

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI
«OLIIY MATEMATIKA» KAFEDRASI**

**SamISI o'quv uslubiy
kengashida muhokama etilgan
O'UK raisi _____ Q.Mirzayev
Bayonnoma №__ _____ 2016 yil**

**«OLIIY MATEMATIKA »
fanidan
O'QUV USLUBIY MAJMUA**

Shukurov Z., Xudoyberdiyev S. «Oliy matematika » fanidan o'quv uslubiy majmua SamISI, 2016. __bet.

Loyiha muharriri:

Z.Shukurov «Oliy matematika» kafedrası mudiri

S.Xudoyberdiyev «Oliy matematika» kafedrası o'qituvchisi

Taqrizchilar:

A.Qo'ldoshev «Oliy matematika» kafedrası katta o'qituvchisi, t.f.n

X. Qarshiboyev kafedrası katta o'qituvchisi, t.f.n

Majmuada «Oliy matematika » fanidan, didaktik tamoyillar, ma'ruza va amaliy mashg'ulotlari texnologiyalarini ishlab chiqish usullari, ularning asosiy jihatlarini hisobga olgan holda loyihalashtirilgan iqtisodiy ta'limda o'qitish texnologiyalari keltirilgan.

Majmua oliy maktab va qo'shimcha ta'lim tizimidagi ta'lim muassasalari o'qituvchilari uchun mo'ljallangan. O'quv-uslubiy majmua O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2011 yil 20 maydagi "Oliy ta'lim muassasalarining moddiy-texnik bazasini mustahkamlash va yuqori malakali mutahassislar tayyorlash sifatini tubdan yaxshilash chora tadbirlari to'g'risida"gi № PQ 1533-sonli qarori 2-ilovasi 7-bandida ko'rsatib o'tilgan vazifalar hamda oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 2011 yil 15 oktyabrdagi № 87-01/1-166 modemogrammasida belgilab berilgan o'quv-uslubiy majmualar namunaviy tarkibi va Toshkent Davlat iqtisodiyot universiteti metodikasi asosida ishlab chiqilgan.

O'quv-uslubiy majmua Samarqand iqtisodiyot va servis instituti Ilmiy Kengashida muhokama etilgan va o'quv jarayoniga tadbiq etish hamda nashr uchun tavsiya etilgan. Bayonnoma №__ _____ 2016 yil

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIV VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

Ro'yxatga olindi:
№ BD-5230600-2.02
2016 yil "9" 01



OLIV MATEMATIKA

FAN DASTURI

Bilim sohasi:

100000 - Gumanitar soha;
200000 - Ijtimoiy soha, iqtisod va huquq

Ta'lim sohasi:

111 000 - Pedagogika;
230 000 - Iqtisod

Ta'lim yo'nalishi:

5111000 - Kasb ta'limi (5230600 - Moliya; 5230700 - Bank ishi; 5230900 - Buxgalteriya hisobi va audit; 5231200 - Sug'urta ishi);
5230600 - Moliya;
5230700 - Bank ishi;
5230900 - Buxgalteriya hisobi va audit (davlat sektori bo'yicha; ishlab chiqarish va xizmat ko'rsatish bo'yicha; real sector bo'yicha, suv xo'jaligida, temir yo'l transporti);
5231200 - Sug'urta ishi;
5231300 - Pensiya ishi;
5231500 - Baholash ishi;
5232200 - Davlat byudjetining g'azna ijrosi

Toshkent-2016

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 2016 yil "22" 01 dagi "26"-sonli buyrig'ining 2 -ilovasi bilan fan dasturi ro'yxati tasdiqlangan.

Fan o'quv dasturi Oliy va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi yo'nalishlari bo'yicha O'quv-uslubiy birlashmalar faoliyatini Muvofiqlashtiruvchi Kengashining 2016 yil 9.01.1 - sonli bayonnomasi bilan ma'qullangan.

Fanning o'quv dasturi Toshkent moliya institutida ishlab chiqildi.

Tuzuvchilar:

- | | |
|-------------|--|
| Rayemov M. | -TMI "Oliy va amaliy matematika" kafedresi, dotsent, f.m.f.n.; |
| Xashimov A. | -TMI "Oliy va amaliy matematika" kafedresi, dotsent, f.-m.f.n. |

Taqrizchilar:

- | | |
|-------------------|--|
| Zikirov O.S. | -O'zbekiston Milliy universiteti, "Differensial tenglamalar" kafedresi mudiri, f.-m.f.d. (turdosh oliy ta'lim muassasasidan); (turdosh OTMdan) |
| Qurbonov O. | -Toshkent iqtisod universiteti, "Oliy matematika" kafedresi mudiri, f.-m.f.n (turdosh oliy ta'lim muassasasidan); (turdosh OTMdan) |
| Babadjanov Sh.Sh. | -Toshkent moliya instituti, "Oliy va amaliy matematika" kafedresi, dotsent, f.-m.f.n. |

Fan o'quv dasturi Toshkent moliya instituti Kengashida ko'rib chiqilgan va tavsiya qilingan (2015 yil 28 avgustdagi 1/9.2.-sonli bayonnoma).

Fanning dolzarbligi

Hozirgi zamonda iqtisodiy oliy ta'lim matematika fanlarining keng qo'llanilishini talab qiladi.

Oliy ta'lim Davlat standartiga ko'ra "Iqtisod" va "Pedagogika" ta'lim sohalari bo'yicha matematika bir nechta o'zaro bog'liq bo'lgan va iqtisodiyotda tatbiq etiladigan bo'limlardan iborat. Oliy matematika fani iqtisodiyotda zarur bo'lgan matematikaning: chiziqli algebra, analitik geometriya elementlari, matematik analiz va oddiy differensial tenglamalar nazariyasining boshlang'ich tushunchalarini o'z ichiga olgan bo'limlaridan tashkil topgan. Aynan shu bo'limlar va ularning iqtisodiy tatbiqlari tavsiya etilayotgan o'quv dasturiga kiritilgan.

Fanning maqsad va vazifalari

Oliy matematika fanini o'qitishdan asosiy maqsadi – iqtisodiy bilimni chqur egallash uchun zarur bo'lgan asosiy matematik tushunchalarni, qonuniyatlarni va bilimlarni talabalarda shakllantirishdir.

Fanning vazifasi – uni o'rganuvchilarga:

- chiziqli algebra va analitik geometriya asoslari;
- o'zgaruvchi miqdorni, birinchi navbatda funksiyani tekshirishning fundamental usullari (tabiat qonunlari, texnika va iqtisodiyotning turli jarayonlari funksiya orqali ifodalanadi);
- funksiyani tekshirishning asosini tashkil etuvchi va cheksiz kichik miqdorlar tahliliga tayangan differensial va integral hisob;
- tabiat qonunlarini, texnika va iqtisodiyot jarayonlari matematik modelini tuzishda nazariy fundamental ahamiyatga ega bo'lgan differensial tenglamalar nazariyasining boshlang'ich tushunchalari bilan tanishtirishdan iborat.

Fan bo'yicha talabalarning tasavvur, bilim, ko'nikma va malakalariga qo'yiladigan talablar

Oliy matematika fanini o'rganish jarayonida bakalavr:

- matritsalar, determinantlar, chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi;
- chiziqli va Evklid fazolari, kvadratik formalar;
- to'g'ri chiziq va tekislik, ikkinchi tartibli egri chiziqlar;
- differensial va integral hisob, differensial tenglamalar va qatorlar **haqida tasavvurga ega bo'lishi;**

- matritsalar va determinantlar ustida bajariladigan amallarni;
- chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining yechimlarini topishni;
- kvadratik formalarni tekshirishni;
- to'g'ri chiziq va tekislik, ikkinchi tartibli egri chiziqlarlarni yasashni;
- differensial va integral hisobni;
- differensial tenglamalarning yechimlarini topishni;
- qatorlarni yaqinlashishga tekshirishni **bilishi va ulardan foydalana olishi;**
- matritsalar va determinantlar ustida amallarni bajarish;
- chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining yechimlarini topish;

- kvadratik formalarni tekshirish;
- to`g`ri chiziq va tekislik, ikkinchi tartibli egri chiziqlarni yasash;
- differensial va integral hisobni bajarish;
- differensial tenglamalarning yechimlarini topish;
- qatorlarni yaqinlashishga tekshirish ***ko`nikmalariga ega bo`lishi kerak;***
- sodda iqtisodiy jarayonlarini matematik tahlil qilish va modellashtirish ***malakalariga ega bo`lishi kerak.***

Fanning o`quv rejadagi boshqa fanlar bilan o`zaro bog`liqligi va uslubiy jihatdan uzviyligi

Oliy matematika “Iqtisodiy matematika”, “Moliya matematikasi”, “Iqtisodiyotda modellar va matematik usullar”, “Mikro va makroekanomika”, “Moliyaviy tahlil”, “Statistika” va boshqa ixtisoslik fanlarini o`rganishda asos bo`lib xizmat qiladi.

Asosiy qismda (ma`ruza) fanning mavzulari mantiqiy ketma-ketlikda keltiriladi. Har bir mavzuning mohiyati asosiy tushunchalar va tezislar orqali ochib beriladi. Bunda mavzu bo`yicha talabalarga DTS asosida yetkazilishi zarur bo`lgan bilim va ko`nikmalar to`la qamrab olinishi kerak.

Asosiy qism sifatiga qo`yiladigan talab mavzularning dolzarbligi, ularning ish beruvchilar talablari va ishlab chiqarish ehtiyojlariga mosligi, mamlakatimizda bo`layotgan ijtimoiy-siyosiy va demokratik o`zgarishlar, iqtisodiyotni erkinlashtirish, iqtisodiy-huquqiy va boshqa sohalaridagi islohatlarning ustuvor masalalarini qamrab olishi hamda fan va texnologiyalarning so`nggi yutuqlari e`tiborga olinishi tavsiya etiladi.

Fanning ilm-fan va ishlab chiqarishdagi o`rni

Oliy matematika kursi ishlab chiqarish jarayoni bilan bevosita bog`lanmagan. Lekin u ishlab chiqarishni takomillashtirish bo`yicha muqobil qarorlar qabul qilishda qo`llaniladigan sonli usullarini o`rgatadi.

Bunda berilgan ob`ektning xususiyatlaridan kelib chiqqan holda asosiy parametrlar ajratiladi, so`ngra ularning o`zgarish qonuniyatlari va xossalariidan foydalanib, matematik model tuziladi. Modelning muhim parametrlari aniqlanib, tegishli matematik usullari yordamida shu model uchun masalaning maqbul yechimi topiladi.

Fanni o`qitishda zamonaviy axborot va pedagogik texnologiyalar

Talabalarning “Oliy matematika” fanini o`zlashtirishlari uchun o`qitishning ilg`or va zamonaviy usullaridan foydalanish, yangi axborot–pedagogik texnologiyalarni tatbiq qilish muhim ahamiyatga egadir. Fanni o`zlashtirishda darslik, o`quv va uslubiy qo`llanmalar, ma`ruza matnlari, tarqatma materiallar, elektron materiallar, plakatlardan foydalaniladi.

Ma`ruza va amaliy mashg`ulotlarda mos ravishda ilg`or pedagogik texnologiyalardan foydalaniladi.

ASOSIY QISM

Fanga kirish

“Oliy matematika” fanining predmeti va vazifalari. Matematika – amaliy masalarni yechishda eng kuchli vosita, fanlarning universal tili va ilmiy dunyoqarashning katta bir boʻlagi. Tabiatda roʻy beradigan jarayonlarni modellashtirish haqida eng sodda tushunchalar. **Chiziqli algebra** Matritsalar, ular ustida amallar. Determinantlar, ularning xossalari. Laplas teoremasi. Matritsa rangi. Bazis minor haqida teorema. Determinant nolga tengligining zaruriy sharti. Teskari matritsa. Matritsaning xarakteristik koʻphadi. Matritsalar nazariyasining iqtisodiyotdagi baʼzi tatbiqlari. Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. Kroneker – Kapelli teoremasi. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish usullari: Gauss, Gauss –Jordan, matritsalar usullari va Kramer qoidasi. Chiziqli tenglamalar sistemasining bazis yechimlari. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasini. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasining fundamental yechimlar sistemasini. Bir jinsli tenglamalar sistemasini va bir jinsli boʻlmagan chiziqli tenglamalar sistemasini yechimlari orasidagi aloqalar. Chiziqli fazolar. Vektorlar sistemasini. Vektorlarni chiziqli bogʻliqligi, bazis. Fazoosti, chiziqli qobiqlar, gipertekisliklar. Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining yechimlari toʻplamining geometrik xossalari. Bazis yordamida vektor koordinatalarini almashtirish. Yevklid fazosi. Ortogonal bazis. Ortogonallashtirish jarayoni. Ortogonal toʻldiruvchilar. Chiziqli fazoda chiziqli operatorlar. Ular ustida amallar. Chiziqli operatorlarni matritsa shaklida yozish. Chiziqli operator matritsasini almashtirish. Invariant fazoostilar. Xos qiymatlar va xos vektorlar. Chiziqli operator matritsasining kanonik shakli. Yevklid fazosida chiziqli operatorlar. Chiziqli operatorning xos qiymatlari va xos vektorlari. Oddiy strukturali operator. Simmetrik operatorlar. Bir chiziqli va kvadratik formalar. Kvadratik formani kanonik shaklga keltirish. Inersiya qonuni. Silvestr mezonini. Yevklid fazoda bir chiziqli va kvadratik formalar. Iqtisodiyotda chiziqli algebra elementlarining qoʻllanilishi: matritsalar algebrasining qoʻllanilishi; koʻp tarmoqli iqtisodiyotda Leontev modeli; savdoning chiziqli modeli. **Analitik geometriya** Dekart koordinatalar sistemasini. Boshqa koordinat sistemalari. Analitik geometriyaning eng sodda masalalari: ikki nuqta orasidagi masofa, kesmani berilgan nisbatda boʻlish. Chiziqli tenglamasi, sirt tenglamasi. Toʻgʻri chiziqli va tekislik tenglamalarini turli koʻrinishda berilishi. Toʻgʻri chiziqli va tekisliklar orasidagi burchaklar. Toʻgʻri chiziqli va tekisliklarning parallelizm va perpendikulyarlik shartlari. Nuqtadan toʻgʻri chiziqli va nuqtadan tekislikkacha masofa. Ikkinchi tartibli chiziqli. Ikkinchi tartibli tenglamani kanonik shaklga keltirish. Ikkinchi tartibli chiziqli ularning kanonik tenglamalari boʻyicha tekshirish va klassifikatsiya qilish.

Bir oʻzgaruvchili funksiya

Haqiqiy sonlar. Toʻgʻri chiziqli toʻplamlar. Chekli sonli toʻplamlarning aniq chegarasining mavjudligi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar va ularning xossalari. Ketma-ketliklar yaqinlashishining Koshi meʼzoni. Monoton ketma-ketliklarning yaqinlashishi. e soni. Iqtisodiyotda e sonining qoʻllanilishiga misollar.

Ketma - ketliklarning limit nuqtalari. Bolsano – Veyershtrass teoremasi. Sonli ketma-ketliklarning yuqori va quyi limitlari. Haqiqiy o`zgaruvchining funksiyasi. Koshi bo`yicha va Geyne bo`yicha funksiyaning nuqtadagi limit qiymati. Monoton funksiyalarning bir tomonli limitlarining mavjudligi. Funksiyaning nuqtada uzluksizligi. Uzilish nuqtasining klassifikatsiyasi. To`plamda uzluksiz funksiyalar. Funksiyalarning superpozitsiyalari. Teskari funksiya tushunchasi. Elementar funksiyalarning uzluksizligi. Veyershtrass teoremasi. Tekis-uzluksiz funksiyalar. Kantor teoremasi.

Differensial hisob

Hosila. Hosilaning geometrik, mexanik va iqtisodiy ma`nolari. Funksiyaning nuqtada birinchi tartibli differensial. Yig`indi, ko`paytma va bo`linmaning hosilasi va differensial. Murakkab funksiyaning hosilasi. Birinchi tartibli differensial shaklning invariantligi. Teskari funksiyaning differensiallash. Ferma, Roll, Lagranj va Koshi teoremlari. Yuqori tartibli hosilalar va differensiallar. Leybnits teoremasi. Elementar funksiyalarning yuqori tartibli hosilalari. Teylor formulasi. Elementar funksiyalarni Teylor formulasi bo`yicha yoyish. Lapital qoidasi. Funksiya grafigini tekshirish. Differensiallanuvchi funksiyalarning monotonlik sharti. Funksiyaning ekstremum nuqtalari. Ekstremum mavjudligining zaruriy va yetarli shartlari. Asimptotalar. Funksiya grafigining qavariqlik sharti. Burilish nuqtalari. Funksiyaning tekshirish va grafigini yasashning umumiy sxemasi. Mikroekonomikada ikkita limit ko`rsatgichlarga misollar: limit tannarxi va talab elastikligi. Daromadni maksimallashtirish. Ishlab chiqarish effektivligining kamayib borish qonuni.

Integral hisob

Boshlang`ich funksiya va aniqmas integral. Integrallashning asosiy usullari. Elementar funksiyalarni integrallash. Aniq integral. Integrallanuvchilikning Darbu mezon. Aniq integralning xossalari. O`rta qiymat haqidagi teoremlar. Uzluksiz funksiya uchun boshlang`ich funksiyaning mavjudligi. Nyuton – Leybnits teoremasi. Belgilab va bo`laklab integrallash. Yoy uzunligi, figura yuzi, jism hajmi. Geometrik, mexanik, fizik va iqtisodiy miqdorni hisoblashga aniq integralni qo`llashning umumiy sxemasi. Aniq integralni taqribiy hisoblash: to`g`ri to`rtburchaklar, trapetsiya va Simpson formulalari. Hatolikni baholash. YArim to`g`ri chiziqlarda va koordinatalar to`g`ri chizig`ida aniqlangan funksiyalardan xosmas integrallar. Xosmas integral yaqinlashishining Koshi me`zoni. Absolyut va shartli yaqinlashish. Yaqinlashish alomatlari. Chegaralanmagan funksiya xosmas integral.

Ko`p o`zgaruvchili funksiya

Ko`p o`zgaruvchili funksiya. Koordinatali fazo. n - o`lchovli koordinatalar fazosida nuqta. Nuqtalar orasidagi masofa. To`plamning limit nuqtalari. Ochiq va yopiq to`plamlar. Qavariq to`plam. Fazoda nuqtalar ketma-ketligining yaqinlashishi. Bolsano – Veyershtrass teoremasi. Haqiqiy o`zgaruvchili

funksiyalar. Nuqtada funksiyaning limiti. Nuqtada funksiyaning uzluksizligi. Veyershtass teoremasi. Funksiyaning tekis uzluksizligi. Kantor teoremasi. Ko'p o'zgaruvchili funksiyaning xususiy hosilalari. Funksiyani nuqtada differensiallanuvchanligi. Differensiallanuvchanlikning xususiy hosilalar mavjudligi bilan aloqasi. Differensiallashning geometrik ma'nosi. Murakkab funksiyalarning differensiallanuvchanligi va birinchi tartibli differensial shaklini invariantligi. Yo'nalishga nisbatan hosila. Gradient. Yuqori tartibli hosila va differensiallar. Aralash xususiy hosilalarning tengligi haqidagi teorema. Ko'p o'zgaruvchili funksiya uchun Teylor formulasi. Oshkormas funksiyalar. Oshkormas funksiya mavjudligi va differensiallanuvchanligi haqidagi teoremlar. Oshkormas funksiya hosilasini hisoblash. Funksiyalar sistemasi va vektor funksiyalar. Teskari funksiyalar haqidagi teoremlar. Funksiyalar sistemasining bog'liqligi va erkliligi haqidagi teoremlar. Ko'p o'zgaruvchili funksiyaning ekstremumlari. Birinchi tartibli xususiy hosilalar asosida ekstremum mavjudligining zaruriy sharti. Ekstremum mavjudligining yetarli shartlari. Shartli ekstremum haqida tushuncha. Ko'p o'zgaruvchili funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlarini topishning umumiy sxemasi. Qavariq funksiyalar. Ekstremum topishning gradiyent usuli. Mahsulot ishlab chiqarishdan olinadigan foyda. Mablag'larni optimal taqsimlash. Mahsulot ishlab chiqarishdan olinadigan foydani maksimallashtirish. Eng kichik kvadratlar usuli va iqtisodiy statistik ma'lumotlarning taxlili.

Differensial tenglamalar

Differensial tenglamalar haqida asosiy tushunchalar. Kvadraturaga keltiriladigan birinchi tartibli differensial tenglamalar. Yuqori tartibli tenglamalarning tartibini pasaytirish usullari. Aniq misollar uchun, shu jumladan, iqtisodiy masalalar uchun differensial tenglamalar tuzishning umumiy usullari. Ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar. Differensial tenglamalar sistemasi haqida umumiy tushunchalar. Bitta yuqori tartibli tenglamaga keltiriladigan birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar sistemasi. Differensial tenglamalarga tegishli bo'lgan umumiy masalalar: Koshi masalasi yechimining mavjudligi va yagonaligi, maxsus nuqtalar, maxsus yechimlar va hokazo. Differensial tenglamalar nazariyasi elementlarining iqtisodiyotda qo'llanilishi: ishlab chiqarishning tabiiy o'sish modeli, raqobat sharoitida ishlab chiqarishning o'sishi; Keynsning dinamik modeli; o'sishning noklassik modeli; narxni oldindan rejalashtirish sharoitida bozor modeli.

Sonli va funksional qatorlar

Sonli qatorlar haqida asosiy tushuncha. Qator yaqinlashishining Koshi mezonini. Nomanfiy hadli qatorlar. Solishtirish alomati. Koshi va Dalamber alomatlari. Koshining integral alomati. Absolyut va shartli yaqinlashish. Leybnits, Abel va Dirixle alomatlari. YAqinlashuvchi qatorlar xossalari. Funksional qatorlar. Qatorni tekis yaqinlashishi uchun Veyershtass, Abel va Dirixle alomatlari. Darajali qatorlar. Teylor qatori.

Amaliy mashg'ulotlarning taxminiy ro'yxati

- Matritsa va determinantlar;
- Chiziqli tenglamalar sistemasi;
- nR da vektorlar sistemasi;
- To'g'ri chiziq va tekislik;
- Ikkinchi tartibli chiziqlar;
- Chiziqli va Yevklid fazolarida chiziqli operatorlar;
- Bir chiziqli va kvadratik formalar;
- Ketma-ketlikning limiti;
- Funktsiya limiti. Hosila va differensial;
- Aniqmas integral;
- Aniq integral;
- Xosmas integral;
- Kvadraturaga keltiriladigan birinchi tartibli differensial tenglamalar;
- Yuqori tartibli differensial tenglamalar tartibini pasaytirish usullari;
- Ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar;
- Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar sistemasi;
- Sonli va funksional qatorlar.

Amaliy mashg'ulotni tashkil etish bo'yicha tavsiyalar

Talaba amaliy mashg'ulotlarda misol va masalalar yechadi. Amaliy mashg'ulotlarda yechiladigan misol va masalalar sistemasi quyidagi tamoyillarga asosan tanlanadi: tipik misol va masalalarni yechish bo'yicha malakalarni shakllantiruvchi; fanning mohiyatini anglatuvchi; mavzular orasidagi bog'liqlikni ifodalovchi ma'lum miqdordagi misol va masalalar.

Amaliy mashg'ulotlarni tashkil etish bo'yicha kafedra professoro'qituvchilari tomonidan ko'rsatma va tavsiyalar ishlab chiqiladi. Ma'ruza mashg'ulotlarida olgan bilim va ko'nikmalarni misol va masalalar yechish bilan mustahkamlaydilar hamda yanada boyitadilar. Bunga jamoa bo'lib mashq qilish yo'li bilan va mustaqil ishlash yo'li bilan erishiladi.

Amaliy mashg'ulotlarda yechiladigan misol va masalalar sistemasi quyidagi tamoyillarga asosan tanlanadi: tipik misol va masalalarni yechish bo'yicha malakalarni shakllantiruvchi; fanning mohiyatini anglatuvchi; mavzular orasidagi bog'liqlikni ifodalovchi, kasbga yo'naltiruvchi ma'lum miqdordagi misol va masalalar.

Laboratoriya ishlarini tashkil etish bo'yicha ko'rsatmalar

Fan bo'yicha laboratoriya ishlari o'quv rejada ko'zda tutilmagan.

Kurs ishini tashkil etish bo'yicha uslubiy ko'rsatmalar

Fan bo'yicha kurs ishi o'quv rejada rejalashtirilmagan.

Mustaqil ta'limni tashkil etishning shakli va mazmuni

“Oliy matematika” bo'yicha talabaning mustaqil ta'limi shu fanni o'rganish jarayonining tarkibiy qismi bo'lib, uslubiy va axborot resurslari bilan to'la ta'minlangan.

Talabalar auditoriya mashg'ulotlarida professor-o'qituvchilarning ma'ruzasini tinglaydilar, misol va masalalar yechadilar. Auditoriyadan tashqarida talaba darslarga tayyorlanadi, adabiyotlarni konspekt qiladi, uy vazifa sifatida berilgan misol va masalalarni yechadi. Bundan tashqari ayrim mavzularni kengroq o'rganish maqsadida qo'shimcha adabiyotlarni o'qib referatlar tayyorlaydi hamda mavzu bo'yicha testlar yechadi. Mustaqil ta'lim natijalari reyting tizimi asosida baholanadi. Uyga vazifalarni bajarish, qo'shimcha darslik va adabiyotlardan yangi bilimlarni mustaqil o'rganish, kerakli ma'lumotlarni izlash va ularni topish yo'llarini aniqlash, internet tarmoqlaridan foydalanib ma'lumotlar to'plash va ilmiy izlanishlar olib borish, ilmiy to'garak doirasida yoki mustaqil ravishda ilmiy manbalardan foydalanib ilmiy maqola va ma'ruzalar tayyorlash kabilar talabalarning darsda olgan bilimlarini chuqurlashtiradi, ularning mustaqil fikrlash va ijodiy qobiliyatini rivojlantiradi. Shuning uchun ham mustaqil ta'limsiz o'quv faoliyati samarali bo'lishi mumkin emas.

Uy vazifalarini tekshirish va baholash amaliy mashg'ulot olib boruvchi o'qituvchi tomonidan, konspektlarni va mavzuni o'zlashtirish darajasini tekshirish va baholash esa ma'ruza darslarini olib boruvchi o'qituvchi tomonidan har darsda amalga oshiriladi.

“Oliy matematika” fanidan mustaqil ish majmuasi fanning barcha mavzularini qamrab olgan.

Tavsiya etilayotgan mustaqil ta'limni mavzulari

Mustaqil ta'lim mavzulari tegishli kafedra yig'lishlarida tasdiqlanadi va fanning ishchi o'quv dasturida keltirib o'tiladi.

Dasturning informatsion – uslubiy ta'minoti

Mazkur fanni o'qitish jarayonida ta'limning zamonaviy metodlari, pedagogik va axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini qo'llash nazarda tutilgan:

- chiziqli algebra nazariyasi asoslari, matritsalar va chiziqli tenglamalar sistemasini yechishga bag'ishlangan mavzular zamonaviy kompyuter texnologiyalari yordamida prezentatsiya va elektron-didaktik texnologiyalaridan foydalanilgan holda o'tkaziladi;
- chiziqli fazoda chiziqli operatorlar va ular ustida amallar hamda analitik geometriya masalalarini yechishga bag'ishlangan amaliy mashg'ulotlarda “aqliy xujum”, “guruhli fikrlash”, “ish o'yini” va boshqa pedagogik texnologiyalardan foydalaniladi.

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati Asosiy adabiyotlar:

1. Бабаджанов Ш.Ш. Высшая математика. Часть I. Учебное пособие. Т.: “Iqtisod – moliya”, 2008. – 336 стр.

2. Бабаджанов Ш.Ш. Высшая математика. Часть II. Учебное пособие. Т.: “Iqtisod – moliya”, 2015. – 288 стр.
3. Жураев Т.Ж., Худойбергандов Р.Х., Ворисов А.К., Мансуров Х. Олий математика асослари. Дарслик. Т.: Ўзбекистон, 1999, 290 бет.
4. Raximov D. Oliy matematika. Darslik. Т.: “Iqtisod – moliya”, 2006.
5. Tojiev Sh. Oliy matematikadan masalalar yechish. Oliy o`quv yurtlari uchun darslik. Т.: “O`zbekiston”, 2002.- 512 b.

Qo`shimcha adabiyotlar:

1. Высшая математика для экономистов. Учебник. 2-е изд. /Под редакцией профессора Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ, 2003. – 471 стр.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть I, II. Учебное пособие. М.: “Высшая школа”, 2007.
3. Общий курс высшей математики для экономистов. Учебник. / Под общей редакцией В.И. Ермакова. ИНФРА – М, 2007. – 656 стр.
4. Практикум по высшей математики для экономистов: Учебное пособие для вузов. Под редакции проф. Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004.–320с.
5. Karimov M., Abdulkarimov R. Oliy matematika. O`quv qo`llanma. Т.: “Iqtisod – moliya”, 2009. – 204 bet.
6. Turdaxunova S., Isayeva G. Oliy matematika. Masalalar to`plami. I qism. Т.: “Iqtisod – moliya”, 2014. – 112 bet.

Internet saytlari:

www. <http://el.tfi.uz/pdf/mddj22.uzk.pdf>;
www. <http://el.tfi.uz/pdf/mddj22.uzl.pdf>;
www. <http://el.tfi.uz/pdf/mtpzogr-.uzk.pdf>;
www. <http://el.tfi.uz/pdf/mtpzogr-.uzl.pdf>

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI VA OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

Ro'yxatga olindi:

“Tasdiqlayman”
O'quv ishlari bo'yicha prorektor

№ _____

_____ Q.Mirzayev _____

« ____ » _____ 2016 yil

« ____ » _____ 2016 yil

**«OLIY MATEMATIKA»
FANINING
ISHCHI DASTURI**

Bilim sohasi:	200000 – Ijtimoiy soha, iqtisod va huquq,
Ta'lim sohasi:	111000 - Pedagogika;
	230000 – Iqtisod
Ta'lim yo'nalishi:	5230600 – Moliya;
	5230700 – Bank ishi;
	5230900 – Buxg'alteriya hisobi va audit (tarmoqlar bo'yicha).
	5111008 - Kasbiy ta'lim: (buxg'alteriya hisobi va audit)

Samarqand – 2016

Fanning ishchi dasturi o'quv, ishchi o'quv reja va o'quv dasturiga muvofiq ishlab chiqildi.

Tuzuvchilar:

Qo'ldoshev A.Ch - SamISI, "Oliy matematika" kafedrası katta o'qituvchisi,
t. f.n;

Xudoyberdiyev S. - SamISI, "Oliy matematika" kafedrası o'qituvchisi

Djalilov Sh. - SamISI, "Oliy matematika" kafedrası o'qituvchisi

Taqrizchilar:

Yaxshiboyev M. -TATU Samarqand filiali, «Tabiiy fanlar» kafedrası mudiri,
f.-m.f.n.

Qarshiboyev X. - SamISI, "Oliy matematika" kafedrası katta o'qituvchisi,
f.m.f.n;

Fanning ishchi dasturi "Oliy matematika" kafedrasining 2016 yil _____dagi "____" - son yig'ilishida muhokamadan o'tgan va fakultet kengashida muhokama qilish uchun tavsiya etilgan.

Kafedra mudiri v.v.b: _____ **Shukurov Z.**

Fanning ishchi dasturi institut o'quv-uslubiy kengashida muhokama etilgan va foydalanishga tavsiya qilingan. (2016 yil _____dagi ____ -sonli bayonnoma)

Kelishildi: O'quv uslubiyat bo'limi boshlig'i _____ **Shodmonov I.E**

KIRISH

Oliy ta'limning Davlat ta'lim standartiga ko'ra "Iqtisod" va "Pedagogika" ta'lim sohalarida o'qitiladigan "Oliy matematika" fani dasturi iqtisodiyotda zarur bo'ladigan: chiziqli algebra, analitik geometriya elementlari, matematik analiz, oddiy differensial tenglamalar nazariyasi va qatorlardan boshlang'ich tushunchalarni o'z ichiga olgan bo'limlardan tashkil topgan.

1.1. Fanning maqsad va vazifalari

Oliy matematika fani tabiiy matematik fanlar majmuasiga taalluqli bo'lib, talabalar uni I, II, III semestrlarda o'rganishadi.

"Oliy matematika" fanining bosh muhim vazifasi, talabalarga "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika", "Matematik programmashtirish", "Moliya matematikasi", "Mikro va makroiqtisodiyot", "Moliyaviy tahlil" shunga o'xshash qator iqtisodiy fanlarni muvaffaqiyatli o'zlashtirishi uchun zarur bo'ladigan tayanch bilimlarni beradi.

1.2. Fanni o'zlashtirgan talabaning malakaviy darajalari

Talabalar oliy matematika fanini o'rganish jarayonida quyidagilarni bajara olishi lozim:

- matritsalar ustida amallarni hisoblay olishi, determinantning qiymatini uning ta'rifi va xossalari ko'ra (jumladan Laplas teoremasidan foydalanib) hisoblashlari, matritsa rangi va teskari matritsalarini turli usullar bilan topa olishi;
- chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini tadqiq etishi va ularni turli usullar bilan yechimlarini topishi;
- chiziqli va Yevklid fazolarning ta'rifini aniq bilishi, vektorlarning chiziqli bog'liqligi va chiziqli erkliligini, vektorlar sistemasining rangini, fazoning bazisi va o'lchovini, fazo ostilarni bilishi;
- chiziqli va Yevklid fazolarda chiziqli operatorlarning boshlang'ich nazariyasini aniq bilishi;
- kvadratik formalar nazariyasini aniq bilishi;
- to'g'ri chiziq va tekislikning turli tenglamalarini bilishi, ular orasidagi burchaklarni hisoblay olishi, ularning parallelizm va perpendikulyarlik shartlarini bilishi, nuqtadan to'g'ri chiziq va tekislikkacha masofani hisoblay olishi;
- ikkinchi tartibli egri chiziqlarni, ularning tenglamalari bo'yicha tahlil etishi va tasniflashi;
- differensiallash va integrallash formulalarini chalkashtirmasdan to'g'ri ishlata bilishi;
- elementar hisoblashda yaxshi tajribaga ega bo'lishni, qiyinchiliksiz berilgan funksiya uchun Teylor formulasini yozishi;
- integrallarni hisoblashda, qatorni yaqinlashishga tekshirishda zarur usullarni osonlikcha topa bilishi;
- differensial va integral hisobning tatbiqlarini bilishi;
- eng sodda differensial tenglamalarni yecha bilishi.

1.3. O'quv rejadagi boshqa fanlar bilan bog'liqligi

Mazkur fan o'quv rejasidagi "Iqtisodiy matematika", "Amaliy matematika", "Moliya matematikasi" va "Statistika" kabi fanlar bilan uzviy bog'liqdir. Fanni

o'rganishda akademik litsey va kasb-hunar kollejlari matematika kurslarida olingan nazariy va amaliy bilimlar zarur bo'lsa, o'z navbatida bu fandan olingan bilimlar "Moliya", "Bank ishi", "Hisob va audit", "Moliyaviy tahlil" va boshqa ko'plab iqtisodiy fanlarning umumiy nazariyasini chuqur o'zlashtirishda asosiy vosita vazifasini o'taydi.

1.4. Fanni o'qitishda zamonaviy axborot va pedagogik texnologiyalar

O'quv jarayoni bilan bog'liq ta'lim sifatini belgilovchi holatlar quyidagilar: yuqori ilmiy-pedagogik darajada dars berish, muammoli ma'ruzalar o'qish, darslarni savol-javob tarzida qiziqarli tashkil qilish, ilg'or pedagogik texnologiyalardan va multimediya vositalaridan hamda keys-stadilardan foydalanish, tinglovchilarni undaydigan, o'ylantiradigan muammolarni ular oldiga qo'yish, talabchanlik, tinglovchilar bilan individual ishlash, erkin muloqot yuritishga, ilmiy izlanishga jalb qilish.

