O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA KOMMUNIKATSIYALARINI RIVOJLANTIRISH VAZIRLIGI

MUXAMMAD AL-XORAZMIY NOMIDAGI TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI

NUKUS FILIALI

Axborot ta’lim texnologiyalarí kafedrasí

«AKT soxasida kasb ta’limi » yunalishi

Himoyaga ruxsat
kafedra mudiri________
2017 i. «____» __________

«NOCHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMALARNI TAQRIBIY ECHISH USULLARI » mavzusiga

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Bitiruvchi:	Abdiev A.
Ilmiy rahbar :	f.-m.f.n. Allamuratov Sh.
Taqriz beruvchi:	f.-m.f.n. Bekiev A.

Nukus-2017

O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA KOMMUNIKATSIYALARINI RIVOJLANTIRISH VAZIRLIGI

MUXAMMAD AL-XORAZMIY NOMIDAGI TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI

NUKUS FILIALI

«Axborot ta’lim texnologiyalari » kafedrasi

Tasdiqlayman
kafedra mudiri________
«____» __________ 2017 .y.

Abdiev Aman Muratbaevich

« NOCHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMALARNI TAQRIBIY ECHISH USULLARI »
mavzusidagi bitiruv malakaviy ishiga

VAZIFA

Bitiruv malakaviy ishning mavzusi’ TATU NF-ning «____» __________2017 y. buyrug’i bilan tasdiqlandi.
Ishni topshirish muddati: «____» _____________ 2017-yil.
Berilgan ishga tegishli ma’lumotlar: diplom praktikasi materiallari, ma’ruza materiallari, ilmiy adabiyotlar va Internet materiallari.

Bitiruv malakaviy ish mazmuni:
Kirish.
1.Bob. Algebraik va transtsendent tenglamalar
2.Bob.Nochiziqli tenglamaning ildizlarini toppish usullari
3.Bob.Nochiziqli algebraik tenglamani taqribiy echishda matematik paketlardan foydalanish
Xulosa
Foydalanilgan adabiyotlar

Vazifa berilgan sana «____» __________ 2017-yil.

Ilmiy raxbar __________

Vazifani oldi __________

Bitiruv malakaviy ishi paragraflar bo'yicha maslaxatchilar.

Paragraflar	Maslaxatchi	Imzo, sana	
		Vazifani berdi	Vazifani qabulladi
1	Allamuratov Sh.Z		
2	Allamuratov Sh.Z		
3	Allamuratov Sh.Z		

Ishni bajarish rejasi:

№	Bob nomi	Bajarish muddati	Ilmiy raxbar (maslaxatchi imzosi)
1.	Algebraik va transtsendent tenglamalar	12.02.2017	
2.	Nochiziqli tenglamaning ildizlarini toppish usullari	12.03.2017	
3.	Nochiziqli algebraik tenglamani taqribiy echishda matematik paketlardan foydalanish	12.04.2017	

Bitiruvchi __________________ «____»___________2017 -yil.

Ilmiy raxbar __________________ «____»___________2017 -yil.

АННОТАЦИЯ

В данной выпускной квалификационной работе рассмотрены численные методы решения алгебраических и трансцендентных уравнении. Кроме того приведены методы решения не линейных и трансцендентных уравнении с помощью программных пакетов Matlab и MathCad.

Ключевые слова: трансцендентное уравнение, итерация, метод половинного деления, метод хорд, метод касательных, программный пакет Matlab и MathCad.

ANNOTATSIYA

Mazkur bitiruv malakaviy ishida i algebraik va trantsendent tenglamalarni sonly echish usullari keltirilib o’tilgan. Bundan tashqari nochiziqli va trantsendent tenglamalarni Matlab va MathCad dasturiy paketlari yordamida echish usullari ko’rib chiqilgan.

Kalit so’zlar: transtsendent tenglama, iteratsiya, teng ikkiga bo’lish usuli, Vatarlar usuli, urinmalar usuli, Matlab va MathCad dasturiy paketi.

SUMMARY

In the given final qualifying work the numerical methods of the decision algebraic and transmission the equation are considered. Besides the methods of the decision not linear and transmission the equation with the help of software packages Matlab and MathCad are given.

Mundarija

KIRISH

Mavzuning dolzarbligi. Kompyuterning qo’llanilish sohalaridan biri matematik, mexanik va fizik jarayonlarni va ob’ektlarning matematik modellarini hisoblash usullari va kompyuterlarning dasturiy vositalari yordamida tadqiq etish bo`lib qolmoqda. Hisoblash matematikasi usullari va kompyuterlarning zamonaviy imkoniyatlari birgalikda bunday jarayonlar va ob`yektlarning shu paytgacha noma`lum xususiyatlarini ochishga va, shu asnoda, texnologik jarayonlarni takomillashtirishga xizmat qilmoqda. Ushbu bitiruv malakaviy ishning mavzusi ham hisoblash matematikasi va kompyuterning ilmiy tadqiqot ishlarda qo’llanilishiga bog`liq bo’lib, ilmiy va amaliy jihatdan dolzarbdir.

Hozirgi kunda fan-texnika rivojlanib borgan sari matematika va konpyuterning o’rni ortib bormoqda. Shu jumladan matematikadan fizika, mexanika, biologiya, kimyo va astronomiya hamda iqtisodiy masalalarni yechishda, bu jarayonlarni tahlil etishda va boshqa ko’p sohalarda foydalaniladi. Bu sohalardagi jarayonlar matematik modelining bir qismi chiziqli emas tenglamalarga olib kelinadi [18-20].

Ushbu ishda chiziqli emas tenglamalarni MathLab dasturi yordamida analitik va taqribiy yechish masalasi qaraladi. Quyida masalaning qo’yilishi va uni yechishning ketma-ket algoritmi keltirilgan. Chiziqli emas tenglamalarni yechish uchun zarur bo’lgan hisoblash usullari tavsiflanadi.

Tadqiqot obyekti. Chiziqli emas va transendent tenglamalar bitiruv malakaviy ishining tadqiqot obyektidir. Chiziqli emas va transendent tenglamalarni taqribiy yechish usullari yetarlicha mufassal [1-12] adabiyotlarda keltirilgan.

Ishning amaliy ahamiyati. Bitiruv malakaviy ishidan «Hisoblash matematikasi» va «Hisoblash usullari» fanlaridan bo’ladigan amaliy mashg’ulotlarda, seminar mashg’ulotlarida, nochiziqli tenglamalarni sonli yechish bilan bog’liq tanlov fanlari mashg’ulotlarida foydalanish mumkin.

Ishning tuzilishi. Bitiruv malakaviy ishi kirish qismi, uchta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati va ilovalardan iborat.

Birinchi bob uchta punkttan iborat bo'lib unda masalaning qo'yilishi, nochiziqli tenglamalar tushunchasi, masalani yechish bosqichlari, tenglamani yechishning geometrik talqini va iteratsion jarayonlar tushunchalari berilgan va bularning qo'llanilishi misollarda ko'rsatilgan.

Ikkinchi bob uchta punkttan iborat bo'lib bunda nochiziqli tenglama ildizlarini ajratish muammolari bayon qilingan, misollarda tushuntirilgan, chiziqli emas tenglama oddiy ildizlarini topishning har xil taqribiy usullari keltirilgan, misollar orqali asoslangan.

Uchinchi bobda esa nochiziqli tenglamalarni Matlab paketi yordamida sonli yechish usullari dasturlar bilan ko'rsatilgan, bir qator amaliy masalalar sonli yechiilgan.

Xulosa qismida bitiruv ishining asosiy natijalari va uning amaliy tadbiqlari bayon qilingan. Ilovalarda esa taqribiy hisob usullari algoritmlarining blok-sxemalari keltirilgan.

1.BOB. ALGEBRAIK VA TRANTSENDENT TENGLAMALAR

1.1. Dastlabki tushunchalar

Har xil ob'yektlarni modellar yordamida tadqiq qilishning ko'pgina masalalari nochiziqli tenglamalarni yechishga olib kelinadi. Xususan, elektron, radioelektron va hisoblash texnikasi qurilmalarini tadqiq qilishda, tebranishlar nazariyasi, suyuqlik va gaz mexanikasi, ximiya-texnologiya va boshqa sohalar masalalari modellar yordamida yechishda ana shunday masala yuzaga keladi.

Ushbu

$$f(x) = 0 \tag{1.1}$$

nochiziqli tenglamaning ildizini (ildizlarini) topish talab etiladi.

Agar $f(x)$ funksiya ko'phad bo'lsa, u holda (1.1) tenglama *n–darajali algebraik tenglama* deb ataladi, ya'ni

$$f(x) = P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0 \tag{1.2}$$

bunda $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, a_n$ – berilgan $P_n(x)$ ko'phadning koeffisiyentlari.

Darajasi to'rtdan yuqori bo'lgan algebraik tenglamalar uchun uning ildizlarini koeffisiyentlari orqali ifodalovchi aniq formula mavjud emas. Algebraik tenglama ildizlari sonini ko'p-hadning darajasiga qarab, ularning xarakterini esa shu ko'phad koeffisiyentlarining ishorasiga qarab aniqlash mumkin. Ko'phadning, ya'ni (1.2) algebraik tenglamaning ildizlarini ajratish masalasi yaxshi o'rganilgan va ancha osondir, bunda a_i (i=0,1,…,n) koeffisiyentlar ham haqiqiy va ham kompleks sonlardan iborat bo'lishi mumkin. Faqat shuni ta'kidlaymizki, bunda (1.2) ko'phadni ko'paytuvchilarga ajratish, Gorner sxemasi, o'rniga qo'yish orqali akslantirish (masalan, $x=cy$, $x=y\pm a$, $x=1/y$ kabi almashtirishlar), Bernulli usuli va boshqa usullar bu algebraik tenglamaning ildizlarini ajratish masalasini soddalashtiradi. Shuning uchun n–darajali algebraik tenglama, ya'ni $P_n(x)$ ko'phadning ildizlari haqida kengroq tushunchalar alohida o'rganish magsadga muvofiq.

Algebraik bo'lmagan har qanday tenglama *transendent tenglama* (*transendent funksiyalar*: ko'rsatgichli, logarifmik, trigonometrik, teskari trigonometrik va boshqa funksiyalarni o'z ichiga olgan tenglama) deb ataladi. Masalan,

$$\sin(2x)\frac{2,1x+1}{0,3x+1}-0,4x^2=0\ , \quad 2^{0,1x}-6\ \lg(44-x)+5,5\sin(x)=0\,.$$

Kamdan kam hollardagina transendent tenglamalar ildizlarining aniq qiymatini topish mumkin. Transendent tenglamalar birorta ham haqiqiy ildizga ega bo'lmasligi, chekli yoki cheksiz sondagi ildizlarga ega bo'lishi mumkin. Masalan, yuqorida keltirilgan misollardan birinchi tenglama 7 ta, ikkinchisi esa 5 ta haqiqiy ildizga ega (buni mustaqil aniqlang, masalan, Matlab dasturi yordamida uning grafigini chizing).

Shularga ko'ra tenglamaning taqribiy ildizlarini topish usullari va ularning aniqlik darajasi muhim ahamiyatga ega.

Shunday qilib, algebraik va transendent tenglamalar ikki turga bo'linadi: *chiziqli* (*bitta yechimli*) va *nochiziqli* (*bir yoki bir nechta yechimli*) *tenglamalar*ga bo'linadi. Nochiziqli tenglamalar esa: algebraik (yechimlari n ta) va transendent (yechimlari soni noma'lum) tenglamalarga bo'linadi.

1.2. Masalani yechish bosqichlari.

Chiziqli bo'lmagan tenglamalarni yechish usullari ikki turga bo'linadi: to'g'ri (yoki analitik) va taqribiy   sonly   usullar. Analitik usulda tenglamaning barcha yechimlari chekli sondagi operatsiyalarda (yoki formulalar) orqali aniqlanadi. Masalan, shu usulga misol qilib ushbu $ax^2+bx+c = 0$ – kvadrat tenglamaning yechimini topishni keltirish mumkin. Bu kvadrat tenglamaning yechimlari quyidagicha:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \qquad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\,.$$

Chiziqli bo'lmagan tenglamalarni yechish bir necha bosqichga bo'linadi.

- ildizlarning mavzudligini, sonini, xarakterini va ularning joylashishini tekshirish;

- ildizlarni ajratish;
- ildizlarning taqribiy qiymatlarini topish, ya'ni tengla-maning yagona ildizi mavjud bo'lgan yetarlicha kichik [a,b] kesmani aniqlash (dastlabki yaqinlashuvchi ildiz);
- ildizlarning barchasini yoki ularning bir qismini talab qilingan aniqlikda topish.

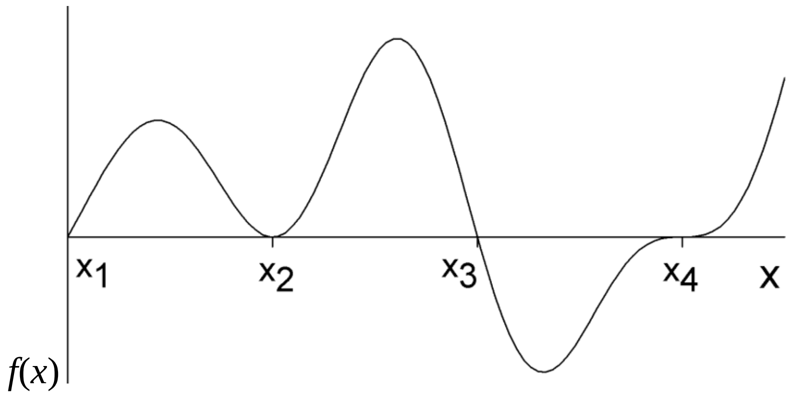
Dastlabki uchta bosqichda analitik yoki grafik usuldan (ba'zida tadqiqot obyekti yoki hodisaning fizik ma'nosidan) foydalanish mumkin. Bunda quyidagi holatlar kuzatiladi: ildiz yagona; cheksiz ko'p yechimlar; ildiz yo'q; bir nechta yechimlar mavjud bo'lib, ulardan ba'zilari haqiqiy, ba'zilari esa mavhum; ildizlar karrali; ildizlar bir biriga juda yaqin va dastlabki yaqinlashishni topish murakkab.

Oxirgi bosqichda esa biror taqribiy (iteratsion) usuldan foydalaniladi, bunda dastlabki tenglamaning ildizini topish juda murakkab bo'lgan holda bu tenglama uning ildiziga teng yoki unga juda ham yaqin joylashgan ildizli sodda tenglamaga ham almashtirilishi (masalan, transendent tenglamani algebraik tenglamaga almashtirish) mumkin.

Tenglamani yechishning geometrik talqini.

Tenglama-ning ildizlari har xil bo'lishi mumkin. Geometrik nuqtai nazardan bu $\bar{x}$ ildiz $y = f(x)$ funksiya grafigining Ox abssissa o'qi bilan kesishish nuqtasini bildiradi. Agar birinchi tartibli hosila $f'(\bar{x}) \neq 0$ bo'lsa, u holda $\bar{x}$ – *oddiy ildiz*, aks holda esa u *karrali ildiz* deb ataladi.

