunday masalani yechimi sifatida $C^*=(c^*_1, . . . c^*_k)$. vektori bo`ladi.

$$Q(C)=\int_0^T \rho\{Y(t), f[X(t), C]\}h(t)dt$$

Demak identifikasiyalash masalasi matematik dasturlash masalasiga keltirildi.

Identifikasiyalash usullarining sinflari. Identifikasiyalash usullari 3 ta sinflarga bo`linish alomatlar bilan farqlanadi va usullar bu alomatlar qiymati bilan harakterlanadi:

$$C = < \xi, \eta, \zeta >, \quad (2.8.2)$$

Bu alomatlar usullarini kodlaydi. Bu esa, ξ , η , ζ ikki qiymat qabul qiluvchi struktura alomatlar.

Aktivlik alomati ξ . Identifikasiyalash jarayoni aktiv deyiladi ($\xi=1$), agar uni tadbiq etishda ob`ektni kirish holatini ma`lum ko`rinishda berish yoki o`zgartirish mumkin bo`lsa, ya`ni tashqi muhit holatini o`zgartirish mumkin bo`lsa, bu jarayon boshqarishdir. Agar ob`ektda kirish holatini boshqarish mumkin bo`lmasa, bunday identifikasiyalash passiv deyiladi ($\xi=0$).

Adaptivlik alomati η . Agar ob`ekt harakati haqidagi axborot darhol emas balki, axborot  $\eta$  kelishi bilan yoki sikllik ravishda va identifikasiya qilinayotgan parametrlar qiymati har bir qadamda to`g`rilanilsa (yoki uzluksiz) bunday identifikasiyalash adaptiv deyiladi ( $\eta=1$ ). Aks holda identifikasiya usuli adaptiv bo`lmagan $\eta=0$ deyiladi. Bunday usul real vaqt masshtabida ishlash jarayonlariga tadbiq etiladi. Bu usulda har doim identifikasiya qilinayotgan parametrlar qiymati yaxshilanib boradi. Shuning uchun bu usulni parametrlar vaqt bo`yicha sekin o`zgaradigan (siljiydigan) ob`ektlarni identifikasiyalash jarayonida qo`llaniladi.

Qadamlilik alomati ζ . Agar identifikasiya qilinayotgan parametrlar identifikasiyalash jarayonida diskret o`zgarsa, bunday usul qadamli deyiladi. ($\zeta=1$). Aks xolda usul uzluksiz ($\zeta=0$).

1. Ob`ektni tashqi muhitdan ajratib olish

Ob`ektni tashqi muhitdan ajratib olish boshqarish maqsadi va algoritmi bilan aniqlanadi. Agar maqsad samarali shakllantirilmasa boshqariladigan ob`ekt modelini ham yaratish mumkin emas. Shuning uchun maqsadni shakllantirishdan

avval ob`ektni boshlang`ich (dastlabki) modeli mavjud bo`lishi lozim. Tabiiyki, bu boshlang`ich model juda ham taxminiy bo`ladi. Ana shu model boshqariladigan ob`ekt modeli uchun asos bo`ladi, ya`ni ob`ektni tashqi muhitdan ajratib olish jarayoni hisoblanadi.

Ob`ektni aniqlash uchun mavjud maqsadlar to`plamini $\{Y^*\}$ bilish lozim va boshqarish ta`sirlar to`plamini $\{U_R\}$ aniqlab olish lozim.

Ob`ektni tashqi muhitdan ajratib olish ob`ektni sodda shaklidan murakkab shakliga o`tish ketma-ketligidan iborat jarayondir.

Ob`ektni eng sodda shakli deb muhitni shunday minimal qismiga aytiladiki, bu muhit qo`yilgan maqsadni bajarilishini tekshirish yetarli bo`lishi lozim. Ob`ektni kengaytirish jarayoni quyidagi prinsipga amal qilinishi kerak. Ob`ektni tashqi muhitni shunday elementlari biriktirilishi zarurki, bu elementlar maqsadga erishishga ta`sir etsin va maqsadga erishish uchun ularni boshqarish mumkin bo`lsin.

2. Ob`ektni kirish va chiqishlarini tartibga solish (Ekspertlarni baholash usuli)

Ob`ekt modelining strukturalashni aniqlash uchun eng avvalo ob`ektni qaysi kirish va chiqishni modelda qatnashishi lozimligini aniqlash zarur. Avval ko`p qutblilikni kirish va chiqishlarini asosiy deb hisoblanadi. Model boshqarish uchun yaratilayotganligi uchun eng ahamiyatli faktor boshqarish maqsadiga ahamiyatli ta`sir etuvchi hisoblanadi. Modelni strukturasini tanlashda hisobga olingan kirish sonlarini variatsiyalash bilan tanlanadi. Buning uchun tanlab olinayotgan faktorlarni tartibga solish kerak. Bu holda eng ahamiyat kasb etuvchi faktorlarni tanlash tabiiyki - ular tartibga solingan qatorning boshida joylanadilar.

Shuning uchun indentifikasiya masalasida boshlang`ich bosqichda ob`ektni kirish kanallarini tartibga solish zarur. Ob`ektni modeli hali mavjud emasligi sababli, kirish parametrlarini tartibga solish, masalan ekspertlarni baholash usuli bilan olib borilishi mumkin.

Buning uchun hamma kirish va chiqishlar aniqlanadi. Bu kirish va chiqishlar nazorat qilinishi shart. Aks holda ularni modelga kiritish ma`noga ega emas.

Ekspertlarni baholash usulida ekspert har bir kirishga $x_i (i=1, \dots, n)$ biror-bir butun sonni k_i mos qo'yadi.

$$x_i \rightarrow k_i (i=1, \dots, n),$$

Bunda berilgan rang ($k=1$) ob'ektda maqsadga erishish uchun eng ahamiyatli kasb etuvchi kirishga mos qo'yiladi. Ikkinchi rang esa ($k_i=2$) qolgan kirishlarni eng asosiysiga qo'yiladi va x.k.

Natijada ekspertlar yordamida quyidagi qatorni hosil qiladi:

$$k_1, k_2, \dots, k_n \quad (2.8.3)$$

Bu prosedura ekspertlarni baholash usuli deyiladi. Bu usulning 2 turi mavjud:

-bevosita tartibga solish usuli;

-juft sinash usuli;

Bevosita tartibga solish usuli

N ta ekspert n ta faktorni tartibga solishga kerak bo'lsin. Har bir faktorda har bir ekspert rang mos rang kursi - ya'ni $1 \dots n$ gacha butun soni. Bunda i -chi faktorga

$$K' = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{21} & \dots & k_{n1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{1N} & k_{2N} & \dots & k_{nN} \end{vmatrix}$$

j -chi ekspert k_{ij} rangni mos qo'yadi. Natijada $N \times n$ o'lchamli ekspertlarni xulosa matrisasini hosil qilamiz.

Bu matrisada qatorlar raqami ekspertlar raqamiga mos keladi. Uch ustunlar raqami esa tartibga solinayotgan faktorlar nomeriga mos keladi. Bu degani j -qator j -chi ekspert xulosasiga, i -chi ustun esa ekspertni i -chi faktor bo'yicha xulosasiga mos keladi.

Ekspertlar tomonidan ranglarni tanlashda quyidagi shartlarga rioya etilishi kerak:

1. Har bir ekspert uchun hamma faktorlarga tayinlangan ranglar yig'indisi bir xil bo'lishi kerak va quyidagiga teng:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Bu degani ekspertlar xulosasiga mos keluvchi matrisaning ixtiyoriy qator elementlarining yig'indisi quyidagiga teng.

$$\sum_{i=1}^n k_{ij} = \frac{n(n+1)}{2} \quad j = (1, \dots, N).$$

2. Agar ekspert qandaydir q faktorlarni bir xil ahamiyatga ega deb baholasa, u hamma faktorlarga bir xildagi rang beradi. Bu rang q ta butun sonlar o'rtacha arifmetik qiymatiga teng. Masalan, 4 ta faktorni teng qiymatga (ahamiyatga) ega bo'lsa, ($q = 4$) x_1, x_2, x_3, x_4 va ranglash qatorini beshinchi o'rnida tursa, ularni rangi tenglikka olib keladi:

$$k_1 = k_2 = k_5 = k_6 = \frac{5+6+7+8}{4} = 6,5$$

Demak ranglarning qiymati kasr sonlar ham bo'lishi mumkin. Ko'rinib turibdiki, kasrli ranglar har doim $1/2$ soniga karrali bo'ladi.

Natijaviy rangni aniqlash uchun har bir faktorni o'rtacha rangini aniqlash yetarli.

$$\bar{k}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N k_{ij} \quad (i = 1, \dots, n).$$

Bu ranglar faktorlarni natijaviy ranglash imkonini beradi. Birinchi o'ringa o'rtacha rangi minimal bo'lgan faktor qo'yiladi.

$$\bar{k}_l = \min_{i=1, \dots, n} \{\bar{k}_i\},$$

Ya'ni x_l faktorni, ikkinchi o'ringa o'rtacha rangi kichik bo'lgan faktor va x.k. Hosil bo'lgan rangni ketma-ketligi faktorlarni tartibga solish imkonini beradi va N ekspertlar kollektivi (guruhi) o'rtacha xulosasini beradi.

Ma'lumki, har qanday ekspertlarni so'rov o'tkazish natijalari qoniqarli bo'lavermaydi. Xaqiqatdan ham ekspertlar xulosasi bir-biridan keskin farq qilsa (masalan ekspertlarni yarmi x_i faktoriga birinchi rang qolgan rangi esa oxirgi rang bersa) unda bunday ranglash yechuvchi proseduralarni asosi qilib olib bo'lmaydi. Shuning uchun har qanday ekspertlarni so'rov o'tkazish natijalarini baholash uchun kriteriy kiritiladi. Bu kriteriy ekspertlarni kelishuvchilik kriteriysi (yoki ko'rsatkichi) deyiladi. Ekspertlar kelishuvligi qancha yuqori bo'lsa, ekspertlar so'roviga ishonch shuncha yuqori bo'ladi.

Ekspertlarni kelishuvchilik kriteriyasini hisoblash uchun quyidagilarni hisoblash kerak:

1. O`rtacha ranglar dispersiyasi:

$$D(\bar{k}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{k}_i - \bar{\bar{k}})^2,$$

Bu yerda

$$\bar{\bar{k}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{k}_i = \frac{n+1}{2}$$

O`rtacha rangni matematik kutilishi.

2. *Maksimal dispersiyani hisoblaymiz.* (Bu ekspertlarni to`la kelishuvlik holatida bo`ladi).

$$D_{max}(\bar{k}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(i - \frac{n+1}{2}\right)^2 = \frac{n^2 - 1}{12}$$

ekspertlarni kelishuvlik kriteriyasini quyidagi munosabat bilan ifodalash mumkin.

$$\bar{W} = \frac{D(\bar{k})}{D_{max}(\bar{k})} = \frac{12}{n(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^n \left(\bar{k}_i - \frac{n+1}{2}\right)^2$$

Shuni aytib o`tish kerakki  $0 \leq W \leq 1$ . Agar  $W=0$  bo`lsa, ekspertlar bir-biri bilan to`la rozi emaslar, agar  $W=1$  bo`lsa, ular birgalikda bir fikrni aytadilar, ya`ni hamfikrlar. Agar  $W$  birga yaqin bo`lsa, ularni fikri bir-biriga yaqin va ranglash natijalari ishonchlidir. Aks holda ekspertlar so`rov natijasi ishonchsizdir.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. Ob`ektni strukturali identifikatsiyalash nima deyiladi?
2. Aktivlik alomatini ζ tavsiflang
3. Adaptivlik alomati η ni tavsiflang
4. Qadamlilik alomati ζ ni tavsiflang

3-BOB. HAYOTIY VA AMALIY MASALALARNING MATEMATIK MODELLARI

3.1-§. *Muhandislik masalalarining matematik modellari*



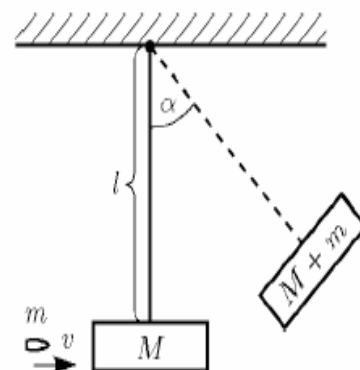
O`quv modullari

Variasion tamoyillar, o`yish, erkin yugurish yo`li, moment, kichik vaqt, yemirilish doimiysi, eksponent qonun, variasion tamoyillar, modellarni qurish, maltus modeli, matematik modellarning nochiziqligi.

Elementar matematik modellar

Tabiatning fundamental qonunlari, variasion tamoyillar, o`xshashliklar, ierarxik zanjirlarni qo`llashga asoslangan eng sodda matematik modellarni qurishning yondashuvlarini ko`rib chiqaylik. Soddalikka qaramay, jalb etilayotgan material modellarning mosligi, ularning «ta`minlanganligi», nochiziqligi, sonli amallashtirish va bir qator boshqa materiallarni muhokama qilishga imkon beradi.

1.Tabiatning fundamental qonunlari. Modellarni qurishning keng tarqalgan usuli tabiatning fundamental qonunlarini aniq bir vaziyatda qo`llashdan iborat. Bu qonunlar hamma tomondan tan olingan, tajriba asosida ko`p marotaba tasdiqlangan, ilmiy-texnik yutuqlarning asosi bo`lib xizmat qiladi. Shu bois ularning asoslanganligi shubha tug`dirmaydi, bu esa izlanuvchiga kuchli ruhiy quvvat bag`ishlaydi. Birinchi qatorda ma`lum bir vaziyatda qanday qonun (qonunlar) qo`llash kerak degan savol tug`iladi.



3.1.1-pacm.

a) energiyaning saqlanishi. Bu qonun qariyb 200 yildan beri ma`lum bo`lib, tabiatning buyuk qonunlari orasida faxriy o`rinni egallaydi. Unga asoslanib, o`qning tezligini tezkor

usulda aniqlamoqchi boʻlgan ballistika boʻyicha ekspert oldida laboratoriyasi boʻlmasa ham, mayatnikka oʻxshash nisbatan oson qurilma - yengil va erkin aylanuvchi sterjenga osilgan yukdan foydalanishi mumkin. (3.1.1-rasm).

Yukda tiqilib qolgan oʻq «oʻq-yuk» tizimiga oʻzining kinetik energiyasi haqida maʼlumot beradi, bu tizim esa oʻz navbatida sterjen vertikaliga nisbatan eng koʻp darajada ogʻganda toʻlaligicha potensial energiyaga oʻtadi. Bu transformasiyalar quyidagi tengliklar zanjiri koʻrinishida yoziladi:

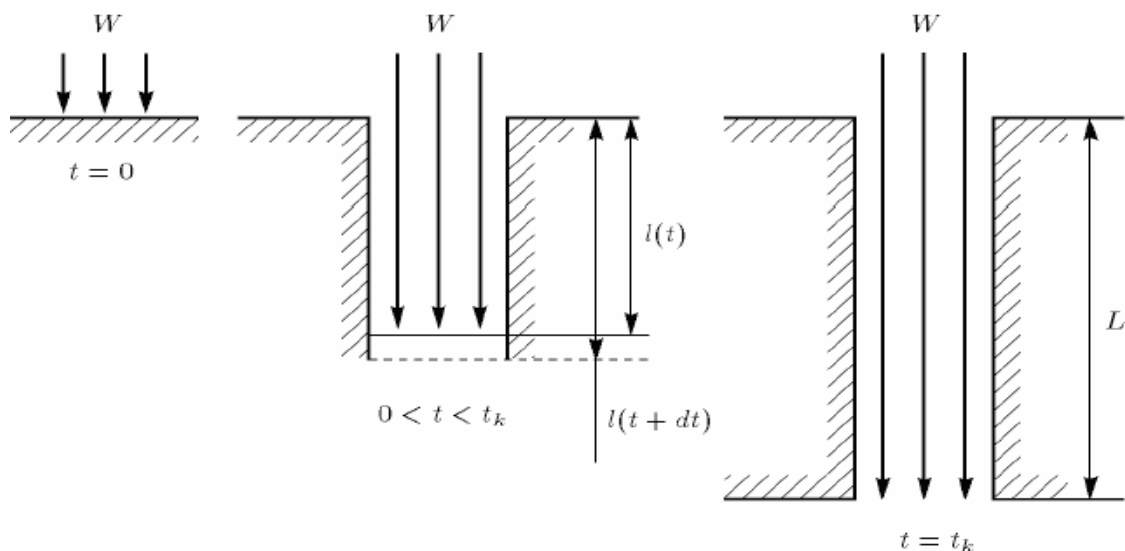
$$\frac{mv^2}{2} = (M + m) \frac{V^2}{2} = (M + m)gl(1 - \cos\alpha).$$

Bu yerda $mv^2/2$ – v tezlikka ega boʻlgan m massa yoʻlining kinetik energiyasi, M – yukning massasi, V – «oʻq-yuk» sistemasining toʻqnashishdan keyingi tezligi, g – erkin tushish tezlanishi, l – sterjen uzunligi, α – eng kata ogʻish burchagi. qidirilayotgan tezlik quyidagi formula bilan topiladi:

$$v = \sqrt{\frac{(M+m)gl(1-\cos\alpha)}{m}} \quad (3.1.1)$$

Agar energiyaning oʻq hamda yukni qizdirishga, havoning qarshiligini yengishga sarf boʻlishini hisobga olmasak, tezlikning qiymati aniqroq boʻladi. Bir qarashda bu toʻgʻri mulohaza, lekin aslini olganda unday emas. Oʻq bilan mayatnikning «yopishishi» paytida sodir boʻladigan jarayonlar faqatgina mexanik emas. Shuning uchun v kattalikni hisoblashda qoʻllanilgan mexanik energiyaning saqlanish qonuni unchalik toʻgʻri emas: tizimning mexanik bolmagan toʻla energiyasi saqlanadi. Mexanik energiya oʻz yoʻlidagi tezlikni baholashda quyi chegarani yaratadi.

Shunga oʻxshash mulohazadan muhandis nurlanishi material yuzasiga perpendikulyar yoʻnalgan W quvvatli lazer bilan L qalinlikdagi metall qatlamini oʻyishning t_k vaqtini baholashda foydalanishi mumkin. Agar lazerning energiyasi $LS\rho$ (S – nurlanayotgan yuza, LS – ustun hajmi, ρ – modda zichligi) toʻlaligicha ustunni oʻyish uchun sarf boʻlsa,



3.1.2-rasm. Metallni lazer bilan o'yishning boshlang'ich, oraliq va yakuniy bosqichlari

u holda energiyaning saqlanish qonuni quyidagi tenglik bilan ifodalanadi:

$$E_0 = Wt_k = hLS\rho, \quad (3.1.2)$$

Bu o'rinda h – birlik massaning bug'lanishi uchun kerak bo'ladigan energiya. h kattalik tarkibiy qismdan iborat: $h = (T_{ni} - T)h_1 + h_2 + h_3$, formulaning mazmuni quyidagicha: materialni avvalo erish harorati T_{pl} gacha olib kelib, so'ngra suyultirib, bug'ga aylantirish (T – boshlang'ich harorat, h_1 – solishtirma issiqlik sig'imi, h_2 va h_3 – mos ravishda solishtirma erish va bug'lanish issiqligi) kerak.

O'yish chuqurligining $l(t)$ vaqt o'tishi bilan o'zgarishi energiyaning t dan $t+dt$ gacha bo'lgan vaqt oralig'idagi balansidan topiladi. Bu vaqt ichida bug'langan massaga:

$$[l(t + dt) - l(t)]S\rho = dl S\rho$$

$W dt$ ga teng bo'lgan $dl hS\rho$ energiya sarf bo'ladi, bu energiya haqidagi ma'lumot esa lazer orqali moddaga yetkaziladi:

$$dl hS\rho = W dt,$$

Bu yerdan quyidagi differensial tenglama kelib chiqadi:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{W}{hS\rho}.$$

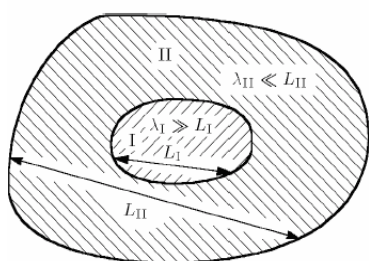
Uni integrallash natijasida (o`yning boshlang`ich chuqurligi nolga tengligini hisobga olgan holda):

$$l(t) = \frac{W}{hS\rho} t = \frac{E(t)}{hS\rho}, \quad (3.1.3)$$

formula hosil qilinadi, bu o`rinda  $e(t)$  – lazer tomonidan  $t$  vaqtgacha ajralgan butun energiya. Demak, o`yish chuqurligi sarf bo`lgan energiyaning qiymatiga proporsional (jumladan,  $l(t_k) = L$  dagi  $t_k$  ning qiymati (3.1.2) formula bo`yicha hisoblangan qiymat bilan ustma-ust tushadi).

Hayotda esa o`yish jarayoni ko`rib chiqilgan sxemadan ancha murakkabroq. Energiya moddani qizdirishga, noto`g`ri shaklga ega bo`lgan o`ymadan bug`larni olib tashlashga sarf bo`ladi. Shuning uchun, taklif etilgan matematik ta`rifning to`g`riligiga bo`lgan ishonch o`q bilan bog`liq holdagidan kamroqdir. Ob`ekt bilan modelning mos kelishi - matematik modellashirishning markaziy masalasi bo`lganligi uchun, unga keyinchalik ko`p marta murojaat etamiz.

b) Materiyaning saqlanishi. Maktab o`quvchisi ikkita quvurdan oquvchi hamda kiruvchi suv bilan basseyinni to`ldirish haqidagi masalani yechayotganida



3.1.3-rasm

aynan shu mulohazadan foydalanadi. Albatta, bu qonunning qo`llanilish doirasi ancha keng.

Masalan, bizda «oddiy» material (qo`rg`oshin) ning qalin qatlami bilan o`ralgan kam miqdorda radioaktiv modda (uran) berilgan bo`lsin - bunday vaziyat bo`linadigan

materiallarni saqlashda, yoki energetika ishlarida (3.1.3-rasm) ko`p uchraydi. «Kam miqdor» degan ibora ostida soddalashtirilgan hol, aniq qilib aytganda, yemirilishning hamma mahsulotlari atomlar bilan to`qnashmay, I sohani hech qanday qiyinchiliklarsiz tark etadi degan mazmun yashirilgan. Boshqa so`z bilan aytganda, yemirilishdagi moddalarning erkin yugurish uzunligi  $\lambda_1$  birinchi moddada materialning xususiy o`lchamlari L_1 dan ham kattaroq, ya`ni $\lambda_1 \gg L_1$. «qalin qatlam» iborasi xafvsizlik maqsadida ajraluvchi mahsulotlar II sohada butunlay yutilib ketilishini anglatadi. Bu esa $\lambda_{II} \ll L_{II}$ teskari shart bajarilganida

amalgaga oshadi, bu yerda λ_{II} -ikkinchi moddada yemirilish mahsulotlarining erkin yugurish yo'li, L_{II} – uning hususiy o'lchami.

