

O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O`RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
MIRZO ULUG`BEK NOMIDAGI
O`ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI
ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI

Qo`lyozma huquqida
UDK 517.38

“TASDIQLAYMAN”

Magistratura bo'lim boshlig'i:

N.I.Asqarov_____

____ 2018 yil

“HIMOYAGA QO'YILDI”

Matematika kafedrası mudiri:

T.T.Ibaydullayev_____

____ 2018 yil

TOSHPO`LATOV MUZAFFAR TURSUNALI O`G`LI

EKSPERIMENTAL MATEMATIKA MANTIQUIY ISBOTGA
EHTIYOJNI RIVOJLANTIRUVCHI VOSITALARDAN
BIRI SIFATIDA

Mutaxassislik: 5A130101-“Matematika (matematik analiz)”

Magistr

akademik darajasini olish uchun yozilgan

Dissertatsiya

Ilmiy rahbar:

f.m.f.d., professor M.SH.Mamatov

Toshkent-2018 y.

MUNDARIJA

KIRISH...	3
1-bob. MAVZU YUZASIDAN MAVJUD ADABIYOTLAR SHARXI	
1.1-§. Mantiq va intuitsiya bo'yicha adabiyotlar sharxi.....	6
1.2-§. Eksperimental matematika bo'yicha adabiyotlar sharxi	11
2-bob. MATEMATIKADA MANTIQ VA INTUITSIYA	
2.1-§. Matematikada mantiq.....	16
2.2-§. Matematikada intuitsiya.....	21
2.3-§. Mantiq va intuitsiya uyg'unligi.....	28
3-bob. EKSPERIMENTAL MATEMATIKA MANTIQUIY ISBOTGA EHTIYOJNI RIVOJLANTIRUVCHI VOSITALARDAN BIRI SIFATIDA	
3.1 -§. Narvonni sirpanishi haqidagi masala.....	33
3.2 -§. G'ildirakni aylanishi haqidagi masala.....	40
3.3-§. Uchburchak kesmalarining kesishish nuqtalari o'rnini topish haqidagi masala	49
XULOSA.....	61
ADABIYOTLAR RO'YXATI.....	63

KIRISH

Mavzuning dolzarbligi: Jamiyatning axborotlashuv jarayoni ta'lim sohasida keng ko'lamli islohotlarni amalga oshirish zaruriyatini keltirib chiqardi. Matematika fanini o'qitish metodikasida ham bir qancha takomillashgan innovatsion usullarni qo'llash zaruriyatga aylandi. Misol uchun geometriya darslarida o'quvchi-talabalar teoremlarni isbotini o'rganishni shunchaki hohlamaydi yoki yodlash bilan cheklanadi. Algebra va analiz asoslari darslarida esa nostandart ko'rinishdagi tenglamalarni yechimini topish uchun qanday usullardan foydalanish kerakligi ularni ikkilantirib qo'yadi. O'qitishda kompyuter eksperimentlaridan shu va shu kabi muammolarni hal qilish uchun foydalanish mumkin.

Tadqiqot obyekti: matematika fanini o'qitish jarayoni.

Tadqiqot predmeti: o'quvchi-talabalarni teoremlarni isbotlash, masalalar yechishda kompyuter dasturlari imkoniyatlaridan to'la foydalanish.

Tadqiqot maqsadi va vazifalari: matematikani o'qitishda teoremlarni isbotlash, masalalarni yechimlarini hosil qilish bilan bog'liq bilimlarni nazariy va metodik asoslarini shakllantirish. O'quvchilarni o'zlashtirish darajasini yanada yuqori ko'rsatkichlarga erishishini ta'minlash.

Tadqiqot ilmiy yangiligi: Kompyuter eksperimentlaridan matematika fanini o'qitishda keng foydalanish. Bu eksperimentlar natijalari yordamida teoremlar isbotida mantiqning salmog'ini oshirish. Intuitsiya va mantiq o'zaro uyg'unligini ta'minlash.

Tadqiqotning asosiy farazlari va masalalari: matematikani o'qitishda kompyuter dasturlaridan foydalangan holda teoremlarni isbotlash, masalalarni yechish foydali bo'ladi agarda:

-o'qitish jarayonida teoremlarni isbotlashda, natijasi turli xil chiziqlar hosil qiluvchi jismlar harakatini ifodalovchi masalalarni yechishda kompyuter eksperimentidan deduktiv xulosalashga mavjud qonuniyatlardan chetga chiqmagan holda o'tish;

- teoremlarni isbotini qidirishda kompyuter dasturlariga jihoz sifatida emas uning faktlarini ochib beruvchi, gipotezalarni tekshiruvchi, isbot qadamlarini ketma-ket tarzda yoritib beruvchi vosita sifatida qarash;

Tadqiqot mavzusi bo'yicha adabiyotlar sharxi: Tadqiqot mavzusi bo'yicha G.B.Shabatning "Jonli matematika va matematik eksperiment" nomli maqolasi o'rganildi. Bu maqolada matematika fanining mohiyati, umumiy ta'riflari, matematik eksperiment haqida va kompyuter imkoniyatlariga to'xtalib o'tilgan. Shunindек L.N. Positselskayaning "Matematik eksperiment oliy o'quv yurtlarida matematik isbotni o'rgatishda yordam sifatida" ilmiy maqolasida isbotni oliy o'quv yurtlarida o'rganish yoritib o'tilgan. Mantiq va intuitsiya yoritilgan adabiyotlardan biri amerikalik matematik olim Martin Gardnerning "Fikr bor" nomli asaridir. U bu asarini masalalarning yechimga olib boruvchi sodda yo'llarini intuitiv fikrlash orqali yoritgan. Kitobda ko'plab shunga o'xshash masalalar o'z yechimi intuitiv fikrlash orqali yoritilgan.

Tadqiqotda qo'llanilgan metodikaning tavsifi: Tadqiqotda har bir masalani yechimini hosil qilishda, teoremani isbotlash jarayonida kompyuter dasturlaridan foydalangan holda natijaga erishilgan. Gipoteza hosil qilishda va ularni isbotlash jarayonida eksperiment o'rni juda katta bo'ldi.

Tadqiqot natijalarining nazariy va amaliy ahamiyati:

Tadqiqot natijalarining nazariy asoslari quyidagilar:

- o'qitishni axborotlashtirish ;
- matematikada isbotni o'qitishni falsafiy va metodologik asoslari;
- matematikani o'qitishda kompyuter eksperimentdan keng foydalanish qoidalari;
- pedagogik eksperiment nazariyasi va natijalarni statistik tahlil qilish;

Tadqiqot natijalarining amaliy asoslari quyidagilar:

- nazariy: tadqiqot muammosiga oid xorijiy, o'qitish metodikasi, pedagogik-psixologik adabiyotlarni tahlil qilish, mavjud ma'lumotlarni tiplarga ajratish, olingan ma'lumotlarni tizimlashtirish, eksperimentlarni metodik loyihalash.

Ish tuzilmasining tavsifi: Dissertatsiya kirish, 3 bob va 8 paragraf, xulosa, adabiyotlar ro'yxatidan iborat. Dissertatsiyani yozishda 16 ta adabiyotdan va 5 ta internet saytlari materiallaridan foydalanilgan. Dissertatsiyaning umumiy hajmi 64 betdan undan 55 beti asosiy matn.

1-bob. MAVZU YUZASIDAN MAVJUD ADABIYOTLAR SHARXI

1.1 Mantiq va intuitsiya bo'yicha adabiyotlar sharxi

Mantiq bu narsa va hodisalar taraqqiyotidagi o'zaro bog'lanishni tafakkur yordami bilan vujudga keladigan tushunchalar bog'liqligini ifodalaydi.

Intuitsiya esa sodda qilib aytganda muammoni hal qilishning mantiqiy asoslarga ega bo'lmagan, lekin yechimni hosil qilishda juda katta rol o'ynaydigan rost deb ishoniladigan ichki bir hissiyot sanaladi.

Mantiq ilmining rivojlanishi, shakllanishida Aristotelning tutgan o'rni juda katta. U birinchilardan bo'lib mantiq ilmi o'rganadigan masalalar doirasini belgilab berdi. Uning "Kategoriyalar", "Talqin haqida", "Topika", "Sofistik raddiyalar haqida" va bir qancha asarlari mantiq masalalariga bag'ishlangan. "Ritorika", "Poetika" asarlari ham mantiqiy ta'limotning muhim tarkibiy qismi sifatida namoyon bo'ladi. Aristotel mantiqni ma'lum bilimlardan noma'lum bilimlarni aniqlovchi, chin fikrni xato fikrdan ajratuvchi ilm sifatida ta'riflaydi. Mantiqning asosiy vazifasi chin fikrni, haqiqatni aniqlashdir, deb ta'kidlaydi. U haqiqatning mavjudligini, obyektiv xarakterini e'tirof etgan holda, bilimlarni voqelikka mos kelishi haqiqat deya ta'riflaydi. Haqiqatni aniqlashda esa nozik did va uchinchi istisno qonunlariga amal qilish zarurligini ta'kidlaydi. Aristotelning asarlaridagi mantiqiy ta'limotda xulosa chiqarish yetakchi o'rinni egallaydi. U tafakkur shakllari bo'lgan tushuncha va hukmni xulosa chiqarishning tarkibiy qismlari sifatida tahlil qiladi.

O'rta asrlarda yashab ijod qilgan Al-Forobiy ham mantiq masalalarini keng yoritgan va ularni hal qilish uchun zaruriy izlanishlar olib borgan. U "Ilmlar tasnifi" asarida mantiq tuzilishi, predmeti ilmlar sistemasida tutgan o'rni va ahamiyati haqida atroflicha yoritib o'tadi. Olimning ta'kidlashicha, mantiq intellektning mukammalashuviga olib keluvchi va insonni haqiqat tomon yo'naltiruvchi qonunlar majmuasidir. Bu qonunlar insonlarni bilish jarayonidagi turli xato va adashishlardan saqlaydi. Inson bu qonunlar yordamida bilimlarini tekshirib, ularning chin yoki xatoligini aniqlash imkoniga ega bo'ladi. Forobiyning mantiqiy ta'limoti uning gnoseologik ta'limoti bilan uzviy

bog'liqdir. Uningcha, fikrlar tabiatdagi narsa va hodisalarni sezgilar orqali bilish asosida vujudga keladi. U bilishda sezgilarning roliga juda katta o'rin beradi. Fikr shakllari o'rtasidagi aloqa, munosabatlar real munosabatlarni ifodalash jarayonida vujudga kelishini ta'kidlaydi.

Frensis Bekon mashxur ingliz faylasufi va tabiatshunos olimdir. U ikki qismdan iborat "Fanlarning buyuk uyg'onishi" nomli asarini yozgan. Bekon bu asarida yangi mantiq yaratishni maqsad qilib qo'yadi. Bekon induksiyaning xulosa chiqarishning asosiy shakli deb bildi. Faqat ommabop induksiyaning tan olmadi, uni tanqid qildi. Induksiyaning asosiy metodlarini chuqur o'rgandi. Bundan tashqari induksiyaning yordamchi usullarini – yakka misollar, adashgan misollar, ko'rsatuvchi holatlar haqida so'z yuritdi. Bekon istisno qilishga asoslangan induksiya nazariyasini yaratdi. Induksiyaning maqsadi ko'proq faktik materiallarni taqqoslash va o'rganilayotgan voqeliklarning nomuhim tomonlarini istisno qilish va shu asosda ularning muhim tomonlarini aniqlashdir deya fikr yuritdi o'z asarida.

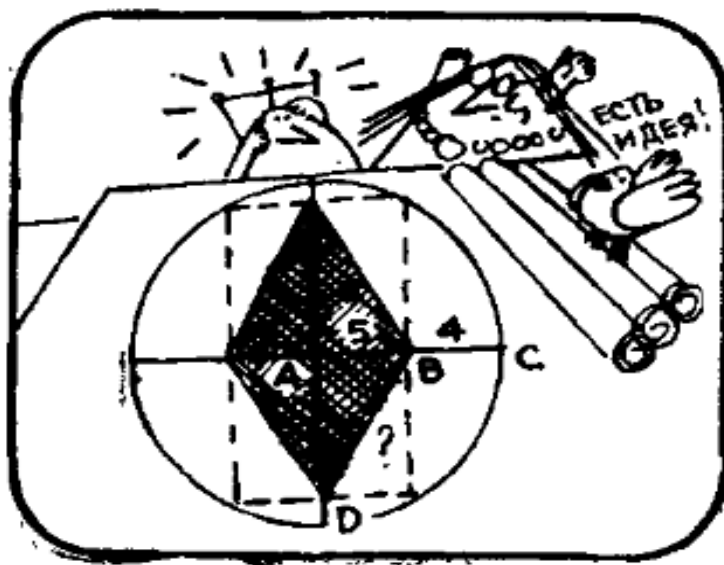
Mantiq va intuitsiya yoritilgan adabiyotlardan yana biri amerikalik matematik olim Martin Gardnerning "Fikr bor" nomli asaridir. U bu asarini masalalarning yechimga olib boruvchi sodda yo'llarini intuitiv fikrlash orqali yoritgan. Biz quyida unda yoritilgan fikrlar va masalalar bilan tanishib chiqamiz.

Geometrik shakl va jismlar haqidagi masalalarning kutilmagan yechimi. Teorema yoki formulani matematiklar go'zal deb ta'riflashi uchun uning mohiyatini anglab yetishi zarur. Go'zallik va uni tushunishda qiyofa kutilmagan oddiylik bilan bog'langan, uni tushuntirish qiyin, estetik jozibalilik matematik tasdiqdan tuzilgan. Matematiklar go'zal teorema yoki nafis isbotni qolganlaridan osonlik bilan farqlay oladi. Bu huddi bir go'zal bilan hunukni ajrata olganimiz singari ro'y beradi. Geometriya faqat fikr yoki hayolda mavjud bo'lmagan va bevosita mushoxada yuritish orqali chiroyli teoremlar va ularni isbotlarini, masalalarni aniq, sodda yechimlarini topishni o'rganadi. Ulardan birini ko'rib o'tamiz.

Ko'rinmaydigan o'lchamlar.

Shaxar hiyoboni markazida o'yin uchun mo'ljallangan doiraviy maydoncha joylashgan. Shaxar qurilish boshqarmasi bu maydonchada romb shaklidagi basseyn qurmoqchi. Shaxar meri Doris Rayt arxitektor ko'rsatgan loyihalarni ko'rib chiqdi va o'zini fikrini ma'lum qildi. Mer Rayt: Menga qizil kafel bilan qoplangan basseyn loyihasi yoqdi. Romb shaklidagi basseynning tomoni uzunligi qancha bo'ladi?

Merning savoli arxitektor Frenk Loyd Rongni noqulay vaziyatga solib qo'ydi.



1-rasm

Janob Rong: Hozir chamalab ko'raman. A dan B gacha 5m , B dan C gacha 4m. Bu berilganlardan BD tomonni uzunligini topish mumkin, masalan Pifagor teoremasi orqali. Janob hisoblashga kirishdi va hurmatli missis Rayt (merni xotini) unga yordam berdi.

Mer Rayt: Fikr bor. Basseyn tomonining uzunligi 9 m. Shunday va uni hisoblashni keragi yo'q.

Janob Rong: Siz mutlaqo haqsiz.

Mer va arxitektorga basseynning tomoni uzunligini bunday osonlik bilan topishiga nima yordam berdi.

Diagonal va radius.

Missis Rayt ko'rdiki basseyinning har bir tomoni to'rtburchakning diagonal bilan bir xil, boshqa diagonal o'yin uchun mo'ljallangan maydoncha radiusiga teng. To'rtburchak diagonallari teng. Shunday qilib basseyin tomonlari uzunligi o'yin uchun mo'ljallangan doiraviy maydoncha radiusiga teng. Modomiki bu radius $5+4=9$ ga teng va basseyinning barcha tomonlari uzunligi 9 m ga teng. Pifagor teoremasi kerak bo'lmadi.

Biz missis Raytni farazini yanada yaxshiroq baholashimiz uchun basseyin tomoni uzunligini hisoblashni doimiy usullardan foydalangan holda amalga oshirib ko'rishimiz mumkin. Agarda faqat Pifagor teoremasidan va uchburchaklar o'xshashligidan foydalanmoqchi bo'lsak yechim juda murakkab holda kelib chiqadi. Planimetriyadan ma'lumki kesishuvchi vatarlar, kesmalar uzunliklari ko'paytmasi, vatarlar kesishish xossasidan foydalanish bizni yechimga yaqinlashtiradi. Bularni yechimni topishda qo'llasak to'g'ri burchakli uchburchakni balandligi $\sqrt{56}$ ga teng chiqadi. So'ngra Pifagor teoremasidan 2 ta katetni bilgan holda gipotenuzani 9 ga tengligini topamiz.

Bu asarda keltirilgan masalalardan biri unda yechimni intuitiv fikrlash orqali sodda holda keltirib chiqarilgan va muqobil usul bilan solishtirilgan. Asarda bunday misollar juda ko'p va bu misollar kishini o'z intuitsiyasiga ishonishga uni yanada rivojlantirishga undaydi.

Matematikani asosiy vazifasi-teoremlarni isboti va masalalarni yechishni yanayam soddaroq, osonroq yo'llarini qidirishdir. Ko'pincha qandaydir teoremani isboti katta hajmga ega bo'ladi. Bir qancha yillardan so'ng unchalik taniqli bo'lmagan matematikni hayoliga yaxshi fikr keladi va yuqoridagi teoremani qisqartiradi va soddalashtiradi. Masalalarni nozik yechimlarini nogahon esiga tushiradigan, topib oladiganlar o'z boshidan o'tkazadigan jarayonlar doimo qiziqarli va o'ziga jalb qiluvchi bo'lib kelgan. Bu jarayon quyuq bulutlar ichra yashin chaqnashi singari sodir bo'ladi. Haqli savol tug'iladi? Nima uchun bunday bo'ladi? Hech narsa ma'lum bo'lmagan vaziyatda miyaga to'satdan fikr keladi. Buni hech kim aniq izohlay olmaydi. Fikrning ravshanlashishi, parvoz qilish, intuitiv haqiqatni anglash-sirli,

muammoli, tarkibiy qismlarga tez ajralmaydigan va elektron hisoblash mashinalari yordamida qayta ishlanishi kerak bo'lgan jarayon hisoblanadi. Zamonaviy hisoblash mashinalari dasturda yozilgan amallarni qadam ba qadam bajaradi, masalani yechishda avtomatik ravishda katta sondagi algebraik hisoblashlarni olib boradi. Elektron hisoblash mashinalari elementar amallarni aqlga sig'irib bo'lmaydigan darajadagi tezlik bilan bajaradi. Zamonaviy hisoblash mashinalari qandaydir qisqa fursat ichida masalalarni yechadi inson bu masalani yechish uchun bir necha ming yillar sarflagan bo'lar edi. Aqlning ijodiy parvozi chaqmoq chaqnashiday masalaning yechimiga oddiy va qisqa yo'lni ochadi. Zamonaviy axborot kommunikatsiya texnologiyalari esa yechimni mantiqiy asosini yaratishda juda katta muhim rolni egallaydi.

1.2 Eksperimental matematika bo'yicha adabiyotlar sharxi

Eksperiment-ob'yektni va uning xulq atvorini kuzatishni zarur komponent sifatida o'z ichiga oluvchi, ammo ob'yektning belgilari, tuzilishi va funksiyalarini o'rganish maqsadida unga faol ta'sir ko'rsatishni nazarda tutuvchi ilmiy bilish metodi. Tajriba va eksperimentlar jarayonida olimlar eksperimental moslamalarda ilmiy tadqiqot maqsadlarini amalga oshirish uchun zarur shart sharoitlarni ongli ravishda yaratadi, modellashtiradi, o'rganilayotgan hodisaning oqimini o'zgartiradi va mazkur tajriba uchun zarur yo'nalishga buradi. Eksperiment jarayonida ob'yektning mavjudlik shart sharoitlari faol o'zgarib boradi. Eksperiment tadqiqotchiga bilish uchun kuzatishga qaraganda kengroq imkoniyatlar ochadi. Olimlar eksperiment o'tkazib, ob'yektga dadil va ijodiy yondashib, tajriba ob'yektini teran tushunib yetadi, uning xossalarini va ob'yekt mavjud bo'lgan muhitni o'zgartiradi.