"Oliy matematika" kursini loyihalashtirishda quyidagi asosiy konseptual yondoshuvlardan foydalaniladi:

Shaxsga yo'naltirilgan ta'lim - bu ta'lim o'z mohiyatiga ko'ra ta'lim jarayonining barcha ishtirokchilarini to'laqonli rivojlanishlarini ko'zda tutadi. Bu esa ta'limni loyihalashtirilayotganda, albatta, ma'lum bir ta'lim oluvchining shaxsini emas, avvalo, kelgusidagi mutaxassislik faoliyati bilan bog'liq o'qish maqsadlaridan kelib chiqqan holda yondoshilishni nazarda tutadi.

Tizimli yondoshuv - ta'lim texnologiyasi tizimning barcha belgilarini o'zida mujassam etmog'i lozim: jarayonning mantiqiyliqi, uning barcha bo'g'inlarini o'zaro bog'langanligi, yaxlitligi.

Faoliyatga yo'naltirilgan yondoshuv - shaxsning jarayonli sifatlarini shakllantirishga, ta'lim oluvchining faoliyatni aktivlashtirish va intensivlashtirish, o'quv jarayonida uning barcha qobiliyati va imkoniyatlari, tashabbuskorligini ochishga yo'naltirilgan ta'limni ifodalaydi.

Dialogik yondoshuv - bu yondoshuv o'quv munosabatlarini yaratish zaruriyatini, ya'ni ta'lim jarayoni sub'ektlarining psixologik jihatdan birligi va o'zaro hamkorligini bildiradi. Uning natijasida shaxsning o'z-o'zini faollashtirishi va o'z-o'zini ko'rsata olishi kabi ijodiy faoliyati kuchayadi.

Hamkorlikdagi ta'limni tashkil etish - demokratik, tenglik, ta'lim beruvchi va ta'lim oluvchi faoliyat mazmunini shakllantirishda va erishilgan natijalarni baholashda birgalikda ishlashni joriy etishga e'tiborni qaratish zarurligini bildiradi.

Muammoli ta'lim - ta'lim mazmunini muammoli tarzda taqdim qilish orqali ta'lim oluvchi faoliyatini aktivlashtirish usullaridan biri. Bunda ilmiy bilimni ob'ektiv qarama-qarshiligi va uni hal etish usullarini, dialektik mushohadani shakllantirish va rivojlantirishni, amaliy faoliyatga ularni ijodiy tarzda qo'llashni mustaqil ijodiy faoliyati ta'minlanadi.

Axborotni taqdim qilishning zamonaviy vositalari va usullarini qo'llash - o'quv jarayoniga yangi kompyuter va axborot texnologiyalarini joriy etishni anglatadi. "Oliy matematika" fanini o'qitish jarayonida "Excel" elektron jadvallar dasturlaridan foydalaniladi. Ayrim mavzular bo'yicha talabalar bilimni baholash test asosida va kompyuter yordamida bajariladi. "Internet" tarmog'idagi rasmiy iqtisodiy ko'rsatkichlaridan foydalaniladi, tarqatma materiallar tayyorlanadi.

O'qitish usullari va texnikasi - ma'ruza (kirish, mavzuga oid, vizuallashtirish), muammoli ta'lim, aqliy hujum, keys-stadi, pinbord, paradoks va loyihalash usullari, amaliy ishlar.

O'qitishni tashkil etish shakllari - dialog, polilog, muloqot hamkorlik va o'zaro o'rganishga asoslangan frontal, kollektiv va guruh.

O'qitish vositalari - o'qitishning an'anaviy shakllari (darslik, ma'ruza matni, tayanch konspekt) bilan bir qatorda – grafik organayzerlar, kompyuter va axborot texnologiyalari.

Kommunikatsiya usullari - tinglovchilar bilan operativ teskari aloqaga asoslangan bevosita o'zaro munosabatlar.

Teskari aloqa usullari va vositalari - kuzatish, blits-so'rov, oraliq, joriy va yakunlovchi nazorat natijalarini tahlili asosida o'qitish diagnostikasi.

Boshqarish usullari va vositalari - o'quv mashg'uloti bosqichlarini belgilab beruvchi texnologik karta ko'rinishidagi o'quv mashg'ulotlarini rejalashtirish, qo'yilgan maqsadga erishishda o'qituvchi va tinglovchining birgalikdagi harakati, nafaqat auditoriya mashg'ulotlari, balki auditoriyadan tashqari mustaqil ishlarning nazorati.

Monitoring va baholash - o'quv mashg'uloti jayonida ham butun kurs davomida ham o'qitish natijalarini rejali tarzda kuzatib borish. Kurs oxirida test topshiriqlari yoki yozma ish variantlari yordamida tinglovchilarning bilimlarini baholash.

Internet serverlariga joylashtirilgan rasmiy iqtisodiy ko'rsatkichlaridan foydalaniladi, tarqatma materiallar tayyorlanadi, test tizimi hamda tayanch so'z va iboralar asosida oraliq va yakuniy nazoratlar o'tkaziladi.

“Oliy matematika” kursini o'qitish modul tizimi asosida amalga oshiriladi va quyidagi modullardan iborat.

1.5. “Oliy matematika” fanida o'tiladigan mavzular va ular bo'yicha mashg'ulot turlariga ajratilgan soatlar hajmining taqsimoti:

Moliya, Bank ishi, Buxgalteriya hisobi va audit

№	Modullar nomi	Jami soat	Shu jumladan			
			Ma`r	Amal	Must.	
I semestr						
1	Matritsa va determinantlar	34	10	10	14	
2	Chiziqli tenglamalar sistemasi	34	10	10	14	
3	R^n arifmetik vektor fazo. Chiziqli va Yevklid fazolar.	20	6	6	8	
4	Chiziqli operatorlar. Kvadratik formalar	34	12	12	10	
I semestr jami		122	38	38	46	
II semestr						
5	Analitik geometriya elementlari	24	8	8	8	
6	Matematik tahlilga kirish	40	12	12	16	
7	Bir oʻzgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi	38	12	12	14	
8	Koʻp oʻzgaruvchili funktsiya- larning differensial hisobi	20	6	6	8	
II semestr jami		122	38	38	46	
III semestr						
9	Integral hisob	24	8	8	8	

10	Differensial tenglamalar	20	6	6	8	
11	Qatorlar	14	4	4	6	
III semestr jami		58	18	18	22	

Kasbiy ta'lim (buxgalteriya hisobi va audit)

№	Modullar nomi	Jami soat	Shu jumladan			
			Ma`r	Amal	Must.	
1	Matritsa va determinantlar	34	10	10	14	
2	Chiziqli tenglamalar sistemasi	34	10	10	14	
3	R^n arifmetik vektor fazo. Chiziqli va Yevklid fazolar.	20	6	6	8	
4	Chiziqli operatorlar. Kvadratik formalar	34	12	12	10	
I semestr jami		122	38	38	46	
II semestr						
5	Analitik geometriya elementlari	24	8	8	8	
6	Matematik tahlilga kirish	40	12	12	16	
7	Bir oʻzgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi	38	12	12	14	
8	Koʻp oʻzgaruvchili funksiya-larning differensial hisobi	20	6	6	8	
II semestr jami		122	38	38	46	
III semestr						
9	Integral hisob	24	16	16	18	
10	Differensial tenglamalar	20	12	12	14	
11	Qatorlar	14	8	8	10	
III semestr jami		58	36	36	42	

2. O`QUV MATERIALLARI MAZMUNI

Mazkur qismda (ma'ruza) fanning mavzulari mantiqiy ketma-ketlikda keltirilgan. Har bir mavzuning mohiyati asosiy tushunchalar va tezislari orqali ochib beriladi. Bu mavzularda talabalarga DTS asosida etkazilishi zarur bo'lgan bilim va ko'nikmalar to'la qamrab olingan.

2.1. Ma'ruza mashg'ulotlari

2.1.1. Matritsa va determinantlar .

1) Matritsalar. Matritsalar ustida amallar. “Oliy matematika” fani predmeti va vazifalari. Matematika - amaliy masalalarni yechishning qudratli vositasi, fanlarning universal tili, dunyoqarash va madaniyatning tarkibiy qismi. Hodisa va jarayonlarni modellashtirish haqida ayrim sodda tushunchalar.

Matritsa haqida tushuncha. Matritsalar va ular ustida chiziqli amallar: matritsalarini qo'shish, matritsani songa ko'paytirish, matritsalarini ko'paytirish. Matritsaning turlari. Transponirlangan matritsa va uning xossalari. Matritsalar ustida elementar almashtirishlar.

2) Determinantlar nazariyasi. Kvadratik matritsaning determinanti. Yuqori tartibli determinantlar. Minor va algebraik to'ldiruvchi. Ikkinchi va uchinchi tartibli determinantlar. Determinantlarning asosiy xossalari. Inversiya. n -tartibli determinant.

3) Determinantlarni hisoblash metodlari. Laplas formulasi. Yuqori tartibli determinantlarni hisoblash. Determinantlarni satr va ustun elementlari bo'yicha yoyish. Yuqori tartibli determinantlarni hisoblashning boshqa usullari.

4) Matritsa rangi. Matritsa rangi va asosiy xossalari. Matritsalarini elementar almashtirishlar. Matritsa rangini hisoblash usullari. Xosmas matritsa

5) Teskari matritsa. Matritsaning xarakteristik ko'phadi.. Teskari matritsa va uning mavjudligi haqidagi teorema. Teskari matritsani qurish usullari.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Bingo, blits, ajurali arra, munozara, o'z-o'zini nazorat.

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.1.2. Chiziqli tenglamalar sistemasi

1) Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi. Asosiy tushunchalar. Chiziqli tenglamalar sistemasi va uning yechimi haqidagi asosiy tushunchalar. Birgalikda bo'lgan tenglamalar sistemasi. Birgalikda bo'lmagan tenglamalar sistemasi. Aniq tenglamalar sistemasi. Kramer qoidasi.

2) Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Gauss va Gauss–Jordan usullari.

Gauss usuli, Gauss–Jordan usuli.

3) Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning matritsalar usuli. Matritsalar usuli, teskari matritsa, matritsalarini ko'paytirish.

4) Kroneker – Kapelli teoremasi. Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. Kroneker – Kapelli teoremasi. Chiziqli tenglamalar sistemasining bazis yechimlari.

5) Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasining fundamental yechimlari tizimi. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasi va uning notrivial yechimlarining mavjudlik sharti. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasining fundamental yechimlari to'plami. Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy yechimi va uning vektor shakli. Bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan chiziqli tenglamalar sistemalarining yechimlari orasidagi bog'lanish.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, Venn diagrammasi, shaxsga yo'naltirilgan ta'lim, o'z-o'zini nazorat.

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.1.3. $\mathbb{R}^n$ arifmetik vektor fazo. Chiziqli va Yevklid fazolar

1) Arifmetik vektor fazo. $\mathbb{R}^n$ arifmetik vektor fazo. Arifmetik vektorlar ustida chiziqli amallar. Skalyar ko'paytma. Vektor uzunligi. Vektorlar orasidagi burchak. Vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi.

2) Vektorlar koordinatalari va bazisi, arifmetik vektor fazoda vektorlar koordinatalarini almashtirish. Vektorni vektorlar sistemasi bo'yicha yoyish. Vektorlarning chiziqli bog'liqligi haqidagi teoremlar. Vektorlar sistemasining bazisi.

3) Chiziqli fazo. Yevklid fazo. Chiziqli fazo va uning o'lchovi. Chiziqli fazoda bazis va koordinatalar. Chiziqli fazoning qism osti fazolari. Yevklid fazo. Ortogonal va ortonormallangan vektorlar sistemasi va ularni qurish. Shmidt teoremasi.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Blits-so'rov, munozara, BBB, Insert, o'z-o'zini nazorat.

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.1.4. Chiziqli operatorlar. Kvadratik formalar

1) **Chiziqli operatorlar.** Chiziqli operator va uning matritsasi. Chiziqli operatorlar ustida amallar

2) **Chiziqli operator va uning xos vektorlari.** Chiziqli operatorning xos vektorlari va xos qiymati. Xos vektorlarning xossalari. Chiziqli operator matritsasini diagonal shaklga keltirish. Musbat vektor va musbat matritsa.

3) **Kvadratik formalar.** Kvadratik forma haqida tushuncha. Uning matritsasi va rangi. Kvadratik formaning normal shakli. Kvadratik formani kanonik ko'rinishga keltiruvchi chiziqli almashtirish. Lagranj usuli.

4) **Ishorasi aniqlangan kvadratik formalar.** Musbat aniqlangan kvadratik formalar. Ishorasi aniqlanmagan kvadratik formalar. Kvadratik formalar va ikkinchi tartibli chiziqlar orasidagi bog'lanish. Kvadratik forma tushunchalarining iqtisodiy modellarning tahlilida qo'llanilishi. Rejalashtirish modeli.

5) **Iqtisodiyotda matritsalar algebrasidan foydalanish.** Iqtisodiyotda matritsali hisoblardan foydalanish, ishlab chiqarish unumdorligi, talab, xom ashyo harajatlari matritsasi, xom - ashyo narhi matritsasi, iqtisodiyotda chiziqli tenglamalar sistemasidan foydalanish.

6) **Leontev modeli.** Tarmoqlararo balansning matematik modeli. Rejalashtirishning asosiy masalasi. Bilvosita xarajatlar haqida tushuncha. To'la xarajatlar haqida tushuncha.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Munozara, o'z-o'zini nazorat.

(A3; A4; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16; Q18; Q20; Q21)

2.1.5. Analitik geometriya elementlari

1) **Tekislikda to'g'ri chiziq.** Tekislikda analitik geometriya. Tekislikda chiziq tenglamasi. Tekislikda to'g'ri chiziqning burchak koeffitsienti, kesmalar bo'yicha, umumiy va normal tenglamalari. Berilgan nuqtadan o'tuvchi va ikkita nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamalari. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. To'g'ri chiziqlarning parallellik va perpendikulyarlik shartlari. Berilgan nuqtadan to'g'ri chiziqqa bo'lgan masofa.

2) **Tekislikda ikkinchi tartibli egri chiziqlar.** Tekislikda ikkinchi tartibli egri chiziqlar. Aylana va uning tenglamasi. Ellips: uning kanonik tenglamasi, fokusi, markazi, fokus o'qlari. Giperbola: uning kanonik tenglamasi, fokusi, fokus o'qlari, asimptotasi. Parabola va uning kanonik tenglamasi.

3) **Fazoda tekislik tenglamasi.** Fazoda tekislik tenglamalari. Fazoda tekislikning normal tenglamasi. Fazoda tekislikning umumiy tenglamasi. Ikki tekislik orasidagi burchak. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa.

4) **Fazoda to'g'ri chiziq tenglamasi.** Fazoda to'g'ri chiziq tenglamasi. Fazoda to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi. Tekisliklarning, to'g'ri chiziqlarning, tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro joylashuvi. Parallellik va perpendikulyarlik shartlari. Analitik geometriya elementlarini iqtisodiy masalalarni optimal yechishda qo'llanilishi.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Venn diagrammasi, o'z-o'zini nazorat

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.1.6. Matematik tahlilga kirish

1) n o'lchovli koordinatalar fazosida nuqtalarning o'zaro joylashishi.

To'plam tushunchasi. n o'lchovli fazoning nuqta atrofi. R^n fazoda chegaralangan to'plam. To'plamning ichki va chegaraviy nuqtalari. To'plamning quyuqlanish nuqtasi. Ochiq va yopiq to'plamlar. Kompakt-ixcham (chegaralangan va yopiq) to'plam.

2) n o'lchovli koordinatalar fazosida yaqinlashuvchi nuqtalar ketma –ketligi.

Sonli ketma–ketlik. Sonli ketma–ketlik limiti. Cheksiz kichik, cheksiz katta sonli ketma–ketliklar va ularning xossalari. Monoton sonli ketma–ketliklar. Sonli ketma–ketlik yaqinlashishining etarli sharti. ϵ soni. Iqtisodiyotda ϵ sonidan foydalanishga doir masalalar. R^n fazoda nuqtalar ketma–ketligi. n o'lchovli nuqtalar ketma–ketligining limiti.

3) **Bir va ko'p o'zgaruvchili funksiya.** Funksiya ta'rifi. Bir o'zgaruvchili funksiya. Funksiyaning berilish usullari, aniqlanish sohasi va qiymatlari to'plami. Bir o'zgaruvchili funksiya umumiy xossalari. Funksiya grafigi va uni almashtirishlar. Teskari funksiya. Elementar funksiyalarning tasnifi, xossalari va grafigi. Chegaralangan funksiyalar. Qavariq va botiq funksiyalar haqida tushuncha.

4) **Bir o'zgaruvchili funksiya limiti.** Funksiya limiti. Ajoyib limitlar. Limitlar haqida asosiy teoremlar. Funksiyaning cheksizlikdagi limiti. Bir tomonlama limitlar. Ekvivalent cheksiz kichik funksiyalar. Funksiyalarni taqqoslash. Ajoyib limitlarning iqtisodiyotda qo'llanilishi.

5) **Bir o'zgaruvchili funksiya uzluksizligi.** Funksiya uzluksizligi. Nuqtada va kesmada uzluksiz funksiyalarning xossalari. Funksiyaning bir tomonlama uzluksizligi. Funksiyaning uzilish nuqtalari va ularning turlari. Iqtisodiyotda uchraydigan funksiyalar.

6) **Ko'p o'zgaruvchili funksiya limiti. Ko'p o'zgaruvchili funksiya uzluksizligi.** Ko'p o'zgaruvchili funksiya. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning nuqtada uzluksizligi.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim, o'z-o'zini nazorat

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.1.7. Bir o'zgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi

1) **Bir o'zgaruvchili funksiya hosilasi va differensial. Differensiallash qoidalari.** Hosila haqida tushuncha. Hosila geometrik fizik va iqtisodiy ma'nolari. Hosila haqida asosiy teoremlar. Elementar funksiyalarning hosilalari. Funksiya differensial. Differensiallash qoidalari. Elementar funksiyalarning hosilalari. Murakkab funksiya hosilasi va differensial. Parametrik va oshkormas funksiyalarning hosilasi.

2) **Yuqori tartibli hosila va differensiallar.** Yuqori tartibli hosila va differensiallar. Teskari funksiya hosilasi. Funksiya differensialining taqribiy hisoblashlarga tatbiqlari.

3) **Differensiallanuvchi funksiyalar haqidagi asosiy teoremlar.** Differensiallanuvchi funksiyalar uchun asosiy teoremlar (Ferma, Roll va Lagranj). Teylor - Makloren formulalari va ularning tatbiqi. Aniqmasliklarni ochish. Lopital qoidasi. Funksiya monotonligining etarli shartlari.

4) **Funksiya monotonligi kriteriysi. Bir o'zgaruvchili funksiya ekstremumlari.** Funksiyaning o'sish va kamayish shartlari. Funksiya ekstremumlari. Ekstremumning zaruriy va etarli shartlari. Funksiyaning to'plamda eng katta va eng kichik qiymatlari.

5) Funksiya qavariqligi etarli sharti. Funksiya grafigini yasash. Funksiyaning qavariqligi, egilish nuqtalari. Funksiyani hosila yordamida to'la tekshirish va grafigini yasash.

6) Differensial hisobning iqtisodiyotga tatbiqi

Hosila tushunchasiga olib keluvchi iqtisodiy mazmunli masalalar: mehnat unumdorligi; marjinal mahsulot. Talab va taklif egiluvchanligi. Marjinal miqdorlar. Xarajatlarni minimallashtirish va foydani maksimallashtirishga doir masalalar. Korxonalarga soliq solishni optimallashtirish masalasi.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Shaxsga yo'naltirilgan ta'lim.

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.1.8. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi

1) Ko'p o'zgaruvchili funksiya differensial. Ko'p o'zgaruvchili funksiyaning xususiy hosilalari. Funksiyaning nuqtada differensiallanuvi. Funksiyaning to'la differensial va uning taqribiy hisoblashlarda qo'llanilishi. Funksiya gradienti va uning asosiy xossalari.

2) Yuqori tartibli xususiy hosila va differensiallar. Oshkormas funksiyalar. Oshkormas funksiya differensialining mavjudligi haqidagi teorema.

Yuqori tartibli hosila va differensiallar. Aralash hosilalarning tengligi haqidagi teorema.

3) Ko'p o'zgaruvchili funksiya ekstremumlari. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning lokal ekstremumlari. Statsionar nuqta. Ekstremumning zaruriy sharti. Ikki o'zgaruvchili funksiya ekstremumining etarli sharti. Global ekstremum nazariyasining iqtisodiyotdagi tatbiqlari.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Shaxsga yo'naltirilgan ta'lim.

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.1.9. Integral hisob

1) Aniqmas integral. Integrallashning asosiy metodlari. Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral. Aniqmas integral xossalari. Elementar funksiyalarning aniqmas integrallari jadvali. Integrallashning asosiy usullari.

Ratsional, irratsional, trigonometrik va boshqa funksiyalarni integrallash.

2) Aniq integral. Nyuton –Leybnits formulasi.

Aniq integral va uning xossalari. Nyuton – Leybnits formulasi. Aniq integralni hisoblash usullari.

3) Aniq integralning tatbiqlari. Aniq integralning geometrik tatbiqlari. Aniq integralni to'g'ri to'rtburchak, trapetsiya, parabola usullarida taqribiy hisoblash.

Iste'molchining va ta'minotchining ortiqcha foydasi. Marjinal daromad, xarajat va foyda funksiyasiga ko'ra yalpi daromad, umumiy xarajat va yalpi foyda funksiyalarni topish. Talab va taklif egiluvchanlik funksiyalariga ko'ra talab va taklif funksiyalarini topish. Kobb-Duglas funksiyasi asosida ishlab chiqarish hajmini aniqlash. Daromadni aholi o'rtasidagi taqsimotining notekislik darajasini (Jini koeffitsientini) aniqlash. Vaqtning ma'lum oralig'ida jamg'arma bankiga tushgan pul miqdori. Vaqtning ma'lum oralig'ida ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi. Moddiy harajatlarni prognozlashtirish. Elektr energiyani iste'mol qilish hajmlarini prognozlashtirish. Pul oqimini diskontlash masalasi.

4) Xosmas integral. Xosmas integralning ta'rifi. Yaqinlashuvchi va uzoqlashuvchi integrallar.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Ma'ruza, namoyish etish, savol-javob, kichik guruhlarda ishlash metodlari.

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.1.10. Differensial tenglamalar

1) Differensial tenglama. Asosiy tushunchalar. Birinchi tartibli differensial tenglamalar. Oddiy differensial tenglamalar haqida asosiy tushunchalar. Umumiy yechim va umumiy integral. Koshi masalasi.

Birinchi tartibli differensial tenglamalarni yechishning asosiy usullari. Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar. Bernulli tenglamasi va boshqalar

2) Ikkinchi tartibli differensial tenglamalar. O'zgarmas koeffitsientli ikkinchi tartibli bir jinsli chiziqli differensial tenglamalarning fundamental yechimlar sistemasi va umumiy yechimi. O'zgarmas koeffitsientli ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar.

3) Differensial tenglamalar sistemasi. Differensial tenglamalarning iqtisodiyotga tatbiqlari. Birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemasi.

Tabiiy o'sish va kreditlash haqida Bernulli masalasi. Aholining o'sishi. Bankdagi pul omonatining o'sishi.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Ma'ruza, namoyish etish, guruhlarda ishlash metodi.

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.1.11. Qatorlar

1) Sonli qatorlar. Sonli qatorlar haqida asosiy tushunchalar. Yaqinlashuvchi sonli qatorlar va ularning xossalari. Qator yaqinlashuvining zaruriy sharti. Qator yaqinlashuvining Dalamber va Koshi alomatlari. Taqqoslash alomati. Koshining integral aloma

Absolyut va shartli yaqinlashish. Leybnits, Abel va Dirixle alomatlari.

2) Funksional qatorlar.

Funksional qatorlar. Funksional qatorning tekis yaqinlashuvchi bo'lishining Veershtass alomati.

Darajali qatorlar. Teylor qatori. Makloren qatori.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Ma'ruza, kichik guruhlarda ishlash, "Blits-so'rov" metodlari.

(A1;A2; A3; A4; Q6; Q7 Q8; Q9; Q10; Q13; Q14 ;Q15;Q16; Q17;)

2.2. AMALIY MASHG'ULOTLARNING TAVSIYA ETILADIGAN MAVZULARI

Amaliy mashg'ulotlarni tashkil etish bo'yicha ko'rsatma va tavsiyalar: kafedraning professor-o'qituvchilari tomonidan talabalar uchun ko'rsatma va tavsiyalar ishlab chiqiladi. Talabalar amaliy mashg'ulotlarda ma'ruza mashg'ulotlarida olingan bilim, ko'nikma va malakalarni misol va masalalar yechish orqali mustahkamlaydilar.

Amaliy mashg'ulotlarda yechiladigan misol va masalalar quyidagi tamoyillar asosida tanlanadi: osondan murakkabga qarab; tanlangan masala va misollar talabalarda tushunchalar shakllanishi uchun yetarli.

Bundan tashqari, masalalar yechish jarayonida talabada u yoki bu tushunchalardan

foydalanish ko'nikmalarini shakllantirish lozim.

2.2.1. Matritsa va determinantlar

1) Matritsalar. Matritsalar ustida amallar. “Oliy matematika” fani predmeti va vazifalari. Matematika - amaliy masalalarni yechishning qudratli vositasi, fanlarning universal tili, dunyoqarash va madaniyatning tarkibiy qismi. Hodisa va jarayonlarni modellashtirish haqida ayrim sodda tushunchalar.

Matritsa haqida tushuncha. Satr matritsa. Ustun matritsa. Matritsalar va ular ustida chiziqli amallar: matritsalarini qo'shish, matritsani songa ko'paytirish, matritsalarini ko'paytirish. Matritsaning turlari. Transponirlangan matritsa va uning xossalari. Matritsalar ustida elementar almashtirishlar.

2) Determinantlar nazariyasi. n -tartibli determinant. Inversiya. Determinant tartibi. Ikkinchi va uchinchi tartibli determinantlar. Determinantlarning asosiy xossalari. Determinantlarni satr va ustun elementlari bo'yicha yoyish. Algebraik to'ldiruvchi. Laplas teoremasi

3) Determinantlarni hisoblash metodlari. Ikkinchi tartibli va uchinchi tartibli determinantlarni hisoblash. Uchburchak usuli. Sarrius usuli. Kvadratik matritsaning determinanti. Yuqori tartibli determinantlarni hisoblash. Laplas formulasi. Yuqori tartibli determinantlarni hisoblashning boshqa usullari.

4) Matritsa rangi va vektorlar sistemasining rangi. Matritsa rangi va asosiy xossalari. Matritsalarini elementar almashtirishlar. Matritsa rangini hisoblash usullari. Vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi. Bazis minor haqidagi teorema. Vektorlar sistemasining rangi va uning matritsa rangi bilan bog'liqligi.

5) Teskari matritsa. Matritsaning xarakteristik ko'phadi.

Teskari matritsa va uning mavjudligi haqidagi teorema. Teskari matritsani qurish usullari. Teskari matritsaning xossalari. Matritsaning xarakteristik ko'phadi. Matritsalarining xos qiymalari.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: *dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Bingo, blits, ajoyib arra munozara, o'z-o'zini nazorat.*

(A4; Q6; Q12; Q14; Q16)

2.2.2. Chiziqli tenglamalar sistemasi

1) Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi. Asosiy tushunchalar. Chiziqli tenglamalar sistemasi va uning yechimi haqidagi asosiy tushunchalar. Birgalikda bo'lgan tenglamalar sistemasi. Birgalikda bo'lmagan tenglamalar sistemasi. Aniq tenglamalar sistemasi. Kramer qoidasi.

2) Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Gauss va Gauss–Jordan usullari.

Gauss usuli, Gauss–Jordan usuli.

3) Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning matritsalar usuli.

Matritsalar usuli, Teskari matritsa.

4) Kroneker – Kapelli teoremasi. Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy nazariyasi. Kroneker – Kapelli teoremasi. Chiziqli tenglamalar sistemasining bazis yechimlari.

5) Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasining fundamental yechimlari tizimi. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasi va uning notrivial yechimlarining mavjudlik sharti. Bir jinsli chiziqli tenglamalar sistemasining fundamental yechimlari to'plami. Chiziqli tenglamalar sistemasining umumiy yechimi va uning vektor shakli.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, Venn diagrammasi, o'z-o'zini nazorat.

(A3; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16)

2.2.3. $\mathbb{R}^n$ arifmetik vektor fazo. Chiziqli va Yevklid fazolar

1) Arifmetik vektor fazo. $\mathbb{R}^n$ arifmetik vektor fazo. Arifmetik vektorlar ustida chiziqli amallar. Skalyar ko'paytma. Vektor uzunligi. Vektorlar orasidagi burchak. Vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi. Chiziqli tenglamalar sistemasini vektor ko'rinishda yozish.

2) Vektorlar koordinatalari va bazisi, arifmetik vektor fazoda vektorlar koordinatalarini almashtirish. Vektorni vektorlar sistemasi bo'yicha yoyish. Vektorlarning chiziqli bog'liqligi haqidagi teoremlar. Vektorlar sistemasining bazisi. Ortogonal va ortonormallangan vektorlar sistemasi va ularni qurish. Shmidt teoremasi.

3) Chiziqli fazo. Yevklid fazo. Chiziqli fazo va uning o'lchovi. Chiziqli fazoda bazis va koordinatalar. Chiziqli fazoning qism osti fazolari. Yevklid fazosi. Bazislarni almashtirish. Chiziqli operator. Chiziqli operator matritsasi. Chiziqli operatorlar ustida amallar.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, Venn diagrammasi, T-sxemasi, o'z-o'zini nazorat.

(A3; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16)

2.2.4. Chiziqli operatorlar. Kvadratik formalar

1) Chiziqli operatorlar. Chiziqli operator va uning matritsasi. Chiziqli operatorlar ustida amallar

2) Chiziqli operator va uning xos vektorlari. Chiziqli operatorning xos vektorlari va xos qiymati. Xos vektorlarning xossalari. Chiziqli operator matritsasini diagonal shaklga keltirish. Musbat vektor va musbat matritsa.

3) Kvadratik formalar. Kvadratik forma haqida tushuncha. Uning matritsasi va rangi. Kvadratik formani kanonik ko'rinishga keltirish. Kvadratik formaning normal shakli. Kvadratik formani kanonik ko'rinishga keltiruvchi chiziqli almashtirish.

4) Ishorasi aniqlangan kvadratik formalar. Musbat aniqlangan kvadratik formalar. Kvadratik formalar va ikkinchi tartibli chiziqlar orasidagi bog'lanish. Kvadratik forma tushunchalarining iqtisodiy modellarning tahlilida qo'llanilishi. Rejalashtirish modeli.

5) Iqtisodiyotda matritsalar algebrasidan foydalanish. Iqtisodiyotda matritsali hisoblardan foydalanish, ishlab chiqarish unumdorligi, talab, xom ashyo harajatlari matritsasi, xom - ashyo narhi matritsasi, iqtisodiyotda chiziqli tenglamalar sistemasidan foydalanish.

6) Leontev modeli. Tarmoqlararo balansning matematik modeli. Rejalashtirishning asosiy masalasi. Bilvosita xarajatlar haqida tushuncha. To'la xarajatlar haqida tushuncha.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, Venn diagrammasi, T-sxemasi, o'z-o'zini nazorat.

(A3; A4; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16; Q18; Q20; Q21)

2.2.5. Analitik geometriya elementlari

1) Tekislikda to'g'ri chiziq. Tekislikda analitik geometriya. Tekislikda chiziq tenglamasi. Tekislikda to'g'ri chiziqning burchak koeffitsientli, kesmalar bo'yicha, umumiy va normal tenglamalari. Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. To'g'ri chiziqlarning parallellik va perpendikulyarlik shartlari. Berilgan nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa.

2) Tekislikda ikkinchi tartibli egri chiziqlar. Tekislikda ikkinchi tartibli egri chiziqlar. Aylana va uning tenglamasi. Ellips. Ellipsning kanonik tenglamasi, fokusi, markazi, fokus o'qlari. Giperbola. Giperbolaning kanonik tenglamasi, fokusi, fokus o'qlari, asimptotasi. Parabola va uning kanonik tenglamasi.

3) Fazoda tekislik tenglamasi. Fazoda tekislik tenglamalari. Fazoda tekislikning normal tenglamasi. Fazoda tekislikning umumiy tenglamasi. Ikki tekislik orasidagi burchak. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa.

4) Fazoda to'g'ri chiziq tenglamasi. Fazoda to'g'ri chiziq tenglamasi. Fazoda to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi. Tekisliklarning, to'g'ri chiziqlarning, tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro joylashuvi. Parallellik va perpendikulyarlik shartlari. Analitik geometriya elementlarining iqtisodiy masalalarni optimal yechishda qo'llanilishi.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, Venn diagrammasi, T-sxemasi, o'z-o'zini nazorat.

(A3; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16)

2.2.6. Matematik tahlilga kirish

1) n o'lchovli koordinatalar fazosida nuqtalarning o'zaro joylashishi. n o'lchovli fazoning nuqta atrofi. R^n fazoda chegaralangan to'plam. To'plamning ichki va chegaraviy nuqtalari. To'plamning quyuqlanish nuqtasi. Ochiq va yopiq to'plamlar. Kompakt-ixcham (chegaralangan va yopiq) to'plam.

2) n o'lchovli koordinatalar fazosida yaqinlashuvchi nuqtalar ketma –ketligi. Sonli ketma–ketlik. Sonli ketma–ketlik limiti. Cheksiz kichik, cheksiz katta sonli ketma–ketliklar va ularning xossalari. Monoton sonli ketma–ketliklar. Sonli ketma–ketlik yaqinlashishining etarli sharti. R^n fazoda nuqtalar ketma–ketligi. n o'lchovli nuqtalar ketma–ketligining limiti.

3) Bir va ko'p o'zgaruvchili funksiya. Funksiya haqida tushuncha. Bir va ko'p o'zgaruvchili funksiya. Funksiya ta'rifi. Funksiyaning berilish usullari, aniqlanish sohasi va qiymatlari to'plami. Bir o'zgaruvchili funksiya umumiy xossalari. Funksiya grafigi va uni almashtirishlar. Teskari funksiya. Elementar funksiyalarning tasnifi, xossalari va grafigi. Chegaralangan funksiyalar. Qavariq va botiq funksiyalar haqida tushuncha.

4) Bir o'zgaruvchili funksiya limiti. Funksiya limiti. Ajoyib limitlar. Limitlar haqida asosiy teoremlar. Funksiyaning cheksizlikdagi limiti. Bir tomonlama limitlar. Ekvivalent cheksiz kichik funksiyalar. Funksiyalarni taqqoslash. Ajoyib limitlarning iqtisodiyotda qo'llanilishi.

5) Bir o'zgaruvchili funksiya uzluksizligi. Funksiya uzluksizligi. Nuqtada va kesmada uzluksiz funksiyalarning xossalari. Funksiyaning bir tomonlama uzluksizligi. Funksiyaning uzilish nuqtalari va ularning turlari. Iqtisodiyotda uchraydigan funksiyalar.

6) Ko'p o'zgaruvchili funksiya limiti. Ko'p o'zgaruvchili funksiya uzluksizligi. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning nuqtada uzluksizligi. Uzluksiz funksiyalarning xossalari. To'plamda uzluksizlik. Bir tomonlama uzluksizlik. Bir o'zgaruvchili funksiyaning uzilish nuqtalari.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, Venn diagrammasi, T-sxemasi, o'z-o'zini nazorat.

