

ISSN 2010-9075

БЕРДАҚ атындағы ҚАРАҚАЛПАК  
МӘМЛЕКЕТЛИК УНИВЕРСИТЕТИНИҢ

# ХАБАРШЫСЫ

БЕРДАҚ номидаги ҚОРАҚАЛПОҚ  
ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИНИНГ

# АХБОРОТНОМАСИ

# ВЕСТНИК

КАРАКАЛПАКСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА им. БЕРДАХА

1

НӨКИС 2016 НУКУС

УДК: 519.24.

СВОЙСТВА ПОЛУПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СТЕПЕННЫХ ОЦЕНОК В  
ИНФОРМАТИВНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ

Абдикаликов Ф.А.

Каракалпакский государственный университет

Рассмотрим статистическую модель случайного цензурирования с двух сторон. Пусть  $\{(L_k, Z_k, Y_k), k = \overline{1, n}\}$  - независимые реализации вектора  $(L, Z, Y)$  в  $n$  экспериментах и  $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq 1$  - фиксированные точки дизайна ковариаты  $X$ . Схема цензурирования такова, что в  $n - m$  шаге эксперимента наблюдается выборка  $S^{(m)} = \{(\xi_i, \chi_i^{(0)}, \chi_i^{(1)}, \chi_i^{(2)}, X_i), i = 1, \dots, n\}$ , где  $\xi_i = L_i \vee (Z_i \wedge Y_i)$ ,  $\chi_i^{(0)} = I(Z_i \wedge Y_i < L_i)$ ,  $\chi_i^{(1)} = I(L_i \leq Z_i \leq Y_i)$ ,  $\chi_i^{(2)} = I(L_i \leq Y_i < Z_i)$ ,  $I(A)$  - индикатор события  $A$ ,  $a \wedge b = \min(a, b)$ ,  $a \vee b = \max(a, b)$ . Пусть  $F_x, G_x, K_x$  и  $H_x$  - условные функции распределения (ф.р.) с.в. и  $\xi_i$  при заданной ковариате  $X = x_i$  и все эти распределения непрерывны. Далее для упрощения записей  $x_i$  обозначим через  $x$ . В рассматриваемой модели интересующие нас с.в.  $Z_x$  наблюдаемы только при  $\chi_x^{(1)} = 1$  и задача состоит в оценивании условной функции выживания  $1 - F_x$  по выборке  $S^{(m)}$ . Пусть  $H_x$  и  $N_x$  - условные ф.р. с.в.  $\xi_x$  и  $\eta_x = Z_x \wedge Y_x$  при  $X = x$ . Тогда легко находим, что  $H_x(t) = K_x(t) N_x(t)$  и  $N_x(t) = 1 - (1 - F_x(t))(1 - G_x(t))$ ,  $t \geq 0$ . В информативной модели предполагается следующие представления для всех  $t \geq 0$ :

$$\begin{cases} 1 - G_x(t) = (1 - F_x(t))^{\theta_x}, \\ K_x(t) = (N_x(t))^{\beta_x}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\theta_x$  и  $\beta_x$  - положительные неизвестные параметры. Модель (1) была введена и исследована в работах [1,2]. Ее характеристическое свойство содержится в следующем утверждении.

Теорема 1 [1,145-162], [2,1991-2012]. Равенства (1) имеют место тогда и только тогда, когда с.в.  $\xi_x$  и  $(\chi_x^{(0)}, \chi_x^{(1)}, \chi_x^{(2)})$  - независимы.

Из формул (1) легко находим следующее представление для условной ф.р.  $F_x$ :

$$1 - F_x(t) = [1 - (H_x(t))^{\lambda_x}]^{\gamma_x}, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

где  $\lambda_x = \frac{1}{1 + \beta_x}$  и  $\gamma_x = \frac{1}{1 + \theta_x}$ . Непосредственным вычислением находим, что

$$P(\chi_x^{(0)} = 1) = 1 - \lambda_x, \quad P(\chi_x^{(1)} = 1) = \gamma_x \lambda_x, \quad P(\chi_x^{(2)} = 1) = (1 - \gamma_x) \lambda_x. \quad (3)$$

Для оценивания  $1 - F_x$  по формуле (2) сперва оценим  $H_x(t)$  и параметры  $\lambda_x, \gamma_x$ .

