MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL EDUCATION
OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN
NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN NAMED AFTER MIRZO ULUGBEK
INSTITUTE OF MATHEMATICS

# ACTUAL PROBLEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS

**Scientific Conference**
**Tashkent, Uzbekistan, December 15–17, 2017**

## A B S T R A C T S

======== ◊ ========

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА ИМЕНИ МИРЗО УЛУГБЕКА
Институт Математики

# АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

**Республиканская научная конференция**
**с участием зарубежных ученых**
**Ташкент, Узбекистан, 15–17 декабря, 2017 год**

## ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

# СОДЕРЖАНИЕ

$$u_x(+0,y) = u_x(-0,y)\,, u_{xx}(+0,y) = u_{xx}(-0,y)$$

где $\varphi_1, f_1, f_2, \psi_1, \psi_2$ и $\psi_3$ заданные функции, причем $f_1(0) = \psi_1(0)$, $\psi_1'(0) = \sqrt{2}\psi_2(0) - 2f_1'(0)$.

**Замечания.** В задаче $AT_1$, если $-1 < b/a \leq 0$ и $-\infty < b/a < -1$, при помощи замены независимой переменной $x = 1 - \xi$ редуцируются к случаям 1) и 2) соответственно. Поэтому достаточно рассмотреть только случаи $0 < b/a \leq 1$ и $1 < b/a < +\infty$.

Заметим что, краевые задачи для уравнении (1) было изучено в [3], в области характеристического линия изменения типа.

**Теорема.** Пусть $0 < b/a \leq 1$, $b_1(x,y) < 0$, $c_1(x,y) \leq 0$ и $a_i(x,y) \geq 0$, $\forall(x,y) \in \Omega_i$, и выполнены условия

$$f_1(x), \varphi_1(y) \in C^1[0,1],\ (i = 1,2),\ \ f_2(x) \in C[0,1] \cap C^1(0,1),$$

$$\psi_1(y) \in C^1[0,1/2] \cap C^3\left(0,1/2\right),\ \psi_2(y) \in C[0,1/2] \cap C^2\left(0,1/2\right)$$

то в области $\Omega$ существует единственное решение задачи $AT_1$.

## Литература


1. **Нахушев А.М.** *О задаче Дарбу для одного вырождающегося нагруженного интегро-дифференциального уравнения второго порядка* // Дифф. уравнения. 1976.-No 1.- С. 103-108.
2. **Нахушев А.М.** *Уравнения математической биологии.* М.: Высш.шк., 1995. 301 с.
3. **Islomov, B., Baltaeva, U.I.** *Boundary value problems for a third-order loaded parabolic-hyperbolic equation with variable coefficients* // E. Journal of Differential Equations, Volume 2015. 2015; p.1-10.


## Задача Бицадзе-Самарского для уравнения эллиптического типа


**Болтаев М.Ш.**

Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, Узбекистан, г. Ташкент
E-mail: m-boltayev@mail.ru


Рассмотрим уравнение

$$y^m u_{xx} + u_{yy} = 0,\ \ m > 0 \tag{1}$$

в конечной односвязной области $\Omega$ плоскости независимых переменных $x$, $y$ ограниченной при $y > 0$ нормальной кривой $\sigma_0 : x^2 + 4(m+2)^{-2}y^{m+2} = 1$ с концами в точках $A(-1,0)$ и $B(1,0)$ и отрезком $AB$ оси $y = 0$.

**Задача** $BS$. (Бицадзе-Самарского). Требуется найти в области $\Omega$ функцию $u(x,y) \in C(\bar{\Omega})$ удовлетворяющую следующим условиям: 1) $u(x,y) \in C^2(\Omega^+)$ и удовлетворяет уравнению (1) в этой области; 2) $u(x,y)$ удовлетворяет условиям

$$u(x,\sigma_0(x)) = c(x)u(x,0) + \varphi(x),\ \ x \in \overline{AB},\ \ \lim_{y\to+0} u_y(x,y) = \nu(x),\ \ x \in AB, \tag{2}$$

где $\varphi(x)$, $c(x)$, $\nu(x)$ – заданные функции, причем

$$c(x),\ \ \varphi(x) \in C^{0,\alpha}\left[-1,1\right],\quad \nu(x) \in C^2(-1,1),\quad 0 \leqslant c(x) < 1, \tag{3}$$

$$\varphi(x) = (1-x^2)\varphi_0(x),\quad c(x) = (1-x^2)c_0(x),\ \ \nu(x) = (1-x^2)^{2\beta-1+\varepsilon}\nu_0(x),\quad \varepsilon > 0, \tag{4}$$

$$\varphi_0(x),\quad c_0(x),\quad \nu_0(x)\ \in C^2\left[-1,1\right],\ \beta = m/2(m+2),\quad 0 < \beta < 0,5. \tag{5}$$

Заметим, что условие (2) является условием Бицадзе-Самарского [1] связывающее значения искомой функции на $\sigma_0$ и AB.