Eksperimental matematika matematikaning tarkibiy qismi bo'lib turli xil teoremlar isbotlarini, masalalarning yechimini tekshirishda eksperiment-tajribadan foydalanib tadqiqot o'tkazish hisoblanadi.

Qadimda eksperimental matematika termini qo'llanmagan bo'lsa ham turli matematik tajribalar o'tkazilini kelingan. Masalan π sonining qiymatini yuqori aniqlikda hisoblashda olimlar eksperimentdan foydalanib ko'rganlar va natijaga erishganlar. Eksperiment boshqa rolni ham o'ynashi mumkin ya'ni tayyor natijani tekshirishi ham mumkin. Tekshirish natijasi esa keyingi ilmiy faoliyatda muhim rolni o'ynagan. Tajribani to'g'ri o'tkazmaslik bizni natijadan yanada uzoqlashtiradi.

Jamiyat rivojlanib borishi bilan elektron hisoblash mashinalari, kompyuter texnologiyalari muammolarni hal qilish uchun yordamchiga aylandi. Misol uchun yangi bino va inshootlarning loyihalarini tuzishda, ko'p vaqtni oladigan hisoblashlar jarayonida, yechimi oldindan kutilayotgan masalalarni yechimini tekshirishda va hokazolarda.

Quyidagi ilmiy maqolalarda eksperimental matematika haqida fikr yuritilgan.

L.N. Positselskayaning “Matematik eksperiment oliy o’quv yurtlarida matematik isbotni o’rgatishda yordam sifatida” ilmiy maqolasida matematik eksperiment haqida quyidagi fikrlarni aytib o’tgan.

1. Olimlar va filosoflar isbot haqida.

Isbotlash har doim ham matematikani uzluksiz qismi bo’lmagan. Qadimgi misrliklar, masalan, ko’p matematik fakt va algoritmlarni bilgani uchun isbotlash ularga kerak bo’lmagan. Ammo N.Burbaki fikricha «greklar davridan boshlab “matematika” so’zi “isbotlash” so’zini sinonimi sifatida ishlatilgan». Olimlar matematik isbotlashlar haqida turlicha fikr bildiradilar.

A.Shopengauer isbot haqida shunday degan “Matematik sizni isbotlashga undaydi, lekin siz buning natijasida hech qanday real tushuncha ola olmaysiz. Bu sizni labirintdan olib chiqib qo’yganday. Siz, o’zingizga aytasiz “ Ha men labirintdan chiqdim, lekin u yerda bo’lganimni bilmayman”.

Albatta Shopengauerni pozitsiyasini to’g’ri deb bo’lmaydi, lekin unda diqqatni jalb qila oladigan joyi bor. Isbotni har bir qadamini kuzata olish juda muhim. Aks holda uning bog’liqligi yo’qoladi va u istagan vaqtda chalkashib ketishi mumkin. Isbotni konstruksiyaday tushunish muhim,uning har bir qismi o’z joyida bo’lishi shart. Bir butun sifatida olinmagan isbotlash hech narsani isbotlamaydi. Uni yodlab olgan taqdirda ham, boshidan oxirigacha oldingi bilimlarga hech qanday bilimlar qo’shilmaydi. Puankare bu haqida “Isbotlashni kuzatish va uning har bir keyingi qadamini to’g’riligiga faqatgina shaxmat o’yinida ishonish mumkin.Ya’ni har bir yurish o’yin qoidasi bilan bog’liqligini tushunib turgan holda” .

2. Isbotning ishonchliligi.

Oliy o’quv yurtlarida auditoriya soatlarini qisqartirilgani sababli ma’ruza darslarida matematik qonuniyatlarni isbotlash uchun kamroq vaqt ajratiladi. Bu yo’qotishni to’ldirish uchun o’rgatish protsessida isbotlash qanday rolga ega ekanligini tushunish lozim. Misol uchun bir qonuniyatni ko’rib chiqamiz

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

bu aniq. Lekin bu limitning birga teng emasligi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{100} = 1$$

ekanligini biladigan talabanning farazini chipakka chiqaradi. Bu yerda $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ketma ketlikni hadlarini hisoblash eksperimentini o'tkazib ko'rish kerak va bu maqsadga muvofiq bo'ladi. Eksperimentni o'tkazish uchun maxsus kalkulyatordan yoki kompyuter dasturidan foydalanish mumkin.

Matematik analizda tushunish qiyinroq bo'lgan bo'limlardan biri "Qatorlar", aynan "Sonli qatorlar" mavzusidir. Qatorlar o'xshashligini o'rganishga oid masalalar talaba tomonidan shaxmat partiyasidek tasavvur qilinadi, barcha yurishlar qonun asosida yurilgan lekin natija aniq emas. Chunki javobda na son, na funksiya, na grafik bor, faqatgina jumlar bor xolos. Talabalar tomonidan mustaqil yoki o'qituvchi rahbarligida qatorlarni qo'shishni hisoblash bo'yicha, qisman ketma-ketliklarni qo'shishdagi eksperimentlarda xatolarni bir necha marta to'g'rilash mumkin. Shunisi qiziqki talabalar ma'ruzada eshitganini yoki kitoblarda o'qiganini emas balki o'zlari hisoblagan yoki eksperimentda natijasini ko'rgan misollarini ko'proq eslab qolishar ekan. Bu yerda albatta Xitoy xalq maqolini keltirib o'tish kifoya. "Men eshitaman va esdan chiqaraman, men ko'raman va eslab qolaman, men bajaraman va tushunaman".

Bu maqolada talabalarga isbotni tushuntirishda eksperimentning juda muhim rolni o'ynashi, ularda masalaga bo'lgan qiziqishni uyg'otishi va ularning predmetni juda yaxshi o'zlashtirishiga olib kelishi aytib o'tilgan.

G.B.Shabatning "Jonli matematika va matematik eksperiment" nomli maqolasida matematik eksperiment asoslari, matematik masalalarni yechish jarayonida kompyuterning tutgan ahamiyati haqida fikr yuritgan. Ulardan ayrimlarini keltirib o'tamiz.

Matematikani nima uchun va nimaga o'rganamiz? Bu savolga odatda quyidagicha javob beriladi. Biz matematikani mantiqiy fikrlashni rivojlantirish uchun o'rganamiz. Albatta bu javob qoniqarli emas. Mantiqiy fikrlash to'la ta'riflanmagan. Boshlang'ich sinf o'quvchilarining ota-onalari masalani hal qilish jarayonida matematik fikrlash o'quvchining zehniga, iqtidoriga bog'liq deb o'ylaydilar. Matematikani o'rganayotgan katta yoshdagilar esa, ko'pincha ishonch bilan aytadilarki bu masalalar o'zlarini to'g'ri fikrlashga o'rgatadi. Matematikani tushunishda maktab o'qituvchisi bilan oliy o'quv yurti o'qituvchisini, oliy o'quv yurti o'quvchisi bilan professional matematikni farqi bor albatta. Matematikani asl ma'nosi nima degan savolga professional matematikni javobi quyidagicha bo'ladi. Matematika-fikrlashni rivojlantiruvchi, matematik qonun va qoidalarni o'rgatuvchi fan hisoblanadi. Maktab o'quvchisini matematik bilimlarini shakllantirishda o'qituvchining yetarli bilimga egaligi va o'z bilimlarini o'quvchilarga yetkazib bera olish qobiliyati katta rol o'ynaydi. O'z navbatida sikl davomiyligini saqlash uchun oliy o'quv yurti o'qituvchilari ham boshlang'ich matematik tushunchalarni egallagan bo'lishlari zarur.

O'quvchilarni individual real qiziqishlarini topish asosiy masala bo'lib hisoblanadi. O'quvchilarning qiziqishlarini tiplarga ajratib chiqish mumkin.

- ko'pchilik o'quvchilar geometriyadan standart masalalarni yechishni xush ko'rmaydi, teoremlar va isbotlarni o'rganishni hohlamaydi yoki ularni shunchaki yodlash bilan cheklanadi

- amaliyot mashg'ulotlarda esa eksperimental geometriya qo'llanganda o'quvchilar masalani yechish jarayonini juda oson tushunadi va misollarni eksperimental geometriya yordamida hal qilish samaradorlikni keskin oshiradi.

Darslarda eksperimental matematikaning qo'llanilishi o'quvchilarning qiziqishini yanada oshirib predmetni qabul qilish jarayonini tezlashtiradi. Amaliy mashg'ulotlarda eksperimentlardan foydalanishni iloji boricha ko'paytirish zarur. Bu esa ta'lim oluvchilarni bilim sifatiga, ularning qiziqishlariga juda katta ijobiy ta'sir qiladi.

Eksperimental matematikada albatta kompyuterning rolini aytib o'tish zarur. Kompyuter matematik tasdiqlarni tekshirish vositasi. Matematik farazni to'g'riligini tekshirish kompyuter dasturlari orqali amalga oshirilishi mumkin. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikaga oid misollarda imkoniyatlarning ko'pligi ba'zi bir hisoblashlarda juda katta vaqtni talab qiladi. Ularni kompyuter yordamida qisqa vaqtda amalga oshirish mumkin. Kompyuterdan matematik formulalar va kitoblar saqllovchisi sifatida ham foydalanish mumkin. Shuningdek kompyuterdan turli xil murakkab funksiyalarning grafiklarini, aniqlanish va qiymatlar sohasini , intervaldagi qiymatlarini hisoblash mumkin.

2-bob. MATEMATIKADA MANTIQ VA INTUITSIYA

2.1 Matematikada mantiq

Mantiq o'zining vujudga kelgan va dastlabki rivojlanish davrida matematika bilan juda sust bog'langan edi. Ammo mantiq kategoriyalari va jarayonlarini matematika usullari yordamida ifodalash va u orqali turli mashinalarda qo'llash fikri olimlarni ko'pdan beri o'ziga jalb etib kelgan.

Mantiq jarayonini turli simvollar bilan ifodalashga intilish mantiq fanining asoschisi Aristotel asarlaridayoq ko'zga tashlanadi. U shakli jihatidan o'zaro farq qiluvchi hukmlarni turli harflar bilan belgilashga intildi.

XVI-XVII asrlarga kelib matematika fani rivoj topib borishi bilan matematik metodni mantiqqa tadbiq etish kengaya bordi.

Leybnits hozirda simvolik mantiq nomi bilan yuritiladigan mantiqqa asos soldi, tafakkurning turli jarayonlarini, jumladan, tafakkur shakllari va qonunlarini ifodalashda matematik usullardan foydalanish yo'llarini taklif qildi. 1666-yilda Leybnits "Kombinatsiya qilish san'ati haqida" nomli asar yozgan bo'lib simvolik-matematik mantiqning tug'ilishi shu yil va shu asardan boshlanadi.

Leybnitsning mantiqiy ta'limoti quyidagi prinsiplarga asoslangan:

- 1) har bir tushunchani oddiy qayd qilinadigan, boshqa bo'linmaydigan tushunchalarga keltirish mumkin;
- 2) murakkab tushunchalar oddiy tushunchalarning hajmini ko'paytirish va kesishtirish mantiqiy amali vositasida keltirib chiqariladi;
- 3) dastlabki oddiy tushunchalar to'plami ziddiyatsiz bo'lishi shart;
- 4) har qanday chin mulohaza predikativ hisoblanadi, ya'ni u ekvivalent tarzda boshqa shaklga o'tkaziladi va predikatning subyektda mavjudligi nazarda tutiladi;
- 5) har qanday chin bo'lgan tasdiqlovchi gap shu ma'noda analitik hisoblanadiki, uning predikati subyektda mavjud bo'ladi.

Leybnits matematik mantiqning quyidagi qonunlarini ta'riflab beradi:

Refleksivlik qonuni: $x=x$

Simmetriya qonuni: $x=y, y=x$

Tranzitivlik qonuni: $[(x = y) \wedge (y = z) \rightarrow (x = z)]$.

Mantiqiy jarayonni matematik usullar yordamida ifodalash asosan XIX asrlarga kelib rivojlana boshladi. Bu davrda yashagan rus olimi I.S.Poretskiy, nemis va ingliz olimlari J.Bul, Fur, Morgan, Shreder kabilar o'zlarining qator asarlarida uning ayrim muhim masalalarini olg'a surish bilan, bu sohaning ilmiy bilimlar sistemasida mustahkam o'rin egallashi va amaliy qimmatini belgilashga katta hissa qo'shdilar.

Jumladan rus matematigi Poretskiy matematik mantiqning rivojlanishiga muhim hissa qo'shgan. Poretskiyning mantiqiy tizimida asoslarning berilgan tizimidan xulosani keltirib chiqarish va xulosa sifatida olinishi mumkin bo'lmagan asoslarni topish masalalari ishlab chiqilgan.

Mantiqiy jarayonni simbolika yordamida ifodalash matematika fanining taraqqiyoti natijasida vujudga keldi. Shu sababli matematik isbotlash uchun mantiqiy qurollardan foydalanish ilmiy dalilning zarur omillaridan bo'ldi. Hozirgi vaqtda matematik mantiqiy metodlar fan va texnikada, kibernetikada va ko'p xalq xo'jaligi ishlarida qo'llanmoqda. Bulardan tashqari matematik metodlarni mantiq ilmining ayrim masalalari, ayniqsa xulosa chiqarish va isbotlashda foydalanish ham kengayib bormoqda. Bunda tushuncha, hukm va kelib chiqadigan xulosalar shartli belgilar orqali ko'rsatiladi.

Matematik mantiq tafakkurni matematik metodlar yordamida tadqiq etish hisoblanadi. Matematik – simbolik mantiqning tub mazmuni xulosa chiqarish asosidagi tushunchalar va hukmlar asosida formal – mantiq bog'lanishlarni tashkil etishdir. Mantiqning asosiy o'rganish obyekti tafakkurdir. Tafakkur-voqelikni oddiy aks ettiruvchi oddiy holat bo'lmasdan, balki yakka, ayrim narsa hodisalardagi umumiylikni qidiruvchi hamda ifodalovchi murakkab jarayondir. Biz tafakkur yordamida ongimiz mazmunining chin yoki xatoligini tekshiramiz.

Tafakkurning uch xil: tushuncha, hukm, xulosa chiqarish kabi shakllari mavjud.

1. Tushuncha deb, buyum va xodisalar xususiyatlari, umumiy va muhim belgilarining yaxlit holda ifodalanishiga aytiladi. Masalan, «odam»

tushunchasini olaylik. Uning birinchi xususiyati – mehnat qurollarini, vositalarini tayyorlaydi; ikkinchi xususiyati – ijtimoiy hayot mahsuli; uchinchi xususiyati – odam ongli mavjudot. Demak, tushuncha olamning tafakkurda in'ikos etish shakllaridan biri, uning yordamida hodisalarning, jarayonlarning mohiyati bilib olinadi, ularning muhim tomonlari va belgilari umumlashtiriladi.

2. Hukum esa buyum va hodisalarning belgilari to'g'risida tasdiqlab yoki inkor qilib aytilgan fikrdir. Masalan, “mehnatkashlarning iqtisodiy ahvolini yaxshilash hozirgi kun talabi”, “inson ijtimoiy mavjudot”. Hukum tushunchalardan tashkil topadi va u hodisalar o'rtasidagi sababiy bog'lanishlarning ongimizdagi in'ikosi, ya'ni o'z shakliga ko'ra hukum odatda ikki tushunchaning bog'lanishidan iborat.

3. Xulosa chiqarish tafakkurning asosiy mantiqiy shaklidir. Xulosa chiqarish muhokamaning shunday jarayoniki, bir necha hukmdan chiqarilgan yangi hukum aqliy xulosadir. Ma'lum xulosa chiqarishga tayanch manba bo'ladigan hukmlar mantiqiy asos deyiladi. Ulardan mantiqdan kelib chiqadigan yangi hukum xulosa deyiladi. Masalan, “ustozlarni hurmat qilish olijanob fazilat”, “har bir mutaxassisning o'z ustozlari bor” va hokazo. Ammo shunday xulosalar borki, ularning amalda sezgi organlarimiz orqali his qilishimiz mumkin emas. Xulosaning to'g'ri bo'lishi uchun xulosa asosida yotgan hukum to'g'ri bo'lishi, hukum xulosada o'z aksini topishi kerak.

Mulohazalar mantiq'i matematik mantiqning asosiy yo'nalishlaridan biri bo'lib, uning o'rganish obyekti mulohazalar ustida amallar tashkil etadi. Mulohaza “chin” yoki “yolg'on”, deb baholanadigan gapdan iborat. Mulohazalar 2 xil bo'ladi.

1. Oddiy mulohaza deb uni tashkil etuvchi qismlar mulohaza bo'la olmaydigan fikrga aytiladi;

2. Murakkab mulohaza oddiy mulohazalardan mantiqiy amallar yordamida hosil qilinadi.

Predikatlar mantiq'i muhokama yuritish jarayonlarini, mulohazalarning ichki tartibidan kelib chiqib tahlil qiladigan mantiqiy tizimdir. Predikatlar

mantig'ining asosiy qoidalari qatoriga mulohazalar mantig'i bo'yicha xulosa chiqarish qoidalari, shuningdek, kvantorlarni kiritish va chiqarish qoidalari ham kiradi. Bu qoidalarga rioya qilinganda chin xulosalar chiqadi.

Muammo – javobi bevosita mavjud bilimda bo'lmaydigan va yechish usuli noma'lum bo'lgan savoldir.

Muammoni yechish uchun dastlabki tayyorgarlik bosqichi mavjud. Ular quyidagilar:

- a) mavjud nazariyalar doirasida tushuntirib bo'lmaydigan fakt va hodisalarni aniqlash;
- b) muammoni hal qilish g'oyalari va metodlarini tahlil qilish, ularga baho berish;
- v) muammoni hal qilish turini, maqsadini, olingan natijani tekshirish yo'llarini belgilash;
- g) muammoning negizi bilan uni yechish uchun ilgari surilgan g'oyalar o'rtasidagi aloqaning xususiyatlarini ko'rsatish.

Muammoni hal etish jarayonida ma'lum bir gipotezalar ilgari suriladi va asoslanadi.

Gipoteza- o'rganilayotgan hodisaning sabablari va xususiyatlarini tushuntiradigan asosli taxmin ko'rinishidagi bilim shakli. Gipotezani, avvalambor, bilimlarning mavjud bo'lish shakli sifatida qarash zarur. Ishonchli bilimlar hosil bo'lgunga qadar qo'yilgan muammolar, masalalar haqidagi fikr-mulohazalar kuzatish, eksperiment natijalarini tahlil qilish va umumlashtirishga asoslangan bo'lib , ular turli taxminlar, farazlar shaklida quriladi va mavjud bo'ladi.

Isbot deb tajribada tekshirilib, chinligi aniqlangan hukmlar orqali ikkinchi bir hukmning chinligini aniqlashga aytiladi. Isbot etish tarkibi tezis, asos va demonstratsiyadan iborat.

1.Tezis deb, chinligi isbot etishga muhtoj bo'lgan hukm yoki mulohazaga aytiladi;

2. Asos-dalil deb, tezisni isbot etish uchun foydalaniladigan chin hukm yoki mulohazalarga aytiladi;
3. Namoyish deb isbot etish jarayoni va usuliga aytiladi.