Shunday qilib, bir sohada uchib chiquvchi hamma narsa, II sohada yutiladi va ikkala moddaning umumiy massasi vaqt o'tishi bilan ham o'zgarmaydi. Bu esa berilgan vaziyat uchun qo'llanilgan materiyaning saqlanish qonunidir. Agar boshlang'ich vaqt momenti $t=0$ da $M_I(0)$ va $M_{II}(0)$ moddalarning massalari teng bo'lsa, vaqtning ixtiyoriy momentida quyidagi balans o'rinli:

$$M_I(0) + M_{II}(0) = M_I(t) + M_{II}(t) \quad (3.1.4)$$

Bitta tenglamaning o'zi ikkita massa $M_I(t)$ va $M_{II}(t)$ larning joriy qiymatlarini aniqlash uchun yetarli emas. Matematik mulohazani tugallash uchun yemirilish bilan bog'liq qo'shimcha ta'rifni kiritish kerak. Unga ko'ra, yemirilish tezligi (birlik vaqtda yemirilgan atomlar soni) radioaktiv moddada atomlarning umumiy soniga proporsionaldir. Kichik vaqt dt ichida t va $t+dt$ momentlar orasida jami:

$$N_I(t + dt) - N_I(t) = -\alpha N_I(t + \xi dt), \quad \alpha > 0, \quad 0 < \xi < 1,$$

atomlar yemiriladi. Bu yerda moddaning saqlanish qonuni ikkinchi marotaba qo'llanilgan bo'lib, u butun jarayonga emas, faqatgina dt vaqt oralig'iga tegishli. Atomlarning balansini ta'riflovchi tenglamaning o'ng tomonida minus ishorasi (modda kamayib ketmoqda) turibdi, $N_I(t + \xi dt)$ qiymat esa ko'rib chiqilayotgan vaqt ichidagi atomlar sonining o'rta qiymatiga mos keladi. Uni differensial ko'rinishda yozib olamiz:

$$\frac{dN_I(t)}{dt} = -\alpha N_I(t).$$

$M_I(t) = \mu I N_I(t)$ ligini hisobga olsak (bu yerda μI – I moddaning atom massasi) quyidagi tenglikka ega bo'lamiz:

$$\frac{dM_I(t)}{dt} = -\alpha M_I(t). \quad (3.1.5)$$

Erkli radioaktivlikka ega bo'lgan ixtiyoriy atom atrofida moddaning holatiga bog'liq bo'lmagan yemirilish ehtimoliga ega. Shu bois eng radioaktiv modda qanchalik ko'p (kam) bo'lsa, birlik vaqt ichida yemirilish mahsuloti shuncha ko'p

(kam) ajraladi. Proporsionallik koeffisienti $\alpha > 0$ (emirilish doimiysi) aniq bir modda orqali aniqlanadi. (3.1.4), (3.1.5) tenglamalar $\lambda_I \gg L_I, \lambda_{II} \ll L_{II}$ shartlar hamda $\alpha, M_I(t), M_{II}(t)$ kattaliklar bilan birgalikda ko'rib chiqilayotgan ob'ektning matematik modelini tashkil etadi. (3.1.5) integrallab, shuni guvohi bo'lamizki, bo'linayotgan materialning massasi eksponent qonun bo'yicha kamayadi:

$$M_I(t) = M_I(0)e^{-\alpha t},$$

$t \rightarrow \infty$ da I sohadagi modda butunlay yo'q bo'lib ketadi.

Umumiy massa (3.1.4) ga ko'ra o'zgarmas bo'lib qolishi tufayli, II sohadagi modda miqdori ortadi:

$$M_{II}(t) = M_{II}(0) + M_I(0) - M_I(0)e^{-\alpha t} = M_{II}(0) + M_I(0)(1 - e^{-\alpha t}),$$

va $t \rightarrow \infty$ da yemirilish mahsulotlari I sohadan butunlay II sohaga o'tib ketadi.

v) Impulsning saqlanishi. Shamolsiz havoda ko'l yuzida qo'zg'almay turgan qayiq uning bir uchidan ikkinchi uchiga o'tganda oldinga siljiydi. Impulsning saqlanish qonuni bo'yicha tashqi kuchlar ta'sir qilmaganida tizimning to'la impulsi saqlanadi.

Reaktiv harakat prinsipi ko'plab ajoyib texnik qurilmalar, masalan, yer orbitasiga sun'iy yo'ldosh tezligini 8 km/s gacha rivojlantirib, chiqaruvchi raketalar zahiriga asoslangan. Raketa harakatining eng sodda matematik modeli havoning qarshiligini, gravitasiya va boshqa kuchlarni hisobga olmagan holda impulsning saqlanish qonunidan kelib chiqadi.

Raketa yoqilg'isining yonuvchi mahsulotlari chiqarish qurilmasidan u (zamonaviy yoqilg'ilar uchun u qiymati 3-5 km/s ga teng) tezlikda chiqib ketadi. Vaqtning qisqa oralig'i dt da t va $t + dt$ ichida yoqilg'ining bir qismi yonib bo'ldi va raketaning massasi dm ga o'zgardi. Shuningdek, raketa impulsi ham o'zgaradi, lekin «raketa plyus yonish mahsulotlari» tizimining umumiy impulsi o'zgarmaydi, ya'ni:

$$m(t)v(t) = m(t + dt)v(t + dt) - dm[v(t + \xi dt) - u],$$

bu yerda $u(t)$ – raketa tezligi, $v(t + \xi dt) - u$ ($0 < \xi < 1$) – raketadan dt vaqt oralig'ida chiqib ketuvchi gazlarning o'rtacha tezligi (ikkala tezlik ham yerga nisbatan olinadi). Bu tenglikning o'ng tomonidagi birinchi had - raketaning $t + dt$

momentdagi tezligi, ikkinchisi - oquvchi gaz tomonidan dt vaqt ichida uzatilgan impulsdir.

$m(t+dt)=m(t)+(dm/dt)dt+O(dt^2)$ ni hisobga olib, impulsning saqlanish qonunini differensial tenglama ko'rinishida yozib olish mumkin:

$$m \frac{dv}{dt} = - \frac{dm}{dt} u,$$

bu yerda $-(dm/dt)$ raketa dvigatellarining og'irlik kuchini quyidagi ko'rinishga keltirib:

$$\frac{dv}{dt} = -u \frac{d(\ln m)}{dt},$$

uni osonlikcha integrallash mumkin:

$$v(t) = v_0 + u \ln \left(\frac{m_0}{m(t)} \right).$$

Bu o'rinda v_0 , m_0 – raketaning $t=0$ momentdagi tezligi va massasi. Yonilg'i butunlay yonib ketganda erishiladigan eng ko'p tezlik quyidagiga teng:

$$v(t) = u \ln \left(\frac{m_0}{m_p + m_s} \right). \quad (3.1.6)$$

Bu yerda tr – foydali massa (yo'ldoshning massasi), t – tarkibiy massa (raketa qurilmalari-yonilg'i baklari, dvigatellar, boshqaruv tizimlarining shaxsiy massasi).

Sialkovskiyning sodda formulasi (3.1.6) kosmik uchishlarga mo'ljallangan raketaning tuzilishi haqida fundamental xulosalar chiqarishga imkon beradi.

$m_p = 0$ da raketaning tarkibiy va boshlang'ich massalari orasidagi munosabatni xarakterlovchi kattalik - $\lambda \frac{m_s}{m_0 - m_p}$ ni kiritamiz. U holda deyarli real qiymatlar

$\lambda = 0,1$, $u = 3 \text{ km/s}$ uchun $m_p = 0$ dagi

$$v = u \ln(1/\lambda) = 7 \text{ km/s}.$$

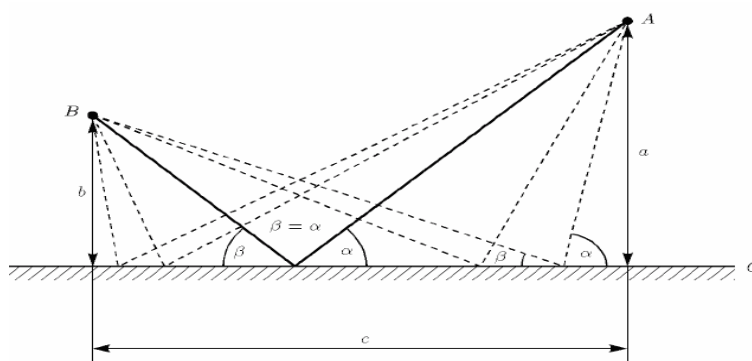
munosabatni hosil qilamiz. Bundan kelib chiqadiki, eng ideal holatda (foydali massa nolga teng, gravitasiya hamda havoning qarshiligi yo'q va x.k) ham ko'rib chiqilayotgan turdagi raketa birinchi kosmik tezlikka erisha olmaydi. Bu yerdan kelib chiqadiki, uchish paytida ko'p qadamli raketadan foydalanish kerak - bu

xulosaga kosmonavtikaning asoschilari kelgan.

Berilgan misol o'z navbatida «eng yaxshi ta'sir» prinsipini tasvirlaydi, u esa o'z navbatida murakkab ob'ektlarni (agar eng yaxshi sharoitlarga qo'yilgan ob'ekt zaruriy tavsiflarga erisha olmasa, ob'ektga bo'lgan yondashuvning o'zini o'zgartirish yoki unga bo'lgan talablarni yumshatish kerak. Agar talablar me'yorida bo'lsa, keyingi qadamlar ob'ektga qo'shimcha omillarning ta'sirini o'rganish bilan bog'liq bo'ladi.

2. Variasion tamoyillar. Modellarni qurishning yana bir yondashuvi o'zining kengligi va mukamalligi jihatidan fundamental qonunlarga teng bo'lib, *variasion qonunlarni* qo'llashga asoslanadi. Ular ko'rib chiqilayotgan ob'ekt (tizim, hodisa) haqida umumiy tasavvurga ega bo'lib, mazmunan shunday deydi: *uning barcha xatti-harakatlari (evolyusiya, harakat) ichidan ma'lum bir shartni qanoatlantiruvchilargina tanlanadi.* Odatda bu shartga ko'ra, ob'ekt bilan bog'liq ma'lum bir kattalik uning bitta holatdan ikkinchisiga o'tishida ekstremal qiymatga erishadi.

Faraz qilaylik, doimiy v tezlik bilan harakatlanuvchi avtomobil A nuqtadan V ga o'tishi hamda ma'lum bir S to'g'ri chiziqqa urinishi kerak (3.1.4-rasm). Avtomobil haydovchisi juda shoshmoqda, shu bois u traektoriyalar to'plami ichidan eng kam vaqt sarf bo'luvchi yo'lni tanlaydi.



3.1.4-rasm. A nuqtadan V nuqtaga S kesmani urinib o'tgan holda o'tishning turli xil traektoriyalari. qalin chiziq bilan vaqt sarfining tezkor yo'li ajratib ko'rsatilgan.

Sarf bo'lgan vaqtni α kattalik - to'g'ri chiziq bilan A nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan kesma orasidagi burchakning funksiyasi ko'rinishida

tasvirlaymiz:

$$t = (\alpha) = \frac{a}{v \sin \alpha} + \frac{b}{v \sin \beta(\alpha)}.$$

Bu yerda a va b – A va V nuqtalardan to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarlar uzunligi, $\beta(\alpha)$ – to'g'ri chiziq bilan urinish nuqtasidan V nuqtagacha bo'lgan kesma orasidagi burchak.

Ekstremallikning α argument bo'yicha $t(\alpha)$ sharti quyidagini anglatadi:

$$\left. \frac{dt(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha_{ext}} = 0,$$

yoki

$$\frac{a \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{b \cos \beta(\alpha)}{\sin^2 \beta(\alpha)} \frac{d\beta}{d\alpha} = 0. \quad (3.1.7)$$

A ning ixtiyoriy qiymatlari uchun quyidagi tenglik o'rinli:

$$c = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{b}{\operatorname{tg} \beta(\alpha)},$$

bu yerda s – A va V nuqtalarning to'g'ri chiziqdagi proeksiyalari orasidagi masofa. Uni differensiallab quyidagi munosabatga ega bo'lamiz

$$\frac{a}{\sin^2 \alpha} + \frac{b}{\sin^2 \beta(\alpha)} \frac{d\beta}{d\alpha} = 0, \quad (3.1.8)$$

U minimallikning sharti bilan birgalikda quyidagini anglatadi:

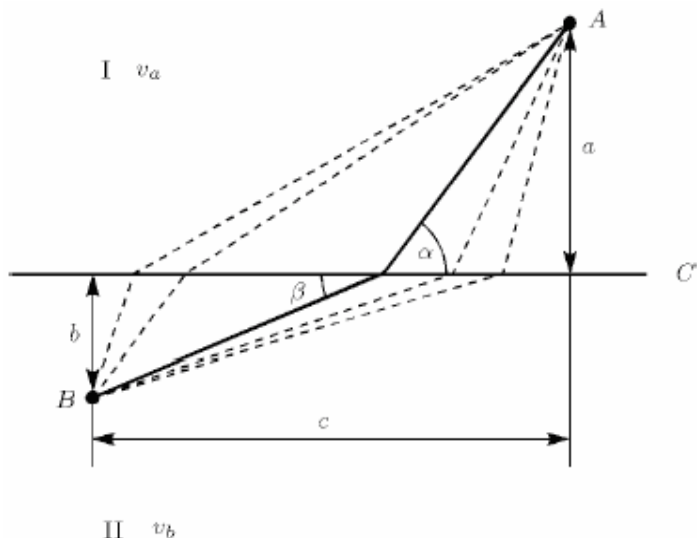
$$\cos \alpha = \cos \beta(\alpha),$$

ya'ni α va β burchaklar tengdir.

So'ngra α_{min} , t_{min} qiymatlarning o'zini ham berilgan a , b , c kattaliklardan topib olish mumkin. Lekin hozir biz uchun boshqa narsa ahamiyatliroq – vaqtning eng kam harajatlar sharti «tushish burchagi qaytish burchagiga teng» degan qoida asosida mos traektoriyani tanlashga olib keladi. Lekin bunday qonunga qaytaruvchi yuzaga tushgan yorug'lik nuri ham bo'ysunadi. Balki umumiy holda yorug'lik nuri signalning bitta nuqtadan ikkinchisiga tezkor yetishini ta'minlovchi traektoriya bo'yicha harakatlanar? Ha, Fermaning mashhur variasion tamoyiliga ko'ra, aynan shunday bo'ladi, unga tayanib geometrik optikaning hamma qonunlarini hosil qilish

mumkin.

Buni yorug'lik nurining ikkita muhit chegarasida sinishi misolida ko'rib chiqaylik (3.1.5-rasm). A nuqtadan chiquvchi yorug'lik birinchi muhitda v_a tezlik bilan harakatlanib, sinadi, ajralish chizig'idan o'tib,



3.1.5-rasm. A nuqtadan V nuqtaga o'tuvchi hamda S to'g'ri chiziq-ikkita muhit chegarasida sinuvchi yorug'lik nurlarining mavjud traektoriyalari.

qalin chiziq bilan sinish qonuniga bo'ysunuvchi traektoriya ajratib:

$$\cos \alpha / \cos \beta = v_a / v_b$$

og'adi va ikkinchi muhitda v_b tezlik bilan harakatlanib, V nuqtaga tushadi. Agar α - yorug'likning tushish burchagi, $\beta(\alpha)$ esa – uning sinish burchagi bo'lsa, uning A dan V ga o'tish vaqti quyidagiga teng:

$$t(\alpha) = \frac{a}{v_a \sin \alpha} + \frac{b}{v_b \sin \beta(\alpha)}.$$

Minimallik sharti $t(\alpha)$

$$\frac{a \cos \alpha}{v_a \sin \alpha} + \frac{b \sin \alpha}{v_b \sin \beta(\alpha)} \cdot \frac{d\beta}{d\alpha} = 0.$$

Oxirgi formuladan $d\beta/d\alpha$ hosilani olib tashlab, quyidagi tenglikka:

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{v_a}{v_b}, \quad (3.1.9)$$

ya`ni mashhur yorug`lik sinish qonuniga kelimiz.

Ma`lum bir hodisalarga nisbatan qo`llaniluvchi variasion tamoyillar mos matematik modellarni qurishga imkon beradi. Ularning universalligi yana shunda namoyon bo`ladiki, ularni qo`llash paytida jarayonning aniq tabiatidan biroz chekinishi mumkin. Shu yo`sinda, avtomobil haydovchisi «minimal vaqt» tamoyili bo`yicha harakat qilib, qumli joyda (bitta tezlik) joylashgan A nuqtadan o`tloqda yotgan (boshqa tezlik) V nuqtaga o`tishi uchun A va V ni tutashtiruvchi to`g`ri chiziq bo`yicha emas, qum bilan o`tloqni ajratuvchi siniq traektoriya bo`ylab yurishi kerak.

**3.Modellarni qurishda o`xshashliklardan foydalanish.** Ko`pgina hollarda biron bir ob`ektning modelini qurishda uning bo`ysungan fundamental qonuni yoki variasion tamoyili haqida aniq gapirib bo`lmaydi, ushbu nuqtai nazar bo`yicha qaraydigan bo`lsak, matematik ta`rifga ega bo`lgan bunday qonunlarning o`zi yo`q. Bunday ob`ektlarga bo`lgan eng samarali yondashuvlardan biri oldin o`rganilgan hodisalar bilan bog`liq o`xshashliklardan foydalanishdir. Radioaktiv yemirilish bilan populyasiya dinamikasi, xususan sayyoramizdagi aholi sonining o`zgarishi orasida qanday bog`liqlik mavjud? Lekin eng sodda pog`onada bunday o`xshashlik ko`zga tashlanadi, bu hodisani populyasiyaning *Maltus* modeli ifoda etadi. Uning asosiga sodda tasdiq kiritilgan - aholining  $t$  vaqt bo`yicha o`zgarish tezligi  $v$  uning joriy aholisini  $N(t)$  tug`ilish $\alpha(t) \geq 0$ va o`lish  $\beta(t) \geq 0$  koeffisientlar ayirmasiga ko`paytirilganga teng. Natijada quyidagi tenglamaga kelimiz:

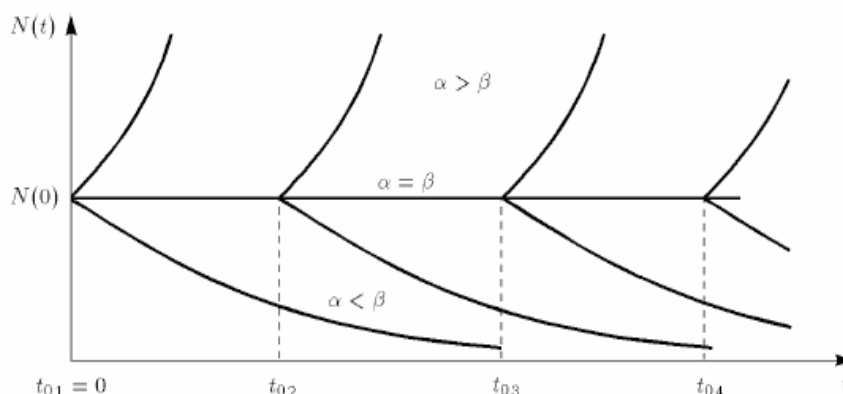
$$\frac{dN}{dt} = [\alpha(t) - \beta(t)]N(t), \quad (3.1.10)$$

u esa radioaktiv yemirilish tenglamasiga juda o`xshaydi,  $\alpha < \beta$  da esa mutlaqo ustma-ust tushadi (agar  $\alpha$  va  $\beta$  lar doimiy bo`lsa). Bu ajablanarli hol emas, chunki ushbu formulalarni chiqarish paytida bir hil mulohazalardan foydalaniladi. (3.1.10) tenglamani integrallash natijasida quyidagiga ega bo`lamiz:

$$N(t) = N(0) \exp \left(\int_{t_0}^t [\alpha(t) - \beta(t)] dt \right), \quad (3.1.11)$$

bu yerda $N(0)=N(t=t_0)$ – boshlang`ich aholi soni.

3.1.6-rasmda α va β doimiylar ishtirok etgan $N(t)$ funksiyaning grafiklari keltirilgan (bir-biriga o'xshash egri chiziqlarga jarayonning turli xil boshlanish vaqtlari to'g'ri keladi). $\alpha = \beta$ da aholi soni o'zgarmaydi, ya'ni bu holda tenglamaning yechimi $N(t) = N(0)$ teng kuchli kattalik bo'ladi. Tug'ilish va



3.1.6-rasm. Maltus modeliga ko'ra vaqt o'tishi bilan aholi sonining o'zgarishi

o'lish orasidagi muvozanat turg'un emas, chunki $\alpha = \beta$ tenglik sal bo'lsa-da buzilishi natijasida $N(t)$ funksiya $N(0)$ muvozanat qiymatdan anchagina chetlashib ketadi. $\alpha < \beta$ da aholi soni kamayadi va $t \rightarrow \infty$ da nolga qarab intiladi, $\alpha > \beta$ da esa ma'lum bir eksponensial qonun bo'yicha o'sadi va $t \rightarrow \infty$ dagina cheksizlikka aylanadi. Oxirgi holat Maltusni yer aholisining ortib ketishi haqidagi nazariyaga olib keladi.

Berilgan misolda ham, yuqorida ko'rib chiqilgan hollarda ham modelni qurish bilan bog'liq ko'pgina cheklanishlar mavjud. Albatta, aholi sonining o'zgarishi kabi murakkab jarayon oddiy qonuniyatlar orqali ifodalana olmaydi. Ideal holatda ham taklif etilgan model aqalli resurslarning cheklanganligi tufayli haqiqatga to'laqonli javob bermaydi.

Qilingan eslatma juda murakkab hodisalarning matematik modellarini qurishda o'xshashliklarning ahamiyatini hech ham susaytirmaydi. O'xshashliklarni qo'llash modellarning muhim xususiyatlariga - ularning mukamalligiga, har xil tabiatli ob'ektlarga qo'llash xususiyatiga tayanadi. Shunday qilib, «kattalikning o'zgarish tezligi kattalikning o'ziga proporsional» degan faraz bir-biridan ancha uzoq bo'lgan fan sohalarida qo'llaniladi.

4. Matematik modellarning noxizirligini haqida. Yuqorida ko'rib chiqilgan

modellarning soddaligi ko'p jihatdan *chiziqlilik* bilan bog'liq. Matematik jihatdan bunday muhim tushunchaning ma'nosi *superpozitsiya tamoyilining* to'g'riligidir, ya'ni yechimlarning ixtiyoriy chiziqli kombinasiyasi (masalan, ularning yig'indisi) ham masalaning yechimi bo'ladi. Superpozitsiya tamoyilidan foydalangan holda, biron bir xususiy holda yechimni topib, umumlashgan holat to'g'risida ham fikr yuritish mumkin. Shuning uchun, umumiy holatning sifatli xususiyatlari haqida xususiylariga qarab fikr yuritish mumkin - ikkita yechim orasida faqatgina miqdoriy farq mavjud. Masalan, raketa yoqilg'isi oqish tezligini ikki baravar ortishi raketa tezligining ham ikki baravar ortishiga, yorug'lik nurining qaytaruvchi yuzaga tushish burchagining kamayishi qaytish burchagining kamayishiga olib keladi. Boshqacha aytganda, chiziqli modellar holatida ob'ektning biron bir sharoitlari o'zgarishiga bildiradigan fikri ularning o'zgarish qiymatiga proporsional.

