Математическая модель и схема численного расчёта упругопластического деформирования ребристых оболочек при импульсном нагружении

У.А.Нишонов (асс. СамГУ), Н. Бутаев (магистрант, СамГУ)

Постановка задачи и метод ее решения. Рассматривается пологий сферический купол, подкрепленный кольцевыми ребрами жесткости. Ребра

"Таълим, фан ва ишлаб чикариш интеграциясида интеллектуал салох;иятли ёшлар мамалакат таращиётининг мух;им омили " мавзусидаги конференция материаллари.

имеют одинаковое четырехугольное поперечное сечение и прикреплены к внутренней поверхности оболочки. На внешнюю поверхность купола действует импульсная нагрузка, изменяющаяся во времени по экспоненциальному закону. Требуется составить математическую модель и схему численного расчёта рассматриваемой оболочки.

Математическая формулировка задачи. Ставится задача об исследовании влияния изменения геометрических характеристик ребер на напряженно-деформированное состояние оболочки.

Для рассматриваемой оболочки удобно использовать цилиндрическую систему координат. Считаем, что конструкция состоит из слоя обшивки и слоя подкреплений из ребер. [1]:

(N/)'- N 2 = rp *u(h + F) + щ S*

(rQ)' + (N 1r(w' + *r/R) = rpw(h + F)-rP* *;* *(1)*

(rM1) - M2 - rQ = rp y/(h^3 /12 + *J*) + *uS*

Высоту ребер *H*(r) и их расположение зададим с помощью единичных столбчатых функций *S(r - r*) [2]:

Жесткого защемления на краях оболочки и начальные условия, характеризующие состояние оболочки при $t = 0$, считаем нулевыми.

Усилия, поперечные силы и моменты, приходящиеся на единицу длины сечения, действующие в сечении оболочки, подкрепленной ребрами, имеют следующий вид:

N = N^0 + *NR*, $N_2 = N_2^0 + NR$, M_1 = M*1* + *MR*, M$_2$ = M$_2^0$ + *MR*, $Q = Q^0 + Q^R$ Усилия, поперечные силы и моменты, относящиеся к гладкой оболочке, имеют следующий вид:

N

N0 = Eh[s0 + vs^{0}*° -2(A>" +)]/(1 - v^2);*

n=1

N

N$_{2^0}$ = Eh[*s*$_{2^0}$ + *vs* °° -2(A>2p + vA>!p)]/(1 -v^2);

n=1

M1 = D[s1 + vsl -Eh2(AS + vAS)]/(1 - v^2); *(2)*

n=1

N

M o = D[s$_1$ + vs$_1$ - *Eh2 (A^p$_n$s2 + vA№*)]/(1 - v^2);

n=1

k$_2$ *Fh* E $_h$ Γ^2$_N$

Q$_0$ =*J^K_^{F}$_L$_So* --------^ *R F 2A$_N$S^{P}2DZ;*

^ 2(1 + v) $_{12}$ 2(1 + v)-J/^ ^$_{n12}$ '

Здесь *E,* v - модуль упругости и коэффициент Пуассона материала гладкой оболочки [2]; D = Fh^3(1 + v)$^{-1}$/12; деформации s$_1$ = $s_1^0 + zs_1$, s_2 = s$_2^0$ + zs$_1$, выражаются через перемещения u, w и уголь поворота нормали к срединной поверхности у так: $s_1^0 = u'+w/R + (w')^2/2$, $s_2^0 = u/r - w/R$, $s_1^1 = y \quad s \backslash = y/r$, $s_1{}^0{}_2 = W+w$. $f(z)$ - функция, характеризующая закон распределения напряжений по толщине конструкции $f(z) = f_0(z)$ для гладкой части оболочки; $f(z) = f(z)$

"Таълим, фан ва ишлаб чицариш интеграциясида интеллектуал сало;иятли ёшлар мамалакат таращиётининг му;им омили " мавзусидаги конференция материаллари.

в точках, где расположены ребра;

f. (z) = 6[0·25-*(z/Jl* к² = 56; /(*) = ^hh+HH». (. + 2 - % + 2H)

где H - высота ребра.

Для описания динамического деформирования за пределом упругости используем теорию пластического течения. Ориентируясь, на шаговый метод решения задач, разобьем время нагружения на N малых, занумерованных в порядке возрастания шагов. Приращение пластической деформации на шаге n обозначим через

$$A_n s^p{}_a \quad (n = 1,2,..., N; a = 1,2,12.].$$

Рассмотрим шаг нагружения N. Полную деформацию s_a представляем как сумму упругой и пластической составляющих

$$s_a = s_a^y + \sum_{j=1}^{L} A_j s_a^p; \quad AS = \frac{1}{h}\int_{-h/2}^{h/2} A_n s^p dz; \quad Afo = \frac{1}{h}\int_{-h/2}^{-I\,h/2} A_n s^p dz;$$

здесь $l = 1;2$.