**Доказана следующая теорема.**

**Теорема.** Если выполнены условия (3)-(5), то в области $\Omega$ существует единственное регулярное решение задачи $BS$.

**Доказательство теоремы.** Используя решение задачи Дирихле для уравнения (1) [2] с учетом (2) задачу $BS$ эквивалентному образом, сведем к сингулярному интегральному уравнению относительно функции $\tau(x) = u(x, 0)$.

Полученное сингулярное интегральное уравнение известным методом регуляризации Карлемана - Векуа [3] сведем к эквивалентному уравнению Фредгольма второго рода, безусловная разрешимость которого следует из единственности решения задачи $BS$. Единственность решения задачи $BS$ следует из принципа экстремума для эллиптических уравнений [2].

**Литература**

1. *Бицадзе А. В., Самарский А.А.* О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических краевых задач. // Докл. АН СССР. 1969. Т. 185. № 4. С. 739-740.

2. *Мирсабурова Гулбахор. М.* Задачи Бицадзе-Самарского с недостающим условием смещения для уравнения Геллерстедта с сингулярным коэффициентом. // Дифференц. уравнения. 2014. Т. 50. № 4. С. 658-669.

3. *Мусхелишвили Н.И.* Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука. 1968. 512 с.

## Комбинированная задача с условиями Трикоми и Франкля для уравнения параболо-гиперболического типа

**Вафоев С. С.**

*Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, г.Ташкент, Узбекистан*

*e-mail: vafoevss@mail.ru*

Рассмотрим уравнение

$$0 = Lu \equiv \begin{cases} u_{xx} - u_y, & (x, y) \in D_1, \\ u_{xx} - u_{yy}, & (x, y) \in D_2 \cup D_3, \end{cases} \tag{1}$$

где $D_0$ – область, ограниченная отрезками $AB, BC, CD, DA$ прямых $y = 0, x = 1,\ y = h,\ x = 0$ соответственно; $D_1$ – характеристический треугольник, ограниченный отрезком $AB$ оси $Ox$ и двумя характеристиками $AC_1 : x + y = 0,\ BC_2 : x - y = 1$ уравнения (1), выходящими из точек $A(0, 0)$ и $B(1, 0)$, пересекающимися в точке $C_1\,(0,5\,;\ -0,5)\,;$ $D_2$ – характеристический треугольник, ограниченный отрезком $AD$ оси $Oy$ и двумя характеристиками $AC_2 : x + y = 0$, $DC_2 :\ \ y - x = 1$ уравнения (1), выходящими из точек $A(0, 0)$ и $D(0, h)$, пересекающимися в точке $C_2\,(-0,5\,;\ 0,5)\,;$

Введем обозначения:

$$J \equiv AB = \{(x, y) :\ \ 0 < x < 1,\ \ y = 0\},$$

$$I \equiv AD = \{(x, y) :\ \ x = 0,\ \ 0 < y < h\}, \quad D_0 = D \cap \{x > 0, y > 0\},$$

$$D_1 = D \cap \{x > 0, y < 0\}, \quad D_2 = D \cap \{x < 0,\ y > 0\}, \quad D = D_0 \cup D_1 \cup D_2 \cup J \cup I,$$

$$I_1 = \{(x, y) :\ \ x = 0, \quad 0 < y < k,\}, \ I_2 = \{(x, y) :\ \ x = 0, \quad k < y < 1,\}, \ \ k \in I,$$

$$J_1 = \{(x, y) :\ \ 0 < x < c, \quad y = 0\}, \ J_2 = \{(x, y) :\ \ c < x < 1, \quad y = 0\}, c \in J.$$

Через $P_1(P_2)$ обозначим, соответственно, точки пересечения характеристик $AC_1(AC_2)$ с характеристиками, исходящими из точки $E_1(c,\, 0) \in J(E_2(0, k\,) \in I)$.