O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

INFORMATIKA, AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA BOSHQARUV TIZIMI: BUGUN VA KELAJAKDA

20-APREL 2018 YIL

RESPUBLIKA ILMIY-AMALIY KONFERENSIYA MATERIALLARI

TO'PLAMI

II

NAVOIY -2018

Литература:

1. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979, 372 с.
2. Bastin, G. and Coron, J.-M. Stability and Boundary Stabilization of 1-D Hyperbolic Systems. Progress in Nonlinear Differential Equations and Their Applications, Vol. 88. Birkhäuser Basel. 2016.
3. Блохин А.М., Алаев Р.Д. Интегралы энергии и их приложения к исследованию устойчивости разностных схем. Новосибирск: “Изд-во Новосибирского университета”, 1993, 224 с.
4. Aloev, R.D., Eshkuvatov, Z.K., Davlatov, Sh.O., Nik Long, N.M.A., Sufficient condition of stability of finite element
5. of Mathematical Sciences (MJMS), 10(S), 2016, 49–60.
6. method for symmetric t-hyperbolic systems with constant coefficients. Computers and Mathematics with Applications, 68, 2014, 1194–1204.
7. Aloev R.D., A.M. Blokhin, M.U. Hudayberganov One Class of Stable Difference Schemes for Hyperbolic System. American Journal of Numerical Analysis. 2(3), 2014, 85-89.
   Aloev R.D., Davlatov Sh.O., Eshkuvatov Z. K., Nik Long N.M.A. Uniqueness solution of the finite elements scheme for symmetric hyperbolic systems with variable coefficients. Malaysian Journal

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТЕЛЕГРАФА.

Алоев Р.Д., Худойберганов М.У ,Мингбаева А.А., ЎзМУ

Впервые опубликованные Хевисайдом (1892), уравнения телеграфа описывают распространение тока и напряжения вдоль линий электропередачи. Это система двух линейных гиперболических законов сохранения следующего вида:

$$\begin{aligned} &\partial_t(L_\ell I)+\partial_x V+R_\ell I=0, \\ &\partial_t(C_\ell V)+\partial_x I+G_\ell V=0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $I(t,x)$ - интенсивность тока, $V(t,x)$- напряжение, L_ℓ - линия самоиндукции на единицу длины, C_ℓ - линия емкости на единицу длины, R_ℓ - сопротивление двух проводников на единицу длины, G_ℓ - проводимость на единицу длины диэлектрического материала, разделяющей проводники

Линейную модель (1) следует рассматривать при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} &V(t,0)+R_0 I(t,0)=U(t) \\ &V(t,L)-R_L I(t,L)=0 \end{aligned} \tag{2}$$

где R_0 - внутреннее сопротивление источника питания, а R_L - нагрузка.

Таким образом, уравнения телеграфа (1), связанные с этими граничными условиями, представляют собой граничную систему управления с напряжением $U(t)$ в качестве управляющего входа.

Стационарное состояние $I^*(x), V^*(x)$ системы (1) является решением дифференциального уравнения

$$\partial_x \begin{pmatrix} V^* \\ I^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_\ell I^* \\ G_\ell V^* \end{pmatrix} = 0 \tag{3}$$

Из уравнений (1) и (3) можно записать модель в окрестности стационарного состояния в общей линейной форме

(4) $$Y_t + AY_x + BY = 0,$$

с $$Y(t,x) = \begin{pmatrix} I(t,x) - I^*(x) \\ V(t,x) - V^*(x) \end{pmatrix}, \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & L_\ell^{-1} \\ C_\ell^{-1} & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} R_\ell L_\ell^{-1} & 0 \\ 0 & G_\ell C_\ell^{-1} \end{pmatrix},$$

Здесь, поскольку физическая система (1) линейна, заметим, что линейная система (4) имеет однородные коэффициенты, хотя стационарное состояние может быть неоднородным. Система имеет две характерные скорости (которые являются собственными значениями матрицы А), один положительный и один отрицательный:

$$\lambda_1 = \frac{1}{\sqrt{L_\ell C_\ell}}, \qquad -\lambda_2 = -\frac{1}{\sqrt{L_\ell C_\ell}}$$

Инварианты Римана выглядят в виде

$$R_1(t,x) = \left(V(t,x) - V^*(x)\right) + \left(I(t,x) - I^*(x)\right) \cdot \sqrt{\frac{L_\ell}{C_\ell}}$$

$$R_2(t,x) = \left(V(t,x) - V^*(x)\right) - \left(I(t,x) - I^*(x)\right) \cdot \sqrt{\frac{L_\ell}{C_\ell}}$$