2.2 Matematikada intuitsiya

Intuitsiya – bu bilish obyektining muayyan sharoitda boshqacha yo'l bilan asoslash mumkin bo'lmagan xossalarini bevosita , g'ayrimantiqiy ravishda haqiqat deb bilishdir. Boshqacha aytganda intuitsiya –ko'pincha muammoni mantiqiy asoslar yo'qligi sababli uni zumda hal qilish bo'lib hisoblanadi. Umumiy ko'rinishi matematik intuitsiya matematik tajribaga bog'liq ravishda asta sekin rivojlanadi. Shuning uchun matematik qancha ko'p tajribaga ega bo'lsa u intuitsiyasiga yanada ko'proq ishonishi mumkin. Vaylder yozganidek-“ Matematik intuitsiya psixologik sifatlardan, tug'ma qobiliyatdan birinchi navbatda matematik tajribaga asoslangan munosabatlar majmuidan iborat bo'ladi”.

Intuitsiyaga matematik ijodning asosiy harakatlantiruvchi sifatida qarash mumkin. Biz biror tushuncha borasida xulosa chiqarishimiz uchun intuitsiya juda katta turtki beradi. Biz uni algoritmlay olmaymiz. Shuning uchun avval u to'liq ong ostida maxfiy bo'ladi va biz faqat natijalardan uni fahmlab tushunib olishimiz mumkin.

Intuitsiya uzoq o'tmishdan boshlab o'ziga e'tiborni tortib kelgan. Pifagor, Aflotun, Aristotel, R.Dekart, N.Moiseev, G.Han, Bunge, Puankare va bir qancha olimlar o'zlari bevosita bilish deb tushungan intuitsiya jumbog'ini ochib berishga, ta'riflashga uringanlar.

XVII asrda R.Dekart intellektual intuitsiya haqida ta'limot yaratadi. Dekartning fikricha, ilmiy bilish asosida yotgan boshlang'ich g'oyalarning haqiqatligi intuitiv tarzda anglab yetiladi, bilish sub'ektining aqli bilan bevosita aniqlab olinadi. Intuitiv bilimga o'z-o'zidan ravshanlik, aniqlik nisbat berilgan. R.Dekart intuitsiya inson aqlining tug'ma qobiliyati, intuitivlik bilan ratsionallik bir-biri bilan bog'liq, lekin intuitivlik birinchi o'rinda turadi va bilishning oliy shaklidir deb hisoblagan. Intuitiv bilishning to'satdan, yorishish yo'li bilan paydo bo'lishi, natijaning aniqligi, uni mavjud ma'lumotlardan chiqarib bo'lmasligi, muammo yechimining to'g'riligiga ishonch va uni mantiqiy

asoslash zarurligini tushunish xissi kabi o'ziga xos belgilarini qayd etmoq lozim. Fanda ko'pgina kashfiyotlar intuitiv tarzda amalga oshirilgan.

Akademik N.N.Moiseev hozirgi ilmiy bilishda intuitsiyaning roliga yuqori baho berib, mantiqiy va matematik bilish metodlari qanchalik mukammal bo'lmasin, ular intuitsiya, tushuncha, faraz, sezgirlik o'rnini bosa olmaydi, deydi.

G.Han ham asarlarida yuqoridagi tushunchalarga ta'rif berib o'tgan. Vaylder yozganidek: "G.Han ishlarini o'qib chiqish natijasida shunday tasavvur uyg'onadiki, intuitsiya- bu ishonchli bo'lmagan maslahatchi, uning maslahatlari shubxa gumonga olib keladi keyin esa uni diqqat bilan tekshirish zarur".

Bunge intuitsiyaga -ishonchli bo'lmagan tafakkur kurtagi, fikrlashning rivojlanmagan usuli deya ta'rif bergan. Yana u intuitsiyaga psixik ko'rinish avlodi, tuyg'u va idrok oralig'i deb aytgan. Intuitsiya samarali, natijali bo'lishi uchun aniqlikka ega bo'lishi va ongda qayta ishlangan bo'lishi zarur. Abstrakt nazariya qurishda uning fikri bo'yicha intuitiv elementlardan kamchiliklar deyarli to'liq yo'qotiladi.

Hozirgi zamon geometriyasining muhim bo'limi topologiya vujudga kelishida uning asoschisi A. Puankarening «geometrik intuitsiyasi» katta rol o'ynagan. Topologiya asosiy konsepsiyalarini A.Puankare ko'rgazmali, intuitiv ayon bo'lgan tasavvurlar asosida ilgari surdi. O'z ijodi bilan Puankare matematikaga «intuitsiyaning mutlaqo yangi turini: sifat jihatidan yangi, topologik intuitsiyani kiritdi».

Puankarening fikricha, bilish jarayonida ijod qilish intuitsiyani, g'ayrushuriy ishni albatta o'z ichiga oladi. Bilish quyidagi bosqichlardan tarkib topadi: birinchi urinishda jo'yali hech nimaga erishib bo'lmaydi, so'ngra ozdir-ko'pdir uzoqroq tanaffus boshlanadi, uning davomida g'ayrushuriy ish qilinadi, shundan keyin ongli ishning yangi bosqichi boshlanadi, u ham natijasizdek tuyuladi, lekin to'satdan hal qiluvchi fikr tug'iladi, so'nggi zaruriy bosqich - muammoning olingan yechimini tekshirib ko'rish. G'ayrushuriy intuitiv ish faqat undan oldin va undan keyin ongli ish bo'lgan taqdirdagina samarali

bo'lishi mumkin. Puankare bilish natijalarini ularning aniq bo'lib tuyulishiga va intuitiv aniqligiga qaramay, albatta tekshirib ko'rish zarur deydi.

Puankarega ko'ra matematiklar 2 xil toifaga bo'linadi: matematik – intuitivistlar, matematik- ratsionalistlar.

Matematik intuitivistlar haqida aytishdan oldin intuitiv fikrlashga ta'rif berib o'tishimiz lozim. Insonning olamni bilish jarayoni uning sezgilari va ongi zo'r berib ishlashini talab qilibgina qolmasdan, uning uzluksiz qizg'in g'ayrushuuriy faoliyat ko'rsatishini ham talab qiladi. Insonning g'ayrushuuriy fikrlashi intuitiv fikrlash nomini oldi. Matematik biron bir muammoni g'ayrushuuriy tarzda oldindan sezgan kundalik hayotda ham, bilib olinmagan jabhada uzoq vaqt adashib yurganidan keyin to'satdan uning ko'z o'ngida yechim hosil bo'lib, shu asnoda ilmiy kashfiyot yuzaga keladigan ilmiy-tadqiqot faoliyatida ham intuitsiyaning roli kattadir. Intuitiv fikrlash tasavvur bilan uzviy bog'liqdir, chunki biz biror narsani tasavvur qilar ekanmiz shu tasavvur qilinayotgan tasvirga ilgari bilib olingan obyektlar belgilarini, tomonlarini intuitiv tarzda nisbat beramiz. Tasavvur- hissiylik, mantiqiylik va intuitivlikning qorishmasidir. Bunda tafakkur hissiy obrazlarni umumlashtiradi va ularga ma'no berishga xizmat qiladi. Qisqa qilib aytganda matematik intuitivist muammo bilan ishlash jarayonida kutilmaganda yechimga erishadi va buni ilmiy asoslay olmaydi. Intuitivistlar ishni tez bajarish uchun omadli faraz, taxminni ilgari suradilar bu esa masalani yechimiga samarali yaqinlashishga olib keladi.

Matematik- ratsionalistlar muammoni hal qilish jarayonida mantiqiy va matematik bilish metodlaridan foydalanadi. Agar biz sezgilar vositasida hodisalar olamini aks ettirsak, sezgi bilan idrok etib bo'lmaydigan mohiyatni aql bilan bilib olamiz. Aql bizning sezgi a'zolarimiz tashqi olamdan olgan ma'lumotlarga asoslanib, hodisalar mohiyatini xiralashtiruvchi va yashiruvchi tashqi, tasodifiy holatlardan abstraklashib hodisalar dunyosini tashqi, muhim bo'lmagan xususiyatlar va aloqalardan xalos qiladi. Muhimni nomuhimdan farqlantira va ajrata olmaydigan sezgilardan farqli o'laroq, aql hodisalardan

hamma narsani emas, balki faqat eng muhimini, barqarorini, qonuniyatlisini oladi. Shuning uchun abstraksiyalar xissiy bilish uchun g'oyat harakaterli bo'lgan yorqinlik, bevositalik va yaqqollikdan mahrumdir.

Ratsional, abstrakt-mantiqiy tafakkur hodisalar olamining qonuniyatli aloqalarini bilishga imkon beradi, bu esa insonga tashqi dunyoni bemalol tushunib olish va tevarak-atrofdagi voqelik hodisalari va jarayonlaridan o'z manfaatlarini yo'lida foydalanish uchun zarurdir.

Ratsionallikning asosiy shakli tushunchadir. Tushuncha – bu tajriba ma'lumotlarini umumlashtirish natijasidir, dunyoni o'rganish yakunidir. Tushunchalarning paydo bo'lish jarayoni o'rganilayotgan predmetning bir qator ikkinchi darajali alomatlari va xossalari e'tiborga, hisobga olmaslik, ulardan chalg'ishdir, abstraktlashishdir. Tushunchaga ta'rif berish – torroq tushunchani kengroq tushuncha ostiga qo'yishdir. Masalan: maymun - hayvon, nok - meva, va hakoza. Tushunchalarning paydo bo'lishi – bu biluvchi inson ongi faoliyatining oliy maxsulidir. Bilish jarayonida tushunchalarni ifodalabgina qolmasdan, balki ularni qo'llay bilish ham kerak. Tushunchalarni qo'shib biz *hukm* shakllantiramiz, hukmlarni bir-biri bilan qo'shib ulardan aqliy xulosa chiqaramiz.

Hukm tafakkurning shunday shakli, unda inson narsani uning aloqalari va munosabatlarida ifodalaydi. Agar biz ikki yoki bundan ko'proq hukmni bir-biri bilan tenglashtirib, taqqoslab, solishtirib ko'rsak, u holda biz yangi hukmga ega bo'lishimiz, ya'ni aqliy xulosa chiqarishimiz mumkin.

Aqliy xulosaning, mantiqiy natijaning chinakam to'g'ri bo'lishi uchun ikki shart zarur. Birinchisi: mantiq ilmida asoslar deb atalgan dastlabki hukmlar haqiqiy bo'lmog'i, ya'ni voqelikka mos kelmog'i lozim. Ikkinchisi: boshlang'ich asoslardan aqliy xulosa chiqarish jarayonining o'zi mantiq ilmining qonunlariga muvofiq to'g'ri bo'lmog'i lozim. Ratsionalistlar butun olamni qonunlar, mantiqiy asoslar bilan ifodalaydigan, tushunadigan matematiklarni bir guruhidir.

Intuitsiya va ijod inson hayotida ong hodisasining ikki qiziqarli ko'rinishidir. Ong insonning mohiyat mazmunini ifodalovchi xususiyat

bo‘lib, sub’yektiv voqelikni, tashqi muhitning inson, uning ongi va ruxiyatidagi in’ikoslash, insonning ma’naviy olamini, uning olamdagi o‘z borlig‘ini ongli ravishda tushunishini, tashqi muhitga faol, ijodiy munosabatini ifoda etadi.

Sub’yektning obyekt borligi qonuniyatlarini, uning xossalari va aloqalarini hissiy va ratsional bilishi ongning ijodiy faolligiga yorqin misol bo‘la oladi. Ammo ongli darajada sodir bo‘luvchi insonning ijodiy jarayoni uning ruhiyatining yanada chuqur ongsiz va ong osti qatlamlariga ham kirib boradi. Hozirgi zamon ilmiy tasavvurlariga ko‘ra, insonning ongsiz ong osti ruhiy faoliyati sohasi ba’zan ong anglab yetmaydigan sezgilar, tasavvurlarni o‘z ichiga oladi. Ong osti sohasi ma’naviy hayotning tush ko‘rish, gipnoz holati, anglanmagan istaklar, tashvishli sezgilar, masalan, inson hayotida ko‘ngilsiz hodisa sodir bo‘lishi arafasidagi tashvishli sezgilarni qamrab oladi.

Ong osti sohasi va intuitsiya ilmiy bilish jarayonida bir biri bilan uzviy bog‘liq. Strukturaviy lingvistika sohasidagi yirik mutaxassis, til psixomexanikasi nazariyasining asoschisi Gyustav Giyom bilish jarayonida hodisalarni aniq ko‘rish, ularning mohiyatini teran tushunishda intuitsiya muhim rol o‘ynaydi, deb e’tirof etgan. O‘z ma’ruzalarida Giyom shunday deb qayd etgan: «Intuitiv mexanikada barcha operatsiyalar ongsiz ravishda sodir bo‘ladi. Ongsizlik, intuitsiya bir xil narsalardir, natijani ko‘rish imkonini beruvchi til strukturalari bilan tasdiqlanuvchi intuitiv mexanika operatsiyalarning samaradorligi bizda o‘zimiz boshqara olmaydigan, kuchi bilimlarimizni oshirishda emas, balki bashorat qilish kabi qobiliyatimizni kuchaytirishda bo‘lgan faoliyat darajasi mavjudligidan dalolat beradi».

Intuitsiya bu ijodiy faoliyatning ichki, sub’yektiv tomoni bo‘lib, unda ongsiz komponent bilish faoliyati natijalarini umumlashtirish, birlashtirish, tushunib yetishga (Giyom ta’biri bilan aytganda, «aniq ko‘rish»ga) yo‘naltiriladi. Shu bilan birga, ilmiy ijodda onglilik va ongsizlikning, intuitivlikning o‘zaro ta’sirini haddan tashqari soddalashtirib yubormaslik kerak, zotan, bu juda murakkab, chalkash va ancha mavhum jarayondir. Masalan, nemis ximigi A. Kekule 1865 yilda miyasiga tuyqusdan kelgan fikr natijasida

benzol molekulasini tuzilishini kashf etdi. U mazkur muammo ustida ko'p yillar bosh qotirdi, ammo ongi uning yechimini topishga ojizlik qildi. Kunlarning birida olim do'stining uyida mehmonda o'z dumini tishlayotgan salamandra tasvirini ko'rib qoldi va shu lahza u benzol molekulasining tuzilishini olti burchakli tutash halqa ko'rinishida aniq tasavvur qildi. D.I. Mendeleyev o'z kimyoviy elementlar jadvalini 1869 yili tushida kashf qilgani yaxshi ma'lum.

A. Kekule bilan bog'liq misol ong olimning ijodidagi ongsiz holatga turtki berganini ko'rsatadi. Aftidan, olimning ong osti sohasida benzol molekulasining yechimi tayyor bo'lgan va faqat ongli darajaga o'tish uchun sirtdan turtki berilishini kutgan. Salamandra surati bilan molekula tuzilishi o'rtasidagi o'xshashlik mana shunday turtki bo'lib xizmat qilgan. D.I. Mendeleyev bilan bog'liq holda esa, elementlar davriy sistemasini yaratish vazifasi deyarli hal bo'lgan, ammo ong bu yechim ong osti sohasidan ong sohasiga o'tishiga yo'l qo'ymagan, ong so'zning tom ma'nosida «uxlagan» paytda esa, ong ostidan tayyor natija «suzib» chiqishidan va olim uyqudan uyg'onib, uni qog'ozda qayd etishigina qolgan.

Inson ongsiz, instinktiv ravishda sodir etuvchi ko'pgina harakatlar himoya mexanizmlari vazifasini bajaradi va miyani muttasil og'irlik tushishidan himoya qiladi. Uni ong osti sohasi boshqaradi va nazorat qiladi. Shaxsning qarashlari, odatlari, moyilliklari ham ongsiz soxa bilan bog'liq, intuitsiya esa— miyaning qo'yilgan vazifalarni ilgari olingan va xotirada saqlanayotgan ma'lumotlar asosida hal qilish borasidagi ongsiz, mantiqdan tashqaridagi faoliyatining mahsulidir.

Agar har bir matematikdan chiqayotgan matematik fikr, tushuncha matematiklar jamoasiga taqdim etilganda uning har bir a'zosiga tushunarli bo'lsa va uni qo'llab quvvatlasa bu jamoaviy intuitsiya deb ataladi. Lekin jamoa a'zosining fikri jamoaviy intuitsiyani umumiy tushunchasidan chiqib maxsus qismlarga ega bo'la boshlasa intuitsiya individuallashadi ya'ni yakkalanadi va uning maxsus qismlarida yaratilayotgan ishning asosi yotadi. Bunday intuitsiya yakka yoki individual intuitsiya deb ataladi.

O'qitishda intuitsiyaning o'rni. O'tish davrida yuqori sinf o'quvchilarini matematik bilimlari 2 asosiy tarkibiy qismdan iborat bo'lishi zarur- intuitsiya va bilimlar ombori. Intuitsiya o'zining rivojlanishida bilimlarga tayanadi. Maktab o'quvchilariga yangi tushunchalarni bevosita tushuntirayotganda uning bilimlarini oshirish, lekin individual intuitsiyasiga putur yetkazmaslik zarur. Vaylderga ko'ra eksperiment bilan birga yuz beradigan, yechimga olib keladigan o'y, gumon matematik intuitsiyani rivojlantiradi va kuchaytiradi.

2.3 Mantiq va intuitsiya uyg'unligi

Mantiqiy yo'l bilan umumiylikdan ma'lum bir xulosalar chiqarish va yangi bilimga ega bo'lish fikrlash qobiliyatini borliqni aks ettirishga olib keluvchi muhim shart- sharoitlardan biri hisoblanadi. Mantikiy fikrlashning o'ziga xos xususiyati tajriba, intuitsiya va boshqa tashqi faktorlarga tayanmagan holda to'g'ri mulohazadan to'g'ri xulosalarga olib kelishidir. Biroq fikrlashning faktlarni kashf qila olish imkoniyati qat'iy mantiqdan foydalanishning o'zigina emas. Mantiq tayyor muhokama va isbotlardan to'g'ri xulosa qilingan yoki qilinmaganligini aniqlashni o'rgatadi, ammo u bizni bunday muhokama va isbotlarni kashf qilishga o'rgatmaydi. Fikrlashning intuitiv mulohaza yuritish imkoniyati bu jarayonning ikkinchi muhim shartidir. Fikrlashning bu ikki imkoniyati haqida fransuz matematigi Anri Puankare shunday degan edi: "Mantiq yordamida isbot qilishadi, intuitsiya yordamida esa kashf qiladilar". Haqiqatdan ham juda ko'p ulug' matematiklarning fikriga ko'ra kashf va ixtiro intuitsiyaning o'zginasi, mantiq yordamida esa kashf qilish mumkin emas.

"Intuitsiya" lotincha so'z bo'lib, "diqqat bilan qarash"ni anglatadi va u qat'iy, mantiqiy isbot yordamida asoslanmagan haqiqatni anglash qobiliyatidir. Shunday qilib, intuitsiya- bu mantiq va qat'iylikka zid bo'lgan o'ziga xos tushunchadir. Intuitsiyaning ikki turi mavjud: intuitiv mulohaza va intuitiv faraz. Intuitsiyaning birinchi turi bo'lgan intuitiv mulohazada narsalarning obyektiv bog'liqligi va haqiqatni to'g'ridan-to'g'ri ko'rish qat'iy mantiqiy isbotlarsiz amalga oshiriladi. Intuitiv mulohazaning o'ziga xosligi shundaki, u orqali anglangan haqiqat mantiqan isbotlanmaydi va bunday isbotning bo'lishi ham mumkin emas. Intuitiv mulohaza, fikrlash birdaniga, bir paytning o'zida umumlashtiruvchi xususiyatga ega bo'lgan harakatdan iborat. Nyutonning ajoyib kashfiyoti bo'lgan butun olam tortishish qonuni buning yorqin misolidir. Borliqda bu qonunning o'rinlilikini mantiqan qat'iy qilib hech kim isbotlay olmaydi. Biroq bu mulohazaning nechog'li to'g'ri ekanligiga bo'lgan ishonch insoniyatning moddiy faoliyati va yashash tarzida undan foydalanish natijasida mustahkamlana bordi.

