

ROBOTOTEXNIK MEXANIZMLARNING MAXSUSLIKLARI VA ULARNI TOPIISH ALGORITIMI

M.A. Baratova, J. J.Muxtorov, A.A.Azimzoda

Annotatsiya: Ushbu ishda ikki erkinlik darajasiga ega bo'lgan tekis mexanizmlarning maxsus holatlarini aniqlash kriteriyalari va ularning to'liq tasnifi o'rganiladi. Agar mexanizm bitta erkinlik darajasiga ega bo'lsa, uning maxsus holati haqida so'z boradi, agar mexanizm bir necha erkinlik darajali mexanizmlarda esa odatda maxsus konfiguratsiya haqida so'z boradi [1-2].

Mexanizm maxsus konfiguratsiyaga tushganda, u cheklanmagan holda uzoq vaqt harakatda bo'lishi mumkin, lekin bu oldigisidan bitta yoki bir nechta erkinlik darajasi kam bo'lgan boshqa mexanizm bo'ladi. Maxsus holat sifatida bunday mexanizmga ko'p o'zgaruvchili funksiyadan iborat bo'ladi. Bir necha erkinlik darajasiga ega bo'lgan mexanizmning holatini ifodalovchi bu funksiyalarni mexanizmning ko'pxilligi deyiladi.

O'rganilayotgan mexanizmning bog'lanishlar tenglamasi quyidagi noxiziqli algebraik tenglamalar sistemasi ko'rinishida ifodalanadi:

$$F_i(U, V) \stackrel{\text{def}}{=} F_i(x_1, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_{m+n}) = 0, i = \overline{1, m}, n \leq m \quad (1)$$

Bunda, $U = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ va $V = x_{m+1}, \dots, x_{m+n}$ mos holda holat va boshqaruv koordinatalari, F_i - esa ko'phadlar. Tenglamalar soni m , holat koordinatalar soni U bilan mos keladi, n soni esa mexanizmning erkinlik darajasi deb ataladi. Umumiy holda mexanizmning erkinlik darajasi $n = k - m$ tenglik bilan topiladi, bu yerda k - tenglamalar sistemasidagi noma'lumlar soni [3]. Har bir V boshqaruv koordinatalarning qiymatlariga (1) sistemani qanoatlantiruvchi U ning chekli sondagi qiymatlari mos keladi. $U(V)$ ko'p qiymatli vektor funksiya deb aytiladi, ya'ni $x_i = x_i(x_{m+1}, \dots, x_{m+n})$.

Faraz qilaylik, $x_k^0 = (x_1, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_{m+n})$ nuqta (1) tenglamalar sistemasini qanoatlantirsin. Holat funksiyasining ushbu nuqta yaqinidagi holatini kuzataylik. Buning uchun $m \times k$ o'lchovli (1) sistemaning yakobi matritsasini qaraymiz:

$$J \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_k} \right), i = \overline{1, m}, k = \overline{1, m+n}. \quad (2)$$

$1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m \leq m+n$ - qandaydir m tartiblangan butun sonlar guruhi bo'lsin, uni $I = i_1, \dots, i_m$ orqali belgilaymiz. M_I orqali (2) matrisaning m - tartibli minorlarini belgilaymiz, ya'ni undagi $i_1, \dots, i_m$ indeksli ustunlarni tanlashdan olinadi.

Quyidagi holatni ko'rib chiqamiz [1]:

1) Agar $\forall I, M_I(x_k^0) \neq 0$ bajarilsa, u holda x_k^0 nuqtani (1) sistemaning oddiy nuqtasi deb ataymiz;

2) Agar $\exists I', I'', M_{I'}(x_k^0) = 0, M_{I''}(x_k^0) \neq 0$ bajarilsa, u holda x_k^0 nuqtani (1) tenglamalar sistemasining birinchi tur maxsus nuqtasi deb ataymiz.

3) Agar $\forall I, M_I(x_k^0) = 0$ bajarilsa, u holda x_k^0 nuqtani (1) tenglamalar sistemasining ikkinchi tur maxsus nuqtasi deb ataymiz.