С помощью этих координат, система (1), (2) записывается следующим образом в характеристическом виде:

(5) $$\begin{aligned} &\partial_t R_1 + \lambda \partial_x R_1 + \gamma R_1 + \delta R_2 = 0, \\ &\partial_t R_2 + \lambda \partial_x R_2 + \delta R_1 + \gamma R_2 = 0. \end{aligned}$$

С $$\lambda \overset{\Delta}{=} \frac{1}{\sqrt{L_\ell C_\ell}}, \qquad \gamma \overset{\Delta}{=} \frac{1}{2}\left[\frac{G_\ell}{C_\ell} + \frac{R_\ell}{L_\ell}\right], \qquad \delta \overset{\Delta}{=} \frac{1}{2}\left[\frac{G_\ell}{C_\ell} - \frac{R_\ell}{L_\ell}\right]$$

Граничные условия будут выражены как

(6) $$\begin{aligned} &R_1(t,0) = [(-1 + \lambda R_o C_l) R_2(t,0) + U(t) - U^*](1 + \lambda R_o C_l)^{-1} \\ &R_2(t,L) = [(-1 + \lambda R_o C_l) R_1(t,L)(1 + \lambda R_o C_l)^{-1} \end{aligned}$$

Построим разностную схему для системы уравнений вида (5). В области $\overline{G} = \{(t,x) : 0 \le t \le T, 0 \le x \le l\}$ построим разностную сетку с шагами $\Delta t = \Delta, \Delta x = h (T = m \cdot \Delta)$.

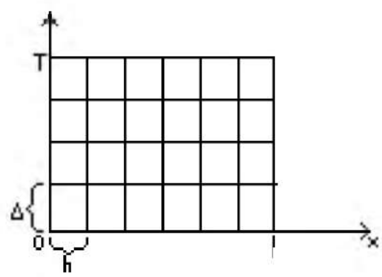


Рис.1

Множество точек отмеченных крестиками на рис. 1 , обозначим через G_h , кружочками- через Ω_h, квадратиками - через Γ_h^0 и треугольниками - через Γ_h^l, соответственно. Кроме того, все множество узловых точек $(k \cdot \Delta, i \cdot h), k = \overline{0,m}, i = \overline{0,n}$ обозначим через $\overline{G}_h$. Заметим, что $\overline{G}_h = G_h \cup \Gamma_h^0 \cup \Gamma_h^l \cup \Omega_h$

В литературе множество G_h называют множеством внутренних точек, множества Γ_h^0 и Γ_h^l - множествами граничных точек, а множество Ω_h - множеством начальных точек разностной сетки $\overline{G_h}$. Мы иногда будем называть множество Γ_h^0 - левой границей и множество Γ_h^l- правой границей разностной сетки.

Через U_i^k обозначим приближенное решение смешанной задачи в точке $(k\cdot\Delta, i\cdot h)$ разностной сетки $\overline{\Omega_h}$. Для отношения шагов Δ/h используем стандартное обозначение Y .

Разностная схема для задачи формулируется так:

$$AU_i^{k+1} = \frac{1}{2}A(U_{i+1}^k + U_{i-1}^k) - \frac{1}{2}rB(U_{i+1}^k - U_{i+1}^k) - \Delta\cdot Q\cdot U_i^k + \Delta\cdot F_i^k,$$

$$k=\overline{0,m-1},\ i=\overline{1,n-1},$$

$$(U^I)_0^k = S\cdot(U^{II})_0^k,\ k=\overline{1,m}, \qquad (U^{II})_n^k = R\cdot(U^I)_n^k,\ k=\overline{1,m},$$

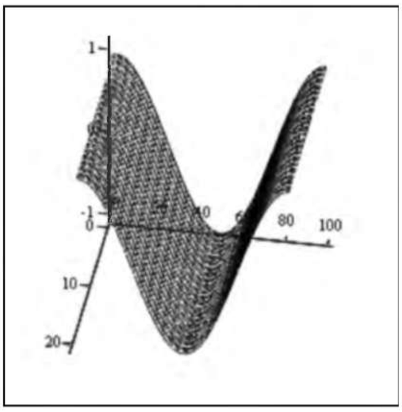
$$U_i^0 = \varphi(i\cdot h),\ i=\overline{0,n}$$