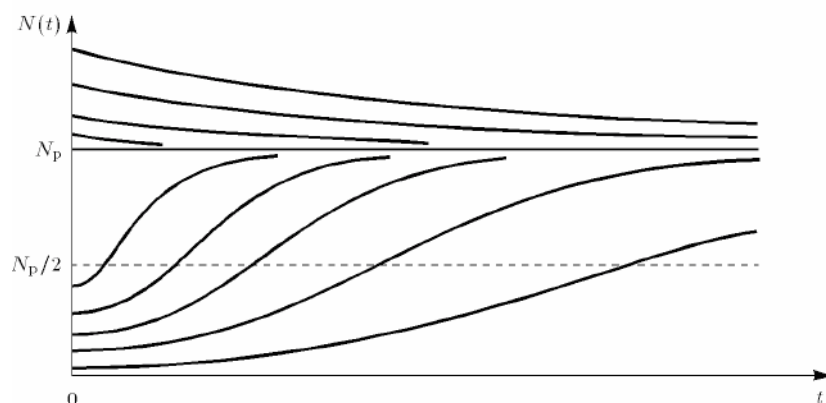
Matematik modellarni superpozitsiya tamoyiliga bo'ysunmaydigan *noziqli hodisalarda* ob'ektning bir qismi hatti-harakatlarini bilish butun ob'ekt haqida ma'lumot bermaydi. Bunda yorug'lik nurining ikkita muhit chegarasiga tushish burchagi sinish burchagining ma'lum bir chegaragacha kamayishga olib keladi. Agar tushish burchagi kritik nuqtadan kamayib kesa ((3.1.9) formulaga qarang), sifat o'zgaradi, yorug'lik ikkinchi muhitning zichligi birinchisidan kamroq bo'lsa, unga o'tmay qoladi. Shunday qilib, yorug'lik nurining sinishi - nochiziqli jarayonga misoldir.

Ko'pgina real jarayonlar va ularga to'g'ri keluvchi matematik modellar nochiziqli. Chiziqli modellar esa faqatgina xususiy hol bo'lib, haqiqatga taqriban yaqinlashgan bo'ladi. Masalan, populyasion modellar resurslarning cheklanganligini hisobga olganda nochiziqli bo'lib qoladi. Ularni chiqarishda quyidagi holatlar hisobga olinadi:

- 1) atrof muhit ta'minlab berishi mumkin bo'lgan aholining N_p «muvozanat» soni mavjud;
- 2) aholi sonining o'zgarish tezligi sonni muvozanat qiymatdan chetlanish kattaligiga ko'paytmasiga proporsional (Maltus modelidan farqli o'laroq), ya'ni:

$$\frac{dN}{dt} = \alpha \left(1 - \frac{N}{N_p} \right) N, \quad \alpha > 0. \quad (3.1.12)$$

Bu tenglamadagi $1 - \frac{N}{N_p}$ had aholining «to'yinish» mexanizmini ta'minlaydi, $-N < N_p$ ($N < N_p$) da o'sish tezligi musbat (manfiy) bo'lib, $N \rightarrow N_p$ da nolga intiladi.



3.1.7-rasm. $N(0)$ boshlang'ich aholi sonining turli qiymatlariga mos keluvchi mantiqiy egri chiziqlar.

(3.1.12) - tenglamani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\frac{dN}{N_p - N} + \frac{dN}{N} = \alpha dt,$$

So'ngra uni integrallab quyidagi ko'rinishga ega bo'lamiz:

$$-\ln(N_p - N) + \ln N = \alpha t + C.$$

Integrallash doimiysi $N(t=0) = N(0)$ shartidan topiladi, ya'ni $C = \ln((N_p - N(0))^{-1} N(0))$. Natijada:

$$N = N_p \frac{N(0)}{N_p - N(0)} e^{\alpha t} - N \frac{N(0)}{N_p - N(0)} e^{\alpha t},$$

yoki yakuniy holatda:

$$N(t) = \frac{N_p N(0) e^{\alpha t}}{N_p - N(0)(1 - e^{\alpha t})}.$$

$N(t)$ funksiyaning xatti-harakati mantiqiy egri chiziq bilan tushuntiriladi (3.1.7-rasm). Ixtiyoriy $N(0)$ da aholi soni N_p muvozanat qiymatga intiladi, jumladan

qanchalik sekin intilsa, shunchalik $N(t)$ kattalik $N(0)$ ga yaqin bo'ladi. Bunda muvozanat (3.1.10) modelga qaraganda turg'unroq.

Mantiqiy model populyasiya dinamikasini Maltus modeliga qaraganda haqqoniyroq aks ettiradi, lekin u zarurat tufayli nochiziqli. Demak, ancha murakkabroq bo'lib qoladi. Shuni qayd etish joizki, to'yinish mexanizmi to'g'risidagi farazlar turli fan sohalaridagi modellarni qurishda qo'llaniladi.

5. Joriy xulosalar. Modellarni qurish jarayonini shartli ravishda quyidagi bosqichlarga ajratish mumkin:

1. Modelni qurish ob'ektni yoki hodisani so'z bilan tushuntirishdan boshlanadi. Ob'ekt tabiati va uni o'rganish maqsadlari to'g'risidagi umumiy ma'lumotlardan tashqari, bu bosqichda ayrim farazlar ham saqlanishi mumkin (vaznsiz s - moddaning qalin qatlami, yorug'lik nurlarining to'g'ri chiziq bo'ylab tarqalishi.). Berilgan bosqichni modelning ta'rifi deb atasa bo'ladi.

2. Ob'ektni ideallashtirishni to'xtatish. Uning xatti-harakatlariga to'g'ri kelmaydigan hamma omillar va samaralar tashlab yuboriladi. Masalan, materiya balansini tuzishda uning reaktiv yemirilish sodir bo'lishida asosiy o'rin tutadigan omillari - kichkinaligi, massalar defekti hisobga olinmagan. Imkon qadar ideallashtiruvchi farazlar matematik shaklda yozib olinadi ($\lambda_l \gg L_l$)).

3. Birinchi ikkita bosqich bajarilgandan so'ng ob'ekt bo'ysunuvchi qonunni tanlashga yoki ifodalashga o'tilib, ular ham matematik ko'rinishda yoziladi (masalan, geometriya masalasidan kelib chiquvchi yorug'lik nurlarining hamma traektoriyalari uchun kattalikning o'zgarmasligi). Shuni yodda tutish kerakki, sodda ob'ektlar uchun mos qonunni tanlash trivial masala emas.

4. Model ta'rifini uning «ta'minoti» yakunlaydi. Masalan, bunda ob'ektning boshlang'ich holatlari ($t=0$ da raketa tezligi va uning massasi) yoki uning boshqa tavsiflari (l, g kattaliklar) to'g'risida ma'lumot berish kerak, chunki ularni bilmasdan turib, ob'ektning hatti-xarakatini oldindan baholab bo'lmaydi. Nihoyat, modelni o'rganish maqsadi sharhlanadi (yorug'likning sinish qonunini topish, populyasiyaning o'zgarish qonuniyatini tushunish, yo'ldoshning fazoga chiqaruvchi raketani qurishga bo'lgan talabni aniqlash).

5. Qurilgan model tadqiqotchiga ma'lum hamma usullarda, shu jumladan turli xil yondashuvlarni o'zaro solishtirish bilan ham o'rganiladi, shuning uchun bunda hisoblash usullaridan keng foydalanish kerak. Bunday hol nochiziqli ob'ektlarni o'rganishda juda muhim, chunki sifatli xatti-harakat oldindan ma'lum emas.

6. Modelni o'rganish natijasida nafaqat qo'yilgan maqsadga erishiladi, balki hamma mavjud usullar bilan uning adekvatligi- ob'ektning ta'riflangan faraz bilan to'g'ri kelishiga erishish zarur. Noadekvat model haqiqatdan anchayin farq qiluvchi natijani berishi mumkin



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Tabiatning fundamental qonunlariga misollar keltiring*
2. *Energiyaning saqlanish qonunini tushuntiring*
3. *Materiyaning saqlanish qonunini tushuntiring*
4. *Impulsning saqlanish qonunini tushuntiring*
5. *Modellarni qurishning yana bir yondashuvi Variasion tamoyillarni tushuntiring*
Matematik modellarning nochiziqligi haqida tushuncha bering
6. *Modellarni qurish jarayonini shartli ravishda qanday bosqichlarga ajratish mumkin?*

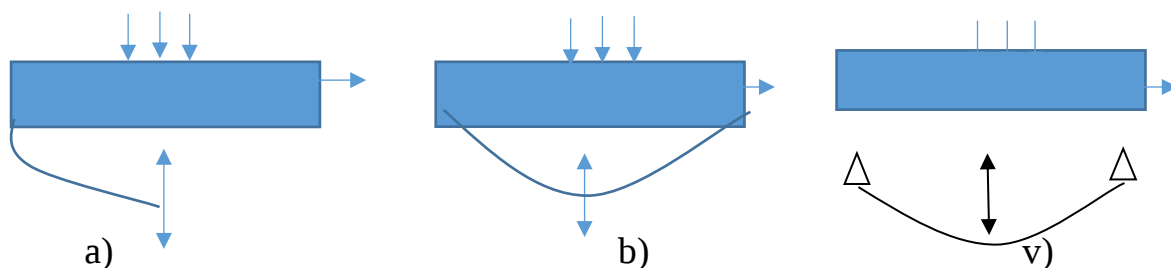
3.2-§. Ayrim murakkab tizimlarning matematik modellari



O'quv modullari

Ko'chish nuqtalari, Guk qonuni, variasiyalash prinsipi, muvozanat tenglamalari, deformasiyalanish modeli, matematik modellarning nochiziqligi.

Masala: Balkani tashqi kuch ta'siridagi sof egilishini elastik xolati aniqlovchi matematik modeli tuzilsin.



Yuqorida qo'yilgan masalani xal qilish uchun ko'chish formulalari koordinatalari sistemasi bo'yicha quyidagicha bo'lsin.

$$U_1 = Z \frac{dW}{dx}, U_2 = 0, U_3 = 0 \quad (3.2.1)$$

Bunga asosan deformatsiyalanish (Koshi deformatsiyalanishi) quyidagi (3.2.1) dan:

$$\left. \begin{aligned} l_{11} &= \frac{dU_1}{dx} = \frac{d}{dx} \left(Z \frac{dW}{dx} \right) = Z \frac{d^2W}{dx^2} \\ l_{12} &= 0 \\ l_{13} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.2)$$

Zo'riqish formulalari (Guk qonuni) (3.2.2) dan:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= 2 \cdot G l_{11} = 2 \cdot G \left(Z \frac{d^2W}{dx^2} \right) = 2 \cdot GZ \frac{d^2W}{dx^2} \\ \sigma_{12} &= 0 \\ \sigma_{13} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.3)$$

Lagrajning variatsion prinsipiga asosan tashqi va ichki kuchlar yig'indisini variatsiyasi nolga teng:

$$\delta(-\Pi + A) = -\delta\Pi + \delta A \quad (3.2.4)$$

Bu yerda

$$\delta\Pi = \int_v \sigma_{11}\delta l_{11}dv \quad (3.2.5), \quad \delta A = \int_v p_1\delta U_1dv + \int_s q_1\delta U_1dS|_x \quad (3.2.6)$$

(3.2.2) va (3.2.3) formulalarni (3.2.5) ga qo`ysak

$$\begin{aligned} \delta\Pi = \int_v \sigma_{11}\delta l_{11}dv &= \iiint_{xyz} \left[2 \cdot G \cdot Z \frac{d^2W}{dx^2} \delta \left(Z \frac{d^2W}{dx^2} \right) \right] dzdydx = \\ &= 2G \int_x \left[\left(\iint_{yz} Z^2 dzdy \right) \frac{d^2W}{dx^2} \delta \frac{d^2W}{dx^2} \right] dx = 2GJ_y \int_x \frac{d^2W}{dx^2} \delta \frac{d^2W}{dx^2} dx \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

bu yerda

$$J_y = \iint_{yz} Z^2 dzdy \quad (3.2.7')$$

oxirgi (3.2.7). Formulada variatsiya belgisi ostidagi hosilani (ikkinchi tartibli) yo`qotish uchun bo`laklab integrallaymiz.

$$\frac{d^2W}{dx^2} = U \quad \int_x \delta \frac{d^2W}{dx^2} dx = dv \quad (3.2.8)$$

$$\frac{d^3W}{dx^3} = dU \quad v = \delta \frac{dW}{dx}$$

(3.2.7) formulani (3.2.8) bo`laklab integrallash formulasidan foydalanib quyidagini yozamiz.

$$\delta\Pi = 2GJ_y \left[\frac{d^2W}{dx^2} \delta \frac{dW}{dx} \right]_x - \int_x \frac{d^3W}{dx^3} \delta \frac{dW}{dx} dx \quad (3.2.9)$$

(3.2.9) formuladagi integral ostidagi ifodani yana bo`laklab integrallaymiz:

$$U = \frac{d^3W}{dx^3}$$

$$dU = \frac{d^4 W}{dx^4} dx \quad (3.2.10)$$

$$dv = \int_x \delta \frac{dW}{dx} dx$$

$$v = \delta W$$

(3.2.10) formulani (3.2.9) ga qo'yamiz:

$$\delta \Pi = 2GJ_y \left[\frac{d^2 W}{dx^2} \delta \frac{dW}{dx} \Big|_x - \left[\frac{d^3 W}{dx^3} \delta W \right]_x + \int_x \frac{d^4 W}{dx^4} \delta W dx \right] \quad (3.2.11)$$

Endi tashqi kuch variatsiyasini hisoblaymiz:

(3.2.6) formuladan

$$\begin{aligned} \delta A = \int_v p \delta Z \frac{dW}{dx} dv + \int_s q_1 \delta U_1 dS \Big|_x = \int_x \left[\iint_{yz} Z q dz dy \right] \delta \frac{dW}{dx} dx + \\ + \iint_{yz} q Z dz dy \delta \frac{dW}{dx} \Big|_x = Q^T \int_x \delta \frac{dW}{dx} dx + Q^r \delta \frac{dW}{dx} \Big|_x = Q^T \delta W + Q^r \delta \frac{dW}{dx} \Big|_x \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

bu yerda $Q^T = \iint_{yz} Z p dz dy$, $Q^r = \iint_{yz} q Z dz dy$

(3.2.11), (3.2.12) formulalarni (3.2.4) ga olib borib qo'ysak:

$$\begin{aligned} -\delta \Pi + \delta A = -2GJ_y \frac{d^2 W}{dx^2} \delta \frac{dW}{dx} \Big|_x - 2GJ_y \frac{d^3 W}{dx^3} \delta W \Big|_x + Q^r \delta \frac{dW}{dx} \Big|_x + \\ + \int_x \left(2GJ_y \frac{d^4 W}{dx^4} \delta W + Q^T \delta W \right) dx = 0 \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

Muvozanat tenglama va unga mos chegaraviy shartlar kelib chiqadi.

(3.2.13) tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$2GJ_y \frac{d^4 W}{dx^4} \delta W + Q^T \delta W = 0 \quad (3.2.14)$$

$$-2GJ_y \frac{d^2 W}{dx^2} \delta \frac{dW}{dx} \Big|_x - 2GJ_y \frac{d^3 W}{dx^3} \delta W \Big|_x + Q^r \delta \frac{dW}{dx} \Big|_x = 0 \quad (3.2.15)$$

Oxirgi (3.2.14) tenglama balkaning sof egilish tenglamasi (3.2.15) esa, unga qo'yilgan chegaraviy shartlarni ifodalaydi.

Modelni tahlil qilish. Tahlil qilinayotgan ob'ektning matematik modeli formallashtirilgan va soddalashtirilgan ko'rinishdagi yoritmasidan iborat. Bunda ob'ektga doir barcha alomatlar tizimning boshlang'ich tashkil etuvchi to'plam osti majmui bilan birga hisobga olinadi. Matematik modelning ko'rinishi nafaqat borliq ob'ektning tabiati bilan, balki qaralayotgan masala uchun talab qilinayotgan modelga hamda uni yechish aniqligiga bog'liq bo'ladi. Shuning uchun ham olingan modelning muhandislik masalalarini yechish va undagi o'zgaruvchilarning o'zgarish chegaralarini topish uchun mazkur modelni yetarlicha samarali qo'llash sohalarini aniqlash maqsadida uni tadqiq qilish lozim.

(3.2.14) tenglamadan $\delta W = 1$, $Q^K = q$ – o'zgarimas desak,

$$GJ_y \frac{d^4 W}{dx^4} = Q^K \quad (3.2.16)$$

va (3.2.15) chegaraviy shartdan

$$\delta \frac{dW}{dx} \Big|_x = 0, \quad \delta W \Big|_x = 0 \quad \text{desak,}$$

Bundan

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW(0)}{dx} = W(0) = 0 \\ \frac{dW(l)}{dx} = \frac{dW(l)}{dx} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.17)$$

ko'rinishida tasvirlash mumkin.

(3.2.16) tenglama va uni mos (3.2.17) chegaraviy shart ikki tomoni mahkamlangan, teng ta'sir etuvchi kuch ta'siridagi balkani sof egilishini tasvirlaydi. (3.2.1 (b)-rasm). (3.2.16) va (3.2.17) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{d^4W}{dx^4} = q \quad (3.2.18)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW(0)}{dx} = W(0) = 0 \\ \frac{dW(l)}{dx} = W(l) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.19)$$

(3.2.18) ni umumiy yechimi quyidagichadir:

$$W = \frac{qx^4}{24} + C_1 \frac{x^3}{6} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3x + C_4 \quad (3.2.20)$$

Chegaraviy shart (4.2.19) dan foydalanib (3.2.20) dan xususiy yechimni quyidagicha aniqlashimiz mumkin:

$$W = \frac{qx^2}{6} \left(\frac{x}{2} - \frac{l}{2} \right)^2 \quad (3.2.21)$$

Demak, ixtiyoriy murakkab matematik modelni ham, eng sodda holdagi matematik modelini (aniq yechimini) umumiy yechimini aniqlab, u bilan ixtiyoriy xususiy yechimni topib, har qanday chiziqsiz masalani yechimini taqqoslash mumkin.

Murakkab matematik modellarni xususiy yechimini sonli usullardan foydalanib, taqribiy yechimini topiladi va uning umumiy yechimi bilan (sodda holda) solishtirib xulosa chiqariladi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Lagrajning variasion prinsipiga asosan tashqi va ichki kuchlar yig'indisini variatsiyasi nimaga teng?*
2. *Guk qonunini tushuntiring*
3. *Koshi deformatsiyalanishini izohlang*

4. *Murakkab matematik modellarni xususiy yechimini qanday usullardan foydalanib, taqribiy yechimini topiladi?*

3.3-§. O'lchamlarni tahlil qilish modellarini tadqiq qilish usuli sifatida



O'quv modullari

Fundamental simmetrik, simmetriyalik xossasi, geometrik va mexanik o'xshashlik, natur ob'ekt, nyutonning o'xshashlik kriteriyasi, o'lchamsiz kompleks, o'xshashlik kriteriyasi, o'xshashlik invarianti, invariantlik hossasi, guruhlash usuli.

Model qurilgandan so'ng keyingi bosqich, yani qo'yilgan masalani yechish bosqichiga o'tiladi. Bu usullar matematik formulalar va belgilar bilan yozilgan analitik yoki natijalari sonli va grafik ko'rinishida olishda maxsus sxemalar ishlatilsa, unda sonli diskret bo'lishi mumkin. Lekin qaralayotgan masalani yechishdan avval mazkur matematik modelni o'lchamlarini tahlil qilish va parametrlarini o'xshashligini aniqlashtirib olish darkor. Chunki tabiat, texnologik va shunga o'xshash ko'plab iqtisodiy va sosial ob'ektlar fundamental simmetrik (o'xshashlik, qaytarishlik) xossalariga ega. O'rganilayotgan hodisada biron bir simmetriyani bor mavjudligi unga nisbatan kamroq simmetriyaga ega bo'lgan analogiga nisbatan ko'plab soddalikka ega bo'ladi. Matematik modellarni soddalashtirish va yanada ularning tahlilini soddalashtirishning ko'plab usullari aynan simmetriyalik xossasiga asoslangan. Matematik modelni tashkil etuvchi tenglamalar tizimini tartibini pasaytirish, qidirilayotgan miqdorlarga bog'liq bo'lgan o'zgaruvchilar sonini qarash, jarayonni aniqlovchi o'zgarmas parametrlar sonini kamaytirish va x.k. larga ushbu xossa imkon beradi. Simmetriklik xossasini qo'lashga tipik misol sifatida modelga kiruvchi kattaliklar (miqdorlar) o'lchamlarini tahlil (mexanik, fizik, iqtisodiy va h.k.) manoga ega bo'lgan obektni malum tasniflari qandaydir birliklarda o'lchanadi. Masalan, massa grammlarda, harorat Kelven graduslarida, yalpi milliy daromad so'mda va h.k. Bunday miqdorlar

o'lchamli deyiladi. Ularning sonli qiymatlari o'lchash birligini tanlashga bog'liq bo'ladi. Ular orasida erkin (asosiy) o'lchamli miqdorlar yoki o'lchamli erkin miqdorlar ajratiladi. Masalan, SGS (santimetr, gramm, sekund) birlik mexanik hodisalarni ifodalashda ishlatilsa, u holda l uzunligi massa va T vaqt o'lchamlari erkli bo'ladi va ularning biri boshqasi orqali ifodalanmaydi. Bundan farqli ravishda

$E = \frac{mv^2}{2}$ munosabat asosiy miqdorlar o'lchamiga ko'ra $[E] - [m][\lambda]^2 [T]^2 = \Gamma \cdot cm^2 \cdot c^{-2}$ bilan aniqlanadi va u o'lchamlik formulasi deb aytiladi (bu yerda $v = \frac{dx}{dt}$ $[f]$ esa f formulaning o'lchamini ifodalaydi). Xuddi shunga o'xshash bu jarayonlar uchun ham o'lchamlilik formulasini o'rnatish mumkin.