Для определения усилий, моментов и перерезывающих сил, действующих в сечениях ребер, вся конструкция рассматривается как оболочка ступенчато-переменной толщины.

Усилия, моменты и поперечная сила, действующие в сечениях ребер, имеют следующий вид:

$$T_R - [\quad -У(A_H s_f + v£_n s?)K1 - v^2$$

$$N_R = \int_{h/2}^{h/2+H} G f a + v_2 s_2 - \sum_{n=1}^{N}(A s^P + V_2 A s)](1 - v^2)dz;$$

$$N_R = \int_{h/2}^{h/2+H} G_2[s_2 + v_1 s_1 - \sum_{n=1}^{N}(A_n s_2^p + v_2 A s)](1 - v^2)dz;$$

$$M_R = \int_{h/2}^{h/2+H} G_1[s_1 + v_2 s_2 - \sum_{n=1}^{N}(A s^p + v_2 A_n s/)](1 - v^2)zdz; \qquad (3)$$

$$M_R = \int_{h/2}^{h/2+H} G_2[s_2 + v_1 s_1 - \sum_{n=1}^{N}(A_n s/ + v_2 A s^p)](1 - v^2)zdz;$$

$$Q^R = D\left(\frac{\partial}{дГ} + ¥\right) G_{23} - \int_{h/2}^{h/2+H} f/(z) \sum_{n=1}^{N} A_n s_{12}^p dz.$$

Здесь, $G_1 = ; G_2 = ; G_{13} = 5$-Щ , $D13 = G13\ H(x,y);$
1 - u_1u_2 1 - u_1u_2 6 2(1 + v)

$E_1, E_2, v_1, v_2, G_{13}$ - упругие постоянные материала ребер (считаем, что в G_{13} входит $к$).

Численный метод решения задачи. Ниже кратко опишем основные положения метода конечных разностей применительно к уравнениям теории ребристых оболочек (1) - (3).

Схема основана на определении перемещений и углов поворота в узлах сетки, а деформаций, усилий, моментов и поперечных сил - в центре элемента. Полученный конечно-разностный аналог системы (1) имеет вид u^1 = 2u;ⁿ - u;ⁿ⁻¹ +$r^2 U^n$' / a - b x - bW" / a)/(ac - b^2)};

"Таълим, фан ва ишлаб чикариш интеграциясида интеллектуал салох;иятли ёшлар мамалакат таращиётининг мух;им омили " мавзусидаги конференция материаллари.

$$w"+^x = 2w^n - w^n \sim^x + z^2 W,^n /a \; ; \tag{4}$$

$$y^n+^\circ = 2y^n - y^{n-} + m^2 x (y? - bU^n)/a/(c-b^2/a)$$

где $a = p(h + F)$, $b = pS$, $c = p(h^3/12 + J)$;

Таким образом, решение дифференциальных уравнений (1) приводилось к вычислениям по рекуррентным формулам (4).

Из теории разностных схем численного интегрирования дифференциальных уравнений известно, что для сходимости решения разностной задачи к дифференциальной, необходимы свойства аппроксимации и устойчивости. В этом случае решение разностных уравнений при уменьшении шагов сетки будет стремиться к искомому.

Общая невязка аппроксимации рассматриваемой краевой задачи разностными соотношениями не превышает $O(A\tau^2 + \tau^2)$. При стремлении шагов сетки к нулю невязки также стремятся к нулю. Следовательно, разностные уравнения аппроксимируют исходные дифференциальные уравнения.

Исследование устойчивости разностных схем - сложная задача. Особенно трудно ее решить для схем, аппроксимирующих многомерные нелинейные краевые задачи. Исследование устойчивости схемы (4) проводится путем численных экспериментов. Пристрелочные значения шагов сетки, обеспечивающих устойчивость вычислений, находятся из условия Куранта $\tau_x < Ar/c_1$, где $C_j = д/F/р(1 - /и^2)$.

Использованная литература

[1] И л ь и н В. П. , К а р п о в В. В. Устойчивость ребристых оболочек при больших перемещениях. -Л.: Стройиздат. Ленингр. Отделение, 1986.-168 с.

[2] Хо л м у р о д о в Р. И., К а р ш и е в А. Б. Расчет элементов конструкций с нарушениями регулярности структуры. - Ташкент: Изд-во им. Абу Али ибн Сино, 2002.-285с.