Пусть  $x_0 = 0$ ,  $\pi(t)$  - известная плотность (ядро) и  $\{h_n, n \geq 1\}$  - последовательность «ширины окна»:  $h_n \downarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ . Рассмотрим веса Гессера-Мюллера:

$$\omega_{ni}(x; h_n) = \left( \int_0^{x_n} \frac{1}{h_n} \pi\left(\frac{x-y}{h_n}\right) dy \right)^{-1} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{1}{h_n} \pi\left(\frac{x-y}{h_n}\right) dy, \quad i = 1, \dots, n. \quad \text{Для оценивания ф.р. } H_x(t) \text{ и вероятностей}$$

$\{p_x^{(m)} = P(\chi_x^{(m)} = 1), m = 0, 1, 2\}$  используем статистики типа Стоуна [3,595-645]:

$$\begin{aligned} H_{sh}(t) &= \sum_{i=1}^n I(\xi_i \leq t) \omega_{ni}(x; h_n), \\ p_{sh}^{(m)} &= \sum_{i=1}^n \chi_i^{(m)} \omega_{ni}(x; h_n), \quad m = 0, 1, 2. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставив оценки (4) вместо вероятностей в уравнениях (3), находим оценки параметров  $\lambda_x$  и  $\gamma_x$  в виде

$$\lambda_{sh} = 1 - p_{sh}^{(0)}, \quad \gamma_{sh} = p_{sh}^{(1)} (1 - p_{sh}^{(0)})^{-1}. \quad (5)$$

Теперь подставив оценки (4) и (5) в (2), получаем оценку для  $1 - F_x$  в виде

$$1 - F_{xh}(t) = \{1 - [H_{xh}(t)]^{h_n}\}^{1/h_n}, t \geq 0. \quad (6)$$

Переходим к асимптотическим свойствам оценки (6) при  $n \rightarrow \infty$  (т.е.  $h_n \rightarrow 0$ ).

Далее нами будут использованы обозначения

$$(I) \quad \underline{\Delta}_n = \min_{1 \leq i \leq n} (x_i - x_{i-1}), \quad \bar{\Delta}_n = \max_{1 \leq i \leq n} (x_i - x_{i-1}).$$

$$(II) \quad \|\pi\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \pi^2(y) dy, \quad m_1(\pi) = \int_{-\infty}^{\infty} y\pi(y) dy, \quad m_2(\pi) = \int_{-\infty}^{\infty} y^2\pi(y) dy.$$

Легко видеть, что ввиду условий (1)  $T_{F_x} = T_{G_x} = T_{N_x} = T_{K_x} = T_{H_x} = \inf\{t \geq 0 : H_x(t) = 1\}$  и  $\tau_{F_x} = \tau_{G_x} = \tau_{N_x} = \tau_{K_x} = \tau_{H_x} = \sup\{t \geq 0 : H_x(t) = 0\}$ .

Рассмотрим условия: (У1) При  $n \rightarrow \infty$ ,  $x_n \rightarrow 1$ ,  $\bar{\Delta}_n = O\left(\frac{1}{n}\right)$ ,  $\bar{\Delta}_n - \underline{\Delta}_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ ;

(У2)  $\pi(y)$  - плотность с компактным носителем  $[-M, M]$ , где число  $M > 0$ , а также  $m_1(\pi) = 0$  и  $\pi$  удовлетворяет условию Липшица:  $|\pi(y) - \pi(y')| \leq C_\pi |y - y'|$ ;

(У3) Производные  $\dot{F}_x(t) = \frac{\partial}{\partial x} F_x(t)$ ,  $\ddot{F}_x(t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} F_x(t)$  - существуют и непрерывны для  $(x; t) \in [0, 1] \times [\tau, T]$ , где  $\tau > \tau_{F_x}$ ,  $T < T_{F_x}$  и  $\tau < T$ .

