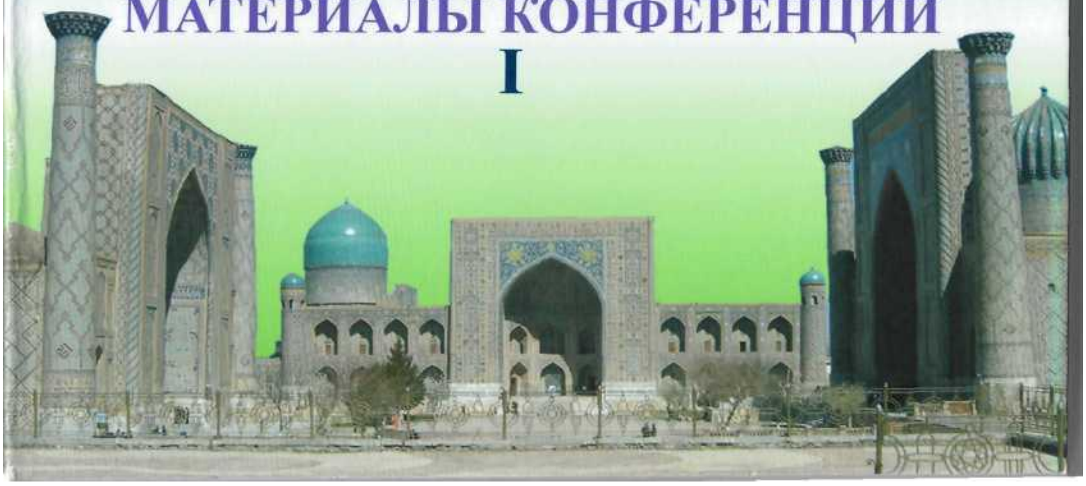
Республиканская научная конференция

«НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИКИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ»

14-15-мая 2018,
Самарканд, Узбекистан

МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ
I



МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНОГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

республиканской научной конференции

«Новые результаты математики и их приложения»

14-15 мая 2018 г.

I

СамДУ илмий техник кенгаши мажлисида муҳокама қилиниб нашрга тавсия этилган (2018 йил 4 май, 6-баённома)

Самарканд-2018

СЕКЦИЯ № 3
СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

$$J_2(y) = \int_{x_0}^{x_1}\left[F(x,y,y') + \sum_{j=1}^{k}\lambda_j(x)g_j(x,y,y')\right]dx.$$

Для определения неизвестных функций $y_i(x)(i = 0,1,2,\dots,n)$и $\lambda_j(x)$ (j = 1, 2 , . . . , k) составляет система уравнений Эйлера – Лагранжа

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} + \sum_{j=1}^{k}\lambda_j\frac{\partial g_j}{\partial y_j} - \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial F}{\partial y'_i} + \sum_{j=1}^{k}\lambda_j\frac{\partial g_j}{\partial y'_j}\right) = 0\ (i = 0,1,2,\dots,n) \qquad (5)$$

$$g_j(x,y,y') = 0 \quad (j = 1,2,\dots,k).$$

Произвольные постоянные, возникающие при интегрировании системы уравнений (5), могут быть найдены с использованием граничных условий (4).Для (4) необходимо использовать условия трансверсальности

$$\left[\left(\Phi - \sum_{i=1}^{n} y_i{}'\frac{\partial\Phi}{\partial y_{i'}}\right)dx + \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\Phi}{\partial y_{i'}}dy_i\right]\Bigg|_{x_0}^{x_1} + d\psi + \sum_{m=1}^{p} e_m d\psi_m = 0, \qquad (6)$$

$e_m(m = 1,2,\dots,p)$ *−некоторые постоянные*, $\Phi = F(x,y,y') + \sum_{m=1}^{p}\lambda_j(x)g_j(x,y,y')$. Тождество(6) должно иметь место для любых значений дифференциалов $dx_0, dx_1, dy_{i0}, d1$.

Литература

1. Е.А. Андреева, В.М. Цирулева. Оптимальное управление. Учебное пособие. Тверской государственный университет, 2001

PANJRADAGI IKKI FERMIONLI SISTEMAGA MOS DISKRET SHREDINGER OPERATORINING XOS QIYMATI HAQIDA

Xalxujayev A.M., Mamarajabov S.R., *SamDU*

Koordinata tasvirda panjarada qisqa masofada o'zaro ta'sirlashuvchi ikki fermionli sistemaga mos ikki zarrachali diskret Shrodinger operatorlari oilasi $\widehat{H}(k), k \in T^1$, $l^{2,t}(Z^1) = \{\hat{\varphi} \in l^2(Z^1): \hat{\varphi}(-x) = -\hat{\varphi}(x)\}$ Hilbert fazosida quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\widehat{H}(k) = \widehat{H}_0(k) + \widehat{V}, \qquad k \in T^1.$$

Har bir $k \in T^1$ uchun qo'zg'almas operator $\widehat{H}_0(k)$ quyidagicha aniqlanadi:

$$[\widehat{H}_0(k)\hat{\varphi}](x) = \sum_{y\in Z^1}\hat{\varepsilon}_k(x-y)\hat{\varphi}(y), \ \ \hat{\varphi} \in l^{2,t}(Z^1).$$