Intuitiv faraz- u yoki bu faktga mantiqiy isbotlarsiz qarash va ma'lum vaqt o'tgandan keyin qat'iy mantiqan isbotlanadigan narsadir. Intuitiv faraz kutilmaganda, behosdan ongli va ongsiz ravishda ro'y beradi va qisqa vaqt oralig'ida "yarq etib" paydo bo'lishi va "ko'rinishi" mumkin. Ma'lum formal tizim doirasi natijasida ko'rib chiqilgan fakt mantiqan aksioma yoki postulat deb qabul qilingan ba'zi bir asosiy, dastlabki qoidalarga olib kelishi mumkin. Bunda qat'iy ketma-ket isbot "yarq" etib ko'rinadigan harakatga qiyoslab bo'lmaydigan vaqt oralig'ida bo'lib o'tadi. Buning uchun soat, kun, oy va hatto yillar kerak bo'lishi mumkin. Matematika bilan shug'ullanadigan odamda faraz qilish qobiliyati yorqin namoyon bo'ladi. Agar bu qobiliyat odamda kuchli rivojlangan bo'lsa, u buyuk matematik bo'lishi mumkin. Masalan buyuk Hind matematigi Ramanudjan (1887-1920 yillar), beqiyos intuitiv faraz qilish qobiliyatiga ega bo'lgan. U, garchi maxsus matematik ma'lumotga ega bo'lmasada, qiyin teorema, fakt va sonlar nazariyasiga oid formulalarni oldindan aytib bera olgan. Bu faktlar keyinchalik ingliz olimi G.Xardi tomonidan mantiqan qat'iy tarzda isbotlangan.

Intuitiv faraz qilish qobiliyati rivojlanishning yuqori darajasi bo'lgan kashfiyot qilish xususiyatini ko'rsatadi. Intuitiv faraz qila olish qobiliyati bir qancha ilmiy sohalarni, birinchi navbatda, matematikani ilgari siljitadi. Matematikani o'qitishda bilish intuitsiyasi juda muhimdir. Bundan tashqari matematikani o'rgatish o'z navbatida intuitsiyani yuqori darajada rivojlantirish imkonini beradi. Matematik ijodiyotning ajralmas qismlari bo'lgan mantiq va intuitsiya matematik ta'lim jarayonida o'z o'rniga ega. O'quv jarayonida mantiq va intuitsiyaning uyg'unligi ta'minlansa, u holda matematikani o'qitish rivojlantiruvchi bo'lib boraveradi. Mantiqiy bilishga quyidagilarni kiritish mumkin:

- 1) tushunchani tur va shakl orqali aniqlay olish;
- 2) obyektlarni berilgan xususiyatlariga ko'ra guruhlashni bilish;
- 3) deduktiv mulohaza yurita olish;
- 4) misollar yordamida umumiy davo, fikrlarni rad eta olish;

- 5) gipotezalarni ifodalay olish va savollar qo'ya bilish;
- 6) algoritm bo'yicha ish olib borish;
- 7) geometrik chizmalardagi qonuniyatlarni seza bilish va hokazo.

Intuitsiya nafaqat fan, balki ta'limda ham muhimdir. “ Bizga fikrlashning maqsadni ko'ra bilish qobiliyati, ya'ni intuitsiya zarur, u tadqiqotchiga o'z yo'lini tanlab olishiga imkon beradi. Matematikani o'qitish jarayonida mantiq va intuitsiyaning o'zaro bog'liqligi haqidagi savol alohida ahamiyatga ega. Matematika, qoida, ya'ni ta'riflarda tug'ilib, teoremlarda rivojlanadi. Shuning uchun quyidagi savollarning tug'ilish tabiiy: “Matematik ta'riflarni ifodalashda mantiq intuitsiyaning didaktik jihatdan maqsadga muvofiq salmog'ini qanday qilib topishimiz mumkin? Bunday ta'rif qay darajada intuitsiyaga bog'liq va qanchalar mantiqan qat'iy bo'lishi kerak? Professional matematiklar fikriga ko'ra, qandaydir matematik tushunchani aniqlashning eng oson usuli- bu unga qat'iy va mantiqan to'g'ri ta'rif berishdir. Matematik nuqtai- nazardan bu fikrga e'tiroz bo'lishi mumkin emas. Lekin matematikani umumiy o'rta ta'lim maktablarida, akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida hamda oliy o'quv yurtlarida o'qitish jarayoni shuni ko'rsatadiki, ma'lum matematik tushunchani o'quvchi ongida to'laqonli shakllantirishda intuitiv jarayonlar ham muhim rol o'ynaydi. O'quvchilarda tushunchalarni shakllantirish jarayoni muvaffaqiyatli bo'lishi uchun o'qituvchi bu tushunchada mantiq va intuitsiya o'zaro mujassam bo'lgan ta'rifni ishlab chiqishi zarur. Bunda o'rganilayotgan tushunchalar, ta'riflarning mantiqan qat'iyligi kuchayishi mumkin. Boshida tushunchani to'la intuitiv darajada qo'llash mumkin. So'ngra ish jarayonida o'quvchilarning o'zlarida uning ta'rifini aniqlash ehtiyoji paydo bo'ladi. Mantiqiy qat'iylilikni kuchaytirish asta – sekin evristik usullar yordamida amalga oshiriladi. Bu borada quyidagi ikki holni ko'rsatib o'tish mumkin: 1) o'quvchilarda tushunchalarni qabul qilish uchun yetarli tajriba mavjud va bu tajriba ta'rifdagi barcha so'zlarni tushunishga ta'sir ko'rsatadi; 2) o'quvchilarda tushunchalarning ta'rifini aniqlash ehtiyoji paydo bo'ladi. Bu to'laligicha funksiya, vektor, ko'pburchak va ko'pyoq kabi fundamental tushunchalarga taaluqlidir.

Ta'riflarga bunday yondoshuv uslubi hozirgi kundagi dolzarb masalalardan biridir. Bu jarayonda mantiqning ahamiyati uning evristik mulohaza va intuitsiya bilan birga matematikani samarali o'rganishda asqotadigan kuchli matematik intuitsiyani rivojlantirishdadir.

Masalan: 1) maktab geometriya kursida parallel ko'chirish “ parallel ko'chirish nuqtalar bilan bir hil masofada siljiydigan almashtirish” kabi aniqlanadi. Bu ta'rifni rasmlar yordamida o'quvchilarga tushuntirish qiyin emas, lekin u matematik nuqtayi nazardan qat'iy emas chunki unda “bir xil yo'nalishda” jumlasini ishlatilmoqda, bu jumlni o'zi ta'riflanishga muhtoj. Shuning uchun yuqoridagi ta'rifda intuitsiyaning salmog'i mantiqning salmog'iga qaraganda ortib ketgan. Agar biz ta'rifda mantiqning salmog'ini kuchaytirmoqchi bo'lsak, “bir xil yo'nalishda” jumlasini ma'nosini aniqlashimiz zarur. U “ agar ikkita parallel yarim to'g'ri chiziq parallel ko'chirish natijasida ustma-ust tushsa, ular bir xil yo'nalgan yoki yo'nalishdagi yarim to'g'ri chiziqlar deyiladi” kabi aniqlanadi. Endi ta'rifimiz nisbatan to'laroq bo'lgan bo'lsada, unda mantiq salmog'i ortib ketdi; 2) maktab algebra kursida funksiya uzluksizligi ta'rifini olaylik. Uni “funksiya grafigi ustida uning berilgan nuqtaga mos qismidan qalamni ko'tarmasdan (varaqdan uzmasdan) o'tkazish mumkin bo'lsa, bu funksiya o'sha nuqtada uzluksiz deyiladi” kabi aniqlash mumkin. Albatta, bu ta'rifni tushunish o'rganuvchilar uchun oson kechadi lekin unda intuitsiyaning salmog'i mantiq salmog'idan ortib ketgan. Ya'ni ta'rif matematik nuqtayi nazardan qat'iy emas. Agar funksiya uzluksizligi ta'rifini “ epsilon-delta” tilida bersak, ta'rifda mantiqning salmog'i ortib ketadi va natijada ta'rif matematik nutayi – nazardan qat'iy bo'lsada, uni tushunish talabalar uchun qiyinlashadi. Xulosa qilib aytish mumkinki, ta'rifda intuitsiya va mantiqning salmog'i uyg'unlashgan bo'lsa uni tushunish yengillashadi.

Endi esa teorema va ularni isbot qilishga murojaat qilamiz. Teoremlar matematikaning asosini, ularning isboti esa jonli to'qimalarini tashkil qiladi. Isbot qilinishdan mahrum teoremlar huddi jonsiz narsaga o'xshaydi. Matematikada teorema isbot qilinadi yoki, umuman , isbot qilinmasligi mumkin.

Teoremlar tizimi va ularni isbot qilish usullarini tushunishda o'quvchilarga matematik mantiq yordam beradi. Mantiq talablariga mos holda qilingan isbot teoremaning mantiqan qat'iy isbotidir.

Masalan: 1) maktab geometriya kursidagi “shar hajmi $\frac{4}{3}\pi R^3$ ga teng” teoremani olaylik. Bu teoremani isbotsiz qoldirish mumkin, chunki matematik analiz kursidagi aniq integrallar mavzusida misol sifatida isbotlash mumkin. Darslikda uning isboti aylanish jismlari hajmlari uchun chiqarilgan umumiy formula yordamida amalga oshiriladi. Lekin oxirgi “umumiy formula” isboti qat'iy emas. Maktab geometriya kursida buni amalga oshirishning imkoni yo'q. 2) algebra kursida “egri chiziqli trapetsiyaning yuzi va integral” mavzusida Nyuton-Leybnits formulasini isbotlash uchun yuza bilan funksiya orasidagi bog'lanish aniqlanadi. Bu yerda mantiq salmog'i ortib juda yuqori bo'lmasada uning intuitsiya bilan uyg'unlashtirilganini guvohi bo'lamiz. Chunki teoremaning isboti o'quvchilarga tushunarli tilda olib boriladi, shu bilan birga matematik aniqlikka ham putur yetkazilmagan.

3-bob. EKSPERIMENTAL MATEMATIKA MANTIQUIY ISBOTGA EHTIYOJNI RIVOJLANTIRUVCHI VOSITALARDAN BIRI SIFATIDA

3.1 Narvonni sirpanishi haqidagi masala

Juda ko'p matematik natijalar mualliflar tomonidan kutilmagan holda isbot yordamida aniqlangan. Misol tariqasida Kantor tomonidan R va R^2 to'plamlar teng quvvatliligini ixtiro qilinishini keltirish kifoya. G.Froydentalni aytishicha mavhum teoremani faqat isbot yo'li bilan ochish mumkin. Biror teoremani isbotlashda mazmun va to'liqlik yakunga qadar noma'lum bo'lib qolsa u teorema va isbot bilan birgalikda keltiriladigan odatiy o'qitish sxemasida yaxshi emas.

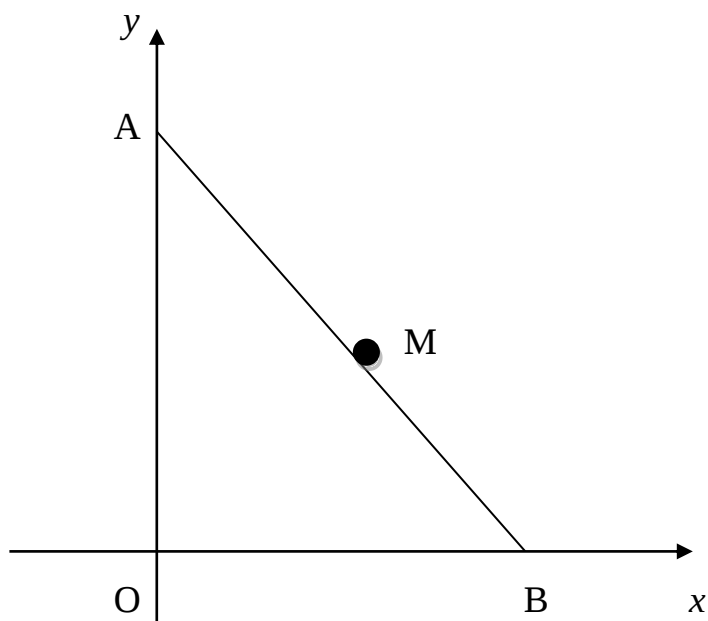
Poya misollarda yorqin tasvirlaganki, teorema to'g'riligini eksperiment yordamida ko'rsatish isbotni tushunarligini orttirishini, ba'zi bir hollarda eksperiment yordamida teoremani isboti uchun juda zarur bo'lgan induktiv dalillar kelib chiqishini aytib o'tgan. Induktiv dalillar bizga teoremda shubxa, gumonlardan xalos bo'lish uchun kuchli ishonch beradi. Bunday ishonchsiz isbot qilishga kirishish, amaliy harakatlarga o'tish qoniqarsiz natijaga olib kelishi mumkin edi. "Qachonki teoremani to'g'riligini to'la ishonch bilan aytmoqchi bo'lsangiz, siz uni isbotlashni boshlang" – bunda Poya albatta haq. Shu vaqtgacha maktabda matematika fanini o'qitishda bu yo'l bilan ya'ni eksperimentlardan foydalanish juda kam edi. Bu ilmiy uslubni yaxshi natija berishi uchun izlanib isbot qiluvchi metodlar bilan natija qilish mumkin va tadbiq qilish juda qiyin. Kompyuter ish unumdorligini sezilarli ravishda oshirdi. Sanoqli va grafik eksperimentlarni katta mehnatsiz o'tkazish imkoniyati yaratildi va undan tadqiqotlarda foydalanish o'quvchilarni qiziqtirib qo'ydi. Shunday qilib eksperimental matematikadan ko'proq foydalanishga ehtiyoj tug'ildi. Bunda birinchi navbatda natija kompyuter maxsus dasturlari orqali ko'rib olinadi, keyin esa isbotlanadi.

Yuqorida aytilganlarni misollar yordamida ko'rib chiqamiz.

1- masala. Narvon silliq pol va devorga suyab qo'yilgan. U pastga sirpanmoqda. Narvonni o'rtasida o'tirgan mushukcha qanday chiziqli chizadi?

Yechish. Pol va devorni to'g'ri burchakning tomonlari, narvonni – AB kesma ya'ni burchak tomonlarining oxiri, mushuk – M nuqta, AB kesmaning

o'rtasi. Koordinatlar sistemasini olamiz va ular burchak tomonlari bo'ylab yo'nalgan.



2-rasm

Burchak $\angle ABO$ ni t parametr sifatida tanlaymiz. t ning eng katta qiymati $\frac{\pi}{2}$ ga teng narvon tik turganda, eng kichigi 0 narvon yotgan holatida. t ning har bir qiymati chegarasi M nuqtani aniqlangan holatiga javob beradi, koordinatalari quyidagi tenglamadagi kabi bo'ladi.

$$\begin{cases} x = \frac{AB}{2} \cos t, \\ y = \frac{AB}{2} \sin t. \end{cases}$$

AB kesmani uzunligini $2a$ ($a > 0$) bilan belgilaymiz. M nuqta chiziqda harakat qiladi va berilgan tenglama quyidagi ko'rinishga keladi.

$$\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = a \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

Xullas biz parametrik ko'rinishdagi egri chiziq tenglamasini oldik. Lekin savol tug'iladi u chiziqni bilamizmi?

Bizga bu chiziqni tasavvur qilishda kompyuter yordam beradi. U biz qidirayotgan chiziqqa o'xshash bo'lgan parametrik tenglamasi aniq bo'lgan chiziqni tasniflashga yordam beradi. Bu esa bizdan isbotlashni talab etadi.

Egri chiziqdan bizga nimalar ma'lum, hosil qilingan parametrik tenglamalardan nima kelib chiqadi?

Masalani yechish uchun egri chiziq tasvirini chizadigan dastur tuzamiz.

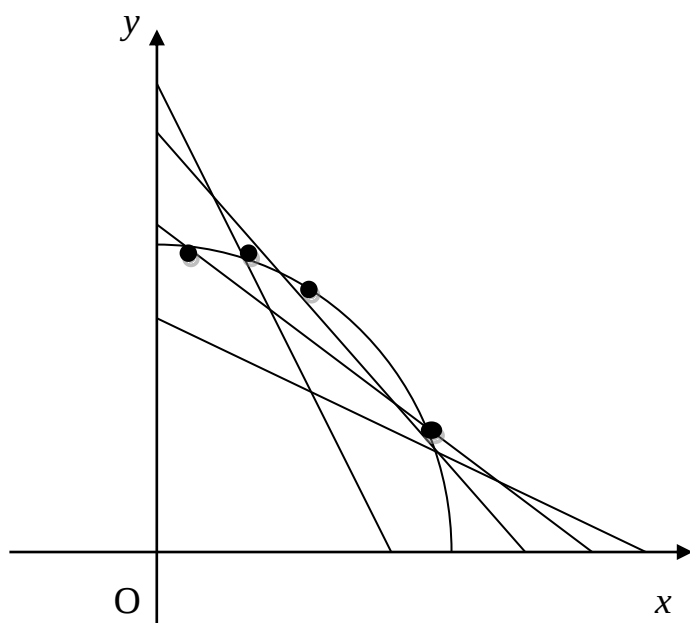
Dastur tavsifi: Berilgan t parametr 0 dan $\frac{\pi}{2}$ gacha o'zgaradi. Egri chiziqni siniq chiziq ko'rinishida n ta bo'lakka bo'lib chizamiz. Kesmani ya'ni $[0; \frac{\pi}{2}]$ ni n ta bir xil bo'lakka bo'lamiz $dt = \frac{\pi}{2}n$. t ning qiymati 0 bo'lganda $x(0)$ va $y(0)$ ni hisoblaymiz va $\frac{\pi}{2}$ gacha hisoblashni davom ettiramiz. Siniq chiziqni boshlangan nuqta $(x(0); y(0))$ sidan yakuniy nuqtasi $(x(\frac{\pi}{2}); y(\frac{\pi}{2}))$ gacha chizamiz. Navbatdagi qismni ya'ni chiziq qismini chizish uchun parametr t ning qiymatini orttirib boramiz.

DASTUR

```

алг Кривая
нач вещь  $x, y, t, dt, pi$ , цел  $n$ 
 $n := 100; pi := 3.1415$ 
 $t := 0; dt := \frac{\pi}{2n}$ 
задать поле  $(-0.5, 4, -0.5, 3)$ 
 $x := 2 * cost$ 
 $y := 2 * sint$ 
сместится в точку  $(x, y)$ 
опустить перо
нц n раз
 $t := t + dt$ 
 $x := 2 * cost$ 
 $y := 2 * sint$ 
сместится в точку  $(x, y)$ 
кц
поднять перо
конец
    
```

Dasturni ifodalash natijasida 3-rasmdagi chizma hosil bo'ladi. Rasmdan ko'rinadiki qidirilayotgan chiziqli radiusi a markazi O nuqtada bo'lgan aylana yoyi.



3-rasm

Endi bizda bor.

GIPOTEZA. Egri chiziqli yuqorida olingan parametrik tenglamalar bilan yozilgan, markazi koordinatalar boshida radiusi a ga teng bo'lgan aylananing chorak qismi.

Eksperiment o'z rolini o'ynadi: biz qonuniyatni belgilab oldik va yo'limizni yarmiga yetib keldik. Endi navbat isbotga yetib keldi.

GIPOTEZANING ISBOTI. Berilgan x, y nuqtani koordinatalari aylana tenglamasini qanoatlantirishi zarur $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$. Demak parametrik tenglamadagi x va y larning qiymatlarini aylana tenglamasini qanoatlantirishi zarur.