Masalan, Nyutonning ikkinchi qonunini qaraylik, ya'ni $F = ma$, bu yerda m - massa a - tezlanish. $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ ni e'tiborga olgan holda kuch uchun ham quyidagi ko'rinishdagi o'lchamlik formulasini olamiz.

$$[F] = [m][L] \cdot [T]^{-2} \quad (3.3.1)$$

Xuddi shunday boshqa bir miqdorlar uchun o'lchamlilik formulasini keltiramiz:

$$\text{tezlik} - [v] = [L] \cdot [T]^{-1}$$

$$\text{tezlanish} - [a] = [L] \cdot [T]^{-2}$$

$$\text{ish} - [A] = [m] \cdot [L]^2 \cdot [T]^{-2} \quad (3.3.2)$$

$$\text{quvvati} - [N] = [m] \cdot [L]^2 \cdot [T]^{-2}$$

Endi o'quvchiga tushunarli bo'lishi uchun geometriya va mexanik o'xshashlik tushunchalari ustida to'xtalib o'tamiz.

Elementar geometriya kursidan malumki, ikkita uchburchakning mos burchaklari teng bo'lsa va mos tomonlarini uzunliklarini munosabati ham teng bo'lsa ular o'xshash deyiladi. Bu munosabat masshtab, ya'ni o'xshashlik koeffisienti sanaladi. Uchburchak uzunliklarini malum masshtabga qo'yib, o'xshash

uchburchakni, ya'ni aynan mazkur shakldagi boshqa o'lchamli uchburchakni hosil qilamiz.

Mexanik o'xshashlik geometrik o'xshashlikka nisbatan yanada yuqori bo'lgan o'xshashlikdir. Mexanik modelda geometrik o'xshashlik, albatta saqlanadi. Bu yerda modelning fizik parametrlari va natural ob'ektning o'xshashligi ham zarur. Masalan, model va ob'ektning masalalar, kuchlar, solishtirma bosimlarining ham o'xshashliklari saqlangan bo'lishi kerak. Lekin fizik parametrlarning o'xshashligi o'rganiladigan hodisa uchun muhim bo'lgan parametrlarga qo'llaniladi. Masalan, natural obektivning material ichki kuchlanishi tadqiq qilinayotgan obektga o'z ta'sirini o'tkazmaydi, shuning uchun ham model ixtiyoriy materialdan tayyorlanishi mumkin, chunki bu holda materialning tasnifi uchun o'xshashlik shart emas.

Geometrik va mexanik o'xshashlik model bilan natur ob'ektning o'zaro bir qiymatlik sharti deb ataladi, bunda ob'ektning o'ziga xosligi aniqlanadi, uni model bilan bitta sinfda, ob'ekt bilan hodisalar esa bitta guruhda aniqlanadi. Bu shuni anglatadiki, model ham, natur ob'ekt ham bir xil parametrlar, masalan, elastiklik, solishtirma bosim, zichlik va harorat bilan aniqlanadi.

Ikkita o'xshash ob'ekt va hodisaning (natur va model) mos aniqlovchilari bir – biriga faqat o'xshashlik koeffitsienti bilan yoki mos parametrlarini almashtirish ko'paytuvchisi bilan farq qiladi.

O'xshashlik kiritilsa, (3.3.2) o'lchamlar formulasidan olinishi mumkin. Bu ayniqsa o'rganilayotgan ob'ekt va hodisani tavsiflanuvchi bog'lovchi parametrlar tenglamalarini tadqiqotchi ololmagan holatga tegishli. Shunday qilib, o'lchamlilik formulasidan kuch uchun Nyutonning o'xshashlik kriteriyasini olish mumkin:

$$[P] = [M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2} \text{ yoki } \frac{[P] \cdot [T]^2}{[M] \cdot [L]} = 1, \text{ yoki } \frac{Pt^2}{mc} = idem, \quad (3.3.3)$$

Bu yerda idem (lat.) – xuddi shunday manoni beradi.

Umuman olganda, o'xshashlik va o'lchamlilik nazariyasi tadqiqotchiga modellashtirishdagi o'lchamsizlik komplekslarining va o'xshashlik kriteriyalarini topishda keng yo'l ochib beradi. Quyida eng ko'p tarqalgan shunday o'lchamsiz

komplekslarni keltiramiz. Ular o'z navbatida yangi o'lchamsiz komplekslarni mustaqil ravishda qo'llashi mumkin.

Ularning ko'pchiligi aniqlovchi tenglamalarning natijalari hisoblanadi:

$$\frac{vt}{l}; \frac{v}{\varphi l}; \frac{v^2}{jl}; \frac{Pt^2}{ml}; \text{va } \frac{Pl}{pl^3 v^2}. \quad (3.3.4)$$

Bu yerda φ^* - aylanishning burchak tezligi rad/s;

S - materialning zichligi, kg/m³.

Hisob – kitoblarni kiritishda o'lchamsiz komplekslardan foydalanib, ularni ko'paytirish va bo'lish orqali yangi har xil munosabatlarni olish mumkin.

O'xshashlik kriteriyasini aniqlashda yana bir usulni ko'rib chiqamiz. Faraz qilaylik, dinamik tezlik Nyutonning ikkinchi qonun bo'yicha ifodalanuvchi harakatini amalga oshirsin.

$$F_1 = m_1 \frac{dv_1}{dt_1} \text{ va } P_2 = m_2 \frac{dv_2}{dt_2}. \quad (3.3.5)$$

Barcha miqdorlar o'xshashlik fakti mavjudligidan kelib chiquvchi munosabatlar bilan bog'langan (3.3.4) tenglamaga tegishli:

$$F_1 = K_F F_2, \quad m_1 = k_m m_2, \quad v_1 = k_v v_2, \quad t_1 = k_t t_2.$$

Bu yerda k_F, k_m, k_v va k_t o'xshashlikning mos koeffisientlari, 1 indeks natur ob'ektga, 2- indeks esa modelga mos kelsin.

Olingan ifodalarni (3.3.5) ning (3.3.1)- tenglamasini ko'rib, quyidagi ifodani olamiz:

$$K_F F_2 = k_m m_2 \frac{k_v dv_2}{k_t dt_2}.$$

So'ngra sodda almashtirish natijasida, yani barcha o'xshashlik koeffisientlarini bu munosabatning chap tomonida guruhlab, quyidagi tenglamaga kelamiz:

$$\left[\frac{k_F k_t}{k_m k_v} \right] P_2 = m_2 \frac{dv_2}{dt_2} \quad (3.3.6)$$

(3.3.5) va (3.3.6) aynan bo'lishlari uchun kvadrat qavs ichidagi ifodalar teng bo'lishi lozim. Bu shartni quydagicha ham yozish mumkin:

$$\frac{F_{1t} t_n}{m_{1t} v_{1t}} = \frac{P_m t_m}{m_m v_m} = idem \quad (3.3.6')$$

Model va natur obekt uchun bir xil bo'ladigan o'lchamsiz (3.3.1) kompleks o'xshashlik kriteriyasi yoki o'xshashlik invarianti (o'zgarmaslik) deb ataladi va u (3.3.5) bilan to'la ustma – ust tushadi. Xususan, (3.3.1) munosabati Nyuton qonunining o'xshashligi deyiladi va N harfi bilan belgilanadi. U quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\frac{P_H t_H^2}{m_H l_H} = \frac{P_M t_M^2}{m_M l_M} = idlm.$$

O'xshashlik kriteriyasi N (3.3.4) dan ular o'lchamsizlikka keltirilib to'g'ridan-to'g'ri olinishi ham mumkin, ya'ni:

$$\frac{F}{m \frac{dv}{dt}} = 1$$

(dv/dt differensial v/t munosabat bilan almashtirgan holda).

O'xshashlik nazariyasida ob'ekt va model uchun o'xshashlik kriteriyasi va faqat bir xil sonli qiymatlarga ega bo'lishi balki ob'ekt va hodisalar parametrlarini tadqiq qilish uchun xarakterli ixtiyoriy o'lchamsiz munosabatlar (komplekslar) uchun ham isbotlangan.

Demak, yuqorida keltirilgan faktlarga asosan, invariantlik xossasiga ko'ra, quyidagini ta'kidlab o'tamiz: o'lchash birligi tizimi har-xil olinganda ham, hattoki ob'ektni tavsiflovchi miqdorlar orasidagi aloqalar ham o'zgarmaydi. Masalan, Su va SGS tizimlarida yuqorida qaralgan Nyuton qonuni $Fqma$ bir xil ko'rinishda yozilgan. Hodisa va jarayonlarning invariantligiga nisbatan o'lchash birligining o'zgarishi P – teoremda o'z aksini topgan, yani fizik o'lchamlarining tahlili P – teoremda asoslangan.

P – teorema. Faraz qilaylik, $a_1 a_2$ va a_u o'lchamlar orasida $u+1$ funksional aloqa berilgan:

$$a = F(a_1, a_2, a_k + 1, \dots, a_u) \quad (3.3.7)$$

$a_1 \dots a_k$ erkin o'lchamlar va mazkur aloqalar o'lchash birligi tizimini tanlashga bog'liq bo'lmasin (a miqdor topiladigan, qolganlari esa berilgan). U holda (3.3.1) aloqa quyidagi ko'rinishda ifoda etilishi mumkin:

$$\Pi = F\left(\underbrace{1, \dots, 1}_k, \underbrace{\Pi_1, \dots, \Pi_k}_{n-k}, \underbrace{\Pi_1, \dots, \Pi_k}_{n-k}\right), \quad (3.3.8)$$

yani $a_1, \dots, a_n$ o'lchamli miqdorlar $n+1$ ta o'lchamsiz kombinasiyasi ifoda etuvchi $\Pi_1, \Pi_{t m}, \Pi_{n-k}$ ta $n+1-k$ miqdorlar orasidagi munosabatlarni ifoda etadi.

miqdorlar $a, a_1, \dots, a_u$ lar quyidagi sodda munosabatlar bilan bog'langan:

$$\begin{aligned} a &= \Pi a_1^{m_1} a_2^{m_2} \dots a_k^{m_k} \\ a_{k+1} &= \Pi_1 a_1^{l_1} \dots a_k^{l_k} \\ a_u &= \Pi_{u-k} a_1^{u_1} \dots a_k^{u_k} \end{aligned} \quad (3.3.9)$$

Bu yerda $m_1, \dots, m_k; l_1, \dots, l_k; \dots; p_1, \dots, p_k$ daraja ko'rsatkichlari bo'lib ular $a, a_{k+1}, \dots, a_u$ o'lchamli bog'liq miqdorlar uchun mos o'lchamli formulalardagiga o'xshash. Masalan, quyidagi formula uchun:

$$[a] = [a_1]^{m_1} [a_2]^{m_2} \dots [a_k]^{m_k}$$

Isbot. Birinchi navbatda o'lchamli erkin miqdor $a_i (i=1, \bar{k})$ ni $a_i = \bar{a}_i d_i$ ko'rinishida ifodalab, (3.3.7) munosabatni o'lchamsizlashtiramiz. Ishlatilayotgan birlik tizimda $\bar{a}_i$ o'lchamsiz koeffisient a_i miqdorni sonli qiymati, d_i ko'paytuvchi esa o'zgarish masshtabi (o'nlab va yuzlab foizlar, yuz yoki minglab graduslar, million va milliard so'mlar va h.k) a_i ni o'lchamini ifodalaydi. $a, a_{k+1}, \dots, a_n$ o'lchovsiz ko'paytiruvchilar uchun sonli qiymatlar $\alpha_i, i=1, \dots, k$ macshtabli ko'paytiruvchilar yordamida quyidagicha hisoblanadi:

$$(3.3.7) \text{ munosabatni } \bar{a} = \frac{a}{\alpha_1^{m_1} \alpha_2^{m_2} \dots \alpha_k^{m_k}}, \quad \bar{a}_{k+1} = \frac{a_{k+1}}{\alpha_1^{l_1} \alpha_2^{l_2} \dots \alpha_k^{l_k}}, \quad \bar{a}_n = \frac{a_n}{\alpha_1^{p_1} \alpha_2^{p_2} \dots \alpha_k^{p_k}}$$

birlik o'lchovlariga bog'liq bo'lmagan $a, a_1, \dots, a_n$ kattaliklarining sonli qiymatlari o'rtasidagi bog'liqlik kabi izohlash mumkin.

Shu bois, ixtiyoriy $\alpha_i, i=1, \dots, k$ masshtab ko'paytiruvchilari uchun quyidagi munosabat o'rinni:

$$\bar{a} = F(\bar{a}, \bar{a}_1, \dots, \bar{a}_k, \bar{a}_{k+1}, \dots, \bar{a}_n),$$

yoki

$$\frac{a}{\alpha_1^{m_1} \alpha_2^{m_2} \dots \alpha_k^{m_k}} = F\left(\frac{a_1}{\alpha_1}, \frac{a_2}{\alpha_2}, \dots, \frac{a_k}{\alpha_k}, \frac{a_{k+1}}{\alpha_1^{l_1} \alpha_2^{l_2} \dots \alpha_k^{l_k}}, \dots, \frac{a_n}{\alpha_1^{p_1} \alpha_2^{p_2} \dots \alpha_k^{p_k}}\right)$$

Endi $\alpha_1 = a_1, \alpha_2 = a_2, \dots, \alpha_k = a_k$ ni qo'yamiz. Boshqacha aytganda, olingan birlik o'lchovli tizimdagi $\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_k$ kattaliklar ayniyatli birga teng bo'ladigan holatda masshtab ko'paytiruvchilarni tanlaymiz. Unda oxirgi munosabatdan (3.3.8) va (3.3.9) formulalar kelib chiqadi.

P-teoremasini qo'llashda ob'ektni tavsiflovchi kattaliklar soni kamayadi va dastlabki a kattaligini ($a_{k+1}, \dots, a_n$ kattaliklar ham) $\Pi, \Pi_1, \dots, \Pi_{n-k}$ va $\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_k$ lar orqali ifodalash usulini beradi. U (3.3.7) funksional bog'liqlikning konkret ko'rinishiga "befarq" bo'ladi va faqat F funksiyaning moslanuvchanligini talab qiladi.

Xususiyl holda, agar $n=k$ bo'lsa, unda (3.3.8) dan $\Pi = \text{const}$ va $a = \text{const} = a_1^{m_1} a_2^{m_2} \dots a_k^{m_k}$ kelib chiqadi. YA'ni yechim uchun berilgan parametrlar orqali oddiy ifoda olinadi (a ning aniq qiymatini bilish uchun doimiyini aniqlash kerak bo'ladi). Masalan bizga ma'lum T mayatnikning kichik tebranish davri uning boshlang'ich og'ishi va tezligiga bog'liq bo'lmaydi, faqat l uzunligi, m massasi va erkin tushish tezlanishi g yordamida aniqlanadi. $T = T(l, m, g)$ funksional bog'liqligi to'rtta o'lchov birligi kattaliklarida tashkil etiladi. Ularning uchtasi mustaqil o'lchamlarga ega. Bularning o'lchov birliklari sifatida T, l va m olinsa, unda g o'lchov birligi uchun $[g] = [l][T]^{-2}$ yoki $[T] = [l]^{1/2}[g]^{-1/2}$ olamiz. Bu yerda $T = \text{const} \sqrt{l/g}$.

Mazkur formula o'lchamsiz ko'paytiruvchilargacha bo'lgan aniqlikdagi mayatnikning tebranish tenglamasidan olingan yechimga mos keladi (uning davri m ga bog'liq bo'lmasligi aniqlanadi).

Ob'ektni tavsiflovchi o'lchamsiz parametrlar o'lchov birliklarni variatsiyalashda o'zgarmaydi va shu bois P teoremda qatnashmaydi.

O'lchovsizlantirish (masshtablash) prosedurasi matematik modellarni o'rganishda har doim foydali, shu bois ob'ekt haqida dastlabki zaruriy ma'lumotni berish mumkin. Masalan, masalani masshtablash natijasida ma'lum bo'ldiki, ya'ni uning yechimi to'rtta emas, faqat bitta parametr yordamida aniqlanadi.

P teorema yordamida $\Pi_1, \dots, \Pi_{n-k}$ o'lchovsiz kattaliklarini olamiz. O'zining masshtabi bo'yicha har xil, lekin kelib chiqish mohiyati bo'yicha bir xil va jarayonlar berilgan $\Pi_1, \dots, \Pi_{n-k}$ parametrlar majmuasi bo'yicha o'zlarini bir xil sifatli bo'lishi ma'nosida ularni o'xshashlik parametrlari (kriteriyasi) deb atash mumkin.

O'lchov birliklar tizimiga nisbatan modellarning invariantligi ularning simmetriyasining ko'proq umumiy xususiyatlarini hususiy holati. Xususan, eng yaxshi ishlab chiqilgan va modellar o'xshashligidan foydalangan holda keng qo'llaniladigan yondoshuv differensial tenglamalarni tadqiqot qilishda invariant guruhlash usuli deb atalmish usulga asoslangan.

Haqiqatan ham, ko'pgina hodisalarning matematik modelining tarkibiy qismini ifodalovchi ko'pchilik differensial tenglamalar bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchilar va dastlabki funksiyalar kiruvchi bir qancha almashtirishlarda o'zgarmas (invariant) bo'lib qoladi.

Masalan issiqlik o'tkazish tenglamasi quyidagicha bo'lsin:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\chi \cdot \text{grad} T) \quad (3.3.10)$$

$t' = t + t_0$ vaqt siljishida invariant bo'ladi, agar s va χ funksiyalar P' ga va $P' = P + P_0$ koordinata siljishiga bog'liq bo'lmasa. Ayrim hollarda $c = c_0$, $\chi = \chi_0 T^\sigma$ bo'ladi, ya'ni issiqlik o'tkazuvchanlik koefitsientining darajali bog'liqligida "siqish-cho'zish" almashtirishlari haroratga $t' = \alpha t$, $P' = \beta P$, $T' = \gamma T$ (α, β, γ -sonlari qandaydir aloqada bog'langan bo'lishi kerak) bo'lganda o'zining ko'rinishini o'zgartirmaydi. Ko'rish osonki, ya'ni ideal politron gaz uchun gazli dinamikaning massa koordinatalarida yozilgan quyidagi bir o'lchovli tenglamasi analogik xususiyatlarga ega bo'ladi:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{\partial v}{\partial m}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial m}, \quad \frac{\partial}{\partial t} (p \rho^{-\varepsilon}) = 0. \quad (3.3.11)$$

Bu yoki boshqa ko`rinishdagi invariantlik ko`pchilik qurilgan modellarning borligini bilish qiyin emas.

Yuqorida ko`rsatilgan fikrlashlar ko`rsatadiki, matematik modelni o`lchamlilik shartiga ko`ra qarama - qarshi emaslik talabi bo`yicha tekshirish va o`lchamligini tahlil qilish muhim ahamiyatga ega. Bularning barchasi o`zgaruvchilar sonini minimumga keltirishga imkon beradi va modellarni tuzishda qo`pol xatolarga yo`l qo`ymaydi.

Tenglamalarni *P*-teorema o`lchamsiz shaklda yozish maqsadga muvofiq. Bu esa o`z navbatida modelni tekshirishni osonlashtiradi va uni natijasini universalligini ta`minlaydi. Shu bilan birga masalani yechish bilan bog`liq bo`lgan o`lchamsiz kattaliklar va parametrlarni aniqlashtirib olishga yordam beradi.

Yana shuni ta`kidlash mumkinki, matematik modellarni o`lchamliligini va qarama-qarshiligini (adekvatlik) tahlil qilishdan tashqari ularni guruhli almashtirishlarga nisbatan jarayonlarni umumiy simmetrik xossasi va invariantlikka nisbatan ham tekshirish lozim.

Matematik modelni o`lchamliligi, adekvatliligi va invariantlik qonunlariga bo`ysunishi tekshirib bo`lingandan so`ng, uni yechishga o`tish mumkin. Shuning uchun modelni realizasiya qilishdagi usullarini tanlash to`g`risida fikr yuritamiz.

Model shakllantirib bo`lingandan so`ng, uning aniq yechimini topishga xarakat qilib ko`rish lozim. Bu holda aniq yechish imkoni bo`lishi bo`lmasligi ham mumkin.

Bu yerda aniq yechim tushunchasi har xil tushuniladi. Ba`zida, agar masala kvadraturalarga keltirilmagan bo`lsa, uning aniq yechimi deb qabul qilinadi. Integrallar xos bo`lishi, ularni umuman aniq integrallab bo`lmasligi mumkin. Bu holda, albatta, integrallarning qiymati taqribiy ravishda sonli usullar yordamida hisoblanadi. Nima uchun agar masala oddiy differensial tenglamalar tizimiga keltirish bo`lsa, uning aniq yechimi bor deyiladi. Chunki, oddiy differensial tenglamalarni sifat jihatdan tahlil qilish mumkin. Ikkinchidan, Koshi masalasini

yechish uchun ko'plab dasturiy komplekslar mavjud va ular hozirgi zamon kompyuterlarining amaliy dasturiy ta'minotini tashkil etadi.

Yana bir muhim narsa ustida to'xtalib o'tish foydali. Matematik modelni realizasiya qilish usulini tanlashda uning geometrik konfiguratsiyasiga, masala o'lchamiga, chiziqli va chiziqsizligini ta'minlovchi universal usullarini tanlash lozim. Hozirda universal usullarga to'r usuli, variatsion usullar, chekli elementlar usuli kabi va h.k. usullar kiradi. Har bir qo'llanilayotgan mazkur taqribiy usullarning kamchiliklari va ustunliklari mavjud. Bu kamchilik va ustunliklarning yaqinlashish tezligi kompyuterning tezkor xotiralariga va h.k. larga bog'liq. Albatta, masalani yechish algoritmlarini tanlashda ushbu omillarni hisobga olish lozim.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Model qurilgandan so'ng qaysi bosqichga o'tiladi?*
2. *Simmetriyalik xossasini qo'lashga tipik misol keltiring.*
3. *Erkin (asosiy) o'lchamli miqdorlar tushunchasini izohlang?*
4. *O'lchamli erkin miqdorlar tushunchasini izohlang?*
5. *Mexanik o'xshashlik deganda nimani tushunasiz?*
6. *O'xshashlik kriteriyasini aniqlash usuliga misol keltiring*
7. *Ob'ektni tavsiflovchi o'lchamsiz parametrlar o'lchov birliklarni variatsiyalashda o'zgaradimi?*
8. *Matematik modelni realizasiya qilish usullariga misollar keltiring.*

3.4-§. Ob`ekt va model adekvatligi



O`quv modullari

Izomorfizm va gomomorfizm, adekvatlik, qiymatli moslik.

Izomorfizm va gomomorfizm. Ob`ektning tadqiq qilishda modelni tadqiq qilish va kiritilish natijalarini ob`ektga o`tkazishning zaruriy sharti - bu model bilan ob`ektning adekvatligi talabidir. Adekvatlik mazkur tadqiqot maqsadlari uchun muhim ob`ektning barcha xossalari yetarlicha to`la bo`lgan modellar qayta tiklashdan iborat. Ta`kidlash joizki, hech qachon barcha parametrlar bo`yicha originalga mos keluvchi absolyut adekvatlik to`g`risida gapirish mumkin emas. Demak, o`xshashlik darajasini baholash faqat originaldan farq bahosiga tayangan holatda bo`lishi mumkin. Farqlanish bahosi tabiiy ravishda katta qiyinchiliklar bilan birlashgan, chunki, odatda uning barcha haqiqiy yaxlitligi bilan ob`ektning solishtirish uchun qo`llash imkoniyati yo`q.

