

KOORDINAT OPERATORINING TAQSIMOTI

Mutaxassislik: 5A130102-Ehtimollar nazaryasi va matematik statistika
Ismoilov G'olibjon Ismoil o'g'li
2-bosqich

Annotatsiya: Ushbu maqolada uzluksiz yoki panjarada harakatlanayotgan erkin zarracha koordinatasining taqsimot qonuni topilgan.

Kvant mexanikasi atomlar va molekulalar kabi mikroskopik obyektlar hamda (implus ta'siri yoki moment kabi) fizik xarakteristikalari miqdoriy jihatdan Plank doimiysi bilan taqqoslanadigan jarayonlarni o'rganish uchun qo'llaniladi.

Mikroobyektning qandaydir fizik kattaligini o'lchash uchun mikroobyektni as-bob bilan o'zaro tasir qilishga majbur etish kerak. Bu o'zaro ta'sir natijasida asbob-ning makroskopik holati o'zgaradi, yani o'lchash akti yuz beradi. Odatda mikroob-yekt asbob bilan o'zaro ta'sir qilganda ko'chkisimon jarayonni (masalan, Vilson ka-merasida bug' kondensatsiyasini) chaqiradi, bu esa asbobning makroholatining o'zga-rishiga olib keladi.

Umumiy holda o'lchash natijasini oldindan aniq aytib berish mumkin emas ekan (hatto o'lchash o'tkaziladigan sharoitlar haqida barcha mumkin bo'lgan ma'lumotlar to'planganda ham). O'lchash natijasi tasodifiy miqdor bo'lib, kvant mexanikasida bunday miqdorlarning taqsimot qonunlari o'rganiladi. Qiymatlarini tajribada aniqlash mumkin bo'lgan fizik miqdorlar kuzatiluvchan miqdorlar deyiladi. O'lchash natijalari haqiqiy sonlar deb hisoblanadi. Har qanday a kuzatiluvchan miqdorga biror separabel Kompleks Hilbert fazosida aniqlangan $\tilde{a}$ o'z-o'ziga qo'shma chiziqli operator mos keladi. Biz ushbu ishda quyidagi postulatdan foydalanamiz.

1-postulat. Kuzatiluvchan miqdorlar faqat va faqat ularga mos o'z-o'ziga qo'sh-ma operatorlar o'zaro o'rin almashinuvchan bo'lgandagina bir vaqtda o'lchanadigan bo'ladi. Agar kuzatiluvchan $a_1, \dots, a_n$ miqdorlar bir vaqtda o'lchanadigan bo'lsa u hol-da $\psi \in \Omega$ (Ω -holatlar fazosi) holatda ularning birgalikdagi simot funksiyasi

$$P_{\psi}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = \|E_{\lambda_1}^{(1)} E_{\lambda_2}^{(2)} \dots E_{\lambda_n}^{(n)} \psi\|^2 \quad (1)$$

ko'rinishga ega [1], bu yerda $E_{\lambda_1}^{(1)}, E_{\lambda_2}^{(2)}, \dots, E_{\lambda_n}^{(n)}$ lar mos ravishda $\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n$ operatorlar birining yoyilmalaridan olingan spektral proyektorlar.

Ravshanki, agar ψ vektorni sistemaning xuddi shu holatini ifodalovchi boshqa vektor bilan almashtirsak (1) ifodaning qiymati o'zgarmaydi. $E_{\lambda_1}^{(1)}, E_{\lambda_2}^{(2)}, \dots, E_{\lambda_n}^{(n)}$ proyektorlar o'zaro o'rin almashinuvchan bo'lgani uchun (1) ifodaning qiymati $a_1, \dots, a_n$ kuza-tiluvchan miqdorlar qanday tartibda qaralayotganidan bog'liq emas. Agar qandaydir bitta a kuzatiluvchan miqdor o'lchanadigan bo'lsa, u holda bu miqdorning ψ holatda-gi taqsimot funksiyasi

$$P_{\psi}(\lambda) = \|E_{\lambda}\psi\|^2 \quad (2)$$

ko'rinishga ega, bu yerda E_{λ} - $\tilde{a}$ operator birining yoyilmasidan olingan spektral proyektor. Bu munosabat (1) munosabatning xususiy holidir.

Agar zarracha bir o'lchamli $R = (-\infty; \infty)$ fazoda harakatlanayotgan bo'lib, uning koordinatasi kuzatilayotgan bo'lsa, unga mos koordinata operatori $L_2(R)$ fazoda o'z-o'ziga qo'shma operator bo'lib, quyidagi formula yordamida beriladi:

$$(Kf)(x) = xf'(x), \quad f \in L_2(R)$$

Bu operator birining yoyilmasidagi spektral proektorlari $E_{\lambda}, \lambda \in R$ quyidagicha aniqlanadi:

$$(E_{\lambda}f)(x) = \chi_{\lambda}(x)f(x), \quad f \in L_2(R)$$

$$\chi_{\lambda}(x) = \begin{cases} 1, & x \leq \lambda \\ 0, & x > \lambda \end{cases}$$

Koordinataning $\psi \in L_2(R)$ holatdagi taqsimot funksiyasi quyidagicha:

$$F_{\psi}(\lambda) = \|E_{\lambda}\psi\|^2 = \int_R |(E_{\lambda}\psi)(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\lambda} |\chi_{\lambda}(x)\psi(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\lambda} |\psi(x)|^2 dx$$

1-lemma. Koordinataning ixtiyoriy $\psi \in L_2(R)$ holatdagi taqsimoti absolyut uz-luksiz bo'lib, uning taqsimot zichligi $p(x) = |\psi(x)|^2$ ga teng ekan.

Agar zarracha panjarada qaralayotgan bo'lsa, uning holatlar fazosi $\ell_2(Z)$ bo'lib koordinata operatori $\tilde{K}$ quyidagicha bo'ladi:

$$(\tilde{K}f)(n) = nf(n), \quad f \in \ell_2(Z).$$

Ravshanki, bu operator $\ell_2(Z)$ fazoda o'z-o'ziga qo'shma bo'ladi. Koordinat operatori birining yoyilmasidagi spektral proyektorlar quyidagicha aniqlanadi:

$$(E_\lambda f)(n) = \chi_{(-\infty, \lambda]}(n) f(n), f \in \ell_2(Z)$$

Koordinataning $\psi \in \ell_2(Z)$ holatdagi taqsimoti quyidagicha bo'ladi:

$$F_\psi(\lambda) = \|E_\lambda \psi\|^2 = \sum_{n \in Z} |(E_\lambda \psi)(n)|^2 = \sum_{n \leq \lambda} |\psi(n)|^2$$

2-lemma. Panjaradagi zarracha koordinataning ixtiyoriy $\psi \in \ell_2(Z)$ holatdagi taqsimoti diskret bo'lib, uning taqsimot qonuni quyidagicha:

ξ_ψ		-1	0	1		n	$n+1$	
P_ψ		$ \psi(-1) ^2$	$ \psi(0) ^2$	$ \psi(1) ^2$		$ \psi(n) ^2$	$ \psi(n+1) ^2$	

Adabiyotlar ro'yxati

1. Ф.А.Березин, М.А.Шубин. Уравнение Шредингера.Изд.Московского университета.2003.
2. A.Abdushukurov, T.Zuparov. "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika" Darslik. Tafakkur-Bo'stoni.Toshkent, 2015.

Ilmiy rahbar:

f.-m.f.d.,prof J.I.Abdullayev