Здесь

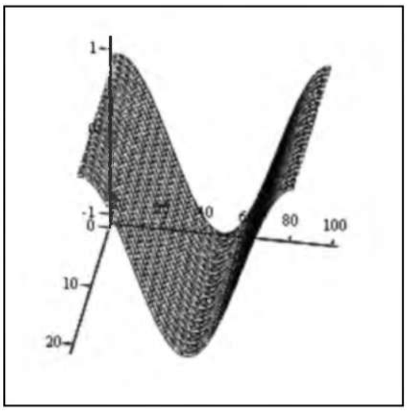
$$U_{\substack{k\\ ii}}^k = ((U^I)_i^k, (U^{II})_i^k), (U^{III})_i^k)^*,$$

$$\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_N)^*.$$

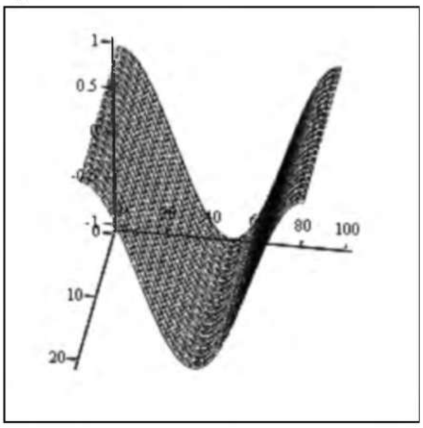
Численные эксперименты показали, численное решение сходиться к точному решению дифференциальной задачи.
Графическое представление численного решения по разностной схеме:



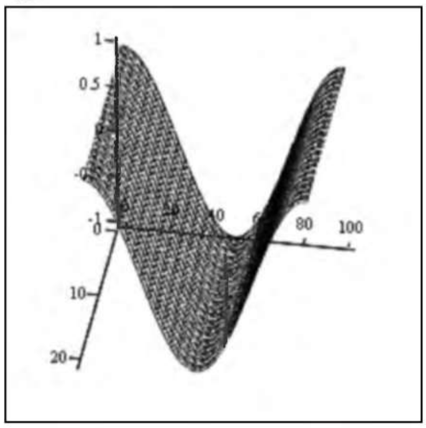
u



M

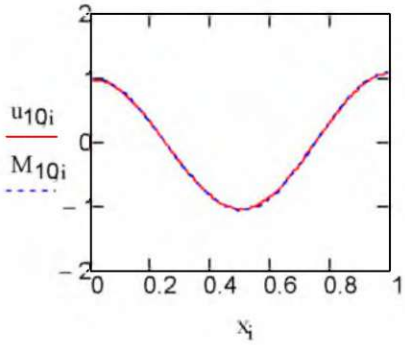


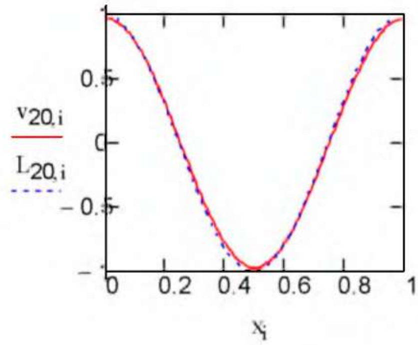
v



L

Здесь u и v являются приближенным решением , а M и L - точным решением данной смешанной задачи.





Литература

1.Georges Bastin and Jean-Michel Coron. Stability and Boundary Stabilization of 1-D Hyperbolic Systems. –Springer International Publishing Switzerland. 2016
2. Алоев Р.Д. метод диссипативных интегралов энергии для разностных схем

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ[5]

Алоев Р.Д., Неъматова Д.Э., Амиркулов Э., НУУз

В настоящей работе исследуется проблемы построения и исследования разностной схемы расщепления для численного расчёта устойчивых решений для одномерной линейной гиперболической системы с диссипативными граничными условиями в случае переменных коэффициентов. Заметим, что решению этой проблемы посвящены многочисленные работы [2-5]. Однако во всех этих работах построены разностные схемы и исследованы их устойчивость с помощью техники построения диссипативных интегралов энергии. Полученные в этих работах априорные оценки для численного решения начально краевых задач для гиперболических систем, не даёт возможность утверждать об экспоненциальной устойчивости численного решения.

Статье исследуется разностная схема расщепления для численного расчёта устойчивых решений одномерной линейной гиперболической системы с диссипативными граничными условиями в случае переменных коэффициентов. Построен дискретный аналог функции Ляпунова и получена априорная оценка для неё. Полученная априорная оценка позволяет нам утверждать экспоненциальную устойчивость численного решения. Следовательно это даёт нам возможность доказать сходимость численного решения.

3. Дифференциальная постановка задачи

В области $G = \{(t, x):\ 0 < t \le T,\ 0 < x < l\}$ рассматривается симметрическая гиперболическая в некоторой специальной канонической форме [1]

[5] Работа поддержана фундаментальном грантом ОТ-Ф4-28-«Построение адекватных вычислительных моделей для гиперболических систем»