Adekvatlik tushunchasi juda ham keng bo`lib, izomorfizm va gomomorfizm tushunchasi bo`lgan qat`iy matematik munosabatlarga asoslangan. Umumiy holda model bilan tadqiq etiladigan ob`ektli izomorfligini ta`minlash nafaqat qiyin bajariladigan ish, balki ortiqcha hol. Chunki modelning murakkabligi shunchalik qiyin bo`lishi mumkinki, bunda yechilayotgan masalani soddalashtirishga hech qanday imkoniyat bo`lmasligi mumkin. Gomomorfizm izomorfizm kabi modeldagi tadqiqot ob`ektining barcha xossalari va munosabatlari saqlanishini ko`zda tutadi. Lekin, bu yerda o`zaro bir qiymatlilik mosligi talabi modelni ob`ektga bir qiymatli moslik talabi bilan almashtiriladi va bunda model bilan ob`ektning modelga mosligi bir qiymatli emas.

Izomorf model nazariy jihatda ob`ekt original xos bo`lgan barcha xususiyatlarni o`z ichiga oladi. Izomorf modelni qurishga intilish bu o`zaro bir qiymatli moslikni o`rnatadigan almashtirishni topishdan iborat.

Misol. Faraz qilaylik, $S(S_1)$ va $S(S_2)$ tizimlar ikkilik differensial tenglamalar bilan aniqlangan bo`lsin:

$$S(S_1) = \begin{cases} \frac{dx}{dy} = x + y \\ \frac{dy}{dx} = x - y \end{cases}, \quad (3.4.1)$$

$$S(S_2) = \begin{cases} \frac{du}{dx} = -u + v \\ \frac{dv}{dx} = -x + v \end{cases} \quad (3.4.2)$$

Bir tizimdan ikkinchisiga o'tkazishning qoidasini ko'rsatish kerakki, bunda tizimlar izomorf bo'lsin. Boshqacha aytganda (3.4.1) va (3.4.2) tizimlar orasida o'zaro bir qiymatli moslikni o'rnatadigan shunday R almashtirishni topish zarur.

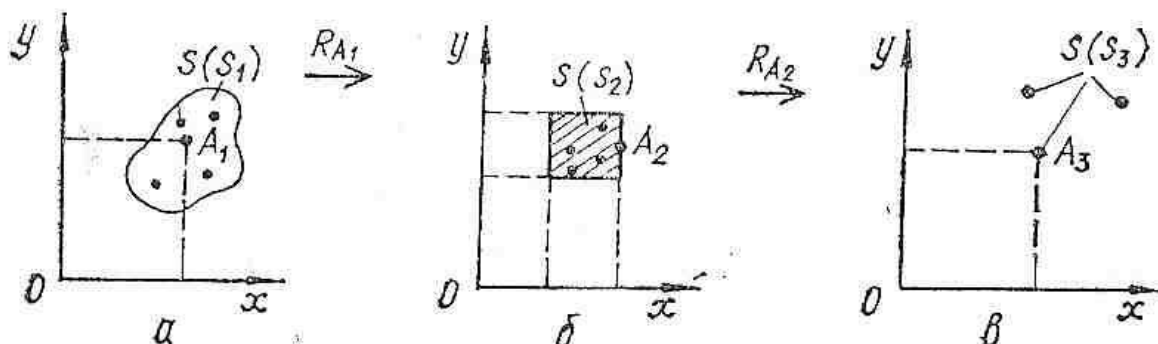
Ravshanki, bunday almashtirishlar

$$R: \begin{cases} u \Rightarrow y \\ v \Rightarrow x \end{cases}$$

bo'ladi. Bu almashtirishlar bitta tizimni ikkinchisiga izomorfizm aniqligida almashtiradi.

Gomomorfizm ikkita o'xshash ob'ektlar orasidagi shunday aloqa shaklini aniqlaydiki, bunda faqat bir tomonli almashtirish yo'li bilan dastlabki ob'ektni soddaroq bo'lgan tizimga keltirishga imkon beradi va u dastlabki ob'ektga gomomorf bo'ladi. Bu dastlabki tizimning gomomorf nusxasi deyiladi. 3.4.1-rasmda ushbu tushunchani grafik illyustratsiyasi keltirilgan. Bu yerda $S(S_1)$ - tekislikdagi nuqtalar tizimi (sohasi) (3.4.1 (a)-rasm), $S(S_2)$ - to'g'ri to'rtburchaklar (3.4.1 (b)-rasm), $S(S_3)$ - alohida nuqtalar (3.4.1.(v)-rasm). R_A almashtirish $S(S_1)$ tizimdagi A_1 nuqta bilan $S(S_2)$ tizimdagi berilgan to'g'ri to'rtburchakdagi A_2 nuqta bilan moslikni o'rnatadi. Bu yerda $S(S_2)$ tizim $S(S_1)$ dagi nuqtalarga mos keluvchi nuqtalar to'plamidan tashkil topgan. $S(S_2)$ da to'g'ri to'rtburchakga mos keluvchi A_3 nuqtani R_{A_2} almashtirish yordamida hosil qilamiz. Shunday qilib, $S(S_3)$ tizim $S(S_1)$ tizimning soddalashtirilgan gomomorf nusxasi. $S(S_3)$ tizimdagi har bir nuqta $S(S_1)$ tizimdagi nuqtalar to'plamiga mos keladi. YA'ni $S(S_3)$ nuqta $S(S_1)$ ga nisbatan kattaroq "vazn"ga ega bo'ladi. $S(S_3)$ dan $S(S_1)$ ga o'tkazuvchi teskari R^1 almashtirish

mumkin emas. Shuning uchun ham $S(S_3)$ tizim $S(S_1)$ tizimga gomomorf aniqlikkacha aniqlik bilan o'xshash.



3.4.1-rasm. Gomomorf nusxasi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. Izomorfizm nima?
2. Gomomorfizm nima?
3. Adekvatlik tushunchasini izohlang

3.5-§. Eng sodda matematik modellarga misollar



O'quv modullari

Tanlab olingan nuqtalar usuli, eng kichik kvadratlar usuli, parametr, ko'p parametr, o'rta qiymatlar usuli, usullar xatoligi..

3.5.1. Bitta parametrغا bog'liq bo'lgan bog'lanishlar uchun tanlab olingan nuqtalar usuli. Ilmiy texnika va iqtisodiy jarayonlarni tahlil qilishda, bu jarayonlarni ifodalovchi qonuniyatlarni aniqlash, ularga ta'sir etuvchi asosiy faktorlar (omillar) hamda natijaviy faktor bilan ta'sir etuvchi faktor orasidagi bog'lanishlarni aniqlash ehtiyoji tug'iladi. ($i=1, n$)

Faraz qilaylik, bizga x_i vaqtda olingan y_i natijalar ma'lum bo'lsin.

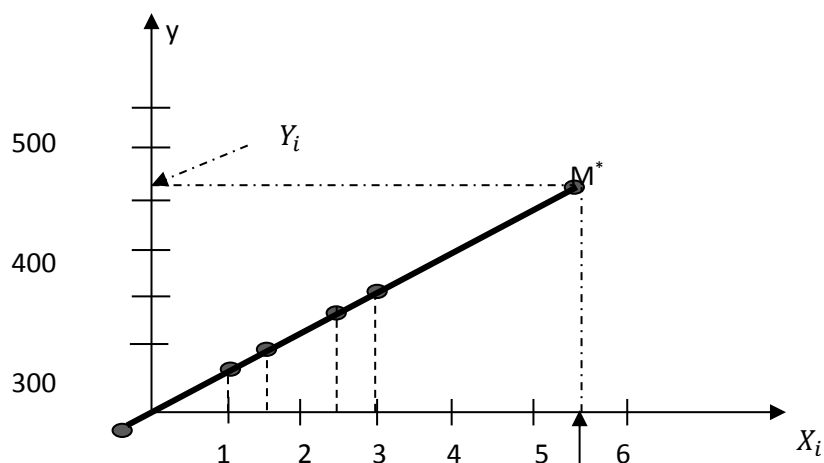
x_i	x_1	x_2	$\dots$	x_n
y_i	y_1	y_2	$\dots$	y_n

Ular orasidagi $y=f(x)$ bogʻlanishni topish talab etiladi. Buning uchun tanlab olingan nuqtalar usulidan foydalanamiz. Berilgan maʼlumotlarni sonlar oʻqida tasvirlab olamiz. Nuqtalarni joylashishiga qarab, toʻgʻri chiziqli yoki egri chiziqli oʻtkazamiz. Soʻngra shu chiziqlardan bitta ixtiyoriy nuqta olamiz va uni koordinatalarini aniqlaymiz. Bu nuqtalar chiziqli tenglamasini qanoatlantiradi. Shu tenglamadan nomaʼlum parametr hisoblanadi.

Misol. Faraz qilaylik, biror ishlab chiqarish fabrikasida 6 soatlik ish kunida ishlab chiqarilgan mahsulotlar haqida quyidagi maʼlumotlar berilgan boʻlsin.

<i>Ish vaqti (x_i)</i>	0	1	1.5	2.5	3	4.5	5	6
<i>Mahsulot miqdori (y_i)</i>	0	67	101	168	202	301	334	401

Berilganlarni sonlar oʻqida tasvirlab olamiz.



Soʻngra nuqtalar oʻrtasidan oʻtadigan qilib toʻgʻri chiziqli oʻtkazamiz. Grafikadan koʻrinadiki, u koordinata boshidan oʻtuvchi toʻgʻri chiziqli oilasini tenglamasidan iborat ekan. Yaʼni,

$$Y = a \cdot x \quad (3.5.1.1)$$

Endigi vazifa a ni qiymatini topish. Buning uchun to'g'ri chiziqdan ixtiyoriy $M_1^* (x_1^*, y_1^*)$ nuqtani tanlab olamiz, bizning misolimizda $x_1^*=5,6$ va $y_1^*=375$ ga teng bo'lyapti. $M_1^* (5,6; 375)$ to'g'ri chiziqda yotganligi uchun uning (3.5.1.1) ni qanoatlantiradi.

$$Y_i^* = ax_i^*, \quad 375 = a5.6$$

$$a = \frac{375}{5.6} \approx 66.96 \quad a \approx 66.96$$

Demak, $y_i^{t.o.n.} = 66,96 \cdot x_i$ ko'rinishda ekan bog'lanish, xatoliklarni aniqlaymiz.

$X_0=0$,	$Y_0^{ton}=0.$	$\varepsilon_0 = y_0 - y_0^{ton} = 0$
$x_1=1$	$Y_1^{ton}=66,96$	$E_1 = 67 - 66.96 = 0.04$
$x_2=1.5$	$Y_2^{ton}=100,44$	$E_2 = 101 - 100.44 = 0.56$
$x_3=2.3$	$Y_3^{ton}=167,4$	$E_3 = 168 - 167.4 = 0.6$
$x_4=3$	$Y_4^{ton}=200,88$	$E_4 = 202 - 200.88 = 1.12$
$x_5=1$	$Y_5^{ton}=301,32$	$E_5 = 301 - 301.32 = 0.32$
$x_6=5.5$	$Y_6^{ton}=334,8$	$E_6 = 334.8 - 334.8 = 0.8$
$x_7=6$	$Y_7^{ton}=401,76$	$E_7 = 404 - 401.76 = 2.24$

3.5.2. Bitta parametrga bog'lik bo'lgan bog'lanish uchun o'rta qiymatlar usuli. Bog'lanish qonuniyati aniqlangandan so'ng unda qatnashayotgan parametрни quyidagi shartdan foydalanib topamiz. Albatta biz o'tkazgan chizig'imiz berilgan nuqtalarning ayrimlarini pastidan o'tadi. O'sha nuqta to'g'ri chiziq orasidagi masofa biz yo'l qo'ygan xatolikni bildiradi. O'rta qiymatlar usulida xatoliklar yig'indisi *min* bo'lishi talab etiladi.

$$\sum_{i=0}^7 E_i = \sum_{i=0}^7 (y_i - y_i^{y.k.y}) \Rightarrow \min \quad (3.5.2.1)$$

bu yerda y_i -berilgan qiymatlar. (3.5.2.1) dan $\sum_{i=0}^7 (y_i - ax_i) = 0$ bo'lsin

U holda
$$\sum_{i=0}^7 E_i = \sum_{i=0}^7 (y_i - ax_i) = 0$$

$$a = \frac{\sum_{i=0}^7 y_i}{\sum_{i=0}^7 x_i} \quad (3.5.2.2)$$

(3.5.2.2) da a ni hisoblaymiz

$$a = \frac{y_0 + y_1 + \dots + y_7}{x_0 + x_1 + \dots + x_7} = \frac{67 + 101 + 168 + 202 + 301 + 334 + 404}{1 + 1.5 + 2.5 + 3 + 4.5 + 5 + 6} = \frac{1577}{23.5} = 67.11$$

$a=67,11$ ekan.

Demak, $y_i^{y,k,y} = 67,11$ (3.5.2.3)

Endi, $y_i^{y,k,y}$ ni qiymatini hisoblaymiz.

$x_0 = 0$	$y_0^{y,k,y} = 0$	$E_0 = 0$
$x_1 = 1$	$y_1^{y,k,y} = 67.11$	$E_1 = 67 - 67.11 = 0.11$
$x_2 = 1.5$	$y_2^{y,k,y} = 100.66$	$E_2 = 101 - 100.66 = 0.33$
$x_3 = 2.3$	$y_3^{y,k,y} = 167.78$	$E_3 = 168 - 167.78 = 0.22$
$x_4 = 3$	$y_4^{y,k,y} = 201.33$	$E_4 = 202 - 201.33 = 0.67$
$x_5 = 4$	$y_5^{y,k,y} = 301.99$	$E_5 = 301 - 301.99 = 0.99$
$x_6 = 5.5$	$y_6^{y,k,y} = 335.55$	$E_6 = 334 - 335.55 = 1.55$
$x_7 = 6$	$y_7^{y,k,y} = 402.84$	$E_7 = 404 - 402.84 = 1.16$

3.5.3. Bitta parametrga bog'liq bo'lgan bog'lanish uchun eng kichik kvadratlar usuli. Bu usulda a parametrlarning qiymatini

$$\sum_{i=0}^7 E_i^2 \Rightarrow \min$$

shartidan foydalanib topamiz. Ya'ni

$$\sum_{i=1}^7 E_i^2 = \sum_{i=0}^7 (y_i - ax_i)^2 \Rightarrow \min$$

quyidagicha funksiya kiritamiz.

$$F(a, x) = \sum_{i=0}^7 (y_i - ax_i)^2 \quad (3.5.3.1)$$

(3.5.3.1) ni minimal qiymatlarini topish, undan a parametr bo'yicha xususiy hosila olamiz.

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 2 \sum_{i=0}^7 (y_i - ax_i) \cdot (-x_i)$$

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 0$$

deb olamiz. U holda $2 \sum_{i=0}^7 (y_i - ax_i) \cdot (-x_i) = 0$

Tenglamani soddalashtirib a ni topamiz.

$$a = \frac{\sum_{i=0}^7 x_i y_i}{\sum_{i=0}^7 x_i^2} = \frac{x_0 y_0 + x_1 y_1 + \dots + x_7 y_7}{x_0^2 + x_1^2 + \dots + x_7^2} =$$

$$\frac{1 \cdot 67 + 1,5 \cdot 101 + 2,5 \cdot 168 + 3 \cdot 202 + 4,5 \cdot 301 + 5 \cdot 334 + 6 \cdot 404}{1^2 + 1,5^2 + 2,5^2 + 3^2 + 4,5^2 + 5^2 + 6^2} = \frac{6693}{99,75} = 67,10$$

Demak, y_i e. k. $k=67,10$ x_i

Xatoliklarni hisoblaymiz.

$x_0=0$	$y_0^{\text{e.k.k}}=0$	$E_0=0$
$x_1=1$	$y_1^{\text{e.k.k}}=67,10$	$E_1 = 67 - 67,10 = 0,1$
$x_2=1,5$	$y_2^{\text{e.k.k}}=100,65$	$E_2 = 101 - 100,65 = 0,35$
$x_3=2,5$	$y_3^{\text{e.k.k}}=167,75$	$E_3 = 168 - 167,75 = 0,25$

$$x_4=3 \quad y_4^{e.k.k.}=201,3 \quad E_4 = |202 - 201,3| = 0,7$$

$$x_5=4,5 \quad y_5^{e.k.k.}=301,95 \quad E_5 = |301 - 301,95| = 0,95$$

$$x_6=5 \quad y_6^{e.k.k.}=335,5 \quad E_6 = |334 - 335,5| = 1,5$$

$$x_7=6 \quad y_7^{e.k.k.}=402,6 \quad E_7 = |404 - 402,6| = 1,4$$

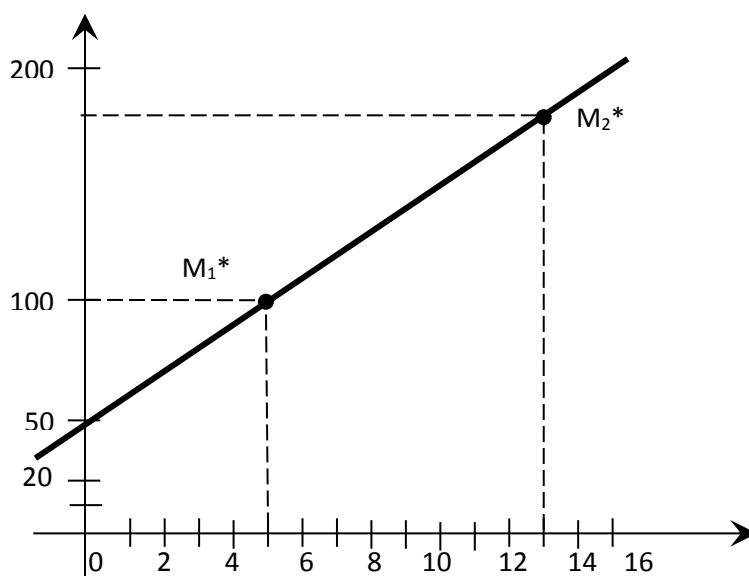
3.5.4. Ko'p o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan bog'lanishlar uchun tanlab olingan nuqtalar usuli.

Masala. 1976-1990 yillarda tuman aholisini soni haqida quyidagicha ma'lumot berilgan.

Yillar	1976	1978	1980	1982	1984	1986	1988	1990
Axoli soni	50000	68500	92500	110000	132500	152000	175000	195000

Berilgan ma'lumotlar orasidagi bog'lanishni analitik ko'rinishini topish talab qilinadi.

1-bosqich. Berilgan ma'lumotlarni koordinatalar o'qida tasvirlab olamiz. Absissa o'qiga yillarni, ordinata o'qiga aholi sonini joylashtiramiz, masshtab kiritamiz:



$X_0=0$ deb 1976 yilni olamiz va x.k. grafikdan ko`rinadiki, bog`lanish

$$Y = ax + b \quad (3.5.4.1)$$

Ko`rinishga mos kelar ekan.

2-bosqish. endi (3.5.4.1) formuladagi a va b koeffisientlarni qiymatlarini topamiz.

To`g`ri chiziqdan $M_1^*(x_1^*, y_1^*)$ va $M_2^*(x_2^*, y_2^*)$ ikkita nuqtani tanlaymiz va ularni koordinatalarini aniqlaymiz.

$$X_1^* = 5; y_1^* = 100 \cdot 10^3$$

$$X_2^* = 13; y_2^* = 180 \cdot 10^3$$

Nuqtalari to`g`ri chiziqda yotganligi uchun, ularni koordinatalari (3.5.4.1) ni qanoatlantiradi, ya`ni

$$\begin{cases} 5a + b = 100 \cdot 10^3 \\ 13a + b = 180 \cdot 10^3 \end{cases} \quad (3.5.4.2)$$

(3.5.4.2) sistemani Kramer usuli bilan yechamiz.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 13 & 1 \end{vmatrix} = 5 - 13 = -8$$

$$\Delta a = \begin{vmatrix} 100 \cdot 10^3 & 1 \\ 180 \cdot 10^3 & 1 \end{vmatrix} = 100000 - 180000 = -80000$$

$$\Delta b = \begin{vmatrix} 5 & 100000 \\ 13 & 180000 \end{vmatrix} = 900000 - 1300000 = -400000$$

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta} = \frac{-80000}{-8} = 10000$$

$$b = \frac{\Delta b}{\Delta} = \frac{-400000}{-8} = 50000$$

Demak, tanlab olingan nuqtalar usuli bo'yicha bog'lanish.

$$Y_i^{T.O.H} = 10000x_i + 50000 \quad (3.5.4.3)$$

ko'rinishda ekan.

3.5.5. Ko'p parametrga bog'liq bog'lanishlar uchun o'rta qiymatlar usuli.

Bu usulga ko'ra a va b larni berilgan nuqtalardagi xatoliklar yig'indisi nolga teng bo'lsin degan shartdan topamiz. Bizni formulamizda 2 ta koeffisient qatnashganligi uchun berilgan y_i qiymatlarini ikki guruhga bo'lib, yig'ib chiqamiz, ya'ni

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=0}^k (y_i^I - (ax_i^I + b)) \\ \sum_{i=k+1}^n (y_i^{II} - (ax_i^{II} + b)) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.5.5.1)$$

quyidagi jadvalni tuzamiz

X_i	$\sum X_i$	Y_i	$\sum Y_i$
0	20	50000	453500
2		68000	
4		92500	
6		110000	
8		132500	
10	36	152000	522000
12		175000	
14		195000	

Jadvaldagi qiymatlarni (3.5.5.1) ga qo'yamiz.

$$\left. \begin{array}{l} 453500 - 20a - 5b = 0 \\ 522000 - 36a - 3b = 0 \end{array} \right\} \text{ yoki } \left. \begin{array}{l} 4a + b = 90700 \\ 36a + 3b = 522000 \end{array} \right\} \quad (3.5.5.2)$$

(3.5.5.2) sistemani Kramer usuli bilan yechamiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 36 & 3 \end{vmatrix} = 12 - 36 = -24$$

$$\Delta a = \begin{vmatrix} 90700 & 1 \\ 522000 & 3 \end{vmatrix} = 272100 - 522000 = -249900$$

$$\Delta b = \begin{vmatrix} 4 & 90700 \\ 36 & 522000 \end{vmatrix} = 2088000 - 3265200 = -1177200$$

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta} = \frac{-249900}{-24} = 10412.5$$

$$a = 10412.5$$

$$b = \frac{\Delta b}{\Delta} = \frac{-1177200}{-24} = 49050$$

$$b = 49050$$

demak, o`rta qiymatlar usuli bo`yicha bog`lanish:

$$Y_i^{y.k.y} = 10412.5x_i + 49050 \quad (3.5.5.3) \quad \text{ko`rinishida ekan.}$$

3.5.6. Ko`p o`zgaruvchiga bog`liq bo`lgan bog`lanishlar uchun eng kichik kvadratlar usuli.

Bu usulga ko`ra  $a$  va  $b$  parametrlar berilgan nuqtalardagi xatoliklar kvadratlarining yig`indisi min bo`lsin degan shartdan topiladi, ya`ni

$$\sum_{i=0}^{14} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=0}^{14} (Y_i - ax_i - b)^2 \rightarrow \min \quad (i = 0, 2, 4, \dots, 14)$$

quyidagi oshkormas funksiyani kiritamiz.

$$F(a,b) = \sum_{i=0}^{14} (Y_i - ax_i - b)^2 \quad (3.5.6.1)$$

(3.5.6.1) funksiyani min ni topamiz. Buning uchun (3.5.6.1) dan a va b bo'yicha xususiy hosilalar olib, ularni nolga tenglaymiz.