(A3; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16)

2.2.7. Bir o'zgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi

1) Bir o'zgaruvchili funksiya hosilasi va differensial. Differensiallash qoidalari. Bir o'zgaruvchili funksiya hosilasi. Funksiya differensialining zaruriy va etarli shartlari. Funksiya differensial va uning taqribiy hisoblashlardagi tatbiqlari. Hosilaning geometrik va iqtisodiy ma'nolari. Hosila haqidagi asosiy teoremlar.

Differensiallash qoidalari. Elementar funksiyalarning hosilalari. Murakkab funksiya hosilasi va differensial.

2) Yuqori tartibli hosila va differensiallar. Yuqori tartibli hosila va differensiallar. Teskari funksiya hosilasi.

3) Differensiallanuvchi funksiyalar haqidagi asosiy teoremlar. Differensiallanuvchi funksiyalar uchun asosiy teoremlar (Ferma, Roll va Lagranj). Teylor - Makloren formulalari va ularning tatbiqi. Aniqlashtirishni ochish. Lopital qoidasi. Funksiya monotonligining etarli shartlari.

4) Funksiya monotonligi kriteriysi. Bir o'zgaruvchili funksiya ekstremumlari. Funksiyaning o'sish va kamayish shartlari. Funksiya ekstremumlari. Ekstremumning zaruriy va etarli shartlari. Funksiyaning to'plamda eng katta va eng kichik qiymatlari.

5) Funksiya qavariqligi etarli sharti. Funksiya grafigini yasash. Funksiyaning qavariqligi, uning egilish nuqtalari. Funksiyaning hosila yordamida to'la tekshirish va grafigini yasash.

6) Differensial hisobning iqtisodiyotga tatbiqi

Hosila tushunchasiga olib keluvchi iqtisodiy mazmunli masalalar: mehnat unumdorligi; marjinal mahsulot. Talab va taklif egiluvchanligi. Marjinal miqdorlar. Xarajatlarni minimallashtirish va foydani maksimallashtirishga doir masalalar. Korxonalarga soliq solishni optimallashtirish masalasi. Iqtisodda Lopital qoidasi, Makloren formulasidan foydalanish, funksiyaning o'sish va kamayish oraliqlarini, botiq va qavariqligini topishga doir iqtisodiy mazmundagi misollar, logarifmik hosilaning qo'llanilishiga doir misollar.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Ma'ruza, savol-javob, kichik guruhlarda ishlash metodlari, integrativ metod.

(A3; A4; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16; Q18; Q20; Q21)

2.2.8. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi

1) Ko'p o'zgaruvchili funksiya differensial. Ko'p o'zgaruvchili funksiyaning xususiy hosilalari. Funksiyaning nuqtada differensiallanuvi. Funksiyaning to'la differensial va uning taqribiy hisoblashlarda qo'llanilishi. Funksiya gradienti va uning asosiy xossalari.

2) Yuqori tartibli xususiy hosila va differensiallar.

Yuqori tartibli hosila va differensiallar. Aralash hosilalarning tengligi haqidagi teorema.

3) Ko'p o'zgaruvchili funksiya ekstremumlari. Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning lokal ekstremumlari. Statsionar nuqta. Ekstremumning zaruriy sharti. Ikki o'zgaruvchili funksiya ekstremumining etarli sharti. Global ekstremum nazariyasining iqtisodiyotdagi tatbiqlari.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, Venn diagrammasi, T-sxemasi, o'z-o'zini nazorat.

(A3; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16; Q18; Q20; Q21)

2.2.9. Integral hisob

1) Aniqmas integral. Integrallashning asosiy metodlari. Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral. Aniqmas integral xossalari. Elementar funksiyalarning aniqmas integrallari jadvali. Integrallashning asosiy usullari.

Ratsional, irratsional, trigonometrik va boshqa funksiyalarni integrallash.

2) Aniq integral. Nyuton –Leybnits formulasi.

Aniq integral va uning xossalari. Nyuton – Leybnits formulasi. Aniq integralni hisoblash usullari.

3) Aniq integralning tatbiqlari. Aniq integralning geometrik tatbiqlari. Aniq integralni to'g'ri to'rtburchak, trapetsiya, parabola usullarida taqribiy hisoblash.

Iste'molchining va ta'minotchining ortiqcha foydasi. Marjinal daromad, xarajat va foyda funksiyasiga ko'ra yalpi daromad, umumiy xarajat va yalpi foyda funksiyalarni topish. Talab va taklif egiluvchanlik funksiyalariga ko'ra talab va taklif funksiyalarini topish. Kobb-Duglas funksiyasi asosida ishlab chiqarish hajmini aniqlash. Daromadning aholi o'rtasidagi taqsimotining notekislik darajasini (Jini koeffitsientini) aniqlash. Vaqtning ma'lum oralig'ida jamg'arma bankiga tushgan pul miqdori. Vaqtning ma'lum oralig'ida ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi. Moddiy harajatlarni prognozlashtirish. Elektr energiyani iste'mol qilish hajmlarini prognozlashtirish. Pul oqimini diskontlash masalasi.

4) Xosmas integral. Xosmas integralning ta'rifi. Yaqinlashuvchi va uzoqlashuvchi integrallar.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, Venn diagrammasi, T-sxemasi, o'z-o'zini nazorat.

(A3; A4; Q18; Q20; Q21)

2.2.10. Differensial tenglamalar

1) Differensial tenglama. Asosiy tushunchalar. Birinchi tartibli differensial tenglamalar. Oddiy differensial tenglamalar haqida asosiy tushunchalar. Umumiy yechim va umumiy integral.

Birinchi tartibli differensial tenglamalarni yechishning asosiy usullari. Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar.

2) Ikkinchi tartibli differensial tenglamalar. O'zgarmas koeffitsientli ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar.

3) Differensial tenglamalar sistemasi. Differensial tenglamalarning iqtisodiyotga tatbiqlari. Birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemasi.

Tabiiy o'sish va kreditlash haqida Bernulli masalasi. Aholining o'sishi. Bankdagi pul omonatining o'sishi. Leontevning dinamik modeli.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, Venn diagrammasi, T-sxemasi, o'z-o'zini nazorat.

(A3; A4; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16; Q18; Q20; Q21)

2.2.11. Qatorlar

1) Sonli qatorlar. Sonli qatorlar haqida asosiy tushunchalar. Yaqinlashuvchi sonli qatorlar va ularning xossalari. Qator yaqinlashuvining zaruriy sharti.

Taqqoslash alomati. Koshi va Dalamber alomati. Koshining integral alomati. Absolyut va shartli yaqinlashish. Leybnits, Abel va Dirixle alomatlari.

2) Funksional qatorlar.

Funksional qatorlar. Funksional qatorning tekis yaqinlashuvchi bo'lishining Veershtass alomati.

Darajali qatorlar. Teylor qatori. Makloren qatori.

Qo'llaniladigan ta'lim texnologiyalari: dialogik yondoshuv, muammoli ta'lim. Aqliy hujum, kichik guruhlarda ishlash, Venn diagrammasi, o'z-o'zini nazorat.

(A3; Q6; Q8; Q9; Q11; Q13; Q14 ;Q16)

3. MUSTAQIL TA'LIMNING SHAKLI VA MAZMUNI

“Oliy matematika” fani bo'yicha talabanning mustaqil ta'limi shu fanni o'rganish jarayonining tarkibiy qismi bo'lib, uslubiy va axborot resurslari bilan to'la ta'minlangan.

Talabalar auditoriya mashg'ulotlarida professor-o'qituvchilarning ma'ruzasini tinglaydilar, misol va masalalar yechadilar. Auditoriyadan tashqarida talaba darslarga tayyorlanadi, adabiyotlarni konspekt qiladi, uy vazifa sifatida berilgan misol va masalalarni yechadi. Bundan tashqari ayrim mavzularni kengroq o'rganish maqsadida qo'shimcha adabiyotlarni o'qib referatlar tayyorlaydi hamda mavzu bo'yicha testlar yechadi. Mustaqil ta'lim natijalari reyting tizimi asosida baholanadi.

Uyga vazifalarni bajarish, qo'shimcha darslik va adabiyotlardan yangi bilimlarni mustaqil o'rganish, kerakli ma'lumotlarni izlash va ularni topish yo'llarini aniqlash, internet tarmoqlaridan foydalanib ma'lumotlar to'plash va ilmiy izlanishlar olib borish, ilmiy to'garak doirasida yoki mustaqil ravishda ilmiy manbalardan foydalanib ilmiy maqola va ma'ruzalar tayyorlash kabilar talabalarning darsda olgan bilimlarini chuqurlashtiradi, ularning mustaqil fikrlash va ijodiy qobiliyatini rivojlantiradi. Shuning uchun ham mustaqil ta'limsiz o'quv faoliyati samarali bo'lishi mumkin emas.

Uy vazifalarini tekshirish va baholash amaliy mashg'ulot olib boruvchi o'qituvchi tomonidan, konspektlarni va mavzuni o'zlashtirish darajasini tekshirish va baholash esa ma'ruza darslarini olib boruvchi o'qituvchi tomonidan har darsda amalga oshiriladi.

“Oliy matematika” fanidan mustaqil ish majmuasi fanning barcha mavzularini qamrab olgan va quyidagi mavzu ko'rinishida shakllantirilgan.

Talabalar mustaqil ta'limining mazmuni va hajmi

Moliya(5230600), bank ishi(5230700), buxgalteriya hisobi va audit(5230900)

№	Mustaqil ta’lim mavzulari	Berilgan topshiriqlar	Inst. yo’nalish	
			Bajar. muddat	Hajmi (soatda)
I semestr				
1	Matritsa va determinantlar	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	I semestr 2 -4-6 hafta	14
2	Chiziqli tenglamalar sistemasi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	I semestr 8-10 hafta	14
3	R^n arifmetik vektor fazo. Chiziqli va Yevklid fazolar.	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	I semestr 12-14 hafta	8

4	Chiziqli operatorlar. Kvadratik formalar. Chiziqli algebraning iqtisodiy masalalarga tatbiqi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	I semestr 15-17, 20-21 hafta	10
II semestr				
5	Analitik geometriya elementlari	Adabiyotlardan konspekt qilish. Masalalar yechish. Mustaqil topshiriqlarni bajarish	II semestr 24-26- hafta	8
6	Matematik tahlilga kirish	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	II semestr 28-30-32- hafta	16
7	Bir o'zgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	II semestr 34-36-38- hafta	14
8	Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	II semestr 40-hafta	8
III semestr				
9	Integral hisob	Adabiyotlardan konspekt qilish. Masalalar yechish. Mustaqil topshiriqlarni bajarish.	III semestr 2 -6- hafta	8
10	Differensial tenglamalar	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	III semestr 8-12- hafta	8
11	Qatorlar	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	III semestr 14-18 hafta	6
Jami				114

Kasbiy ta'lim (buxgalteriya hisobi va audit)

№	Mustaqil ta’lim mavzulari	Berilgan topshiriqlar	Inst. yo’nalish	
			Bajar. muddat	Hajmi (soatda)
I semestr				
1	Matritsa va determinantlar	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	I semestr 2 -4-6 hafta	14
2	Chiziqli tenglamalar sistemasi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	I semestr 8-10 hafta	14
3	R^n arifmetik vektor fazo. Chiziqli va Yevklid fazolar.	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	I semestr 12-14 hafta	8
4	Chiziqli operatorlar. Kvadratik formalar. Chiziqli algebraning iqtisodiy masalalarga tatbiqi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	I semestr 15-17, 20-21 hafta	10
II semestr				
5	Analitik geometriya elementlari	Adabiyotlardan konspekt qilish. Masalalar yechish. Mustaqil topshiriqlarni bajarish	II semestr 24-26- hafta	8
6	Matematik tahlilga kirish	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	II semestr 28-30-32- hafta	16
7	Bir o’zgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	II semestr 34-36-38- hafta	14
8	Ko’p o’zgaruvchili funksiyalarning differensial hisobi	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	II semestr 40-hafta	8

III semestr				
9	Integral hisob	Adabiyotlardan konspekt qilish. Masalalar yechish. Mustaqil topshiriqlarni bajarish.	III semestr 2 -6- hafta	18
10	Differensial tenglamalar	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	III semestr 8-12- hafta	14
11	Qatorlar	Adabiyotlardan konspekt qilish. Individual topshiriqlarni bajarish	III semestr 14-18 hafta	10
Jami				134

4. REYTING BAHOLASH TIZIMI

4.1. “Oliy matematika” fanidan talabalar bilimini reyting tizimi asosida baholash mezonlari

“Oliy matematika” fani bo'yicha reyting jadvallari, nazorat turi, shakli, soni hamda har bir nazoratga ajratilgan maksimal ball, shuningdek joriy va oraliq nazoratlarining saralash ballari haqidagi ma'lumotlar fan bo'yicha birinchi mashg'ulotda talabalarga e'lon qilinadi.

Fan bo'yicha talabalarining bilim saviyasi va o'zlashtirish darajasining Davlat ta'lim standartlariga muvofiqligini ta'minlash uchun quyidagi nazorat turlari o'tkaziladi:

- **joriy nazorat (JN)** – talabaning fan mavzulari bo'yicha bilim va amaliy ko'nikma darajasini aniqlash va baholash usuli. Joriy nazorat fanning xususiyatidan kelib chiqqan holda amaliy mashg'ulotlarda og'zaki so'rov, test o'tkazish, suhbat, nazorat ishi, kollektivum, uy vazifalarini tekshirish va shu kabi boshqa shakllarda o'tkazilishi mumkin;

- **oraliq nazorat (ON)** – semestr davomida o'quv dasturining tegishli (fanlarning bir necha mavzularini o'z ichiga olgan) bo'limi tugallangandan keyin talabaning nazariy bilim va amaliy ko'nikma darajasini aniqlash va baholash usuli. Oraliq nazorat bir semestrda ikki marta o'tkaziladi va shakli (yozma, og'zaki, test va hokazo) o'quv faniga ajratilgan umumiy soatlar hajmidan kelib chiqqan holda belgilanadi;

- **yakuniy nazorat (YaN)** – semestr yakunida muayyan fan bo'yicha nazariy bilim va amaliy ko'nikmalarni talabalar tomonidan o'zlashtirish darajasini baholash usuli. Yakuniy nazorat asosan tayanch so'z va iboralarga asoslangan “Yozma ish” shaklida o'tkaziladi.

ON o'tkazish jarayoni kafedra mudiri tomonidan tuzilgan komissiya ishtirokida muntazam ravishda o'rganib boriladi va uni o'tkazish tartiblari buzilgan hollarda, **ON** natijalari bekor qilinishi mumkin. Bunday hollarda **ON** qayta o'tkaziladi.

Oliy ta'lim muassasasi rahbarining buyrug'i bilan ichki nazorat va monitoring bo'limi rahbarligida tuzilgan komissiya ishtirokida **YaN** ni o'tkazish jarayoni muntazam ravishda o'rganib boriladi va uni o'tkazish tartiblari buzilgan hollarda, **YaN** natijalari bekor qilinishi mumkin. Bunday hollarda **YaN** qayta o'tkaziladi.

Talabaning bilim saviyasi, ko'nikma va malakalarini nazorat qilishning reyting tizimi asosida talabaning fan bo'yicha o'zlashtirish darajasi ballar orqali ifodalanadi.

“Oliy matematika” bo'yicha talabalarining semestr davomidagi o'zlashtirish ko'rsatkichi 100 ballik tizimda baholanadi. Ushbu 100 ball baholash turlari bo'yicha quyidagicha taqsimlanadi:

JN-35 ball

ON-35 ball

YaN-30 ball.

Ball	Baho	Talabalarining bilim darajasi
86-100	A'lo	Xulosa va qaror qabul qilish. Ijodiy fikrlay olish.

		Mustaqil mushohada yurita olish. Olgan bilimlarini amalda qo'llay olish. Mohiyatini tushuntirish. Bilish, aytib berish. Tasavvurga ega bo'lish.
71-85	Yaxshi	Mustaqil mushohada qilish. Olgan bilimlarini amalda qo'llay olish. Mohiyatini tushuntirish. Bilish, aytib berish. Tasavvurga ega bo'lish
55-70	Qoniqarli	Mohiyatini tushuntirish. Bilish, aytib berish. Tasavvurga ega bo'lish
0-54	Qoniqarsiz	Aniq tasavvurga ega bo'lmaslik. Bilmaslik

• Fan bo'yicha saralash bali 55 ballni tashkil etadi. Talabaning saralash balidan past bo'lgan o'zlashtirishi reyting daftarchasida qayd etilmaydi.

• Talabalarining o'quv fani bo'yicha mustaqil ishi joriy, oraliq va yakuniy nazoratlar jarayonida tegishli topshiriqlarni bajarishi va unga ajratilgan ballardan kelib chiqqan holda baholanadi.

• Talabaning fan bo'yicha reytingi quyidagicha aniqlanadi: $R = \frac{V \cdot O'}{100}$,

bu erda: V- semestrda fanga ajratilgan umumiy o'quv yuklamasi (soatlarda);

O' -fan bo'yicha o'zlashtirish darajasi (ballarda).

• Fan bo'yicha joriy va oraliq nazoratlarga ajratilgan umumiy ballning 55 foizi saralash ball hisoblanib, ushbu foizdan kam ball to'plagan talaba yakuniy nazoratga kiritilmaydi.

• Joriy JN va oraliq ON turlari bo'yicha 55 ball va undan yuqori balni to'plagan talaba fanni o'zlashtirgan deb hisoblanadi va ushbu fan bo'yicha yakuniy nazoratga kirmasligiga yo'l qo'yiladi.

• Talabaning semestr davomida fan bo'yicha to'plagan umumiy bali har bir nazorat turidan belgilangan qoidalarga muvofiq to'plagan ballari yig'indisiga teng.

• **ON** va **YaN** turlari kalendar tematik rejaga muvofiq dekanat tomonidan tuzilgan reyting nazorat jadvallari asosida o'tkaziladi. **YaN** semestrning oxirgi 2 haftasi mobaynida o'tkaziladi.

• **JN** va **ON** nazoratlarda saralash balidan kam ball to'plagan va uzrli sabablarga ko'ra nazoratlarda qatnasha olmagan talabaga qayta topshirish uchun, navbatdagi shu nazorat turigacha, so'nggi joriy va oraliq nazoratlar uchun esa yakuniy nazoratgacha bo'lgan muddat beriladi.

• Talabaning semestrda **JN** va **ON** turlari bo'yicha to'plagan ballari ushbu nazorat turlari umumiy balining 55 foizidan kam bo'lsa yoki semestr davomida joriy, oraliq va yakuniy nazorat turlari bo'yicha to'plagan ballari yig'indisi 55 balidan kam bo'lsa, u akademik qarzdor deb hisoblanadi.

• Talaba nazorat natijalaridan norozi bo'lsa, fan bo'yicha nazorat turi natijalari e'lon qilingan vaqtdan boshlab bir kun mobaynida fakultet dekaniga ariza bilan murojaat etishi mumkin. Bunday holda fakultet dekanining taqdimnomasiga ko'ra rektor buyrug'i bilan 3 (uch) a'zodan kam bo'lmagan tarkibda apellyatsiya komissiyasi tashkil etiladi.

• Apellyatsiya komissiyasi talabalarining arizalarini ko'rib chiqib, shu kunning o'zida xulosasini bildiradi.

• Baholashning o'rnatilgan talablar asosida belgilangan muddatlarda o'tkazilishi hamda rasmiylashtirilishi fakultet dekani, kafedra muduri, o'quv-uslubiy boshqarma hamda ichki nazorat va monitoring bo'limi tomonidan nazorat qilinadi.

4.2. Talabaning ON dan to'playdigan ballarining namunaviy mezonlari

№	Ko'rsatkichlar	ON ballari		
		maks	1-ON	2-ON
1	Darslarga qatnashganlik darajasi va o'zlashtirishi. Ma'ruza darslaridagi faolligi, konspekt daftarlarining yuritilishi va to'liqligi.	25	0-12	0-13
2	Talabalarning mustaqil ta'lim topshiriqlarini o'z vaqtida va sifatli bajarishi (qo'shimcha adabiyotlarni o'rganish, konspekt qilish, referat tayyorlash).	10	0-5	0-5
Jami ON ballari		35	0-17	0-18

4.3. Talabaning JN dan to'playdigan ballarining namunaviy mezonlari

№	Ko'rsatkichlar	JN ballari		
		maks	1-JN	2-JN
1	Darslarga qatnashganlik darajasi o'zlashtirishi. Amaliy mashg'ulotlardagi faolligi, amaliy mashg'ulot daftarlarining yuritilishi va holati	25	0-12	0-13
2	Mustaqil ta'lim topshiriqlarining o'z vaqtida va sifatli bajarilishi. Mavzular bo'yicha uy vazifalarini bajarilish darajasi.	10	0-5	0-5
Jami JN ballari		35	0-17	0-18

4.4. Talabaning YaN dan to'playdigan ballarining namunaviy mezonlari

Yakuniy nazorat "Yozma ish" shaklida belgilangan bo'lsa, u holda yakuniy nazorat 30 ballik "Yozma ish" variantlari asosida o'tkaziladi.

Agar yakuniy nazorat markazlashgan test asosida tashkil etilgan bo'lib fan bo'yicha yakuniy nazorat "Yozma ish" shaklida belgilangan bo'lsa u holda yakuniy nazorat quyidagi jadval asosida amalga oshiriladi

№	Ko'rsatkichlar	YaN ballari	
		maks	O'zgarish oralig'i
1	Fan bo'yicha yakuniy yozma ish nazorati	6	0-6
2	Fan bo'yicha yakuniy test nazorati	24	0-24
Jami		30	0-30

Yakuniy nazoratda "Yozma ish" larni baholash mezonlari

Yakuniy nazorat "Yozma ish" shaklida amalga oshirilganda, sinov ko'p variantli usulda o'tkaziladi. Har bir variant 2 ta nazariy savol va 4 ta amaliy topshiriqdan iborat. Nazariy savollar fan bo'yicha tayanch so'z va iboralar asosida tuzilgan bo'lib, fanning barcha mavzularini o'z ichiga qamrab olgan.

Har bir nazariy savolga yozilgan javoblar bo'yicha o'zlashtirish ko'rsatkichi 0-3 ball oralig'ida baholanadi. Amaliy topshiriq esa 0-6 ball oralig'ida baholanadi. Talaba maksimal 30 ball to'plashi mumkin.

Yozma sinov bo'yicha umumiy o'zlashtirish ko'rsatkichini aniqlash uchun variantda berilgan savollarning har biri uchun yozilgan javoblarga qo'yilgan o'zlashtirish ballari qo'shiladi va yig'indi talabaning yakuniy nazorat bo'yicha o'zlashtirish bali hisoblanadi.

5. DASTURNING INFORMATSION USLUBIY TA'MINOTI

Tavsiya etilayotgan mavzular bo'yicha ta'limning zamonaviy, xususan, interfaol metodlari, pedagogik va axborot-kommunikatsion (mediata'lim, amaliy dastur paketlari, taqdimot, elektron-didaktik) texnologiyalari majmuali tarzda qo'llanilishi nazarda tutilgan. Jumladan:

- chiziqli algebra nazariyasi asoslari, matritsalar va chiziqli tenglamalar sistemasini yechishga bag'ishlangan mavzular zamonaviy kompyuter texnologiyalari yordamida prezentatsiya va elektron-didaktik texnologiyalaridan foydalanilgan holda o'tkaziladi;

- chiziqli fazoda chiziqli operatorlar va ular ustida amallar hamda analitik geometriya masalalarini yechishga bag'ishlangan amaliy mashg'ulotlarda aqliy xujum, guruhli fikrlash, "ish o'yini" va boshqa pedagogik texnologiyalardan foydalaniladi;

- bir va ko'p o'zgaruvchi funksiyalar, ularning differensial va integral hisoblariga bag'ishlangan amaliy mashg'ulotlarida kichik guruhlar musobaqalari, guruhli fikrlash pedagogik texnologiyalarini qo'llash ko'zda tutiladi.

6. TAVSIYA ETILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

6.1 Asosiy adabiyotlar:

1. Бабаджанов Ш.Ш. Высшая математика. Часть I. Учебное пособие. Т.: "Iqtisod – moliya", 2008. – 336 стр.
2. Бабаджанов Ш.Ш. Высшая математика. Часть II. Учебное пособие. Т.: "Iqtisod – moliya", 2015. – 288 стр.
3. Жураев Т.Ж., Худойбергганов Р.Х., Ворисов А.К., Мансуров Х. Олий математика асослари. Дарслик. Т.: Ўзбекистон, 1999, 290 бет.
4. Raximov D. Oliy matematika. Darslik. Т.: "Iqtisod – moliya", 2006.
5. Tojiev Sh. Oliy matematikadan masalalar yechish. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. Т.: "O'zbekiston", 2002.- 512 b.

6.2 Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Высшая математика для экономистов. Учебник. 2-е изд. /Под редакцией профессора Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ, 2003. – 471 стр.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть I, II. Учебное пособие. М.: "Высшая школа", 2007.
3. Общий курс высшей математики для экономистов. Учебник. / Под общей редакцией В.И. Ермакова. ИНФРА – М, 2007. – 656 стр.
4. Практикум по высшей математики для экономистов: Учебное пособие для вузов. Под редакции проф. Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 320 стр.

5. Karimov M., Abdukarimov R. Oliy matematika. O`quv qo`llanma. T.: “Iqtisod – moliya”, 2009. – 204 bet.
6. Turdaxunova S., Isayeva G. Oliy matematika. Masalalar to`plami. I qism. T.: “Iqtisod – moliya”, 2014. – 112 bet.

Internet saytlari:

www. <http://el.tfi.uz/pdf/mddj22.uzk.pdf>;
www. <http://el.tfi.uz/pdf/mddj22.uzl.pdf>;
www. <http://el.tfi.uz/pdf/mtpzogr-.uzk.pdf>;
www. <http://el.tfi.uz/pdf/mtpzogr-.uzl.pdf>.

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM
VAZIRLIGI**

SAMARQAND IQTISODIYOT VA SERVIS INSTITUTI

OLIY MATEMATIKA KAFEDRASI

OLIY MATEMATIKA

fanidan glossariy (izohli lug‘at)

“Oliy matematika” kafedrasining 2016 yil 30 avgust 1-yig‘ilishida muhokama etilib, bank moliya ta’lim yo’nalishi o’quv jarayonida foydalanish uchun tavsiya qilingan

Kafedra mudiri..... Shukurov Z.

Tuzuvchi Xudoyberdiyev S.

Lug‘atdan foydalanish

Lug‘atda matematik iboralar to‘q qora harflar bilan, ma’nosi oddiy qora harflarda berilgan. Iboralar bosh harflar bilan yozilib, O‘zbek alfaviti bo‘yicha berilgan.

O‘zbek alfaviti

**A, B, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, X, Y, Z, O’, G’,
Sh, Ch, Ng**

Lug‘at maqolalari ichida bosh ibora(termin) o‘rnida, uning bosh harfi ishlatiladi, masalan, **Analitik geometriya** maqolasida A.g.ni yaratishda, analitik geometriyani yaratishda deb o‘qiladi.

Lug‘at maqolalari ichida ma’noni chuqurroq ochish maqsadida shu iboraga qarang, so‘z o‘rniga qisqacha(q) belgi ishlatilgan. Masalan, algebraik ifoda, so‘zidan keyin (q) belgi shu ibora lug‘atiga qarang ma’nosini bildiradi.

A 1. Absolyut yaqinlashuvchi qator.

Berilgan sonli $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ qator hadlarining absolyut qiymatlaridan tuzilgan, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ sonli qator yaqinlashuvchi (q) bo‘lsa, berilgan qatorga absolyut yaqinlashuvchi deb ataladi. Har qanday absolyut yaqinlashuvchi qator yaqinlashuvchidir. Misol uchun,

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{2^{n-1}} + \dots$$

qator absolyut yaqinlashuvchidir, chunki

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} + \dots = 2$$

qator (geometrik progressiya) yaqinlashuvchi qatordir.

2. Ajoyib limitlar. Matematik tahlil(q) bo‘limida qo‘yidagi limitlarga ajoyib limitlar deyiladi:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \text{ba} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \approx 2,718281828459\dots$$

Bu limitlarning ajoyibligi shundaki, boshqa yo‘l bilan keltirib chiqarilishi ancha murakkab bo‘lgan, juda ko‘p boshqa limitlarni bulardan foydalanib, juda sodda va oson topish mumkin.

Masalan,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{1}{1} \cdot 1 = 1.$$

3. Aylana. Berilgan bitta $C(a, \theta)$ nuqtadan, bir xil masofadagi tekislikdagi nuqtalarning geometrik o‘rniga aylana deyiladi. $C(a, \theta)$ nuqtaga aylananing markazi, aylananing ixtiyoriy nuqtasidan, uning markazigacha bo‘lgan masofaga, uning radiusi deb ataladi.

To‘g‘ri burchakli koordinatlar sistemasida aylana tenglamasi

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \quad (1)$$

ko'rinishda bo'ladi, bunda (a, e) aylana markazining koordinatlari, R radius. x, y lar aylanaga tegishli ixtiyoriy nuqtaning koordinatlari. (1) tenglamadan aylananing ikkinchi tartibli chiziqli ekanligi kelib chiqadi. (1) tenglamaga aylananing kanonik(qonuniy) tenglamasi deb yuritiladi.

4. Aksioma. Biror matematik nazariya yaratishda boshlang'ich fakt (asos) deb qaraladigan va isbotsiz qabul qilinadigan jumla. Matematik nazariyani asoslashning mantiqiy poydevori hisoblangan aksiomalar sistemasi hamma vaqt ham tugallangan va takomillashgan bo'lmaydi.

Aksiomalar sistemasi ziddiyatsiz, erkin va to'liq bo'lishi kerak.

Aksioma grekcha $\alpha\chi\iota\omicron\mu\alpha$ - hurmatga sazavor bo'lgan shubhasiz jumla; hurmat, ehtirom, obro' degani.

5. Algebra. Qisqaroq ma'noda A. tenglamalarni yechish haqidagi ta'limot bo'lib, keng ma'noda A. deganda ixtiyoriy tabiatli to'plamning elementlari ustida sonlarni qo'shish va ko'paytirish kabi odatdagi amallarni umumlashtiruvchi amallarni o'rganuvchi fan tushuniladi. IX asrda o'zbek matematigi va astronomi Muhammad ibn Muso al Xorazmiy (783-850) «Al-jabr val muqobala» asarini yozdi. Bu asarda Xorazmiy chiziqli tenglamalarni yechishning umumiy qoidasini berdi va kvadrat tenglamalarni sinflarga ajratib, har bir sinf uchun yechish yo'llarini ko'rsatdi. Al-jabr (tiklash) so'zi tenglamadagi manfiy hadlarni uning ikkinchi qismiga ishorasini o'zgartirib o'tkazishni bildirgan. Yangi fan «Algebra» ning nomi o'sha «Al-jabr» so'zidan olingan.

6. Algebraik ifoda. Algebraik amallar (qo'shish, ko'paytirish, bo'lish, butun darajaga ko'tarish va butun ko'rsatkichli ildiz chiqarish) ishoralari va bu amallarning ketma-ket bajarilishini ko'rsatuvchi ishoralar, ya'ni qavslar bilan biriktirilib, harf va sonlardan tuzilgan ifoda.

1) A.i.da sonlar va harflarning ildiz chiqarish ishoralari (radikallar) qatnashmasa, bunday ifoda ratsional A.i. deyiladi;

2) A.i. da radikallar qatnashsa, bunday ifoda, irratsional A.i. deyiladi. A.i.da harfli ifodaga bo'lish amali qatnashmasa, bu butun A.i. deyiladi.

Misollar: 1) $2a + 5b^3c^2 - \frac{5}{2}a^2b$ butun A.i.; 2) $\frac{a^2b - c^2}{a}$ kasr A.i.;

3) $a\sqrt{2} - b, 3\sqrt{a} + 5b$ irratsional A.i.

7. Algebraik to'ldiruvchi. Determinant (yoki kvadrat matritsa) biror a_{ij} elementining A.t. deb bu elementning $(-1)^{i+j}$ ishora bilan olingan M_{ij} minoriga(q) aytiladi.

8. Algebraik funksiya. Bu shunday, $y = f(x)$ funksiyaki, bu funksiya uchun $F(x, y) = 0$ ko'phad mavjud bo'lib, $y = f(x)$ bo'lganda $F(x, y) \equiv 0$ ayniyat hosil bo'ladi. Har qanday algebraik ifoda (q) o'zida qatnashuvchi harflarning (bu harflar o'zgaruvchi miqdorlar deb hisoblansa) algebraik funksiyaadir. Masalan,

$y = x - \sqrt{\frac{1+x^2}{7+x^2}}$. Algebraik bo'lmagan funksiyalar, transsedent funksiyalar deyiladi.

Masalan, logarifmik, ko'rsatkichli va trigonometrik funksiyalar, transsedent funksiyalardir.

9. Algebraning asosiy teoremasi. Kompleks sonlar maydonida darajasi n ($n > 0$) bo'lgan har qanday $f(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n$ (bunda $a_0 \neq 0$) $f(z) = 0$ tenglamani qanoatlantiradigan kamida bitta z_1 ildizga ega ekanligi haqidagi teoremadir. A.a.t. va Bezu teoremasidan kelib chiqadiki, $f(z)$ ko'phad kompleks sonlar maydonida rosa n ta ildizga ega (ularning karraligi hisobga olinganda). Haqiqatan ham, Bezu teoremasiga asosan, $f(z)$ ko'phad $z - z_1$ ga qoldiqsiz bo'linadi, ya'ni $f(z) = f_1(z) \cdot (z - z_1)$ bundan esa $(n-1)$ darajali $f_1(z)$ ko'phad, A.a.t.ga ko'ra, z_2 ildizga ega bo'ladi degan xulosa chiqadi va hokazo. Natijada $f(z)$ ning rosa n ta ildizi bor degan xulosaga kelamiz, ya'ni

$$f(z) = a_0 (z - z_1) \cdot (z - z_2) \cdot \dots \cdot (z - z_n).$$

Bu teoremaning A.a.t. deb atalishining sababi shundaki, XVII-XVIII asrlarda algebraning asosiy mazmuni tenglamalarni yechishdan iborat bo'lgan. A.a.t. ni birinchi bo'lib, XVII asrda fransuz matematigi Jirar isbotlagan, 1799 yilda nemis matematigi Gauss esa uni aniqlik kiritib isbotlagan. Hozirgi vaqtda A.a.t.ning bir necha isbotlari ma'lum.

10. Algoritm (Algarifm). Biror amallar sistemasini ma'lum, tartibda bajarish haqidagi aniq qoida bo'lib, ma'lum sinfga oid masalalarni yechishga imkon beradi.

Masalan, 3-tartibli determinatlarni hisoblash algoritmi, matritsaning rangini hisoblash algoritmi va hokazo.

Algoritm so'zi IX asrda yashagan o'zbek matematik olimi Al-Xorazmiy nomining buzib olinishi natijasida kelib chiqqan.

11. Analiz(tahlil). Noma'lumdan ma'lumga, izlanayotgandan berilganga o'tish yo'li bilan fikr yuritish yoki isbotlash usulidir. Masalan, arifmetik masalalarni analiz usuli bilan yechishda, fikr yuritishimizda mulohazani noma'lumdan, ya'ni masalaning savolidan boshlab, masalada berilgan miqdorlarga va ular orasidagi bog'lanishlarga kelamiz; bir yoki bir necha noma'lumli tenglamalar tuzishga doir masalalarni yechishda mulohazani noma'lumdan boshlaymiz va berilgan miqdorlar bilan noma'lum miqdorlar orasidagi bog'lanishni topamiz.

