Ниёзов И.Е., Қаршибоев О. Ш.

В работе рассматривается задача продолжения решения системы Ламе в органиченной области по её значениям её напражений на границы, т.е. задача Коши для системы Ламе.

Пусть $R^2, 2-$ мерное вещественное эвклидово пространство, D- область в R^2 с кусочко-гладкой границей ∂D и S -галдкий часть ∂D лежаюший $y_2>0$, а $\partial D\setminus S: y_2=0$.

Пусть $x=(x_1,x_2),\ y=(y_1,y_2)$ -точки из R^2 и $U(x)$ удовлетворяет в области D однородной системе уравнений Ламе :

$$LU(x)=0, (1)$$

где $L=\mu\Delta+(\lambda+\mu)\ grad\ div,\ \Delta-$ оператор Лапласа, $\lambda,\mu-$ постоянные Ламе, такие что, $\mu\neq 0,\ \lambda\neq -2\mu$.

Положим

$$\begin{cases} U(y)=f(y), \\ T(\partial_y,n)U(y)=g(y),\ y\in S \end{cases} \qquad (2)$$

где $f(y)=(f_1(y),f_2(y))$ и $g(y)=(g_1(y),g_2(y))-$ заданные непрерывные вектор-функции на $S,\ T(\partial_y,n)-$ дифференциалный оператор, с компонентами

$$T(\partial_y,n)=\mu\delta_{ij}\frac{\partial}{\partial n}+\lambda n_i(y)\frac{\partial}{\partial y_j}+\mu n_j(y)\frac{\partial}{\partial y_i},\ i,j=1,2,$$

где $\delta_{ij}-$ символ Кронекера.

Требуется продолжить $U(y)$ в D , изходя из заданных f и g.

В настоящей работе приводится метод решения, основанный на функцию Карлемана [1]. Изходя из функции Карлемана задачи Коши для уравнения Лапласа, построена матрица Карлемана задачи Коши (1),(2) для систем уравнений теории упругости в работах [2-4].

Функцию $U(x)$ называем регулярным в D, если $U\in C^2(D)\cap C^1(\overline{D})$.

Верна теорема

Теорема1. *Всякое регулярное решение $U(x)$ уравнения (1) в области D определяется формулой*

$$U(x)=\int_{\partial D}(\Pi(y,x,\sigma)\{T(\partial_y,n)U(y)\}-U(y)\{T(\partial_y,n)\Pi(y,x,\sigma)\})ds_y,\ x\in D,$$

где $\Pi(y,x,\sigma)$ - мартица Карлемана.

Введем обозначение

$$U_\sigma(x)=\int_S[\Pi(y,x,\sigma)\{T(\partial_y,n)U(y)\}-U(y)\{T(\partial_y,n)\Pi(y,x,\sigma)\}]ds_y,\ x\in D.$$

Теорема2. *Пусть* $U(x)$ *регулярное решение уравнения (1) удовлетворяющее граничному условию*

$$|U(y)|+|T(\partial y,n)U(y)|\le M,\ y\in\partial D\setminus S.$$

Тогда

$$|U(x)-U_\sigma(x)|\le MC(x)\sigma\exp(-\sigma x_2), x\in D,$$

где $C(x)=C\int_a^b \frac{ds_y}{r}, r=|x-y|$.

Предположим, что вместо $U(y)$ и $T(\partial_y,n)U(y)$ на S заданы их непрерывные приближение $f_\delta(y)$ и $g_\delta(y)$ соответственно,

$$\max_S|U(y)-f_\delta(y)|+\max_S|T(\partial_y,n)U(y)-g_\delta(y)|<\delta,\ 0<\delta<1.$$

Положим

$$U_{\sigma\delta}(x)=\int_S\left[\Pi(y,x,\sigma)g_\delta(y)-f_\delta(y)\{T(\partial_y,n)\Pi(y,x,\sigma)\}\right]ds_y,\ x\in D.$$

Теорема3. *Пусть* $U(x)$ *удовлетворяет условии теоремы 2. Тогда*

$$|U(x)-U_{\sigma\delta}(x)|\le M^{1-\frac{x_2}{h}}C(x)\delta^{\frac{x_2}{h}}ln\left(\frac{M}{\delta}\right),\ x\in D,$$

где $\sigma=h^{-1}ln\frac{M}{\delta}$, $C(x)=\int_{\partial D}\frac{ds_y}{r}, h=max\{x_2 : x\in D\}$.

Литература

1. *Ярмуҳаммедов Ш.Я.* О задаче Коши для уравнения Лапласа // ДАН СССР, 1977, т. 235, N2, С. 281-283.

2. *Махмудов О.И., Ниёзов И.Е.* Регуляризатсия решения задачи Коши для системы уравнений теории упругости в перемещениях // // Сиб. мат. журн. 1998. Т. 39. N2. С. 369-376.

3. *Махмудов О.И., Ниёзов И.Е.* Об одной задаче Коши для системы уравнений теории упругости // Диф. Уравнения .2000. Т. 36. N5. С. 674-678.

4. *Махмудов О.И., Ниёзов И.Е* Регуляризатсия решения задачи Коши для системъ теории упругости // Матем.заметки. 2000. Т. 68. N4. С. 548-553.