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 2 \sum_{i=0}^{14} (Y_i - ax_i - b)(-x_i)$$

$$\frac{\partial F}{\partial b} = 2 \sum_{i=0}^{14} (Y_i - ax_i - b)(-1)$$

$\frac{\partial F}{\partial a} = 0$ va $\frac{\partial F}{\partial b} = 0$ deb tenglamalarni har ikki tomonini 2 ga bo'lib, qavslarni ochib tenglamalarni soddalashtirsak, quyidagi

$$\begin{cases} a \sum_{i=0}^{14} x_i^2 + b \sum_{i=0}^{14} x_i = \sum_{i=0}^{14} x_i y_i \\ a \sum_{i=0}^{14} x_i + 15b = \sum_{i=0}^{14} y_i \end{cases} \quad (3.5.6.2)$$

(3.5.6.2) sistemada qatnashgan yig'indilarni hisoblaymiz:

$$\sum_{i=0}^{14} x_i = x_0 + x_2 + x_4 + x_6 + x_8 + x_{10} + x_{12} + x_{14} = 0 + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 = 56$$

$$\sum_{i=0}^{14} x_i^2 = 4 + 16 + 36 + 64 + 100 + 144 + 196 = 560$$

$$\sum_{i=0}^{14} y_i = 975500$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{14} x_i y_i &= 2 \cdot 65800 + 4 \cdot 92500 + 6 \cdot 110000 + 8 \cdot 132500 + 10 \cdot 152000 + 12 \cdot 175000 + \\ &+ 14 \cdot 195000 = 137000 + 370000 + 660000 + 106000 + 152000 + 210000 + 273000 = 857700 \end{aligned}$$

Hisoblangan qiymatlarni (3.5.6.2) ga qo'yamiz:

$$\left. \begin{array}{l} 560a + 56b = 8577000 \\ 56a + 8b = 975500 \end{array} \right\} \quad (3.5.6.3)$$

(3.5.6.3) sistemani Kramer usuli bilan yechamiz.

$$\left. \begin{array}{l} a = 10408 \\ b = 49083 \end{array} \right\}$$

ekanligini topamiz. Demak, eng kichik kvadratlar usuli bo'yicha bog'lanish

$$Y_i^{e.e.k.} = 10408x_i + 49083 \quad (3.5.6.4)$$

ko'rinishda ekan.

(3.5.4.3), (3.5.5.3) va (3.5.6.4) formulalardan foydalanib, quyidagi jadvalni tuzamiz.

x_i	y_i	$y_i^{t.o.n}$	$y_i^{u.k.u}$	$Y_i^{e.k.k}$	$\varepsilon_i^{m.o.H}$	$\varepsilon_i^{u.k.u.}$	$\varepsilon_i^{e.k.k.}$
0	50000	50000	49050	49083	0	950	917
2	68500	70000	69876	69899	1500	1376	1376
4	92500	90000	90702	90715	2500	1785	1785
6	110000	110000	111528	111531	0	528	531
8	132500	130000	132354	132347	2500	146	153
10	152000	150000	153180	153163	2000	1180	1163
12	175000	170000	174006	173979	5000	994	1021
14	195000	190000	194832	194795	5000	168	205
Jami:					18500	5342	7144

Usullar xatoligini baholash. Usullar xatoligi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \frac{|y_i - \tilde{y}_i|}{y_i} \cdot 100 \quad (3.5.6.5)$$

bu yerda: h - berilgan jadval nuqtalar soni;

y_i - berilgan jadval qiymatlari;

$\tilde{y}_i$ - hisoblab topilgan formula yordamida hisoblangan qiymatlar.

(3.5.6.5) formuladan tanlab olingan nuqtalar usuli xatoligi

$$\delta^{m.o.H.} = \frac{1}{8} \cdot 0,135 \cdot 100 = 1.7\%$$

$$\delta^{y.K.y.} = \frac{1}{8} \cdot 0,08 \cdot 100 = 1\%$$

$$\delta^{\mathfrak{y}.K.K} = \frac{1}{8} \cdot 0,08 \cdot 100 = 1\%$$

Demak, yuqoridagi hisoblashlardan ko`rinib turibdiki, berilgan ma`lumotlar o`rta qiymatlar usuli bilan topilgan  $y_i = 10413$   $x_i = 49050$  qonuniyatga bo`ysinar ekan.

1992 yil uchun kutilayotgan natija $y_{1992} = 10413 \cdot 49050 = 215658$ kishidan iborat bo`lar ekan.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. Bitta parametrغا bog`liq bo`lgan bog`lanishlar uchun tanlab olingan nuqtalar usuli mohiyatini ochib bering
2. Bitta parametrغا bog`liq bo`lgan bog`lanish uchun eng kichik kvadratlar usulini tushuntiring
3. Bitta parametrغا bog`lik bo`lgan bog`lanish uchun o`rta qiymatlar usulini tushuntiring
4. Ko`p o`zgaruvchiga bog`liq bo`lgan bog`lanishlar uchun tanlab olingan nuqtalar usulini misollar bilan tushuntiring

5. *Ko'p parametrغا bog'liq bog'lanishlar uchun o'rta qiymatlar usuli mohiyatini ochib bering*
6. *Ko'p o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan bog'lanishlar uchun eng kichik kvadratlar usuli mohiyatini ochib bering*
7. *Usullar xatoligi baholash qanday amalga oshiriladi?*

3.6-§. Iqtisodiy jarayonlarning matematik modellari



O'quv modullari

Talab tanlovi modeli, firma modeli, Leontev modeli, iqtisodiy o'sish modeli, chiziqli dasturlash, chiziqsiz dasturlash, butun sonli dasturlash, dinamik dasturlash, determinallashtirish, stoxastik va noaniq elementli modellar, imitatsion model, determinallashtirish model, kompyuterda modellashtirish.

Har xil iqtisodiy – matematik modellarni yaratish, ularni o'rganish, tahlil qilish va xulosalar chiqarish, modelni ifodalovchi real iqtisodiy borliq ustida izlanishlar olib borish, tajribalar o'tkazish, tahlil va xulosa chiqarish ko'p hollarda juda qimmatga tushsa, ayrim hollarda mumkin ham bo'lmay qoladi. Hayot tajribasi shuni ko'rsatadiki, iqtisodiyotda, avvaldan uning modeli ustida tahlil va xulosalar chiqarmasdan, to'g'ridan-to'g'ri iqtisodiyotning o'zida shunday tajribalar o'tkazish yutqizish va salbiy holatlarga olib kelishi mumkin.

Iqtisodiy ob'ektlarning matematik modellari - uni tenglamalar, tengsizliklar, mantiqiy bog'lanishlar, grafik, graf va hokozolar yordamida tasvirlashdir. Bu tasvir tarkibiga o'rganilayotgan narsaning tashkil etuvchi elementlari orasidagi bog'lanishlar, modelda shu elementlarga mos keluvchi elementlar orasidagi bog'lanishlar ham kirishi lozim bo'ladi. Bu degan so'z, model qaralayotgan iqtisodiy ob'ektning shartli bir tasviri ekanligini bildiradi. Modelni o'rganish, ob'ekt

to'g'risida yangi ma'lumotlarni olish va turli holatlarda ularga mos keluvchi eng yaxshi (optimal) yechimlar topishga imkon beradi.

Turli iqtisodiy voqealikalarni o'rganish uchun, iqtisodchilar, soddalashtirilgan, formallashtirilgan iqtisodiy modellardan foydalanadilar. Iqtisodiy modellarga misol sifatida talab tanlovi modeli, firma modeli, Leontev modeli, iqtisodiy o'sish modeli, tovar moliya bozorlaridagi muvozanat holatining modeli va boshqalarni keltirish mumkin. Model tuzishda modellashtirilayotgan ob'ektdagi jarayonlarni belgilovchi muhim omillar olinib, muhim bo'lmaganlari model tarkibiga kiritilmaydi.

Iqtisodiy modellar, qaralayotgan iqtisodiy ob'ekt faoliyatidagi muhim o'rin tutadigan tarkibiy qismlarni aniqlashga va ular asosida shu ob'ektning kelajakdagi faoliyatidagi o'zgarishlarning, ayrim parametrlarning o'zgarishiga bog'lik ravishda bashorat qilish imkonini ham beradi. Modelda parametrlar orasidagi bog'liqliklar miqdoriy jihatdan baholash mumkin bo'lgani uchun, bashoratni yetarlicha aniqlikda va ishonch darajasida bajarish mumkin bo'ladi.

Har bir iqtisodiy ob'ekt uchun, kelgusidagi ahvolni bashorat qilish, mana shu ob'ekt uchun avvalo, eng yaxshi natijalarga erishish, har xil salbiy holatlarni chetlab o'tishga xizmat qilishi kerak bo'ladi. Xususan, davlat miqyosidagi iqtisodiy siyosat ham ana shunday bashoratlar asosida olib boriladi.

Har qanday iqtisodiy model ma'lum ma'noda ideallashtirilgan, shuning uchun ham ular to'liq bo'la olmaydi. Bu modellarni qurishda modellashtirilayotgan iqtisodiy ob'ekt faoliyatida o'rin egallagan omillardan, mohiyatan eng muhimlari ajratilib qolganlari esa e'tiborga olinmaydi.

Iqtisodiyotda foydalaniladigan matematik model elementlarini turlariga qarab quyidagi sinflarga ajratish mumkin:

- **Chiziqli dasturlash.** Bunda bog'lanishlar chiziqli, izlanayotgan o'zgaruvchilar uzluksiz va boshlang'ich ma'lumotlar aniq qiymatlarda bo'ladi.
- **Chiziqsiz dasturlash.** Bunda bog'lanishlar chiziqsiz, izlanayotgan o'zgaruvchilar uzluksiz yoki butun sonli bo'lib, boshlang'ich ma'lumotlar ham aniq qiymatlarda bo'ladi.

- **Butun sonli dasturlash.** Bunda bog'lanishlar chiziqli, izlanayotgan o'zgaruvchilar butun sonli va boshlang'ich ma'lumotlar aniq qiymatlar bo'ladi.
- **Dinamik dasturlash.** Bunda bog'lanishlar chiziqli yoki chiziqsiz bo'lib, ko'proq vaqtga bog'liq masalalar qaraladi va hakoza.

Noaniq omillarni hisobga olgan holda matematik modellarni determinallashgan, stoxastik va noaniq elementli modellarga ajratish mumkin.

Stoxastik modellarda noaniq omillar tasodifiy miqdorlar bo'lib, ular uchun taqsimot funksiyasi va turli statistik xarakteristikalar (matematik kutilma, dispersiya, o'rtacha kvadratik chetlashish va h.k) ma'lum. Stoxastik modellar ichidan quyidagilarni ajratib ko'rsatish mumkin:

Stoxastik dasturlash modellari. Bunda yoki maqsad funksiyasi yoki chegaraviy shartlarda tasodifiy miqdorlar qatnashadi.

Tasodifiy jarayonlar nazariyasi modellari. Vaqtning har soniyasi holatlari tasodifiy miqdorlardan iborat bo'ladigan jarayonlar o'rganiladi.

Ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi modellari. Bunda xizmat ko'rsatish talablarini aniqlashning ko'pkanalli tizimlari o'rganiladi. Shuningdek, stoxastik modellarga foydalilik nazariyasi, qidiruv va qaror qabul qilish modellarini kiritish mumkin.

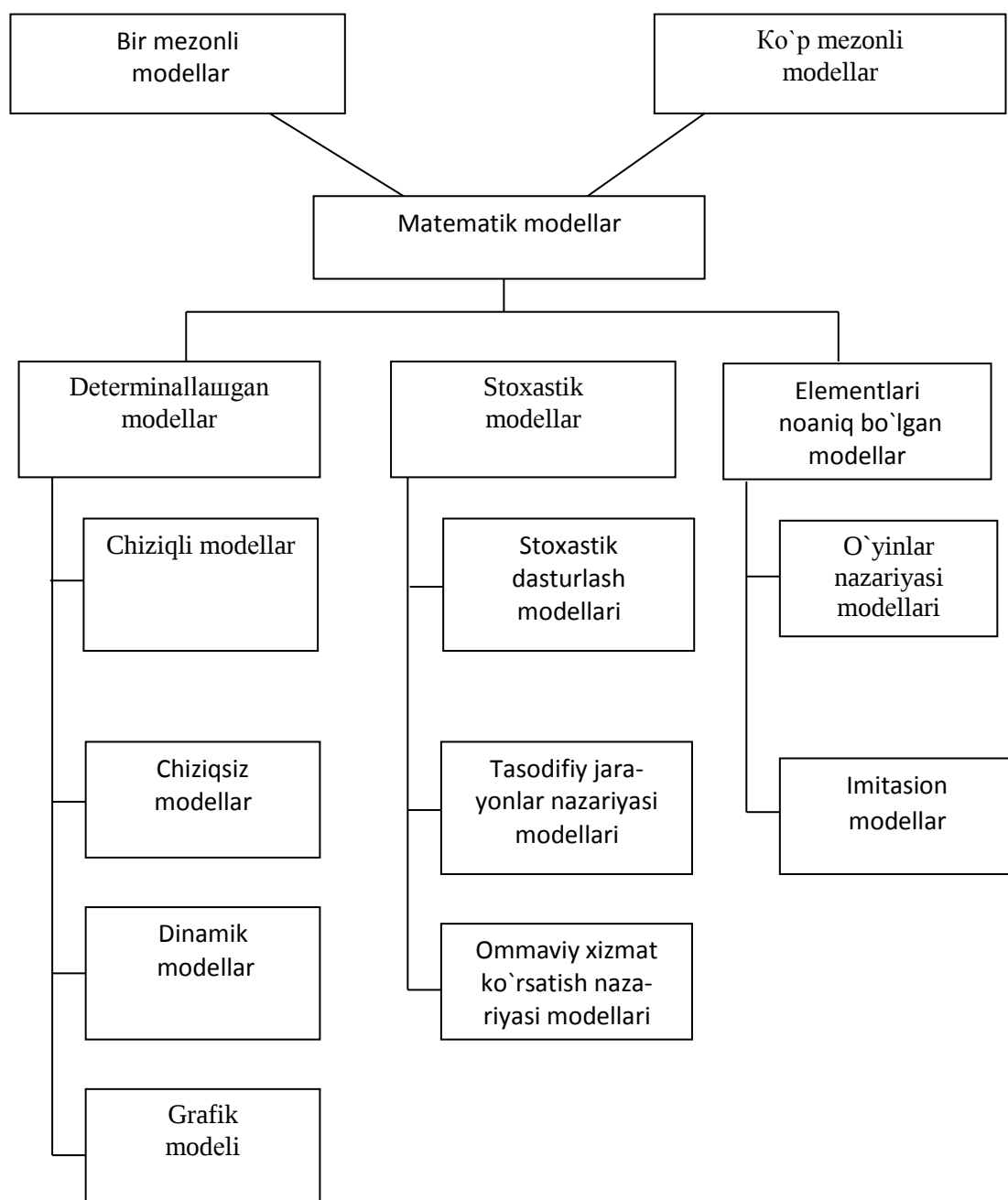
Statistik ma'lumotlarni yig'ish imkoniyati bo'lmaganligi va omillar qiymatlari aniqlanmaganligi uchun omillarga bog'liq bo'lgan holatlarni modellashtirishda *noaniq elementli modellar* qo'llaniladi.

O'yinlar nazariyasi modelida masala har xil maqsadli va bir necha o'yinchilar qatnashuvchi o'yin ko'rinishida ifodalanadi.

Imitatsion model - matematik model asosida kompyuterda hisoblash tajribalarini o'tkazib real ob'ekt, jarayon yoki tizim holatini taqlid (imitasiya) qilishdir. Imitatsion model yordamida ob'ekt, jarayon yoki tizimga tasodifiy ta'sir reaksiyasini hisoblash imkoniyati mavjud.

Determinallashgan modellarda noaniq omillar hisobga olinmaydi. Bu modellar uncha murakkab bo'lmaganligi sababli ko'pgina amaliy masalalar, shu jumladan, iqtisodiy masalalar shu modellarda ifodalanadi. Cheklanishlar va maqsad

funksiyasi ko`rinishiga qarab determinallashgan modellar *chiziqli*, *chiziqsiz*, *dinamik* va *grafiklarga* bo`linadi.



3.6.1-rasm. Matematik modellar

Chiziqli modellarda cheklanishlar va maqsad funksiyasi boshqaruvchi o`zgaruvchilar bo'yicha chiziqli bo'ladi. Matematik modellashtirishda chiziqli modellarni qurish va ularni hisoblash yaxshi rivojlangan.

Chiziqsiz model – bu shunday modelki, unda boshqarish oʻzgaruvchilari boʻyicha maqsad funksiyasi yoki cheklanishlar chiziqsiz boʻladi. Chiziqsiz modellar uchun yagona hisoblash usuli mavjud emas. Bunda usullar chiziqsiz funksiyalar koʻrinishi va bogʻlanishiga qarab farqlanadi.

Dinamik modellarning chiziqli va chiziqsiz statistik modellardan farqi shundaki, modelda vaqt omili hisobga olinadi. Dinamik modellarda optimallik mezoni eng umumiy koʻrinishda boʻlib, uning uchun aniq maʼlum xossalar bajariladi. Dinamik modellarni hisoblash jarayoni juda murakkab, unda har bir aniq masala uchun maxsus yechish algoritmlarini ishlab chiqish zarur boʻladi.

Grafik modellar masalalarni grafik tuzilma koʻrinishida tasvirlash uchun qoʻllaniladi.

Iqtisodiyotda chiziqli dasturlash. Chiziqli dasturlash matematik dasturlashning asosiy qismlaridan biri boʻlib, koʻp oʻzgaruvchi funksiyalarning ekstremumlarini topishni oʻrganadi va iqtisodiy-matematik modellarni tekshirishda matematik apparat hisoblanadi.

Matematik model qoʻyidagicha talqin qilinadi: tenglamalar yoki tengsizliklar tizimini qanoatlantiruvchi oʻzgaruvchilarning shunday manfiy boʻlmagan qiymatlarini topish talab qilinadiki, bunda oʻzgaruvchilarning chiziqli funksiyasi boʻlgan miqdor (maqsad funksiyasi) eng katta (eng kichik) qiymatga ega boʻlsin.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j &\leq b_i, \quad (i = \overline{1, m}) \\ x_j &\geq 0 \quad (j = \overline{1, n}) \\ Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j &\rightarrow \max(\min) \end{aligned} \quad (3.6.1)$$

(3.6.1) - formulaning birinchisi iqtisodiy maʼnoda izlanayotgan miqdorlarga qoʻyiladigan cheklanishlarni ifodalaydi. Ular resurslar miqdori, maʼlum talablarni qondirish zarurati, texnologiya sharoiti va boshqa iqtisodiy hamda texnikaviy omillardan kelib chiqadi. Ikkinchi shart - oʻzgaruvchilarning, yani izlanayotgan miqdorlarning manfiy boʻlmaslik sharti hisoblanadi. Uchinchisi, maqsad funksiyasi deyilib, izlanayotgan miqdorning biror bogʻlanishini ifodalaydi (ishlab chiqarish

mahsulotlarini sotishdan keladigan foyda, ma'lum miqdordagi ishni bajarishga sarf bo'lgan xarajat va h.k.).

Noma'lumlarning son qiymatlari to'plami masalaning rejasi deyiladi.

Cheklanishlar tizimini qanoatlantiruvchi har qanday reja (echim) mumkin bo'lgan reja (echim) deyiladi.

Maqsad funksiyasiga maksimal (yoki minimal) qiymat beruvchi mumkin bo'lgan reja (echim) masalaning optimal rejasi (echimi) deyiladi.

Maqsad funksiyasining cheklanishlarini qanoatlantiradigan maksimum yoki minimumini topishning (3.6.1) - masalasi ko'rinishi standart chiziqli dasturlash masalasi deyiladi.

Tengsizliklar tizimi ko'rinishida berilgan cheklanish shartlarini qo'shimcha o'zgaruvchilar, ya'ni x_{n+i} kiritib tenglamalar tizimini quyidagicha yozish mumkin:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + x_{n+i} = b_i, \quad (i = \overline{1, m})$$

$$x_j \geq 0, \quad x_{n+i} \geq 0 \quad (j = \overline{1, n})$$

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max(\min)$$

U holda bu, kanonik ko'rinishda berilgan chiziqli dasturlash masalasi deyiladi.

Transport masalasi. Yuklarni jo'natish punktlaridan qabul qilish punktlariga tashib berishning optimal rejasini topish masalasiga transport masalasi deyiladi va u quyidagicha ta'riflanadi:

Aytaylik, $A_1, A_2, \dots, A_m$ punktlarida ularga mos $a_1, a_2, \dots, a_m$ miqdordagi bir jinsli yuklar joylashgan bo'lsin. Bu $A_1, A_2, \dots, A_m$ ga jo'natish punktlari deymiz. Bu yuklarni n -ta $V_1, V_2, \dots, V_n$ punktlari qabul qilishi kerak va ularning talablari mos ravishda $b_1, b_2, \dots, b_n$ bo'lsin. Har bir x_{ij} - birlikdagi yukni i -chi jo'natish punktidan j -chi qabul qilish punktiga olib borish narxi (xarajati) - c_{ij} malum deylik. Bu yuklarni tashish rejasini shunday tuzishimiz kerakki, talabgor punktlar maksimal qoniqish olsun va hamma yuklarni olib borish uchun ketgan harajatlar yig'indisi minimal bo'lsin.

Transport masalasini shartli ravishda jadval ko'rinishda beramiz. Jadvalda quyidagilar ko'rsatiladi: qabul qilish punktlari, jo'natish punktlari, yuk zahiralar,

yukka boʻlgan ehtiyoj va har bir i -chi joʻnatish punktidan j -chi qabul qilish punktiga yuboriladigan yuk birliklarining narxi (yani tarif matrisasi) beriladi.