Agar barcha $k < m$ va $f^{(m)}(\bar{x}) \neq 0$ uchun $f^{(k)}(\bar{x}) = 0$ bo'lsa, u holda m – butun son $\bar{x}$ *ildizning karrasi* deb ataladi. 1.1–rasmda x_1 va x_3 – oddiy ildiz, x_2 – eng kamida ikki karrali ildiz, x_4 – eng kamida uch karrali ildiz.



1.1–rasm. Algebraik tenglama ildizlarining sxematik tasviri.

Boshqacharoq qilib aytganda, agar $f(x)$ funksiyani $\bar{x}$ ildizi atrofida $f(x) = (x-\bar{x})^{p}\, g(x)$ ko'rinishda ifodalash mumkin bo'lsa, u holda $g(x)$ – chegaralangan funksiya ($g(\bar{x})\neq 0$) uchun p – natural son ildizning karrasi deb ataladi. Toq p larda $f(x)$ funksiya $[a,b]$ da ishorasini almashtiradi, ya'ni $f(a)\, f(b)<0$, juft p larda esa yo'q.

1.3. Tenglamani yechishning taqribiy usullari

Tenglamani yechish uchun qo'llaniladigan taqribiy (iteratsion) usullar quyidagilar: kesmani ikkiga bo'lish usuli (dixotomiya usuli); proporsional bo'laklar usuli (vatarlar usuli); urinmalar usuli (Nyuton usuli); oddiy iteratsiya usuli; kesuvchi chiziqlar usuli; kombinatsiyali usul (bir necha usulning uyg'un birikmasidan tuzilgan usul); kesimlar usuli (chiziqli interpolyatsiya qoidasi); Steffensen usuli (Eytken-Steffensen usuli);
va hokazo.

Dastlabki $f(x) = 0$ tenglamani $\varphi(x) = x + g(x)\cdot f(x)$ almash-tirish orqali unga ekvivalent bo'lgan ushbu $x = \varphi(x)$ tenglama-ga keltiramiz, bunda $g(x)$ – ishorasini o'zgartirmaydigan ixtiyoriy uzluksiz funksiya.

Iteratsion usullarda yechimning dastlabki x_0 – ixtiyoriy yaqinlashishi olinadi va u ketma-ket aniqlashtirib boriladi. Natijada yechimning x_0, x_1,..., x_n,.. ketma-ketligi hosil qilinadi. Tenglamani yechishning iteratsion usuliga ko'ra uning ildiziga yaqinlashuvchi $\{x_n\}$ ketma-ketlik $\lim_{n\to\infty}|x_n - \bar{x}| = 0$ tenglikning bajarilishidan chiqariladi.

Agar bunda x_{n+1} ni hisoblash uchun undan oldin hisoblangan bitta x_n yaqinlashshdan foydalanilsa, ya'ni $x_{n+1} = \varphi_n(x_n)$, u holda bu usul *bir nuqtali* (*bir qadamli*) yoki *oddiy iteratsiya usuli*, aks holda esa, ya'ni oldin hisoblangan birnechta yaqinlashishdan $x_{n+1} = \varphi_n(x_n, x_{n-1}, x_{n-2},\ldots)$ kabi foydalanilsa, u holda bu usul *ko'p nuqtali* (*ko'p qadamli*) *iteratsiya usuli* deb ataladi. Agar bunda φ_n funksiya n dan bog'liq bo'lmasa, *jarayon statsionar*, aks holda esa *nostatsionar* deb ataladi. Masalan, oddiy iteratsiya usuli statsionar va bir qadamli usul bo'lib, birinchi tartibli iteratsion jarayonni ifodalaydi, Nyuton usuli esa statsionar va bir qadamli bo'lib, ikkinchi tartibli iteratsion jarayonni ifodalaydi.

Agarda bunda $\{x_n\}$ ketma-ketlik $n\to\infty$ bo'lganda aniq $\bar{x}$ yechimga bir tomonlama (chapdan yoki o'ngdan yaqinlashsa – bir tomonlama usul) yoki ikki tomonlama (har ikkala tarafidan yaqinlashsa – ikki tomonlama usul) intilsa, *iterasiya jarayoni yaqinlashadi* deyiladi.

Faraz qilaylik, ε - ildizni topish talab qilinayotgan absolyut aniqlik bo'lsin. Hisoblash jarayonining ikki tomonlama yaqinlashishida $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$ shart yoki bir tomonlama yaqinlashishida $|f(x_{n+1})| < \varepsilon$ va $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$ shartlar (hisoblash jarayonini tugallash kriteriyasi) bajarilgunga qadar davom ettiriladi. Shuni ta'kidlaymizki, bir tomonlama usullar qo'llanilayotganda ko'proq nisbiy aniqlikdan foydalaniladi.

Iteratsion jarayonning yaqinlashish tezligi qo'llanilayotgan taqribiy usullarning samaradorligini taqqoslashda muhim ahamiyatga ega. Iteratsion usul m-tartibga (yoki m – yaqinlashish tezligiga) ega deyiladi, agar m eng katta musbat son bo'lib, uning uchun shunday q>0 – chekli musbat son mavjud bo'lsaki, u

$$|x_{n+1} - \bar{x}| \le q|x_n - \bar{x}|^m$$

shartni qanoatlantirsa. $x_n - \bar{x}$ miqdor *iteratsiyaning bajarilayotgan qadamidagi absolyut xatosi*, q o'zgarmas son *asimptotik xatoning konstantasi* deb ataladi. Bu q o'zgarmas son $f(x)$ funksiyaning $x = \bar{x}$ nuqtadagi hosilasi orqali baholanadi.

Agar m=1 va $q \in (0;1)$ bo'lsa, u holda qo'llanilayotgan usul *chiziqli yaqinlashish tezligiga* ega deyiladi (ba'zida bu holdagi usul maxraji q ga teng bo'lgan geometrik progressiya tezligi bilan yaqinlashadi deyiladi).

Agar baholash

$$|x_{n+1} - \bar{x}| \le q_{n+1} |x_n - \bar{x}|^m, \quad n \to \infty \text{ da } q_n \to 0$$

kabi bo'lsa, u holda bu usul *o'ta chiziqli yaqinlashish tezligiga* ega deyiladi. O'ta chiziqli tezlik haqida 1<m<2 bo'lganda ham gap borishi mumkin.

Agar m=2 bo'lsa, u holda *yaqinlashish tezligi kvadratik* deb ataladi (bunday holda q ga cheklash qo'yilmaydi). m>2 qiymatlarda unga mos usullar *yuqori tartibli* iteratsion usullar deb ataladi. Bunda m qancha katta bo'lsa usulning yaqinlashishini bajaruvchi shart shuncha qat'iylashib boradi.

Hisoblashlarda q konstantaga nisbatan yaqinlashsh tezligi m ning ahamiyati kattaroq.

Agar ikkala usulda ham m bir bo'lsa, u holda q kichik bo'lgani tezroq yaqinlashadi.

Dastlabki hollarda chiziqli yaqinlashunchi usul (q=0 bo'lganda) kattaroq qiymatli kvadratik yaqinlashuvchu usulga nisbatan tezroq yaqinlashadi. m ning kattaroq qiymati tezroq yaqinlashishni ta'minlasada, q ning kichik qiymatida chiziqli tezlik ma'qul. Ammo q konstanta 1 ga yaqin bo'lsa, u holda chiziqli tezlikning yaqinlashishi juda sustlashadi.

2. BOB. NOCHIZIQLI TENGLAMANING ILDIZLARINI TOPPISH USULLARI

2.1. Tenglamalarning ildizlarini ajratish

Tenglama ildizlarini ajratish – bu ildizlarning mavjudligini va sonini aniqlash hamda ularning har biri yotgan yetarlicha kichik $[a,b]$ kesmani topishdan iborat.

Birinchi qadamda ildizlarning soni va turi aniqlanadi, ularning sonlar o’qida taqsimlanishini baholanadi. Keyin esa ana shu ildizlar yotgan interval yoki ularning taqribiy qiymatlari topiladi [6-8].

Ildizlarni ajratish uchun ko’pincha quyidagi teoremalardan foydalaniladi.

1-teorema (Boltsman–Koshi teoremasi). Agar $f(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmaning chetlarida har xil ishorali qiymatlarga ega bo’lsa, u holda bu kesmaning ichida $f(x) = 0$ tenglama hech bo’lmaganda bitta ildizga ega. Agar (a,b) intervalda $f'(x)$ hosila mavjud bo’lib, u o’z ishorasini almashtirmasa, u holda bu ildiz yagona.

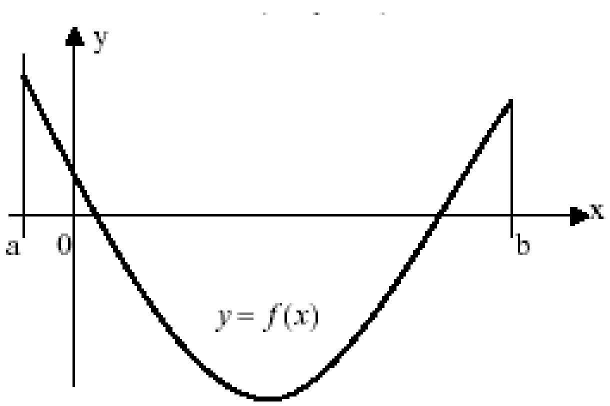
2-teorema. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ oraliqda analitik funksiya bo’lsin. Agar [a, b] oraliqning chetki nuqtalarida $f(x)$ har xil ishorali qiymatlarini qabul qilsa, u vaqtda (1) tenglamaning a va b nuqtalar orasida yotadigan ildizlarning soni toqdir. Agar $f(x)$ funksiya $[a, b]$ oraliqning chetki nuqtalarida bir xil ishorali qiymatlarni qabul qilsa, u vaqtda (1.1) tenglamaning ildizlari yoki $[a, b]$ oraliqda yotmaydi yoki ularning soni juftdir (karraliligini hisobga olgan holda). Transendent tenglamalar ildizlarining soni ixtiyoriy bo’lishi mumkin.

Chiziqli bo’lmagan tenglamalar uchun ildizlarni ajtatishning umumiy usuli yo’q. Buning uchun ma’lum bir qadam bilan o’zgaruvchi x larda $f(x)$ funksiyaning qiymatlarini hisoblab ko’rish mumkin. Agar yonma-yon ikkita a va b nuqtalarda $f(x)$ funksiya har xil ishorali qiymatlar qabul qilsa, ya’ni masalan, f(a)< 0 va $f(b) > 0$ bo’lsa yoki $f(a)\cdot f(b) = 0$ shart bajarilsa, u holda $[a,b]$ kesmada $f(x)$ funksiya uzluksiz bo’lganligi uchun uning shu kesmada hech bo’lmaganda bitta ildizi mavjud bo’ladi.

Diqqat qiling, f(a)$\cdot$ $f(b) < 0$ tengsizlik bajarilmagani bilan $[a,b]$ kesmada bir nechta ildizlar yotishi mumkin (1.2-rasm).

Muhandislik hisoblarida asosan haqiqiy ildizlarni topish talab etiladi. Haqiqiy ildizlarni ajratish masalasi umumiy holda ikki usul bilan yechiladi: *analitik va grafik usullar*.

Tenglama ildizlarini ajratish grafik usulda ($f(x)$ funk-siyaning grafigini qurish orqali) yoki oralarida ildizlar yotgan ekstremumlarni analitik yo'l bilan qurish orqali bajariladi.



1.2-rasm. Tenglamaning kesmada bir nechta ildizlar yotishi mumkin bo'lgan hol.

Tenglama haqiqiy ildizlarini baholashning ***grafik usuli*** yuqori aniqlik talab qilinmaydigan texnik hisoblarda juda ham keng qo'llaniladi. Bu usul ikki uslubda amalga oshiriladi:

- $y = f(x)$ funksiyaning grafigi quriladi va uning abssissa o'qi bilan kesishish nuqtalari aniqlanadi – bu $f(x) = 0$ tenglama ildizlarining taqribiy qiymati.
- $f(x) = 0$ tenglama $f_1(x) = f_2(x)$ ko'rinishga keltiriladi (bu yerda $f_1(x)$ va $f_2(x)$ – elementar funksiyalar), keyin esa bu funksiyalar grafiklari kesishish nuqtalarining abssissalari aniqlanadi.

Tenglamaning barcha ildizlarini ***analitik usul*** bilan ajratishda $f(x)$ funksiyaning barcha kritik (uzilish, ekstremum, burilish va hokazo) nuqtalari, ya'ni $f'(x)$=0 bo'lgan yoki $f'(\bar{x})$ hosila mavjud bo'lmagan nuqtalar topiladi. Buni sonli usullar bilan, soddaroq hollarda esa analitik yo'l bilan bajarish mumkin. Buning uchun $f'(x) = 0$ tenglama x ga nisbatan yechiladi. Bundan tashqari bu funksiyaning hosilasi biror sababga ko'ra mavjud bo'lmagan barcha nuqtalar topiladi (masalan funksiya ifodasining maxraji nolga teng, logarifm ostida nol paydo bo'ladi va hokazo). Ana shu nuqtalar (kritik nuqtalar) yoki ularga juda yaqin bo'lgan nuqtalarda $f(x)$ funksiyaning ishorasi, ya'ni sign$f(x)$ tekshiriladi. Shundan keyin kritik nuqtalar (sonlar o'qining chetki $-\infty$ va ∞ nuqtalari ham) atrofida funksiyaning ishorasi aniqlanadi, bu qatordan jadval tuziladi. Bu qatorda funksiyaning $f(x_i)$ qiymatlari ishorasi almashinishlari soni ildizlar sonini bildiradi, chetlarida sign $f(x)$ har xil bo'lgan va o'zida ildizlarni lokallashtirgan intervallar aniqlanadi. Ildiz yotgan intervalni qisqartirish maqsadida ekstremum nuqtalardan tashqari shunday qo'shimcha nuqtalar kiritiladiki (masalan, kesmaning chegaralaridan biri ∞ bo'lganda), natijada ildiz lokallashtiriladi.

Agar $f(z) = 0$ tenglamaning kompleks ildizlarini topish talab etilsa, u holda $z = x + iy$ almashtirish olinib, bu tenglama $f_1(x,y) + i\ f_2(x,y) = 0$ ko'rinishga keltiriladi, bu yerdan esa ikkita $f_1(x,y) = 0$ va $f_2(x,y) = 0$ tenglamalar sistemasi yechilib, shu egri chiziqlarning kesishish nuqtalari topiladi. Topilgan kesishish nuqtalarning mos absissa va ordinatalari $f(z)=0$ tenglama ildizlarining mos haqiqiy va mavhum qismlarini ifodalaydi.