12. Analitik geometriya. Matematikaning bo'limi bo'lib, unda geometrik obrazlar koordinatlar usuliga asoslanib, algebra vositalari bilan tekshiriladi, ya'ni koordinatlar usuli yordamida geometrik figura va jismlarga ularning algebraik ifodalari mos qo'yilib, ularning xususiyatlarini o'rganish, shu algebraik ifodalar vositasi bilan amalga oshiriladi. Tekislikdagi A.g. da ikkita asosiy masala qo'yiladi: 1) nuqtalarning geometrik o'rni deb qaralgan chiziqning geometrik xossalarini bilgan holda uning tenglamasini tuzish, ya'ni chiziqning o'zgaruvchi nuqtalarining koordinatlarini bog'lovchi tenglamani topish; 2) chiziqning o'zgaruvchi x va y koordinatlarini bog'lovchi tenglamaga asoslanib, bu chiziqning geometrik xossalarini topish. Tekislikda koordinatlar usulining mohiyati quyidagidan iborat: har qanday nuqtaning o'rni koordinat chiziqlarining ikki turli sistemasiga tegishli ikkita chiziqning kesishishi bilan aniqlanadi, bu chiziqlar koordinatlar to'rini hosil qiladi va ushbu talabni qondirish kerak, tekislikning har bir nuqtasi orqali, har bir sistemaning yolg'iz bir chizig'i o'tishi lozim.

Koordinatlar usuli g'oyasi Yangi zamon yutuqlari samarasi bo'lmay, balki u qadim zamonlardandayoq paydo bo'la boshlagan: koordinatlar g'oyasi elementlari qadimgi zamon matematiklarining ishlarida ham bo'lgan. Lekin harfiy belgilarning va

son haqida umumiy tasavvurning yo'qligi koordinatlar usulining taraqqiy topishiga to'sqinlik qilgan.

Analitik geometriyani yaratishda fransuz olimlari Dekart va Ferma katta hissa qo'shdilar. Fransuz olimi Viyet joriy qilgan harfiy simvollardan foydalanib, Dekart va Ferma bir vaqtda hamda bir-biridan bexabar holda fanga yangi metod (usul) - koordinatlar usulini kiritdilar. Ular matematikaga o'zgaruvchi miqdor tushunchasini kiritdi, fazo bilan son orasidagi, algebra bilan geometriya orasidagi uzviy bog'lanishni aniqladi. Buning natijasida oliy matematikaning hamma tarmoqlari va tabiatning unga qo'shni bo'lgan tarmoqlari tez sur'atlar bilan taraqqiy etish imkoniga ega bo'ldi. Koordinatlar usuli uch o'lchovli fazoga XVII asrning oxiriga kelibgina joriy etildi va XVIII asrda bir qancha olimlarning ayniqsa Klero va Eylerning asalarida bu ish davom ettirildi.

13. Aniq integral. Aniq integral matematik tahlilning muhim tushunchasi bo'lib, geometriya, mexanika, fizika, iqtisodiyot va boshqa fanlarning ko'pgina masalasi aniq integralni hisoblashga keltiriladi. $[a, b]$ kesmada uzluksiz $f(x)$ funksiya berilgan

bo'lsin. $[a, b]$ kesmani $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, $(i=1, 2, \dots, n)$ qisman kesmalarga ajratamiz, har bir qisman kesmada bittadan $C_1, C_2, \dots, C_n$ nuqtalar tanlaymiz. Bu nuqtalarda $f(C_i)$ funksiya qiymatlarini hisoblab, $f(C_1)\Delta x_1 + f(C_2)\Delta x_2 + \dots + f(C_n)\Delta x_n$ yig'indini tuzamiz, bu yig'indiga $f(x)$ funksiya uchun $[a, b]$ kesmadagi, integral yig'indisi deb ataladi.

$\lambda = \max_{1 \leq i \leq n} \Delta x_i$ belgilash kiritamiz.

Ta'rif. Integral yig'indining $[a, b]$ kesmaning qisman kesmalarga bo'linish usuliga va ularda $C_1, C_2, \dots, C_n$ nuqtalarning tanlanishiga bog'liq bo'lmagan $\lambda \rightarrow 0$ dagi chekli limiti mavjud bo'lsa, bu limitga $f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi aniq

integrali deyiladi. Aniq integral $\int_a^b f(x)dx$ bilan belgilanadi. Ta'rifga asosan:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(C_i)\Delta x_i$$

bo'ladi. $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa, u integrallanuvchi, ya'ni bunday funksiyaning aniq integrali mavjud.

14. Aniqlanish sohasi. Funksiya haqiqiy qiymat qabul qiladigan, erkli o'zgaruvchi, argumentning (q) qiymatlari to'plamiga, funksiyaning aniqlanish sohasi deyiladi.

Masalan, $y = \sqrt{25 - x^2}$ funksiyaning aniqlanish sohasi, $x^2 \leq 25$ bo'lib, $[-5, 5]$ kesmadan iborat bo'ladi.

15. Aniqmas integral. Berilgan $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich $F(x) + C$ [$F'(x) = f(x)$] funksiyalar to'plamiga, $f(x)$ funksiyaning aniqmas integrali deyiladi va

$$\int f(x)dx$$

bilan belgilanadi, ya'ni

$$\int f(x)dx = F(x) + C, \quad (F'(x) = f(x))$$

bo'ladi. Masalan,

$$\int \sin x dx = -\cos x + C, \text{ chunki } (-\cos x)' = \sin x.$$

16. Aniqmas ifodalar. Bazan a sonini $F(x)$ funksiyaga rasman qo'yib, keyin funksiyaning qiymatini hisoblaganda qo'yidagi ko'rinishda ifodalar hosil bo'ladi:

$$1) \frac{0}{0}, 2) \frac{\infty}{\infty}, 3) \infty - \infty, 4) 0^0, 5) 1^\infty, 6) \infty^0.$$

Bu ifodalar algebra nuqtai nazaridan ma'nosizdir, lekin matematik tahlil tushunchalariga asoslanib, ba'zi hollarda ularga aniq ma'no berish mumkin. Chunonchi, $F(x)$ funksiya a nuqtaning biror atrofida ($x = a$ nuqtadan boshqa) uzluksiz bo'lsa, $F(a)$ deganda

$\lim_{x \rightarrow a} F(x)$ tushuniladi. Bu limitni hisoblash, aniqmaslikni ochishdir. $\left(\frac{0}{0}\right)$ va $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$

ko'rinishdagi aniqmasliklarni ochishda, ushbu xossadan foydalaniladi: $f(x)$ va $\varphi(x)$ funksiyalar $x = a$ nuqtaning biror atrofidagi hamma nuqталarda teng bo'lsa, ularning $x \rightarrow a$ dagi limiti ham teng bo'ladi.

Masalan,

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{2(x - 3)} \text{ va } \varphi(x) = \frac{x + 3}{2} \text{ funksiyalar } x \text{ ning } x = 3 \text{ dan boshqa}$$

hamma qiymatlari uchun teng. Yuqoridagi xossaga asosan, ularning $x \rightarrow 3$ dagi limitlari ham teng bo'ladi, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

17. Aniqmas koeffitsiyentlar usuli. Ifodaning ko'rinishi oldindan ma'lum bo'lgan holda, bu ifodaning koeffitsiyentlarini topishda qo'llaniladigan usul. Masalan, har qanday ratsional funksiyaning (q) oddiy kasrlar yigindisi ko'rinishida yoyish mumkin.

Misol uchun,

$$\frac{2x - 1}{x^2 - 5x + 6}$$

ratsional funksiyaning soddakasrlar yigindisi ko'rinishida yoyish kerak bo'lsin. Uni ushbu ko'rinishda

$$\frac{2x - 1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{A}{x - 3} + \frac{B}{x - 2}$$

yozamiz. Oxirgi tenglikni $x^2 - 5x + 6$ ifodaga ko'paytirsak,

$$2x - 1 = A(x - 2) + B(x - 3)$$

bo'lib,

$$2x - 1 = (A + B)x - 2A - 3B$$

tenglikni hosil qilamiz. Bir xil darajali x lar koeffitsiyentlarini tenglashtirib,

$$\begin{cases} A + B = 2 \\ -2A - 3B = -1 \end{cases}$$

sistemani hosil qilamiz. Bundan $A = 5$, $B = -3$ bo'ladi. Shunday qilib,

$$\frac{2x - 1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{5}{x - 3} - \frac{3}{x - 2}$$

hosil bo'ladi. Bu usul matematikada keng qo'llaniladi.

18. Aniqmasliklarni ochish. Limit ishorasi ostida bo'lgan funksiya erkli o'zgaruvchisi(argument) o'rniga son rasman qo'yib, hisoblaganda ko'pincha qo'yidagi turdagi aniqmas ifodalarga (q) olib keladi:

$$\frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty}, \quad \infty - \infty, \quad 0^0, \quad 1^\infty, \quad \infty^0, \quad 0 \cdot \infty.$$

Bu ifodalarda argumentning tekshirilayotgan yaqin qiymatlarida funksiya aniq qiymatlarga ega bo'lishi mumkin. Shuning uchun $x = x_0$ da funksiya qo'shni qiymatlaridan juda oz farq qiladigan qiymat qabul qiladi, deb hisoblash tabiiydir. Limit mavjud bo'lsa,

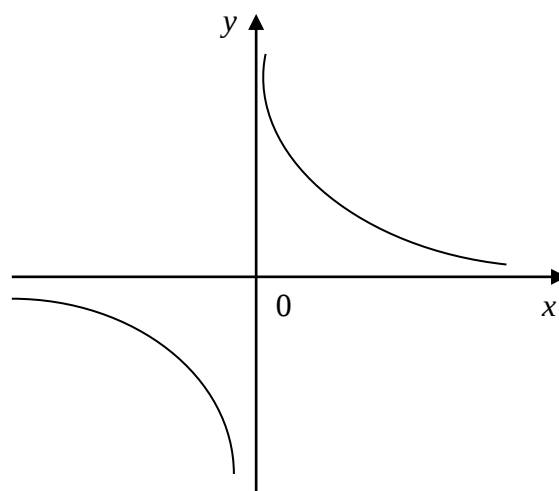
$$f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \quad (1)$$

deb olish mumkin. Aniqmasliklarni ochish (1) ning haqiqiy qiymatini hisoblab topishdan iborat. Aniqmasliklarni ochishda murakkab bo'lmagan, shakl almashtirishlar yordamida

$\frac{0}{0}$ yoki $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi ifodalarga keltirilib,

ular Lopital qoidasidan (q) foydalanib topiladi.

19. Applikat. Fazodagi nuqtaning Dekart koordinatlaridan biri bo'lib, absissa va ordinatlardan keyin keladigan 3-koordinatidir, odatda u z bilan belgilanadi.



1-чизма

20. Arab raqamlari. 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 o'nta matematik ishoraning nomi. O'nli sanoq sistemasida istalgancha kichik va istalgancha katta bo'lgan har qanday soni A.r. bilan yozish mumkin.

A.r. XI asrda hindlardan arablarga o'tgan bo'lib, bundan keyin arablardan Yevropaga o'tgan.

21. Asimptota. Egri chiziqning nuqtasi cheksiz uzoqlashganda, u biror to'g'ri chiziqqa har qancha yaqin bo'lib, yaqinlashsa, bu to'g'ri chiziq, egri chiziqning asimptotasi deyiladi. Masalan, $y = \frac{1}{x}$ giperbolaning asimptotalari $x = 0$ va $y = 0$ koordinat o'qlari bo'ladi (1-chizma).

22. Assortiment vektori. Ishlab chiqarish korxonalarida belgilangan yoki eng zarur xilma –xil mahsulotlar majmui.

23. Assotsiativlik (guruhlash) qonuni. Assotsiativlik qonuni ko'pincha guruhlash qonuni ham deb ataladi. Bu nom lotincha, association birlashtirish degan so'zdan kelib chiqqan. Assotsiativlik qonuniga bo'ysunuvchi amallarga sonlarni qo'shish va ko'paytirish amallari, matritsalarini qo'shishni misol qilib ko'rsatish mumkin, ya'ni $a(bc) = (a b) \cdot c$. Vektor ko'paytma assotsiativlik qonuniga bo'ysunmaydi. Sonlarni ayirish va bo'lish amallari ham assotsiativlik qonuniga bo'ysunmaydi, chunki umuman, aytganda, $(a:b):c \neq a:(b:c)$. Assotsiativlik qonuni chiziqli fazo aksiomalaridan biri hisoblanadi.

B

1. Bazis (vektorlar fazosi asosi). Vektorlar fazosidagi chiziqli erkli vektorlarning shunday sistemasiki, bu fazoga tegishli har qanday vektor o'sha sistema vektorlarining chiziqli kombinatsiyasi ko'rinishda ifodalanadi. Masalan, darajasi 5 dan yuqori bo'lmagan, ko'p hadlar fazosida $1, x, x^2, x^3, x^4, x^5$ sistema bazis bo'la oladi.

2. Bevosita harajatlar matritsasi. Leontev modelida (q) A kvadrat matritsa moddiy ishlab chiqarish rejalashtirilayotgan davrga, mahsulot ishlab chikarishning texnik shartini ifodalaydi, shuning uchun, uni ishlab chiqarish texnikasi yoki bevosita harajatlar matritsasi deb aytiladi.

3. Binom. Ikkihad degan bilan bir xil ma'noni anglatadi. Bu ibora lotincha *bi* –ikki degan so'z bilan, grekcha nomos-soha, qism, had degan so'zlardan hosil bo'lgan.

4. Binomial qator. Ixtiyoriy haqiqiy ko'rsatkichli $(1+x)^m$ binom(q) darajasining, darajali qatorga yoyilmasi. m manfiy bo'lmagan butun son bo'lsa, B.q. n'yuton binomiga aylanadi.

5. Birgalikda bo'lgan sistema. Chiziqli tenglamalar sistemasining hech bo'lmaganda bitta yechimi mavjud bo'lsa, bunday sistemaga birgalikda bo'lgan sistema deb aytiladi. Chiziqli algebrada, chiziqli tenglamalarning birgalikda bo'lmagan sistemasi qaraladi (q) (Kroneker-Kapelli teoremasi).

6. Birgalikda bo'lmagan sistema. Tenglamalar sistemasi yechimga ega bo'lmasa, bunday sistemaga birgalikda bo'lmagan sistema deyiladi. Masalan,

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}.$$

Bu sistema birgalikda bo'lmagan sistemadir, chunki $y = -x$, $\sin x + \sin(-x) = \sin x - \sin x = 0$, ya'ni $0=1$ bo'lib, bu sistemaning birinchi tenglamasiga zid bo'ladi. Chiziqli algebrada, chiziqli tenglamalarning birgalikda bo'lmagan sistemasi qaraladi. (q)(Kroniker – Kopelli teoremasi).

7. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglama. $y' = f(x, y)$ tenglamada $f(x, y)$ funksiya, 0 o'ldiruvchi bir jinsli funksiya bo'lsa, berilgan tenglamaga bir jinsli tenglama deyiladi, uning o'ziga xos yechish usuli mavjud.

8. Bir jinsli funksiya va uning o'ldiruvchi.

$$f(\lambda x, \lambda y, \lambda z, \dots, \lambda t) = \lambda^n f(x, y, z, \dots, t)$$

tenglikni qanoatlantiruvchi $f(x, y, z, \dots, t)$ funksiyaga bir jinsli funksiya deb ataladi

va n songa uning o'ldiruvchi deb yuritiladi. Masalan, $f(x, y) = \frac{x^2 y - 2y^3}{x}$ funksiya 2

o'ldiruvchi bir jinsli funksiya bo'ladi, chunki

$$f(\lambda x, \lambda y) = \frac{\lambda^2 x^2 \cdot \lambda y - 2\lambda^3 y^3}{\lambda x} = \lambda^2 \frac{x^2 y - y^3}{x} = \lambda^2 f(x, y)$$

bo'ladi.

9. Birlik vektor. Uzunligi bir-birlikka teng bo'lgan vektor (q).

10. Birlik matritsa. Bosh diagonalda 1 lar va qolgan o'rinlarning hammasida 0 lar joylashgan kvadrat matritsaga birlik matritsa deb aytiladi. Masalan,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

11. Bir tomonli limit. Funksiyaning o'ngdan olingan limiti va funksiyaning chapdan olingan limitining umumiy nomi. Bular

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$$

bilan belgilanadi.

12. Botqlik. $y = f(x)$ funksiya grafigining xossasi bo'lib, x_0 nuqtaning shunday atrofi mavjudki, bu atrofda $y = f(x)$ egri chiziqning har bir yoyi, o'zining vatari ostida yotsa, unda $y = f(x)$ egri chiziq $x = x_0$ nuqtada botiq deyiladi. $y'' = f''(x)$ mavjud bo'lsa, u holda $x = x_0$ nuqtada botqlik, $f''(x_0) > 0$ shart bilan aniqlanadi.

13. Bosh diagonal(matritsaning bosh diagonal). (a_{ij}) kvadrat matritsaning $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$ elementlarining (tartiblangan) to'plami.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

14. Boshlang'ich funksiya. Berilgan $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi deb, shunday $F(x)$ funksiyaga aytiladiki, berilgan intervalda $F'(x) = f(x)$ bo'ladi. Boshlang'ich funksiyaning topish differensiallashga teskari amal bo'lib, u bir qiymatli emas. $f(x)$ uchun cheksiz ko'p boshlang'ich funksiyalar mavjud, lekin ularning ixtiyoriy ikkitasi bir-biridan o'zgarish qo'shiluvchiga farq qiladi. Barcha boshlang'ich funksiyalar to'plamiga $f(x)$ funksiyaning aniqmas integrali deyiladi. Bu to'plam $F(x) + C$ bilan ifodalanadi. Masalan, $4x^3$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi x^4 bo'ladi, chunki $(x^4)' = 4x^3$, $4x^3$ funksiyaning aniqmas integrali $x^4 + C$ bo'lib,

$$\int 4x^3 dx = x^4 + C$$

bilan belgilanadi.

15. Boshlang'ich shart. O'rganilayotgan jarayonning boshlang'ich payt deb qabul qilingan biror paytdagi holati. Biror jarayon

$$y' = f(x)$$

differensial tenglama bilan ifodalansa, u holda boshlang'ich shart $x = x_0$ bo'lganda, $y = y_0$ bo'ladi.

Differensial tenglamalar nazariyasida umumiy yechimdan, biror boshlang'ich shartni, qanoatlantiruvchi xususiy yechimni topish masalasi qo'yiladi, bunday masalaga Koshi masalasi deb yuritiladi. Masalan,

$$y' = \frac{6}{\cos^2 x}$$

differensial tenglama uchun $x = 0$ bo'lganda, $y = 3$ bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi Koshi masalasini yechish kerak bo'lsin. Differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$y = \int \frac{6}{\cos^2 x} dx, y = \operatorname{tg} x + C$$

bo'ladi. Boshlang'ich shartdan foydalansak,

$$6 \operatorname{tg} 0 + C = 3,$$

bo'lib, bundan $C = 3$ kelib chiqadi. Demak, Koshi masalasining yechimi $y = 6 \operatorname{tg} x + 3$ bo'ladi.

16. Burilish (egilish) nuqtasi. Tekislikdagi egri chiziqning qavariqlikdan (q) botiqlikka yoki botiqlikdan (q) kavariqlikka o'tish nuqtasidir.

x_0 nuqta burilish nuqtasi bo'lishining yetarli sharti, ikkinchi tur kiritik nuqtadan (q) o'tishda funksiya ikkinchi tartibli hosilasining ishorasi, teskarisiga o'zgarishi bo'ladi. Masalan, $y = x^3$ funksiya grafigining burilish nuqtasi $x = 0$ nuqta bo'ladi, chunki $y'' = 6x$ bo'lib, $x = 0$ nuqtadan o'tishda ikkinchi tartibli hosila ishorasi (-) manfiydan (+) musbatga o'zgaradi.

17. Burchak ko'effitsiyent. Tekislikdagi to'g'ri chiziqning to'g'ri

burchakli dekart koordinatlari sistemasiga nisbatan burchak koeffitsiyenti – u to‘g‘ri chiziq bilan koordinatlar sistemasi Ox o‘qining musbat yo‘nalishi orasidagi burchakning tangensidir. To‘g‘ri chiziqning tenglamasi $y = kx + b$ bo‘lsa, bunda k uning burchak koeffitsiyenti bo‘ladi. Burchak koeffitsiyentlari teng bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘ladi. Ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak tangensi, ushbu

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$$

tenglikdan topiladi.

18. Bo‘sh to‘plam. Bitta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plamdir. Bo‘sh to‘plam, har qanday to‘plamning qism to‘plami (q) bo‘ladi. Masalan, ikkita to‘plam umumiy elementga ega bo‘lmasa, ularning ko‘paytmasi (q) bo‘sh to‘plam bo‘ladi. Misol uchun $x^2 + 5 = 0$ kvadrat tenglama haqiqiy ildizlarining to‘plami, bo‘sh to‘plam bo‘ladi.

D

1. Davriy funksiya. Bu shunday $y = f(x)$ funksiyaki, uning uchun $t > 0$ son mavjud bo‘lib, aniqlanish sohasidagi har qanday x va $x + t$ lar uchun $f(x + t) = f(x)$ tenglik bajariladi. Bunday sonlarning eng kichigi bo‘lgan T soni $y = f(x)$ funksiyaning davri deb aytiladi. Masalan, $y = \sin x$ funksiyaning davri $T = 2\pi$, $y = \operatorname{tg} x$ funksiyaning davri $T = \pi$, $y = \cos \alpha x$ funksiya uchun $T = \frac{2\pi}{\alpha}$.

2. Darajali qator. Bu funksional qatorning (q)

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$$

ko‘rinishdagi muhim xususiy holi bo‘lib, bu yerda $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ o‘zgarmas miqdorlar.

Darajali qator $|x| < r$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi x sonlar to‘plamida va $|x| = r$ tenglikni qanoatlantiruvchi x larning ba’zisida yoki hammasida yaqinlashuvchi bo‘lsa, r songa D.q. ning yaqinlashish radiusi deyiladi.

Haqiqiy sohada, yaqinlashish sohasi $x = 0$ ga nisbatan simmetrik bo‘lgan $(-r, r)$ interval, bo‘lib, intervalning chegaraviy nuqtalari yaqinlashish sohasiga tegishli bo‘lishi yoki tegishli bo‘lmasligi mumkin.

Misollar:

$$1) \sum_{n=0}^{\infty} x^n \text{ qator } -1 < x < 1 \text{ da yaqinlashadi; } 2) \sum_{n=0}^{\infty} 2n! x^n \text{ qator faqat}$$

$x = 0$ da yaqinlashadi; 3) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$ qator butun sonlar o‘qida yaqinlashuvchi bo‘ladi.

3. Darajali qatorga yoyish. $y = f(x)$ funksiya a nuqta atrofida istalgan marta differensiallanuvchi bo‘lsa, bu nuqtaning biror atrofida qoldiq had

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$$

bo'lsa, fuksiyani Teylor va Makloren qatorlari (q) ga yoyish mumkin. Masalan, $f(x) = e^x$ funksiyaning darajali qatorga yoyilmasi

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

bo'ladi, bu $x = a = 0$ nuqtadagi yoyilmasi.

4. Deduksiya. Fikr yuritish (isbot qilish) usuli bo'lib, bunda umumiydan (umumiy fikr yuritishdan) xususiyligga o'tiladi. Masalan, «raqamlarining yig'indisi 3 ga bo'linadigan har qanday natural sonning o'zi ham 3 ga bo'linadi» degan fikr to'g'ri ekani ma'lum bo'lsa, berilgan muayyan, misol uchun 234 ning 3 ga bo'linishini istasak, u holda uning raqamlarining yig'indisi $2+3+4=9$ ning 3 ga bo'linishiga ishonch hosil qilish yetarli bo'ladi. Keyingi paytlarda deduksiya deb, ya'ni isbotning deduktiv usuli deb ma'lum aksiomalar sistemasiga asoslangan isbotga aytiladi. Deduksiya matematikada isbotning mantiqiy jihatdan asoslangan, aniq usulidan iborat. Har qanday deduksiyada, induksiya elementi bo'ladi. Matematik induksiya deduksiyaga misol bo'la oladi, chunki u matematik induksiya aksiomasiga asoslangandir.

5. **Determinant.** $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ elementlardan tuzilgan

$$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \text{ ifodaga 2- tartibli determinant deyiladi.}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

ga 3- tartibli determinant deb ataladi. n -tartibli determinant

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

simvol bilan belgilanib, ketma-ket tartibini pasaytirib, 3-tartibli yoki 2-tartibli

determinantlarga keltirilib hisoblanadi. Bunda determinantlarning xossaligidan (q)

foydalaniladi.

6. Direktrisa. Ikkinchi tartibli egri chiziqqa nisbatan ma'lum, xossaga ega bo'lgan to'g'ri chiziqdir. 2-tartibli egri chiziqning har qanday nuqtasidan fokusgacha bo'lgan masofasining, bu nuqtadan mos direktrisagacha bo'lgan masofaga nisbati o'zgarmas son

bo'lib, egri chiziqlarning eksentrisitetiga teng. Ellips va giperbola ikkita, parabola bitta direktrisaga ega bo'ladi.

7. Distributivlik qonuni. Biror to'plamning istalgan a, b, c elementlari uchun

$$a(b + c) = ab + ac$$

tenglik bajarilsa, bu elementlar uchun distributivlik qonuni bajariladi yoki berilgan elementlari uchun distributivlik qonuni o'rinli deb aytiladi. Distributivlik qonuni ko'paytirishning qo'shishga nisbatan distributivlik qonuni deb ataladi. Ko'paytirish amali kommutativ (q) bo'lmay qolishi mumkin bo'lgan uchun chap distributivlik qonuni deb ataladigan yuqorida keltirilgan distributivlik qonuni bilan bir qatorda o'ng distributivlik qonuni ham qoraladi, ya'ni

$$(b + c)a = ba + ca.$$

Ko'pincha distributivlik qonuni taqsimot qonuni deb ham ataladi.

Distributiv degan nom lotincha distributis -taqsimot so'zidan kelib chiqqan. To'plamlarning birlashmasi va kesishmasi distributivdir, ya'ni distributivlik qonuni o'rinli:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C); \quad (B \cup C) \cap A = (B \cap A) \cup (C \cap A);$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C); \quad (B \cap C) \cup A = (B \cup A) \cap (C \cup A).$$

Sonlarni ko'paytirish qo'shishga nisbatan distributiv, lekin sonlarni qo'shish sonlarni ko'paytirishga nisbatan distributiv emas, ya'ni

$$ab + c \neq (a + c)(b + c)$$

8. Differensial. Funksiyaning differensial, funksiya orttirmasining, chiziqli bosh qismi. $y = f(x)$ funksiyaning differensial $df(x)$, dy yoki df simvol bilan belgilanib, bir o'zgaruvchili $f(x)$ funksiya hosilaga (q) ega bo'lsa, u holda

$$\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$$

orttirmani $\Delta f = f'(x)\Delta x + \alpha$ ko'rinishda ifodalash mumkin, bunda α Δx ga nisbatan yuqori tartibli cheksiz kichik miqdor,

$$df = f'(x)\Delta x$$

ifoda Δx ga nisbatan chiziqli, $\Delta x \rightarrow 0$ da df miqdorning, asosiy qismini tashkil etadi. Bir o'zgaruvchili funksiya orttirmasini chiziqli bosh qismga va yuqori tartibli cheksiz kichik qismga ajratish g'oyasi, ko'p o'zgaruvchili funksiyalar nazariyasida ham tatbiq etiladi. $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyaning orttirmasi

$$\Delta f = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

bo'lsin. Xususiylar hosila $\frac{\partial f}{\partial x}$ uzluksizligi, differensialning mavjudligi uchun yetarli shartdan iborat bo'lib, bu holda

$$\Delta f = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i + \beta$$

bo'ladi, bunda β qo'shiluvchi $\sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \dots + \Delta x_n^2}$ ga nisbatan cheksiz kichik miqdor.

$$df = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$$

ifoda ko'p o'zgaruvchili funksiya to'liq differensial deyiladi.

9. Differensiallanuvchi funksiya. Biror nuqtada funksiyaning differensial mavjud bo'lsa, funksiya bu nuqtada differensiallanuvchi funksiya deyiladi. Biror sohaning hamma nuqtalarida differensiallanuvchi funksiya, shu sohada differensiallanuvchi funksiya deb aytiladi. Bir o'zgaruvchili funksiyalar uchun differensiallanuvchanlik, hosilaning mavjudligi bilan ekvivalent.

10. Differensiallash. Hosila (q), xususiy hosila (q) topish amalini bajarishga differensiallash deb aytiladi. Differensiallash, differensial hisobning asosiy amali bo'lib, bunda differensiallash qoidalari (q) va differensiallash formulalari (q) keltirib chiqariladi hamda ulardan differensiallashda foydalaniladi.

11. Differensial tenglama. Erkli o'zgaruvchi, noma'lum funksiya hamda uning hosilalari yoki differensiallari orasidagi munosabat (tenglama)ga differensial tenglama deb aytiladi. Noma'lum funksiya faqat bitta o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi, bir necha o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga xususiy hosilali differensial tenglama deb aytiladi. Differensial tenglama, XVII asrda mexanika va tabiat fanlarining ehtiyoji asosida mavjudga keldi.

Differensial tenglamaga kirgan, hosilalarning yuqori tartibiga, differensial tenglamaning tartibi deb yuritiladi.

Masalan, $y' = 3x^2$ 1-tartibli, $y''' = \cos x$ 3-tartibli differensial tenglamalardir.

Differensial tenglama yechimi yoki integrali deb, berilgan differensial tenglamani qanoatlantiradigan har qanday funksiyaga aytiladi. Differensial tenglama yechimi

grafigiga, integral chiziq deyiladi. Misol uchun, $\frac{dy}{dx} = 2x$ differensial tenglamaning

yechimi $y = x^2 + C$ bo'lib, bu holda integral chiziqlar parabolalardan iborat.

Differensial tenglamalar nazariyasining asosiy masalasi, berilgan differensial tenglamaning barcha yechimlarini topish va bu yechimlar xossalarini o'rganishdan iborat.

12. Differensiallash qoidalari. Hosila yoki differensial- larni hisoblash qoidalari, bu qoidalar differensiallash formulalari bilan birga qo'llanilganda, har qanday murakkab elementar funksiyalarning (q) hosila va differensiallarini hisoblab chiqarish imkoniyatini beradi.

S o'zgarimas miqdor, u, v, w hosilaga ega bo'lgan funksiyalar bo'lganda hosilalar (yoki xususiy hosilalar) orqali ifodalangan differensiallash qoidalari

$$1) (Cu)' = Cu'; 2) (u + v + \dots + w)' = u' + v' + \dots + w';$$

$$3)(uv)' = u'v + uv'; \quad 4) \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}; \quad 5) y = f(u) \text{ bo'lib, } u = \varphi(x)$$

bo'lsa, ya'ni $y = f[\varphi(x)]$ bo'lsa, $y'_x = f'_u(u)\varphi'_x(x)$ yoki qisqacha $y'_x = y'_u u'_x$ bo'ladi.

13. Differensial hisob. Matematik tahlilning bo'limi bo'lib, funksiyalarni, hosila va differensiallar yordamida tekshiriladi. Differensial hisobning asosiy tushunchalari, hosila va differensial bo'lib, bular o'z navbatida, funksiyaning limiti (q) va cheksiz kichik (q) tushunchalar bilan bog'langan.

Funksiyaning hosilasini bilish, uning o'sishi, kamayishi, maksimumi va minimumi, funksiya grafigining qavariqlik va botiqlik qismlarini aniqlash hamda burilish nuqtalari haqida mulohaza yuritishga imkon beradi. Bu tushunchalar ko'p o'zgaruvchili funksiyalarni o'rganishda ham tatbiq etiladi.

Differensial hisobning masalalarni yechishda Dekart, Ferma va boshqalarning xizmati katta. Differensial hisobning rivojlanishida Nyuton, Leybnits ishlari bilan bog'liq differensial hisob tushunchasi hamma fanlarda keng qo'llanilib, uning aniq chegarasi yo'q deyish mumkin.

E

1. Evolventa. Evolyuta (q). berilgan chiziq o'z evolyutasiga nisbatan evolventa deyiladi.

2. Evolyuta. Berilgan chiziqning har bir A nuqtasiga, to'la aniqlangan egrilik markazi (q) to'g'ri keladi. Berilgan chiziqning hamma egrilik markazlari to'plamiga, uning evolyutasi deyiladi.

3. Egrilik doirasi. Radiusi, egrilik markazidan (q), chiziqning A nuqtasigacha bo'lgan, doiraga, egrilik doirasi (yoki aylanasi) deyiladi. Egrilik markazining koordinatlari ushbu formulalardan topiladi:

$$a = \frac{y'[1 + (y')^2]}{y''}, \quad b = \frac{1 + (y')^2}{y''}.$$

4. Egrilik markazi. Egri chiziqning A nuqtasidan, uning botiqlik qismiga yo'naltirilgan normalda, egrilik radiusiga (q) teng kesma olamiz. AS kesma oxiri, S nuqtasiga egrilik markazi deyiladi.

5. Egrilik radiusi. Chiziqning, berilgan A nuqtadagi egriligi K_A ga teskari R miqdorga, shu A nuqtadagi egrilik radiusi deyiladi, ya'ni

$$R = \frac{1}{K_A} = \frac{\left|1 + (y')^2\right|^{\frac{3}{2}}}{|y''|}$$

bo'ladi.

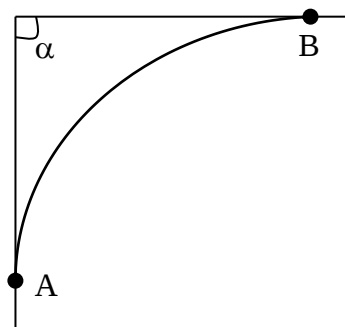
6. Egri chiziqning egriligi. Egri chiziq shaklini harakterlovchi elementlaridan biri, uning egilganlik darajasidir. Egri chiziqning berilgan A nuqtadagi egriligi K_A , deb yoy uzunligi 0 ga intilganda yoyning o'rtacha egriligi limitiga aytiladi, ya'ni

$$K_A = \lim_{B \rightarrow A} K_{yp} = \lim_{AB \rightarrow 0} \frac{\alpha}{AB}$$

bunda, α burchak AB yoyning qo'shnilik burchagi.

$y = f(x)$ uzuluksiz funksiya, ikkinchi tartibli hosilaga ega bo'lsin. Uning grafigining egriligi to'g'ri burchakli koordinatlar sistemasida

$$K_A = \frac{|y''|}{|1 + (y')^2|^{\frac{3}{2}}}$$



formula bilan aniqlanadi.

7. Ekvivalent to'plamlar. Elementlari orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkin bo'lgan to'plamlardir. Ekvivalent to'plam teng quvvatli to'plamlar ham deb ataladi.

8. Ekstremumning yetarli sharti. 1- qoida. x_0 nuqta $y = f(x)$ funksiyaning kritik nuqtasi bo'lib, funksiya hosilasi ishorasini, bu nuqtadan (chapdan o'ngga) o'tishda o'zgartirsa, x_0 nuqtada funksiya ekstremumga ega bo'ladi.

2-qoida. x_0 nuqta kritik nuqta bo'lib, ikkinchi tartibli hosila 0 dan farqli bo'lsa, x_0 nuqtada funksiya ekstremumga ega bo'ladi. $f''(x_0) < 0$ bo'lsa, maksimumga, $f''(x_0) > 0$ bo'lsa, minimumga ega bo'ladi.