3.6.1-jadval

Joʻnatish punktlari	Qabul qilish punktlari				Yuk zahiralar
	B ₁	B ₂		B _n	
A ₁	S ₁₁ X ₁₁	C ₁₂ X ₁₂		C _{1n} X _{1n}	a ₁
A ₂	S ₂₁ X ₂₁	C ₂₂ X ₂₂		C _{2n} X _{2n}	a ₂
...					...
A _m	S _{m1} X _{m1}	C _{m2} X _{m2}		C _{mn} X _{mn}	a _n
YUkga boʻlgan extiyoj	b₁	b₂		b_n	Σa_i=Σb_j

Bu yerda $C=\{c_{ij}\}$ matrisasi taʼrif matrisasi yoki transport harajatlari deyiladi. $X=\{x_{ij}\}$ matrisa esa - transport masalasining rejasi deyiladi. Bu yerda x_{ij} - i -chi punktdan j -chi punktga yetkaziladigan yuklar hajmi (soni).

Tashish rejasi bilan bogʻliq ketgan xarajatlarning umumiy yigʻindisi quyidagi maqsad funksiyasi orqali ifodalanadi:

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \dots + c_{2n}x_{2n} + \dots + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \dots + c_{mn}x_{mn}$$

bu yerda x_{ij} - oʻzgaruvchilar yuk zahirasi, yukka boʻlgan ehtiyoj va manfiy boʻlmaslik shartlarini (chegaralanishlarni) bajargan boʻlishi kerak.

Yuqoridagilarni hisobga olgan holda transport masalasining matematik modelini quyidagicha yozish mumkin:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad (i = \overline{1, m})$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad (j = \overline{1, n})$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i = \overline{1, m}) \quad (j = \overline{1, n})$$

$$Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

Transport masalasining matematik jihatdan qo'yilishi quyidagicha talqin qilinadi: chegaraviy tizimlar, manfiy bo'lmashlik sharti va maqsad funksiyasi berilgan deylik. Talab qilinadiki, tizimning yechimlar to'plamidan shunday manfiy bo'lmagan yechimlarini (rejasini) topish kerakki, bunda maqsad funksiyasi minimal qiymatga erishsin.

Transport masalasi ikki turga bo'linadi: ochiq va yopiq:

Agar yuk zapaslari yig'indisi talab qilingan yuklar yig'indisiga teng bo'lsa, ya'ni

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

masala yopiq turdagi masala bo'ladi.

Agar yuk zahiralar yig'indisi talab qilingan yuklar yig'indisiga teng bo'lmasa, ya'ni:

$$\sum_{i=1}^m a_i \neq \sum_{j=1}^n b_j,$$

u ochiq turdagi masala sanaladi.

Kompyuterda modellashtirish va uning mohiyati. Ma'lumotlar omborini loyihalash va yaratishdan oldin shu ma'lumotlar omboriga joylashtiriladigan axborotlarning umumiy tuzilishi haqida tasavvurga ega bo'lish lozim. Ma'lumotlar omboridan kerakli savollarga javob olish va ma'lumotlarga turli o'zgartirishlar kiritish uchun ham uning umumiy tuzilishini bilish maqsadga muvofiq. Chunki, ma'lumotlar omborida qanday ma'lumotlar borligini bilsangizgina, ularga mos

savollarni qo`ya olasiz. Bir axborotni turli xil vositalar orqali va turli shakllarda ifodalash mumkin.

Axborotlarni ifodalovchi vositalar majmuini *ma`lumotlar modeli* deb ataladi.

Albatta, turli odamlar tashqi dunyoni turlicha talqin qiladilar va ular haqida turlicha bilimga ega bo`ladi. Shuning uchun ham haqiqiy dunyo va undagi hodisalarni anglashda turlicha modellardan foydalaniladi. Modellash tirish yoki modellashning rasmiy muammolarini o`rganadigan va tadqiq etadigan yaxlit nazariya mavjud. Hozirgi kunda kompyuterda modellash tirish texnologiyasi mavjud bo`lib, uning maqsadi atrofimizni o`rab turgan tabiat, unda ro`y beradigan hodisa, voqealarni va jamiyatdagi o`zgarishlarni anglash, tushunib yetish jarayonini zamonaviy usullar vositasida tezlashtirishdir. Kompyuterda modellash tirish texnologiyasini o`zlashtirish kompyuter tizimlarini (vositachi qurilma sifatida) yaxshi bilishni va unda modellash texnologiyalarini ishlata olishni talab qiladi. Kompyuterda dasturlash tillaridan foydalanish matematik modellash tirish usulida jiddiy burilish yasadi. XX asr oxirlarida yaratilgan yuqori quvvatli **Pentium** prosessorli kompyuterlarda o`rganilayotgan jarayonlar modellarning turli xil ko`rinishlarini (grafik, diagramma, animasiya, multiplikasiya va h.k.) kompyuter ekranida hosil qilish mumkin. Ekrandagi modelni (masalan, rasm eskizini) turli xil darajada (tekislik, fazo bo`yicha) harakatga keltirish imkoniyatlari mavjud. Ekrandagi hosil qilingan modelni kompyuter xotirasida fayl ko`rinishida saqlash va undan bir necha marta foydalanish mumkin. Umuman olganda, kompyuterli modellash tirishning metodologiyasida quyidagi yo`nalishlarni ajratish mumkin:

1. *Geometrik yo`nalishdagi* tajribalarni tashkillashtirish koordinatalar tekisligida amalga oshiriladi. Kompyuter geometrik ob`ektlarning xossalarni o`rganish va matematik farazlarni tekshirishda modellarni ko`rish va ularni tadqiq etish vositasi sifatida ishlatiladi.

2. *Ikkinchi yo`nalish* turli xil xarakatlarni modellash tirish bilan bogg`liq. Kompyuter modellari orqali turli xil xarakatli masalalarni yechish mumkin. Bu ro`y beradigan jarayonlarning mohiyatini chuqurroq va kengroq his qilishga, olingan

natijalarni haqiqiy baholash va kompyuterda modellashtirish imkoniyatlari haqidagi tasavvurlarning kengayishiga olib keladi.

3. *Uchinchi yo`nalish* - kompyuter ekranida funksiya grafiklarini modellashtirish - kasbiy kompyuter tizimlarida keng qo`llaniladi.

Masalan, *Logo* dasturi funksiya grafiklari, tenglama va tenglamalar tizimini yechish va ularning natijalarini olish imkoniyatlarini beradi. Eng muhimi shundaki, kompyuterda modellashtirish texnologiyasidan foydalanish haqiqiy voqe`likni anglashda, bilish jarayonini amalga oshirishda yangi bosqich rolini o`ynaydi.

Ma`lumotlar modellari shakli qanday bo`lishidan qat`iy nazar quyidagi talablarni bajarishi kerak:

1. **Soddalik.** Ma`lumotlar modeli kam sondagi bog`lanishli tuzilish turlariga ega bo`lishi lozim.
2. **Yaqqollik.** Ma`lumotlar modeli vizual (ko`zga ko`rinadigan, tasvirlanadigan) bo`lishi kerak.
3. **Qismlarga bo`linishi.** Ma`lumotlar modeli ma`lumotlar omborida oddiy o`rin almashtirish imkoniyatiga ega bo`lishi lozim.
4. **O`rin almashtirish.** Ma`lumotlar modeli o`ziga o`xshash modellar bilan almashtirilish imkoniyatiga ega bo`lishi kerak.
5. **Erkinlik.** Ma`lumotlar modeli aniq bo`lakchalarnigina o`z ichiga olmasligi lozim.

Yuqorida ko`rsatilgan talablar ham yaratiladigan modellarning idealligini ta`minlay olmaydi. Chunki, modellashtirishda haqiqiy ob`ektning ba`zi bir muhim xususiyatlarigina ishtirok etadi xolos.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Iqtisodda foydalaniladigan matematik model elementlarini turlariga qarab qanday sinflarga ajratish mumkin?*
2. *Noaniq omillarni hisobga olgan holda matematik modellarni qanday modellarga ajratish mumkin?*

3. *Imitatsion model nima?*
4. *Chiziqli model nima?*
5. *Chiziqsiz model nima?*
6. *Dinamik modellarning chiziqli va chiziqsiz statistik modellardan farqi nima?*
7. *Transport masalasi necha turga bo`linadi?*
8. *Ma`lumotlar modeli deb nimaga aytiladi?*
9. *Kompyuterli modellashtirishning metodologiyasida qanday yo`nalishlarni ajratish mumkin ?*
10. *Ma`lumotlar modellari shakli qanday bo`lishidan qat`iy nazar qanday talablarni bajarishi kerak?*

3.7-§.Kompyuterli modellashtirishda matematik tizimlar



O`quv modullari

Hisoblash tajribasi, dasturlar paketi, amaliy dasturlar paketi, motivasiya, kompyuterda modellashtirish.

Ma`lumki, har qanday amaliy masala o`zining qandaydir ko`rinishdagi matematik modeliga ega. Uni yechish masalasi esa, mutaxassis tomonidan hal etiladi va quyidagi vazifalar ketma-ketligida amalga oshiriladi:

1. Masalaning berilgan va qiymatlari qidirilayotgan miqdorlari, tekshirilayotgan ob`ekt, jarayonning kechishini xarakterlaydigan parametrlar majmuasi aniqlanadi.
2. Fizik, mexanik, kimyoviy va boshqa qonuniyatlardan foydalanib parametrlar orasida munosabatlar o`rnatiladi, ya`ni matematik model tuziladi.
3. Matematik modelni yechish uchun biror hisoblash usuli tanlanadi va ishchi algoritm ishlab chiqiladi.
4. Biror algoritmik tilda masalani yechish uchun dastur ta`minoti loyihalalanadi yoki biror matematik dasturda hisoblash jarayoni tashkil etiladi.

5. Yaratilgan dasturni kompyuter xotirasiga kiritib, xatolar tuzatiladi, tajriba eksperimentini o'tkaziladi va shundan so'ng, masalaning asosiy boshlang'ich ma'lumotlari kiritilib, natijalar olinadi. Natijalar tahlil qilinib, zarur bo'lsa, dasturga, algoritmgaga tuzatishlar kiritiladi.

Bu ko'rsatilgan vazifalar **masalani yechish bosqichlari** yoki **hisoblash tajribasi** deb ataladi. Sanab o'tilgan bosqichlarning har birini hal qilishda mutaxassis oldida o'ziga xos qiyinchiliklar paydo bo'ladi. Mutaxassis nafaqat masalaning modelini tuzishni, uni yechish usulini tanlashni va algoritm ishlab chiqishni bilishi, balki biror zamonaviy dasturlash tilida mukammal dasturlar yarata olishi yoki biror matematik dasturiy vositalar yordamida qo'yilgan masalani yecha olishi ham kerak. Oxirgi yillarda sanab o'tilgan murakkab vazifalarni hal qilishga mo'ljallangan izlanishlar tobora izchil olib borilmoqda. Ma'lum bir sinf masalalarini yechishga bag'ishlangan dasturiy vositalar, amaliy dasturlar paketlari yaratila boshlandi. Eng yaxshi dasturlar paketi odatda o'z muhitidan «chiqmas»dan barcha zaruriy ishlarni yoki ishlarning salmoqli qismini bajarish imkoniyatini beradi. Dasturlar paketi e'tiborni masalaning asosiy tomoniga qaratib, klassik matematika texnikasi, hisoblash usullari injiqliklariga, dasturlash, operasion tizimlar buyruqlarining sirlariga e'tibor bermaslik imkoniyatlarini beradi.

«**Dasturlar paketi**» tushunchasi foydalanuvchi nuqtai-nazaridan qaraganda bir maqsadga yo'naltirilgan bir nechta dasturlar to'plamini anglatadi. Paketga asosan qo'yilgan masalaning alohida xususiyatlarini o'zida saqlovchi va samarali yechimni olishga mo'ljallangan dasturlar kiritiladi. Amaliy dasturlar paketini ishlab chiqish va undan foydalanishning bir nechta tomonlari mavjud. Asosan quyidagi ko'rsatkichlar paketdan foydalanishda muhim rol o'ynaydi:

- ma'lumotlarni kiritish va paketni ishlatishning qulayligi, masalani qo'yishning tabiiyligi va soddaligi, matematika tiliga yaqinligi;

- agar zarur bo'lsa dasturga yoki algoritmgaga to'ldirishlar va o'zgarishlar kiritish imkoniyatining mavjudligi;

- ma'lumotlarning tushunarli va mazmunliligi.

Har bir dasturni yoki dasturlar paketini yaratish qandaydir imkoniyatlarning mavjudligi, qandaydir imkoniyatlarning esa mavjud emasligidan kelib chiqqan holda qat'iy aniqlangan texnologiyaga asoslanadi. Biz ham o'zimizning dasturiy mahsulotlarimizni yaratishni o'zimizga xos texnologiya asosida amalga oshirishimiz mumkin.

Amaliy dasturlar paketining yuqoridagi imkoniyatlarini tahlil etib, dars jarayonida ulardan foydalanishning samarali jihatlarini quyidagicha tavsiflash mumkin:

1. Talaba dasturlash tillarining yuqori imkoniyatlaridan foydalanish malakasiga ega bo'ladi;
2. Amaliy dasturlar paketidan foydalanganda qo'yilgan amaliy masalaning barcha yechimlarini tahlil qilish va masalani yechishning samarali usulini tanlash imkoniyati paydo bo'ladi;
3. Mavzu talabalar tomonidan tizimli va mantiqiy bog'langan holda o'zlashtiriladi.
4. Amaliy dasturlar paketi dasturlar kutubxonasi sifatida keyingi ilmiy-tadqiqotlar uchun zaruriy dasturiy ta'minot zahirasi vazifasini o'taydi;
5. Paketni kerakli to'ldirish va o'zgartirish imkoniyatining mavjudligi talabaning kelgusidagi bilish faoliyatini aniq maqsadlar sari yo'naltiradi;
6. Talabada o'z bilimiga va amaliy masalalarni yechish qobiliyatiga bo'lgan ishonchi ortib, unda yangi ijodiy izlanishlar uchun motivasiya paydo bo'ladi.

Shunday qilib, har qanday masalani yechish uchun muayyan dasturlar paketidan foydalaniladi. Hozirgi davrda kelib, turli xil amaliy masalalarni yechish uchun foydalanuvchilarga mo'ljallangan, dastur tuzishni bilishi unchalik zarur bo'lmaganlar uchun tayyor, o'rganish unchalik qiyin bo'lmagan, ilmiy dasturlar kutubxonasi, elektron qo'llanmalar va eng muhimi, standartlashtirilgan, ommaviy hisoblashlarni bajaradigan qator matematik amaliy dasturlar paketlari yaratildi.

Hozirgi paytda quyidagi matematik dasturiy tizimlar keng tarqalgan:

-MathCad, MatLab (firma Math Soft);

- Maple (firma Waterloo Maple Software, Kanada);
- Mathematica (firma Wolfram Research);
- Scientific Work Place (SWP) (firma Waterloo Maple Software, Kanada).

Bu dasturiy tizimlar turli xil imkoniyatlarga ega.

Quyida matematik dasturiy tizimlarning eng soddasi va foydalanishga qulayi hisoblangan MathCAD dasturiy ta`minoti haqida qisqacha to`xtab o`tamiz.

MathCAD xilma-xil matematik masalalarni yechish uchun mo`ljallangan integrallashgan muhitdir. MathCad quyidagi funksional komponentlardan iborat:

- yaxshi o`ylangan, koordinasiyalashgan menyular tizimi, kontekst menyu;
- qurollar paneli majmuasi;
- matn muharriri;
- formulalar tahrirlagichi;
- grafik tahrirlagich, jumladan uch o`lchovli grafiklar yaratish imkoniyatini beradi;
- hisoblash tizimi, bu tizim sonli va simvolli hisoblashlar imkoniyatini beradi;
- shablonlar majmuasi, ular yordamida formulalar, indekslar, integral, hosila, matrisa, determinant va hokazo belgilarni qulay kiritish mumkin;
- matematik ifodalarni to`g`ri yozilishini nazorat qiluvchi va noto`g`riligi haqida, uni tuzatish haqida ko`rsatma beruvchi yordam tizimi;
- natijalarni chiqarish tizimi;
- alfavitli, indeksli yordam tizimi.

MathCad menyusi ierarxik tuzilishga ega: bosh menyu (gorizontal menyu) gorizontal menyu punktlariga bog`langan osiluvchi vertikal menyu va uning qo`shimcha menyulari, qalqib chiquvchi menyu, kontekst menyu.

MathCAD dasturiy tizimi Math Soft Inc. firmasi tomonidan kompakt disklarda chiqariladi. Uni standart usullar bilan o`rnatiladi. MathCad dasturi o`rnatilgach, Windows OSning bosh menyusida qayd etiladi. *Fayl, pravka, vid,*

vstavka, format, okno, pomoh menyulari har qanday Windows dasturlarining menyulari uchun standart vazifalarni bajaradi.

MathCad dasturida murakkab sikl operatorlarini ham bajarish mumkin.

Bunda murakkab siklni tashkil etish uchun ichma-ich joylashgan sikllarni tashkil etish algoritmi ishlab chiqiladi. sikl parametrlari chegaraviy qiymatlari na`munadagi kabi olinadi.

. **1-Masala.** $L(0 \leq x \leq L)$ uzunlikdagi sterjenda **issiqlikning tarqalishini** aniqlang, sterjendagi boshlang`ich temperatura ixtiyoriy $\varphi(x)$ funksiya bilan berilgan. Sterjen uchlaridagi temperaturalar $u(0, t) = u_1 = const$ va $u(L, t) = u_2 = const$ ga teng.

Sterjenda temperaturaning tarqalishini ifodalovchi boshlang`ich chegaraviy masala quyidagi ko`rinishda bo`ladi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a^2 = \frac{\lambda}{c\rho}, \quad 0 < x \leq L, \quad 0 < t \leq \infty$$

$$u(0, t) = U_1, \quad u(L, t) = U_2, \quad 0 < t < \infty$$

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 < x < L$$

Masalani yechish uchun quyidagi parametrli kattaliklar MathCAD dasturining ishchi oynasiga kiritiladi va yechish algoritmiga mos dasturlar paketi shakllantiriladi:

$$f(x, t) := C$$

$$\underline{\underline{N}} := 5C$$

$$\underline{\underline{L}} := 5 \quad \underline{\underline{T}} := 3$$

$$\underline{\underline{K}} := 20C \quad a := 0.4$$

$$v(t) := 2.117$$

$$\phi(x) := e^{0.015 \cdot x}$$

$$\mu(t) := 1$$

```

parabolik (N,K,L,T,a) :=
  h ←  $\frac{L}{N}$ 
  Δ ←  $\frac{T}{K}$ 
  for i ∈ 0..N
    xi ← i·h
  for j ∈ 0..K
    tj ← j·Δ
  y ←  $a^2 \cdot \frac{\Delta}{h^2}$ 
  for i ∈ 0..N
    ui,0 ← φ(xi)
  for j ∈ 0..K
     $\begin{cases} u_{0,j} \leftarrow \mu(t_j) \\ u_{N,j} \leftarrow v(t_j) \end{cases}$ 
  for j ∈ 0..K - 1
    for i ∈ 1..N - 1
      ui,j+1 ← y·ui-1,j + (1 - 2·y)·ui,j + y·ui+1,j + Δ·f(xi,tj)
   $\begin{pmatrix} u \\ x \\ t \end{pmatrix}$ 

```

H := parabolik (N,K,L,T,a)

Bu yerda a^2 - temperatura o'tkazish koeffisienti, λ - esa sterjen materialining temperatura o'tkazish koeffisienti, c - uzoqlashtirilgan issiqlik hajmi, ρ - massaning zichligi.

Qism dastur parabolikning kiruvchi qiymatlari: N - (0, L)-kesmani bo'lishdagi oraliqlar soni; K - (0, T) kesma bo'linadigan oraliqlar soni; L -sterjenning uzunligi; T -vaqt oralig'i; a - differensial tenglamaning parametri. Funksiya uchta qiymatni

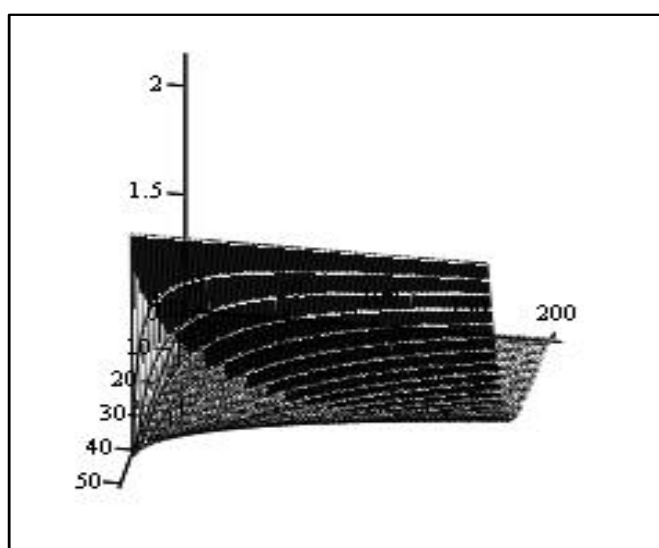
qaytaradi: Ω_h^Δ to`rda aniqlangan  $u$  to`r funksiyasi, x va t massivlar. Dastur natijasi

3.7.1 - rasmda tasvirlangan.

$H :=$ parabolik (N, K, L, T, a) , $v := H_0$ $x := H_1$, $t := H_2$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002
2	1.003	1.003	1.003	1.003	1.003	1.003	1.003	1.003	1.003
3	1.005	1.005	1.005	1.005	1.005	1.005	1.005	1.005	1.005
4	1.006	1.006	1.006	1.006	1.006	1.006	1.006	1.006	1.006
5	1.008	1.008	1.008	1.008	1.008	1.008	1.008	1.008	1.008
6	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009	1.009
7	1.011	1.011	1.011	1.011	1.011	1.011	1.011	1.011	1.011
8	1.012	1.012	1.012	1.012	1.012	1.012	1.012	1.012	1.012
9	1.014	1.014	1.014	1.014	1.014	1.014	1.014	1.014	1.014
10	1.015	1.015	1.015	1.015	1.015	1.015	1.015	1.015	1.015
11	1.017	1.017	1.017	1.017	1.017	1.017	1.017	1.017	1.017
12	1.018	1.018	1.018	1.018	1.018	1.018	1.018	1.018	1.018
13	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02
14	1.021	1.021	1.021	1.021	1.021	1.021	1.021	1.021	1.021
15	1.023	1.023	1.023	1.023	1.023	1.023	1.023	1.023	...

$v =$



v

3.7.1-rasm. u nuqtali funksiya va masalaning yechimi.



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Matematik modelni yechish masalasi va vazifalar ketma-ketligini keltiring*
2. *Qanday ko'rsatkichlar paketdan foydalanishda muhim rol o'ynaydi?*
3. *Amaliy dasturlar paketining samarali jihatlarini tavsiflang.*
4. *Hozirgi paytda qanday matematik dasturiy tizimlar keng tarqalgan?*
5. *MathCad qanday funksional komponentlardan iborat?*

3.8-§. Chiziqli modellashtirish masalalarini MathCad yordamida yechish.



O'quv modullari

Integrallashgan muhit, funksional komponent, ierarxik tuzilish, chiziqli dasturlash.