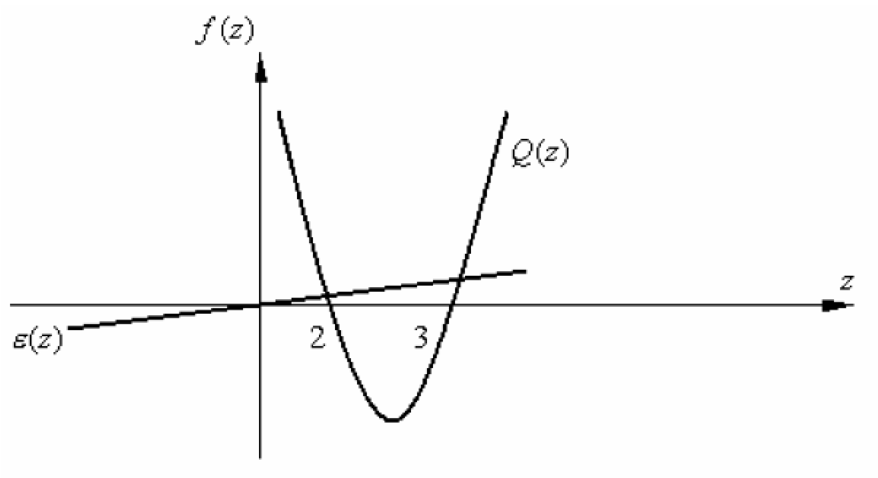
Nochiziqli tenglama ildizlarini ajratishning quyidagi analitik usullari mavjud:

Bosh usul – bu tenglamaga kirgan funksiyalarning xossa-larini bilish usuli. Masalan, $(x^2–3x+5)/(2+x^2)=0$ tenglamaning maxrajini qarab o'tirishga hojat yo'q, chunki u hech qachon nolga aylanmaydi.

Kichik parametr usuli. Faraz qilaylik, $f(z) = 0$ ni quyidagicha $f(z) = Q(z) + \varepsilon(z) = 0$ ifodalash mumkin bo'lsin, bunda $\varepsilon(z) << Q(z)$ va $Q(z)$ ning ildizlari ma'lum. U holda $f(z)$ ning ildizlari $Q(z)$ ning ildizlari yaqinida yotadi. Masalan, $0{,}001x^3 + x^2 – 5x+6 = 0$ tenglamaning ildizlari $\varepsilon(z) = 0{,}001x^3$ va $Q(z) = x^2 – 5x+6$ belgilashlarga ko'ra $x = 2$ va $x = 3$ dan bir oz qo'zg'algan bo'ladi (1.3-rasm).

Tenglamaning haqiqiy ildizlarini ShEHM lar yordamida ajratish. Bu algoritm haqiqiy ildiz atrofida funksiya ishorasining o'zgarishini tekshirishga asoslangan. Haqiqatdan ham, agar ildiz haqiqiy bo'lsa, u holda funksiya grafigi abssissa o'qini kesib o'tadi va bunda funksiya o'zining ishorasini qarama-qarshisiga almashtiradi.

Funksiyaning aniqlanish sohasida berilgan kesmada nochiziqli tenglamaning ildizlarini ajratish algoritmi va uning sxemasini qaraylik (ilova, 1-rasm). Bu algoritm berilgan $[a,b]$ kesmadagi barcha haqiqiy ildiszlarning taqribiy qiymatlarini topish imkonini beradi.



1.3.-rasm. Tenglama ildizlarini ajratishning kichik parametlar usulini ifodalovchi misol grafigi.

Bu algoritmda ozgina o'zgartirish kiritish yo'li bilan undan maksimal yoki minimal ildizlar taqribiy qiymatlarini aniqlash uchun ham foydalanish mumkin. Ikkita ildizdan «sakrab o'tib ketmaslik» uchun noma'lumning Δx orttirmasini uncha katta olmaslik kerak. Bu usulning kamchiligi shundaki, undan fodalanilganda ko'p mashina vaqti sarflanadi.

Shunday qilib, $f(x) = 0$ tenglamaning ildizlarini ajratish jarayonida quyidagi holatlar kuzatiladi:

- $f(x)$ funksiyaning aniqlanish sohasida grafigi chizilib, uning Ox o'qi bilan kesishgan nuqtalari topiladi. Bu nuqtalarga mos keluvchi $\bar{x}$ lar taqribiy yechim deb qabul qilinadi;
- $f(x)$ funksiyaning grafigi chiziladi va uning abssissa o'qi bilan kesishish nuqtalari yotgan taqribiy oraliq aniqlanadi;

- ba’zi hollarda $f(x) = 0$ tenglamani $f_1(x) = f_2(x)$ ko’rinish-dagi ekvivalent tenglamaga keltirish maqsadga muvofiq, chunki bunday holda $y = f(x)$ funksiyaning grafigidan ko’ra $y = f_1(x)$ va $y = f_2(x)$ funksiyalarning grafiklarini chizish osonroq. Bunday holda $f(x) = 0$ tenglamaning ildizini $y = f_1(x)$ va $y = f_2(x)$ funksiyalar grafiklarining kesishish nuqtasi abssissasi ifodalaydi.
- Taqribiy ildiz yotgan $[a,b]$ kesmaning haqiqatda to’g’ri olinganligini analitik yo’l bilan tekshirib ko’rish mumkin. Buning uchun yana ildizning mavjudlik sharti $f(a)f(b)<0$ dan foydalanamiz. Agar bu shart bajarilsa, u holda $[a,b]$ oraliq to’g’ri tanlangan bo’ladi.

Xulosa qilib aytganda, ildizlarni aniqlashtirishni uchta yo’nalishga guruhlashtirish mumkin:

- $f(x_i)=0$ tenglamaning yechimi bo’lishi mumkin bo’lgan barcha x_i argumentlarni saralash yo’li bilan izlash;
- $f(x)$ funksiyaning ildizlarini topishni unga yaqin bo’lgan soddaroq funksiya (chiziqli, parabolik) ildizlarini topishning iteratsion proseduralariga almashtirish;
- $f(x)=0$ tenglamani ushbu $x = \varphi(x)$ formulaga keltirish va iteratsion yo’l bilan tenglikning o’ng va chap taraflari tengligini ta’minlashga intilish.

Bularga ko’ra, masalan, skanirlash va biseksiya usullari birinchi yo’nalishga, vatarlar va urinmalar usullari ikkinchi yo’nalishga va oddiy iteratsiya usuli esa uchinchi yo’nalishga kiradi.

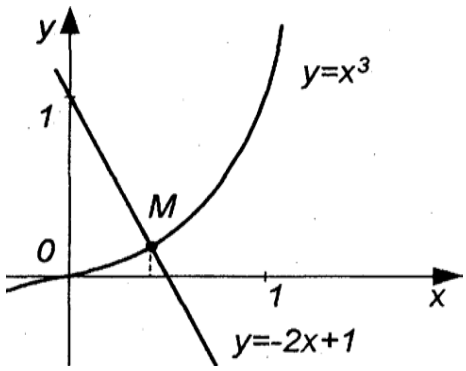
1–misol. $x^3 +2x–1=0$ tenglamaning ildizlarini ajrating.

Yechish. ***1–uslub.*** Berilgan misolda $f(x) = x^3 +2x–1$ va $f'(x) = 3x^2+2$ bo’lib, bu $f(x)$ funksiya uchun barcha x larda $f'(x) > 0$ bo’lsa, u holda $f(x)$ funksiya $(–\infty,\infty)$ oraliqda o’suvchi bo’ladi. Berilgan tenglamaning ildizi yotgan chekli $[a,b]$ kesmani topaylik. Tanlash usuli bilan $f(x)$ funksiya kesmaning oxirgi nuqtalarida har xil ishorali qiymatlar qabul qiladigan $[a,b]$ kesmani topamiz. Buning uchun argumentning bir necha qiymatlarida funksiyaning qiymatlarini hisoblaymiz, masalan, $f(-1) = -4 < 0$, $f(0) = -1 < 0$, $f(1) = 2 > 0$. Boltsman–Koshi teoremasiga ko'ra berilgan tenglamaning ildizi [0;1] kesmada yotibdi va u yagona, chunki $f'(x)$ hosila (0;1) intervalda musbat va o'z ishorasini saqlaydi.

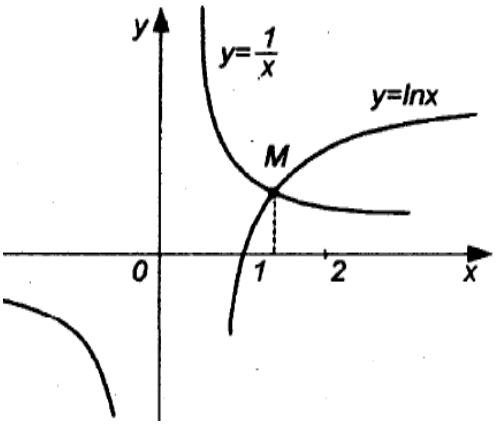
2–uslub. Berilgan tenglamaning ildizini grafik usulda ham ajratish mumkin. Buning uchun tenglamani $x^3 = -2x+1$, ya'ni $f_1(x) = f_2(x)$ ko'rinishda ifodalaymiz. Endi $y = x^3$ va $y = -2x+1$ funksiyalarning grafiklarini chizamiz. Bu grafiklar absissasi (0,1) oraliqda bo'lgan M nuqtada kesishadi (1.4-rasm).

2–misol. $x\cdot\ln x - 1 = 0$ tenglamaning ildizlarini grafik usulda ajrating.

Yechish. Berilgan tenglamani $\ln x = 1/x$ ko'rinishda yozib olib, $y = \ln x$ va $y = 1/x$ elementar funsiyalarning grafiklarini chizamiz. Bu funksiyalarning grafiklari absissasi (1;2) oraliqqa tegishli yagona M nuqtada kesishishadi. Shunga ko'ra, berilgan tenglamaning yagona ildizi (1;2) oraliqda yotadi (1.5-rasm).



1.4-rasm. $x^3 + 2x - 1 = 0$ tenglamaning ildizini grafik usulda ajratish.



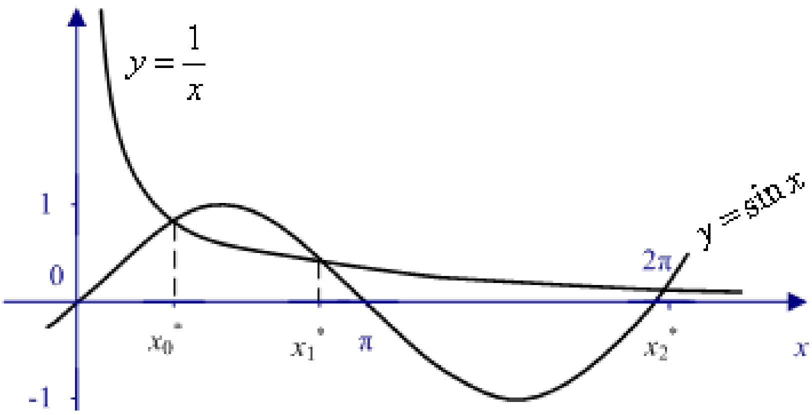
1.5-rasm. $x\cdot\ln x - 1 = 0$ tenglamaning ildizini grafik usulda ajratish.

3-misol. Ushbu

$$x\cdot\sin x = 1 \text{ yoki } f(x) = x\cdot\sin x - 1 = 0$$

tenglamaning ildizlarini toping.

Yechish. $f(x)$ funksiyani $\sin x = 1/x$ ko'rinishda ifodalab, uning ildizlarini grafik usulda aniqlaylik (1.6-rasm).



1.6-rasm. Cheksiz ko'p ildizga ega tenglamaning ildizlarini grafik usulda ajratish.

Tenglamaning ildizlari *Oy* o'qqa nisbatan simmetrik, shuning uchun uning faqat musbat ildizlarini qarashimiz yetarli. x^*_1, x^*_2, … larning qiymatlarini yetarlicha aniqlikda hisoblashimiz mumkin, ammo $n\to\infty$ da x^*_n ning qiymatini aniqlab bo'lmaydi. Shunga qaramasdan grafikdan ko'rinadiki, $n>>1$ da x^*_n ildizlar $n\pi$ ga yaqin. Bu olingan qiymatlarni tenglama ildizlarining $(x^*_1)^0$, $(x^*_2)^0$, … boshlang'ich yaqinlashishlari qiymatlari deb qabul qilib, ildizlarni biror taqribiy usul yordamida aniqlashtirishimiz mumkin.

4-misol. Ushbu

$$x^3-4x+2 = 0$$

tenglamaning ildizlarini ajrating.

Yechish. Avvalo bu tenglamani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$x(x^2-4)+2 = 0 \quad \text{yoki} \quad x = -2/(x^2-4).$$

Bunga ko'ra quyidagi ikkita funksiyaning grafigini chizamiz (1.7-rasm):

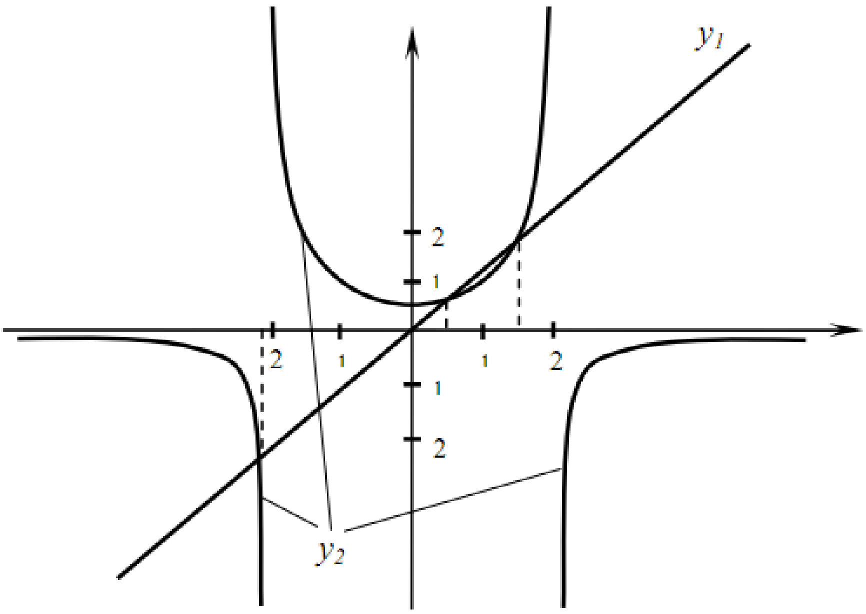
$$y_1 = x \quad \text{va} \quad y_2 = -2/(x^2-4).$$

Bu funsiyalar grafiklarining kesishish nuqtalari abssissalari ildizlarning taqribiy qiymatini beradi:

$$x_1 \approx 0{,}5; \quad x_2 \approx 1{,}6; \quad x_3 \approx -2{,}2.$$

Shunday qilib, berilgan tenglama uchta haqiqiy ildizga ega ekan, ularning qiymatlari esa tanlangan taqribiy usulga ko'ra aniqlashtiriladi. Bu aniqlashtirishlar amalga oshiriladigan kesmalar quyidagilar:

$$x_1 \in [-2{,}0; -2{,}5]\ ; \quad x_2 \in [1{,}2; 1{,}8]\ ; \quad x_3 \in [0; 0{,}8].$$



1.7-rasm. Bir nechta ildizga ega tenglamaning
ildizlarini grafik usulda ajratish.

5-misol. $5^x - 6x - 3 = 0$ tenglamaning ildizlarini analitik yo'l bilan ajrating.