(У4) Производные  $\dot{\theta}_x = \frac{d}{dx} \theta_x$ ,  $\dot{\beta}_x = \frac{d}{dx} \beta_x$ ,  $\ddot{\theta}_x = \frac{d^2}{dx^2} \theta_x$ ,  $\ddot{\beta}_x = \frac{d^2}{dx^2} \beta_x$  - существуют и непрерывны для  $0 \leq x \leq 1$ .

Заметим, что существование и непрерывность всех этих производных следует из условий (У1) и (У4).

**Теорема 2[1], [2].** Пусть выполнены условия (У1)-(У4).

(А) Если  $nh_n^5 = o(1)$  и  $(nh_n)^{-1/2} \log n = o(1)$ , тогда при  $n \rightarrow \infty$  и  $t \in [\tau, T]$

$$(nh_n)^{1/2} (F_{xh}(t) - F_x(t)) \xrightarrow{D} (0, \sigma_x^2(t)).$$

(В) Если  $h_n = Cn^{-1/5}$  при некотором  $C > 0$ , тогда при  $n \rightarrow \infty$  и  $t \in [\tau, T]$

$$(nh_n)^{1/2} (F_{xh}(t) - F_x(t)) \xrightarrow{D} N(a_x(t), \sigma_x^2(t)),$$

где

$$a_x(t) = \frac{1}{2}(1 - F_x(t)) \left\{ p_x^{(1)} \left[ (H_x(t))^{p_x^{(0)}} - H_x(t) \right]^{-1} \ddot{H}_x(t) - \left[ \frac{p_x^{(1)}}{(1 - p_x^{(0)})^2} \log \left[ 1 - (H_x(t))^{1 - p_x^{(0)}} \right] + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{p_x^{(1)}}{(1 - p_x^{(0)})} H_x(t) \log H_x(t) \left[ (H_x(t))^{p_x^{(0)}} - H_x(t) \right]^{-1} \right\} \ddot{p}_x^{(0)} -$$

$$- \frac{1}{1 - p_x^{(0)}} \log \left[ 1 - (H_x(t))^{1 - p_x^{(0)}} \right] \ddot{p}_x^{(1)} \} m_2(\pi) C^{5/2} = a_x^0(t) C^{5/2},$$

$$\sigma_x^2(t) = \|\pi\|_2^2 (1 - F_x(t))^2 \left\{ A_x^2(t) H_x(t) (1 - H_x(t)) + B_x^2(t) p_x^{(0)} (1 - p_x^{(0)}) + \right. \\ \left. + C_x^2(t) p_x^{(1)} (1 - p_x^{(1)}) - 2B_x(t) C_x(t) p_x^{(0)} p_x^{(1)} \right\},$$

$$A_x(t) = p_x^{(1)} \left[ (H_x(t))^{p_x^{(0)}} - H_x(t) \right]^{-1}, \quad B_x(t) = - \left[ \frac{p_x^{(1)}}{(1 - p_x^{(0)})} C_x(t) + \frac{A_x(t)}{(1 - p_x^{(0)})} H_x(t) \log H_x(t) \right],$$

$$C_x(t) = - \frac{1}{(1 - p_x^{(0)})} \log \left[ 1 - (H_x(t))^{1 - p_x^{(0)}} \right].$$

В условиях теоремы 2 также возможно установить слабую сходимость случайного процесса  $\{W_{nx}(t) = (nh_n)^{1/2} (F_{xh}(t) - F_x(t)), \tau \leq t \leq T\}$ , в пространстве  $\mathcal{D}[\tau, T]$  к гауссовскому процессу. Рассмотрим  $W_x(t)$  - гауссовский процесс с нулевым средним и ковариационной функцией при  $s, t \in [\tau, T]$ :

$$Q_{st} = \|\pi\|_2^2 (1 - F_x(s))(1 - F_x(t)) \left\{ A_x(s) A_x(t) [H_x(s \wedge t) - H_x(s) H_x(t)] + \right. \\ \left. + B_x(s) B_x(t) p_x^{(0)} (1 - p_x^{(0)}) + C_x(s) C_x(t) p_x^{(1)} (1 - p_x^{(1)}) - 2B_x(s \wedge t) C_x(s \wedge t) \right\},$$