Mathcad menyusi ierarxik tuzilishga ega: bosh menyu (gorizontal menyu), gorizontal menyu punktlariga bog'langan osiluvchi vertikal menyu va uning qo'shimcha menyulari, qalqib chiquvchi menyu, kontekst menyu.

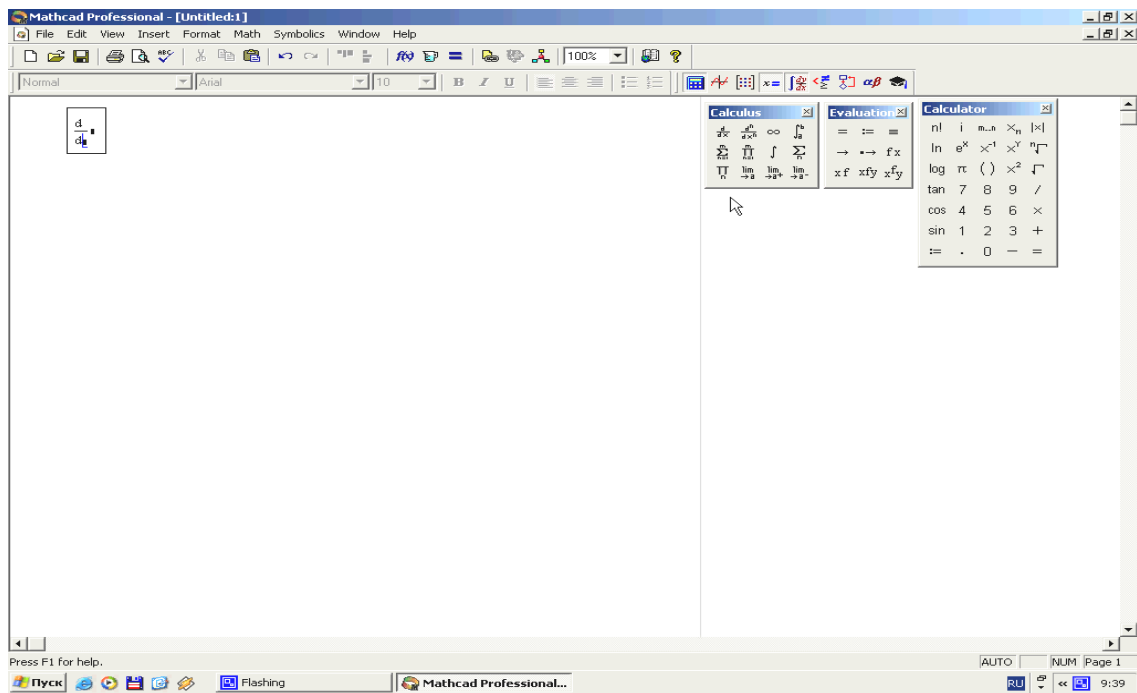
Mathcadni ishga tushirish ham Windows OS ning standart usullari bilan ishga tushiriladi. Mathcad muhitining ishchi oynasi quyida keltirilgan (3.8.1-rasm).

Chiziqli dasturlash masalasiga keluvchi quyidagi masalani qaraymiz. Fabrika ikki xil A va V tikuv mahsuloti ishlab chiqaradi. Bu mahsulotlarni ishlab chiqarishda uch xil N_1, N_2, N_3 turdagi materiallarni ishlatadi. N_1 -materialdan 15 m., N_2 -materialdan 16 m., N_3 -materialdan 18 m. mavjud.

M_1 - mahsulotni ishlab chiqarish uchun N_1 -dan 2m., N_2 ,-dan 1m., N_3 -dan 3m. ishlatadi.

M_2 - mahsulotni ishlab chiqarish uchun N_1 -dan 3m., N_2 ,-dan 4m., N_3 -dan 0m. ishlatadi.

M_3 - mahsulotning bir birligidan keladigan foyda 10 so'mni, M_3 - mahsulotdan keladigan foyda 5 so'mni tashkil qiladi.



3.8.1-rasm. Mathcad muxitining ishchi oynasi

Ishlab chiqarishning shunday planini tuzish kerakki fabrika maksimal foyda olsun. Masalaning matematik modelini tuzamiz:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 16$$

$$3x_1 \leq 18$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

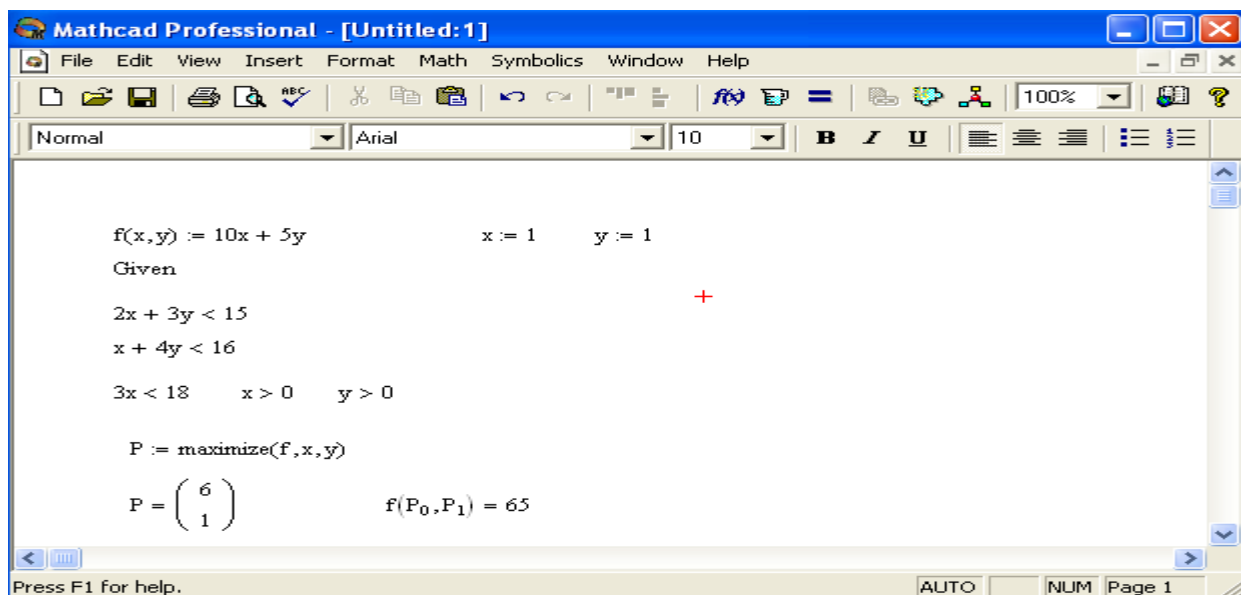
$$Z = 10x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

Mathcadda chiziqli dasturlash masalasi yechishda maximize va minimize funksiyalaridan foydalanish mumkin. Bu funksiyalar umumiy holda quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\text{Maximize}(F, \langle \text{o'zgaruvchilar ro'yxati} \rangle)$$

$$\text{Minimize}(F, \langle \text{o'zgaruvchilar ro'yxati} \rangle)$$

Mathcadda chiziqli dasturlash masalasini yechish quyidagicha bajariladi (3.8.2-rasm):



3.8.2-rasm. Chiziqli dasturlash masalasini yechish



MUHOKAMA UCHUN SAVOLLAR VA TOPSHIRIQLAR!

1. *Mathcad qanday funksional komponentlardan iborat?*
2. *Mathcad menyusi qanday tuzilishga ega?*
3. *Mathcadda chiziqli dasturlash masalasi yechishda qanday funksiyalaridan foydalanish mumkin?*

Izohli lug`atlar

- ❖ **Modellashtirish** - bu biror bir ob`ektni (originalni) boshqasi (model bilan) almashtirish va originalni xususiyatlarini modelni xususiyatlarini tadqiq etish yuli bilan o`rganish
- ❖ **Matematik model** - o`rganilayotgan xodisa, jarayon yoki ob`ektni matematik ifodalar (munosabatlar) va formulalar yordamida tasavvur etish jarayoni
- ❖ **Ob`ekt** - original sifatida asosan hisoblash tizimlari ko`rilgan bo`lib, modellashtirishni predmet sohasi
- ❖ **Modellashtirish** - tadqiqot ostiga olingan ob`ektni bevosita emas, balki bilvosita, ya`ni ba`zi bir yordamchi ob`ektlarni analiz qilish yo`li bilan o`rganish.
- ❖ **Fizik model** - originalga ekvivalent yoki o`xshash bo`lgan tizimlar.
- ❖ **Tabiiy modellar** - bu real tadqiq etilayotgan tizimlar ya`ni, Ularni maketlar yoki tajriba ko`rinishi.
- ❖ **Kvazitabiiy modellar** - tabiiy va matematik modellar majmuasidan iborat.
- ❖ **Masshtab modellar** - bu originallik qanday fizik tabiatga ega bo`lsa shunday tabiatli tizim bo`lib, faqat masshtablari bilan farqlanadigan tizim.
- ❖ **Analog modellar** - originaldan fizik tabiatga nisbatan farq qiluvchi, ammo ishlash jarayoni originalga o`xshash bo`lgan modellar.
- ❖ **Analitik model** - ma`lum matematik apparatdan foydalanilgan holda tenglama yechimini yaqqol ko`rinishda olish imkonini beradi.
- ❖ **Sonli model** - aniq boshlang`ich sharoitlar va modelni miqdoriy parametrlari uchun faqat xususiy yechimlarini topish imkonini beruvchi model.
- ❖ **Imitatsion model** - bu tashqi va ichki ta`sirlar ostidagi tizimlarni yozish majmuasi va tashqi ta`sirlar, tizimning ishlash algoritmlari yoki tizimni holatlarini o`zgarish qoidasidan iborat.

- ❖ **Boshqarish** - ob`ektga shunday maqsadga yo`naltirilgan ta`sir ko`rsatish jarayoni tushuniladiki, natijada boshqarishgacha nisbatan ob`ekt ma`lum ma`noda qo`yilgan maqsadlarni bajarishga «yaqinroq» bo`ladi
- ❖ **Determinlashgan model** - turli tasodifiy ta`sirlar yo`q, model elementlari (o`zgaruvchilar, matematik bog`lanishlar) yetarlicha aniq qo`yilgan va tizim holatini aniq ifodalash mumkin deb faraz qilinadi. Determinlashgan model ko`proq algebraik tenglamalar, integral tenglamalar va matrisalar algebrasi ko`rinishida ifodalanadi
- ❖ **Stoxastik model** - o`rganilayotgan ob`ekt va tizimda tasodifiy xarakterdagi jarayonlarni hisobga oladi va ularda ehtimollar nazariyasi va matematik statistika usullaridan foydalanadi.
- ❖ **Model izomorf** - u bilan real ob`ekt, jarayon yoki tizim orasida elementlari bo`yicha to`liq moslik bo`lsa.
- ❖ **Gomomorf** – model va ob`ektning juda ahamiyatli mos qismlari orasida moslik mavjud bo`lsa.
- ❖ **Konseptual (mazmunli) model** - abstrakt model bo`lib, tizimni  $S_0$  tarkibi va strukturasini, elementlar xususiyatini va sabab-oqibat bog`lanishlarini aniqlaydi
- ❖ **Stratifikasiya** - konseptual modelni yaratishdagi keyingi qadam modelni detallashtirish sohasini tanlash
- ❖ **Dinamiklik alomati α** - ob`ekt dinamik ( $\alpha=1$ ) deyiladi, agarda uning chiqishi harakati faqat joriy vaqtdagi kirishga bog`liq bo`lmay, kirishni oldingi vaqt daqiqalariga ham bog`liq bo`lsa
- ❖ **Stoxastiklik alomati β** - ob`ekt stoxastik deyiladi ( $\beta=1$ ) Agar uning chiqish harakati nazorat qilib bo`lmaydigan kirish kanallariga bog`liq bo`lsa yoki ob`ektni o`zi tasodifiy nazorat qilib bo`lmaydigan faktorlar (ta`sirlar) manbaiga ega bo`lsa. Aks holda ob`ekt detirministik ($\beta=0$) deyiladi
- ❖ **Nochiziqlik alomati γ** - ob`ekt nochiziqlik deyiladi ( $\gamma=1$ ), agarda uning ikkita turli kirish ta`sirlari har bir alohida ta`sirlar yig`indisiga ekvivalent bo`lmasa

- ❖ **Diskretlilik alomati.** Δ - ob`ekt diskret deyiladi ( $\delta=1$ ) , agarda uning kirish va chiqish kanallarining holati diskret vaqt daqiqalarida  $t=1, 2, ..., p$  o`zgarsa yoki o`lchanilsa. Agar kirish va chiqish uzluksiz o`zgarsa yoki o`lchanilsa, unda ob`ekt uzluksiz deyiladi ($\delta=0$).
- ❖ **Aktivlik alomati** ξ - indentifikasiyalash jarayoni aktiv deyiladi ($\xi=1$), agar uni tadbqiq etishda ob`ektni kirish holatini ma`lum ko`rinishda berish yoki o`zgartirish mumkin bo`lsa, ya`ni tashqi muhit xolatini o`zgartirish mumkin bo`lsa
- ❖ **Adaptivlik alomati** η - agar ob`ekt harakatda haqidagi axborot darhol emas balki, axborot  $\beta$  kelishi bilan yoki sikllik ravishda va identifikasiya kilinayotgan parametrlar qiymati har bir qadamda to`g`rilansa (yoki uzuluksiz) bunday identifikasiyalash adaptiv deyiladi
- ❖ **Qadamlilik alomati** ξ - agar identifikasiya kilinayotgan parametrlar identifikasiyalash jarayonida diskret o`zgarsa, bunday usul qadamli deyiladi. ($\xi=1$). Aks xolda usul uzluksiz ($\xi=0$).
- ❖ **Dinamik dasturlash.** - bog`lanishlar chiziqli yoki chiziqsiz bo`lib, ko`proq vaqtga bog`liq masalalar qaraladi.
- ❖ **Chiziqli dasturlash** - bog`lanishlar chiziqli, izlanayotgan o`zgaruvchilar uzluksiz va boshlang`ich ma`lumotlar aniq qiymatlarda bo`ladi.
- ❖ **Chiziqsiz dasturlash** - bog`lanishlar chiziqsiz, izlanayotgan o`zgaruvchilar uzluksiz yoki butun sonli bo`lib, boshlang`ich ma`lumotlar ham aniq qiymatlarda bo`ladi.
- ❖ **Butun sonli dasturlash** - bog`lanishlar chiziqli, izlanayotgan o`zgaruvchilar butun sonli va boshlang`ich ma`lumotlar aniq qiymatlar bo`ladi.
- ❖ **Staxostik modellarda** noaniq omillar tasodifiy miqdorlar bo`lib, ular uchun taqsimot funksiyasi va turli statistik xarakteristikalar (matematik kutilma, dispersiya, o`rtacha kvadratik chetlashish va h.k) ma`lum.
- ❖ **Stoxastik dasturlash modellari** - maqsad funksiyasi yoki chegaraviy shartlarda tasodifiy miqdorlar qatnashadi.

- ❖ **Tasodifiy jarayonlar nazariyasi modellari** - vaqtning har soniyasi holatlari tasodifiy miqdorlardan iborat bo'ladigan jarayonlar o'rganiladi.
- ❖ **Ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi modellari** - xizmat ko'rsatish talablarini aniqlashning ko'pkanalli tizimlari o'rganiladi. Shuningdek, stoxastik modellarga foydalilik nazariyasi, qidiruv va qaror qabul qilish modellarini kiritish mumkin
- ❖ **O'yinlar nazariyasi modeli** - masala har xil maqsadli va bir necha o'yinchilar qatnashuvchi o'yin ko'rinishida ifodalanadi.
- ❖ **Imitatsion model** - matematik model asosida kompyuterda hisoblash tajribalarini o'tkazib real ob'ekt, jarayon yoki tizim holatini taqlid (imitasiya) qilishdir
- ❖ **Chiziqli modellar** - cheklanishlar va maqsad funksiyasi boshqaruvchi o'zgaruvchilar bo'yicha chiziqli bo'ladi. Matematik modellashtirishda chiziqli modellarni qurish va ularni hisoblash yaxshi rivojlangan.
- ❖ **Chiziqsiz model** – bu shunday modelki, unda boshqarish o'zgaruvchilari bo'yicha maqsad funksiyasi yoki cheklanishlar chiziqsiz bo'ladi.
- ❖ **Grafik modellar** - masalalarni grafik tuzilma ko'rinishida tasvirlash uchun qo'llaniladi
- ❖ **Ma'lumotlar modeli** - axborotlarni ifodalovchi vositalar majmui
- ❖ **Dasturlar paketi** - bir nechta dasturlar to'plami

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati

1. Heather Gould, Chair, Diane R. Murray, Andrew Sanfratello Mathematical Modeling Handbook Mathematical Content Copyright © 2012 Comap, Inc.
2. Carsten Hartmann Lecture notes for g`Introduction to Mathematical Modeling" | NYU Berlin, Spring semester 2014
3. I. Smith, Robert J. Mathematical Modelling of Zombies University of Ottawa Press|2014
4. S.S. Irisqulov, K.D. Ismanova, M.Olimov, A.Imomov Sonli usullar va algoritmlar, O'quv qo'llanma.-N.: Namangan nashriyoti, 2012, -276 b.
5. M.Olimov,K.Ismanova,P.Karimov,SH.Ismoilov Amaliy matematik dasturlar paketi, O'quv qo'llanma,-Toshkent:Tafakkur Bo'stoni nashriyoti,2015,-191b
6. Kamilov M.M.,Ergashev A.K. Matematicheskoe modelirovanie,konspekt leksiy,Tashkent-2010,-171s
7. Demidovich B.P., Maron I. A. Osnovo` vo`chislitelnoy matematiki. Moskva, «Nauka», 1970.
8. Kalitkin N.N. CHislenno`e metodo`. Moskva, «Nauka», 1978.
9. Marchuk G. I. Metodo` vo`chislitelnoy matematiki. Moskva, «Nauka», 1989.
10. Matematicheskoe modelirovanie. Problemo` i rezultato` [Tekst] : monografiya / Otv. red. izd.: O. M. Beloserkovskiy, V. A. Guhin. - M. :
/ Otv. red. izd.: O. M. Beloserkovskiy, V. A. Guhin. - M. :
11. Nauka, 2003. - 478 s. - (Ross. AN; Informatika: neogranichenno`e vozmojnosti i vozmojno`e ogranicheniya). - Lit. s.: 475-476
12. Samarskiy A.A., Mixaylov M. Matematicheskoe modelirovanie: ideya, metodo` primero`. M.: Fiz.mat.lit., 2005.-320s
13. Kabulov V.K. Algoritmizasiya v mexaniki sploshno`x sred. Tashkent: Fan, 1978. – 302 s.

MUNDARIJA

Kirish	4
1-BOB. MODELLASHTIRISH NAZARIYASI VA UNING NAZARIY ASOSLARI	8
1.1-§. <i>Matematik modellashtirish fanining maqsad va vazifalari</i>	8
1.2-§. <i>Tizimlarni tadbiq qilishda modellashtirishning o`rni va ahamiyati.</i>	11
1.3-§. <i>Model tushunchasi va modellashtirish</i>	13
1.4-§. <i>Bilish va boshqarish jarayonlarida modellashtirish</i>	15
1.5-§. <i>Modellashtirish ob`ektlarini sinflari.....</i>	19
1.6-§. <i>Modellashtirishning asosiy bosqichlari</i>	21
2-BOB. MODELLASHTIRISH MASALALARI VA ULARNI YARATISH TEXNOLOGIYASI.....	33
2.1-§. <i>Konseptual model tushunchasi</i>	33
2.2-§. <i>Model yaratishda dastlabki ma`lumotlarni tayyorlash</i>	38
2.3-§. <i>Modellashtirish usulini va vositalarini tanlash.....</i>	41
2.4-§. <i>Modelni sozlash va tajriba o`tkazishni rejalashtirish.</i>	46
2.5-§. <i>Modellashtirish natijalarini tahlil qilish va undan foydalanish.....</i>	49
2.6-§. <i>Modellashtirish ob`ekti va ob`ekt haqida xabarlar</i>	52
2.7-§. <i>Identifikasiya masalasi</i>	56
2.8-§. <i>Identifikasiyalash masalasi va identifikasiya usullarining sinflari</i>	58
3-BOB. HAYOTIY VA AMALIY MASALALARNING MATEMATIK MODELLARI	65
3.1-§. <i>Muhandislik masalalarining matematik modellari.....</i>	65
3.2-§. <i>Ayrim murakkab tizimlarning matematik modellari.....</i>	80
3.3-§. <i>O`lchamlarni tahlil qilish modellarini tadqiq qilish usuli sifatida...</i>	86
3.4-§. <i>Ob`ekt va model adekvatligi</i>	96
3.5-§. <i>Eng sodda matematik modellarga misollar</i>	98
3.6-§. <i>Iqtisodiy jarayonlarning matematik modellari</i>	110
3.7-§. <i>Kompyuterli modellashtirishda matematik tizimlar</i>	120
3.8-§. <i>Chiziqli modellashtirish masalalarini MathCad yordamida yechish.</i>	127
Izohli lug`atlar	130
Foydalanilgan adabiyotlar.....	134

Mualliflar haqida ma'lumotlar



Olimov Murodilla Olimovich. Namangan muxandislik - qurilish institutining Informatika va AT kafedrasining dotsenti, fizika-matematika fanlari nomzodi. 90 dan ortiq ilmiy maqolalar, 20 dan ortiq o'quv metodik ishlanmalar, 3 ta o'quv qo'llanma (O'zbekiston Respublikasi Oliy va O'rta maxsus ta'lim vazirligining muofiqlashtiruvchi kengashi tomonidan tavsiya qilingan) va 3 ta dasturiy muallifligi uchun guvohnoma avtoridir. 2016 yilda yozilgan "Amaliy matematik dasturlar paketi" nomli o'quv qo'llanmasi "Yilning eng yaxshi darsligi va o'quv adabiyoti muallifi" Respublika tanlovining g'olibi bo'lib 3-darajali diplom bilan taqdirlangan. 12 dan ortiq Kasb ta'limi (Informatika va AT) mutaxassisligi bo'yicha magistrlik dissertasiyalariga rahbarlik qilgan. 4 dan ortiq fan nomzodlarini tayyorlashda be'vosita ishtirok etgan.



Jakbarov Odiljon Otamirzaevich, Namangan muxandislik - qurilish institutining Informatika va AT kafedrasini mudiri, texnika fanlari nomzodi, dotsent. Matematik modellashtirish, Axborot texnologiyalari, Dasturlash hamda Web dasturlash bo'yicha mutaxassis. 60 dan ortiq ilmiy –uslubiy ishlar muallifi, dasturiy mahsulotlar yaratish bo'yicha 5 dan ortiq guvohnomalari mavjud. 10 dan ortiq Kasb ta'limi (Informatika va AT) mutaxassislik bo'yicha magistrlik dissertasiyalariga rahbarlik qilgan.