Yechish. Bu yerda $f(x) = 5^x - 6x - 3 = 0$ kabi belgilash kiritamiz. Hosilasini topamiz: $f'(x) = 5^x \cdot \ln 5 - 6$. Hosilaning ildizlarini topamiz:

$$5^x \cdot \ln 5 - 6 = 0; \quad 5^x = 6/\ln 5; \quad x \cdot \lg 5 = \lg 6 - \lg(\ln 5);$$

$$x = \frac{\lg 6 - \lg(\ln 5)}{\lg 5} = \frac{0{,}7782 - 0{,}2065}{0{,}6990} = \frac{0{,}5717}{0{,}6990} \approx 0{,}82.$$

$f(x)$ funksiya ishoralari jadvalini x ning qiymatini: *a*) funksiyaning kritik qiymatlariga (hosila ildizlariga) yoki ularga yaqin qiymatlarga; *b*) chegaraviy qiymatlariga (noma'lumning aniqlanish sohasi qiymatlaridan kelib chiqib) teng deb tuzamiz:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
sign $f(x)$	+	–	+

Jadvaldan ko’rinadiki, funksiya ishorasining ikki marta o’zgarishi kuzatilmoqda, shunga ko’ra berilgan tenglama ikkita haqiqiy ildizga ega. Ildizlarni ajratish operatsiyasini yakunlash uchun ildizlarni o’z ichiga olgan va uzunligi 1 dan katta bo’lmagan oraliqni aniqlashimiz lozim. Buning uchun $f(x)$ funksiya ishoralarining yangi jadvalini tuzamiz:

x	-1	0	1	2
sign $f(x)$	+	–	–	+

Shunday qilib, haqiqiy ildizlar yotgan oraliqlar:

$$x_1 \in [-1; 0]; \ \ x_2 \in [1; 2].$$

2.2.Kesmani teng ikkiga bo’lish usuli (dixotomiya) usuli.

Quyida $f(x) = 0$ tenglamaning faqat oddiy ildizlarini topish masalasi qaraladi. Buning uchun masala umumiy holda quyidagi shartlar bilan qo’yiladi .

Masalaning qo’yilishi. Chekli $[a,b]$ kesmada aniqlangan, uzluksiz, ikki marta differensiyalanuvchan, ya’ni birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari shu kesmada mavjud va unda bu hosilalari o’z ishorasini saqlaydigan (birinchi hosilasi nolga aylanmaydigan), $f(x)$ funksiya uchun $f(x) = 0$ tenglama $[a,b]$ kesmada yagona yechimga ega bo’lsin va bu yechimni berilgan $\varepsilon > 0$ aniqlikda taqribiy hisob usullari yordamida topish talab qilinadi.

Bu usul $f(x)$ funksiya haqida ma’lumotlar juda ham kam bo’lganda foydalanishga qulay. Faraz qilaylik, $f(x)$ funksiya (a,b) intervalda nolga aylanishini aniqladik, bunda ildizdan chaproqda $f(x)<0$ va o’ngroqda esa $f(x)>0$. Bunday holda izlanayotgan ildizni topish murakkab bo'lmaydi. Kesmani teng ikkiga bo'lamiz va hosil bo'lgan x_i nuqtada funksiyaning ishoraini qaraymiz. Agar $f(x_i)>0$ bo'lsa, yuqori chegarani $b = x_i$ deb, aksincha esa quyi chegarani $a = x_i$ deb siljitamiz va hokazo (2.1-rasm).

Bularni quyidagicha ham ifodalash mumkin:

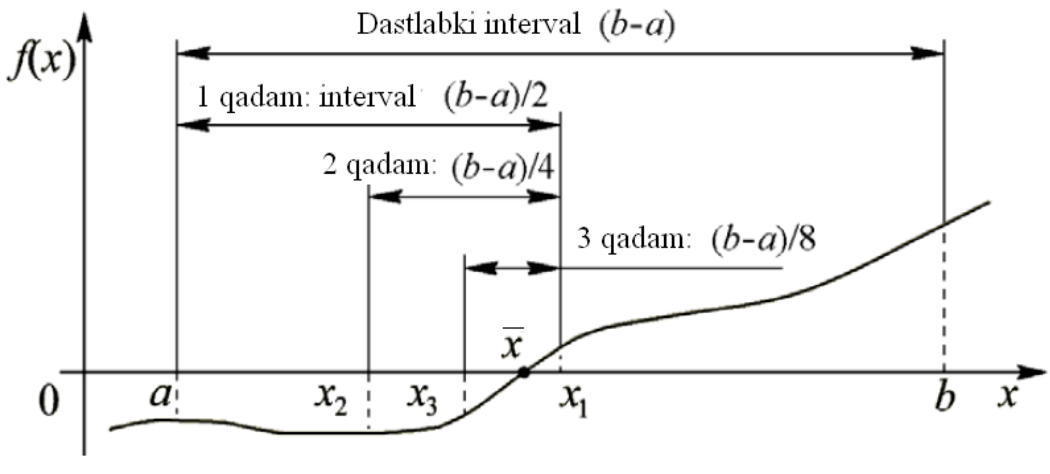
Faraz qilaylik, $f(a)\, f(b) < 0$. $a_0 = a$ va $b_0 = b$ deb belgilash kiritamiz. U holda ketma–ket yaqinlashish quyidagicha:

$$x_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}(b_n - a_n),\ n = 1, 2, ...;$$

$$[a_{n+1}, b_{n+1}] = \begin{cases} [a_n, x_{n+1}], & \text{agar } f(a_n)\, f(x_{n+1}) < 0, \\ [x_{n+1}, b_n], & \text{agar } f(x_{n+1})\, f(b_n) < 0. \end{cases}$$

Bu jarayon $f(x_{n+1}) = 0$ bo'lganda to'xtatiladi va $\bar{x} = x_{n+1}$ deb qabul qilinadi.

Bu usul *kesmani teng ikkiga bo'lish usuli*, *dixotomiya usuli* (grekchadan διχα – ikki qismga τομη – kesish), *biseksiyalar usuli* yoki *vilka usuli* deb ataladi.



2.1–rasm. Kesmani ikkiga bo'lish usulining sxematik tasviri.

Agar tenglamaning qolgan ildizlarini ham aniqlash zarurati tug'ilsa, u holda $g(x) = f(x)/(x-\bar{x})$ tenglikdan ketma-ket foydalanib, har safar topilgan $\bar{x}$ ildiz chiqarib tashlanadi (endi $g(x) = 0$ va $f(x) = 0$ tenglamalarning $\bar{x}$ (bu nuqta $g(x)$

funksiya uchun qutb, $f(x)$ funksiya uchun esa ildiz) dan boshqa barcha ildizlari mos keladi).

Talab qilingan aniqlikdagi yechimga erishish uchun avvalo $g(x)$ funksiyaning ildizi qo'pol holda bo'lsa ham topiladi, keyin esa bu ildiz $f(x)$ funksiyadan foydalanib aniqlashtiriladi.

Bu usulning yaqinlashish tartibi 1 ga teng, ya'ni bu usul chiziqli yaqinlashish tezligiga ega, ya'ni $\{x_n\}$ ketma-ketlik maxraji 1/2 ga teng bo'lgan geometrik progressiya tezligi bilan ildizga yaqinlashadi.

Bu usul uchun hisob tugashining kriteriyasi ushbu

$$|\, x_{n+1} - \bar{x} \,| \le |\, x_{n+1} - x_n \,| \le \frac{b-a}{2^{n+1}} < \varepsilon$$

shartning bajarilishidan iborat, bunda ε – berilgan absolyut aniqlik. Bu yerdan kelib chiqadiki, berilgan ε aniqlik bilan ildizni hisoblash uchun zarur bo'lgan N – iteratsiyalar soni qiyidagi tengsizlikdan aniqlanadi:

$$\frac{b-a}{2^N} \le \varepsilon \quad \text{yoki} \quad N \ge \frac{\ln(b-a) - \ln\varepsilon}{\ln 2} \quad \text{yoki} \quad N \ge \log_2 \frac{b-a}{\varepsilon}.$$

Usulning qulayliklari:

- $f(x)$ funksiya haqida ma'lumotlar kam bo'lganda ham undan foydalanish juda qulay;
- kesmani ikkiga bo'lish algoritmi juda sekin, ammo barcha noqulayliklardan holi.

Usulning kamchiliklari:

- ko'p hollarda funksiyaning holati juda murakkab bo'lib, bu chetki nuqtalarida funksiyaning ishorasi har xil bo'lgan $[a,b]$ oraliqni oldindan aniqlashga qiyinchilik tug'diradi;
- yaqinlashish juda sekin;
- uni tenglama karrali (jufr karrali) va kompleks ildizlarga ega bo'lganda qo'llab bo'lmaydi;

- sodda bo’lmagan ildiz, masalan, ildiz funksiyaning ekstremum nuqtasi bilan mos kelganda (2.2-rasmda x_2 nuqta), bu usulni qo’llab bo’lmaydi, chunki bu holda ildiz atrofida funksiya o’z ishorasini almashtirmaydi.
- agar tenglama $[a,b]$ oraliqda bir nechta ildizga ega bo’lsa, u holda hisoblash jarayonida shu ildizlardan qaysi biri topilishi noma’lum.
- uni bir nechta tenglamalar sistemasiga qo’llab bo’lmaydi.

Usulning algoritmi:

1. $f(a)$ va $f(b)$ ni hisoblang;
2. $c = (a + b)/2$ deb $f(c)$ ni hisoblang;
3. agar $\text{sign}(f(c)) = \text{sign}(f(a))$ bo’lsa $a = c$ deb, aks holda esa $b=c$ deb almashtirish oling (bunda sign ishora funksiyasi);
4. agar $b – a > \varepsilon$ bo’lsa, u holda qadam 2 ga o’ting, aks holda hisob jarayonini to’xtating (chunki biz talab qilingan ε – absolyut aniqlikka erishdik). Oxirgi kesma uchlaridan xoxlagan bittasi yoki ular yig’indisining yarmini berilgan $f(x)=0$ tenglamaning yechimi deb qabul qilishimiz mumkin.

Ilova 2-rasmda kesmani teng ikkiga bo’lish (dixotomiya) usulining blok-sxemasi tasvirlangan.

1-misol. Ushbu $x^4–x^3–2x^2+3x–3 = 0$ tenglamaning ildizlarini analitik yo’l bilan ajratining va uning ildizlaridan birini $\varepsilon = 0{,}01$ aniqlik bilan kesmani teng ikkiga bo’lish usulidan foydalanib toping.

Yechish. $f(x) = x^4–x^3–2x^2+3x–3 = 0$ belgilash kiritsak, u holda $f'(x) = = 4x^3 – 3x^2 – 4x + 3$. Hosilaning ildizlarini (kritik nuqtalarni) topamiz:

$$4x^3–3x^2–4x+3 = 0; \quad 4x\cdot (x^2–1)–3(x^2–1) = 0; \quad (x^2–1)\cdot(4x–3) = 0;$$

$$x_1 = – 1; \quad x_2 = 1; \quad x_3 = 3/4.$$

$f(x)$ funksiya ishoralarining jadvalini tuzamiz:

x	–∞	–1	3/4	1	+∞
sign $f(x)$	+	–	–	–	+

Jadvaldan ko’rinadiki, berilgan tenglama ikkita haqiqiy ildizga ega: $x_1 \in (-\infty; -1]$; $x_2 \in [1; +\infty)$. Ildizlar yotgan oraliqlarni kichraytiramiz:

x	–2	–1	1	2
sign $f(x)$	+	–	–	+

Natijada: $x_1 \in [-2; -1]$; $x_2 \in [1; 2]$.Tenglamaning, masalan $x_1 \in [-2; -1]$ oraliqdagi ildizini ε = 0,01 aniqlikda topaylik. Barcha hisoblashlar natijalarini jadval ko’rinishida ifodalash juda qulay:

n	a_n^-	b_n^-	$x_n = \frac{a_n + b_n}{2}$	$f(x_n)$
0	–2,00	–1,00	–1,50	–3,5625
1	–2,00	–1,50	–1,75	0,3633
2	–1,75	–1,50	–1,63	–1,8140
3	–1,75	–1,63	–1,69	–0,7981
4	–1,75	–1,69	–1,72	–0,2363
5	–1,75	–1,72	–1,73	–0,0406
6	–1,75	–1,73	–1,74	0,1592
7	–1,74	–1,73		

Javob: $x_1 \approx -1,73$.

Ikkinchi ildizni ham xuddi shunday topish mumkin.

2-misol. Kesmani teng ikkiga bo’lish usulidan foydalanib, $x^3 + 3x^2 - 3 = 0$ tenglamaning [–3;–2] kesmadagi ildizini $\varepsilon = 0,1$ aniqlik bilan hisoblang.

Yechish. Yuqorida keltirilgan algoritga asoslanib, tenglamani yechish jarayonini quyidagi hisob jadvali ko’rinishida yozamiz:

n	a_n	b_n	$f(a_n)$	$f(b_n)$	x_n	$f(x_n)$	$(b_n-a_n)/2$
0	–3	–2	–3	1	–2,5	0,125	0,5
1	–3	–2,5	–3	0,125	–2,75	–1,11	0,25
2	–2,75	–2,5	–1,11	0,125	–2,625	–0,42	0,125
3	–2,625	–2,5	–0,42	0,125	–2,5625	–0,129	0,0625

Jadvalga ko’ra ildiz $\bar{x}$ =–2,5625 ± 0,0625 yoki natijani yaxlitlasak, u holda $\bar{x}$ = –2,6 ± 0,1.

2.3. Vatarlar va urinmalar usuli

a) Vatarlar usuli.

Usulning mazmuni.

Quyidagi shartlarning bajarilishini talab qilamiz:

- $f(x)$ funksiya o’zining $f'(\bar{x})$ va $f''(\bar{x})$ hosilalari bilan $[a,b]$ kesmada uzluksiz;
- funksiyaning $f(a)$ va $f(b)$ qiymatlari kesmaning oxirgi nuqtalarida har xil ishorali, ya’ni $f(a) \cdot f(b) < 0$;
- har ikkala $f'(\bar{x})$ va $f''(\bar{x})$ hosilalar $[a,b]$ kesmaning barcha nuqtalarida o’z ishorasini saqlab qoladi;

Berilgan $[a,b]$ kesma $f(x)$ funksiya hosilasining o’z ishorasini saqlashi bu shu funksiya monotonligining yetarli sharti.

