

Mulohaza

Analitik davom ettirish masalasiga ko'pchilik amaliy masalalar keltiradi. Masalan, analitik davom ettirish masalasiga Laplas tenglamasi uchun Koshi masalasi teng kuchli bo'lganligi uchun analitik davom ettirish masalasidagi natijalardan Koshi masalasini yechishda ham foydalanish mumkin.

Bu ishda bir o'lchovli kompleks funksiyalar uchun yechimni turg'unligini baholovchi tengsizliklar keltirilgan. Bu tengsizliklar garmonik o'lchov tushunchasi bilan bog'liq bo'lganligi uchun birlik yarim doira uchun garmonik o'lchovning aniq ko'rinishi keltirilgan. Shuning uchun analitik davom ettirish masalalarida bu baholashlardan foydalanish qulay. Shu sababli ishni chop ettirish mumkin.

Muloxaza bildiruvchi

fizika matematika fanlari

doktori professor:

A. X. Xaydarov

Annotatsiya

Bu ishda analitik davom ettirish masalasi uchun turg'unlikni ta'minlovchi baholashlar garmonik o'lchov yordamida topilgan.

Аннотация

В этой работе найдены оценки, гарантирующие устойчивость решения задачи аналитического продолжения с помощью гармонической меры.

Resume

In this paper it is found estimate, which allows stability for solution to the problem on analytic continuation by using harmonic measure.

Analitik davom ettirish masalasi yechimining turg'unligi haqida.

Magisrt: Qorabekov O'.

Analitik davom ettirish masalasiga ko'pchilik amaliy masalalar keltiriladi. Ushbu ishda doirada bir argumentli kompleks o'zguruvchili analitik funksiyaning garmonik o'lchov tushunchasiga asoslangan turg'unlikni baholovchi formulani keltiramiz.

Kompleks tekislikdagi D sohada regulyar va analitik bo'lgan hamda $\bar{D}$ da uzluksiz

$$|f(z)| \leq C \quad (z \in D) \quad (1)$$

shartni qanoatlantiruvchi funksiyaning qaraymiz. Agar $\Gamma = \partial D$ bo'lsa, Γ_1 va Γ_2 orqali Γ ning qismlarini olamizki, $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$, $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$ bo'lsin. Agar Γ_1 da $f(z)$ ning qiymatlari berilib, unga asosan $z \in D$ da $f(z)$ ning qiymatlarini aniqlashga $f(z)$ ning Γ_1 dan D sohaga analitik davom ettirish masalasi deymiz. Bunda $\Gamma_1 = \Gamma$ bo'lsa, bu masala yechimi kompleks funksiyalar nazariyasiga asosan, quyidagi Koshi integrali orqali beriladi:

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(\xi) d\xi}{\xi - z}$$

Agar $\Gamma_1 \neq \Gamma$ bo'lsa, u hoda analitik davom ettirish masalasini yechish Laplas tenglamasi uchun qo'yilgan Koshi masalasiga teng kuchli bo'ladi. Haqiqatdan ham Γ_1 da $u(z)$ garmonik funksiya va uning $\frac{\partial u}{\partial n}$ normal hosilasi Γ_1 chiziqda berilgan bo'lsa, $f(z)$ funksiya orqali $u(z)$ va uning garmonik qo'shmasi bo'lgan $v(z)$ funksiyalardan $f(z) = u(z) + iv(z)$, ($z = x + iy$) ko'rinishli funksiyaning tuzamiz. Agar z_0 Γ_1 ning chetki nuqtalaridan bo'lsa, $v(z)$ funksiya

$$v(z) = \int_{z_0}^z \frac{\partial}{\partial n} u(z) ds$$

formula orqali aniqlanadi. Bu ko'rinishda aniqlangan $f(z)$ funksiyaning u va $\frac{\partial u}{\partial n}$ ga asosan topgan bo'lamiz.