$x^2 + y^2 = (a \cos t)^2 + (a \sin t)^2 = a^2 \sin^2 t + a^2 \cos^2 t = a^2 (\sin^2 t + \cos^2 t) = a^2$. Bundan kelib chiqadiki nuqta radiusi a ga markazi koordinatalar boshida bo'lgan aylanada yotadi, birinchi chorakda.

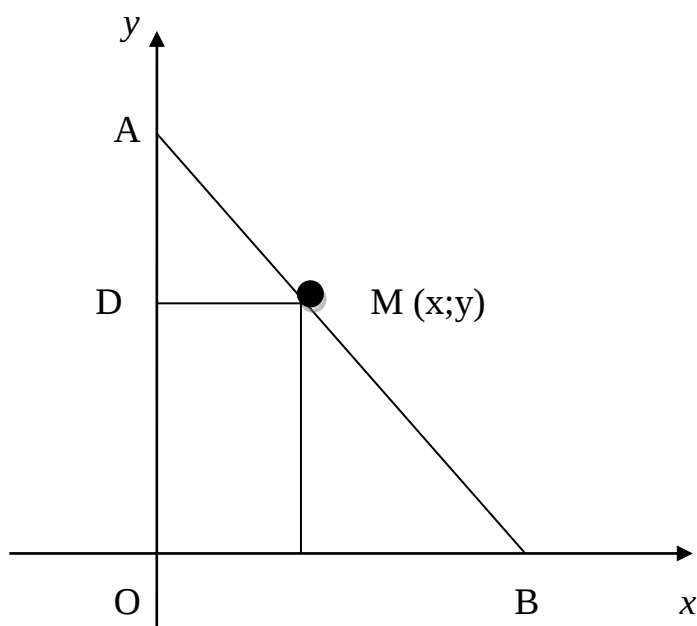
Teskarisi, berilgan nuqta (x, y) aylananing birinchi choragida yotadi. Bu nuqtadan radius o'tkazamiz va t bilan belgilaymiz absissa o'qi va shu radius

orasidagi burchakni. Bundan ko'rinadiki $x = a \cos t$, $y = a \sin t$ $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$ oraliqda o'zgaradi. Demak nuqtaning koordinatalari aylana tenglamasini t ning ko'rsatilgan chegarasida qanoatlantiradi. Gipoteza isbotlandi.

Biz yuqoridagi masalada narvonni o'rtasida o'tirgan mushuk narvon sirpanishi natijasida qanday chiziqli chizishi haqida masalani ko'rib chiqdik endi esa masalani o'zgartiramiz.

2-masala. Narvon silliq pol va devorga suyak qo'yilgan. U pastga sirpanmoqda. Narvonni ixtiyoriy nuqtasida o'tirgan mushukcha qanday chiziqli chizadi?

Yechish. Belgilashlar kiritamiz AB bizda narvon M nuqta esa mushukcha. AM -kesma uzunligini a bilan MB -kesma uzunligini esa b bilan belgilaymiz. Parametr t sifatida $\angle ABO$ ni belgilaymiz. Bunda to'g'ri burchakli AMD va ABO uchburchaklar o'xshashligidan $\angle ABO$ va $\angle AMD$ burchaklarning bir biriga tengligi ayon bo'ladi. t parametrning qiymati 0 dan $\frac{\pi}{2}$ gacha o'zgaradi.



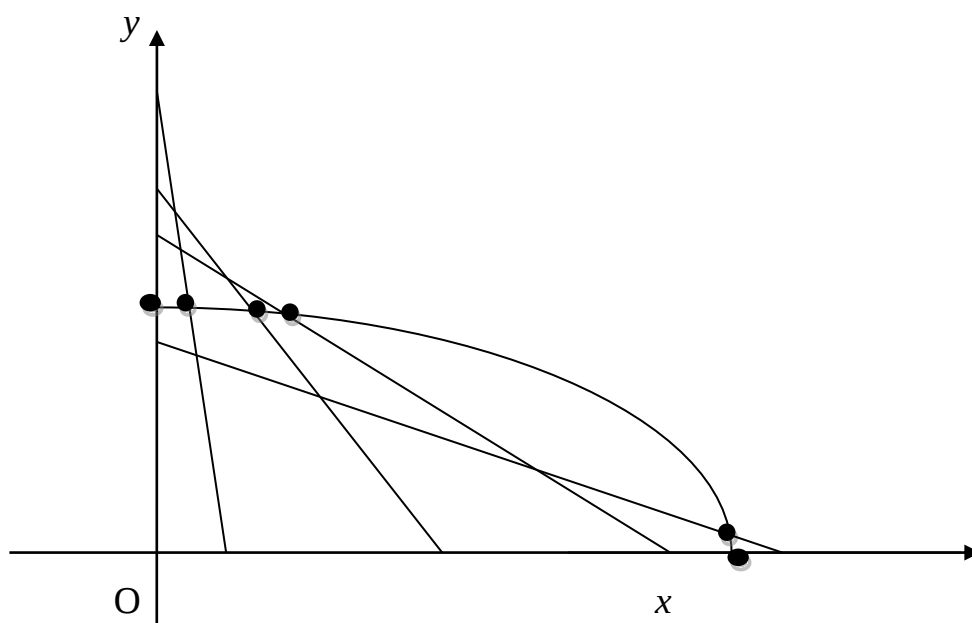
4-rasm

t ning har bir qiymati chegarasi M nuqtani aniqlangan holatiga javob beradi. M nuqtaning koordinatalarini aniqlaymiz.

$$\begin{cases} x = a \cdot \cos t, \\ y = b \cdot \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$

Biz chiziqlarning parametrik tenglamasini hosil qildik. Bu parametrik tenglama qanday chiziq tenglamasi ekanligini kompyuter dasturi orqali ko'rib olamiz. Biz parametrik tenglama yordamida AB kesmani $M(x;y)$ nuqtasi harakatini kesma Ox o'qi bo'ylab sirpanayotgan holatida ifodalovchi dastur tuzamiz. Bu dastur natijasi esa bizga chiziq haqidagi tasavvurlarimizni to'la shakllanishiga katta yordam beradi.

Yuqoridagi dasturda nuqtaning joylashish o'rnini o'zgartirish natijasida 5-rasmdagi chizma hosil bo'ladi. Natijada ellipsning qismiga o'xshash shakl hosil bo'ldi.



5-rasm

GIPOTEZA. Biz qidirayotgan chiziq ellipsning qismi deb faraz qilamiz. Eksperimentimiz bu farazimiz shakllanishida muhim rolni o'ynadi. Endi esa uni isbotlaymiz.

GIPOTEZANING ISBOTI. Hosil qilgan parametrik tenglamamizda shakl almashtirishlar olib boramiz. Tenglamalardan $\sin t$ va $\cos t$ larni topib olamiz va quyidagi tengliklarga ega bo'lamiz.

$$\begin{cases} \cos t = \frac{x}{a}, \\ \sin t = \frac{y}{b}. \end{cases}$$

Tenglamalarni kvadratga oshirib qo'shib yuboramiz. Natijada quyidagi tenglamalar hosil bo'ladi.

$$\begin{cases} \cos^2 t = \frac{x^2}{a^2} , \\ \sin^2 t = \frac{y^2}{b^2} , \end{cases}$$

$$\cos^2 t + \sin^2 t = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} .$$

Hosil bo'lgan tenglamaning chap qismi asosiy trigonometrik ayniyat ekanligi ayon va uning qiymati birga teng

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 .$$

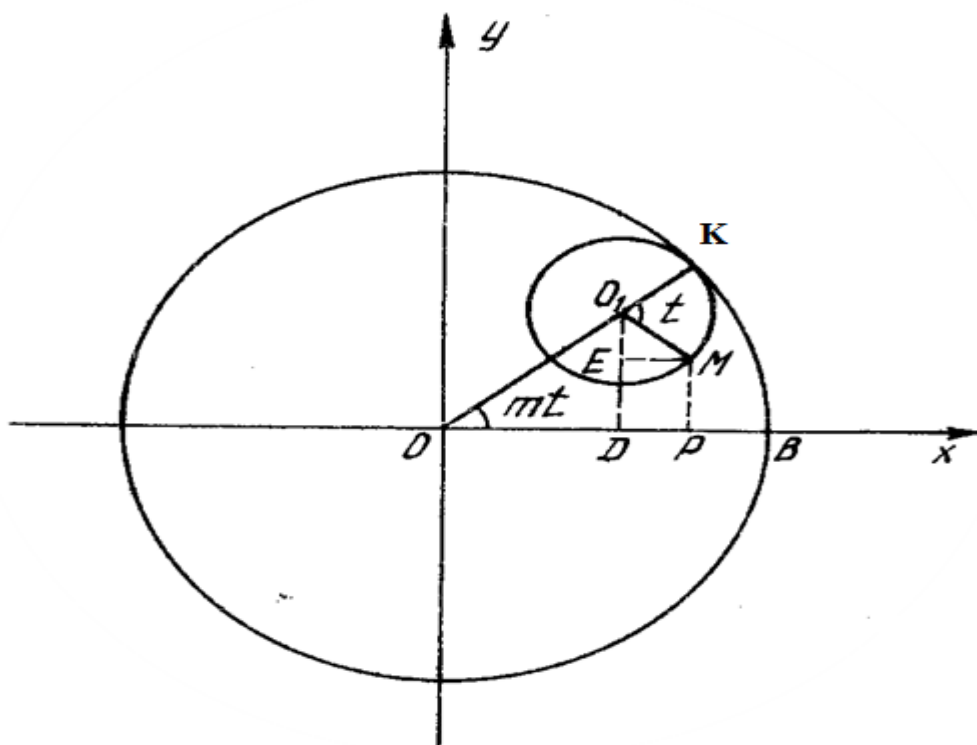
Biz ellips tenglamasini hosil qildik. Demak narvonnni ixtiyoriy nuqtasida o'tirgan mushukcha narvon sirpanayotgan holatda ellips chizar ekan. Gipoteza isbotlandi.

3.2 G'ildirakni aylanishi haqidagi masala

Masalaning qo'yilishi.

3-masala. Radiusi R ga teng bo'lgan aylana radiusi $2R$ ga teng bo'lgan qo'zg'almas aylananing ichki tomoni bo'ylab sirpanmasdan dumalamoqda. Dumalayotgan aylananing ixtiyoriy nuqtasi qanday chiziq chizadi?

Yechish. O'zgarmas R radiusli aylanaga ichki tomondan urinib, uning ichki tomonida sirpanmasdan g'ildiraydigan r radiusli aylananing ixtiyoriy M nuqtasi chizadigan chiziq tenglamasini hosil qilamiz. Buning uchun qo'zg'almas aylananing markazini koordinatalar boshida joylashgan deb olamiz. Bu holatda M nuqtaning chizgan chizig'i B nuqtadan boshlangan bo'lsin. MO_1K burchakni t deb va aylanalar radiuslari nisbatini $m = \frac{r}{R}$ bilan belgilaymiz. M nuqta chizgan egri chiziq uzunligi $\overline{KM} = \overline{BK}$, $\overline{KM} = t \cdot r$, $\overline{BK} = R \cdot \overline{KOB}$. Bundan $\overline{KOB} = \frac{r}{R} \cdot t = m \cdot t$ ga tengligi kelib chiqadi. M nuqtaning koordinatalari x va y bo'lsin. 5-chizmadan M nuqtaning koordinatalar sistemasidagi o'rnini aniqlaymiz.



6-rasm

$$x = OP = OD + DP ; y = PM = O_1D - O_1E;$$

$$OD = OO_1 \cos mt = (OK - O_1K) \cos mt = (R - r) \cos mt ;$$

$$DP = O_1M \cdot \sin \angle MO_1E = O_1M \cdot \sin(\pi - t - \angle OO_1D) = O_1M \cdot \sin\left(\pi - t - \left(\frac{\pi}{2} - mt\right)\right) = r \cdot \cos(t - mt);$$

$$O_1D = OO_1 \cdot \sin mt = (OK - O_1K) \cdot \sin mt = (R - r) \cdot \sin mt ;$$

$$O_1E = r \cdot \cos \angle MO_1E ; \sin \angle MO_1E = \cos(t - mt) \text{ bo'lgani uchun}$$

$$\cos \angle MO_1E = \sin(t - mt) ;$$

$$O_1E = r \cdot \cos \angle MO_1E = r \cdot \sin(t - mt) ;$$

$$x = OP = OD + DP = (R - r) \cos mt + r \cdot \cos(t - mt) ;$$

$$y = PM = O_1D - O_1E = (R - r) \cdot \sin mt - r \cdot \sin(t - mt) ;$$

Hosil qilingan tenglama M nuqta chizgan chiziqli parametrik tenglamasi hisoblanadi.

Bizning masalamizda qo'zg'almas aylana radiusi $2R$ ga g'ildirab boruvchi aylana radiusi esa R ga teng. Shuning uchun belgilashimizga ko'ra $m = \frac{r}{R} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ ga teng. m ning qiymatini hosil qilgan parametrik tenglamamizga olib kelib qo'ysak quyidagi tenglama kelib chiqadi.

$$x = (2R - R) \cos \frac{1}{2}t + R \cdot \cos \frac{t}{2},$$
$$y = (2R - R) \sin \frac{1}{2}t - R \cdot \sin \frac{1}{2}t.$$

Parametrik tenglama yordamida chiziqni tasvirini ifodalaydigan dastur tuzib olamiz.

DASTUR

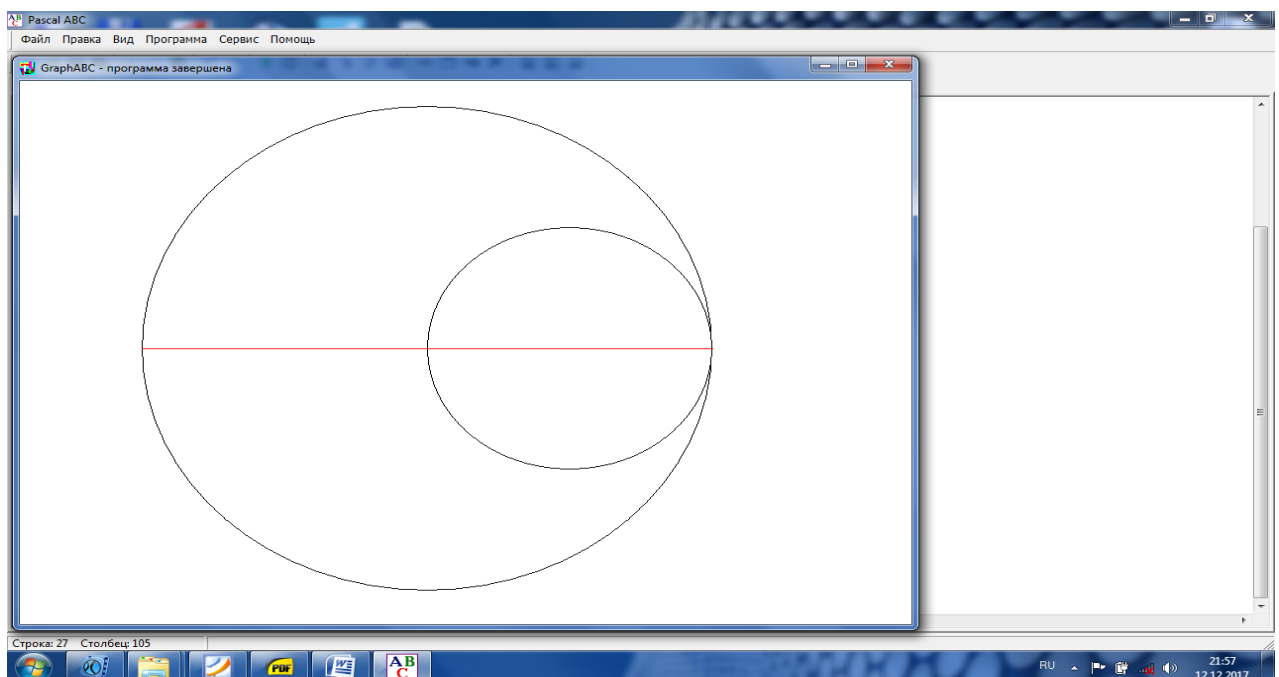
```
uses graphABC;  
type point=record  
x,y:integer  
end;  
var xc,yc,x,y,x1,y1,r,r1,n,i:integer;  
u:real;  
a:array[1..2500]of point;  
begin  
xc:=windowwidth div 1;  
yc:=windowheight div 1;  
r:=yc-30;  
r1:=r div 2;
```

```

u:=0;
i:=0;
while u<=4*pi do
begin
i:=i+1;
a[i].x:=xc+round(r/2*cos(u/2)+r/2*cos(u/2));
a[i].y:=yc-round(r/2*sin(u/2)-r/2*sin(u/2));
u:=u+0.01
end;
u:=0;
lockdrawing;
n:=0;
while u<=4*pi do
begin
clearwindow;
setpencolor(clBlack);
circle(xc,yc,r);
x:=xc+round((r-r1)*cos(u/2));
y:=yc-round((r-r1)*sin(u/2));
circle(x,y,r1);
n:=n+1;
line(a[n].x,a[n].y,x,y);
setpencolor(clRed);
moveto(a[1].x,a[1].y);
for i:=1 to n do lineto(a[i].x,a[i].y);
sleep(1);
u:=u+0.01;
redraw
end
end.

```

Dastur natijasi quyidagi 7-rasmda keltirilgan. Bu esa bizga masalani yechish jarayonini jadallashtiradi.



7-rasm

GIPOTEZA. Dastur natijasidan ko'rinadiki radiusi $2R$ ga teng qo'zg'almas aylana ichki tomoni bo'ylab sirpanmay g'ildirab boruvchi R radiusli aylananing ixtiyoriy nuqtasi qo'zg'almas aylana diametriga teng kesma chizadi.

GIPOTEZANING ISBOTI. Hosil qilingan parametrik tenglamamizda shakl almashtirishlar olib boramiz.

$$x = (2R - R)\cos\frac{1}{2}t + R \cdot \cos\frac{t}{2} = R\cos\frac{t}{2} + R\cos\frac{t}{2} = 2R\cos\frac{t}{2},$$
$$y = (2R - R)\sin\frac{1}{2}t - R \cdot \sin\frac{1}{2}t = R \cdot \sin\frac{1}{2}t - R \cdot \sin\frac{1}{2}t = 0.$$

Ikkinchi tenglamamizning qiymati 0 ga aylanib qoldi. Birinchi tenglamamiz esa yuqoridagi ko'rinish hosil qildi. $\cos\frac{t}{2}$ ning o'rniga esa parametrik tenglamani hosil qilish jarayonida ishlatilgan $OD = (R - r)\cos mt$ tenglikdan foydalanib keltirib chiqarilgan ifodani qo'yamiz.

$$\cos\frac{t}{2} = \frac{OD}{R}, \quad x = 2R \cdot \frac{OD}{R} = 2 \cdot OD.$$

Oxirgi hosil qilingan tenglama to'g'ri chiziq tenglamasi bo'lib hisoblanadi. Demak g'ildirab boruvchi aylananing ixtiyoriy nuqtasi qo'zg'almas aylana diametriga teng kesma chizadi. Gipoteza isbotlandi.

Keyingi masalamizda biz qo'zg'almas aylana radiusini $4R$ qilib o'zgartiramiz. Bu holda radiusi R ga teng bo'lgan qo'zg'almas aylana ichki tomoni bo'ylab sirpanmasdan g'ildirab boruvchi aylananing ixtiyoriy nuqtasi qanday chiziq chizar ekan?

4-masala. Radiusi R ga teng bo'lgan aylana radiusi $4R$ ga teng bo'lgan qo'zg'almas aylananing ichki tomoni bo'ylab sirpanmasdan dumalamoqda. Dumalayotgan aylananing ixtiyoriy nuqtasi qanday chiziq chizadi?

