

Tasodifiy hajmli tanlanmaning o'rtacha qiymati uchun bahoning kuchli asosliligi haqida.

Odatda klassik matematik statistikada tanlanmalar aniq bir hajmga ega bo'ladilar. Lekin ko'plab ishonchlilik nazariyasi, ommaviy xizmat ko'rsatish nazariyasi, to'liqmas kuzatilmalar nazariyasi, sug'urta ishlariga bog'liq masalalarda tasodifiy hajmli tanlanmalar o'rganiladi.

Tasodifiy hajm qator holatlarda kuzatilayotgan miqdorlarga bog'liq yoki bog'liq bo'lmasligi mumkin.

Quyidagi ishda tanlanma hajmi tasodifiy miqdorlarga bog'liqsizlik sharti talab qilinmaydi. Ya'ni tasodifiy hajmli tanlanmada noma'lum matematik kutilma uchun kuchli baho o'rganiladi.

Faraz qilaylik, $X_1, X_2, \dots, X_{\nu}$ bog'liqsiz tanlanma taqsimot funksiyasi $F(x) = P\{\xi < x\}$ va $\nu = \nu_n$ tasodifiy miqdor bo'lsin.

Ma'lumki, $P\{\nu_n = n\} = 1$ bo'lganda, noma'lum $a = M\xi$ uchun baho tariqasida quyidagi statistika ishlatiladi

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k .$$

Agar quyidagi belgilashlarni kiritsak

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{\nu_n} \sum_{k=1}^{\nu_n} x_k , \quad \bar{x}_2 = \frac{1}{a} \sum_{k=1}^{\nu_n} x_k ,$$

bu yerda $\alpha = \alpha_n = M\nu_n$. $P\{\nu_n = n\} = 1$ bo'lganda $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \bar{x}$ tengligini olamiz. Shuning uchun tasodifiy hajmli tanlanmada noma'lum $a = M\xi$ uchun baho tariqasida $\bar{x}_1$ va $\bar{x}_2$ statistikalarini olsak bo'ladi.

Endi natural sonlarni qabul qiluvchi tasodifiy miqdorlar ketma-ketliklar sinflarini kiritamiz.

I. Faraz qilaylik, $B = \{\nu_n\}$, bu yerda $\nu_n \sim B(n, p)$ - binomial taqsimot, $\Pi = \{\nu_n\}$, bu yerda $\nu_n \sim \Pi(\lambda_n)$ - puasson taqsimot va $G_1 = B \cup \Pi$.

II. Faraz qilaylik, $\Gamma = \{\nu_n\}$, bu yerda $\nu_n \sim \Gamma(p_n)$ - $p_n > 0$ parametrli geometrik taqsimot, $R = \{\nu_n\}$, $\nu_n \sim R(1, n)$ - $P\{\nu_n = k\} = \frac{1}{n}$, $k = \overline{1, n}$ ehtimolliklarga ega tekis diskret taqsimot va $G_2 = \Gamma \cup R$ bo'lsin. Endi ehtimollar nazariyasi kursidan bir necha faktlarni keltirib o'tamiz. Bu faktlarni berilgan ishdagi natijalarni isbotlashda foydalanamiz.

1. Agar $\nu_n \in B$ bo'lsa, ma'lum $\alpha = M\nu_n = np$ va $P\left\{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\nu_n}{np} = 1\right\} = 1$, $\frac{\nu_n}{np} \rightarrow 1$ ehtimol bilan birga yaqinlashadi [1].

2. Faraz qilaylik $\nu_n \in \Pi$, ya'ni $P\{\nu_n = k\} = \frac{\lambda_n^k}{k!} e^{-\lambda_n}$, $k = 1, 2, \dots$ $\alpha = M\nu_n = \lambda_n$.

Agar $n \rightarrow \infty$, $\lambda_n \rightarrow \infty$ bo'lsa, u holda $P\left\{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\nu_n}{\lambda_n} = 1\right\} = 1$ [2].

3. Agar $\nu_n \in \Gamma$, ya'ni $P\{\nu_n = k\} = p_n(1 - p_n)^{k-1}$, $k = 1, 2, \dots$ $p_n > 0$ bo'lsa, u holda $\alpha = M\nu_n = \frac{1}{p_n}$ bo'ladi. Agar $n \rightarrow \infty$ da p_n nolga intilsa, u holda

$$P\{\nu_n \cdot p_n < x\} \rightarrow E(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-x}, & x > 0 \end{cases}.$$

4. Agar $\nu_n \in R$ bo'lsa, $\alpha = M\nu_n = \frac{n-1}{2}$ va

$$P\left\{\frac{\nu_n}{\alpha} < x\right\} \rightarrow \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 2 = R[0, 2] \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

bo'lishini isbotlash qiyin emas.

Keltirilgan ishdagi quyidagi teoremlar isbotlaniladi.

6-teorema. Faraz qilaylik, $\nu_n \in G_1$ bo'lsin. Agar $n \rightarrow \infty$ da, $M\nu_n \rightarrow \infty$ bo'lsa, u holda

$$\overline{x_1} = \frac{1}{\nu_n} \sum_{k=1}^{\nu_n} x_k, \quad \overline{x_2} = \frac{1}{a} \sum_{k=1}^{\nu_n} x_k$$

noma'lum matematik kutilma a uchun kuchli asosli baholar hisoblanadi.

7-teorema. Agar $\nu_n \in \Gamma$ bo'lsa, u holda $\forall x > 0$ uchun

$$\lim_{\nu_n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{\nu_n}}{\alpha} < x \right\} = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{x}{a}}, & x > 0 \end{cases},$$

bu yerda $M\xi = a$, $M\nu_n = \alpha$.

8-teorema. Agar $\nu_n \in R$ bo'lsa, u holda

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{\nu_n}}{\alpha} < x \right\} = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2a}, & 0 < x \leq 2a \\ 1, & x > 2a. \end{cases}$$

9-teorema. Agar $\nu_n \in G_2$ bo'lsa, u holda $\overline{x_2}$ kuchli asosli baho hisoblanilmaydi.