Agar Γ_1 ustida $f(z) = u(z) + iv(z)$ analitik funksiyaning qiymatlari berilgan bo'lsa, Koshi-Riman shartidan

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma_1} = \frac{\partial v}{\partial S} \Big|_{\Gamma_1}$$

tenglikni hosil qilamiz. Bunda $\frac{\partial v}{\partial s}$ va v funksiyaning Γ_1 ustidagi yoy uzunligi bo'yicha hosilasidan iborat. $f(z)$ va $\bar{f}(z)$ funksiyalarning Γ_1 da hosilasini olib,

$$\frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{\Gamma_1} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial s} (f - \bar{f})\Big|_{\Gamma_1}$$

tenglikni hosil qilamiz. Shunday qilib, $\Gamma_1 \neq \Gamma$ bo'lganda $f(z)$ funksiyaning analitik davom ettirish masalasi $\Delta u = 0$ tenglama uchun Koshi masalasiga keltirilar ekan.

Endi analitik davom ettirish masalasi yechimining turg'unligini baholashga to'xtalamiz.

$\omega(z)$ Γ_1 chiziqning D sohaning z nuqtasidagi garmonik o'lchovi bo'lsin.

Teorema. Agar $f(z)$ funksiya D da analitik D ning ichida regulyar va $\bar{D}$ da (1) shartni qanoatlantirsa, hamda, Γ_1 da

$$|f(z)| \leq \varepsilon \quad (2)$$

tengsizlikni qanoatlantirsa, u holda har bir $z \in D$ uchun

$$|f(z)| \leq C^{1-\omega(z)} \varepsilon^{\omega(z)} \quad (3)$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi. Teoremaning isboti [1] da keltirilgan.

Analitik davom ettirish masalasini aniqlash uchun Γ_1 chiziqning garmonik o'lchovi bo'lgan $\omega(z)$ ni topish kerak. Endi D soha sifatida radiusi 1 ga teng bo'lgan doirani qaraymiz. Agar Γ_1 ning chegaralari $t_1 = e^{i\varphi_1}$ va $t_2 = e^{i\varphi_2}$ ($0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_2 \leq 2\pi$) bo'lsa, $z = e^{i\varphi}$, $0 < \varphi < 2\pi$ bo'lganligi uchun

$$\omega(\varphi_1, \varphi_2, z) = \frac{1}{\pi} \arg \left[\frac{z-t_2}{z-t_1} e^{i\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}} \right] \quad (4)$$

formula o'rinli.

$$\omega(e^{i\varphi}) = \begin{cases} 1, & 0 < \varphi < \pi \\ 0, & \pi < \varphi < 2\pi \end{cases}$$

bo'lganligi uchun. $t_1 = 1$, $t_2 = -1$, $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$ da

$$\omega(z) = \frac{1}{\pi} \arg \frac{z+1}{i(z-1)}$$

ko'rinishda bo'ladi. Bunda $z = x + iy$ ekanligini hisobga olib $\omega(z)$ ni haqiqiy o'zgaruvchilarning funksiyasi ko'rinishda yozishimiz mumkin.

$$\omega(z) = \frac{1}{\pi} \operatorname{arg} \frac{x+1+i}{i(x-1)-y} = \frac{1}{\pi} \operatorname{arg} \frac{((x+1)+i)(-y-i(x-1))}{y^2+(x-1)^2} =$$

$$\frac{1}{\pi} \operatorname{arg} \frac{-xy-y-i(x^2-1)-iy^2+xy-y}{y^2+(x-1)^2} = \frac{1}{\pi} \operatorname{arg} \frac{-2y-i(x^2+y^2-1)}{y^2+(x-1)^2} = -\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{1-r^2}{2y}.$$

bunda $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Adabiyotlar.

[1]. Lavrentsev M.M Условно-корректные задачи для дифференциальных уравнений. Новосибирск: Новосибирский государственный Университет. 1973.

[2]. А. В. Бицадзе, Д. Ф. Калинеченко. Сборник задач по уравнениям математической физики. М: «Наука», 1985.