Yechish. Biz yuqoridagi 3-masalada qo'zg'almas aylana ichki tomoni bo'ylab sirpanmasdan dumalab boruvchi aylananing ixtiyoriy nuqtasi chizadigan chiziqni ifodalovchi parametrik tenglama hosil qilgan edik. Huddi o'sha parametrik tenglamadan foydalanib quyidagi tenglamani hosil qilamiz.

$$\begin{cases} x = \frac{3}{4}R \cdot \cos \frac{1}{4}t + \frac{1}{4}R \cdot \cos \frac{3}{4}t, \\ y = \frac{3}{4}R \cdot \sin \frac{1}{4}t - \frac{1}{4}R \cdot \sin \frac{3}{4}t. \end{cases}$$

Hosil qilingan parametrik tenglamadan uning qanday chiziq tenglamasi ekanligini aniqlab bo'lmaydi. Shuning uchun kompyuter yordamidan foydalanamiz. Parametrik tenglamadan shu chiziqni ifodalaydigan dastur hosil qilamiz.

DASTUR

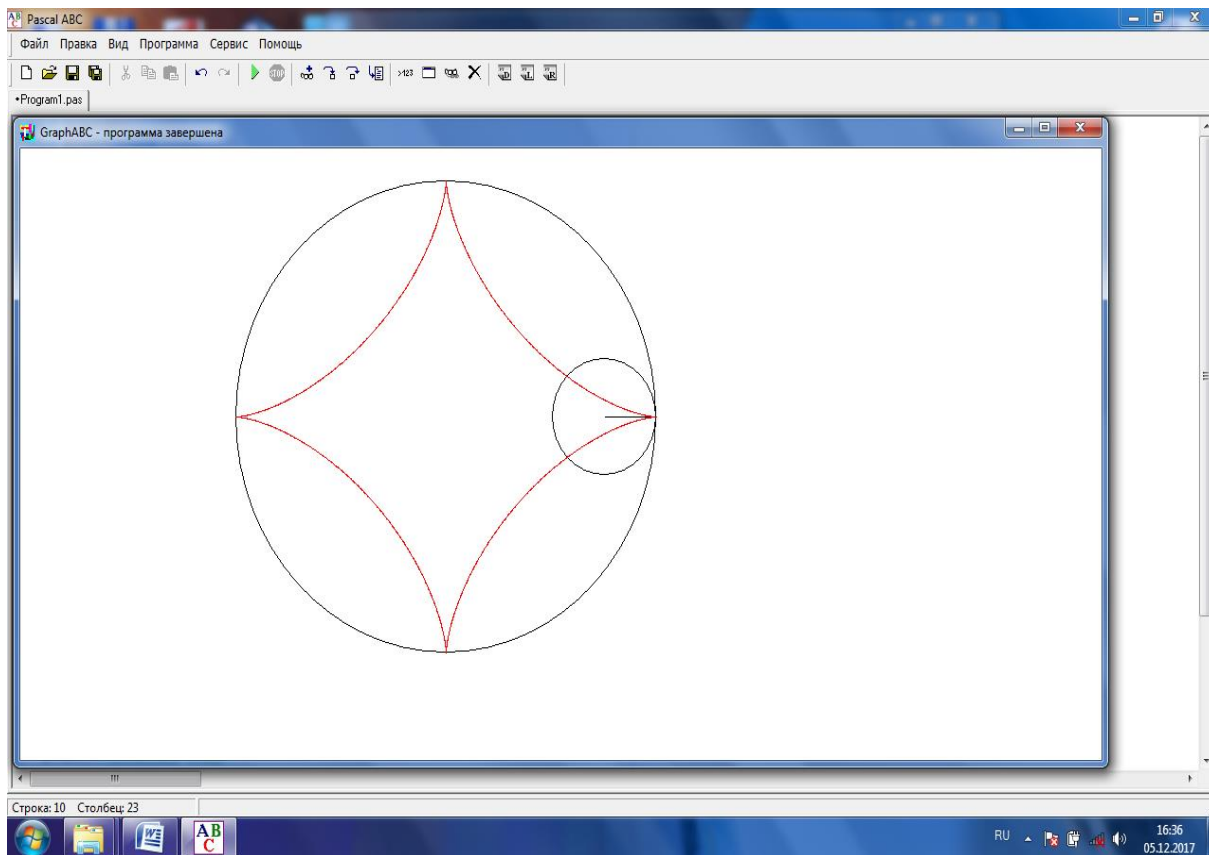
```
uses graphABC;
type point=record
x,y:integer
end;
var xc,yc,x,y,x1,y1,r,r1,n,i:integer;
u:real;
a:array[1..3000]of point;
begin
xc:=windowwidth div 2;
yc:=windowheight div 2;
r:=yc-30;
r1:=r div 4;
u:=0;
i:=0;
while u<=8*pi do
begin
i:=i+1;
a[i].x:=xc+round(3*r/4*cos(u/4)+r/4*cos(3*u/4));
a[i].y:=yc-round(3*r/4*sin(u/4)-r/4*sin(3*u/4));
u:=u+0.01
end;
u:=0;
lockdrawing;
n:=0;
while u<=8*pi do
begin
clearwindow;
setpencolor(clBlack);
circle(xc,yc,r);
x:=xc+round((r-r1)*cos(u/4));
y:=yc-round((r-r1)*sin(u/4));
circle(x,y,r1);
n:=n+1;
line(a[n].x,a[n].y,x,y);
setpencolor(clRed);
moveto(a[1].x,a[1].y);
for i:=1 to n do lineto(a[i].x,a[i].y);
sleep(1);
```

```

u:=u+0.01;
redraw
end
end.

```

Dasturni ifodalash natijasida 8-rasmdagi chizma hosil bo'ladi. Rasmdan ko'rinadiki qidirilayotgan chiziq astroidadir.



8-rasm

GIPOTEZA. Yuqoridagi dasturning natijasi biz qidirayotgan chiziq astroida ekanligini ko'rsatdi. Eksperiment masalani yechilishi uchun juda katta turtki berdi. Endi esa uni isbotlaymiz.

GIPOTEZANING ISBOTI. Parametrik tenglamamizda bir qancha trigonometrik shakl almashtirishlar olib boramiz.

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{1}{4}R \left(3\cos \frac{t}{4} + \cos \frac{3t}{4} \right) = \frac{1}{4}R \left(2\cos \frac{t}{4} + \cos \frac{t}{4} + \cos \frac{3t}{4} \right) = \frac{1}{4}R \left(2\cos \frac{t}{4} + \right. \\
 &\left. 2\cos \frac{\frac{3t}{4} + \frac{t}{4}}{2} \cdot \cos \frac{\frac{3t}{4} - \frac{t}{4}}{2} \right) = \frac{1}{4}R \left(2\cos \frac{t}{4} + 2\cos \frac{t}{2} \cdot \cos \frac{t}{4} \right) = \frac{1}{4}R \cdot 2\cos \frac{t}{4} \left(\cos \frac{t}{2} + \right.
 \end{aligned}$$

$$1) = \frac{1}{4}R \cdot 2\cos\frac{t}{4} \left(\cos^2\frac{t}{4} - \sin^2\frac{t}{4} + \sin^2\frac{t}{4} + \cos^2\frac{t}{4} \right) = \frac{1}{4}R \cdot 2\cos\frac{t}{4} \cdot 2\cos^2\frac{t}{4} = R\cos^3\frac{t}{4},$$

$$y = \frac{1}{4}R \left(3\sin\frac{t}{4} - \sin\frac{3t}{4} \right) = \frac{1}{4}R \left(\sin\frac{t}{4} - \sin\frac{3t}{4} + 2\sin\frac{t}{4} \right) = \frac{1}{4}R \left(2\sin\frac{t}{4} + 2\sin\frac{\frac{t}{4} - \frac{3t}{4}}{2} \cdot \cos\frac{\frac{t}{4} + \frac{3t}{4}}{2} \right) = \frac{1}{4}R \left(2\sin\frac{t}{4} - 2\sin\frac{t}{4} \cdot \cos\frac{t}{2} \right) = \frac{1}{4}R \cdot 2\sin\frac{t}{4} (1 - \cos\frac{t}{2}) = \frac{1}{4}R \cdot 2\sin\frac{t}{4} \left(\cos^2\frac{t}{4} + \sin^2\frac{t}{4} - \cos^2\frac{t}{4} + \sin^2\frac{t}{4} \right) = \frac{1}{4}R \cdot 2\sin\frac{t}{4} \cdot 2\sin^2\frac{t}{4} = R\sin^3\frac{t}{4};$$

$$\begin{cases} x = R\cos^3\frac{t}{4}, \\ y = R\sin^3\frac{t}{4}. \end{cases}$$

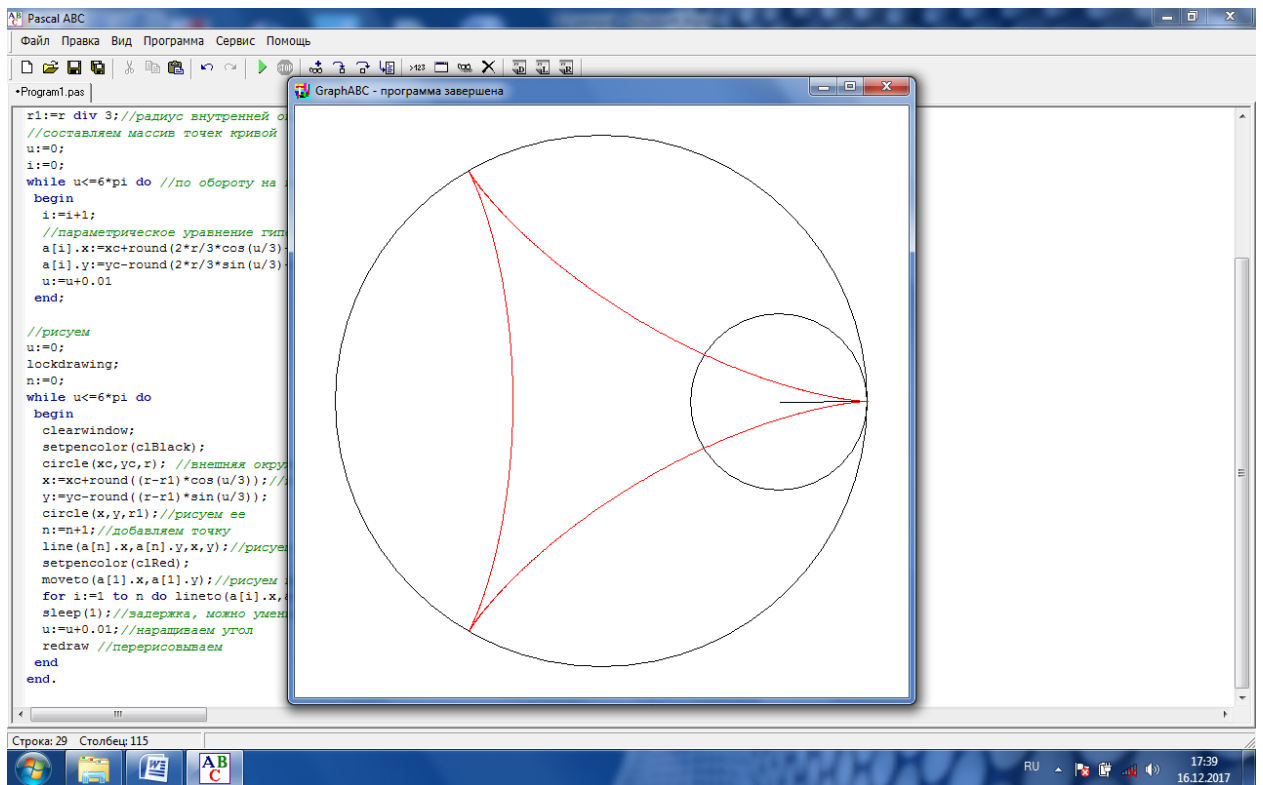
Natijada yuqoridagi ko'rinishda tenglamaga ega bo'lamiz. Bu giposikloida-astroidaning parametrik tenglamasidir. Tenglamalarni har ikkala tomonini $\frac{2}{3}$ chi darajaga oshirib qo'shib yuborsak giposikloidaning dekart koordinatalar sistemasidagi tenglamasi hosil bo'ladi

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = R^{\frac{2}{3}}$$

Gipoteza isbotlandi.

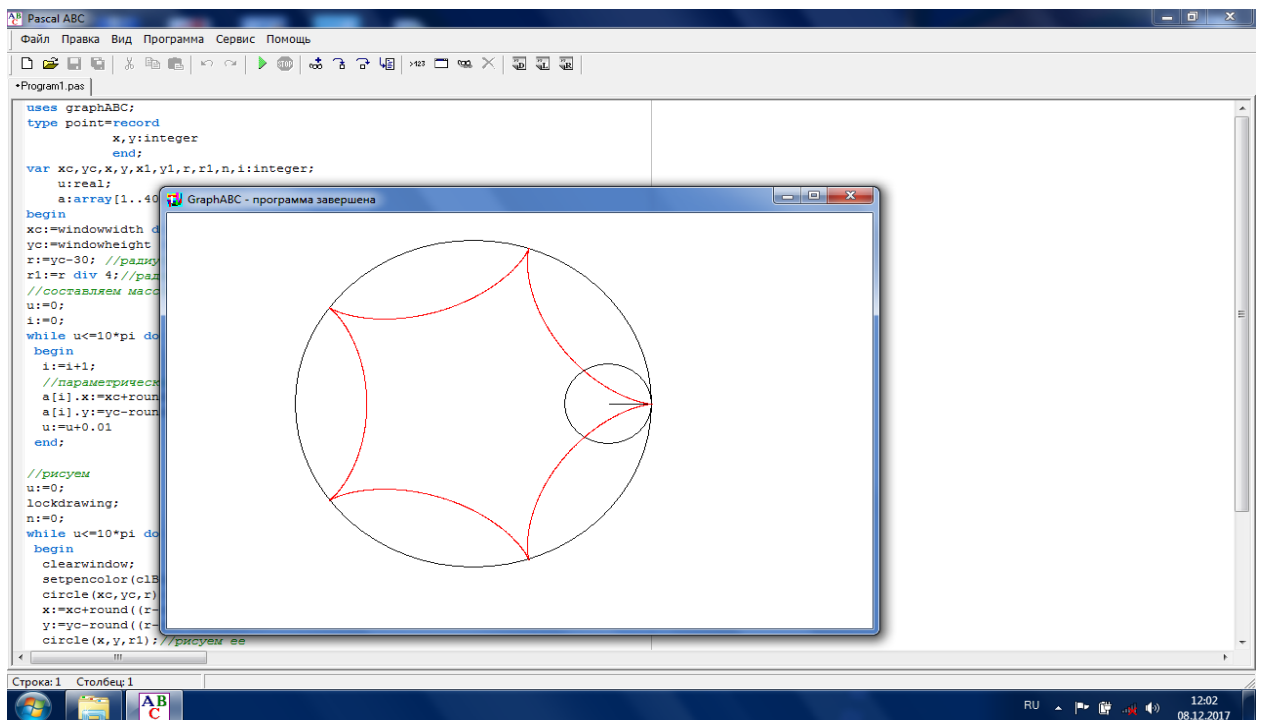
Biz yuqorida 3-masalani yechish jarayonida hosil qilgan parametrik tenglamamizga kiritgan belgilashimiz $m = \frac{r}{R}$ va berilgan aylanalar radiuslari kiritilsa qo'zg'almas aylana ichi bo'ylab sirpanmasdan g'ildirab boruvchi aylana ixtiyoriy nuqtasi chizgan chiziqlarni keltirilgan dastur orqali ko'rish mumkin.

1. Agar $m = \frac{1}{3}$ ya'ni radiuslar 3 marta farq qilsa harakatlanuvchi aylananing ixtiyoriy nuqtasi quyidagi chiziqni ifodalaydi.



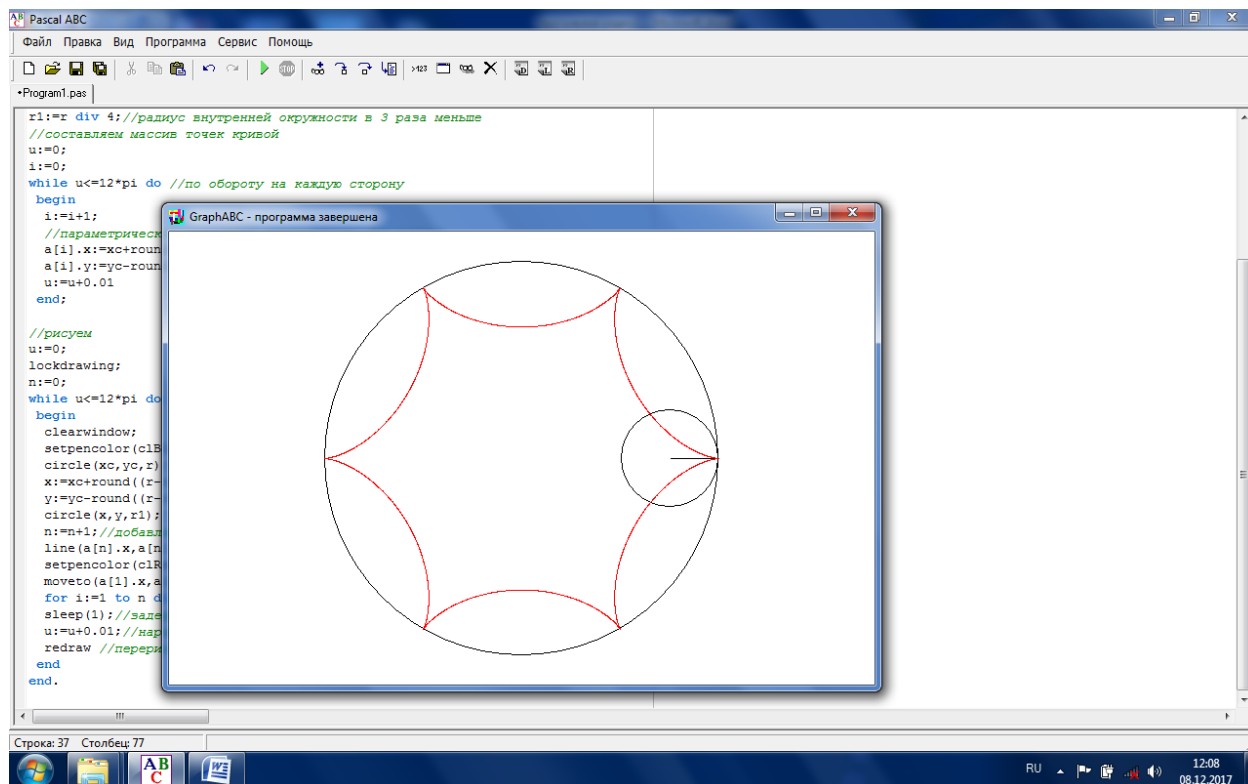
9-rasm

2. Agar $m = \frac{1}{5}$ ya'ni radiuslar 5 marta farq qilsa harakatlanuvchi aylananing ixtiyoriy nuqtasi quyidagi chiziqni ifodalaydi.



10-rasm

3. Agar $m = \frac{1}{6}$ ya'ni radiuslar 6 marta farq qilsa harakatlanuvchi aylananing ixtiyoriy nuqtasi quyidagi chiziqni ifodalaydi.



11-rasm

Kompyuter dasturidan foydalanish isbot qidirishimizda bizga yetarli darajada kuchli ishtiyoqiy impuls berdi. Eksperiment qo'yilgan masalani hal qilishda o'quvchiga hal qiluvchi taxminni ilgari surishda katta yordam beradi.