## СОДЕРЖАНИЕ

### ЕСТЕСТВЕННЫЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

#### МАТЕМАТИКА. ФИЗИКА. ТЕХНИКА.

Абдикаликов Ф.А. Свойства полупараметрических степенных оценок в информативной регрессионной модели .....	3
Кожаметов А.Т., Нуримов П.Б. Робастная устойчивость систем прямого регулирования .....	5
Кудайбергенова Н.А. Вакуум-дугалы шектириу методы менен алынган (ti-zg-nb) п капламасының морфологиясы, структурасы хэм микрокаттылыгы .....	7
Бахрамов У., Абдиганиева Г. Канализация тармакларындагы санитар-эсбаплардың насазлықларының келип шығуы машкалалары .....	9
Утегенова Г.А., Бекимбетов Р. Оценка степени устойчивости затопленных песчаных откосов .....	11
Утемуратова Г. Х., Исмаилов Б. А., Бердибаев. М. Ж. Экономиканың раўажланыўында автомобиль жолларының тутқан орны .....	13
Арзуов М., Даўлетов М., Бекмуратов М. Республикамыздагы жолларды реконструкция ислеўдеги нәтийжелери .....	14

#### ХИМИЯ. ТЕХНОЛОГИЯ. БИОЛОГИЯ.

Косымбетов П.Г., Хажигаев К.Г., Алламбергенова К.Р., Утениязов К.К. Поиск возможного молекулярного механизма действия биоцидных пептидов на биологические мембраны .....	17
Турениязова Д.А., Тлегенов У.Т. Винилирование лупинина. Нуклеофильное присоединение к ацетиленам в сверхосновных каталитических системах .....	19
Сабиров Г., Турсунбоев Х.Е., Сабирова М.Г. Егиў усылларына байланыслы боянның биоморфологиялық өзгешеликлери .....	20
Айтымбетов С.Р., Юлдашев А.Т., Шамуратов М.Т., Матисмаилов С.Л. «С-6524» ва «Омад» пахта селекция навидан замонавий технологияларни кўллаб олинган ипнинг физик-механик хусусиятларини тадқиқ этиш .....	24
Торениязова С. Е. Раўашаның тез писер сортларының биологиялық раўажланыўы .....	25
Мусиров Ш.З., Абдуллаев У.Т., Юсупова Н. Б. Шаклдор иплар ва улардан тўкилган тўкималарни ўзига хосликларининг тадқиқи .....	27

### ОБЩЕСТВЕННЫЕ И ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ

#### ЭКОНОМИКА

Мырзаев Б.Ж. Қарақалпақстан республикасында киши бизнес хэм жеке исибилерменликтиң раўажланыў барысы .....	30
М.А. Раджабова., Камолов Н. Автоматический контроль за качеством хлопкового масла по его цветометрическим характеристикам .....	32
Холбадалов У.Ш., Равшанов Х.А. Давлат солиқ тизимини янада такомиллаштиришнинг мухим йўналиши .....	35

#### ОБРАЗОВАНИЕ. МЕТОДОЛОГИЯ. ПСИХОЛОГИЯ

Утебаев Т.Т. Қарақалпақстандагы илимий методикалық хэм педагогикалық машкалаларды изертлеўши туңғыш мектеплер .....	38
Бекимбетова А.А. Халқ педагогикасида ёшларга арифметик тушунчалар ва ҳаётни молиялашга ўргатиш тажрибалари .....	40
Қодиров Х.Ш., Зарипов Л.Р. Умумий ўрта таълим тизимида қасбга йўналтирилган таълим .....	42
Юлдашева Р.Э., Бердекешова Г. Роль духовной культуры в преодолении нравственных отклонений ..	44
Иниятов А.Р., Садуллаева А.Н., Реймбаева А.А. Роль кружковой работы для развития социокультурной компетенции школьников на уроках английского языка .....	45
Абдимуратова Н.П. Актуальность проблемы социально-культурной компетенции учителя английского языка .....	47