Bularga asosan 2.2-rasmda tasvirlangan quyidagi to’rtta holat bo’ladi:

a) Agar $[a,b]$ kesmada $f(a)\cdot f''(x)>0$ bo'lsa, u holda

$$x_{n+1}=a-\frac{f(a)}{f(x_n)-f(a)}(x_n-a), \tag{3.1}$$

bunda $x_0=b$.

b) Agar $[a,b]$ kesmada $f(b)\cdot f''(x)>0$ bo'lsa, u holda

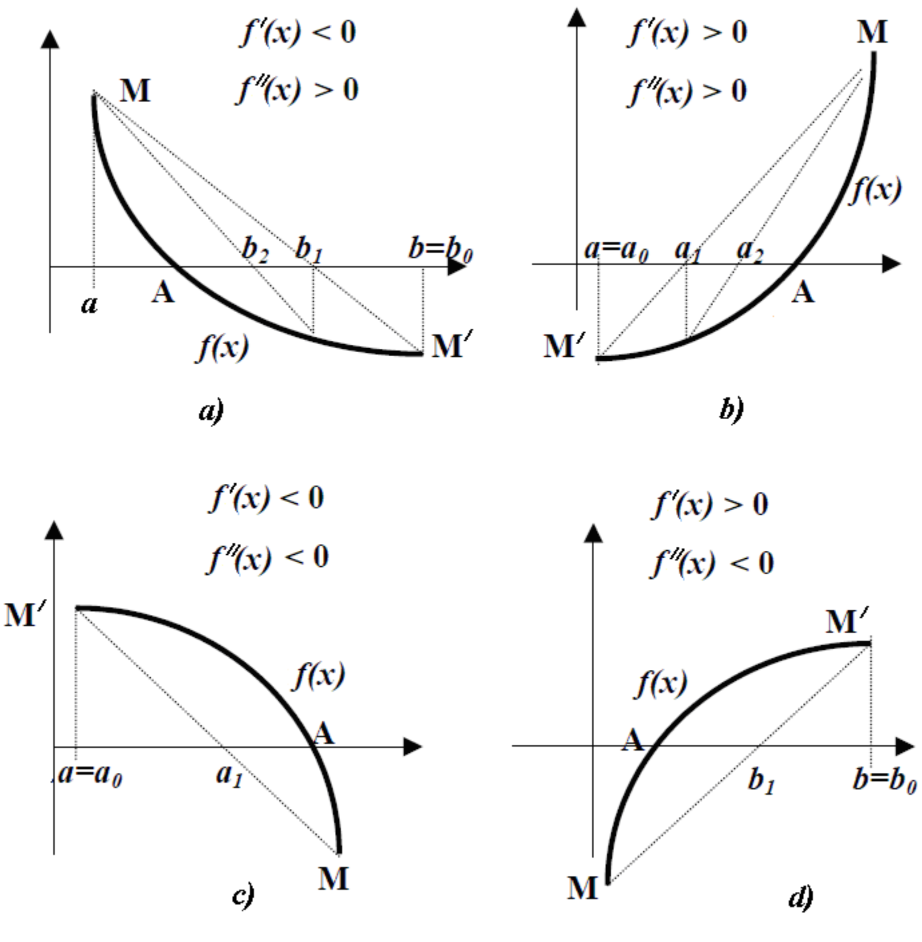
$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(b)-f(x_n)}(b-x_n), \tag{3.2}$$

bunda $x_0=a$.

v) Agar $[a,b]$ kesmada $f(a)\cdot f''(x)>0$ bo'lsa, u holda

$$x_{n+1}=a-\frac{f(a)}{f(x_n)-f(a)}(x_n-a), \tag{3.3}$$

bunda $x_0=b$.



2.2-rasm. Proporsional bo'laklar usuli (vatarlar usuli)ning har xil hollari uchun sxemalar.

Ilova 3-rasmda vatarlar usulining blok-sxemasi tasvirlangan.

b) Nyuton (urinmalar) usuli.

Usulning mazmuni. Quyidagi shartlarning bajarilishini talab qilamiz:

- $f(x)$ funksiya o'zining $f'(\bar{x})$ hosilasi bilan $[a,b]$ kesmada uzluksiz;
- funksiyaning $f(a)$ va $f(b)$ qiymatlari kesmaning oxirgi nuqtalarida har xil ishorali, ya'ni $f(a) \cdot f(b) < 0$;
- $f'(\bar{x})$ hosila $[a,b]$ kesmaning barcha nuqtalarida o'z ishorasini saqlab qoladi;

Berilgan $[a,b]$ kesma $f(x)$ funksiya hosilasining o'z ishorasini saqlashi bu shu funksiya monotonligining yetarli sharti.

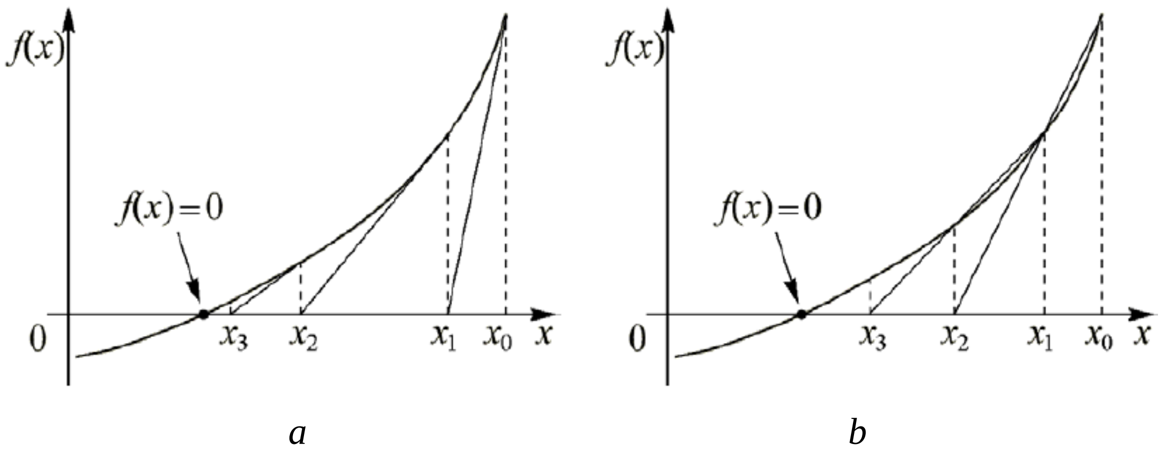
Nyuton usulining umumiy formulasi quyidagicha:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \tag{3.4}$$

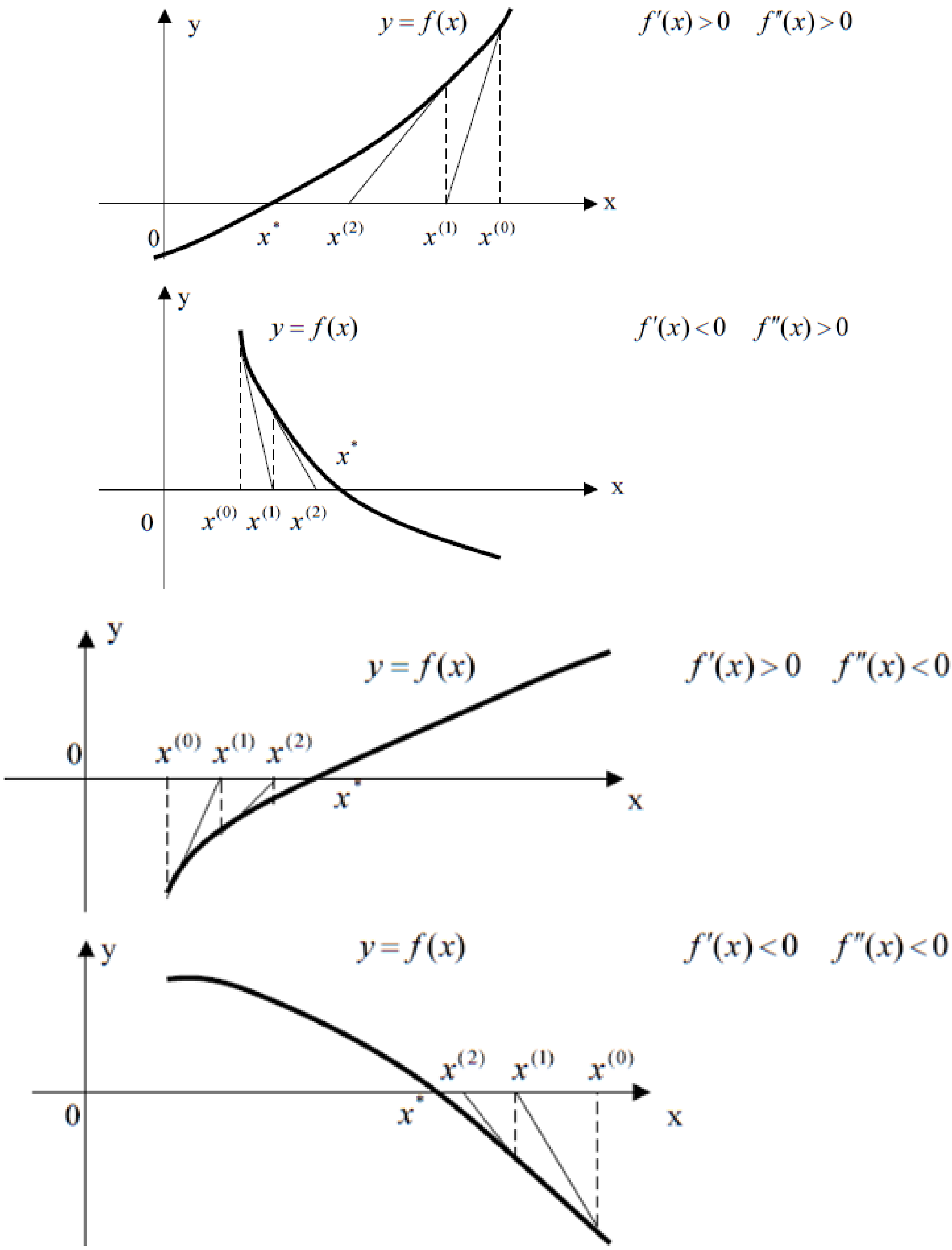
bunda $[a,b]$ kesmada $x_0=a$, agar $f(a)\cdot f''(x) > 0$ bo'lsa va $x_0=b$ agar $f(b)\cdot f''(x) > 0$ bo'lsa.

Shakli o'zgartirilgan formula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}. \tag{3.5}$$



2.3-rasm. Nyuton usuli (*a*) va kesuvchilar usuli (*b*) sxemasi.



2.4-rasm. $f(x)$ funksiyaning har xil holatlari uchun Nyuton usulining geometrik interpretatsiyasi.

Vatarlar va urinmalar usullarining aralash varianti

Usulning mazmuni. Faraz qilaylik, x_{n+1} va $\overline{x}_{n+1}$ – ildizning quyidan va yuqoridan yaqinlashgan qiymatlari bo’lsin.

A) Agar [a,b] kesmada $f(a)\cdot f''(x)>0$ bo'lsa, u holda

$$\begin{cases} x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}\ ; \\ \bar{x}_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f(\bar{x}_n)-f(x_n)}(\bar{x}_n-x_n)\ , \end{cases} \tag{3.6}$$

bunda $x_0=a$; $\bar{x}_0=b$.

Б) Agar [a,b] kesmada $f(b)\cdot f''(x)>0$ bo'lsa, u holda

$$\begin{cases} x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f(\bar{x}_n)-f(x_n)}(\bar{x}_n-x_n); \\ \bar{x}_{n+1}=\bar{x}_n-\dfrac{f(\bar{x}_n)}{f'(\bar{x}_n)}, \end{cases} \tag{3.7}$$

bunda $x_0=a$, $\bar{x}_0=b$.

3. BOB. NOCHIZIQLI ALGEBRAIK TENGLAMANI TAQRIBIY ECHISHDA MATEMATIK PAKETLARDAN FOYDALANISH

3.1. Oddiy iteratsiya usuli

Dastlabki $f(x)=0$ tenglamani $x=\varphi(x)$ ko'rinishga keltirish mumkin, masalan, ushbu

$$\varphi(x)=x-\frac{f(x)}{k}, \tag{3.8}$$

formula bilan, bunda k shunday tanlash kerakki, $|k|>Q/2$ bo'lsin, bu yerda $Q=\max\limits_{[a,b]}|f'(x)|$ va k ning ishorasi $[a,b]$ kesmada $f'(x)$ ning ishorasi bilan mos tushishi lozim. Agar $[a,b]$ kesmada $|\varphi'(x)|<1$ shart (bu yetarli shart) bajarilsa, u holda iteratsion jarayon yaqinlashuvchi bo'ladi, aks holda esa, ya'ni $|\varphi'(x)|>1$ bo'lsa, u uzoqlashuvchi.

Faraz qilaylik, ildizning boshlang'ich yaqinlashishi $x = x_0$ bo'lsin. Bu qiymatni $x=\varphi(x)$ tenglamaning o'ng tarafiga qo'yib, $x_1 = \varphi(x_0)$ yangi yaqinlashishni hosil qilamiz. Bu jarayonni har safar yangidan takrorlab, ushbu

$$x_{n+1} = \varphi(x_n), \quad n = 0,1,2,\ldots \tag{3.9}$$

ketma-ket qiymatlarga ega bo'lamiz.

Agar $\varphi(x)$ funksiya uzluksiz va uning limiti mavjud bo'lsa, u holda

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\varphi[x_n]=\varphi[\lim_{n\to\infty} x_n]=\varphi[\lim_{n\to\infty} x_{n+1}]$$

va x_{n+1} ketma-ketlikning $\xi=\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ limiti $x=\varphi(x)$ tenglama-ning va o'z navbatida $f(x)=0$ tenglamaning ham ildizi bo'ladi.

Tanlangan (1.2) iteratsion jarayon *bir qadamli*. Iteratsiya usuli ba'zan *ketma-ket yaqinlashishlar usuli* deb ham ataladi.

Agar $|\varphi'(x)|<1$ bajarilganda $\varphi'(x)>0$ bo'lsa, u holda ildizga yaqinlashish monoton va bir tomonlama, aksincha, ya'ni $\varphi'(x)<0$ bo'lsa, ikki tomonlama bo'ladi. Ko'rinib turibdiki, $|\varphi'(x)|$ qancha kichik bo'lsa, iteratsion jarayon shuncha tez yaqinlashadi. Agar bunda $\varphi'(x)=0$ bo'lsa, u holda iteratsion jarayonni maxsus tekshirish talab qilinadi. Agar dastlabki yaqinlashish ildizga juda yaqin olingan bo'lsa, u holda iteratsion jarayon juda tez yaqinlashadi.

Talab qilinayotgan ildizni berilgan ε aniqlikda topish uchun zarur bo'lgan iteratsiyalar soni taxminan ushbu

$$N \geq \left(\ln\frac{1}{\varepsilon}\right) / \left(\ln\frac{1}{q}\right)$$

tengsizlikdan aniqlanadi, bunda q o'zgarmas $|\varphi'(x)| \leq q < 1$ tengsizlikdan olinadi.

Bu (3.9) iteratsion jarayonning ildizga yaqinlashishi quyidagi tengsizliklar zanjiri bilan baholanadi:

$0<\varphi'(x)<1$ bo'lganda $|x_n-\xi| \leq q/(1-q)|x_n-x_{n-1}|<\varepsilon$;

$-1<\varphi'(x)<0$ bo'lganda $|x_n-\xi| \leq |x_n-x_{n-1}|<\varepsilon$.

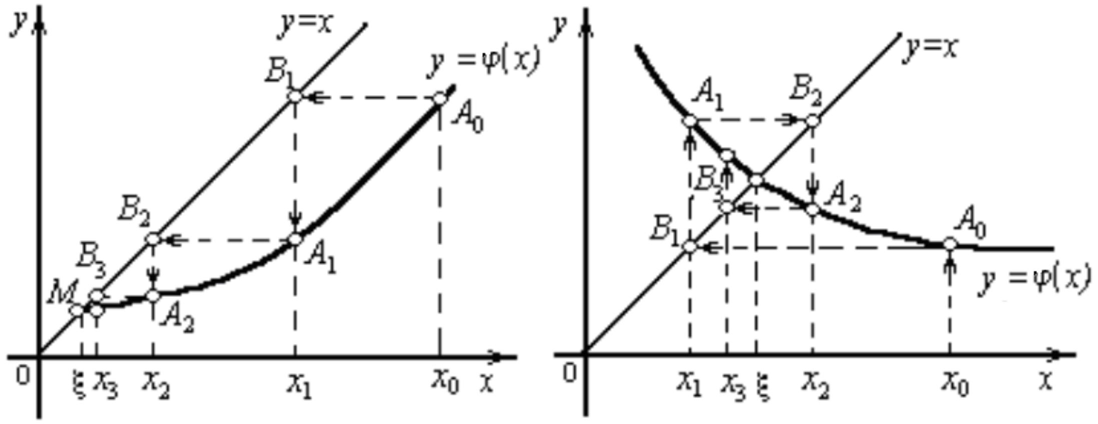
Bu zanjirning oxirgi qismi ikkita qo'shni x_n va x_{n-1} iteratsiyalarning hisob hatijalari bo'yicha hisobni tugallash kriteriyasini beradi, ya'ni bu iteratsion jarayon

$$|x_n-x_{n-1}| \leq \varepsilon(1-q)/q \quad \text{yoki} \quad |x_{n+1}-x_n|<\varepsilon$$

shart bajarilgunga qadar davom ettiriladi va $x_{n+1}=\xi$ yoki $x_n=\xi$ yechim deb olinadi.

