

Tasodifiy sondagi tasodifiy miqdorlar yig'indisining bir ko'rinishi uchun kuchaytirilgan katta sonlar qonuni

Bizga (Ω, \mathcal{A}, P) ehtimollar fazosida bog'liqsiz, bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi $\{\xi_n\}$ va butun musbat qiymatlarni qabul qiluvchi $\{v_n\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketliklari berilgan bo'lsin. Amaliyotni ko'pgina masalalarida tasodifiy sondagi tasodifiy miqdorlar yig'indisi $S_{v_n} = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_{v_n}$ ning asimptotik taqsimot qonunini aniqlash va S_{v_n} -ehtimollik bo'yicha va bir ehtimollik bo'yicha yaqinlashishini o'rganish zarurati yuzaga keladi. Xususan, aktuar matematikada S_{v_n} yig'indisining v_n qo'shiluvchilar soni $\lambda(n)$ parametr bilan Puasson qonuni bo'yicha taqsimlangan bo'ladi, ya'ni

$$P\{V_n = k\} = \frac{\lambda^k(n)}{k!} e^{-\lambda(n)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Ushbu ishimizda tasodifiy sondagi tasodifiy miqdorlar yig'indisi S_{v_n} uchun kuchaytirilgan kata sonlar qonuni o'rirliligi isbotlanilgan.

1-teorema. Agar $\{\xi_n\}$ bog'liqsiz, bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bo'lib, chekli matematik kutilmasi $M\xi = a$ mavjud bo'lsin va v_n indeks $\lambda(n)$ parametr bilan Puasson qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorlar bo'lib, $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda(n) = \infty$ bo'lsa, u holda

$$P\left\{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\xi_1 + \dots + \xi_{v_n}}{\lambda(n)} = a\right\} = 1$$

bo'ladi.

Bu ishda har bir n uchun $\{\xi_n\}$ tasodifiy miqdorlar ketma-ketligi bilan v_n tasodifiy indeks bog'liqsizligi talab qilinmaydi.