Ministry of higher and secondary special education
of the Republic of Uzbekistan
National University Of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek
Institute of Mathematics

ACTUAL PROBLEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS

Scientific Conference
Tashkent, Uzbekistan, December 15–17, 2017

A B S T R A C T S

-------- ◊ --------

Министерство высшего и среднего специального
образования Республики Узбекистан
Национальный Университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека
Институт Математики

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Республиканская научная конференция
с участием зарубежных ученых
Ташкент, Узбекистан, 15–17 декабря, 2017 год

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

$t = (t_1, t_2, \ldots, t_m)$ - единичная внешняя нормаль, проведенная в точке y на поверхности ∂G.

Постановка задачи: Пусть $u(x) \in C^1(G) \cap C(\bar{G})$ удовлетворяет системе (1) в G и

$$u|_S = f(x).$$

Требуется восстановить вектор функцию в области G, используя данные Коши.

Теорема 1. *Пусть вектор-функция $u(x) \in C^1(G) \cap C(\bar{G})$ является решением системы (1) и удовлетворяет условию $|u(y)| \leq 1$, на $y \in T = \partial G / S$, если*

$$u_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(y, x) u(y) dS_y, \ x \in G,$$

то верна следующая оценка:

$$|u(x) - u_\sigma(x)| \leq C(x) \bar{C}(\sigma) exp(-\sigma x_m),$$

где $C(x)$- некоторая функция от x,

$$C(x) = C_\rho \int_{y_m = 0} \frac{ds}{r^{m-1}};$$

$$\bar{C}(\sigma) = \begin{cases} \sigma^m, m = 2k - 1, k \geq 1, \\ \sigma^{m-1}, m = 2k, k \geq 2. \end{cases}$$

Литература

1. *Н.Н. Тарханов.* Об интегральном представлении решений систем линейных дифференциальной уравнений первого порядка в частных производных и некоторые приложениях // Некоторые вопросы многомерного комплексного анализа. Красноярск -1980, стр. 147- 160.

2. *М.М. Лаврентьев.* О некоторых некорректных задачах математического физики // Изд. СО АН СССР Новосибирск, 1962 г.

3. *Ш.Ярмухамедов.* Интегральных представления гармонических функций многих переменных // ДАН СССР, Т.204, № 4, 1972, 799-802 стр.

4. *Ш.Ярмухамедов, А. Абдукаримов, З. Маликов.* О задачи Коши для системы эллиптического типа первого порядка // Докл. Росс. Акад. Наук. Том 323 (1992) №1.

Интегрирование нагруженного уравнения КдФ с самосогласованным источником простого типа.

Уразбоев Г.У., Балтаева И.И., Ваисова Н.З.

e-mail: gayrat71@mail.ru, iroda-b@mail.ru, nafosat_vaisova@mail.ru

В последнее время в связи с различными физическими приложениями, большой интерес вызывают нелинейные эволюционные уравнения с самосогласованными источниками.

В данной работе рассматривается нагруженное уравнение КдФ с самосогласованным источником простого типа

$$\begin{cases} u_t - 6uu_x + u_{xxx} = -\gamma(t) u(0,t) u_x + 4 \sum_{m=1}^{N} \frac{\partial}{\partial x} |\varphi_m|^2, \\ (1) - \varphi''_m + u\varphi_m = \lambda_m \varphi_m, \quad m = 1, 2, ..., N. \end{cases}$$

где $\gamma(t$-произвольная, непрерывная функция.

В рассматриваемой задаче $\varphi_m(x,t)$-собственная функция оператора $L(t) = -\frac{d^2}{dx^2} + u(x,t)$, соответствующая собственному значению $\lambda_m(t) = -\chi_m^2(t)$ и нормированная условием

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_m(x,t)|^2 dx = A_m(t), \quad m = 1, 2, ..., N, \quad (2)$$

где $A_m(t)$-заданные, положительные, непрерывные функции. Задача (1)-(2) рассматривается при начальном условии

$$u|_{t=0} = u_0(x), \qquad (3)$$

где начальная функция $u_0(x)$ обладает следующими свойствами:

1. $\int_{-\infty}^{\infty}(1+x^2)|u_0(x)|dx < \infty$,

2. Уравнение $-y'' + u_0(x)y = \lambda y, \quad x \in R^1$ имеет ровно N отрицательных собственных значений $\lambda_1(0), \lambda_2(0), ..., \lambda_N(0)$.

Задача (1)-(3) рассматривается относительно неизвестных функций $u(x,t), \varphi_m(x,t), \lambda_m(t), m = 1, 2, ..., N$. Предполагается, что функция $u(x,t)$ обладает требуемой гладкостью, достаточно быстро стремится к нулю при $x \to \pm\infty$ и удовлетворяет условию

$$\int_{-\infty}^{\infty}[(1+|x|)|u(x,t)| + \sum_{j=1}^{3}|\frac{\partial^j u(x,t)}{\partial x^j}|]dx < \infty, \qquad (4)$$

при $t \geq 0$.

Данной работе указывается путь построения решения $u(x,t)$ нагруженного уравнения КдФ с самосогласованным источником (1) - (2) в классе функций (4) с начальным условием (3) с помощью методом обратной задачи рассеяния.

Литература

[1] C.S.Gardner, I.M. Green, M.D. Kruskal Method for solving the Korteweg-de Vries equations.J.Phys.Rev.Lett.-USA,1967.-V.19.P.p.1095-1097.

[2] Melnikov V.K. Integration of the Korteweg-de Vries equation with source// Inverse problems.-UK, 1990.-Vol.6 - pp.233-246.

[3] A.B. Yakhshimuratov, M.M. Matyokubov Integration of loaded Korteweg-de Vries equation in a class of periodic functions Proceedings of Higher Education, Mathematics. - Russia -2016, V.2,pp.8792.

Об интегрировании одного уравнения типа синус-Гордон в классе периодических функций

Хасанов М.М.

Ургенчский государственный университет, hmuzaffar@mail.ru

В этой работе изучается следующее уравнение

$$q_t = ch\left\{2\int_0^x q(s,t)ds\right\}, t > 0, \quad x \in R. \qquad (1)$$

Требуется найти решение $q(x,t)$ уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$q(x,t)|_{t=0} = q_0(x), q(x+\pi,t) = q(x,t) \in C_t^1(t>0) \cap C(t \geq 0), \qquad (2)$$

$$\int_0^{\pi} q(x,t)dx = 0, \qquad (3)$$

где $q_0(x) \in C(R)$ заданная действительная функция. Наиболее полное описание решений уравнения синус-Гордон дано в работах [1], [2].

При изучении задачи (1)-(3) используется следующий оператор Дирака

$$L(t)y \equiv B\frac{dy}{dx} + \Omega(x,t)y = \lambda y, x \in R, \qquad (4)$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega(x,t) = \begin{pmatrix} 0 & q(x,t) \\ q(x,t) & 0 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}.$$

Через $s(x,\lambda,t) = (s_1(x,\lambda,t), \ s_2(x,\lambda,t))^T$ обозначено решение уравнения (4), удовлетворяющее начальным условиям $s(0,\lambda,t) = (0, \ 1)^T$.