

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ЭФФЕКТИВНЫЕ КОМПАКТНЫЕ РАСШИРЕНИЯ НАД РАЗБИЕНИЯМИ НАТУРАЛЬНОГО РЯДА

С.Н.Касымов, Н.Х.Касымов

Национальный университет Узбекистана

e-mail: nadim59@mail.ru; e-mail:indiraazatovna@mail.ru

Резюме. Установлено существование для любой эквивалентности с бесконечным числом смежных классов на множестве натуральных чисел бесконечного эффективного расширения, фактор-пространство по модулю которого компактно.

Ключевые слова: эквивалентность, эффективность, компактность.

Со всеми неопределяемыми понятиями можно ознакомиться в работах Ю.Л.Ершова [1], А.И.Мальцева [2] и Н.Х.Касымова [3].

Пусть η эквивалентность на ω . Будем называть ее η -бесконечной (или, если из контекста ясно о какой эквивалентности идет речь, просто бесконечной), если бесконечно число ее смежных классов. Расширением эквивалентности η_0 назовем любую эквивалентность η_1 , в которой содержится η_0 , т.е. $\eta_0 \subseteq \eta_1$.

Множество $\alpha \subseteq \omega$ называется η -замкнутым, если вместе с каждым числом оно содержит и все ему η -эквивалентные, т.е. $x \in \alpha \wedge x = y \pmod{\eta} \rightarrow y \in \alpha$.

Фактор-множеством по модулю η для эквивалентности η называется множество η -смежных классов, т.е. ω/η .

Как обычно, подмножество α множества натуральных чисел ω называется вычислимым (перечислимым), если существует алгоритм распознавания принадлежности множеству α (существует алгоритм перечисления элементов множества α).

η -перечислимым (η -вычислимым, η -арифметическим) называется η -замкнутое перечислимое (вычислимое, арифметическое) множество.

Т.к. пересечение конечного числа η -перечислимых (η -вычисляемых, η -арифметических) множеств является таковым же, то такие множества образуют базу естественной (алгоритмической) топологии на фактор-множестве ω/η , которую будем называть η -перечислимой (соответственно η -вычислимой, η -арифметической).

Теорема 1. Всякая бесконечная эквивалентность η на ω имеет такое бесконечное расширение η^* , перечислимое (вычислимое, арифметическое) фактор-пространство ω/η^* по модулю которого является компактным.

Заметим, что перечислимое η^* -пространство, являющееся компактным, может и не быть компактом ([4]).

Отметим также особую роль пространств, порожденных вычислимыми множествами, в частности – факторы негативных эквивалентностей с определенными над ними топологиями, порожденными вычислимыми сечениями негативных линейных порядков [5].

Литература

1. Ершов Ю.Л. Теория нумераций, М., Наука, 1977, 416.
2. Мальцев А.И. Конструктивные алгебры. I // Успехи математических наук, 16 (1961), No 3, 3-60.
3. Касымов Н.Х. Рекурсивно отделимые нумерованные алгебры // Успехи математических наук, 51 (1996), No 3, 145-176.
4. Касымов Н.Х. О гомоморфизмах на эффективно отделимые алгебры // Сибирский матем.журн., 57 (2016), No 1, 47-66.
5. Касымов Н.Х., Морозов А.С. Об определмости линейных порядков над негативными эквивалентностями, Алгебра и логика, 55 (2016), No 1, 37-57.