

# РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ РЕЛАКСАЦИОННОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ СУСПЕНЗИЙ С ОБРАЗОВАНИЕМ КЕЙК – СЛОЯ

Б.Х.Хужаёров, У.Ж.Сайдуллаев, Ё.Д.Усанов

Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан

Рассмотрим фильтрацию суспензии через фильтр. На поверхности фильтра образуется слой осадка твердых частиц, называемый кейк - слоем, толщина которого  $L(t)$  растет по мере фильтрации суспензии [1-3].

Допустим, что связь между скоростью фильтрации и градиентом давления носит неравновесный характер. Поскольку скорости фильтрации фаз могут иметь разные масштабы изменения, релаксационные эффекты также могут происходить с разными характерными временами. В этой задаче можно пренебречь релаксационными эффектами скорости фильтрации твердой фазы по сравнению с жидкой фазой [4,5]. Тогда закон фильтрации для одномерного случая для жидкой фазы здесь принимается в линейной дифференциальной форме

$$q_{\ell} = -\frac{k}{\mu} \left( 1 + \lambda_{p_{\ell}} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial p_{\ell}}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $q_{\ell}$  - скорость фильтрации,  $k$  - проницаемость,  $\mu$  - вязкость,  $p_{\ell}$  - давление,  $\lambda_{p_{\ell}}$  - время релаксации градиента давления,  $t$  - время,  $x$  - координата.

Для закона (1) уравнение фильтрации относительно компрессионного давления  $p_s$  принимает вид [5]

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = \frac{k^0 p_A}{\mu \beta} \left( 1 + \frac{p_s}{p_A} \right)^{1-\beta} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( 1 + \frac{p_s}{p_A} \right)^{\beta-\delta} \left( 1 + \lambda_{p_{\ell}} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial p_s}{\partial x} \right) \right] - q_{\ell m} \frac{\partial p_s}{\partial x}, \quad (2)$$

где  $p_A$  - характерное давление,  $k^0$  - значение проницаемости при  $p_s = 0$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  - показатели - постоянные величины,  $q_{\ell m}$  - поток фильтрата через фильтр:

$$q_{\ell m} = \frac{k}{\mu} \left( 1 + \lambda_{p\ell} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial p_s}{\partial x} \Big|_{x=0}. \quad (3)$$

Для консолидирующегося осадка из уравнений неразрывности следует [2]  $\frac{\partial(q_\ell + q_s)}{\partial x} = 0$ , что для заданного скоростного режима означает

$q_\ell + q_s = const$ . В отличие от режима с заданным давлением здесь  $p_\ell + p_s$  не является постоянным, а является функцией времени  $p_\ell + p_s = r(t)$ , которая определяется в процессе решения задачи.

Здесь рассматривается задача с заданным скоростным режимом  $q_\ell + q_s = v_0 = const$ . Для этого режима начальное и граничные условия для (2) имеют вид

$$p_s(0, x) = 0, \quad \frac{k}{\mu} \left( 1 + \lambda_{p\ell} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial p_s}{\partial x} \Big|_{x=0} = - \frac{p_\ell}{\mu R_m} \Big|_{x=0} = -v_0 = const < 0, \quad p_s(t, L(t)) = 0, \quad (4)$$

где  $R_m$  - приведенное сопротивление фильтра.

Уравнение роста толщины слоя осадка  $L(t)$  для закона (1) имеет вид

$$\frac{dL}{dt} = - \frac{\varepsilon_s^0}{\varepsilon_s^0 - \varepsilon_{s_0}} \left[ \frac{k}{\mu} \left( 1 + \lambda_{p\ell} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial p_s}{\partial x} \right] \Big|_{L} + \left[ \frac{k}{\mu} \left( 1 + \lambda_{p\ell} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial p_s}{\partial x} \right] \Big|_{x=0}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_s^0$  - твердосодержимость кейк - слоя при нулевом напряжении,  $\varepsilon_{s_0}$  - концентрация твердых частиц в суспензии.

Из уравнения (5) определяется подвижный фронт  $L(t)$  - граница между суспензией и кейк-слоем. Это уравнение решается совместно с основным уравнением фильтрования (2) при условиях (4) и  $L(0) = 0$ .