9. Ekstremumning zaruriy sharti. 1) bir o'zgaruvchili $y = f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtada ekstremumning zaruriy sharti – bu nuqtada $f'(x_0)$ hosilaning 0 ga teng bo'lishi yoki hosilaning mavjud bo'lmavligidan iboratdir;

2) bir necha o'zgaruvchili funksiyaning $M_0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ nuqtadagi ekstremumining zaruriy sharti, bu nuqtada $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyaning barcha xususiy hosilalari 0 ga aylanishidan yoki hech bo'lmaganda xususiy hosilalardan (q) bittasi mavjud bo'lmavligidan iboratdir.

10. Ekstremum nuqtasi. Funksiyaning ekstremum nuqtasi – funksiya ekstremumga (q), ya'ni maksimumga (q) yoki minimumga (q) ega bo'ladigan nuqta.

11. Ekssentrisitet. 2-tartibli egri chiziqning istalgan nuqtasidan fokusgacha bo'lgan masofaning, bu nuqtadan tegishli direktrigacha (q) bo'lgan masofaga nisbatiga teng son.

Ellips uchun $\frac{2c}{2a} < 1$, giperbola uchun $\frac{2c}{2a} > 1$, parabola uchun esa, u 1 ga teng bo'lib,

2-tartibli egri chiziqning shaklini harakterlaydi: Ellipsning E. i nolga yaqinlashsa, ellips shakli aylanaga o'xshay boradi, ellipsning E. i 1ga yaqinlashsa, ellips siqilib, o'zining $2a$ ga teng bo'lgan katta o'qi vaziyatini olishga intiladi.

Lotincha, yex- tashqaridagi, centrum- markaz degani.

12. Elementar funksiyalar. Ko'phadlar, ratsional funksiyalar (q), ko'rsakichli, darajali, logarifmik va trigonometrik funksiyalar, teskari trigonometrik funksiyalar, shuningdek ko'rsatib o'tilgan bu funksiyalardan to'rt arifmetik amal va chekli qo'llaniladigan marta

superpozitsiyalar, (q) murakkab funksiya (q) yordamida hosil qilinadigan funksiyalarni o'z ichiga olgan funksiyalar sinfidir.

Masalan, $y = \frac{e^{x^2} - 8}{\sin 4x}$, $y = \frac{\cos 3x}{1 + x^2}$ shu kabilar.

Elementar funksiyalar sinfi yaxshi o'rganilgan va u amaliy matematikada ko'p qo'llaniladi. Elementar funksiyalar hosilalari yana elementar funksiya bo'ladi, lekin elementar funksiyalardan olingan integral elementar funksiya bo'lmasligi mumkin.

13. Ellips. Tekislikdagi nuqtalarning shunday geometrik o'rniki, bu nuqtalarning har biridan tekislikda yotuvchi ikkita, berilgan F_1 va F_2 nuqtagacha bo'lgan masofalarning yig'indisi o'zgarmas miqdor bo'lib, bu miqdor F_1 va F_2 orasidagi masofadan kata va berilgan $2a$ songa teng. F_1 va F_2 nuqtalar ellipsning fokuslari deb ataladi. Fokuslar orasidagi masofa $2c$ bilan belgilanadi. $2a$ masofa ellipsning katta o'qi deb ataladi.

Ellipsning to'g'ri burchakli dekart koordinatlari sistemasidagi kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ko'rinishda bo'ladi, bunda $b^2 = a^2 - c^2$, $2b$ kesma ellipsning kichik o'qi deb ataladi.

$\varepsilon = \frac{c}{a}$ songa ellipsning ekscentrisiteti deb ataladi. Ellips uchun $\varepsilon < 1$.

Tenglamalari $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$ bo'lgan to'g'ri chiziqlar ellipsning direktrisalari (q) deb ataladi.

14. Ellipsning katta o'qi. Ellipsning fokuslari joylashgan simmetriya o'qi. Ellipsning kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

bo'lib, undagi $\max(2a, 2b)$ miqdor ellipsning katta o'qi deyiladi.

15. Ellipsning fokal radiuslari. Ellipsning $M(x, y)$ nuqtasidan, fokuslargacha bo'lgan masofalar bo'lib,

$$r_1 = a + \varepsilon x, \quad r_2 = a - \varepsilon x$$

formulalar yordamida topiladi.

16. Ellipsoid. Ikkinchi tartibli sirtlardan biri bo'lib, uning to'g'ri burchakli dekart koordinatlari sistemasidagi kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

ko'rinishda bo'ladi, bunda a, b, c , ellipsoidning yarim o'qlari. Ellipsoidni tekislik bilan kesgandagi har qanday kesim ellips (q) bo'ladi.

17. Elliptik paraboloid. To'g'ri burchakli dekart koorinatlar sistemasida kanonik tenglamasi quyidagicha bo'lgan, ikkinchi tartibli sirt:

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z,$$

($p, q > 0$ o'zgarmas miqdorlar elliptik paraboloidning parametrlari deb ataladi).

Elliptik paraboloid XOY tekislikka parallel bo'lgan $z = h$ tekisliklar bilan kesgandagi kesimlar o'xshash ellipslar bo'lib, ularning XOY tekislikka tushirilgan proyeksiyasining tenglamasi

$$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2h \text{ yoki } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

bo'ladi. XOZ va YOZ tekisliklar elliptik paraboloidni $x^2 = 2pz$ va $y^2 = 2pz$ parabolalar bo'yicha kesib o'tadi.

18. Elliptik silindr. Fazodagi to'g'ri burchakli dekart koordinatlar sistemasidagi kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ko'rinishda bo'lgan, ikkinchi tartibli sirtlardan biri. Bu elliptik silindrning yasovchilari z o'qiga parallel, yo'naltiruvchi chizig'i esa ellipsdir.

19. Eng kichik kvadratlar usuli. y miqdorning x miqdorga funksional bog'liqligi $y = \varphi(x)$ ni tajribadan olingan qiymatlar asosida tuzish talab etilganda, eng kichik kvadratlar usulidan foydalaniladi. $\varphi(x)$ funksiyaning ko'rinishi nazariy mulohazalarga yoki tajribadan olingan qiymatlarga mos keladigan qilib tanlangandan keyin, tajribadan olingan y_i qiymatlar bilan $\varphi(x, a, b, c)$ funksiya qiymatlari orasidagi ayirmalar kvadratlari yig'indisi,

$$S(a, b, c) = \sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(x_i, a, b, c)]^2$$

eng kichik bo'lsin deb, uning minimumi topiladi.

20. Erksiz o'zgaruvchi. Funksiya(q) iborasiga teng kuchli (sinonimi). Funksiyaning o'zi.

21. Yevklid fazosi. Haqiqiy n o'lchovli chiziqli fazoning, istalgan ikki a va b elementiga skalyar ko'paytma deb ataluvchi va (a, b) bilan belgilanadigan haqiqiy son mos qo'yilib, bu fazoning istalgan a, b, c elementlari va α son uchun:

$$\begin{aligned} 1) (a, b) &= (b, a); & 2) (a + b, c) &= (a, c) + (b, c); \\ 3) (\alpha a, b) &= \alpha(a, b); & 4) (a, a) &> 0, \quad a \neq 0 \end{aligned}$$

aksiomalar bajarilsa, chiziqli fazo n o'lchovli Yevklid fazosi deb ataladi:

22. e soni. $e \approx 2,7182818284 590452353 \dots$ matematik tahlilning eng muhim

o'zgarmaslaridan biri bo'lib, $e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(1 + \alpha\right)^{\frac{1}{\alpha}}$ (q) (ikkinchi

ajoyib limit). Matematika va uning tatbiqlarida e soni asos qilib olingan, natural logarifm (q) deb ataladigan va $\ln a$ bilan belgilanadigan, logarifm katta ahamiyatga ega.

1. Faktorial. Birdan, tayin bir a natural songacha bo'lgan, barcha natural sonlarning ko'paytmasi. Masalan, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$. ! belgi faktorial belgisi. Faktorial so'zi inglizcha; factor ko'paytuvchi so'zidan kelib chiqqan.

2. Fokus. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning fokusi – bu egri chiziq tekisligida yotgan va quyidagi xossaga ega bo'lgan nuqtadir. Egri chiziqning har qanday nuqtasidan fokusgacha va tegishli direktrisagacha (q) bo'lgan masofalar nisbati, bu egri chiziqning eksentrisitetiga (e) teng bo'lgan o'zgarish miqdordir. Giperbola, parabola, ellips (e).

Fokus termini 1609 yilda Kepler tomonidan kiritilgan.

3. Funksional qator. $u_1(x), u_2(x), \dots, u_n(x), \dots$ funksiyalar ketma – ketligidan tuzilgan

$$u_1(x) + u_2(x) + \dots + u_n(x) + \dots \quad (1)$$

ifodaga, funksional qator deyiladi. (1) da $x = x_0$ biror son bo'lsa,

$$u_1(x_0) + u_2(x_0) + \dots + u_n(x_0) + \dots$$

sonli qator (n) kelib chiqadi. Hosil bo'lgan sonli qator yaqinlashuvchi bo'lsa, (1) funksional qator $x = x_0$ nuqtada yaqinlashuvchi deyiladi.

4. Funksiya – matematikaning asosiy tushunchalaridan biri.

Ixtiyoriy tabiatli X to'plamning har bir elementiga, ixtiyoriy tabiatli Y to'plamning yagona elementi biror qoida yoki qonun asosida mos quyilgan bo'lsa, u holda Y to'plamning elementi, X to'plamda aniqlangan x elementning funksiyasi deyiladi, x element erkli o'zgaruvchi yoki argument deb ataladi. X to'plam funksiyani aniqlanish sohasi yoki borliq sohasi deyiladi. Y to'plam funksiyani qiymatlar to'plami yoki funksiyani o'zgarish sohasi deyiladi. Bu bog'lanishni $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = F(x)$ kabi belgilanadi, bunda x erkli o'zgaruvchi yoki argument, y – erksiz o'zgaruvchi yoki funksiya, f esa moslik o'rnatilayotgan qoida yoki qonunning simvolik belgilanishi.

Misollar, $y = x^2 + 1$, $y = \sin x$ va hokazolar, bunda birinchi funksiyani aniqlanish sohasi $(-\infty; +\infty)$ oraliq, qiymatlar to'plami $[1; +\infty)$ interval bo'lib, ikkinchi misolda aniqlanish sohasi $(-\infty; +\infty)$ interval, qiymatlar to'plami $[-1; 1]$ kesmadan iborat bo'ladi.

Funksiyani, bitta yoki bir necha analitik ifoda, so'z bilan aytish, grafik, jadval bilan hamda algoritmik (programma) usulida ham ifodalash mumkin.

5. Funksiyaning argumenti. Erkli o'zgaruvchi miqdor. Funksiya (x).

6. Funksiyaning grafigi. $y = f(x)$ funksiyani grafigi, tekislikda to'g'ri burchakli dekart koordinatlari $y = f(x)$ tenglikni qanoatlantiruvchi nuqtalarning geometrik o'rni. Masalan, $y = ax + b$ funksiya chiziqli funksiyani grafigi, to'g'ri chiziq, $y = ax^2 + bx + c$ grafigi parabola.

7. Funksiyaning kamayishi. Funksiyaning nuqtada kamayishi, a nuqtaning shunday atrofi mavjud bo'lsaki, shu atrofda har qanday $x_1 < a < x_2$ qiymatlar uchun $f(x_1) > f(a) > f(x_2)$ tengsizlik bajarilsa, ya'ni funksiyani a nuqtadagi

orttirmasining ishorasi, argument orttirmasining ishorasiga teskari bo'lsa, a nuqta atrofida aniqlangan $f(x)$ funksiya, a nuqtada kamayuvchi funksiya deyiladi.

8. Funksiyaning limiti. Istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun, shunday $\delta > 0$ son mavjud bo'lsaki, $|x - a| < \delta$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha $x \neq a$ nuqtalar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A chekli son $y = f(x)$ funksiyaning a nuqtadagi limiti deyiladi va ushbu simvol bilan belgilanadi

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A \text{ yoki } x \rightarrow a \text{ intilganda } f(x) \rightarrow A.$$

Limitning ta'rifidan kelib chiqadiki $x - a = \alpha$ cheksiz kichik miqdor bo'lganda, $f(x) - A$ ham cheksiz kichik miqdor bo'ladi. $y = f(x)$ funksiya x ning yetarlicha katta qiymatlarida aniqlangan istalgan $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $N > 0$ mavjud bo'lsaki, $|x| > N$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha x lar uchun $|f(x) - A| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, A o'zgarmas son $y = f(x)$ funksiyaning $x \rightarrow \infty$ dagi limiti deyiladi va

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$$

bilan belgilanadi.

9. Funksiyaning maksimumi. 1) x_0 nuqtaning shunday yetarlicha kichik atrofi mavjud bo'lsaki, bu atrofning har qanday $x \neq x_0$ nuqtasi uchun $f(x) < f(x_0)$ tengsizlik bajarilsa, $y = f(x)$ funksiya x_0 nuqtada maksimumga ega deyiladi; 2) bir necha o'zgaruvchili $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(p)$ funksiya maksimumi – funksiyaning p_0 nuqtaga, istalgancha yaqin bo'lgan barcha nuqtalarida $f(p) < f(p_0)$ tengsizlik bajarilsa funksiya p_0 nuqtada maksimumga ega deyiladi.

Maksimumga ega bo'lishning zaruriy sharti, funksiyaning hosilasi 0 ga teng va hosila mavjud bo'lmagan nuqtalardir. Yetarli sharti, kritik nuqtadan (q) chapdan o'ngga o'tishda funksiya hosilasining ishorasi (+) dan (-) ga o'zgarishidir.

10. Funksiyaning minimumi. x_0 nuqtaning shunday yetarlicha kichik atrofi mavjud bo'lsaki, bu atrofning har qanday $x \neq x_0$ nuqtasi uchun, $f(x) > f(x_0)$ tengsizlik bajarilsa, $y = f(x)$ funksiya x_0 nuqtada minimumga ega deyiladi. Minimumga ega bulishning yetarli sharti, kritik nuqtadan (q) chapdan o'ngga o'tishda funksiya hosilasining ishorasi (-) dan (+) ga o'zgarishidir.

11. Funksiyaning funksiyasi. Murakkab funksiyaning (q) o'zi bo'lib, $y = f(u)$ o'z navbatida $u = g(x)$ funksiyalardan iborat bo'lgan $y = [f(g(x))] = F(x)$ funksiyadir. Bu nom $y = f(u)$ funksiya u funksiyaning funksiyasi bo'lganligidan kelib chiqqan.

Masalan, $y = \sqrt{1 + \cos^2 x}$ funksiyaning funksiyasidir.

12. Funksiyaning o'sishi. a nuqtaning shunday atrofi mavjud bo'lsaki, shu atrofda har qanday x_1 va x_2 qiymatlar uchun $x_1 < a < x_2$ bo'lganda $f(x_1) < f(a) < f(x_2)$ tengsizliklar bajarilsa, a nuqta atrofida aniqlangan $f(x)$ funksiya, a nuqtada o'suvchi

funksiya deyiladi. x_1 va x_2 nuqtalarda $f(x_1) \leq f(a) \leq f(x_2)$ tengsizlik bajarilsa, a nuqtada $f(x)$ funksiya, kamaymovchi deyiladi.

13. Evklid fazosi. Haqiqiy n o'lchovli chiziqli fazoning, istalgan ikki a va b elementiga skalyar ko'paytma deb ataluvchi va (a, b) bilan belgilanadigan haqiqiy son mos qo'yilib, bu fazoning istalgan a, b, c elementlari va α son uchun:

$$\begin{aligned} 1) (a, b) &= (b, a); & 2) (a + b, c) &= (a, c) + (b, c); \\ 3) (\alpha a, b) &= \alpha(a, b); & 4) (a, a) &> 0, \quad a \neq 0 \end{aligned}$$

aksiomalar bajarilsa, chiziqli fazo n o'lchovli Yevklid fazosi deb ataladi:

14. e soni. $e \approx 2,7182818284 590452353 \dots$ matematik tahlilning eng muhim

o'zgarmlaridan biri bo'lib, $e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{\alpha \rightarrow 0} (1 + \alpha)^{\frac{1}{\alpha}}$ (q) (ikkinchi ajoyib

limit). Matematika va uning tatbiqlarida e soni asos qilib olingan, natural logarifm (q) deb ataladigan va $\ln a$ bilan belgilanadigan, logarifm katta ahamiyatga ega.

15. Etarli shart. Biror o'rinli tasdiqning (jumla, malohazaning) bajarilishi uchun yetarli shart shu tasdiqning kelib chiqishini tamin etadigan har qanday shart, tushuniladi.

Yetarli shart matematikaning eng muhim tushunchalaridan biri bo'lib, teoremlarda zarur shart bilan bir qatorda ko'p uchraydi. Masalan, musbat hadli sonli qatorning yaqinlashuvchi bo'lishi uchun zaruriy shart bilan yetarli shart, ham ishlatiladi. Sonli qator umumiy hadi $n \rightarrow \infty$ da 0 ga teng bo'lishi zaruriy shartdir, chunki bu shartning bajarilishi bilan qator yaqinlashadi, degan tasdiqni ayta olmaymiz, chunki bu faqatgina zaruriy shart bo'lib, bu shart bajariladigan qatorlar uzoqlashuvchi bo'lgan hollari mavjud. Sonli qator yaqinlashuvchi bo'lishining yetarli sharti, bular Dalmber belgisi (q), integral belgi (q) va boshqalar.

G

1. Garmonik qator. Hadlari natural sonlar qatoridagi sonlarning teskarisidan iborat bo'lgan,

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

sonli qator. Garmonik qator uzoqlashuvchi qator bo'lib, uning uzoqlashuvchi ekanligini

1673 yilda G.Leybnits isbot qilgan.

2. Gauss usuli. Chiziqli tenglamalar sistemasini, noma'lumlarni ketma-ket yo'qotish usuli bilan yechishdir. Gauss usuli quyidagi xususiyatlarga ega:

- 1) sistema birgalikda va aniq bo'lsa, u holda usul yagona yechimga olib keladi;
- 2) sistema birgalikda va aniqmas bo'lsa, bu holda biror qadamda, ikkita aynan teng tenglama hosil bo'ladi va tenglamalar soni noma'lumlar sonidagi bittaga kam bo'lib qoladi;
- 3) sistema birgalikda bo'lmasa, u holda biror qadamda yo'qotilayotgan noma'lum bilan birgalikda, qolgan noma'lumlar ham yo'qotiladi, o'ng tomonda esa 0 dan farqli ozod had qoladi.

3. Geometrik o'rin. Biror shakl (nuqtalar, to'g'ri chiziqlar va boshqalarning) tekislikdagi yoki fazodagi geometrik o'rin, tekislikda yoki fazoda joylashgan va tayin xossalarga ega

bo'lgan nuqtalar to'plami. Odatda nuqtalarning geometrik o'rni, to'g'ri chiziqlarning geometrik o'rni, tekisliklarning geometrik o'rni va boshqalar qaraladi.

4. Giperbola. Har bir $M(x, y)$ nuqtasidan berilgan ikkita nuqtalargacha bo'lgan masofalar ayirmasi (absolyut qiymati bo'yicha), o'zgarmas bo'lgan tekislikdagi nuqtalarning geometrik o'rnidir. Berilgan F_1 va F_2 nuqtalarga giperbolaning fokuslari deyiladi. $M(x, y)$ giperbolaning o'zgaruvchi nuqtasi va $2a$ o'zgarmas

kesma bo'lsa, giperbola xossasini $|MF_1 - MF_2| = 2a$ yoki $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

ko'rinishda ifodalash mumkin, bunda a, b giperbolaning yarim o'qlari, x, y M

nuqtaning o'zgaruvchi koordinatlari. $F_1 F_2 = 2c$ deb olsak, $e = \frac{c}{a}$ soni giperbolaning

ekssentrisiteti deb ataladi, giperbola uchun $e > 1$.

5. Giperbola fokal radiuslari. Uning $M(x, y)$ nuqtasidan fokuslarigacha bo'lgan masofalar bo'lib,

$$r_1 = |ex + a|, \quad r_2 = |ex - a|$$

formulalar yordamida topiladi.

6. Giperbolik paraboloid. Dekart koordinatlaridagi kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{2p} - \frac{y^2}{2q} = z \quad (\text{bunda } p, q > 0)$$

ko'rinishda bo'lgan sirt. Bu sirt 2-tartibli sirt bo'lib, markazi yo'q, o'zi (G. p) egar shaklida bo'ladi, dekart koordinat tekisliklariga parallel bo'lgan tekisliklar bilan kesganda parabolalar va giperbolalar hosil bo'ladi. G.p.ning nomi ham o'shandan kelib chiqqan.

7. Giperbolik silindr. Yo'naltiruvchi chizig'i giperbola bo'lgan silindrik sirt, tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

bo'ladi, ya'ni G.s. 2-tartibli sirt, G.s. butun to'g'ri chiziqdan iborat simmetriya markazlariga ega.

8. Gradiyent. R^3 fazoning biror sohasida berilgan $u = f(x, y, z)$ funksiyaning

gradiyenti, proyeksiyalari $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}$ dan iborat bo'lgan vektor bo'lib,

$$\text{grad } u = \frac{\partial u}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \bar{k} \quad \text{yoki} \quad \text{grad } f(x, y, z)$$

simvollar bilan belgilanadi. Gradiyent, (x, y, z) nuqtaning funksiyasidir, ya'ni vektorlar maydonini hosil qiladi. Berilgan nuqtada gradiyent yo'nalishi bo'yicha olingan hosila, eng katta qiymatga ega bo'ladi va

$$|\text{grad } u| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$

ga teng, ya'ni gradiyent yo'nalishi, funksiyaning eng tez o'sish yo'nalishidir.

H

1. Hosila. Differensial hisobning asosiy tushunchalaridan biri. $y = f(x)$ funksiya, x_0 nuqtaning biror atrofida (q) aniqlangan bo'lsin. Berilgan funksiya dan tayin $x = x_0$ nuqtadagi hosilasi deb, chekli

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

limitga aytiladi, bunda $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi orttirmasi (q), Δx argument orttirmasi (q). Biror nuqtada hosilaga ega bo'lgan funksiya,

bu nuqtada uzluksiz bo'ladi. Funksiya hosilasi $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df(x)}{dx}$, y' , $f'(x)$ simvollar bilan

belgilanadi. Matematika, fizika, texnika, iqtisodiyot va boshqa fanlarning ko'p masalalari hosila tushunchasiga keltiriladi.

I

1. Induksiya (induktiv usul). Xususiy xulosaga asoslanib, umumiy xulosa chiqariladigan, ya'ni ayrim xususiy faktlarga (eksperiment va kuzatishlarga) asoslanib umumiy xulosa chiqariladigan fikr yuritish usuli. Induksiya misol: ikki noma'lumli chiziqli tenglamalardan bir qanchasining to'g'ri chiziq ekanligini bilgan holda $ax + by + c = 0$ ham to'g'ri chiziq tenglamasi bo'ladi, degan umumiy xulosaga kelish mumkin.

2. Integral (aniqmas). Matematik tahlilning muhim tushunchasidir. $f(x)$ funksiyaning aniqmas integrali ($\int f(x)dx$ simvol bilan belgilanadi). Shunday $F(x)$ funksiyalar to'plamiki, ularning har bir nuqtadagi hosilasi $f(x)$ ga teng. Bu funksiyalar $f(x)$ funksiya uchun boshlang'ich yoki dastlabki funksiyalar deb ataladi. Bunday to'plamdagi funksiyalar bir-biridan o'zgarmas miqdorga farq qiladi, va uni ushbu ko'rinishda yozish mumkin:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$f(x)$ funksiyaning a dan b gacha aniq integrali deb $F(b) - F(a)$ ayirmaga aytilib

$$\int_a^b f(x)dx \text{ bilan belgilanadi. Aniq integral(q).}$$

3. Integrallash. Aniqmas integralni (q) hisoblashdir.

4. Integral chiziq. Differensial tenglama yechimining grafigidir.

5. Integral hisob. Matematik tahlilning bir bo'limi bo'lib, unda integrallarni hisoblash usullari va ularning xossalari o'rganiladi. Integrallarni taqribiy hisoblash usullari ham buncha tegishli. Integral hisobning boshlang'ich tushunchalari antik davrda, yuza va hajmlarni topishga doir masalalardan kelib chiqqan bo'lib, XVII-XVIII asrlarda integral hisob I. Nyuton va G. Leybnits asarlarida rivojlandi.

6. Irratsional ifoda. Ildiz chiqarishdan tashkil topgan algebraik ifoda (q). Masalan, $a + \sqrt{a + 5b}$, $a\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 - b^2}}$ va boshqalar.

7. Isbot. Biror tasdiq (mulohaza, fikr, teorema) ning haqiqat yoki noto'g'ri ekanligini aniqlashga imkon beriladigan fikr yuritish. Teoremani isbot qilishda tushunchalarga berilgan ta'riflardan foydalanib, aksiomalarga yoki oldin isbot etilgan teoremlarga tayanamiz.

8. Iteratsiya. Biror matematik amalni bir necha marta qo'llash natijasi. $y = f(x)$ bo'lsin. Bu holda $f(x)$, $f[f(x)]$, $f\{f[f(x)]\}$ ketma-ketlik $f(x)$ funksiya iteratsiyasining ketma-ketligidir. Umumiy holda $f(x) = ax$ bo'lsa, bu ketma ketlik, $ax, a^2x, a^3x, \dots, a^nx$ ko'rinishda bo'ladi. Bu amal necha marta qo'llanilganligini ko'rsatuvchi son, iteratsiyaning ko'rsatkichi deyiladi.

9. Ichki nuqta. To'plamning M_0 nuqtasi, shu to'plamga o'zining biror atrofi bilan kirs, bunday nuqtaga to'plamning ichki nuqtasi deyiladi.

10. Ishorasi almashinuvchi qator. Hadlari navbat bilan, musbat va manfiy bo'ladigan, ishorasi o'zgaruvchi qatordir, ya'ni

$$a_1 - a_2 + a_3 - \dots + (-1)^{n-1} a_n + \dots$$

ko'rinishdagi qator, bunda a_i lar musbat sonlar. $n \rightarrow \infty$ da, $a_n \rightarrow 0$ va hadlarining absolyut qiymati bo'yicha kamayuvchi, ya'ni $|u_n| > |u_{n+1}|$ bo'lsa, ishorasi almashinuvchi qator yaqinlashuvchi bo'ladi, bunga Leybnits belgisi deb ataladi.

Masalan, $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$. I.a. sonli qator Leybnits belgisiga asosan

yaqinlashuvchidir.

11. Ishorasi o'zgaruvchi qator. Hadlarining ishorasi ham musbat, ham manfiy bo'lgan qator. Ishorasi o'zgaruvchi qator ishorasi o'zgarmas bo'lgan qatorga nisbatan qarama-qarshi qo'yiladi. Ishorasi o'zgaruvchi qatorning xususiy holi ishorasi almashinuvchi qatordir.

12. Iqtisodiy matematik modellar. Mavjud iqtisodiy sistemalarning (q) tuzilishi hamda faoliyati, matematik va mantiqiy munosabatlar sistemasi orqali ifodalanadi.

J

1. Juft funksiya. Aniqlanish sohasi 0 ga nisbatan simmetrik bo'lgan va $f(-x) = f(x)$ xossaga ega bo'lgan $y = f(x)$ funksiya. Juft funksiyaning grafigi O u o'qiga nisbatan simmetrikdir.

Misollar: 1) $y = \sqrt{1 - x^2}$, $-1 \leq x \leq 1$; 2) $y = \cos x$, $-\infty < x < \infty$;

3) $y = 1 - 3x^2 + 17x^8$, $-\infty < x < \infty$.

K

1. Kanonik tenglama(qonuniy tenglama). 2- tartibli egri chiziqli yoki 2- tartibli sirtning K.t.si egri chiziqli yoki sirtning to'g'ri burchakli dekart koordinatlari sistemasidagi eng sodda tenglamasidir. Masalan,

$$1. \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{ellipsning};$$

$$2. \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ bir pallali giperboloidning kanonik tenglamalaridir.}$$

2. Kvadratik forma. Ushbu bir jinsli, ikkinchi darajali ko'p hadga

$$K(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$$

aytiladi. K.f. odatda $A = (a_{ij})$ kvadratik forma matritsasi bilan harakterlanadi. Masalan, uch o'zgaruvchili kvadratik forma uchun,

$$\begin{aligned} K(x_1, x_2, x_3) &= a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + 2a_{23}x_2x_3 = \\ &= (x_1 \ x_2 \ x_3) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

bo'lib,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

matritsa bilan aniqlanadi. Kvadratik forma

$$K(x_1, x_2, \dots, x_n) = \lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + \dots + \lambda_n y_n^2$$

ko'rinishda bo'lsa, unga kanonik ko'rinishda deyiladi, bunda hamma λ_i ($i = \overline{1, n}$) lar musbat bo'lsa, kvadratik forma musbat aniqlangan deyiladi. Hamma $\lambda_i < 0$ bo'lsa, manfiy aniqlangan bo'ladi.

3. Kvadratik formaning matritsasi. $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$ kvadratik formaning

koeffitsientlaridan tuzilgan kvadratik matritsa bo'lib, u simmetrik matritsa (q) bo'ladi.

Masalan, $K(x_1, x_2, x_3) = a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + 2a_{23}x_2x_3$

$$\text{kvadratik formaning matritsasi} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

bo'ladi.

4. Kvadratik formaning rangi. Bu kvadratik forma matritsasi (q) ning rangidir.

5. Kvadratik matritsa. Satrlar soni, ustunlar soniga teng bo'lgan matritsa.

6. Kengaytirilgan matritsa (Chiziqli tenglamalar sistemasining kengaytirilgan matritsasi). n noma'lumli, m ta chiziqli tenglamalarning

sistemasiga mos matritsa. Tenglamalar sistemasining kengaytirilgan matritsasi, sistema matritsasiga ozod hadlar ustunini birlashtirib hosil qilinib,

ko'rinishda bo'ladi. Sistema matritsasining rangi bilan tenglamalar sistemasining kengaytirilgan matritsasining rangi tengligi chiziqli tenglamalar sistemasi birgilikda bo'lishining zaruriy va yetarli shartidir. Bu davo Kroneker-Kapelli teoremasining (q) mazmunidir.

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, \dots$$
$$x_n = \frac{1}{n}, \quad 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$

8. Ketma-ketlik(Sonli ketma-ketlik) limiti. Har qanday $\varepsilon > 0$ son uchun shunday N raqam mavjud bo'ladiki, N dan kichik bo'lmagan, n lar uchun $|X_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, a soni $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, \dots$ - sonlar ketma - ketligining (q)

bo'lgan sonlar ketma-ketligi limitini toping va qanday raqamdan boshlab u 0,001 dan kichik bo'ladi. n cheksiz ortganda ketma-ketlikning hadlari borgan sari kichiklashadi, ya'ni 0 dan borgan sari kam farq qaladi. Xaqiqatdan, ketma-ketlikning 10- haddan boshlab, keyingi barcha hadlari 0,1 dan kichik va hokazo. Son o'qida o'rtasi 0 nuqtadan uzunligi 2 bo'lgan simmetrik intervalni olaylik. $\varepsilon=0,2$ desak, ketma-ketlikning bir nechta dastlabki hadlari

intervaldan tashqarida yotib, x_6 dan boshlab barcha

$$\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \dots$$

hadlar intervalning ichida yotadi. ε ni yanada kichik qilib tanlab, masalan, $\varepsilon=0,0001$ ni olib, faqat birinchi 10000 had intervalga tushmasligi, lekin 10001 boshlab, cheksiz ko'p sondagi hadlar intervalning ichiga tushinishni ko'ramiz. Demak, keltirgan bu mulohaza, istalgan $\varepsilon>0$ uchun o'rinligi kelib chiqadi. Shunday qilib, ε har qanday qilib tanlanmasin, shunday kerakli katta n sonni ko'rsatamizki, berilgan ketma-ketlikning raqamlari $n > N$ bo'lgan barcha hadlari intervalning ichida yotadi.

9. Kommutativlik qonuni. Amallar bo'ysunishi mumkin bo'lgan qonun bo'lib, amal, ko'paytirish deb tushunilsa, u holda kommutativlik qonun $a \cdot b = b \cdot a$ ko'rinishda bo'ladi.

Kommutativ qonunga bo'ysunuvchi amallarga misol qilib, sonlarni qo'shish va ko'paytirish, to'plamlarning birlashmasini (q), kesishishmasini (q) ko'rsatish mumkin. Sonlarni ayirish va bo'lish (chunki $a:b \neq b:a$ va $a-b \neq b-a$) matritsalarini ko'paytirish, vektor ko'paytma, kommutativlik qonunga bo'ysunmaydi.

10. Kompleks sonlar. a va b lar haqiqiy sonlar, i biror simvol bo'lib, $a+ib$ ko'rinishdagi ifodalardir. K.s.ni qo'shish, ko'paytirish va bo'lish quyidagi formulalar kabi bajariladi:

$$1) (a+ib) + (x+iy) = (a+x) + i(b+y);$$

$$2) (a+ib) \cdot (x+iy) = (ax-by) + (ay+bx)i;$$

$$3) \frac{a+ib}{x+iy} = \frac{ax+by}{x^2+y^2} + \frac{bx-ay}{x^2+y^2}i.$$

$z = a+ib$ K.s.da a uning haqiqiy qismi ($a = \operatorname{Re} z$ kabi belgilanadi) deyiladi. b soni esa mavhum qismi ($b = \operatorname{Im} z$ kabi belgilanadi)

deyiladi. K.s.ning $z = a+ib$ ko'rinishiga, uning algebrik shakli deyiladi.

Ba'zan K.s.ni Ushbu trigonometrik shaklda yozish qulay:

$$a+ib = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi), \text{ bunda } \rho = \sqrt{a^2+b^2}, a > 0$$

bo'lganda $\varphi = \arctg \frac{b}{a}$, $a < 0$ bo'lganda $\varphi = \pi + \arctg \frac{b}{a}$; $a = 0$ bo'lganda,

$b > 0$ bo'lsa, $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $b < 0$ bo'lsa, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ bo'ladi. ρ soni K.s.ning moduli, φ esa argumenti deyiladi.

11. Kontinuum. $0 \leq x \leq 1$ kesmadagi sonlarning L to'plami quvvati nomi. Ma'lumki, L ni butun musbat sonlar (sanoqli to'plam) (q) to'plamga o'zaro bir qiymatli, akslantirish mumkin emas. Kontinuum matematikasida yanadi quvvatliroq to'plamlar bilan, jumladan quvvati, kontinuum bo'lgan L to'plam bilan ish ko'riladi. Continuum - uzluksizlik.

12. Kontinuum muammosi. Quvvati sanoqli to'plam quvvatidan katta va kontinuum (q) quvvatidan kichik bo'lgan to'plam mavjudmi? degan masala kontinuum muammosi. Bundan bir necha o'n yillar oldin, Gilbert tomonidan qo'yilgan bo'lib, haligacha uning umumiy yechimi hal qilinmagan.

13. Koordinatlar. Ma'lum tartibda olingan va nuqtaning o'qdagi, tekislikdagi, sirdagi yoki fazodagi vaziyatini harakterlaydigan sonlar. Biror ob'ektni tekshirish maqsadiga va harakteriga qarab, har xil koordinatlar sistemalari tanlanadi, bular yordamida o'qning, tekislikning, fazoning har bir nuqtasiga aniq sonlar to'plami – nuqtaning koordinatlari mos qo'yiladi. Masalan, tekislikning biror sohasiga yoki butun tekislikda o'z-o'zi bilan kesishmaydigan chiziqlarning ikkita oilasi qaraladiki, bir oilaning har bir chizig'ini ikkinchi oilaning har bir chizig'i faqat bitta nuqtada kesib o'tadi. Tekislikdagi eng sodda to'g'ri chiziqli koordinatlar, to'g'ri burchakli dekart koordinatlaridir.