3.3 Uchburchak kesmalarining kesishish nuqtalari o'rnini topish haqidagi masala

Uchburchak kesmalarining kesmalarini kesishish nuqtalari o'rnini topishda matematik eksperimentlardan foydalanish turli teoremlarni isbotlashda kuchli ishonchni yuzaga keltiradi. Bunda matematik hissiy farazlarini ishonch bilan boyitadi. Bu ishonch esa teoremani isbotlashda juda katta yordam beradi.

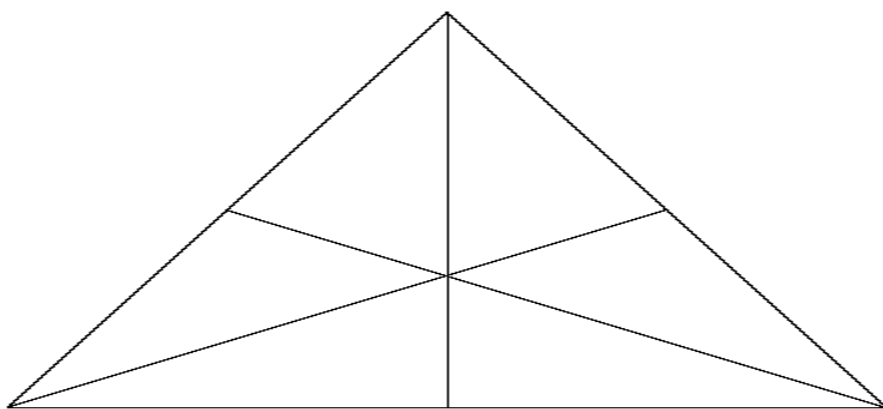
Teorema. Uchburchak medianalari bir nuqtada kesishadi va bu nuqtada medianalar uchburchak uchidan boshlab 2:1 nisbatda bo'linadi.

Bu teoremani isbotlash uchun avval kompyuter dasturidan foydalanamiz. Dastur natijasiga qarab biz uni matematik isbotlaymiz.

Dastur.

```
procedure TForm1.  
Button2 Click(Sender: TObject);  
var j,v:integer;  
a,i,k:real;  
begin  
with Form1.Canvas do  
begin  
v:=1;  
a:=0.01;  
k:=350;  
i:=80;  
while i<=300 do  
for j:=1 to v do  
begin  
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;  
k:=round(((i-80)/220)*(-330)+350);  
i:=i+a;  
end;  
i:=80;  
while i<=520 do  
begin  
for j:=1 to v do  
pixels[trunc(i),350]:=9;  
i:=i+a;  
end;  
k:=350;  
i:=520;  
while i>=300 do  
begin  
for j:=1 to v do  
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;  
k:=round(((i-520)/(220))*(330)+350);
```

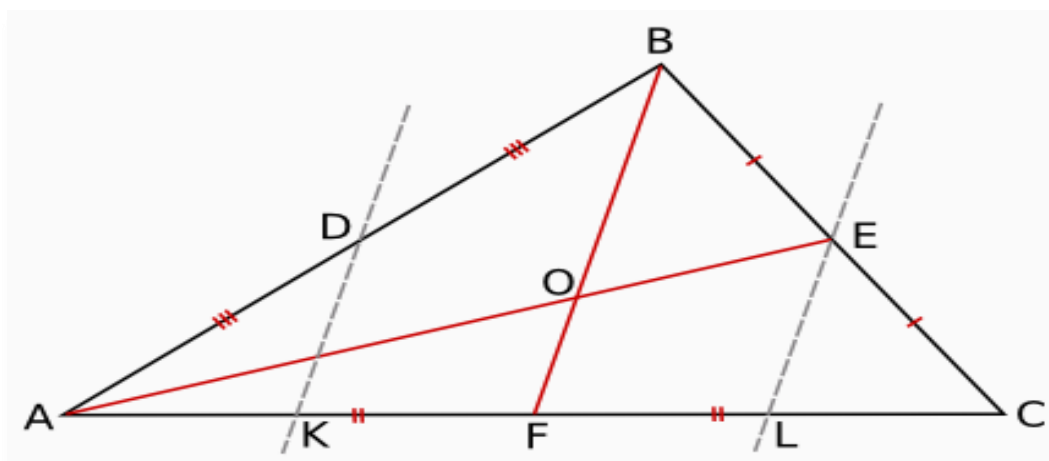
```
i:=i-a;  
end;  
k:=350;  
i:=520;  
while i>=190 do  
begin  
for j:=1 to v do  
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;  
k:=round(((i-520)/(330))*(165)+350);  
i:=i-a;  
end;  
k:=350;  
i:=410;  
while i>=80 do  
begin  
for j:=1 to v do  
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;  
k:=round(((i-80)/(-330))*(165)+350);  
i:=i-a;  
end;  
k:=350;  
i:=300;  
while k>=20 do  
begin  
for j:=1 to v do  
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;  
//k:=round(i+20);  
k:=k-1;  
end;  
end;  
end;
```



12-rasm

Dastur natijasida 12-rasmdagi chizma hosil bo'ladi. Demak uchburchak medianalari bir nuqtada kesishadi. Endi esa uni isbotlaymiz.

Isbot. Teoremani isbot qilish uchun ABC uchburchakni AE , BF , CD medianalarini qaraymiz. D , E , F nuqtalar AB , BC , CA tomonlarni teng ikkiga bo'luvchi nuqtalar. Uchburchakning ixtiyoriy ikki medianasi bir nuqtada kesishadi chunki ular parallel emas. Berilgan AE va BF medianalar O nuqtada kesishadi. BF mediana AE medianani AO va EO kesmalarga ajratadi. E nuqtadan BF ga parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq AC tomonni noma'lum L nuqtada kesib o'tadi. AB kesma o'rtasi D nuqtadan BF to'g'ri chiziqqa parallel yana bir to'g'ri chiziq o'tkazamiz. To'g'ri chiziq AC ni K nuqtada kesib o'tadi.

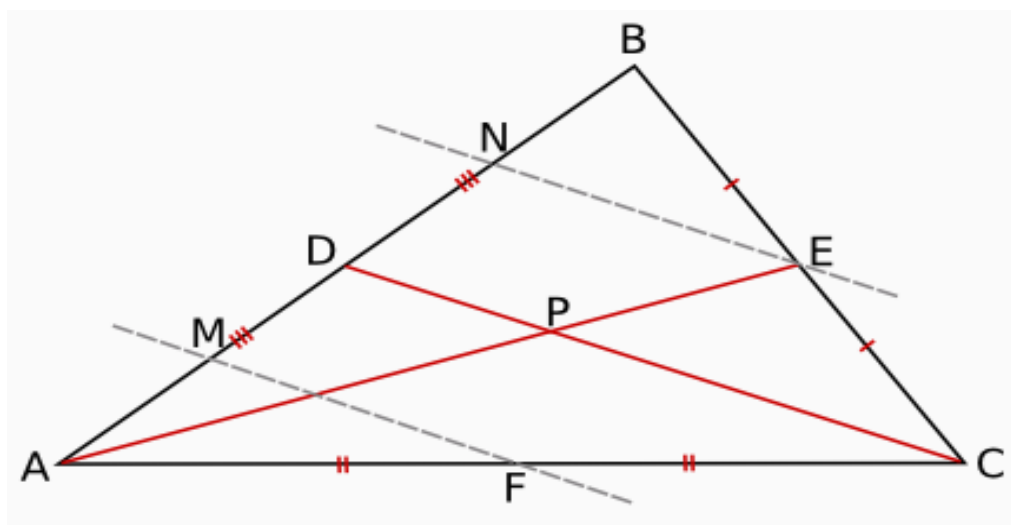


13-rasm

ABC uchburchakni $\angle BCA$ burchagini qaraymiz. BE va EC kesmalar o'zaro teng. BF va EL kesmalar o'zaro parallel. Fales teoremasiga ko'ra $CL=LF$. $\angle BAC$ dan $AD=BD$ va $DK \parallel BF$ Fales teoremasidan $AK=KF$ ga teng. K va L nuqtalar AF va CF teng kesmalarni teng ikkiga bo'lar ekan. Bundan kelib chiqadiki hosil bo'lgan kesmalar o'zaro teng ekan $AK=KF=FL=LC$.

BC va AC tomonlar o'rtasi hisoblangan F va E nuqtalardan DC ga parallel AB tomonni mos ravishda M va N nuqtalarda kesib o'tuvchi to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. AC tomon uchta teng kesmalari uchta teng kesmalari oxiridan parallel kesmalar o'tkazamiz. Parallel kesmalar AE ni teng kesmalarga ajratadi. Fales teoremasidan AO kesmaning uzunligi 2 ta OE kesmaning uzunligiga teng. Biz 2 mediana kesishish nuqtasida 2:1 nisbatda bo'linishini isbotladik.

Endi esa AE va CD medianalarni kesishishini ko'rib chiqamiz. Yuqorida ko'rib chiqqanimizday DC medianaga parallel FM , EN to'g'ri chiziqlar AB tomonni teng kesmalarga ajratadi. O'z navbatida parallel kesmalar AE ni ham 3 ta teng kesmalarga ajratadi.



14-rasm

A uchidan medianalar kesishish nuqtasigacha bunday kesmalardan 2 ta mavjud keyin esa 1 ta.

Biz ko'rib chiqqan 2 ta holda medianalarni hosil bo'lgan kesma uzunliklari bir xil. Bundan O va P nuqtalar ustma-ust tushadi. Bundan uchburchakni uchchala medianasi ham bir nuqtada kesishishi kelib chiqadi. Isbot tugadi.

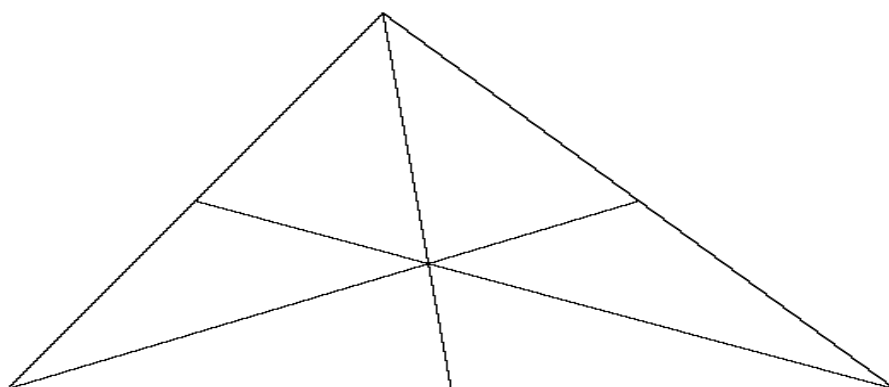
Teorema. Uchburchak bissektrisalari bir nuqtada kesishadi.

DASTUR

```

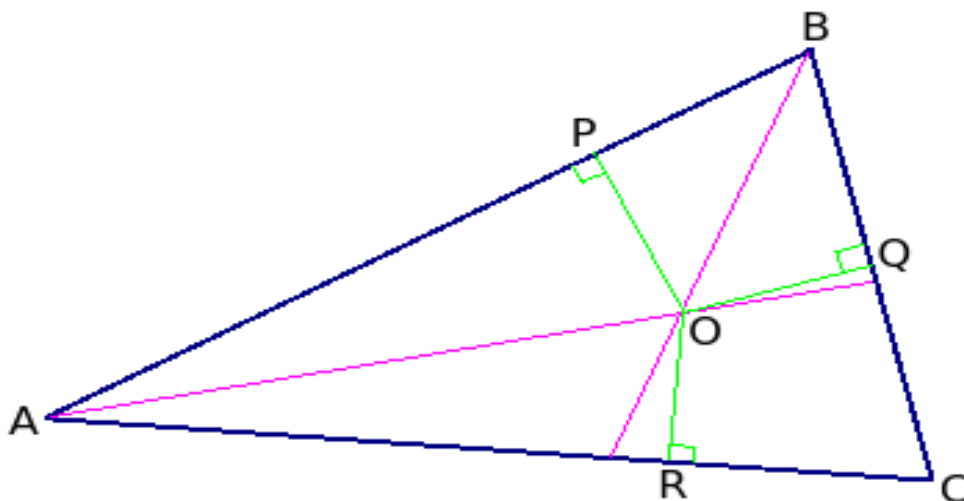
procedure
TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
var j,v:integer;
a,i,k:real;
begin
with Form1.Canvas do
begin
v:=1;
a:=0.01;
k:=350;
i:=80;
while i<=300 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-80)/220)*(-330)+350);
i:=i+a;
end;
i:=80;
while i<=600 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),350]:=9;
i:=i+a;
end;
k:=350;
i:=600;
while i>=300 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-600)/(300))*(330)+350);
i:=i-a;
end;
k:=350;
i:=600;
while i>=190 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-600)/(410))*(165)+350);
i:=i-a;
end;
k:=185;
i:=450;
while i>=80 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-80)/(370))*(-165)+350);
i:=i-a;
end;
k:=350;
i:=340;
while i>=300 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-340)/(40))*(330)+350);
i:=i-a;
end;
end;
end;
end;
end;

```



15-rasm

Isbot. Teoremani isbotlash uchun uchburchakning 2 ta bissektisasini chizib olamiz. Tushunarliki ular bir nuqtada kesishadi va boshqa kesishish nuqtasiga ega emas. Quyidagi rasmda A va B burchaklarning bissektisalari O nuqtada kesishishi tasvirlangan. O nuqtadan uchburchak tomonlariga perpendikulyarlar o'tkazamiz: $OP \perp AB$, $OQ \perp BC$, $OR \perp CA$.



16-rasm

Ma'lumki, perpendikulyar kesmalar- burchak bissektisasining ixtiyoriy nuqtasidan shu burchak tomonlariga o'tkazilgan perpendikulyarlar va ular o'zaro teng. Bu to'g'ri burchakli uchburchaklar tengligidan kelib chiqadi. Masalan: 16-rasmdagi $\angle AOP = \angle AOR$ uchburchaklar teng, ular umumiy gipotenuzaga va A uchidagi teng burchakka ega.

Demak $OP=OR$ chunki ular A uchidan chiqqan bissektisaning ixtiyoriy nuqtasidan tomonlarga tushirilgan perpendikulyarlar. Shuningdek $OP=OQ$ chunki ular B uchidan chiqarilgan bissektisaning ixtiyoriy nuqtasidan tomonlarga tushirilgan perpendikulyarlar. $OP=OR$ va $OP=OQ$ ligidan $OR=OQ$ ligi kelib chiqadi. Demak O nuqta uchburchakning BC va CA tomonlaridan bir xil masofada joylashgan. Bu tomonlar C burchakni tashkil qiluvchilaridir. Ma'lumki, burchak ichidagi nuqta tomonlardan bir xil masofalarda yotsa u burchak bissektisasida yotadi. Bundan O nuqta C burchak bissektisasida yotadi. Huddi shunday usulda C

burchak bissektrisasi boshqa 2 ta burchak bissektrisalari kesishgan nuqtadan o'tadi.
Demak uchburchak bissektrisalari bir nuqtada kesishadi. Isbot tugadi.

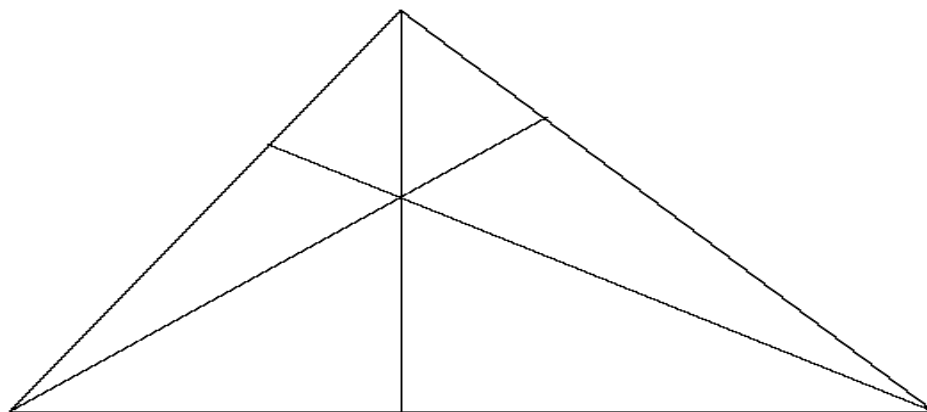
Teorema. Uchburchak balandliklari yoki ularning davomlari bir nuqtada kesishadi.

DASTUR

```
procedure TForm1.Button6Click
(Sender: TObject);
var j,v:integer;
a,i,k:real;
begin
with Form1.Canvas do
begin
v:=1;
a:=0.01;
k:=350;
i:=80;
while i<=300 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-80)/220)*(-330)+350);
i:=i+a;
end;
i:=80;
while i<=600 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),350]:=9;
i:=i+a;
end;
k:=350;
i:=600;
while i>=300 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-600)/(300))*(330)+350);
i:=i-a;
```

```
end;
k:=350;
i:=300;
while k>=20 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
//k:=round(i+20);
k:=k-1;
end;
k:=350;
i:=600;
while i>=225 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-600)/(375))*(220)+350);
i:=i-a;
end;
k:=108;
i:=382;
while i>=80 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-382)/(-302))*(242)+108);
i:=i-a;
end;
end;
end;
end.
```

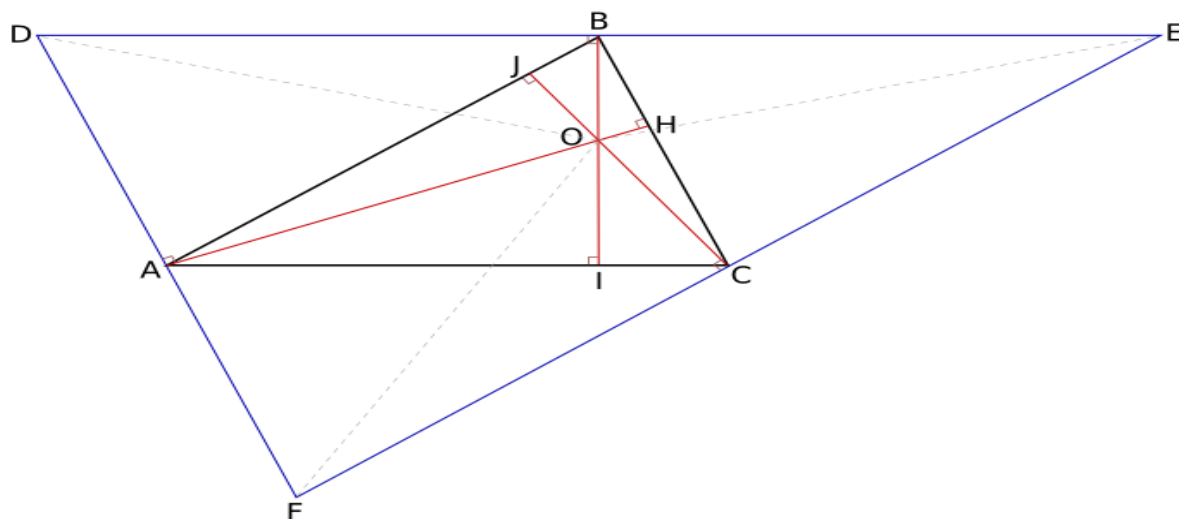
d



17-rasm

Isbot. ABC uchburchak berilgan. AH, BI, CJ balandliklar o'tkazamiz. Biz ularning bir nuqtada kesishishini isbot qilishimiz zarur.

ABC uchburchak uchlaridan uning tomonlariga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtalari boshqa bir uchburchakni hosil qiladi. Bu uchburchak uchlarini DEF bilan belgilaymiz. Bundan ko'rinadiki $AB \parallel FE$, $BC \parallel DF$, $AC \parallel DE$.



18-rasm

ABC uchburchak balandliklari AH, BI, CJ tomonlarga parallel o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarga ham perpendikulyardir. Bundan $AH \perp DF$, $BI \perp DE$, $CJ \perp FE$.