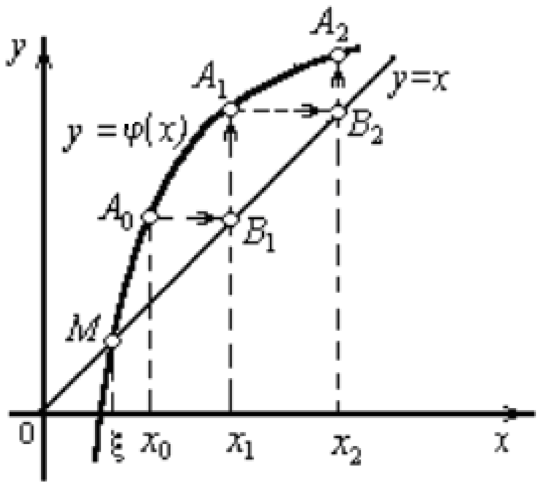
Geometrik nuqtai nazardan $y=x$ va $y=\varphi(x)$ funksiyalar grafiklari kesishgan nuqtasining absissasi $f(x)=0$ tenglamaning yechimi bo'ladi.

Faraz qilaylik, $x=\varphi(x)$ tenglama uchun $|\varphi'(x)|<1$ shart bajarilsin. Dastlabki $A_0[x_0,\varphi(x_0)]$ nuqtadan boshlab Ox va Oy o'qlariga parallel $A_0B_1A_1B_2A_2$... ketma-ket siniq chiziqlarni bo'g'inlari «zinapoya» shaklida qilib quramiz (2.5,*a*-rasm), bunda A_0, A_1, A_2, ... uchlar $y=\varphi(x)$ egri chiziqda, B_1, B_2, B_3,... uchlar esa $y=x$ to'g'ri chiziqda yotadi. Ko'rinib turibdiki, bunga mos x_1, x_2, ... ketma-ket qiymatlar ξ ildizga yaqinlashadi. Bunda boshqa holat ham yuz berishi, ya'ni $A_0B_1A_1B_2A_2$... ketma-ket siniq chiziqlar «spiral» shaklida bo'lishi ham mumkin (2.5,*b*-rasm). Agar $\varphi'(x)>0$ bo'lsa, u holda yechimga yaqinlashish «zinapoya» shaklida, aksincha, ya'ni $\varphi'(x)<0$ bo'lgan-da esa «spiral» shaklida bo'ladi. $|\varphi'(x)|>1$ shart bajarilganda esa iteratsion uzoqlashuvchi bo'ladi (2.6-rasm).



a *b*

2.5-rasm. Yaqinlashuvchi iteratsion jarayonlar.



2.6-rasm. Uzoqlashuvchi iteratsion jarayon.

Iteratsion ketma-ketlikning yaqinlashuvchanligi va yechimning yagonaligi haqida-gi teoremani isbotsiz keltiraylik.

Teorema. Faraz qilaylik, $\varphi(x)$ funksiya $[a,b]$ kesmada aniqlangan, uzluksiz va uning barcha qiymatlari uchun $\varphi(x)\in[a,b]$. Agar $x\in(a,b)$ lar uchun shunday q

to’g’ri kasr mavjud bo’lsaki, bunda ushbu $|\varphi'(x)| \le q < 1$ tengsizlik o’rinli bo’lsa, u holda:

1) boshlang’ich $x_0 \in [a,b]$ ni qanday tanlashdan qat’iy nazar ushbu (3.9) iteratsion jarayon yaqinlashuvchi bo’ladi;
2) ushbu $\xi = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$ limitik qiymat $x=\varphi(x)$ tenglamaning $[a,b]$ kesmadagi yagona ildizi bo’ladi.

Iteratsion jarayonning yaqinlashish tezligi ushbu

$$|x_n - \xi| \le m\, q^n / (1-q)$$

tengsizlikdan aniqlanadi, bunda $m = |x_0 - \varphi(x_0)|$.

Shuni ta’kidlaymizki, $\varphi(x)$ funksiyani tanlashda juda ehtiyotkorlik talab qilinadi. Masalan, $f(x)=x^2 - c$ tenglamani $x = x^2 - c + x$ yoki $x = c/x$ yoki $x = 0{,}5(x+c/x)$ ko’rinishga keltirish mumkin. Shulardan $\varphi(x) = x^2 - c + x$ ko’rinishni tanlasak, $-1<x<0$ oraliqdagina $|\varphi'(x)|<1$ shart bajariladi va iteratsion jarayon $-\sqrt{c}$ ildizga yaqinlashadi. Agar $\varphi(x) = c/x$ desak, u holda $\varphi'(x) = -c/x^2$ va iteratsion jarayon uzoqlashuvchi bo’lib chiqadi.

Oddiy iteratsiya usulining blok-sxemasi Ilovada 4-rasmda tasvirlangan.

1-misol. Ushbu $f(x)=x^3-x-1=0$ tenglamaning ildizini oddiy iteratsiya usuli yordamida $\varepsilon=0{,}01$ aniqlik bilan toping.

Yechish. Ushbu $f(x)=x^3-x-1=0$ tenglama [1;2] kesmada yagona ildizga ega, chunki $f(1) = -1 < 0$ va $f(2) = 5 > 0$. Agar berilgan tenglamani $x=x^3-1$ ko’rinishda yozib olsak, $\varphi(x)=x^3-1$ va $\varphi'(x)=3x^2$. Bunda $x\in[1;2]$ lar uchun $\varphi'(x)\ge 3$, demak iteratsion jarayon uzoqlashuvchi. Agar berilgan tenglamani $x = \sqrt[3]{x+1}$ deb o’zgartirsak, u holda $\varphi(x)=\sqrt[3]{x+1}$ va $\varphi'(x) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}$. Bunda $0 < \varphi'(x) < \dfrac{1}{3\sqrt[3]{4}} < \dfrac{1}{4}$ tengsizlik barcha $x\in[1;2]$ lar uchun o’rinli, demak iteratsion jarayon yaqinlashuvchi. Shunga ko’ra $x_{n+1} = \sqrt[3]{x_n + 1}$ iteratsion formuladan foydalanib ildizni topamiz. Topilgan qiymatlar 1,0; 1,260; 1,312; 1,322; 1,3243 ekanligidan izlangan yechim ε=0,01 aniqlik bilan ξ=1,324 ga tengligi kelib chiqadi.

2-misol. Ushbu $\sin x - 2x + 0,5 = 0$ tenglamaning $[0;\pi/2]$ kesmadagi ildizini oddiy iteratsiya usuli yordamida ε=0,001 aniqlik bilan toping.

Yechish. Berilgan tenglamani unga teng kuchli bo'lgan $x=0,25 + 0,5\sin x = \varphi(x)$ tenglamaga almashtirib olamiz. Buning uchun $x\in[0;\pi/2]$ qiymatlarda $\varphi'(x)=0,5\cos x$ va $|\varphi'(x)|\leq 0,5<1$ o'rinli. Demak $x_n = 0,25 + 0,5\sin x_n$ iteratsion jarayon $x_0 = 0,5$ boshlang'ich qiymat uchun ketma-ket 0,4897; 0,4852; 0,4832; 0,4823; 0,4819; 0,48175; 0,48165; 0,4816 qiymatlarni beradi. Bu yerdan berilgan tenglamaning talab qilingan aniqlikdagi yechimi $x \approx 0,4816$ degan xulosaga kelamiz.

3.2. Matlab tizimida nochiziqli va transendent tenglamalarni ecish

Biz ushbu paragrafta Matlab tizimida chiziqli emas va transendent tenglamalarni ecishni urganamiz [10].

Misol 1.

$x - \sin(x) = 0,25$ transcendent tenglamani iteratsiya usulida eching.

Uning uchun quydagi amallarni bajaramiz.

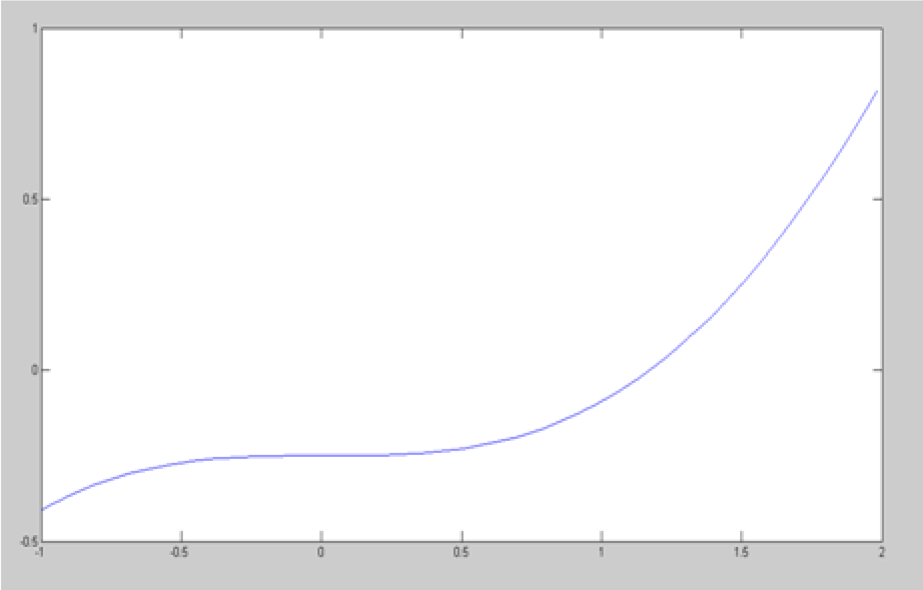
1. $f(x)$ - funktsiyani aniqlab uning grafigini chizamiz.
2. Masalani grafik usulda echib dastlabki yaqinlashuvni x_0 ni beramiz.
3. $f(x)$ funktsiyaning hosilasi $f'(x)$ ni topamiz.
4. $x = \varphi(x) = x - \lambda f(x)$ tenglamasiga utamiz va $0 \leq 1 - \lambda f'(x) < 1$

   tengsizligidan $\lambda > 0$ ni topamiz. $y' = 1 - \cos(x)$;

   $f'(1,2) = 1 - \cos(1,2) = 0,638$, $\lambda \in (0;1,57)$ bulgani uchun $\lambda = 1,5$
5. Dastur tuzamiz va echimni olamiz.

```
>> x=-1:pi/100:2;
>> y=x-sin(x)-0.25;
```

```
>> plot(x,y)
```



2.7. rasm $y = x - \sin(x) - 0,25$ funktsiya grafigi.

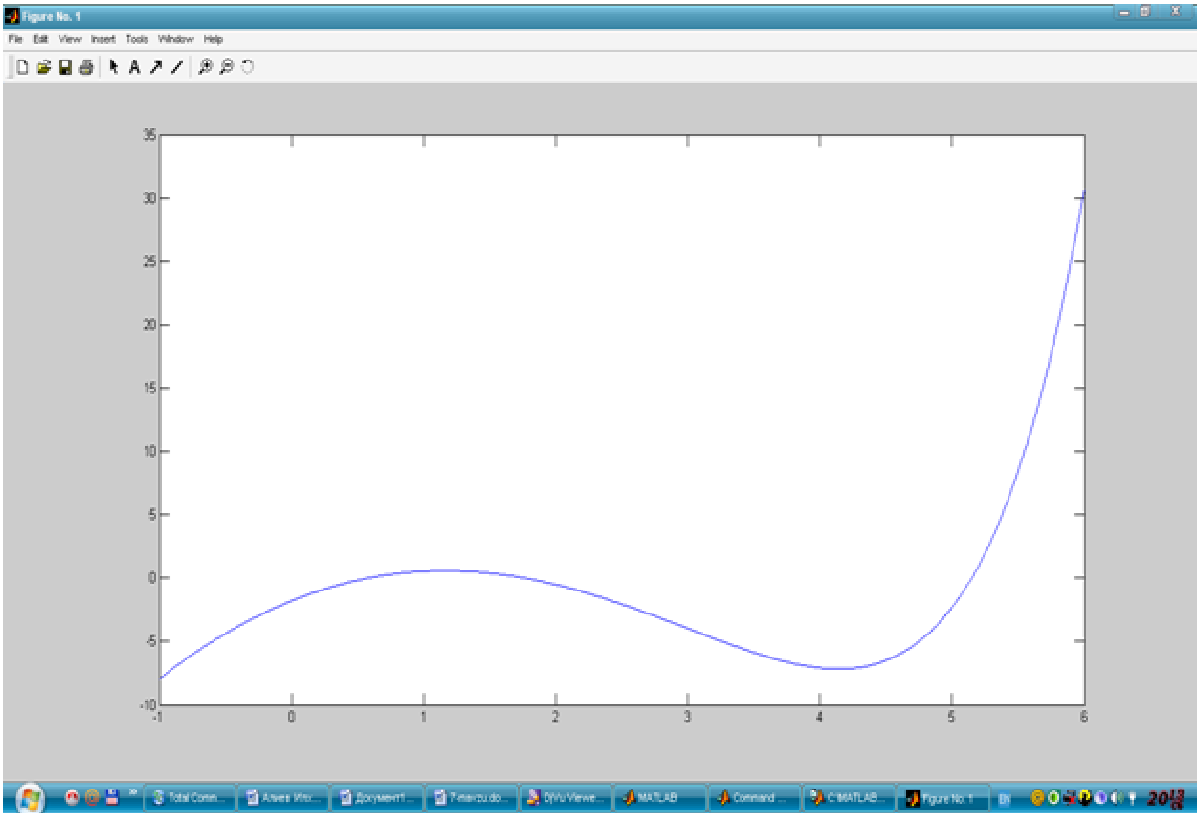
```
function y=f(x)
y=x-sin(x)-0.25;
>> fzero('f',1.2)
ans =
   1.1712
```

Tenglama echimi x=1,1712.

Misol 2.

$\frac{e^x}{5} - 2(x-1)^2 = 0$ transcendent tenglamani eching.

```
>> x=-1:1/100:6;
>> y=exp(x)/5-2*(x-1).^2;
>> plot (x,y)
```



2.8-rasm.