Bunda

$$\hat{\varepsilon}_k(x) = \left[1 + e^{-ikx}\right]\hat{\varepsilon}(x), k \in T^1, x \in Z^1$$

$$\hat{\varepsilon}(x) = \begin{cases} 2, & agar\ x = 0 \\ -1, & agar\ |x| = 1, x \in Z^1. \\ 0, & agar\ |x| > 1 \end{cases}$$

Potensial (ta'sir) operatori

$$[\widehat{V}\hat{\varphi}](x) = \hat{v}(x)\hat{\varphi}(x), \ \ \hat{\varphi} \in l^{2,t}(Z^1)$$

kabi aniqlanadi. Bu yerda Z^1 panjarada aniqlangan $\hat{v}(\cdot)$funksiya juft va nomanfiy bo'lib, quyidagi shartni qanoatlantiradi, ya'ni

$$|\hat{v}(s)| \le Cexp(-a|s|),$$

bu yerda $a > 0$ biror son.

Impuls tasvirda qaralayotgan operatorlar oilasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$H(k) = H_0(k) + V, \qquad k \in T^1.$$

Bunda $H_0(k)$ chegaralangan ε_k funksiyaga ko'paytirish operatori, ya'ni

$$[H_0(k)\varphi](q) = \varepsilon_k(q)\varphi(q), \ \varphi \in L^{2,t}(T^1),$$

bunda

$$\varepsilon_k(q) = 2 - 2cos\frac{k}{2}cosq, q \in T^1,$$

$$L^{2,t}(T^1) = \{\varphi \in L^2(T^1): \varphi(-q) = -\varphi(q)\}.$$

Qo'zg'alish, ya'ni ta'sir operatori quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$[V\varphi](p) = \int_{T^1} v(p-q)\,\varphi(q)\eta(dq), \varphi \in L^2(T^1).$$

$H_0(k)$ operator $\varepsilon_k(\cdot)$ funksiyaga ko'paytirish operatori, $\varepsilon_k(\cdot)$ esa haqiqiy qiymatli funksiya bo'lganligi uchun $H_0(k)$ operatorning spektri faqat muhim spektrdan iborat bo'ladi bo'ladi. $H_0(k)$ operator o'z-o'ziga qo'shma va qo'zg'alish operatori V kompakt operator ekanligidan muhim spektr turg'unligi haqidagi Weyl teoremasiga ko'ra

$$\sigma_{ess}\left(H_\mu(k)\right) = \sigma_{ess}\left(H_0(k)\right) = [\varepsilon_{min}(k), \varepsilon_{max}(k)], \qquad k \in T^1$$

munosabato'rinlibo'ladi. Bunda

$$\varepsilon_{min}(k) := \min_{q\in T^1}\varepsilon_k(q) = \varepsilon_k(0), \varepsilon_{max}(k) := \max_{q\in T^1}\varepsilon_k(q) = \varepsilon_k(\pi).$$

Teorema. Faraz qilaylik $H_\mu(k'), k' \in T^1$ operatorning xos qiymati mavjud bo'lsin. U holda $|k| > |k'|$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy$k \in T^1$ uchun $H_\mu(k)$ operatorning xos qiymati mavjud bo'ladi.

Adabiyotlar ro'yxati

1. С.Н. Лакаев, А.М. Халхужаев О спектре двухчастичного оператора Шредингера на решетке // ТМФ, 2008, с.287-300.

IXTIYORIY POTENSIALLI IKKI ZARRACHALI SISTEMA GAMILTONIANI DISKRET SPEKTRI

Xalxujayev A.M., Xamidov Sh.I., *SamDU, shoh.hamidov1990@mail.ru*

Koordinata tasvirda panjarada qisqa masofada o'zaro ta'sirlashuvchi ikki fermionli sistemaga mos ikki zarrachali diskret Shrodinger operatorlari oilasi $\widehat{H}(k), k \in T^d$, $l^{2,t}(Z^d) = \{\hat{\varphi} \in l^2(Z^d): \hat{\varphi}(-x) = -\hat{\varphi}(x)\}$ Hilbert fazosida quyidagi formula bilan aniqlanadi:

2. *Agarda* $\frac{n}{2N}-$ *kasr son bo'lsa, u holda ixtiyoriy* $\mu=(\mu_0,\dots,\mu_{N-1})\in R_+^N$ *va* $\mu_N\in M_\alpha$ *uchun* $h(k)$ *operatorning muhim spektridan chapda karraliklari bilan qushib hisoblaganda* $2N+\alpha$ *ta xos qiymati mavjud, bu yerda* $M_0=(0;\mu^0(k)], M_1=(\mu^0(k);\infty)$, $\alpha\in\{0;1\}$.