ABEC to'rtburchakni qaraymiz. Unda $AB \parallel EC$. EC FE to'g'ri chiziqda yotuvchi kesma, FE AB ga parallel o'tkazilgan to'g'ri chiziq. Olgan shartimizga ko'ra AC BE ga parallel bo'ladi. BE DE to'g'ri chiziqda yotuvchi kesma. Ko'rinadiki

qaralayotgan ABEC to'rtburchakning qarama-qarshi tomonlari bir biriga parallel. Demak qaralayotgan to'rtburchak parallelogram chunki uning qarama-qarshi tomonlari o'zaro parallel.

Endi esa ADBC to'rtburchakni qaraymiz. Uning tomonlari uchun quyidagi munosabatlar o'rinli. $AD \parallel BC$ va $AC \parallel DB$. Demak u ham parallelogram.

Parallelogram xossasiga ko'ra uning qarama-qarshi tomonlari bir biriga teng. Demak ABEC parallelogramdan AC va BE larning bir biriga tengligi kelib chiqadi. ADBC parallelogramda AC va DB tomonlar bir biriga teng. $AC=BE=DB$ bundan $BE=DB$. Bulardan BE to'g'ri chiziq DE tomonni 2 ta teng kesmaga ajratadi, BI to'g'ri chiziq DE tomonga tomonga perpendikulyar va uni teng 2 ta kesmaga bo'ladi. BI DE ga o'rta perpendikulyar ekan.

AH DF ni, CJ FE ni o'rta perpendikulyari ekanligi huddi shu usulda isbot qilinadi. Ma'lumki uchburchak o'rta perpendikulyarlari bir nuqtada kesishadi. Uchburchak DEF ni o'rta perpendikulyarlari AH , BI , CJ . Shu bilan bir qatorda AH , BI , CJ ABC uchburchakning balandliklari. Demak uchburchak balandliklari bir nuqtada kesishadi.

Teorema (Morley). Ixtiyoriy uchburchakning qo'shni trisektrisalari (burchakni teng uchga bo'luvchi nurlar) kesishish nuqtalari muntazam uchburchakning uchlari bo'ladi. Bu teoremani isbot qilishdan oldin doimgiday kompyuter dasturiga murojaat qilamiz.

DASTUR

```
procedure TForm1.Button1Click
(Sender: TObject);
var j,v:integer;
a,i,k:real;
begin
with Form1.Canvas do
begin
v:=1;
a:=0.01;
k:=350;
i:=80;
while i<=300 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
```

```
k:=round((i-80)/220*(-330)+350);
i:=i+a;
end;
i:=80;
while i<=520 do
begin
for j:=1 to v do
pixels[trunc(i),350]:=9;
i:=i+a;
end;
k:=350;
i:=520;
while i>=300 do
begin
for j:=1 to v do
```

```

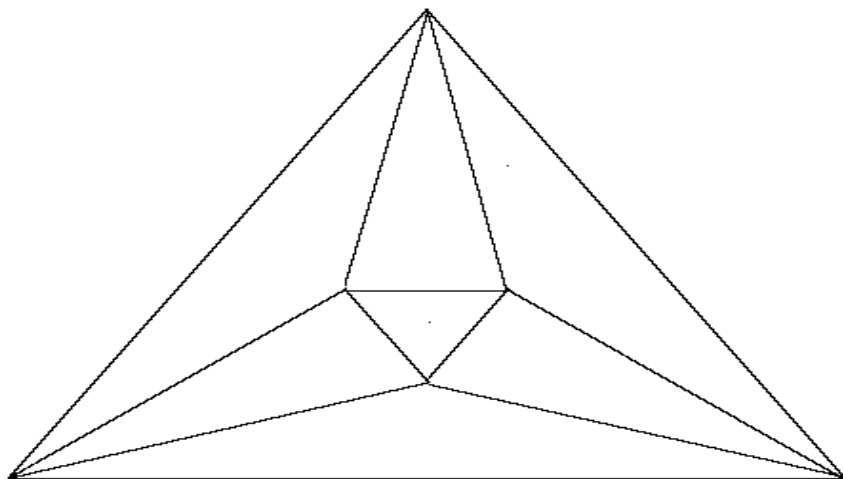
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-520)/(220))*(330)+350);
i:=i-a;
end;
k:=350;
i:=80;
while i<=258 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-80)/293)*(-220)+350);
i:=i+a;
end;
k:=350;
i:=80;
while i<=302 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-80)/366)*(-112)+350);
i:=i+a;
end;
k:=130;
i:=342;
while i<=520 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-227)/293)*221+130);
i:=i+a;
end;
k:=240;
i:=301;
while i<=520 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-154)/366)*109+240);
i:=i+a;
end;
k:=350;
i:=257;
while i<=300 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-226)/70)*(-308)+350);
i:=i+a;
end;
k:=20;
i:=300;
while i<342 do

```

```

for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-300)/72)*(340)+20);
i:=i+a;
end;
k:=219;
i:=258;
while i<=344 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=trunc(((i-258)/86)*(-1)+219);
i:=i+a;
end;
k:=217;
i:=257;
while i<=300 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-257)/44)*(65)+217);
i:=i+a;
end;
k:=281;
i:=300;
while i<=343 do
for j:=1 to v do
begin
pixels[trunc(i),trunc(k)]:=9;
k:=round(((i-300)/43)*(-65)+281);
i:=i+a;
end;
end;
end;
end;

```



19-rasm

Dastur natijasida yuqoridagi 19-rasm hosil bo'ldi endi esa uni isbotlaymiz.

Isbot. Hosil bo'lgan uchburchak teng tomonli ya'ni muntazam bo'lishini isbotlashimiz zarur.

Berilgan $A_2B_2C_2$ uchburchak burchaklarining kattaliklarini 3α , 3β va 3γ deb belgilaymiz. Demak, $\alpha + \beta + \gamma = 60^\circ$.

$A_2B_2C_2$, $A_2B_1C_2$ va $A_2B_2C_1$ uchburchaklarga sinuslar teoremasini qo'llaymiz:

$$\frac{A_2C_2}{A_2B_2} = \frac{\sin 3\beta}{\sin 3\gamma}, \quad \frac{A_2C_2}{A_2B_1} = \frac{\sin(180^\circ - \alpha - \gamma)}{\sin \gamma} = \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin \gamma} = \frac{\sin(60^\circ - \beta)}{\sin \gamma},$$

$$\frac{A_2B_2}{A_2C_1} = \frac{\sin(180^\circ - \alpha - \beta)}{\sin \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = \frac{\sin(60^\circ - \gamma)}{\sin \beta}.$$

Bu yerda ikki martadan keltirish formulasi va yuqoridagi tenglikdan foydalanildi. Endi birinchi tenglikni hadma-had ikkinchi tenglikka bo'lamiz va uchinchi tenglikka ko'paytiramiz. Bunda chap tomonda A_2B_2 va A_2C_2 qisqarib ketadi:

$$\frac{A_2C_2}{A_2B_2} : \frac{A_2C_2}{A_2B_1} \cdot \frac{A_2B_2}{A_2C_1} = \frac{\sin 3\beta}{\sin 3\gamma} : \frac{\sin(60^\circ - \beta)}{\sin \gamma} \cdot \frac{\sin(60^\circ - \gamma)}{\sin \beta},$$

$$\frac{A_2C_2}{A_2B_2} \cdot \frac{A_2B_1}{A_2C_2} \cdot \frac{A_2B_2}{A_2C_1} = \frac{\sin 3\beta}{\sin 3\gamma} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin(60^\circ - \beta)} \cdot \frac{\sin(60^\circ - \gamma)}{\sin \beta},$$

$$\frac{A_2B_1}{A_2C_1} = \frac{\sin 3\beta \sin \gamma \sin(60^\circ - \gamma)}{\sin 3\gamma \sin \beta \sin(60^\circ - \beta)}$$

$\sin 3x = 4 \sin x \sin(60^\circ - x) \sin(60^\circ + x)$ trigonometrik formulani oxirgi tenglikdagi $\sin 3\beta$ va $\sin 3\gamma$ larga qo'llaymiz.

$$\frac{A_2 B_1}{A_2 C_1} = \frac{4 \sin \beta \sin(60^\circ - \beta) \sin(60^\circ + \beta) \sin \gamma \sin(60^\circ - \gamma)}{4 \sin \gamma \sin(60^\circ - \gamma) \sin(60^\circ + \gamma) \sin \beta \sin(60^\circ - \beta)},$$

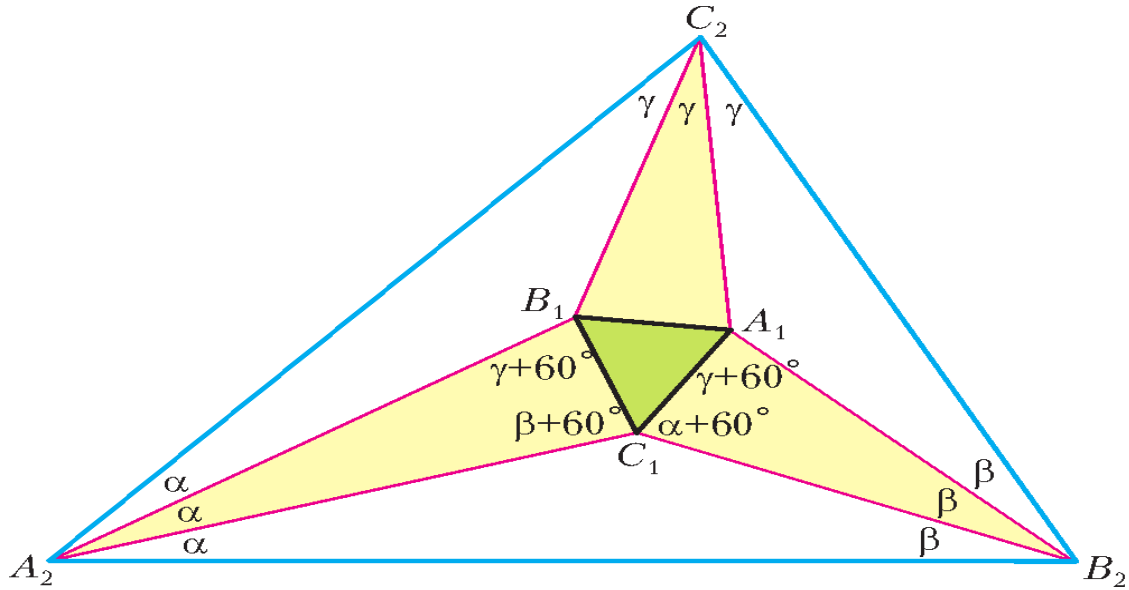
$$\frac{A_2 B_1}{A_2 C_1} = \frac{\sin(60^\circ + \beta)}{\sin(60^\circ + \gamma)}.$$

Natijada proporsiya hosil bo'ladi.

Huddi shuningdek $A_2 B_2 C_2$, $A_1 B_2 C_2$, $A_2 B_2 C_1$ va $A_2 B_2 C_2$, $A_1 B_2 C_2$, $A_2 B_1 C_2$ uchburchaklarga sinuslar teoremasini qo'llasak so'ng yuqoridagi ketma ketlikda shakl almashtirishlar olib borsak quyidagi nisbatlarga ega bo'lamiz.

$$\frac{A_1 B_2}{B_2 C_1} = \frac{\sin(60^\circ + \alpha)}{\sin(60^\circ + \gamma)}, \quad \frac{A_1 C_2}{B_1 C_2} = \frac{\sin(60^\circ + \alpha)}{\sin(60^\circ + \beta)}.$$

Bulardan $\angle A_2 B_1 C_1 = 60^\circ + \gamma$, $\angle A_2 C_1 B_1 = 60^\circ + \beta$, $\angle A_1 C_1 B_2 = 60^\circ + \alpha$, $\angle B_2 A_1 C_1 = 60^\circ + \gamma$, $\angle A_1 B_1 C_2 = 60^\circ + \alpha$, $\angle B_1 A_1 C_2 = 60^\circ + \beta$ ekanligini bilib olishimiz mumkin.



20-rasm

Bu ma'lumotlardan $A_1 B_1 C_1$ uchburchakning burchaklarini hisoblash mumkin. Tegishli hisoblashlarni olib boramiz:

$$\begin{aligned} \angle A_1 B_1 C_1 &= 360^\circ - (60^\circ + \alpha) - (60^\circ + \gamma) - (180^\circ - \alpha - \gamma) = 360^\circ - 60^\circ - \\ &\alpha - 60^\circ - \gamma - 180^\circ + \alpha + \gamma = 60^\circ; \end{aligned}$$

$$\angle A_1 C_1 B_1 = 360^\circ - (60^\circ + \alpha) - (60^\circ + \beta) - (180^\circ - \alpha - \beta) = 360^\circ - 60^\circ - \alpha - 60^\circ - \beta - 180^\circ + \alpha + \beta = 60^\circ;$$

$\angle A_1 B_1 C_1 + \angle A_1 C_1 B_1 + \angle A_1 C_2 B_1 = 180^\circ$ ga tengligidan $\angle A_1 C_2 B_1$ ning 60° ekanligi kelib chiqadi.

Demak hosil bo'lgan uchburchak muntazam uchburchak ekan. Isbot tugadi.

XULOSA

Juda ko'p matematik natijalar mualliflar tomonidan kutilmagan holda isbot yordamida aniqlangan. Misol tariqasida Kantor tomonidan R va R^2 to'plamlar teng quvvatliligini ixtiro qilinishini keltirish kifoya. Teoremani isbotini qidirish jarayonida mazmun va to'liqlik yakunga qadar noma'lum bo'lib qolsa, teorema va isbot birgalikda beriladigan odatiy o'qitish sxemasida yaxshi emas. Teorema to'g'riligiga to'la ishonish mumkin bo'lgandagina uni isbotlashga o'tish maqsadga muvofiq bo'ladi.

Isbotni o'quvchilarga o'rgatishda intuitsiya va mantiqning o'zaro uyg'unligini ta'minlay olish asosiy vazifa hisoblanadi. O'quvchi-talaba intuitsiya yoki mantiqning roli ortiqroq bo'lgan isbotni o'rganishda qiyinchiliklarga duch keladi. Mantiq salmog'i ortib ketgan murakkab isbotlash jarayonini o'quvchi-talaba tushunishi qiyinlashib ketadi va shu sababdan isbotni quruq yodlab olishi yoki umuman isbotni o'rganmasligi ham mumkin. Intuitsiya roli ko'proq isbot hosil qilish jarayonida esa o'quvchi-talaba natijaning to'g'riligiga shubxa, gumonlardan halos bo'la olmaslik, qonuniyatlarning yetarli emasligi, ichki sezgi-hissiyotlarga to'liq ishonmaslik kabi muammolarga duch keladi. Demak o'qituvchining asosiy roli intuitsiya va mantiqning uyg'unligini ta'minlay olishdadir. Tadqiqodchi muammoning ong ostida analiz qilinib natija haqidagi tasavvurlarning shakllanishini to'g'ri his qila olishi va yo'naltira olishi uni muvaffaqiyatlarga yetaklaydi. Isbotlash jarayonida mantiqning salmog'ini orttirish uchun kompyuter eksperimentlaridan foydalanish juda yaxshi natija beradi. Kompyuter texnologiyalari rivojlanib borishi bilan teoremlar isbotini hosil qilish, masalalarni yechishda eksperimentlar yordamida natijani ko'ra olish va tahlil qilish mumkin bo'ldi. Bu esa qo'yilayotgan masalaning aniq yechimini yanada yaxshiroq tasavvur qilishda katta o'rin tutadi. Biror qonuniyat qo'yilib uni yechimi haqida so'z borar ekan unga mos keladigan dastur tuzish, bu dasturni tuzishda esa uning algoritmini ya'ni amallar ketma-ketligini to'g'ri tuza olish masalani asl mohiyatini ochib berishda muhim rolni egallaydi. Matematikada shunday ilmiy tajribalar

paydo bo'ldiki natijada ko'p teoremlar kompyuter tajribalari yordamida mantiqan to'liq isbotlanmoqda.

Eksperimental matematika termini uzoq tarixga ega bo'lmasa ham matematikada eksperiment-tajribadan keng foydalanilgan. U paytlarda kompyuter imkoniyatlaridan emas hisoblashlar, tasdiqlarni tekshirish uchun turli xil tajribalardan foydalanilgan. Kompyuter texnologiyalarining ravnaq topishi natijasida bu tajribalar o'rnini kompyuter eksperimentlari egallab bormoqda. Ularning asosiy afzalliklari shundan iboratki minglab amallarni juda qisqa vaqtda hisoblay olishi, funksiyalar grafiklarini hosil qilishi va bir qator qulayliklarni keltirib o'tish lozim.

Dissertatsiyada ana shunday kompyuter eksperimentlaridan amaliy tarzda foydalanilgan. Bu esa natija hosil qilishda, isbotlash jarayonida muhim bosqich bo'lib hisoblanadi.

Matematika fanini o'qitishda kompyuter eksperimentlarining keng qo'llanilishi o'quvchi-talabalarning predmetni o'zlashtirishini yangi darajaga olib chiqadi. Isbotni tushuntirishda eksperimentlarni qo'llash o'quvchi-talabalarda isbotni shunchaki yodlash bilan cheklanmasdan teoremaning asl mohiyatini anglab yetishida juda katta yordam beradi. Shu yerda xitoy xalq maqolini keltirib o'tish o'rinlidir. "Men eshitaman va esdan chiqaraman, men ko'raman va eslab qolaman, men bajaraman va tushunaman".

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR.

1. Falsafa asoslari. (Tuzuvchi va mas'ul muharrir: Q. Nazarov)-Toshkent., «O'zbekiston» nashriyot-matbaa ijodiy uyi, 2005.
2. Falsafa. Darslik: (M.A.Ahmedova, V.S.Xan, D.A.Alimova va boshqalar.)-Toshkent.:O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti, 2006.
3. Mantiq. (M.Hayrullayev, M.Xaqberdiyev)-Toshkent, O'qituvchi nashriyoti, 1993.
4. Mantiq. (M.Sharipov, D. Fayzixo'jayeva)-Toshkent, G'afur G'ulom nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi, 2004.
5. Есть идея! (Мартин Гарднер-перевод с английского Ю.Данилова)-Москва издательство «Мир», 1982.
6. Логика математического мышления (О.Теребилов)-Ленинград издательство Ленинградского университета ,1987.
7. Математическое мышление (Герман Вейль-перевод с английского и немецкого Ю.Данилова)-Москва «Наука» главная редакция физико-математической литературы, 1989.
8. Васильев Н. Б, Гутенмахер В. Л. Прямые и кривые М.: МЦНМО, 2006.
9. Латипов.Х, Тожиев.Ш, Рустамов.Р. Аналитик геометрия ва чизиқли алгебра-Тошкент, «Ўзбекистон» нашриёти,1995
10. Коксетер. Г.С.М, Грейтцер.С.П. Новые встречи с геометрией.-М.:Наука, 1978.
11. Пуанкаре.А. О науке – М.: Физматлит,1983.
12. Тоноян.Г, Яглом.И. Теорема Морлея-«Квант» , № 8, 1978.
13. Скопец.З.А . Геометрические миниатюры-М.:Просвещение,1990.
14. Громаковская.Л.А. Экспериментальная математика как одно из средств развития потребности в логическом доказательстве, Труды ПГУ. Математика, 2002, выпуск 9, 54–61
15. Шабат.Г.Б «ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА» И МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ- <http://www.cyberleninka.ru/article/n/zhivaya-matematika-i-matematicheskii-eksperiment>.

16. Посицельская Л. Н. Математический эксперимент как поддержка доказательства при изучении математики в ВУЗе. // Математическое образование. 2012. № 10. С. 43–48.
17. www.mathnet.ru
18. www.cyberleninka.ru
19. www.livelib.ru
20. www.mccme.ru
21. www.geometry.ru