Grafiktan ko’rinip turibdi bu erda ildizlar uchta ular [0;1], [1;2], [5;6] intervallarda yotibdi. Dastur quydagicha

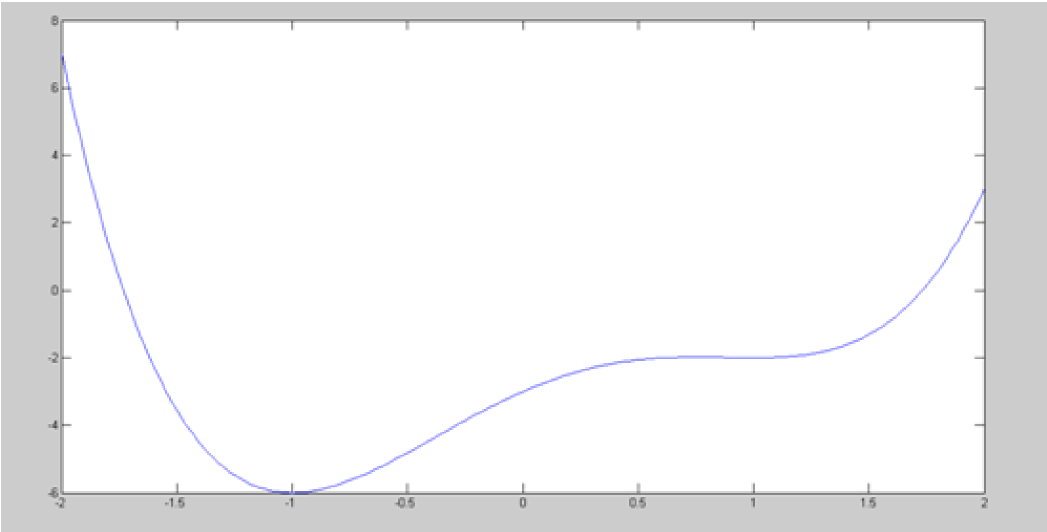
```
>> y=exp(x)/5-2*(x-1).^2;
>> plot (x,y)
>> z(1)=fzero('h',[0 1]);
>> z(2)=fzero('h',[1 2]);
>> z(3)=fzero('h',[5 6]);
>> z
z =
   0.5778    1.7639    5.1477
```

Misol 3. 2-bob 2.2. band 1-misolni echaylik $x^4-x^3-2x^2+3x-3 = 0$ tenglama ildizlari topilsin.

```
>> p=[1 -1 -2 3 -3];
>> x=roots(p);
```

```
>> x
x =
  -1.7321
   1.7321
   0.5000 + 0.8660i
   0.5000 - 0.8660i
```

Demak ikkita haqiqiy va ikkita kompleks ildiz mavjud.Uning grafigi 2.9-rasmda

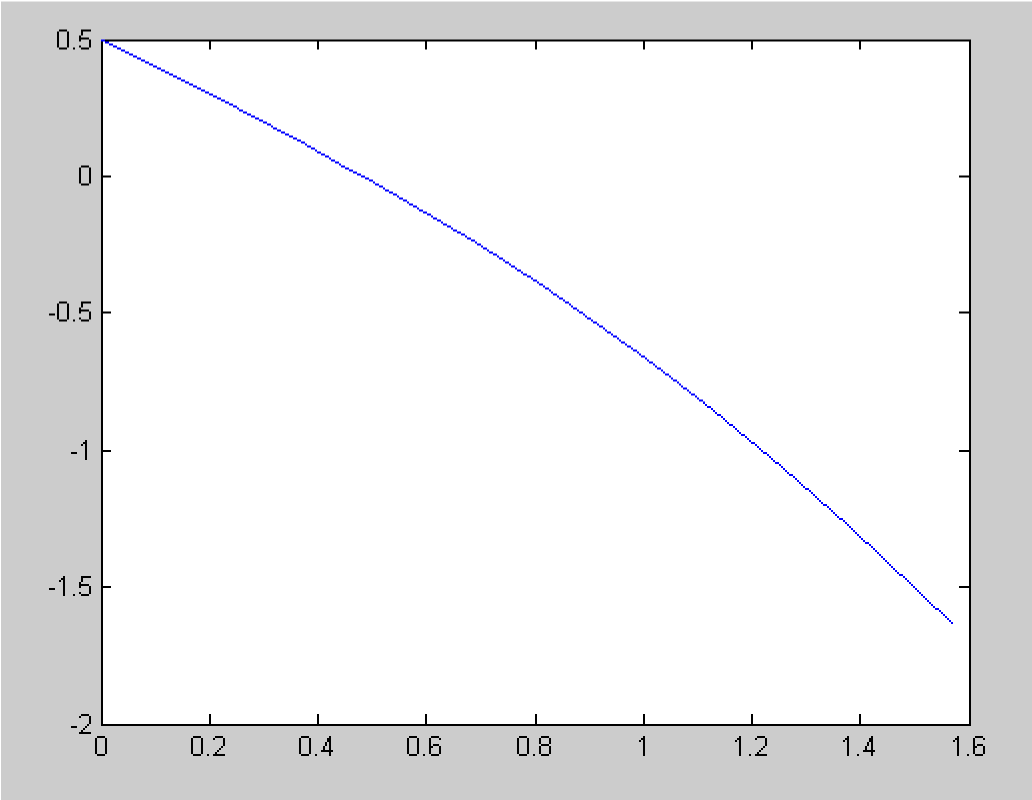


2.9-rasm

Misol 4. 3-bob.3.2. banddagi misolni echamiz $\sin x - 2x + 0,5 = 0$ 3

Funktsiya grafigini chizamiz.

```
>> x=0:pi/50:pi/2;
>> y=sin(x)-2*x+0.5;
>> plot (x,y)
```



2.10 rasm

Rasmdan ildiz [0,2; 0,6] oraliqta yotishi ma'lum.

function y=f1(x)

y=sin(x)-2*x+0.5;

dastlabki yaqinlashuv x_0=0.6 ni berish mumkin, u holda

```
>> fzero ('f1',0.6)
ans =
0.4816
```

Bu esa aniq echim bilan mos kelmoqda.

3.3. MathCad tizimida nochiziqli va trantsendent tenglamalarni echish

3.2.-banddagi 1- misolni Mathcad tizimida echamiz.

Transtsendent tenglamani eching. $x - \sin(x) = 0,25$

$f(x) := x - \sin(x) - 0.25 \quad x0 := 1.2$

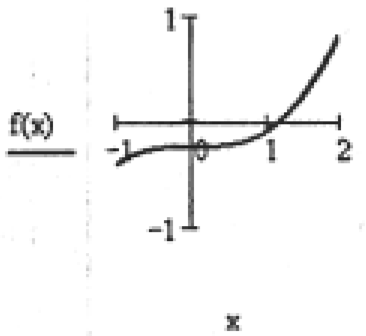
$f1(x) := \frac{d}{dx} f(x) \qquad f1(x0) = 0.638$

$1 - \lambda \cdot 0.638 < 1 \text{ solve}, \lambda \; \rightarrow 0 < \lambda$

$1 - \lambda \cdot 0.638 \geq 0 \text{ solve}, \lambda \; \rightarrow \lambda \leq 1.5673981191222570533$

$\lambda := 1.5 \qquad \phi(x) := x - \lambda \cdot f(x)$

$$iter(x1, \varepsilon) := \begin{array}{|l} k \leftarrow 0 \\ \text{while } 1 \\ \quad \begin{array}{|l} x0 \leftarrow x1 \\ x1 \leftarrow \phi(x0) \\ k \leftarrow k+1 \\ \text{break if } |x0 - x1| < \varepsilon \end{array} \\ \begin{pmatrix} x1 \\ k \end{pmatrix} \end{array}$$



$iter(x0, 0.001) = \begin{pmatrix} 1.171 \\ 3 \end{pmatrix}$

$x := x0 \quad root(f(x), x) = 1.171$

Tenglama echimi x=1,171.

3.2. banddagi №2 misolni echamiz. $\frac{e^x}{5} - 2(x-1)^2 = 0$ transcendent tenglamani urinmalar usulida eching.

$$f(x) := \frac{e^x}{5} - 2\cdot(x-1)^2 \quad f1(x) := \frac{d}{dx}f(x) \quad f2(x) := \frac{d}{dx}f1(x)$$

```
newton(a,b,ε) := | k ← 0
                 | c ← a  if  f(a)·f2(a) > 0
                 | c ← b  otherwise
                 | while 1
                 |    | c ← c − f(c)/f1(c)
                 |    | k ← k + 1
                 |    | break  if  |f(c)| < ε
                 | (c
                 |  k)
```

$$newton(0,1,0.001) = \begin{pmatrix} 0.578 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$newton(1,2,0.001) = \begin{pmatrix} 1.764 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$newton(5,6,0.001) = \begin{pmatrix} 5.148 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Demak natija $x_1 = 0.578$; $x_2 = 1.764$; $x_3 = 5.148$

Xulosa

Bu ishda nochiziqli tenglamalarni Maple matematik paketi yordamida analitik va taqribiy yechish hisob ketma-ketligi keltirilgan. Nochiziqli tenglamalar tadbiqlarining, masalan, fizik-mexanik jarayonlar masalalarida qo'llanilishi ko'rsatilgan. Nochiziqli tenglamalardan iborat bo'lgan bir qator amaliy masalalarni sonli yechish masalasi qaralagan. Nochiziqli tenglamalarni yechish bir qator taqribiy hisob usullar (oraliqni teng ikkiga bo'lish usuli, vatarlar usuli, urinmalar usuli, iteratsiyalar usuli va boshqa usullar) dan iborat. Shu usullardan foydalanib bir qator aniq amaliy masalalar yechilgan, hisob algoritmi va blok-sxemasi tuzilgan, shunga ko'ra Maple matematik paketida dastur ishlab chiqilgan. Olingan natijalar analitik yechimlar bilan taqqoslangan, natijalar ko'rinishida grafiklardan foydalanilgan, tegishli xulosalar chiqarilgan.

Ular quydagilar

- Nochiziqli tenglamaning ajratilgan ildizini topish muammosi bir nechta taqribiy usullarda bayon qilindi, aniq misollar yechimlari bilan izohlandi;
- Chiziqli emas tenglamalarni Matlab paketi yordamida sonli yechishning algoritmi, dasturi, matematik paketlardan foydalanish bosqichlari bajarildi, har xil amaliy masalalar yechildi;
- olingan sonly yechimlar analitik yechimlar bilan taqqoslandi, hisob jarayonining to'g'ri ekanligi, algoritm va dasturdan samarali foydalanish mumkinligi ko'rsatildi;
- Chiziqli emas tenglamalarni taqribiy yechish usullaridan Nyuton usuli juda samarali ekan, ammo uning qo'llanilish sohasi juda kam;
- Oraliqni ikkiga bo'lish usuli juda qulay, ammo uning yaqinlashish tezligi juda sust va karrali ildizlar uchun muammoli;

Shunday qilib, nochiziqli tenglamalarni yechish muammosi qo'yilgan amaliy masala turiga qarab to'g'ri taqribiy usulni va boshlang'ich shartni tanlash, bu usullardan va matematik paketlardan samarali foydalanishdan iborat ekan.

Mazkur bitiruv malakaviy ish kirish uchta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar tizimidan iborat bo'lib, birinchi bobda masalaning qo'yilishi, nochiziqli tenglama tushunchasi, masalani yechish bosqichlari, tenglamani yechishning geometrik talqini va iteratsion jarayon tushunchalari berilgan va bularning qo'llanilishi misollarda ko'rsatilgan.

Ikkinchi bobda nochiziqli tenglama ildizlarini ajratish muammolari bayon qilingan, misollarda tushuntirilgan, nochiziqli tenglama oddiy ildizlarini topishning har xil taqribiy usullari keltirilgan, misollar orqali asoslangan.

Uchinchi bobda esa nochiziqli tenglamalarni Matlab paketi yordamida sonli yechish usullari dasturlar bilan ko'rsatilgan, bir qator amaliy masalalar sonli yechiilgan.

Xulosa qilib aytganda talaba algebraik va trantsendent tenglamalarni taqriybiy echish haqida to'la nazariy bilimlarga ega bo'lib uzining kelgusi ishlarida amaliy tadbiq qilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Samarskiy.A.A. Gulin.A.V. Chislennıe metodı. M. Nauka, 1989 g.
2. Kalitkin.N.N. Chislennıe metodı. M. Nauka,1978 g.
3. İsroilov.M.M. Hisoblash usullari. I-qism.Toshkent «O'qituvchi» 1988y.
4. Abduxamidov A.U., Xudoynazarov S. Hisoblash usullaridan amaliyot va laboratoriya mashg`ulotlari. – Toshkent: Wqituvchi, 1995.
5. Alekseev E.R., Chesnokova O.V. Reshenie zadach vıchislitel`noy matematiki v paketax Mathcad, Mathlab, Maple (Samouchitel`). – M.: NT Press, 2006. – 496 s.
6. Baxvalov N.N. Chislennıe metodı. M.: Nauka, 1975.
7. Baxvalov N. S., Jidkov N. P., Kobelkov G. M. Chislennıe metodı. – M.: Laboratoriya bazovıx znaniy, 2002. – 600 s.
8. Vorob`eva G.K., Danilova A.N. Praktikum po vıchislitel`noy matematike. – M: Vısshaya shkola, 1990.
9. Demidovich B.P., Maron İ.A. Osnovı vıchislitel`noy matematiki. M.: Nauka, 1966.
10. Kopchenova N.V., Maron İ. A. Vıchislitelnaya matematika v primerax i zadachax. – M.: Nauka, 2008. – 368 s.
11. Krılov V.İ., Bobkov V.V., Monastırskiy P.İ. Vıchislitel`nıe metodı. M.: Nauka, 1976.
12. www.math.ru/

    Math.ru - materiali po matematike Biblioteka knig. Video lektsii. Dokumenti Minobrazovaniya. Informatsiya o matematikax. Istoricheskie syujeti.
13. www.edu.uz
14. www.exponenta.ru
15. www.ziyonet.uz

Texnika xavfsizligi qoidalari

1.Informatika xonasini beton polli xonalarga yoki binoning erto'lalariga joylashtirish qat'iyan ta'qiqlanadi va sinf xonasining poli elektr tokini o'tkazmaydigan qilib (masalan taxtadan) yasalishi va barcha kompyuterlarning korpuslari yerga ulanishi (yoki elektr ta'minotining yevroandozalarga moslab ulanishi) talab qilinadi.

2. Yuqori kuchlanish (220 Volt) yuradigan simlarning barchasi, shu jumladan uzaytirgichlarning, kompyuter va boshqa elektr qurilmalarining elektr ta'minotiga ulanish simlarining ikki marta izolyasiya qilinganligi talab qilinadi.

3. Xonadagi kompyuterlarni devor bo'ylab yoki xonaning o'rtasiga ikki qator qilib joylashtirilishi kerak

4. Xonadagi barcha kompyuterlarni elektr tarmog'idan uzuvchi yagona uzgich ham bo'lishi kerak.

5. Kompyuter monitori o'tirgan o'quvchilarning ko'zlari darajasida bo'lib, o'quvchilar undan 40 sm dan 80 sm gacha bo'lgan masofada o'tirishlari imkoniyatiga ega bo'lishlari kerak.

6. Kompyuterning klaviaturasi o'tirgan o'quvchilarning bukilgan tirsaklari darajasida bo'lishi kerak. Sichqon uchun klaviaturaning ikkala tomonidan yetarlicha joy qoldirilishi va ular bir xil balandlikda bo'lishlari kerak.