Oddiy nuqta atrofida (1) sistemaning yechimi oshkormas funksiyalar haqidagi Koshi teoremasiga asosan, absolyut yaqinlashuvchi qatorlar ko'rinishida tasvirlash mumkin:

$$x_i - x_i^0 = \varphi_i(x_{m+j} - x_{m+j}^0), \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

Bunda, φ_i - darajali qatorlar. Mos ravishda mexanizmning bu nuqtadagi holati oddiy bo'ladi. Birinchi va ikkinchi tur maxsus nuqtalar atrofida mexanizmning maxsus holatlari mos keladi. Maxsus nuqta atrofida $U(V)$ holat funksiyasi V boshqaruv koordinatalarining bir qiymatli analitik funksiya bo'lmay qoladi. Ikkinchi tur maxsus nuqta (o'lik holat) atrofida (1) sistemaning yechimi (3) ko'rinishda ifodalalab bo'lmaydi, chunki bu holda oshkormas funksiyalar haqidagi teoremaning shartlari bajarilmaydi, lekin Nyuton ko'yoqliklari usuli yordamida quyidagi ko'rinishdagi parametrik yechimlarni olish mumkin:

$$x_i = x_i^0 + \sum_{j=1}^{\infty} b_{ij} \tau^{p_{ij}}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (4)$$

Yuqoridagilardan kelib chiqadiki, (1) sistema yechimlari maxsusliklarini tahlil qilish uchun barcha maxsus nuqtalarini topish va ikkinchi tur maxsus nuqtalar bo'ladigan barcha hollarni ko'rsatish kerak. O'rganilayotgan mexanizmlar bog'lanish tenglamalarining maxsusliklarini tahliliga asosan quyidagi maxsusliklarni hisolash algoritmi ishlab chiqilgan [3-4]:

1. Mexanizm bog'lanish tenglamalarini algebraik shaklda yozish:

$$F_i(U, V) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

2. Bog'lanish tenglamalari sistemasining yakobi matritsani tuzish:

$$J \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_j} \right), \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m+n}$$

3. Yakobi J matritsa barcha M_I m - tartibli minorlarini tanlash.

4. Tanlangan minorlarni hisoblash.

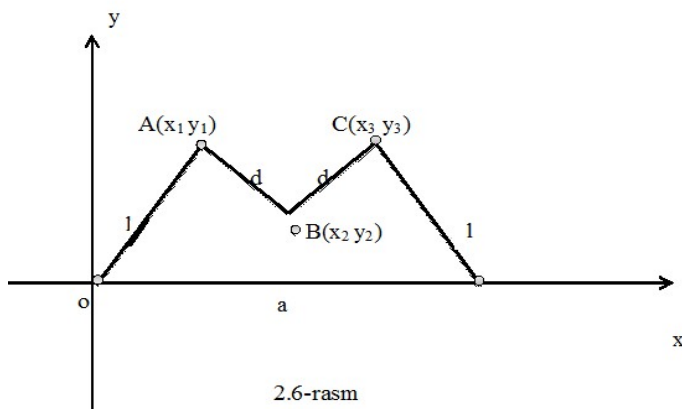
5. Hisoblangan minorlarni ko'paytuvchilarga ajratish va mexanizmning shunday holatini aniqlash kerakki, unda hech bo'lmaganda biror I' indekslar guruhi uchun $M_{I'} = 0$ sharti bajarilsin.

6. Yakobi matritsasining m - tartibli barcha minorlarining bir vaqtda nolga aylanish shartlarini topish.

7. Barcha $I = (i_1, \dots, i_m)$ lar uchun $M_I = 0$ sharti bajariladigan mexanizmning holatlarini aniqlash.

Birinchi tur maxsusliklarni topish uchun dastlabki 5 ta qadam yetarli, oxirgi ikkita, ya'ni 6 va 7 bosqichlarni aniqlash juda murakkabdir.

Misol. Quyidagi chizmada keltirilgan tekis mexanizmni qaraylik. Bunda O, A, B, C, D nuqtalar quyidagi koordinatalarga ega: $O = O(0,0)$, $A = A(x_1, y_1)$, $B = B(x_2, y_2)$, $C = C(x_3, y_3)$, $OA = DC = \ell$ va $AB = BC = d$ uzunliklar o'zgarmas kattaliklar bo'lib, $a > 2\ell > 2d$ bo'lsin.



Qaralayotgan mexanizmnining holat funksiyalarining bog'lanish tenglamalari quyidagi nochiqliq algebraik tenglamalar sistemasidan:

$$\begin{cases} F_1 \stackrel{\text{def}}{=} x_1^2 + y_1^2 = l^2 \\ F_2 \stackrel{\text{def}}{=} (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = d^2 \\ F_3 \stackrel{\text{def}}{=} (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 = d^2 \\ F_4 \stackrel{\text{def}}{=} (x_3 - a)^2 + y_3^2 = l^2 \end{cases} \quad (5)$$

(1) sistema 4 ta tenglama, 6 ta noma'lumdan iborat, bundan ko'rinadiki $n=2$ erkinlik darajasiga ega, yani 2 erkinlik darajasiga ega bo'lgan mexanizmdan iborat.

