

Математическое моделирование течения жидкости в трубопроводных системах

Применительно к сложным трубопроводным сетям разработаны математические модели распределения давления в движущейся жидкости, основанные на аналогии исследуемых гидравлических процессов с распределением напряжения в электрических сетях.

In the case of complex pipeline networks, mathematical models for the distribution of pressure in a moving fluid have been developed, based on the analogy of the hydraulic processes under study with the distribution of voltage in electrical networks.

Ключевые слова: трубопроводные системы, математическое моделирование, моделирование, гидравлические цепи, законы Кирхгофа, итеративный метод

Эффективным направлением при расчёте сложных гидравлических цепей, подключенных к одному или нескольким источникам, является построение компьютерных моделей, позволяющих моделировать протекающие в них гидравлические процессы, при рассмотрении их как единых гидравлических систем. С их помощью можно определять расходы давления, скорости течения, потери давления, расход электроэнергии на перемещение и проч. В основе моделей заложены два закона Кирхгофа, используемые для расчетов электрических сетей. Их применение к гидравлическим сетям основано на аналогии процессов протекания электрического тока в электропроводных материалах и жидкости в трубопроводных сетях.

Идея метода заключается в нахождении распределения расходов в сети, состоящей из кольца, которое имеет три ответвления (рис. 1). По участкам a, b, c, d расходы обозначим через Q_a, Q_b, Q_c, Q_d , - по ответвлениям – Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 . Требуется найти расходы по участкам кольца при известном расходе Q , задаваемом на входе в кольцо. Расходы Q_1, Q_2, Q_3 - по ответвлениям заданы, и сумма их равна на входе в кольцо $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$.

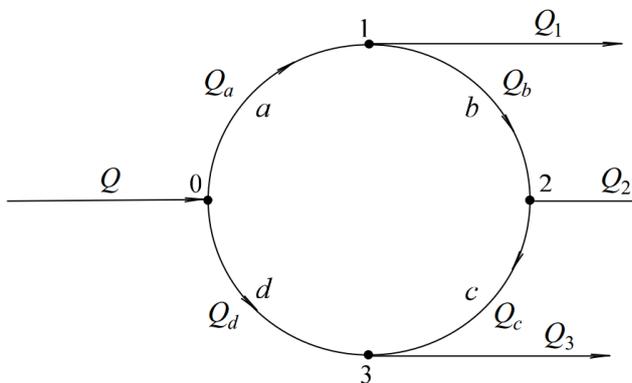


Рис. 1 Схема кольцевой сети

Введем следующие допущения:

- 1) поступление среды в узел считаем положительным, а отток – отрицательным;
- 2) потеря напора для среды, движущейся по часовой стрелке, положительна, против – отрицательна.

По первому закону Кирхгофа, при расчётах гидравлических сетей должно выполняться равенство поступления и оттока в любом узле

$$\sum_{i=1}^n Q_i = 0, \quad (a)$$

Где n – число соединяющихся в узле трубопроводов,

$Q_i (i=\overline{1,n})$ – расходы по любому из трубопроводов.

По второму закону Кирхгофа для каждого замкнутого контура сумму напоров следует приравнять нулю $\sum_{i=1}^n H_i = \sum_{i=1}^n S_i Q_i^2 = 0$, (b)

Где $S_i (i=\overline{1,n})$, $Q_i (i=\overline{1,n})$ – гидравлические сопротивления и расходы на i – ом участке. Применяя итеративный метод расчета, на основе (a) и (b) можно определить расходы по участкам сети при заданном расходе Q на входе в кольцо. Первый шаг итерации связан с заданием произвольных расходов воды Q_a , Q_b , Q_c , Q_d , на каждом участке кольца. Отсюда в узлах 0,1,2, исходя из первого закона Киргофа, определяем

$$Q_d = Q - Q_a; \quad Q_a = Q_1 + Q_b; \quad Q_b = Q_2 + Q_c;$$

Запись уравнения Киргофа для узла 3 не требуется, так как расход $Q_3 = Q_d + Q_c$ при известных значения расходов на других участках сети.