2-Teorema. *1-farazimiz bajarilsin. U holda* $\tilde{\varepsilon}_k(p)=\frac{2}{m}$ *tenglik o'rinli va ixtiyoriy* $\mu=(\mu_0,\dots,\mu_N)\in R_+^{N+1}$ *uchun* $h(k)$ *operatorning muhim spektridan chapda karraliklari bilan qushib hisoblaganda* $2N+1$ *ta xos qiymati mavjud, hamda ularning kurinishi quyidagicha:* $z_0=\frac{2}{m}-2\mu_0\pi$, $z_l=\frac{2}{m}-\mu_l\pi, l=1,\dots,N$. *Bu holda* z_0 *–oddiy,* $\mu_l\neq\mu_r, l\neq r$ *bo'lganda* z_l *–ikki karrali xos qiymat bo'ladi.*

О СПЕКТРЕ ОДНОГО ДВУХЧАСТИЧНОГО ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА НА ОДНОМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ

Халхужаев А.М., Мамаражабов С.Р., *СамГУ*

Пусть T^1 – одномерный тор,$L_2^o(T^1)$ –гильбертово пространство квадратично-интегрируемых нечетных функций на T^1.Определим следующий самосопряженный оператор, действующий в пространстве $L_2(T^1)$по формуле

$$(h_\mu(k)f)(q)=\cos\frac{k}{2}\cos 2q f(q)-\mu\int_{T^1}\sin q\sin s f(s)ds.$$

Здесь $k\in T^1$и $\mu>0$ – некоторое положительное число.

По теореме Вейля о существенном спектреприкомпактном возмущении (см. [1]),имеем

$$\mathfrak{S}_{ess}\left(h_\mu(k)\right)=\left[-\cos\frac{k}{2},\cos\frac{k}{2}\right].$$

Сформулируем основной результат работы:

Теорема. Пусть $k=\pi$.Тогда для любого $\mu>0$ имеют места

a) число $z=0$ является бесконечнократным собственным значением оператора $h_\mu(\pi)$;

b) оператор $h_\mu(\pi)$ имеет ненулевое собственное значение

$$z(\mu.\pi)=-\mu\pi<0;$$

c) если $k\neq\pi$, то для любого$\mu>0$оператор$h_\mu(k)$ имеет единственного собственное значение $z(\mu.k)$, лежащие левее существенного спектра.Соответствующая собственнаяфункцияимеет вид

$$f(q)=\frac{\mu\sin q}{\cos\frac{k}{2}\cos 2q-z(\mu,k)}.$$

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Рид М. Саймон Б. *Методы современной математической физики. Т.4.Анализ операторов.* М.: Мир. 1982.

[2]. С.Н. Лакаев., А.М.Халхужаев. *О числе собственных значений двухчастичного дискретного оператора Шредингера.* ТМФ, **158**:2, 263-276. (2009)

О МЕСТОПОЛОЖЕНИИ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТРЕХЧАСТИЧНОГО ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА НА РЕШЕТКЕ

Хамидов Ш.И., Мирубайдова Д., *СамГУ, shoh.hamidov1990@mail.ru*

Трехчастичный оператор Шредингера $H_\mu(K), K\in \mathrm{T}$,определяется по формуле:

$$H_\mu(K)=H_0(K)+\mu(V_1+V_2+V_3).$$

Здесь $H_0(K), K\in\mathrm{T}$, действует в

$$L^{2,a}(\mathrm{T}^2)=\{f\in L^2(\mathrm{T}^2): f(p,q)=-f(q,p)=-f(p,K-p-q)\}$$

как оператор умножения на функцию:

$$(H_0(K)f)(p,q)=E(K;p,q)f(p,q), f\in L^{2,a}(\mathrm{T}^2),$$

где

$$E(K;p,q)=\varepsilon(p)+\varepsilon(q)+\varepsilon(K-p-q).$$

оператор $V=V_1+V_2+V_3$ действует в $L^{2,a}(\mathrm{T}^2)$ и в координатах $(p,q)\in\mathrm{T}^2$ имеет вид

$$(Vf)(p,q)=\frac{1}{2\pi}\int_{\mathrm{T}}\cos(q-t)f(p,t)dt+\frac{1}{2\pi}\int_{\mathrm{T}}\cos(p-t)f(t,q)dt+\frac{1}{2\pi}\int_{\mathrm{T}}\cos(q-t)f(K-p-q,t)dt,$$

$\mu<0$–энергия взаимодействия двух частиц на решетке.

Обозначим через $\xi_\mu(K)$ нижний край спектра оператора $H_\mu^{ch}(K)$, т.е.

$$\xi_\mu(K)=\inf_{\|f\|=1}(H_\mu^{ch}(K)f,f).$$

Теорема. Все собственные значения оператора $H_\mu(K), K\in\mathrm{T}$, лежащие левее существенного спектра, принадлежат интервалу

$$[\min_{p\in\mathrm{T}}[3-\frac{\mu^2+4\cos^2\frac{K-p}{2}+2\mu\cos p}{2\mu}]+2\mu,\xi_\mu(K)).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Халхужаев Существенный спектр трехчастичного дискретного оператора, соответствующего системе трех фермионов на решетке // Изв. вузов. Матем., 2017, номер 9,страницы 76–88.