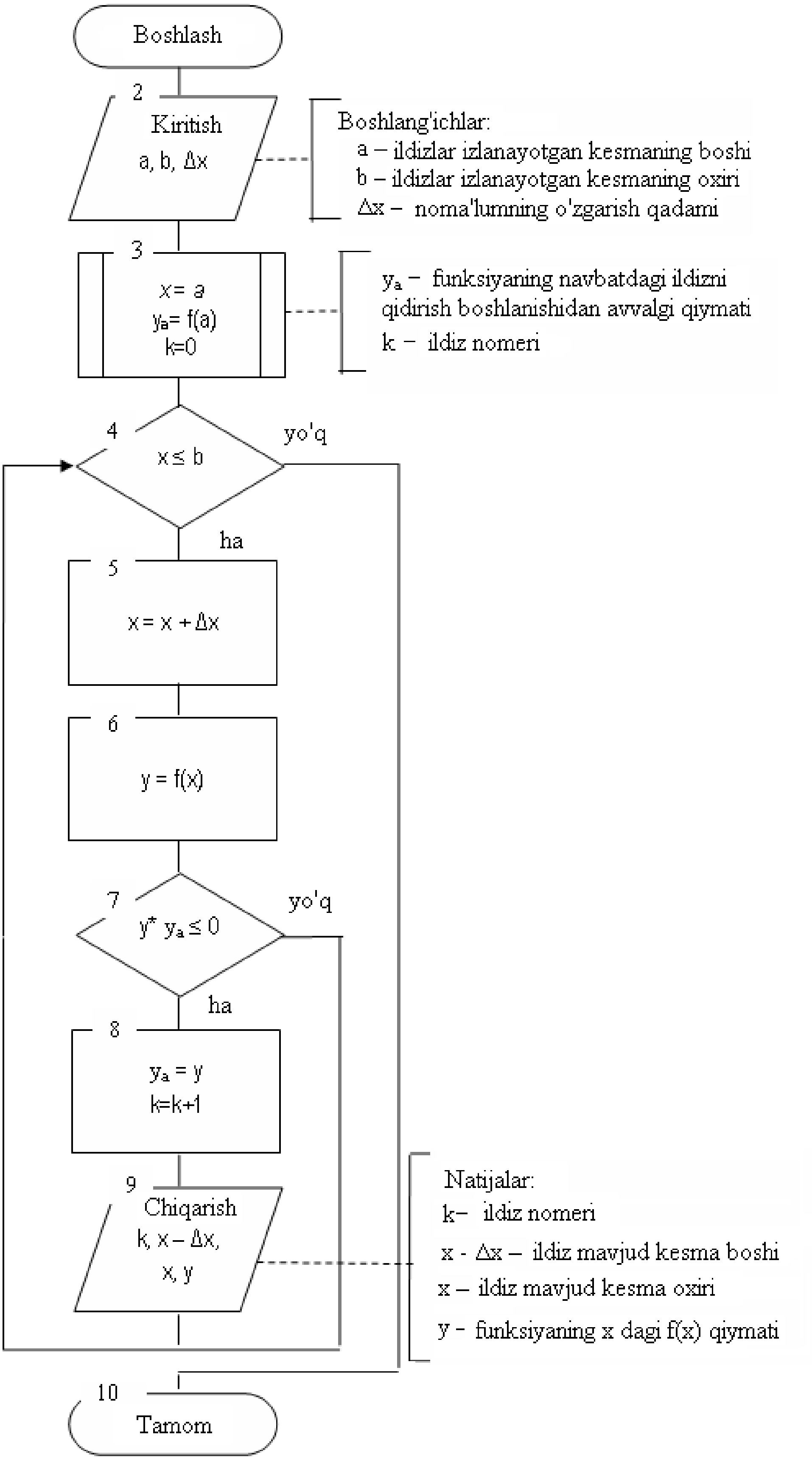
7. Kompyuterda muttasil ishlash vaqti o'quvchilar uchun 60 minutdan ortmasligi kerak.

8. Kompyuter xonasining kvadrat metrlardagi sathi unga joylangan kompyuterlar sonidan kamida 6 marta ko'p bo'lishi kerak.

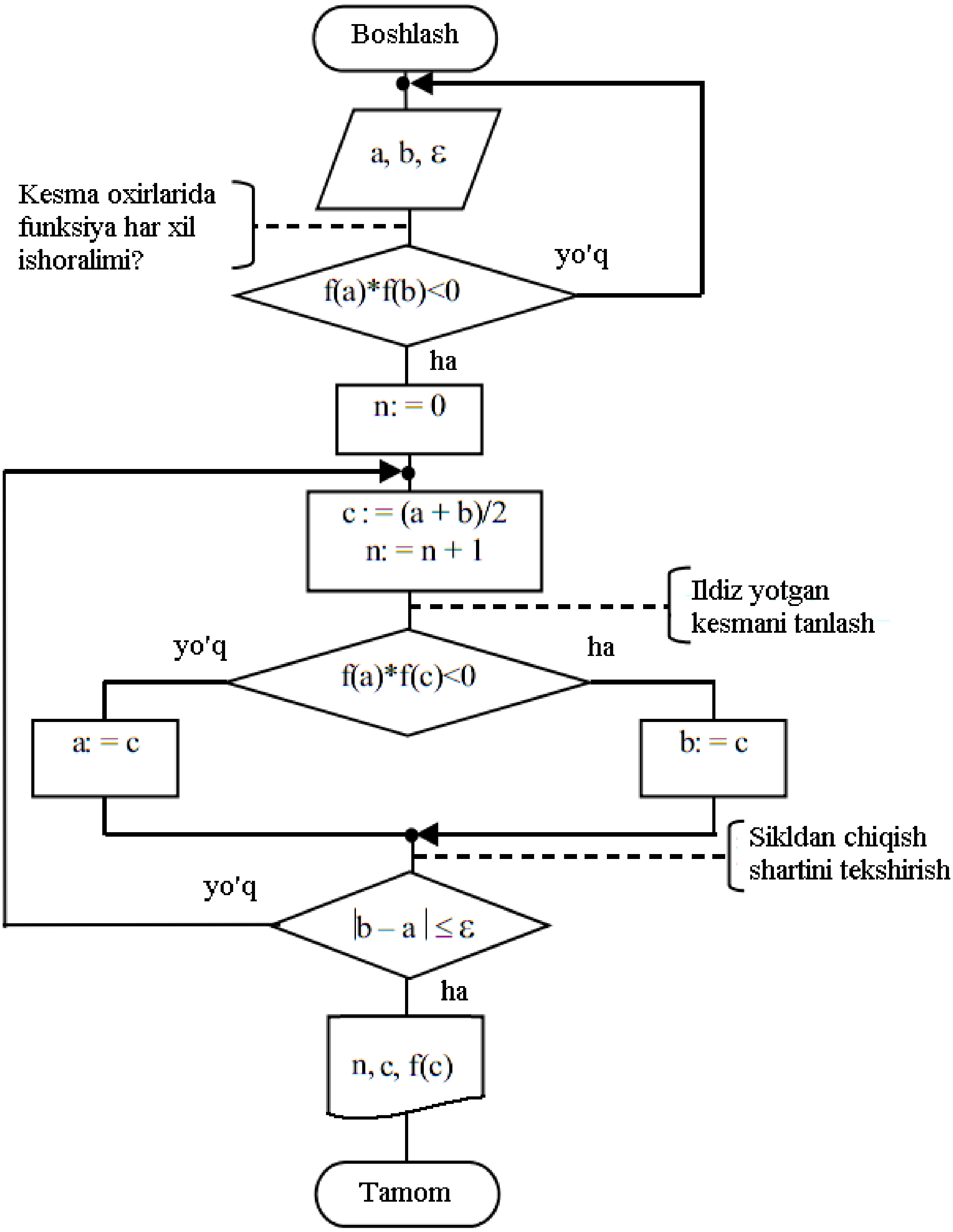
9. Kompyuter xonalari yetarli quvvatga ega ventilyasiya tizimiga ega bo'lishi kerak.

10. Klaviaturaning kompyuter ishlamayotgan paytda uzoq muddatga ochiq holda qolishi va unda chang yig'ilib qolishining oldini olish lozim

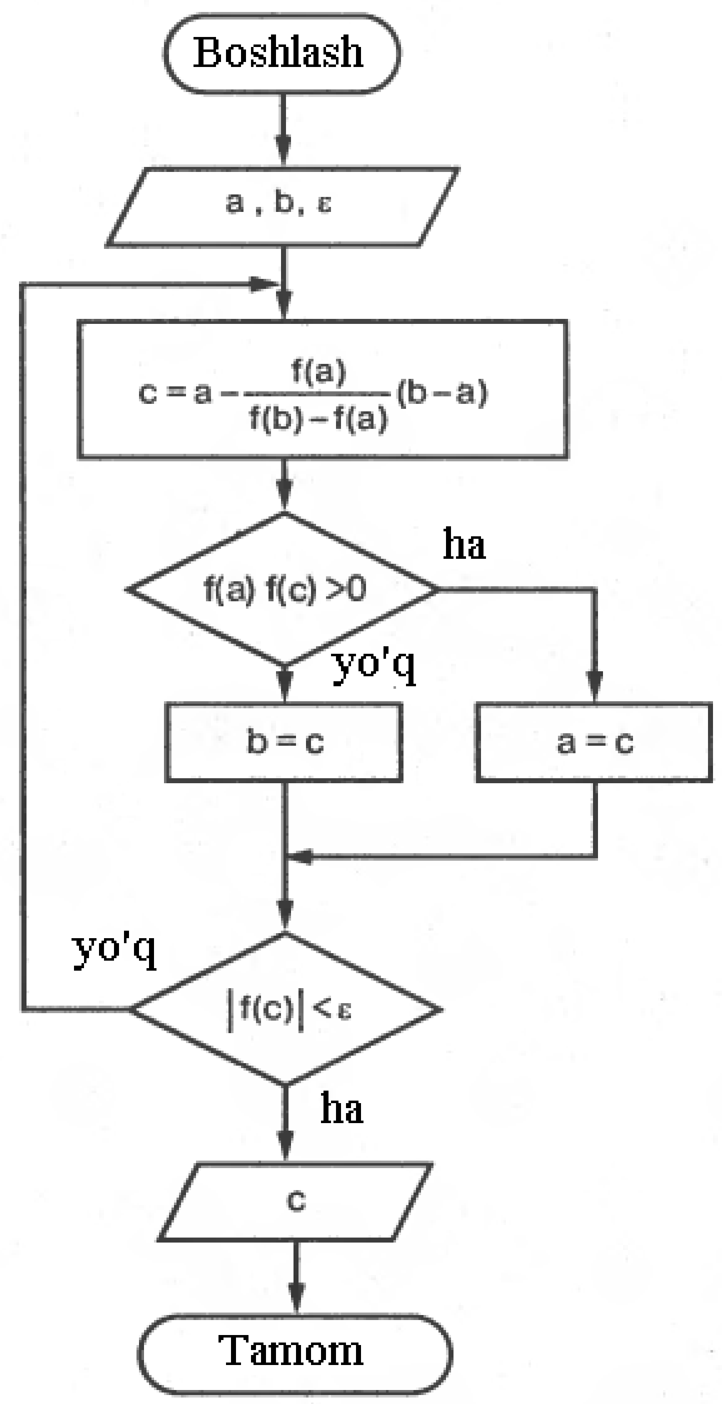
ILOVALAR


Boshlash
2
Kiritish
a, b, Δx
Boshlang'ichlar:
a – ildizlar izlanayotgan kesmaning boshi
b – ildizlar izlanayotgan kesmaning oxiri
Δx – noma'lumning o'zgarish qadami
3
x= a
ya= f(a)
k=0
ya – funksiyaning navbatdagi ildizni qidirish boshlanishidan avvalgi qiymati
k – ildiz nomeri
4
x ≤ b
yo'q
ha
5
x = x + Δx
6
y = f(x)
7
y* ya ≤ 0
yo'q
ha
8
ya = y
k=k+1
9
Chiqarish
k, x – Δx,
x, y
Natijalar:
k– ildiz nomeri
x - Δx – ildiz mavjud kesma boshi
x – ildiz mavjud kesma oxiri
y – funksiyaning x dagi f(x) qiymati
10
Tamom

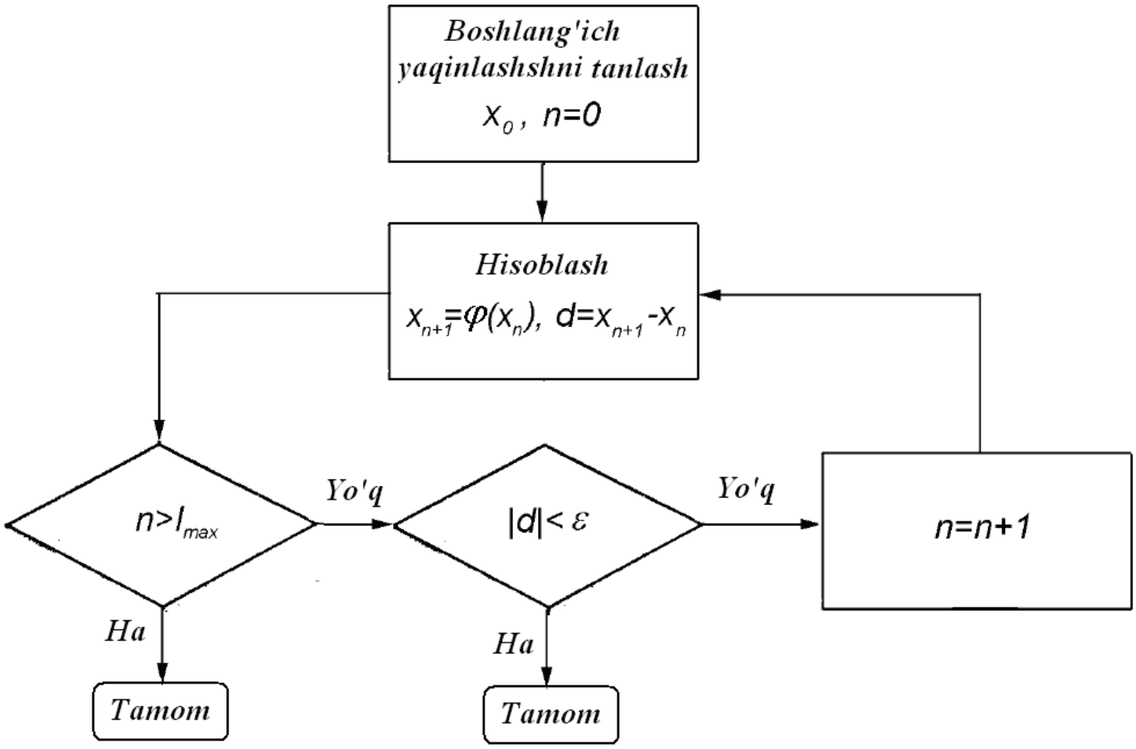
I.1-rasm. Tenglamaning haqiqiy ildizlarini ajratishning blok-sxemasi.



I.2-rasm. Kesmani teng ikkiga bo'lish usulining blok-sxemasi.



I.3.-rasm. Vatarlar usulining blok-sxemasi.



I.4-rasm. Oddiy iteratsiya usulining blok-sxemasi