Используя принятые расходы и второй закон Киргофа, находятся невязки напоров

$$\delta H = \sum_{i=1}^n S_i Q_i^2 = S_a Q_a^2 + S_b Q_b^2 + S_c Q_c^2 - S_d Q_d^2 \quad (c)$$

Если δH положительна, то, следовательно, перегружены участки, с направлением движения по часовой стрелке, и недогружены, где противоположное направление движения. Чтобы приблизить невязку напоров δH к нулю вводится увязочный расход δQ . Он вычитается из расхода на перегруженных и добавляется – на недогруженных участках. Увязочный расход δQ можно найти из (c), положив $\delta H = 0$. Считая, что невязка найденная из (c), положительна, увязочный расход δQ определяется по соотношению

$$S_a (Q_a - \delta Q)^2 + S_b (Q_b - \delta Q)^2 + S_c (Q_c - \delta Q)^2 - S_d (Q_d - \delta Q)^2 = 0 \quad (d)$$

Пренебрегая членами $(\delta Q)^2$, считая их малыми величинами, соотношение (d) относительно δQ приводится к алгебраическому линейному уравнению. Его решение

$$\delta Q = \delta H / (2 \sum_{i=1}^n S_i Q_i) \quad (e)$$

Где $\sum_{i=1}^n S_i Q_i = S_a Q_a + S_b Q_b + S_d Q_d$ - всегда положительная величина. Знаки δQ и δH всегда одинаковые.

После определения δQ расходы на участках кольца уточняются, и расчет вновь повторяется. Итерации выполняются до тех пор, пока определяемые их двух последних расчетов расходы не будут отличаться на некоторую весьма малую (заданную) величину.

Таким образом, разработаны математические модели переноса среды применительно к жидкостям, движущимся в сложных многокольцевых трубопроводных разветвленных системах, основанные на аналогии распределения давления в гидравлических системах с распределением электрического тока в проводниках.

Литература

1. Глазунов Ю.Т. Вариационные методы. – Москва – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»; Институт компьютерных исследований, 2006. – 470 с.
2. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Дрофа, 2004. – 591 с.
3. Коваленко А.Г., Туева К.С. Система синтеза и анализа гидравлических сетей. : Вычисл. Центр АН СССР. 1989. – 70 с. Инструкция по эксплуатации котлоагрегата. Обуховэнерго. Ст. №4 ТП-38, 2007 г.
4. Плетнев Г.П. Автоматизированное управление объектами тепловых электростанций. – М.: Энергоиздат. 1997. – 368 с.
5. Федосов Б.Т. Об оценке качества линейных САР с использованием программ моделирования.
6. Меренков А.П. Дифференциация методов расчета гидравлических сетей // Журн. вычисл. математики и.мат. физики. 1973. Т. 13, №5.С. 1237 – 1248..
7. Меренков А.П. и др. Об автоматизированных системах программ для расчета гидравлических режимов трубопроводных сетей // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1973, №3. С. 126 – 131..
8. Меренков А.П. Применение ЭВМ для оптимизации разветвленных тепловых сетей // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1963, №4. С.531 – 538.
9. Меренков А.П., Сеннова Е.В., Сумароков С.В. и др. Математическое моделирование и оптимизация систем тепло,-водо,-нефте,-и газоснабжения // Новосибирск: ВО «Наука». Сиб. изд. фирма. 1992.- 407 с.
10. Y. A. Cengel, M. A. Boles, and M. Kanoglu, Thermodynamics: an engineering approach vol. 5: McGraw-Hill New York, 2011.

Сведения об авторах:

Мухитдинов Джалолитдин Пахритдинович – доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» ТашГТУ.

Тел. +998946042380

Ильёв И.С. – магистр кафедры «Автоматизация производственных процессов» ТашГТУ.

Тел.+998931838684