14. Koordinatlar boshi. Koordinat (q) o'qlarining kesishish nuqtasi.

15. Koordinatlar sistemasi. Nuqtaning to'g'ri chiziqdagi, tekislikdagi, fazodagi vaziyatini aniqlaydigan shartlar to'plami bo'lib, birinchi bo'lib, geodeziya va astronomiyada, nuqtaning yer sirdagi yoki osmon sferasidagi vaziyatini aniqlash uchun kiritilgan. XVII asrda fransuz olimi A. Dekart ishlari tufayli koordinatlar usulining butun, ahamiyati oydinlashtiriladi, koordinatlar usuli geometriya masalalarini matematik tahlil tiliga o'tkazishga va aksincha, matematik tahlilning har xil natijalariga geometrik ma'no berishga imkon beradi.

Lotincha, *co* birgalikda, *ordinatus*- tartiblangan, aniqlangan so'zlardan olingan.

16. Koordinatlarni almashtirish. Bir koordinatlar sistemasidan boshqasiga o'tish. K.a. masalasi A nuqtaning bir koordinatlar sistemasidagi koordinatlarini bilgan holda o'sha nuqtaning boshqa koordinatlar sistemasidagi koordinatlarini topishdan iborat. A nuqtaning ikkala (eski va yangi) koordinatlar sistemasidagi koordinatlarini bir-biriga bog'lovchi formulalar K.a. formulalari deb aytiladi. Masalan, to'g'ri burchakli bir XOY dekart, koordinatlari sistemasidan to'g'ri burchakli $X'O'Y'$ dekart koordinatlari sistemasiga o'tishning K.a. formulalari quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{aligned} 1) \quad x' &= (x-a)\cos\alpha + (y-b)\sin\alpha, \\ y' &= -(x-a)\sin\alpha + (y-b)\cos\alpha; \end{aligned}$$

teskarisi $X'O'Y'$ dekart koordinatlari sistemasidan XOY dekart koordinatlari sistemasiga o'tish formulasi

$$\begin{aligned} x &= x'\cos\alpha - y'\sin\alpha + a, \\ 2) \quad y &= x'\sin\alpha + y'\cos\alpha + b \end{aligned}$$

bo'lib, bu yerda a, b yangi koordinatlar boshi O' ning eski koordinatlar sistemasidagi koordinatlari, α OX va $O'X'$ o'qlar orasidagi burchak. Bu formulalardan $\alpha = 0$ bo'lsa parallel ko'chirish $a = b = 0$ bo'lsa, koordinat boshini ko'chirmasdan α burchakka burish formulalari kelib chiqadi.

17. Koshi masalasi. Differensial tenglamalar nazariyasining asosiy masalalaridan biri bo'lib, uni birinchi marta fransuz matematigi Koshi batafsil o'rgangan.

Differensial tenglama, biror qonun va ma'lum boshlang'ich holat bilan harakterlanadigan jarayonlar Koshi masalasiga olib keladi. Koshi masalasi, differensial tenglamaning berilgan boshlang'ich shartlarini qanoatlantiruvchi yechimini izlashdan iboratdir.

18. Kramer qoidasi. Chiziqli tenglamalar sistemasini yechish qoidasi. Determinanti (q) 0 dan farqli bo'lgan n noma'lumli n ta chiziqli tenglamalar sistemasi yagona yechimga ega bo'ladi. Bu yechim quyidagi Kramer qoidasi bilan aniqlanadi. x_i ($i = \overline{1, n}$) noma'lumlardan har birining qiymati, shunday kasrga tengki, uning

maxraji sistemasining $D \neq 0$ determinantidan ibrat bo‘lib, D_i surati esa sistemaning determinantidan izlanayotgan X_i noma'lumning koeffitsiyentlaridan tuzilgan ustun o'rniga ozod hadlardan tuzilgan ustunni qo'yish bilan hosil qilinadi. Misol. Ushbu sistemaning yechimi topilsin.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 9x_3 = 2 \end{cases}$$

Yechish.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 2 \neq 0, \quad D_1 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 4,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 9 \end{vmatrix} = 6, \quad D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -2.$$

Shunday qilib, $x_1 = \frac{D_1}{D} = 2$; $x_2 = \frac{D_2}{D} = 3$; $x_3 = \frac{D_3}{D} = -1$.

19. Kritik nuqta. Bir o'zgaruvchili funksiya hosilasi 0 ga teng va hosila mavjud bo'lmagan nuqtalarga aytiladi. Ko'p o'zgaruvchili funksiya uchun funksiyaning gradiyenti (q) 0 ga teng va u mavjud bo'lmagan nuqtalar bo'ladi.

20. Kroniker – Kapelli teoremasi. Chiziqli algebraning asosiy teoremlaridan biri bo'lib, n noma'lumli m ta chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning yetarli va zaruriy shartini ifodalaydi. Teorema.

[illegible]

tenglamalar sistemasi hech bo'lmaganda bitta yechimga ega bo'lishi uchun sistema matritsasining rangi (q) kengaytirilgan matritsaning (q) rangiga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Bunda sistemaning matritsasi deb shu sistema noma'lumlari oldidagi a_{ik} koeffitsiyentlardan tuzilgan (a_{ik}) ($i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, n}$) matritsaga aytiladi,

kengaytirilgan maritsa deb esa (a_{ik}) koeffitsiyentlar va $b_i, i = \overline{1, m}$ ozod hadlar ustunini birlashtirib tuzilgan matritsaga aytiladi.

Bu teorema, uni isbotlagan nemis matematigi Kroneker va italyan matematigi Kapelli nomi bilan ataladi.

21. Ko‘p o‘zgaruvchili funksiya. Bu funksiyaning x argument o‘rnida erkli o‘zgaruvchilar deb ataladigan n ta $x_1, x_2, \dots, x_n$ o‘zgaruvchilardan iborat $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ kopmleksidir.

$$u = f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Ko‘p o‘zgaruvchili funksiya to‘g‘risida gapirilganda, odatda $x_1, x_2, \dots, x_n$ erkli o‘zgaruvchilar va u funksiya haqiqiy sonlar sohasidagi qiymatlarni qabul qiladi deb hisoblanadi.

Ikki x va y o‘zgaruvchining $z = f(x, y)$ funksiyasi fazoda to‘g‘ri burchakli koordinatlari $z = f(x, y)$ tenglik orqali bog‘langan nuqtalarning geometrik o‘rni sifatida ifodalanadi. Ko‘p o‘zgaruvchili funksiya n o‘lchovli fazodagi $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ nuqtaning funksiyasi ham deb ataladi. Ko‘p o‘zgaruvchili funksiya ham bir argumentli funksiyadagidek har xil ko‘rinishda berilishi mumkin. Analitik ifoda bilan berilgan, ko‘p o‘zgaruvchili funksiyaning aniqlanish sohasi deb, odatda n o‘lchovli fazoning, funksiya haqiqiy qiymatlar qabul qiladigan barcha $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ nuqtalarning to‘plami hisoblanadi. Masalan, $z = \sqrt{1 - 9x^2 - 4y^2}$ funksiyaning aniqlanish sohasi $9x^2 + 4y^2 = 1$ ellips va uning ichki qismidir, funksiyaning o‘zi esa $9x^2 + 4y^2 + z^2 = 1$ ellipsoid sirtining yuqori yarimi bilan tasvirlanadi.

22. Ko‘rsatkichli funksiya. $y = a^x$ ko‘rinishdagi funksiya bo‘lib, $-\infty < x < +\infty, 0 < y < \infty$ ($a \neq 1$ bo‘lgan musbat son) $a > 1$ bo‘lganda ko‘rsatkichli funksiya monoton o‘suvchi, $a < 1$ da monoton kamayadi. Ko‘rsatkichli funksiyaning o‘zi uzluksiz va har qanday tartibli uzluksiz hosilalarga ega :

$$y' = a^x \ln a; \quad y'' = a^x (\ln a)^2, \dots, y^{(n)} = a^x (\ln a)^n.$$

Ko‘rsatkichli funksiyaning xususiy holi $y = e^x$ bo‘lib, e natural lagorifmning asosi.

x va y haqiqiy sonlar uchun

$$f(x + y) = f(x)f(y)$$

xossaga ega. Ko‘rsatkichli funksiya shu xossasi va uzluksizligi bilan bir qiymatli aniqlanadi.

L

1. Leontev modeli. Ko‘p tarmoqli iqtisod modeli bo‘lib, matritsali yozuvi

$$(E - A)X = Y$$

ko‘rinishda bo‘ladi, bunda E birlik matritsa (q), A kvadrat matritsa (q) bevosita harajatlar matritsasi, X yalpi mahsulotlar matritsasi, Y so‘ngi mahsulot matritsasi.

2. Limitlar nazariyasi. Hozirgi zamon matematik tahlilining asosi bo‘lgan nazariyadir. Bu nazariya limit va ularning xossalarini o‘rganadi hamda ularning mavjudlik shartlarini va qoidalarini ko‘rsatadiki, bir qancha sodda o‘zgaruvchi miqdorlarning limitini bilgan holda bu qoidalarga qarab, bu miqdorlarning sodda funksiyalarining limitini topish mumkin.

Limitlar nazariyasining asosi, cheksiz kichik miqdordir (q), ya’ni limiti 0 bo‘lgan o‘zgaruvchi miqdor, tushunchasidir. O‘zgaruvchi x_n miqdorning limiti o‘zgarmas a son bo‘lishi uchun $\alpha_n = x_n - a$ ayirma cheksiz kichik miqdor bo‘lishi zarur va yetarlidir. O‘zgaruvchi x_n miqdor limitga ega bo‘lsa, u yagonadir.

3. Limit nuqta. To‘plamning limit nuqtasi shunday M nuqtaki, uning har qanday atrofida (q) shu to‘plamning M dan farqli kamida bitta nuqtasi bo‘ladi, bundan shunday xulosa chiqadiki, limit nuqtaning har qanday atrofida, shu to‘plamning cheksiz ko‘p nuqtasi bo‘ladi. To‘plamning limit nuqtasi shu to‘plamga tegishli yoki tegishli bo‘lmasligi ham mumkin. Misol uchun, tekislikdagi doiraning ikchi nuqtalaridan iborat to‘plamning limit nuqtalari, doiraning barcha ichki nuqtalari va shu doirani chegaralab turgan aylananing barcha nuqtalari bo‘ladi.

Ketma-ketlikning limit nuqtasi - ketma-ketlikning o‘zining limiti bo‘ladi.

4. Lokal ekstremum. «Lokal» so‘zi qaralayotgan ekstremum mavjud ekanligini anglatadi. Lokal maksimum (minimum) funksiyaning qaralayotgan nuqtaning yetarlicha kichik atrofidagi eng katta (eng kichik) qiymatdir.

5. Lopital qoidasi.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \text{ yoki}$$
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$$

bo‘lganda ushbu

$$A = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

limitni hisoblash qoidasi bo‘lib, uni quyidagi shartlarda qo‘llash mumkin:

1) $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar $x = a$ nuqtaning biror atrofida ($x = a$ nuqtaning o‘zi kirmasligi ham mumkin) differensiallanuvchi ;

2) quyidagi

$$B = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

limit mavjud. Bu shartlar bajarilganda ushbu tenglik o‘rinli bo‘ladi:

$$A = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$\infty - \infty, 0 \cdot \infty, 0^0, 1^\infty, \infty^0$ ko'rinishdagi aniqmas ifodalarni $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi aniqmasliklarni ochishga keltiriladi.

Misol.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{x^2}{2}}{x^4} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin x + x}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x + 1}{12x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{24x} = \frac{1}{24} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{1}{24} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = \frac{1}{24} \cdot 1 = \frac{1}{24}. \end{aligned}$$

M

1. Makloren qatori. $f(x)$ funksiya uchun Teylor qatorining (q) $x = a = 0$ bo'lganda xususiy holi bo'lib, ushbu ko'rinishda

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

bo'ladi. Masalan, $y = \sin x$ funksiyaning M.k quyidagicha

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

bo'ladi.

2. Manfiy aniqlangan kvadratik forma. Haqiqiy koeffitsiyentli maxsusmas kvadratik forma bo'lib, uning kanonik ko'rinishi faqat manfiy kvadratlardan iborat, ya'ni

$$K(x_1, x_2, \dots, x_n) = -\lambda_1 x_1^2 - \lambda_2 x_2^2 - \dots - \lambda_n x_n^2 \quad (\lambda_i > 0, i = \overline{1, n}).$$

3. Matematik tahlil (analiz). Funksiya va limitga o'tish tushunchalariga asoslangan bir qator matematik fanlarning umumiy nomi. Matematik tahlilga to'plamlar nazariyasi, limitlar nazariyasi, funksiya tushunchasi, differensial va integral hisoblar, qatorlar nazariyasi, differensial tenglamalar va boshqalar kiradi.

4. Matritsa. Ixtiyoriy tabiatli elementlardan tuzilgan to'g'ri to'rtburchakli jadval. Matritsa elementlari satrlar va ustunlar bo'ylab joylanadi. M_0 ning elementlari ko'pincha a_{ij} juft indekslar bilan belgilanadi, birinchi indeks i M ning a_{ij} joylashgan satr raqamini, ikkinchi j indeks esa matritsaning a_{ij} element joylashgan ustuni raqamini bildiradi. Simvolik ravishda belgilashda, matritsa odatda qavs yoki qo'shaloq vertikal chiziqlar ichiga olinadi:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{yoki} \quad \left\| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{matrix} \right\|$$

Matritsalar qisqacha (a_{ij}) yoki $\|a_{ij}\|$ bilan ham belgilanadi.

5. Matritsalar ustida amallar. Matritsalarini qo'shish, o'zaro ko'paytirish va ixtiyoriy haqiqiy songa ko'paytirish mumkin:

1) matritsani, matritsaga qo'shish uchun, ular bir xil tartibli bo'lishi sharti qo'yiladi, bunday ikkita matritsalarining yig'indisi, mos elementlarni qo'shishdan hosil bo'lgan, uchinchi bir matritsaga teng bo'ladi. Ikkita matritsani ko'paytirish, ko'payuvchi matritsa ustunlar soni ko'paytuvchi matritsa satrlar soniga teng bo'lgandagina amalga oshiriladi. Matritsani ixtiyoriy haqiqiy songa ko'paytirganda, uning hamma elementlari shu songa ko'paytiriladi.

6. Matritsaning rangi. Bu matritsaning 0 dan farqli minorlarining eng yuqori tartibi, ya'ni matritsaning rangi k ga teng bo'lsa, bu matritsaning k -tartibli minorlarining ichida 0 dan farqli bo'lgan kamida bitta minor bo'ladi, lekin matritsaning $(k+1)$ tartibli va undan yuqori tartibli barcha minorlari 0 ga teng bo'ladi.

7. Maxsusmas matritsa. Determinanti 0 dan farqli bo'lgan n -tartibli (a_{ij}) kvadrat matritsa (q). n -tartibli M.m. rangi n ga teng. Har qanday maxsusmas matritsa yagona A^{-1} teskari matritsaga (q) ega. Ya'ni $AA^{-1} = A^{-1}A = E$. E birlik matritsa (q).

8. Maxsus matritsa. Determinanti 0 ga teng bo'lgan kvadrat matritsa.

9. Minor. D determinantning (yoki matritsaning) k - tartibli minori D determinantning (yoki matritsaning) ixtiyoriy k ta satri va k ta ustunining kesishish joyida turgan elementlardan to'zilgan k - tartibli determinantdir.

n -tartibli determinantning (yoki b - tartibli kvadrat matritsaning) k ta satri ($k < n$) va k ta ustunining kesishish joyida turgan elementlardan tuzilgan minor va qolgan $n - k$ ta satr $n - k$ ta ustunning kesishi joyida turgan elementlardan to'zilgan minor o'zaro to'ldiruvchilar deyiladi.

10. Model. (Lot. modulus) so'zidan olingan bo'lib, narsa yoki hodisalarning asosiy xususiyatlarini o'zida ifodalovchi shartli (moddiy yoki abstrakt) tasvirdir.

11. Modellash tirish. Mavjud sistemani almashtira oladigan o'xshashini, modelini to'zish va uni tekshirish natijasida asli (original) haqida yangi axborotlar olish tushuniladi.

12. Muavr formulasi. Kompleks sonning trigonometrik shaklidan

$$(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n = \cos n\varphi + i \sin n\varphi$$

formula kelib chiqadi. Bu Muavr formulasi deyiladi.

13. Murakkab funksiya. u o'zgaruvchi u ning funksiyasi, o'z navbatida u esa x ning funksiyasi bo'lsa, u holda $f(x) = y[u(x)]$ funksiya murakkab funksiya (yoki funksiyaning funksiyasi) deb ataladi. x o'zgaruvchi murakkab funksiyaning erkli o'zgaruvchisi deb, u ga esa, oraliq o'zgaruvchi deb ataladi.

Masalan, $y = \sin(x^2 + 5)$ funksiya x ning murakkab funksiyasidir, chunki $y = \sin u$, $u = x^2 + 5$ bo'lib, y funksiya, $x^2 + 5$ funksiyaning funksiyasidir. $y = \cos^2 x$, $y = 3^{x^2-8}$, $y = \ln \sqrt{x^2 + 9}$ va hokozalar murakkab funkiyalarga misol bo'ladi.

14. Musbat aniqlangan kvadratik forma. Haqiqiy koeffitsiyentli maxsusmas kvadratik forma bo'lib, uning kanonik ko'rinishi faqat musbat kvadratlardan iborat ya'ni

$$K(x_1, x_2, \dots, x_n) = \lambda_1 x_1^2 + \lambda_2 x_2^2 + \dots + \lambda_n x_n^2 \quad (\lambda_i > 0, i = \overline{1, n})$$

bo'ladi.

N

1. Noaniq kvadratik forma. Haqiqiy koeffitsiyentli

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i x_j$$

kvadratik forma bo'lib, kanonik ko'rinishi koeffitsiyentlari ichida musbatlari ham, manfiylari ham bo'lsa, bunday kvadratik formaga noaniq forma deyiladi, masalan,

$$K(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 - 7x_2^2 + 10x_3^2.$$

2. Noma'lumlarni yo'qotish. Bir necha noma'lumni o'z ichiga olgan tenglamalar sistemasidan noma'lumlar soni oz bo'lgan tenglamalar sistemasiga (yoki bitta tenglamaga) o'tish.

3. Normal. Egri chiziqqa (sirtga) uning biror nuqtasida o'tkazilgan normal, -bu nuqtadan o'tuvchi va egri chiziqqa (sirtga) shu nuqtada o'tkazilgan, urinma to'g'ri chiziqqa (urinma tekislikka) perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqdir. Egri chiziq tekis bo'lsa, u o'zining har bir nuqtasida birgina normalga ega bo'ladi. $y = f(x)$ funksiya grafigiga,

$M(x_0, y_0)$ nuqtasidan o'tkazilgan normal tenglamasi

$$y - y_0 = \frac{-1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

bo'lib, bunda $y' = f'(x_0) \neq 0$.

4. Nuqta. Geometriyaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, uning bevosita ta'rifi geometriyani deduktiv (aksiomatik) tuzishda aksiomalarda beriladi. Nuqtaning tabiati xilma - xil bo'lishi mumkin. Masalan, sonlar o'qidagi nuqta, n o'lchovli Yevklid fazosining (q) nuqtasi va hokazo.

Funksiyalar nazariyasi va to'plamlar nazariyasida o'rganiladigan funksiyaning va to'plamlarning xossalarini harakterlovchi nuqtalar tekshiriladi: limit nuqta, chegaraviy nuqta, ichki nuqta va hokazo.

5. Nuqtaning atrofi. 1) sonlar o'qidagi nuqta atrofi berilgan a nuqtani o'z ichiga olgan har qanday interval (ochiq oraliq). Xususiyl holda, markazi a nuqtada bo'lgan $((a - \delta, a + \delta))$ ochiq oraliq, a nuqtaning δ atrofi deyiladi, bunda $\delta > 0$ bo'lib, a nuqtaning atrofining radiusi deb ataladi.

2) n o'lchovli fazodagi nuqta atrofi n o'lchovli fazoning berilgan nuqtani o'z ichiga olgan har qanday sohasi bo'lib, xususiyl holda

$$\sqrt{(x_1 - x_1^0)^2 + (x_2 - x_2^0)^2 + (x_3 - x_3^0)^2 + \dots (x_n - x_n^0)^2} < \delta$$

tengsizlikni qanoatlantiruvchi $M(x_1, x_2, \dots, x_n)$ nuqtalar to'plami $M_0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ nuqtaning shar shaklidagi atrofi bo'ladi, bunda M_0 atrofning markazi va $\delta > 0$ uning radiusidir.

O

1. Operator. Har bir $x \in X$ elementga biror $y \in Y$ elementni mos qo'yivchi va ikkita X va Y to'rlam o'rtasidagi moslikni eng umumiy ma'noda ifodalovchi matematik tushuncha. Funktsiya, «akslantirish» iboralari ekvivalent ma'noga ega bo'lib, y element x elementning obrazi deyiladi. X va Y to'plamlar - sonli to'plamlar bo'lsa, u holda ko'proq «funksiya» iborasidan foydalaniladi. Funktsiyalar fazosini sonli to'plamga akslantiruvchi operator funksional deyiladi. Misollar: 1) differensiallash operatori differensiallanuvchi har bir $f(x)$ funksiyaga $f'(x)$ funksiyani mos qo'yadi.

Differensial va integral operatorlar differensial tenglamalar nazariyasida katta ahamiyatga ega.

2. Ordinatsiya. Tekislik yoki fazodagi nuqta (to'g'ri burchakli dekart) koordinatlarining ikkinchisi bo'lib, odatda ordinat u bilan belgilanadi.

Lotincha, *ordinatus* — tartiblangan degan so'zdan olingan.

3. Ort. Yevklid fazosidagi birlik vektor, ya'ni uzunligi bir birlikka teng vektor. To'g'ri burchakli dekart koordinatlar sistemasida ort odatda mos ravishda OX, OY, OZ o'qlari, bo'yicha yo'nalgan $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ vektorlar. «Lotincha», *orientation* — oriyentatsiya, ya'ni berilgan vektor yoki berilgan o'q yo'nalishi so'zining qisqartirilganidir.

4. Ortonormal bazis- $a_1, a_2, \dots, a_n$ vektorlar sistemasi uchun

$$(a_i, a_j) = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases} \quad (i, j = \overline{1, n})$$

bajarilsa, berilgan vektorlar sistemasi ortonormal deyiladi.

5. Orttirma. 1) argument orttirmasi, argumentning ikki (yangi va eski yoki keyingi va boshlang'ich) qiymati orasidagi ayirma, ya'ni $\Delta x = x_1 - x_0$;

2) funksiya orttirmasi, $y = f(x)$ funksiyaning orttirmasi argumentning Δx orttirmasi bilan aniqlanib, funksiyaning $x_0 + \Delta x$ va x_0 nuqtalardagi qiymatlari orasidagi farqi (ayirmasi),

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

ga teng bo'lib, berilgan x_0 nuqtadagi funksiya orttirmasi bo'ladi.

6. Ochiq to'plam. V to'plamning hamma nuqtalari ichki nuqtalardan (q) iborat bo'lsa, bunday to'plamga ochiq to'plam deyiladi. Masalan, nuqtaning atrofi (q), doiraning ichi, to'g'ri to'rtburchakning ichi va hokozalar.

7. Oshkarmas funksiya. $F(x, y) = 0$ munosabat bilan aniqlangan funksiyadir. Bunda x ning funksiyasini quyidagicha aniqlanadi: $y(x)$ ifoda u o'zgaruvchining shunday qiymatiki, u x ning berilgan qiymati bilan birgalikda $F(x, y(x)) = 0$ shartni

qanoatlantiradi, ya'ni, $y(x)$ ifoda tayin x uchun $F(x, y) = 0$ tenglamaning yechimidir. $y(x)$ funksiyaning bu usulda berilishi funksiyaning oshkarmas ko'rinishda berilishi deyiladi. Masalan,

$$2x - 3y + 12 = 0, \quad x^2 + e^{xy} - 3 = 0$$

funksiyalar oshkarmas ko'rinishda berilgan.

Shuni takidlash lozimki, hamma $F(x, y) = 0$ ko'rinishdagi tenglik, funksiyaning ifodalamaydi, misol uchun $x^2 + y^2 + 4 = 0$ tenglama funksiyaning ifodalamaydi, chunki, x ning har bir qiymatiga y ning qiymatining mos qo'yish mumkin emas.

P

1. Parabola. Berilgan F (fokus) nuqtadan va berilgan to'g'ri chiziq (direktrisa)dan (q) bir xil uzoqlikda yotuvchi tekislikdagi nuqtalarning geometrik o'rniga (q) parabola deyiladi.

To'g'ri burchakli dekart koordinatlarida parabolaning kanonik tenglamasi $y^2 = 2px$ ko'rinishda bo'ladi. Parabola direktrisasining tenglamasi $x = -\frac{p}{2}$

ko'rinishda, fokus $F(\frac{p}{2}, 0)$ nuqtada bo'ladi. Bu parabola Ox o'qiga nisbatan

simmetrikdir. Oy o'qiga simmetrik bo'lgan parabola kanonik tenglamasi $x^2 = 2py$

ko'rinishda bo'lib, direktrisasining tenglamasi $y = -\frac{p}{2}$ bo'lib, fokus $F(0, \frac{p}{2})$

nuqtada bo'ladi.

Jismlar harakatining bir qator trayektoriyalari parabola bo'ladi. Masalan, gorizontga qiyalatib otilgan jism (havoning qarshiligi hisobga olinmaganda) parabola bo'yicha harakat qiladi.

2. Parabola fokal radiusi: 1) $y^2 = 2px$ parabola $A(x, y)$ nuqtasidan fokusgacha masofa bo'lib,

$$r = x + \frac{p}{2}$$

formula yordamida topiladi; 2) $x^2 = 2py$ parabola $M(x, y)$ nuqtasidan fokusgacha

masofa bo'lib, $r = y + \frac{p}{2}$ formula bilan topiladi.

3. Parabolalar formulasi - aniq integralni taqribiy hisoblash formulasi bo'lib, ushbu ko'rinishda

$$\int_a^b y dx = \frac{h}{3} [y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n]$$

bo'ladi. Integrallash oralig'i bir-biriga teng bo'lgan $n = 2k$ juft bo'laklarga bo'linadi va integral ostidagi funksiyaning bo'linish nuqtalardagi u_n qiymatlari hisoblanadi,

$$h = \frac{b - a}{n}.$$

4. Parabolik silindr. Eng sodda tenglamasi to'g'ri burchakli dekart koordinatlarida $y^2 = 2px$ ko'rinishda bo'lgan ikkinchi tartibli sirtlardan biri, parabolik silindirning yo'naltiruvchisi (q) $y^2 = 2px$ parabola, yasovchi esa OZ o'qqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziqdır.

5. Paraboloidlar.

Kanonik tenglamasi to'g'ri burchakli dekart koordinatlar sistemasida:

$$1) \frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z \quad (p, q > 0) \quad \text{elliptik paraboloid (q)}$$

$$2) \frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z \quad \text{giperbolik paraboloid (q)}$$

bo'lgan 2-tartibli sirtlardir.

6. Parametr. Formula va ifodalarda qatnashadigan va tekshirilayotgan masalada qiymati o'zgarmas bo'lib, boshqa masalada qiymatlarini o'zgartiradigan miqdor. Masalan, dekart koordinatlarida

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$$

tenglama XOY tekislikda radiusi 1 ga teng bo'lgan, barcha aylanalar to'plamini aniqlaydi. a va b ning tayin qiymatlarida, misol uchun $a=2, b=3$ bo'lganda markazi S(2;3) nuqtada bo'lgan ma'lum bir aylana hosil bo'ladi; a va b tekshirilayotgan to'plamda aylananing parametrlaridir.

7. Parametrik tenglamalar.
$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}$$

ko'rinishdagi tenglamalar, tekislikdagi tegishli egri chiziqlarning parametrik tenglamasi deb

ataladi. Masalan $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ bog'lanishning parametrik ifodalanishi

$$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

bo'ladi. Bular ellipsning parametrik tenglamasidir. Fazodagi to'g'ri chiziqlarning parametrik tenglamasi, ushbu

$$\begin{cases} x = x_0 + mt, \\ y = y_0 + nt, \\ z = z_0 + pt \end{cases}$$

ko'rinishda bo'ladi, bunda $M_0(x_0, y_0, z_0)$ to'g'ri chiziqlar o'tuvchi nuqta, $\vec{S}(m, n, p)$ to'g'ri chiziqlarning yo'naltiruvchi vektori (q).

8. Pi soni (π). Aylana uzunligining, diametriga nisbatiga teng bo'lgan sonidir. Pi soni davriy bo'lmagan cheksiz o'nli kasr 3,14159265... Bu sonni ingliz matematigi U.Jonson (1706) birinchi bo'lib, grekcha π harfi bilan belgilagan va bu belgi Peterburg matematigi L.Eyler ishlarining biridan keyin (1736y.) umuman qabul qilingan. P.s. aniqroq ifodasini topish yo'lida ko'p urinishlar bo'lgan, masalan, Samarqandlik olim Jamshid Ibn Mavid

al Koshiy XV asr ikkinchi yarmida P.s ning 17 ta o'nli kasr xonasini, golland matematigi Ludolf pan Seylen (XVII asr boshida) 32 ta o'nli kasr xonasini hisoblab topgan. Hozirgi vaqtda kompyuterlarning tatbiq etilishi natijasida π ning nihoyat darajada aniqlik bilan topilgan qiymati-bir necha mingdan ortiq o'nli kasr xonalari ma'lum.

π grekcha περιφέρεια - periferiya, aylana so'zining boshlang'ich harfidan olingan.

Q

- 1. Qavariq soha (to'plam).** Bu shunday sohaki (to'plamki), ikkita nuqta shu sohaga tegishli bo'lganda, bu nuqtalarni tutashtiruvchi kesma ham shu sohaga tengishli bo'ladi.
- 2. Qator. Qo'shish (+)** ishorasi bilan qo'shilgan simvollar ketma – ketligi, ya'ni

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

cheksiz yig'indi. Qatorning hadlari $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ sonlarni, funksiyalarni, vektorlarni yoki matritsalarini va hokazolarni ifodalashi mumkin. Shunga qarab, sonli (q), funksional (q), matritsali qator hosil bo'ladi.

3. Qism to'plam. B to'plamning har bir elementi A to'plamning ham elementi bo'lsa, B to'plamga A to'plamning qism to'plami deyiladi va $B \subset A$ simvol bilan belgilanadi. Masalan, A guruhdagi talabalar to'plami, B guruhdagi o'g'il bolalar to'plami bo'lsa, B to'plam A to'plamning qism to'plami bo'ladi.

4. Qoldiq had. Taqribiy formulaning qoldiq hadi – berilgan formula bilan tasvirlanadigan ifodaning aniq va taqribiy qiymatlari orasidagi ayirma.

Qoldiq had haqidagi masalani tekshirish uchun, uni baholay bilish katta ahamiyatga egadir. Masalan, $\sqrt{2} \approx 1,41$ taqribiy formulaga $\sqrt{2} = 1,41 + R$ aniq tenglik mos keladi, bunda R miqdor 1,41 ning $\sqrt{2}$ ga yaqinlashgandagi qoldiq hadi bo'ladi, $0,004 < R < 0,005$ ekanligi ma'lum.

5. Quyuqlanish nuqtasi. Shunday bir nuqtaki, uning har qanday atrofida, mazkur to'plamning cheksiz ko'p nuqtasi bo'ladi. Limitik nuqta deb ham yuritiladi.

R

1. Ratsional funksiya. Ushbu ko'rinishdagi

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \dots + b_m}$$

funksiyaga aytiladi, bunda a_i ($i = \overline{1, n}$), b_j ($j = \overline{1, m}$) o'zgarmas sonlar ($a_0 \neq 0, b_0 \neq 0$), n va m lar manfiy bo'lmagan butun sonlar. Ratsional funksiya ikkita butun ratsional funksiyaning (ko'p hadning) nisbatidan iborat. Ratsional funksiya, x ning $Q(x)$ maxraji 0 ga aylanadigan qiymatlaridan boshqa, barcha qiymatlarida aniqlangan $m = 0$ bo'lganda ratsional funksiya, butun ratsional funksiya yoki ko'p had deb ataladi. $n = m = 1$, ratsional funksiya

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

ko'rinishda bo'lib, kasr chiziqli ratsional funksiya kelib chiqadi.

2. Rikkati tenglamasi.

$$\frac{dy}{dx} = P(x)y^2 + Q(x)y + R(x), \quad P(x) \neq 0$$

bo'lib, $R(x) \equiv 0$ bo'lganda, Bernulli tenglamasi kelib chiqadi. R.t.ning integrali (yechimi) elementar funksiyalar orqali ifodalanishini D.Bernulli ko'rsatdi.

3. Roll teoremasi. Matematik tahlilning asosiy teoremlaridan biri bo'lib, u quyidagicha ifodalanadi: $f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz, (a, b) intervalda differensiallanuvchi va $f(a) = f(b)$ bo'lsa, u holda kamida bitta $x = c$ nuqta topiladiki, $a < c < b$ uchun $f'(c) = 0$ bo'ladi.

S

1. Sanoqli to'plam. Natural sonlar qatoriga ekvivalent bo'lgan, ya'ni hamma elementlarini natural sonlar bilan raqamlab (belgilab) chiqish mumkin bo'lgan to'plam. Sanoqli to'plamning quvvati (q) cheksiz to'plamlar quvvati orasida eng kichigi bo'ladi. Barcha juft sonlar to'plami, toq sonlar to'plami sanoqli to'plamlarga misol bo'ladi. Sanoqli bo'lmagan cheksiz to'plam sanoqsiz to'plam deb ataladi.

2. Sanoqsiz to'plam. Quvvati sanoqli to'plam (q) quvvatidan (q) katta bo'lgan cheksiz to'plam. Masalan, barcha haqiqiy sonlar to'plami sanoqsiz to'plam bo'ladi.

3. Simmetrik matritsa. Bosh diagonalga (q) nisbatan simmetrik bo'lgan, elementlari teng, ya'ni $a_{ij} = a_{ji}$ bo'lgan, kvadrat matritsa. Masalan,

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

4. Simmetrik operator. Fazoning ixtiyoriy x va u elementlari uchun $(x, Ay) = (y, Ax)$ bajarilsa A operatorga simmetrik operator deyiladi.

A operator simmetrik bo'lishi uchun, operator matritsasi ortonormal (q) bazisda simmetrik bo'lishi zarur va yetarlidir, ya'ni $(a_{ij}) = (a_{ji})$.

5. Simmetriya markazi. Geometrik figuraning simmetriya markazi – shunday O nuqtaki, bu figuraning har qanday M nuqtasi uchun shunday M' nuqta topiladiki, bunda O nuqta MM' kesmaning o'rtasi bo'ladi. Masalan, kesmaning o'rtasi uning simmetriya markazi bo'ladi.

6. Simmetriya o'qi. Figuraning simmetriya o'qi, shunday to'g'ri chiziq yoki to'g'ri chiziq bo'lagi (kesma, nur) ki, unga nisbatan figuraning istalgan nuqtasi bu figuraga tegishli bo'lgan A simmetrik nuqtaga ega bo'ladi.

Misollar:

- 1) teng tomonli uchburchakning balandligi uning simmetrik o'qi bo'ladi;
- 2) sferaning har qanday diametri uning simmetriya o'qi bo'ladi.

7. Sirt. Fazo nuqtalarining $z = f(x, y)$ yoki $f(x, y, z) = 0$ tenglikni qanoatlantiruvchi to'plami. Masalan, $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ tenglama sfera sirtini ifodalaydi.