Для уравнений (2) - (5) поставленная задача является задачей Стефана. Для ее решения применим метод конечных разностей с ловлей подвижной границы [6,7].

Численные результаты решения задачи (2) - (5) получены при следующих значениях параметров:  $v_0 = 10^{-4}$  м/с,  $p_A = 10^4$  Па,  $R_m = 10^{12}$  1/м,  $\mu = 10^{-3}$  Па · с,  $k^0 = 0,8 \cdot 10^{-13}$  м<sup>2</sup>,  $\varepsilon_s^0 = 0.20$ ,  $\varepsilon_{s_0} = 0,0076$ ,  $\beta = 0,13$ ,  $\delta = 0,57$ .

На рис.1. представлены профили компрессионного давления при различных временах релаксации для нескольких фиксированных значений времени. На графиках можно заметить уменьшение значений компрессионного давления с увеличением значений времени релаксации. Это уменьшение для больших значений времени становится незначительной, что можно объяснить ослаблением влияния релаксации давления. Так, при  $t = 450$  с (рис.1а) разница в профилях компрессионного давления значительна, а при  $t = 1800$  с (рис.1с) разница уже незначительна.

С течением времени величина компрессионного давления во всех точках кейк-слоя увеличивается. В частности, в точки  $x = 0$  можно наблюдать его значительное увеличение для случая  $\lambda_{\ell m} = 0$  от  $0,4 \cdot 10^5$  Па при  $t = 0$  до  $0,85 \cdot 10^5$  Па при  $t = 1800$  с. При учете релаксации градиента давления эти значения ниже чем для случая  $\lambda_{\ell m} = 0$ . Для больших времен эта разница исчезает, что объясняется ослаблением влияния релаксационных эффектов. С увеличением времени, т.е. с ростом толщины осадка, распространение профилей также расширяется. Заметим, что графики на рис.1. имеют точное окончание по координате  $x$ , совпадающее с толщиной кейк-слоя.