(1) sitemaning yakobi matritsasi quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi.

$$J = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u_{12} & v_{12} & u_{21} & v_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_{23} & v_{23} & u_{32} & v_{32} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_3 - a & y_3 \end{pmatrix}$$

bunda $u_{ij} = x_i - x_j$, $v_{ij} = y_i - y_j$ va $u_{ij} = -u_{ji}$, $v_{ij} = -v_{ji}$.

Matrisaning noldan farqli barcha 4-tartibli minorlari 13 ta bo'lib ular quyidagilardir:

$$\begin{aligned} M_1 &= D_2 x_1 (x_3 - a), \quad M_2 = D_3 x_1 v_{21}, \quad M_3 = D_2 x_1 y_3, \\ M_4 &= D_3 x_1 u_{21}, \\ M_5 &= D_2 y_1 (x_3 - a), \quad M_6 = D_3 y_1 v_{21}, \quad M_7 = D_3 y_1 u_{21}, \quad M_8 = D_2 y_1 y_3, \\ M_9 &= D_1 y_3 v_{23}, \quad M_{10} = D_1 v_{23} (x_3 - a), \quad M_{11} = D_1 y_3 u_{23}, \quad M_{12} = D_1 D_3, \\ M_{13} &= D_1 u_{23} (x_3 - a). \end{aligned}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ u_{12} & v_{12} \end{vmatrix} \quad D_2 = \begin{vmatrix} u_{21} & v_{21} \\ u_{23} & v_{23} \end{vmatrix} \quad D_3 = \begin{vmatrix} u_{32} & v_{32} \\ x_3 - a & y_3 \end{vmatrix}$$

$D_i (i = \overline{1,3})$ minorlarning nolga aylanishi mos holda mexanizmning maxsus holatga tushishini anglatadi, yani erkinlik darajasining yo'qotishidir. Masalan $D_1 = 0$ sharti bajarilsa O, A, B nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishini anglatadi. Xuddi shuningdek $D_2 = 0$ esa A, B, C nuqtalarni, agar $D_3 = 0$ bo'lsa B, C, D nuqtalarni $D_1 = D_2 = 0$ bo'lsa O, A, B, C nuqtalarni, $D_1 = D_3 = 0$ bo'lsa O, A, B va B, C, D nuqtalarni, $D_2 = D_3 = 0$ bo'lsa A, B, C, D nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishini anglatadi. Bu holda bitta erkinlik darajasining yo'qotilishi sodir bo'ladi. Bu holat birinchi tur maxsus holatni ifodalaydi. Osongina aniqlash mumkinki barcha M_i lar bir vaqtda nolga aylansa yani $M_i = 0 (i = \overline{1,13})$ shartlari bajarilsa berilgan mexanizm ikkinchi tur maxsuslikka erishadi.

Xullas, quyidagi teorema o'rinli.

Теорема. *Bog'lanish tenglamalari (5) sistemasi bilan aniqlanadigan tekis mexanizm ikkinchi tur maxsuslikka erishmaydi.*

Isbot. Shartiga ko'ra mexanizm ikkinchi tur maxsuslikka erishish uchun $M_i = 0$ ($i = \overline{1,13}$) sharti bajarilishi zarur. Bu xolat mexanizimning gorizontal, ya'ni mexanizimning barcha bo'g'inlari ox o'qida yotishi kerak. Lekin bunday holat yuz bermaydi, chunki aniqlanishga ko'ra $a > 2l > 2d$. Bundan esa mexanizim bo'g'inlari bir to'g'ri chiziqda yotmasligi kelibchiqadi. Teorema isbotlandi.

Adabiyotlar

1. Брюно А.Д., Солеев А. Классификация особенностей функции положения механизмов. *Пробл. машиностр. и надежн. машин.* № 1, 1994. С. 102-109.
2. Лунев В.В., Мисюрин С.Ю. Особые многообразия плоских и пространственных механизмов с несколькими степенями свободы. *Пробл. машиностр. и надежн. машин.* 1993. № 1, с. 102-109.
3. Баротов А.С. Об особенностях функции положения вращающего пятизвенника. *Узб. мат. журнал.* – Т., 2016. - № 2. с. 32-39.
4. Солеев А., Баротов А. С. Алгоритм исследования особенностей плоских механизмов. *Науч. журнал «CONTINUUM». Матем-ка. Информ-ка. Образова-ние. Вып. № 2(6). Елец. 2017.-С. 6-10.*