8. Sistema. (Grekcha system so'zidan olingan bo'lib, qismlardan tuzilgan butun, birlashma, tizim). O'zaro bog'liq elementlardan tuzilgan to'plam bo'lib, aniq yaxlitlikni

9. Sistema matritsasi- ushbu n noma'lumli m ta chiziqli tenglamalar sistemasi

[illegible]

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$
$$\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| |\bar{b}| \cos \alpha$$
$$\bar{a} \cdot \bar{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 \quad (1)$$

Skalyar ko‘paytma quyidagi xossalarga ega: 1) $(\bar{a}\bar{b}) = (\bar{b}\bar{a})$; 2) $(\alpha\bar{a}\bar{b}) = \alpha(\bar{a}\bar{b})$; 3) $\bar{a}(\bar{b} + \bar{c}) = (\bar{a}\bar{b}) + (\bar{a}\bar{c})$; 4) $\bar{a} = 0$ yoki $\bar{b} = 0$ bo‘lganda, yoki $\bar{a} \perp \bar{b}$ bo‘lganda va faqat shu holdagina $(\bar{a}\bar{b}) = 0$ bo‘ladi. $(\bar{a} \cdot \bar{a}) = (\bar{a}^2) = a^2$ skalyar ko‘paytma, skalyar kvadrat deb ataladi.

12. Sonlar ketma – ketligi. Hadlari sonlardan iborat bo‘lgan ketma – ketlik (q).

13. Sonlar o‘qi. Haqiqiy sonlarni tasvirlaydigan to‘g‘ri chiziq bo‘lib, unda: 1) musbat yo‘nalish; 2) sanoq boshi O nuqta; 3) birlik kesma (masshtab) aniqlangan bo‘ladi. Har qanday haqiqiy son, quyidagicha sonlar o‘qi nuqtasi bilan tasvirlanadi: 0 soni O nuqta bilan tasvirlanadi; haqiqiy musbat son musbat yo‘nalish bo‘yicha; haqiqiy manfiy son qarama – qarshi yo‘nalish bo‘yicha olinadi. Haqiqiy sonlar bilan sonlar o‘qining nuqtalari orasidagi bu o‘zaro moslik, bir qiymatlidir. Shuning uchun x soni bilan sonlar o‘qidagi

x nuqta bir-biridan farq qilmaydi. x_1 va x_2 nuqtalar orasidagi masofa $|x_2 - x_1|$ ga teng.

T

1. Ta'rif. Matematik tushunchaning ta'rifi – shu tushunchaning mazmunini, mohiyatini ochib berishdir. Bunda tushunchaning mohiyati turli usullar bilan ochib berilishi mumkin: 1) genetik usul, bunda mazkur tushunchaning hosil bo'lishi ko'rsatiladi; 2) mazkur tushunchani avvaldan ma'lum bo'lgan tushunchalarga keltirish – ko'pincha tushunchaning turi orqali, ya'ni turning belgilari orqali va shaklan farqi orqali; 3) aksiomatik usul, bunda tushunchaning ta'rifi aksiomalar orqali oshkormas holda beriladi. Ta'rifga misollar: 1) Aylanani o'z diametri atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan sirt, sfera deyiladi (uch ulchovli Yevklid fazosidagi sfera). Bu ta'rif sfera tushunchasining genetik ta'rifidir. Sferaning ta'rifini nuqtalarning geometrik o'rni sifatida yoki analitik usulda ham ta'riflash mumkin; 2) $N > 0$ sonning $a > 0, a \neq 1$ asosga ko'ra

logarifmini $a^x = N$ ko'rsatkichli tenglamaning yechimi sifatida ta'riflash mumkin. Ayrim matematik tushunchalarning ma'nosini misollar orqali ham tushuntirish mumkin.

2. Taqribiy hisob. Bu shunday hisobki, bunda natija tegishli miqdorning haqiqiy qiymatlariga taqriban teng bo'lgan sonlar bo'ladi. Real ob'ektlarni o'lchash natijasida topilgan sonlar, tegishli miqdorlarning qiymatlarini aniq hisoblash kamdan – kam bo'lib, odatda ular biror xatoga ega bo'ladi. Hisoblashlarda taqribiy formulalar ishlatilganda taqribiy sonlar hosil bo'lishi mumkin. Taqribiy sonlar haqida so'z borganda hamisha undagi xatoni ko'rsatish zarur. Odatda taqribiy son shunday yoziladiki, unda eng oxirigi raqamdan boshqa hamma sonlar ishonchli bo'lib, eng oxirgi esa birdan ortiq shubha tug'dirmasligi kerak.

Xatoni baholashning ushbu usullari ham mavjud: 1) aniq tengsizlik $a \leq x \leq b$, bunda a va b lar mos ravishda x ning quyi va yukori chegaralari;

2) absolyut Δa xatoni ko'rsatish, ya'ni $a - \Delta a \leq x \leq a + \Delta a$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi musbat sonni ko'rsatish, bunda a son x ning taqribiy qiymati; 3) $\frac{\Delta a}{a}$

nisbiy xatoni ko'rsatish, bu xato ba'zan foyizlar bilan ifodalanadi.

3. Teylor qatori. $f(x)$ funksiyaning a nuqtadagi Teylor qatori quyidagicha bo'ladi:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots$$

bunda $f(x)$ funksiya a nuqtada aniqlagan va bu nuqtada istalgan tartibli hosilaga ega.

Misollar, $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ funksiya uchun $a = 0$ nuqtada Teylor qatorini yozish mumkin emas, chunki bu nuqtada funksiyaning hosilalari yo'q. $f(x) = e^x$ funksiya uchun Teylor qatorini, istalgan nuqta uchun yozish mumkin va u e^x funksiyaga yaqinlashadi

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

4. Tekislik. Geometriyaning asosiy tushunchalaridan biri. Tekislik bilan birinchi marta tanishganda tekislik to'g'risidagi tasavvur suvning tekis yuzi bilan, silliqlangan stol yuzi va hokazolar bilan taqqoslanadi. Tekislikni boshlang'ich ob'ekt deb qabul qilinib, uning bilvosita ta'rif geometriya aksiomalarida beriladi. Masalan, tekislikning muhim xossalari ushbu aksiomalarda ifoda qilingan: 1) to'g'ri chiziqlarning ikki nuqtasi tekislikka qarashli bo'lsa, to'g'ri chiziqlarning hamma nuqtalari ham tekislikka qarashli bo'ladi; 2) bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqta, faqat bitta tekislikka tegishli bo'ladi.

Rus matematigi N.I. Lobachevskiy tekislikni bunday ta'riflaydi: tekislik berilgan ikki nuqtadan bir xil uzoqlashgan nuqtalarning (fazo nuqtalarining) geometrik o'rnidir.

5. Teorema. To'g'ri yoki noto'g'ri ekanligini, isbot qilish yo'li bilan aniqlanadigan matematik jumla. Grekcha $\tau\omicron\rho\epsilon\mu\alpha$ - tomosha so'zidan kelib chiqqan.

6. Teskari matritsa. A kvadratik matritsaga teksari matritsa deb shunday A^{-1} matritsaga aytiladiki, $A \cdot A^{-1} = E$ ko'paytma birlik matritsaga (q) teng bo'ladi. Har qanday kvadrat matritsa ham teksari matritsaga ega bo'lavermaydi. A kvadrat matritsaga teksari matritsa A^{-1} mavjud bo'lishining zaruriy va yetarli sharti, A matritsaning determinanti (q) 0 dan farqli bo'lishidir. A matritsaning teksari matritsasi quyidagicha topiladi:

$$A^{-1} = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{vmatrix},$$

bunda A_{ij} lar A matritsadagi a_{ij} elementlarning algebraik to'ldiruvchilari (q), D, A matritsaning determinanti.

7. Teskari funksiya. $y = f(x)$ to'g'ri funksiya bo'lsin. y qiymatlar to'plamidagi, har bir qiymatiga x ning aniqlanish sohasidagi bitta qiymati mos quyilgan bo'lsa, berilgan funksiyaga teksari $x = \varphi(y)$ funksiya aniqlangan deyiladi. Masalan, $y = 3x - 8$

funksiyaga teksari funksiya $x = \frac{y+8}{3}$ bo'ladi, $y = \frac{3}{x}$ ga $x = \frac{3}{y}$ teksari funksiya

bo'ladi. O'zaro teksari funksiyalarning grafiklari $y = x$ to'g'ri chiziqqa nisbatan simmetrik (q) bo'ladi.

8. Transponirlangan matritsa. A matritsaga nisbatan transponirlangan matritsa, A matritsaning satrlari va ustunlari rollarini almashtirishdan hosil bo'lgan A^T matritsadir.

Masalan, $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ bo'lsa, unga transponirlangan matritsa

$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ bo'ladi. A kvadart matritsa bo'lsa, uning determinanti, unga

transponirlangan matritsaning determinantiga teng bo'ladi.

9. Trapesiyalar formulasi. Aniq integralni taqribiy hisoblash formulasi

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} \left(\frac{f_0 + f_n}{2} + f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1} \right),$$

bunda

$$f_k = (a + kh), \quad h = \frac{b-a}{n}.$$

Trapeziya formulasini ishlatganda yo'l qo'yiladigan xato

$$S - I = \frac{(b-a)^2}{12h^2} f''(\xi) \text{ dan katta bo'lmaydi,}$$

bunda $a \leq \xi \leq b$.

10. Trigonometrik qator. Ko'rinishi quyidagicha bo'lgan, funksional qator

$$\begin{aligned} \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) &= \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + b_1 \sin x + \\ &+ a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x + \dots + a_n \cos nx + b_n \sin nx + \dots, n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

bunda a_0, a_n, b_n sonlar trigonometrik qatorning koeffitsiyentlari deb ataladi. Trigonometrik qator matematikada va uning tatbiqlarida katta ahamiyatga ega.

11. To'la harajatlar matritsasi. Leontev modelida (q) $(E - A)$ matritsaga, teskari matritsaga (q) $(E - A)^{-1}$ to'la harajatlar matritsasi deb ataladi.

12. To'liq differensial. $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyaning to'liq differensial

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (\Delta x_i = dx_i, i = \overline{1, n})$$

ifoda bilan aniqlanadi. To'liq differensial funksiya orttirmasining chiziqli bosh qismidir.

13. To'liq kvadrat. Uch hadning to'liq kvadrati $(kx + l)^2$ ko'rinishda tasvirlanishi mumkin bo'lgan $ax^2 + bx + c$ ifoda. To'liq kvadrat tenglama ildizlarining formulalarini o'rganishda, ba'zi funksiyalarni integrallashda, ikkinchi tartibli egri chiziqlarni o'rganishda va shu kabilarda uchraydi. To'liq kvadratni, aniq kvadrat deb ham yuritiladi.

14. To'liq orttirma- $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyaning to'liq orttirmasi deb,

$$f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

ayirmaga aytiladi. To'liq orttirma, to'liq differensial (q) bilan $\sqrt{(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \dots + (\Delta x_n)^2}$ miqdorga nisbatan cheksiz kichik bo'lgan miqdorning yig'indisiga teng bo'ladi, bunda xususiy hosilalar mavjud deb qaraladi.

15. To'plam. To'plam matematikaning muhim tushunchalaridan biri. Bu tushuncha aksiomatik holda kiritiladi. To'plam iborasini quyidagicha tavsiflab tushuntirish mumkin: ixtiyoriy tabiatli ba'zi ob'ektlarning birlashmasi, majmui, bunda ob'ektlar, narsalar to'plamning elementlari bo'ladi. To'plam ixtiyoriy tabiatli elementlardan tuzilgan bo'lsa ham, har bir tayin to'plam biror umumiy xossaga ega bo'lgan elementlar birikmasini bildiradi. Bu xossa to'plamning nomidan bilinib turadi. Masalan, butun sonlar to'plamida barcha elementlar butun sonlar bo'lib, bu xossa barcha elementlar uchun umumiydir. Shuningdek koinotdagi yulduzlar to'plami, kutubxonadagi kitoblar to'plami va boshqalarni tekshirish mumkin.

16. To'plamlarning ayirmasi. A va B to'plamlar ayirmasi (farqi) A to'plamning V to'plamga kirmaydigan barcha elementlarining to'plami. A va B to'plamlar ayirmasi $A \setminus B$ simvol (yoki $A - B$) bilan belgilanadi. Ba'zan to'plamlar ayirmasi iborasi B to'plam A to'plamning qism to'plami bo'lgan holdagina qo'llaniladi. Misol, A barcha uchburchaklar to'plami, B barcha to'g'ri burchakli uchburchaklar to'plami bo'lsa, A/B qiyshiq burchakli, ya'ni bitta ham burchagi to'g'ri burchak bo'lmagan uchburchaklar to'plami bo'ladi.

17. To'plamning birlashmasi (yig'indisi). A va B to'plamlarning birlashmasi deb uchinchi bir C to'plamga aytiladiki, uning har bir elementi A yoki B yoki ikkalasiga ham tegishli bo'ladi. A va B to'plamlarning birlashmasi $A \cup B = C$ (yoki $A + B = C$) simvol bilan belgilanadi va ba'zan to'plamlarning yig'indisi deyiladi. Masalan, A juft sonlar to'plami B tok sonlar to'plami bo'lsa, ularning birlashmasi barcha butun sonlar to'plami bo'ladi.

18. To'plamlarning kesishmasi. A va B to'plamlarning kesishmasi deb shunday uchinchi bir C to'plamga aytiladiki, uning har bir elementi ikkala A va B to'plamlar uchun umumiy bo'lgan, barcha elementlardan iborat bo'ladi. A va B to'plamlarning kesishmasi $C = A \cap B$ yoki $A \cdot B = C$ simvol bilan belgilanadi va to'plamlarning ko'paytmasi ham deb ataladi.

To'plamlarning kesishmasi bo'sh to'plam ham bo'lishi mumkin. Masalan: 1) A barcha juft sonlar to'plami, B uchga karrali bo'lgan barcha sonlarinng to'plami bo'lsin. U xolda $A \cap B$ 6 ga karrali sonlarning to'plami bo'ladi;

2) A barcha aylanalar to'plami, B kichik yarim o'qi 1 ga teng barcha ellipslar to'plami bo'lsa, ularning kesishmasi $A \cap B$ radiusi 1 ga teng aylanalar to'plami bo'ladi.

19. To'plamlarning quvvati. To'plam «elementlarining soni» tushunchasining ixtiyoriy (chekli hamda cheksiz) to'plamlar uchun umumlashgan holidir. To'plamning quvvati berilgan to'plamga ekvivalent bo'lgan barcha to'plamlarga, ya'ni elementlari berilgan to'plamning elementlari bilan o'zaro bir qiymatli moslikda bo'la oladigan barcha to'plamlarga umumiy bo'lgan narsa sifatida aniqlanadi.

To'plamning quvvati tushunchasini matematikaga to'plamlar nazariyasining asoschisi G. Kantor kiritgan (1879. G. Kantor cheksiz to'plamlar uchun har xil quvvatlar mavjudligini isbotlagan).

20. To'g'ri proporsional miqdorlar. Ikki o'zgaruvchi x va y miqdor orasidagi bog'lanish bo'lib, ularning o'zgarishi jarayonida nisbati o'zgarmay qolaveradi, ya'ni $y : x = \text{const}$ yoki $y : x = K$ bo'lib, K proporsionallik koeffitsiyenti deb ataladi.

To'g'ri proporsional miqdorlarga misollar: 1) tovarga to'lanadigan pul va og'irligi (tovarning narxi bir xil bo'lganda); 2) moddiy nuqta tekis harakat qilganda, bosib o'tgan yo'l va vaqt.

21. To'g'ri chiziq. Geometriyaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lib, uning bilvosita ta'rifi geometriya kursini aksiomatik tuzishda beriladi. Yevklid tekisligidagi to'g'ri chiziq dekart koordinatlari

$$Ax + By + C = 0$$

tenglamani kanoatlantiruvchi nuqtalarning geometrik o'rni (q) sifatida ta'riflanadi, bu tenglamadagi A va B sonlar ikkalasi birdaniga 0 ga teng bo'lmaydi.

22. To'g'ri chiziqning izi. Bu to'g'ri chiziq bilan, gorizontal, vertikal tekisliklaridan birining kesishish nuqtasi. Fazodagi to'g'ri burchakli dekart koordinatlar sistemasida to'g'ri chiziqning, masalan, XOY tekisligidagi izini topish uchun to'g'ri chiziq tenglamasiga $z = 0$ deb, hosil bo'lgan sistemani yechib qolgan koordinatlar topiladi. Masalan,

$$\begin{cases} 2x + 3y + 3z - 7 = 0, \\ x + 2y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

to'g'ri chiziqning XOY tekislikdagi izini topish uchun $z = 0$ deb olinib, ya'ni

$$\begin{cases} 2x + 3y - 7 = 0, \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$$

bo'lib, bu sistemadan $x = 2$, $y = 1$ bo'ladi. Demak, berilgan to'g'ri chiziqning XOY koordinat tekisligidagi izi $V(2, 1, 0)$ nuqta bo'ladi.

U

1.Uzilishli funksiya- ma'lumki uzluksiz funksiya (q) uchun ushbu shartlar bajariladi:

1) funksiya x_0 nuqtada va uning biror atrofida aniqlangan;

2) funksiyaning x_0 nuqtasidagi chap va o'ng limitlari

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) \text{ va } \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$$

mavjud;

3) x_0 nuqtadagi chap va o'ng limitlar o'zaro teng, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$$

4) chap va o'ng limitlar, funksiyaning x_0 nuqtadagi qiymatiga teng, ya'ni

$$f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x).$$

Argumentning biror qiymatida uzluksizlik shartlaridan birortasi bajarilmasa, shu nuqtada funksiya uzilishga ega yoki uzilishli funksiya deyiladi. Misol, $y = \frac{6}{x-3}$ funksiya, $x = 3$ nuqtada uzilishli bo'ladi, chunki, $x = 0$ da $y = \infty$ bo'lib, 1) shart bajarilmaydi.

2. Uzilish nuqtasi. Argumentning funksiya uziladigan qiymati. Uzilish nuqtasi ikki turga bulinadi. 1-tur uzilish nuqtasi deb shunday x_0 nuqtaga aytiladiki, bu nuqtada o'ng va chap limitlar, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) \text{ va } \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$$

mavjud bo'ladi. Bu limitlar bir – biriga teng bo'lganda,

$$f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$$

deb olinsa, $f(x)$ funksiya $x = x_0$ da uzluksiz qilinishi mumkin (yo'qotiladigan uzilish). 2- tur uzilish nuqtada chap va o'ng limitlardan kamida bittasi mavjud bo'lmaydi (ya'ni $\pm \infty$ ga teng bo'ladi).

3. Uzluksiz funksiya. $y = f(x)$ funksiya x_0 nuqtada va uning biror atrofida aniqlangan bo'lib, argumentning x_0 nuqtadagi cheksiz kichik (q) orttirmasiga (q) funksiyaning ham cheksiz kichik orttirmasi mos kelsa, ya'ni

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$$

bo'lsa, $y = f(x)$ funksiya x_0 nuqtada uzluksiz deyiladi.

Bu ta'rifga quyidagi ta'rif ham teng kuchlidir.

x_0 nuqtada va uning biror atrofida aniqlangan $y = f(x)$ funksiya shu nuqtada chekli limitga ega bo'lib, bu limit funksiyaning x_0 nuqtadagi qiymatiga teng, ya'ni

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

bo'lsa, $y = f(x)$ funksiya x_0 nuqtada uzluksiz deyiladi.

$[a, b]$ kesmaning hamma nuqtalarida uzluksiz bo'lgan funksiyaga kesmada uzluksiz deyiladi.

$f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar x_0 nuqtada uzluksiz bo'lsa, $f(x) \pm g(x)$,

$f(x) \cdot g(x), \frac{f(x)}{g(x)}$ ($g(x_0) \neq 0$ bo'lganda) lar ham x_0 nuqtada uzluksiz bo'ladi.

Kesmada uzluksiz bo'lgan funksiyalar quyidagi xossalarga ega: 1) u shu kesmada chegaralangan; 2) shu kesmada eng kichik va eng katta qiymatlarga erishadi; 3) kesmaning uchlarida turli ishorali qiymatlar qabul qilsa, shu kesmaning biror nuqtasida 0 ga teng bo'ladi; 4) $f(a)$ va $f(b)$ orasidagi barcha qiymatlarni qabul qiladi.

4. Uzoqlashuvchi xosmos integral. Ushbu ko'rinishdagi xosmas integral (q)

$$\int_a^{\infty} f(x)dx = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_a^A f(x)dx$$

Limit, $\pm \infty$ ga teng yoki mavjud bo'lmasa, uzoqlashuvchi integral bo'ladi. Masalan,

$$\int_0^{\infty} \cos x dx \text{ va } \int_0^{\infty} \frac{dx}{x}$$

integrallar uzoqlashuvchi integral, chunki, bulardan birinchisi yuqoridagi chegarsida umuman qiymatga ega emas ($x \rightarrow \infty$ da $\sin x$ hech qanday limitga intilmaydi), ikkinchisi esa cheksizlikka teng.

Integral ostidagi $f(x)$ funksiya $[a, b]$ integrallash kesmasining ichida c nuqtada cheksizlikka intilsa, u holda $\int_a^b f(x)dx$ integral quyidagicha aniqlanadi

$$\lim_{\substack{\eta \rightarrow 0 \\ \xi \rightarrow 0}} \left\{ \int_a^{c-\eta} f(x)dx + \int_{c+\xi}^b f(x)dx \right\}$$

bu limit mavjud bo'lsa, integral yaqinlashadi. Limit mavjud bo'lmasa, u holda integral uzoqlashadi.

5. Uzoqlashuvchi qator. Yig'indisi cheksiz yoki umuman yig'indisi mavjud bo'lmagan qator. Qator yaqinlashuvchi yoki uzoqlashuvchiligini aniqlashning bir necha belgilari mavjud.

6. Umumiy yechim. $y' = f(x)$ birinchi tartibli oddiy differensial

tenglamani yechimini topish, $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasini topishdan iborat bo'lib, yechim $y = F(x) + C$ bo'ladi, bunda $[F(x)]' = f(x)$. Demak, oddiy differensial tenglama cheksiz ko'p yechimlar to'plamidan iborat.

Shunday qilib, $y = g(x, c)$ x ning funksiyasi har bir C ixtiyoriy o'zgarmas bo'lganda, berilgan differensial tenglamani qanoatlantirsa, bu funksiyaga uning umumiy yechimi deyiladi. C ixtiyoriy o'zgarmasning muayyan qiymatida umumiy yechimdan xususiy yechim olinadi.

Umumiy yechimda, oddiy differensial tenglamaning tartibi kancha bo'lsa, shuncha ixtiyoriy o'zgarmalar qatnashadi. Misollar: 1) $y'' + 3y = x$ tenglama $y_1 = \frac{1}{3}x$ xususiy

yechimga ega. $y'' + 3y = 0$ tenglamaning umumiy yechimi $y_2 = C_1 \sin \sqrt{3}x + C_2 \cos \sqrt{3}x$ bo'ladi. U holda bir jinsli bo'lmagan tenglamaning umumiy yechimi

$$y = y_1 + y_2 = C_1 \sin \sqrt{3}x + C_2 \cos \sqrt{3}x + \frac{x}{3}$$

bo'ladi.

7. Umumiy integral. Oddiy differensial tenglama umumiy yechimining xuddi o'zi.

V

1. Vronskian. n ta funksiya $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$ va ularning $(n-1)$ tartibigacha hosilalaridan tuzilgan determinant:

$$W(x) = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_n \\ f_1' & f_2' & \dots & f_n' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_1^{(n-1)} & f_2^{(n-1)} & \dots & f_n^{(n-1)} \end{vmatrix}$$

vronskian deb ataladi. Bu nom polyak matematigi Yu. Vronskiy sharafiga qo'yilgan. V.ning aynan 0 ga teng bo'lishi, bu funksiyalarning chiziqli bog'langan bo'lishining zaruriy va yetarli shartidir. V.dan chiziqli differensial tenglamalar (q) yechimlarini topishda foydalaniladi.

X

1. Xosmas integral. Ikki xil xosmas integrallar bor: 1) uzluksiz funksiyalarning cheksiz oraliq bo'yicha integrallari, $f(x)$ funksiya $[a, \infty)$ oraliqda berilgan va uning istalgan qismi, $[a, A]$ kesmada integrallanuvchi, ya'ni istalgan $A > a$

da $\int_a^A f(x)dx$ aniq integral mavjud bo'lib,

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \int_a^A f(x)dx = I \quad (1)$$

limit mavjud bo'lsa, uni birinchi tur xosmas integral deyiladi. Xuddi shunga o'xshash

$$\int_{-\infty}^a f(x)dx = \lim_{A \rightarrow -\infty} \int_A^a f(x)dx \quad (2)$$

xosmas integral ham aniqlanadi. (1) va (2) chekli limitlar mavjud bo'lsa, xosmas integrallar yaqinlashuvchi deyiladi. $(-\infty; +\infty)$ oraliq bo'yicha xosmas integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^c f(x)dx + \int_c^{+\infty} f(x)dx$$

kabi aniqlanadi, bunda c ixtiyoriy son; 2) chegaralanmagan funksiyalarning chekli oraliq bo'yicha xosmas integrali bo'lib, (a, b) da uzluksiz va $x = a$ nuqtada aniqlanmagan yoki uzilishga ega bo'lgan $f(x)$ funksiyaning xosmas integrali quyidagicha aniqlanadi

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{a-\varepsilon}^b f(x)dx$$

va oxirgi limit mavjud bo'lsa, xosmas integral yaqinlashuvchi, aks holda uzoqlashuvchi deyiladi.

2. Xususiy yechim. Bir tenglamaning xususiy yechimi, umumiy yechimga (q) kiruvchi ixtiyoriy o'zgarmas miqdorlarning tayin bir qiymatida o'sha umumiy yechimdan (q) hosil qilinadi. Ixtiyoriy o'zgarmasning bunday tayin qiymati tenglama bilan birgalikda beriladigan qo'shimcha shartlardan aniqlanadi. Masalan, $0 < x < +\infty$ da berilgan $y'' = k^2 x$ tenglamaning cheksizlikda 0 ga aylanadigan va $x=0$ da 1 ga teng bo'ladigan, yechimini topish talab qilinsa, u holda $y = C_1 e^{-k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ umumiy yechimda $C_1 = 1$, $C_2 = 0$ bo'lib, xususiy yechim $y = e^{-kx}$ ($k > 0$) bo'ladi.

3. Xususiy orttirma. Ko'p o'zgaruvchili

$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyaning xususiy orttirmasi – erkli o'zgaruvchilardan biriga orttirma berilganda, u miqdorning oladigan orttirmasi. Masalan, x_1 o'zgaruvchi bo'yicha xususiy orttirmasi

$$\Delta_{x_1} u = f(x_1 + \Delta x_1, x_2, \dots, x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

bo'ladi, bunda qolgan o'zgaruvchilar o'zgarmas deb qaraladi.

4. Xususiy funksiya. Chiziqli differensial yoki integral A operatorning xususiy funksiyasi

$$Af = \lambda f, \quad f \neq 0$$

xossaga ega bo'lgan f funksiya, bunda λ o'zgarmas miqdor. λ son A operatorning xususiy qiymati deyiladi. Masalan, ikki marta differensiallanuvchi va $[0, \pi]$ kesmaning uchlarida 0 ga teng bo'ladigan funksiyalar fazosidagi $Ay = -y''$ operatorning xususiy qiymatlari $\lambda_n = n^2$ sonlar bo'lib, xususiy funksiyalari $y_n = \sin nx$ funksiyalardir, chunki $-y_n'' = n^2 y_n$ tenglik bajariladi.

5. Xususiy qiymat. Xususiy funksiya(q).

6. Xususiy hosila. Ko'p o'zgaruvchili $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyaning

$M_0(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ nuqtada x_i o'zgaruvchi bo'yicha olingan xususiy hosilasi,

$\lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \frac{\Delta_i u}{\Delta x_i}$ chekli limitdir, bunda Δ_i , i o'zgaruvchi bo'yicha, funksiyaning xususiy

orttirmasi (q). Masalan,

$$\Delta_1 u = f(x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0, \dots, x_n^0) - f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$$

Xususiy hosila $\frac{\partial u}{\partial x_i}$ yoki $\frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i}$ simvol bilan belgilanadi.

Y

1. Yaqinlashish intervali. $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$

darajali qatorning yaqinlashish intervali shunday intervalki, uning har bir nuqtasida qator absolyut yaqinlashadi, bu intervalga tegishli bo'lmagan nuqtalarda esa qator uzoqlashadi. Yaqinlashish intervali chetlarida qator yaqinlashishi yoki uzoqlashishi mumkin. Yaqinlashish intervali faqat bitta $x = 0$ nuqtadan iborat bo'lishi ham, shuningdek to'g'ri chiziqdagi barcha nuqtalar to'plamidan ham iborat bo'lishi mumkin.

2. Yaqinlashish nuqtasi.

$$u_1(x) + u_2(x) + \dots + u_n(x) + \dots$$

funksional qatorning yaqinlashish nuqtasi shunday, x_0 nuqtaki, $u_n(x)$ funksiyalarning berilgan x_0 nuqtadagi qiymatlaridan tuzilgan

$$u_1(x_0) + u_2(x_0) + \dots + u_n(x_0) + \dots$$

sonli qator, yaqinlashuvchi qator bo'ladi. (q. Qator).

3. Yaqinlashuvchi sonli ketma – ketlik – bu chekli $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ limitga ega

bo'lgan sonlar ketma – ketligidir.

4. Yaqinlashuvchi qator. Yig'indisi (q) chekli bo'lgan qator.

5. **Yevklid fazosi.** Haqiqiy n o'lchovli chiziqli fazoning, istalgan ikki a va b elementiga skalyar ko'paytma deb ataluvchi va (a, b) bilan belgilanadigan haqiqiy son mos qo'yilib, bu fazoning istalgan a, b, c elementlari va α son uchun:

$$1) (a, b) = (b, a); \quad 2) (a + b, c) = (a, c) + (b, c);$$

$$3) (\alpha a, b) = \alpha (a, b); \quad 4) (a, a) > 0, \quad a \neq 0$$

aksiomalar bajarilsa, chiziqli fazo n o'lchovli Yevkled fazosi deb ataladi:

6. e soni. $e \approx 2,7182818284 590452353 \dots$ matematik tahlilning eng muhim

o'zgarmlaridan biri bo'lib, $e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(1 + \alpha\right)^{\frac{1}{\alpha}}$ (q) (ikkinchi

ajoyib limit). Matematika va uning tatbiqlarida e soni asos qilib olingan, natural logarifm (q) deb ataladigan va $\ln a$ bilan belgilanadigan, logarifm katta ahamiyatga ega.

7. Yetarli shart. Biror o'rinli tasdiqning (jumla, malohazaning) bajarilishi uchun yetarli shart shu tasdiqning kelib chiqishini tamin etadigan har qanday shart, tushuniladi.

Yetarli shart matematikaning eng muhim tushunchalaridan biri bo'lib, teoremlarda zarur shart bilan bir qatorda ko'p uchraydi. Masalan, musbat hadli sonli qatorning yaqinlashuvchi bo'lishi uchun zaruriy shart bilan yetarli shart, ham ishlatiladi. Sonli qator umumiy hadi $n \rightarrow \infty$ da 0 ga teng bo'lishi zaruriy shartdir, chunki bu shartning bajarilishi bilan qator yaqinlashadi, degan tasdiqni ayta olmaymiz, chunki bu faqatgina zaruriy shart bo'lib, bu shart bajariladigan qatorlar uzoqlashuvchi bo'lgan hollari mavjud. Sonli qator yaqinlashuvchi bo'lishining yetarli sharti, bular Dalamber belgisi (q), integral belgi (q) va boshqalar.

8. Yopiq to'plam. V to'plam o'zining hamma quyuqlanish nuqtalarini o'zida saqlasa, unga yopiq to'plam deyiladi. Masalan, $M(x, y) \in R^2, |x^2 + y^2| \leq r^2$ bo'lsa, R^2 to'plam yopiq to'plamdir.

9. Yo'nalish bo'yicha hosila. $u = f(x, y, z)$ funksiyadan $\bar{e}(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ birlik vektor orqali ifodalangan yo'nalish bo'yicha, $M_0(x_0, y_0, z_0)$ nuqtada olingan hosila deb,

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{f(x, y, z) - f(x_0, y_0, z_0)}{\Delta S} = \frac{du}{de}$$

chekli limitga aytiladi, bunda

$$\Delta S > 0, \quad x = x_0 + \Delta S \cos\alpha, \quad y = y_0 + \Delta S \cos\beta, \quad z = z_0 + \Delta S \cos\gamma.$$

Yo'nalish bo'yicha hosila, u funksiyaning M_0 nuqtada, $\bar{e}$ yo'nalish bo'yicha o'zgarish tezligini harakterlaydi. $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ lar $\bar{e}$ yo'nalishning yo'naltiruvchi kosinuslari. $f(x, y, z)$ funksiya M_0 nuqtada differensiallanuvchi bo'lsa, u holda M_0 nuqtada yo'nalish bo'yicha hosila mavjud va

$$\frac{\partial u}{\partial e} = \frac{\partial u}{\partial x} \cos\alpha + \frac{\partial u}{\partial y} \cos\beta + \frac{\partial u}{\partial z} \cos\gamma$$

yoki

$$\frac{\partial u}{\partial e} = \bar{e} \cdot \text{gradu} \quad (\text{gradu} - u \text{ funksiyaning gradiyenti}),$$

ya'ni gradiyentning $\bar{e}$ yo'nalishga tushirilgan proyeksiyasidir.

10. Yo'nalishlar maydoni. Fazo yoki sirtning har bir nuqtasi bilan ma'lum yo'nalish bog'liq bo'lgan sohasi. Har qanday vektorlar maydonini yo'nalishlar maydoni deb qarash mumkin.
8. Yuqori tartibli hosilalar. $y = f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi $n \geq 2$ tartibli hosilasi $(n-1)$ - tartibli hosilasidan, x_0 nuqtada olingan hosiladir. n - tartibli hosila quyidagi simvollar bilan belgilanadi

$$y^{(n)}, \quad \frac{d^n y}{dx^n}, \quad f^{(n)}(x).$$

Odatdagi funksiya hosilasiga birinchi tartibli hosila deb yuritiladi. Masalan, $y = 5x^4 + 3x$ funksiya birinchi tartibli hosilasi $y' = 20x^3 + 3$ bo'lib, 2,3,4,5- tartibli hosilalari

$$y'' = 60x^2, \quad y''' = 120x, \quad y^{IV} = 120, \quad y^V = 0$$

bo'ladi.

Z

1. Zaruriy shart. Biror to'g'ri da'vo (jumla, fikr o'rinli bo'lishining zaruriy sharti - amalga oshirilmaganda bu da'vo noto'g'ri bo'ladigan, har qanday shart. Masalan, butun sonning 4 ga bo'lishining zaruriy sharti, uning oxirgi raqamining 2 ga bo'linishidir, ya'ni berilgan butun son 4 ga bo'linishi uchun oxirgi raqamning 2 ga bo'linishi majburiy shartdir. Lekin bu zaruriy shart hali yetarli bo'la olmaydi, ya'ni sonning oxirgi raqami juft bo'lib, ammo u 4 ga bo'linmasligi mumkin.

O‘

1. **O‘zaro bir qiymatli moslik.** Ikki to‘plam elementlari orasidagi shunday moslikki, bunda birinchi to‘plamning har bir elementiga, ikkinchi to‘plamning faqat bitta elementi mos keladi va aksincha, ikkinchi to‘plamning har bir elementiga birinchi to‘plamning faqat bitta elementi mos keladi. O‘zaro bir qiymatli moslik funksiyaning yoki akslantirishning xususiy ko‘rinishidir. Misol, $[0, 1]$ kesma nuqtalari bilan $[0, 2]$ kesma nuqtalari orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatish mumkin; buning uchun $[0, 1]$ kesmaning λ soniga, $[0, 2]$ kesmaning 2λ sonini mos qo‘yish yetarlidir.