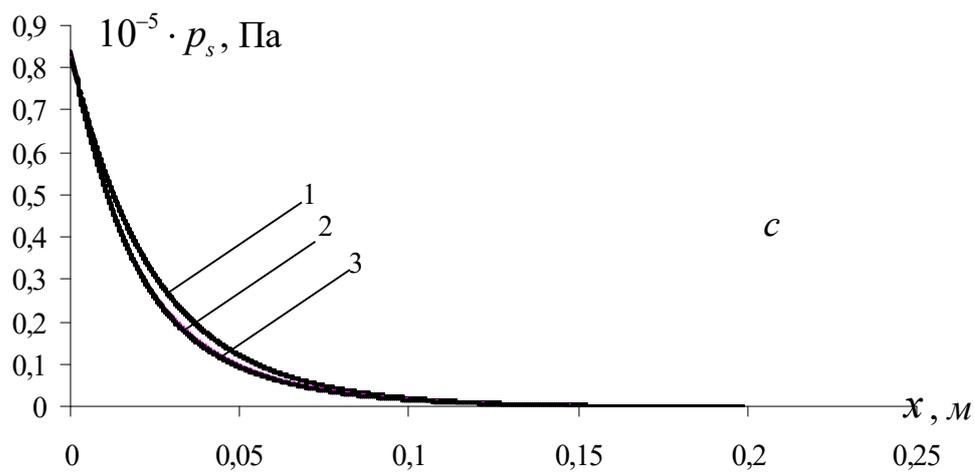
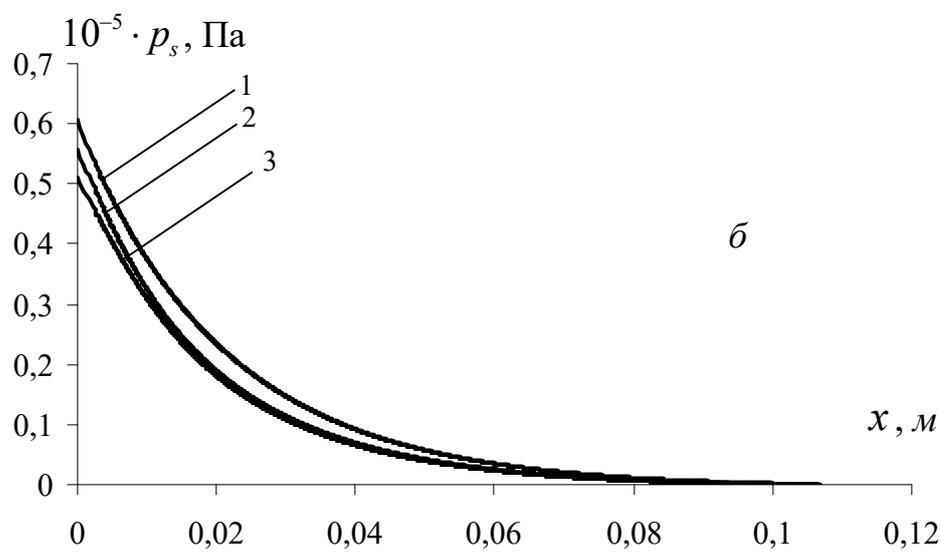
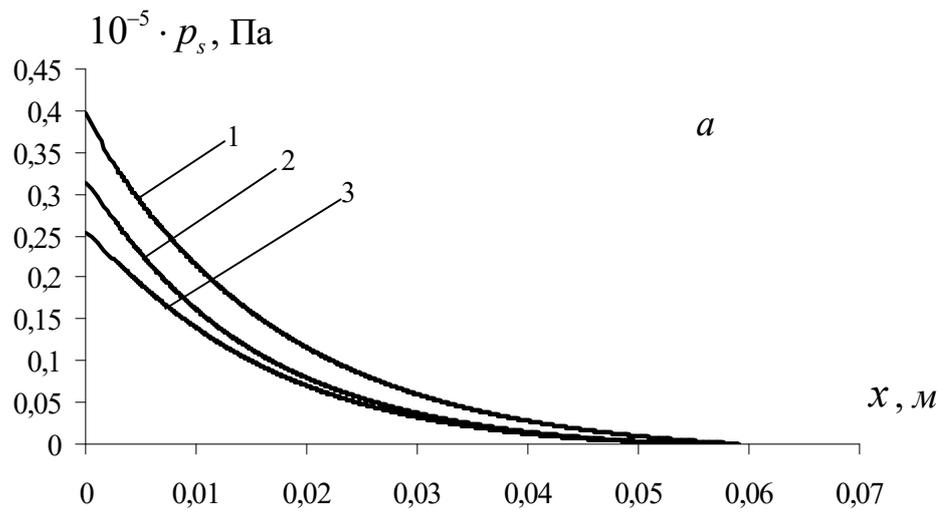


Рис. 1. Распределение компрессионного давления по толщине осадка при  $\lambda_{em} = 0$  (1); 150 (2); 350 (3) с,  $t = 450$  (a); 900 (б); 1800 (c) с.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Atsumi K. and Akiyama T. A study of cake filtration. Formulation as a Stefan problem // J. Chem. Eng. Japan. 1975. Vol. 8, No. 6. Pp. 487-492.
2. Tien C. Principles of filtration. Elsevier, The Netherlands. 2012.
3. Stamatakis K., Tien C. Cake formation and growth in cake filtration. Chemical Engineering Science, 46, pp.1917–1933, 1991.
4. Хужаёров Б.Х., Бобокулов Ё.О., Худоёров Ш.Ж. Релаксационная фильтрация однородных жидкостей в трещиновато-пористых средах // Инж.-физ.журнал. 2001. Том. 74, №5. С. 17-23.
5. Б.Х.Хужаёров, У.Ж. Сайдуллаев, Ж.М.Махмудов. Уравнения фильтрования суспензий с образованием релаксирующего кейк-слоя// Узбекский журнал «Проблемы механики», 2014, № 3-4, С. 69-72.
6. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
7. Caldwell J., Kwan Y.Y. Numerical methods for one-dimensional Stefan problems. Communications in Numerical Methods in Engineering, 2004; 20: 535–545.