2. **O‘zgarmas miqdor.** Qaralayotgan jarayonda, bir xil qiymatlar qabul qiladigan miqdorlardir. Masalan, aylana uzunligining diametriga bo‘lgan nisbati, istalgan radiusli aylana uchun bir xil bo‘lib, u π soniga teng.

3. **O‘zgaruvchi miqdor.** Qaralayotgan jarayonda har xil qiymatlar qabul qiladigan miqdorlardir. Masalan, vaqt, havoning harorati, korxona ishlab chiqarayotgan mahsulotning miqdori, bozordagi narx, talab va taklif, harakatdagi nuqtaning tezligi va shu kabilar. XVII asrda o‘zgaruvchi miqdorning matematikaga kiritilishi fanlarning rivojlanishida revolyutsion qadam bo‘ldi. Bu hol tabiat hodisalarini, ularning o‘zaro bog‘lanishi va harakatda ekanligini e‘tiborga olib, bilishning yangi bosqichi yuzaga keldi.

4. **O‘rin almashtirish qonuni.** Kommutativlik qonunining (q) o‘zi.

5. **O‘suvchi ketma- ketlik.** Keyingi hadi oldingi hadidan katta bo‘lgan, ya’ni $a_{n+1} > a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) bo‘lgan ketma- ketlik. Qat’iy bo‘lmagan, $a_{n+1} \geq a_n$ tengsizlik bajarilgan holda ketma – ketlik kamaymaydigan deyiladi. Yuqoridan chegaralangan kamaymovchi ketma – ketlik chekli limitga ega.

5. **O‘suvchi funksiya.** $a \leq x \leq b$ kesmada (yoki intervalda yoki to‘plamda) $y = f(x)$ funksiya uchun kesmadagi (intervaldagi, to‘plamdagi) har kandy $x_1 < x_2$ da nuqtalar uchun $f(x_1) < f(x_2)$ tengsizlik bajarilsa, $f(x)$ funksiya bu oraliqda o‘suvchi funksiya deyiladi. Qat’iy bo‘lmagan $f(x_1) \leq f(x_2)$ tengsizlik bajarilgan holda funksiya, kamaymovchi funksiya deyiladi. $[a, b]$ kesmada yoki (a, b) oraliqda differensiallanuvchi funksiyaning $f'(x)$ hosilasi $a \leq x \leq b$ da yoki mos ravishda $a < x < b$ da manfiy bo‘lmaganda, ya’ni $f'(x) \geq 0$ bo‘lganda va faqat shu holdagina funksiya, unda kamaymovchi funksiya bo‘ladi.

SH

1. **Shartli yaqinlashish.** Berilgan $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ qator yaqinlashuvchi bo‘lib, berilgan qatorning hadlarining absolyut qiymatidan tuzilgan

$$|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n| + \dots$$

qator uzoqlashuvchi bo‘lsa, berilgan qatorga sharti yaqinlashuvchi qator deyiladi. Masalan,

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

qator, Leybnits belgisiga asosan yaqinlashuvchi, uning hadlarining absolyut qiymatlaridan tuzilgan qator

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} + \dots - (\text{garmonik qator})$$

integral belgiga asosan uzoqlashuvchi, shuning uchun berilgan qator shartli yaqinlashuvchidir.

CH

1. Chegaraviy nuqta. To'plamning chegaraviy nuqtasi shunday nuqtaki, bu nuqtani o'z ichiga oluvchi har qanday atrofda, to'plamga tegishli nuqtalar ham, tegishli bo'lmagan nuqtalar ham bo'ladi. To'plamning chegaraviy nuqtasi to'plamga tegishli ham, tegishli bo'lmasligi ham mumkin. Misollar: 1) $[0, 1]$, ya'ni $0 \leq x \leq 1$ kesmadagi $0, 1$ nuqtalar chegaraviy nuqtalar bo'ladi; 2) ochiq (a, b) intervalning a va b nuqtalari chegaraviy nuqtalar bo'ladi.

2. Chegaralangan to'plam. 1) haqiqiy sonlarning chegaralangan to'plami sonlar o'qidagi shunday (X) to'plamki, uning har qanday x elementi uchun $|x| \leq B$ shart bajariladigan, B soni mavjud bo'ladi.

2) n o'lchovli fazoda chegaralangan to'plam shunday to'plamki, bu to'plamning istalgan $M(x_1, x_2, \dots, x_n)$ nuqtasi uchun shunday $A > 0$ son mavjud bo'lib,

$$|x_1| \leq A, |x_2| \leq A, \dots, |x_n| \leq A,$$

munosabat bajariladi.

Masalan, n o'lchovli fazoda istalgan nuqtaning r atrofi chegaralangan to'plamdir.

3. Chegaralangan funksiya. Berilgan E to'plamda chegaralangan $y = f(x)$ va $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyalar – argumenti E ga tegishli qiymatlar qabul qilganda, o'zining qabul qilgan qiymatlari to'plami chegaralangan to'plam (q) bo'lgan funksiyadir.

Misollar: 1) $y = \frac{1}{x}$ funksiya $1 < x < +\infty$ intervalda chegaralangan funksiya bo'ladi.

$0 < x < 1$ intervalda chegaralangan funksiya bo'lmaydi; 2) $u = x^2 + y^2$ funksiya tekislikning har qanday chegaralangan to'plamida chegaralangan funksiya bo'ladi. Funksiya qiymatlari to'plami yuqoridan (quyidan) chegaralangan bo'lsa, u yuqoridan (quyidan) chegaralangan funksiya deb ataladi.

4. Cheksiz katta miqdor. O'zining o'zgarish jarayonida absolyut qiymati, oldindan berilgan, har qanday $M > 0$ sonidan katta bo'lib qoladigan va keyingi o'zgarishida ham shundayligicha qolaveradigan o'zgaruvchi α miqdordir. Cheksiz katta miqdorning teskarisi cheksiz kichik miqdordir. Cheksiz katta miqdorning ta'rifi, uning o'zgarish jarayonining turli hollari uchun muayyan ravishda beriladi; bu hollardan eng muhimlari $x \rightarrow a$ da yoki $x \rightarrow +\infty$ ($-\infty$) da cheksiz katta ketma – ketlik va cheksiz katta funksiyalardir. Bu hollarning hammasida cheksiz katta miqdor limiti ∞ (cheksizlik) bo'lgan miqdor deb aniqlanadi.

5. Cheksiz kichik miqdor. O'zining o'zgarish jarayonida absolyut qiymati har qanday oldindan berilgan $\varepsilon > 0$ sonidan kichik bo'lib, qoladigan va keyingi o'zgarishlarida ham shundayligicha qolaveradigan o'zgaruvchi α miqdor. Cheksiz kichik miqdorni limiti 0 ga teng bo'lgan o'zgaruvchi miqdor deb ham ta'riflasha bo'ladi. Masalan, har qanday $\varepsilon > 0$ uchun shunday N tartib raqami mavjud bo'lsaki, $n > N$ bo'lganda $|a_n| < \varepsilon$ tengsizlik

bajarilsa, $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ ketma – ketlik, cheksiz kichik ketma – ketlik deyiladi. Cheksiz kichik miqdorlar ushbu xossalarga ega: 1) chekli sondagi cheksiz kichik miqdorlarning algebraik yig'indisi va ko'paytmasi cheksiz kichik miqdorlar bo'ladi; 2) chegaralangan miqdor bilan, cheksiz kichik miqdor ko'paytmasi cheksiz kichik miqdordir; 3) cheksiz kichik miqdorga teskari bo'lgan miqdor, cheksiz katta miqdordir; 4) cheksiz katta miqdorga teskari bo'lgan miqdor, cheksiz kichik miqdordir.

Misollar: 1) $x \rightarrow +\infty$ da $y = \frac{\sin x}{x}$ funksiya cheksiz kichik miqdordir, chunki chegaralangan $\sin x$ funksiyaning $\frac{1}{x}$ cheksiz kichik miqdorga ko'paytmasi cheksiz kichik miqdor; 2) $\alpha_n = \frac{2}{n^2}$ ketma – ketlik $n \rightarrow \infty$ da cheksiz kichik ketma – ketlikdir;

3) $x \rightarrow 0$ da $y = \sin x$ funksiya cheksiz kichik funksiyadir.

6. Cheksiz katta miqdor. O'zining o'zgarishi jarayonida absolyut qiymati oldindan berilgan har $M > 0$ son dan katta bo'lib, qoladigan va keyingi o'zgarishida ham shundayligicha qolaveradigan o'zgaruvchi α miqdor. Ch.k. miqdorning teskarisi $\frac{1}{\alpha}$ cheksiz kichik miqdordir.

7. Cheksiz kichik miqdor. O'zining o'zgarish jarayonida absolyut qiymati har qanday oldindan berilgan, musbat $\varepsilon > 0$ son dan kichik bo'lib qoladigan va keyingi o'zgarishida ham shundayligicha qolaveradigan o'zgaruvchi α miqdor. Ch.k. α miqdorga teskari bo'lgan $\frac{1}{\alpha}$ miqdor cheksiz katta miqdordir.

8. Chiziqli algebra. Algebraning bo'limi bo'lib, unda chekli o'lchovli chiziqli fazolardagi chiziqli almashtirishlar o'rganiladi. Chiziqli algebra chiziqli tenglamalar sistemasini yechish munosabati bilan paydo bo'lgan. Chiziqli algebraning yaxshi rivojlangan bo'limlari matritsalar nazariyasi, kvadratik formalardir. Chiziqli algebra g'oyalari matematik tahlil va differensial tenglamalar nazariyasida qo'llaniladi. Chiziqli algebra fanlarda va amaliyotda ko'pgina sohalarida tatbiq etilmoqda. Masalan, iktisodiyotda, chiziqli programmalash (dasturlash)da va boshqalarda keng qo'llanilmokda.

9. Chiziqli bog'lanish. Chiziqli fazo vektorlari, chekli to'plamining xossasi bo'lib, berilgan fazoda, kamida bittasi 0 dan farqli bo'lgan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ sonlar ma'lum tarzda tanlab olinganda,

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \dots + \lambda_n a_n = 0$$

tenglik bajarilsa, $a_1, a_2, \dots, a_n$ vektorlar, shu fazoda chiziqli bog'liq deyiladi.

10. Chiziqli differensial tenglama. Ushbu ko'rinishda

$$P_0(x)y^{(n)} + P_1(x)y^{(n-1)} + \dots + P_n(x)y = f(x) \quad (1)$$

bo'ladi. Xususiyl holda ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglama

$$y'' + P_1(x)y' + P_2(x)y = f(x) \quad (2)$$

ko‘rinshda bo‘ladi. Bunda y noma‘lum funksiya, $P_1(x), P_2(x), f(x)$ lar biror (a, b) oraliqda berilgan uzluksiz funksiyalar. $f(x)=0$ bo‘lsa, (1) – (2) tenglamalarga bir jinsli chiziqli differensial tenglamalar deyiladi. $f(x) \neq 0$ bo‘lsa, bir jinsli bo‘lmagan chiziqli differensial tenglama deyiladi. n – tartibli chiziqli bir jinsli differensial tenglama n ta chiziqli erkli yechimga ega bo‘lib, ularni $y_1, y_2, \dots, y_n$ bilan belgilasak, umumiy yechim

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \dots + C_n y_n$$

ko‘rinishda bo‘ladi, bunda $C_1, C_2, \dots, C_n$ ixtiyoriy o‘zgarmas miqdorlar. Chiziqli erkli yechimlarning Vronskiani (q) hech bir nuqtada 0 ga aylanmaydi. Bir jinsli bo‘lmagan chiziqli tenglamaning umumiy yechimi, mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi bilan bir jinsli bo‘lmagan tenglamaning ixtiyoriy xususiy yechimi yig‘indisiga teng bo‘ladi.

11. Chiziqli operator. Chiziqli fazoni (q) o‘ziga yoki boshqa chiziqli fazoga akslantiruvchi shunday A almashtirishki, u ushbu shartlarni qanoatlantiradi

$$A(x + y) = Ax + Ay, \quad A(\lambda x) = \lambda Ax,$$

bunda x va y – chiziqli fazoning ixtiyoriy vektorlari, λ ixtiyoriy son. Chekli o‘lchovli, chiziqli fazoda chiziqli operator, aniq tanlangan bazisda (q) matritsa bilan yozilishi mumkin.

Misol:

$$Ay = \int_0^x y(x) dx$$

operator, uzluksiz funksiyalar fazosida chiziqli operatoridir. Chiziqli operator nazariyasi, matematikaning funksional tahlil bo‘limida keng tekshiriladi.

12. Chiziqli tenglama. Bu faqat birinchi darajali noma‘lumlar qatnashgan tenglama. Masalan,

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = b_1$$

tenglama n noma‘lumli (a_i - lar 0 dan farqli, $i = \overline{1, n}$) chiziqli tenglamadir. Bunday tenglamaning xususiy holi $a_1 x = b_1$ tenglamadir.

13. Chiziqli fazo. Odatdagi uch o‘lchovli fazoni umumlashtiruvchi tushuncha. Bunda har qanday xususiyatga ega bo‘lgan elementlarning V to‘plami qaraladi va unda quyidagi qoidalar aniqlangan: 1) V ning har qanday ikki a va b elementiga ularning yig‘indisi deb ataluvchi, uchinchi bir $a + b = c$ element mos quyilgan, bu element ham V dan bo‘ladi; 2) V ning har bir a elementiga va har qanday haqiqiy λ songa V ning bitta elementi mos quyiladiki, bu element λ va a ning ko‘paytmasi deb ataladi va $\lambda \cdot a$ bilan belgilanadi.

V to‘plam elementlari ushbu shartlarni qanoatlantirsa, ya’ni :

1) $a + b = b + a$; 2) $(a + b) + c = a + (b + c)$; 3) shunday $0 \in V$ element mavjudki $a + 0 = a$ istalgan $a \in V$ element uchun o‘rinli; 4) har bir $a \in V$ elementga

teskari $-a \in V$ element mavjudki $a - a = 0$ bo'ladi; 5) istalgan $a \in V, b \in V$ elementlar va ixtiyoriy λ son uchun $\lambda(a + b) = \lambda a + \lambda b$ tenglik o'rinli;

6) istalgan $a \in V$ element va ixtiyoriy λ, μ sonlar uchun $(\lambda + \mu)a = \lambda a + \mu a$ tenglik o'rinli; 7) ixtiyoriy $a \in V$ shunday haqiqiy son 1 uchun $1 \cdot a = a$;

8) istalgan $a \in V$ va ixtiyoriy λ, μ sonlar uchun $(\lambda\mu)a = \lambda(\mu a)$ aksiomalar o'rnili bo'lsa, V to'plamga chiziqli fazo deyiladi va $a, b, c, \dots$ elementlarga uning vektorlari deyiladi.

14. **Chiziqli funksiya.** O'zining barcha argumentlariga nisbatan birinchi darajali funksiya. Xususiyl holda $y = kx + b$ ko'rinishdagi funksiya, chiziqli funksiya bo'ladi. Bu funksiyaning grafigi to'g'ri chiziqdan iborat. k to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti bo'lib, $(0, b)$ nuqtadan o'tadi. b ga boshlang'ich ordinata deyiladi.

«OLIY MATEMATIKA»
fanining
2016/2017 o'quv yili uchun mo'ljallangan
SILLABUSI

Fanning qisqacha tavsifi					
OTMning nomi va joylashgan manzili:	Samarqand iqtisodiyot va servis instituti			Amir Temur ko'chasi, 9	
Kafedra:	Oliy matematika				
Ta'lim sohasi va yo'nalishi:	230000 – “Iqtisod” ta'lim sohasi	5230600 – Moliya; 5230700 – Bank ishi; 5230900 – Buxg'alteriya hisobi va audit (tarmoqlar bo'yicha). 5111008 - Kasbiy ta'lim: (buxg'alteriya hisobi va audit)			
Fanni (kursni) olib boradigan o'qituvchi to'g'risida ma'lumot:	assistent Xudoyberdiyev Sardor Ismoilovich	e-mail:			
Dars vaqti va joyi:	134 auditoriya	Kursning davomiyligi:			
Individual grafik asosida ishlash vaqti:	seshanba, payshanba va shanba kunlari 14.00 dan 17.00 gacha				
Fanga ajratilgan soatlar	Auditoriya soatlari			Mustaqil ta'lim:	
	Ma'ruza:	18	Amaliyot	18	22
Fanning boshqa fanlar bilan bog'liqligi (prerekvizitlari):					
Fanning mazmuni					
Fanning dolzarbligi va qisqacha mazmuni:	Oliy matematika fanini o'qitishdan asosiy maqsadi – iqtisodiy bilimni chuqur egallash uchun zarur bo'lgan asosiy matematik tushunchalarni, qonuniyatlarni va bilimlarni talabalarda shakllantirishdir. Fanning vazifasi – uni o'rganuvchilarga: - chiziqli algebra va analitik geometriya asoslari; - o'zgaruvchi miqdorni, birinchi navbatda funksiyani tekshirishning fundamental usullari (tabiat qonunlari, texnika va iqtisodiyotning turli jarayonlari funktsiya orqali ifodalanadi); - funksiyani tekshirishning asosini tashkil etuvchi va cheksiz kichik miqdorlar tahliliga tayangan differensial va integral hisob; - tabiat qonunlarini, texnika va iqtisodiyot jarayonlari matematik modelini tuzishda nazariy fundamental ahamiyatga ega bo'lgan differensial tenglamalar nazariyasining boshlang'ich tushunchalari bilan tanishtirishdan iborat.				
Talabalar uchun talablar	- o'qituvchiga va guruhdoshlarga nisbatan hurmat bilan munosabatda bo'lish; - institut ichki tartib - intizom qoidalariga rioya qilish; - uyali telefonni dars davomida o'chirish; - berilgan uy vazifasi va mustaqil ish topshiriqlarini o'z vaqtida va sifatli bajarish; - ko'chirmachilik (plagiat) qat'iyan man etiladi; - darslarga qatnashish majburiy hisoblanadi, dars qoldirilgan holatda qoldirilgan darslar qayta o'zlashtirilishi shart; - darslarga oldindan tayyorlanib kelish va faol ishtirok etish; - talaba o'qituvchidan so'ng, dars xonasiga - mashg'ulotga kiritilmaydi; - talaba reyting ballidan norozi bo'lsa, e'lon qilingan vaqtdan boshlab 1 kun mobaynida apellyatsiya komissiyasiga murojaat qilishi mumkin.				

Elektron pochta orqali munosabatlar tartibi

Professor-o'qituvchi va talaba o'rtasidagi aloqa elektron pochta orqali ham amalga oshirilishi mumkin, **telefon orqali baho masalasi muhokama qilinmaydi, baholash faqatgina institut hududida, ajratilgan xonalarda** va dars davomida amalga oshiriladi. Elektron pochta ochish vaqti soat 16.00 dan 20.00 gacha

Fan mavzulari va unga ajratilgan soatlar taqsimoti:

t/r	Mavzular nomi	Barcha yo'nalis hlarga	ma'ruza	Amaliy mashg'ul ot	Mustaqil ta'lim
1.	Integral hisob	24	8	8	8
2.	Differensial tenglamalar	20	6	6	8
3.	Qatorlar	14	4	4	6
Jami		58	18	18	22

Talabalar ON dan to'playdigan ballarning mezonlari

№	Ko'rsatkichlar	ON ballari		
		maks	1-ON	2-ON
1	Darslarga qatnashganlik darajasi. Ma'ruza darslaridagi faolligi, konspekt daftarlarining yuritilishi va to'liqligi.	10	0-5	0-5
2	Talabalarining mustaqil ta'lim topshiriqlarini o'z vaqtida va sifatli bajarishi va o'zlashtirish.	10	0-5	0-5
3	Yozma ish, og'zaki savol-javoblar, kollokvium va boshqa nazorat turlari natijalari bo'yicha	15	0-7	0-8
Jami ON ballari		35	0-17	0-18

Talabalar JN dan to'playdigan ballarning mezonlari

№	Ko'rsatkichlar	JN ballari		
		maks	1 -JN	2-JN
1	Darslarga qatnashganlik va o'zlashtirishi darajasi. Amaliy mashg'ulotlardagi faolligi, amaliy mashg'ulot daftarlarining yuritilishi va holati. Yozma nazorat ishi.	25	0-13	0-12
2	Mustaqil ta'lim topshiriqlarining o'z vaqtida va sifatli bajarilishi. Mavzular bo'yicha uy vazifalarini bajarilish va o'zlashtirishi darajasi.	10	0-5	0-5
Jami JN ballari		35	0-18	0-17

Yakuniy nazorat "Yozma ish" shaklida belgilangan bo'lsa, u holda yakuniy nazorat 30 ballik "Yozma ish" variantlari asosida o'tkaziladi.

Agar yakuniy nazorat markazlashgan test asosida tashkil etilgan bo'lib fan bo'yicha yakuniy nazorat "Yozma ish" shaklida belgilangan bo'lsa, u holda yakuniy nazorat quyidagi jadval asosida amalga oshiriladi

№	Ko'rsatkichlar	YAN ballari	
		maks	O'zgarish oralig'i

1	Fan bo'yicha yakuniy yozma ish nazorati	6	0-6
2	Fan bo'yicha yakuniy test nazorati	24	0-24
Jami		30	0-30

Yakuniy nazoratda “Yozma ish” larni baholash mezonlari

Yakuniy nazorat “Yozma ish” shaklida amalga oshirilganda, sinov ko'p variantli usulda o'tkaziladi. Har bir variant 2 ta nazariy savol va 3 ta amaliy topshiriqdan iborat. Nazariy savollar fan bo'yicha tayanch so'z va iboralar asosida tuzilgan bo'lib, fanning barcha mavzularini o'z ichiga qamrab olgan. Har bir nazariy savolga yozilgan javoblar bo'yicha o'zlashtirish ko'rsatkichi 0-6 ball oralig'ida baholanadi. Amaliy topshiriq esa 0-6 ball oralig'ida baholanadi. Talaba maksimal 30 ball to'plashi mumkin.

Yozma sinov bo'yicha umumiy o'zlashtirish ko'rsatkichini aniqlash uchun variantda berilgan savollarning har biri uchun yozilgan javoblarga qo'yilgan o'zlashtirish ballari qo'shiladi va yig'indi talabani yakuniy nazorat bo'yicha o'zlashtirish bali hisoblanadi.

Asosiy adabiyotlar:

1. Бабаджанов Ш.Ш. Высшая математика. Часть I. Учебное пособие.
Т.: “Iqtisod – moliya”, 2008. – 336 стр.
2. Бабаджанов Ш.Ш. Высшая математика. Часть II. Учебное пособие. Т.:
“Iqtisod – moliya”, 2015. – 288 стр.
3. Жураев Т.Ж., Худойбергенов Р.Х., Ворисов А.К., Мансуров Х. Олий математика асослари. Дарслик. Т.: Ўзбекистон, 1999, 290 бет.
4. Raximov D. Oliy matematika. Darslik. Т.: “Iqtisod – moliya”, 2006.
5. Tojiev Sh. Oliy matematikadan masalalar yechish. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. Т.: “O'zbekiston”, 2002.- 512 b.

Qo'shimcha adabiyotlar:

1. Высшая математика для экономистов. Учебник. 2-е изд. /Под редакцией профессора Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ, 2003. – 471 стр.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть I, II. Учебное пособие. М.: “Высшая школа”, 2007.
3. Общий курс высшей математики для экономистов. Учебник. / Под общей редакцией В.И. Ермакова. ИНФРА – М, 2007. – 656 стр.
4. Практикум по высшей математики для экономистов: Учебное пособие для вузов. Под редакцией проф. Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ-ДАНА,

2004. – 320 стр.

5. Karimov M., Abdukarimov R. Oliy matematika.
O`quv qo`llanma. T.:

“Iqtisod – moliya”, 2009. – 204 bet.

6. Turdaxunova S., Isayeva G. Oliy matematika.
Masalalar to`plami. I qism.

T.: “Iqtisod – moliya”, 2014. – 112 bet.

1-ma'ruza mashg'uloti

1.1. "Aniqmas integral va uning xossalari" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

1-mavzu	Aniqmas integral va uning xossalari
Vaqt- 2 soat	Talabalar soni: __ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza
Mashg'ulot rejasi	1. Boshlang'ich funksiya va uning xossasini eslatish 2. Aniqmas integral va uning xossalari. 3. Asosiy integral formulalar jadvaliga asosan misollar yechish.
Asosiy tushuncha va atamalar	Boshlang'ich funksiya, aniqmas integral, integrallash, aniqmas integral xossalari, asosiy integrallar jadvali.
Mashg'ulotining maqsadi	Aniqmas integral va uning xossalari haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Boshlang'ich funksiya va uning xossasini eslatish. 4. Aniqmas integral va uning xossalari o'ld misollarni tushuntirish. 5. Asosiy integrallar jadvaliga asosan misollar eichishni tusuntirish.	1.Boshlang'ich funksiya va uning xossasini anglash. 2. Aniqmas integral va uning xossalari o'ld misollarni ko'rsata bilish. 3. Asosiy integrallar jadvaliga asosan misollar eichishni bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	Ko'rgazmali ma'ruza tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga

	mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

**1.2. “Aniqmas integral va uning xossalari” mavzusi bo'yicha ma'ruza
mashg'ulotining texnologik xaritasi**

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Boshlang'ich funksiya qanday funksiya? 2. Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral orasida qanday bog'lanish bor? 3. Integrallash amali nima? 4. Aniqmas integral qanday xossalarga ega? 5. Asosiy integrallar jadvali nimalardan iborat? 6. Integrallash to'g'ri bajarilganligini qanday tekshirish mumkin?	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich,	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga	Savol beradilar;

yakuniy(10 daqiqa)	kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.
--------------------	---	---

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Ilyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54% / - “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o'qing.

2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bila man (Q)	Bilishni xoxlay man (?)	Bilib oldim
1	Boshlang'ich funksiya qanday funksiya?			
2	Aniqmas integral deb nimaga aytiladi?			
3	Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral orasida qanday bog'lanish bor?			
4	Integrallash amali nima?			
5	Aniqmas integral qanday xossalarga ega?			
6	Asosiy integrallar jadvali nimalardan iborat?			
7	Integrallash to'g'ri bajarilganligini qanday tekshirish mumkin?			

3-ilova

1-ma'ruza. Aniqmas integral va uning xossalari

Reja

1. Boshlang'ich funksiya va uning xossasi.
2. Aniqmas integral va uning xossalari.
3. Asosiy integrallar jadvali.

Tayanch ibora va tushunchalar

Boshlang'ich funksiya, aniqmas integral, integrallash, aniqmas integral xossalari, asosiy integrallar jadvali.

1. Boshlang'ich funksiya . Ma'lumki matematikada amallar juft-juft bo'lib uchrab keladi. Jumladan, qo'shish va ayirish, ko'paytirish va bo'lish, darajaga ko'tarish va ildiz chiqarish va boshqalar. Funksiya hosilasini topishga yoki differensiallash amaliga teskari amal bormikan degan tabiiy savol tug'iladi.

Differensial hisobda funksiya berilgan bo'lsa, uning hosilasini topishni qaradik. Haqiqatda ham fan va texnikaning bir qancha masalalarini hal etishda teskari masalani yechishga to'g'ri keladiki, berilgan $f(x)$ funksiya uchun shunday, $F(x)$ funksiyaning topish kerakki, uning hosilasi berilgan $f(x)$ funksiya

teng bo'lsin. Ma'lumki, bunday $F(x)$ funksiyaga berilgan $f(x)$ funksiyaning **boshlang'ich (dastlabki) funksiyasi** deyiladi.

Masalan, $y = f(x) = x^4$ funksiyaning boshlanʻich funksiyasi, $F(x) = \frac{x^5}{5}$ bo'ladi, chunki $F'(x) = (\frac{x^5}{5})' = x^4 = f(x)$ bo'ladi.

2. Aniqmas integral va uning xossalari. Ta'rif. $F(x)$ funksiya biror oraliqda $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $F(x) + C$ (bunda C ixtiyoriy o'zgarmas) funksiyalar to'plami shu oraliqda $f(x)$ **funksiyaning aniqmas integrali** deyiladi va

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

bilan belgilanadi. Bu yerda $f(x)$ integral ostidagi funksiya, $f(x)dx$ integral ostidagi ifoda, x integrallash o'zgaruvchisi, $\int$ integral belgisi deyiladi.

Demak, $\int f(x)dx$ simvol, $f(x)$ funksiyaning hamma boshlang'ich funksiyalari to'plamini belgilaydi.

Berilgan funksiyaning aniqmas integralini topish amaliga integrallash deyiladi.

Aniqmas integralning xossalari:

1) aniqmas integralning hosilasi integral ostidagi funksiyaga, differensial esa integral ostidagi ifodaga teng, ya'ni

$$\left(\int f(x)dx\right)' = f(x) \quad \text{va} \quad d\int f(x)dx = f(x)dx;$$

2) biror funksiyaning hosilasidan hamda differensialidan aniqmas integral shu funksiya bilan ixtiyoriy o'zgarmasning yig'indisiga teng, ya'ni

$$\int f'(x)dx = f(x) + C \quad \text{va} \quad \int dF(x) = F(x) + C.$$

Bu xossalar aniqmas integralning ta'rifidan bevosita kelib chiqadi.

Haqiqatan, 1-xossadan $\left(\int f(x)dx\right)' = (F(x) + C)' = F'(x) + 0 = f(x)$ bo'ladi. (Qolganlarini keltirib chiqarish o'quvchiga havola etiladi).

Bu xossalardan differensiallash va integrallash amallari o'zaro teskari amallar ekanligini payqash mumkin.

3) o'zgarmas ko'paytuvchini integral belgisi tashqarisiga chiqarish mumkin, ya'ni $K = \text{const} \neq 0$ bo'lsa,

$$\int Kf(x)dx = K \int f(x)dx;$$

4) chekli sondagi funksiyalar algebraik yig'indisining aniqmas integrali, shu funksiyalar aniqmas integrallarining algebraik yig'indisiga teng, ya'ni

$$\int [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)]dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx - \int f_3(x)dx.$$

3. Asosiy integrallar jadvali. Berilgan funksiyaga asosan uning boshlang'ichini topish, berilgan funktsiyani differensiallashga nisbatan ancha murakkabroq masaladir. Differensial hisobda asosiy elementar funksiyalarning, yig'indining, ko'paytmaning, bo'linmaning hamda murakkab funksiyalarning hosilasini topishni o'rgandik. Bu qoidalar istalgan elementar funksiyalarning hosilasini topishga imkon berdi. Elementar funksiyalarni integrallashda esa differensiallashdagidek umumiy qoidalar yo'q. masalan, ikkita elementar funksiyalar boshlang'ichlarining ma'lum bo'lishiga qaramasdan, ular ko'paytmasining, bo'linmasining boshlang'ichini topishda aniq bir qoida yo'q.

Integrallashda integral ostidagi ifodaning muayyan berilishiga qarab, unga mos individual usullardan foydalanishga to'g'ri keladi. Boshqacha aytganda, integrallashda ancha kengroq fikr yuritish kerak bo'ladi. Funktsiyani integrallash ya'ni boshlang'ich funktsiyani topish metodlari bir qancha shunday usullarni ko'rsatadiki, ular yordamida ko'p hollarda maqsadga erishiladi.

Integrallashda maqsadga erishish uchun quyidagi **asosiy integrallar jadvalini** yoddan bilish zarur.

$$1) \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1; \quad 2) \int dx = x + C; \quad 3) \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C;$$

$$4) \int \sin x dx = -\cos x + C; \quad 5) \int \cos x dx = \sin x + C; \quad 6) \int e^x dx = e^x + C;$$

$$7) \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad (0 < a \neq 1); \quad 8) \int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C;$$

$$9) \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C; \quad 10) \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C;$$

$$11) \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C; \quad 12) \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a} + C, \quad a \neq 0;$$

$$13) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - k}} = \ln(x + \sqrt{x^2 - k}) + C.$$

Bu formulalarning to'g'riligini, tekshirish tengliklarning o'ng tomonidagi ifodalar differensial integral ostidagi ifodaga teng ekanligini ko'rsatishdan iboratdir. Masalan,

$$d\left(\frac{x^n + 1}{n+1} + C\right) = \left(\frac{x^n + 1}{n+1} + C\right)' dx = \frac{(n+1)x^n}{n+1} dx = x^n dx.$$

Integrallashga bir necha misollar qaraymiz.

1-misol. $\int (x^3 + 5\sin x - 9)dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Integralning 4 va 3 xossalariga asosan,

$$\int (x^3 + 5\sin x - 9)dx = \int x^3 dx + 5\int \sin x dx - 9\int dx$$

bo'ladi. Asosiy integrallar jadvalidagi 1), 2), 4) formulalarga asosan,

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C_1, \quad 5\int \sin x dx = 5(-\cos x + C_2), \quad -9\int dx = -9(x + C_3).$$

Demak,

$$\int (x^3 + 5\sin x - 9)dx = \frac{x^4}{4} - 5\cos x - 9x + (C_1 + 5C_2 - 9C_3).$$

Yuqoridagi integralni hisoblashda har bir uchta integralda o'zining ixtiyoriy o'zgarmasini qo'shdik, lekin oxirgi natijada bitta ixtiyoriy o'zgarmasni qo'shamiz, chunki C_1, C_2, C_3 ixtiyoriy o'zgarmalar bo'lsa, $C = C_1 + 5C_2 - 9C_3$ ham ixtiyoriy o'zgarmas bo'ladi, shuning uchun, oxirgi natijani quyidagicha yozamiz:

$$\int (x^3 + 5\sin x - 9)dx = \frac{x^4}{4} - 5\cos x - 9x + C.$$

Integralning to'g'ri hisoblanganligini tekshirish uchun oxirgi tenglikning o'ng tomonini differensiallash bilan ko'rsatish mumkin (buni bajarishni o'quvchiga havola etamiz).

2-misol. $\int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3^3\sqrt{x^2}} \right) dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Manfiy daraja xossasidan, hamda 4) xossadan foydalanib, jadvaldagi 1) formulaga asosan,

$$\begin{aligned} \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3^3\sqrt{x^2}} \right) dx &= \int \left(\frac{x^{-\frac{1}{2}}}{2} - \frac{x^{-\frac{2}{3}}}{3} \right) dx = \frac{1}{2} \int x^{-\frac{1}{2}} dx - \frac{1}{3} \int x^{\frac{2}{3}} dx = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^{-\frac{2}{3}+1}}{-\frac{2}{3}+1} + C = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \frac{\sqrt[3]{x}}{\frac{1}{3}} + C = \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + C \end{aligned}$$

bo'ladi.

3-misol. $\int \frac{3dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ integralni hisoblang.

Yechish. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ayniyatdan hamda integralning 3) va 4) hossalariidan foydalanib hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} \int \frac{3dx}{\sin^2 x \cos^2 x} &= 3 \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = 3 \int \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx + 3 \int \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \\ &= 3 \int \frac{1}{\cos^2 x} dx + 3 \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = 3(\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x) + C. \end{aligned}$$

4-misol. $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}}$ integralni hisoblang.

Yechish. Jadvaldagi 9) formulaga asosan,

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(\sqrt{5})^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C.$$

Mustahkamlash uchun savollar

1. Boshlang'ich funksiya qanday funksiya?
2. Boshlang'ich funksiya va aniqmas integral orasida qanday bog'lanish bor?
3. Integrallash amali nima?
4. Aniqmas integral qanday xossalarga ega?
5. Asosiy integrallar jadvali nimalardan iborat?
6. Integrallash to'g'ri bajarilganligini qanday tekshirish mumkin?

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. $\int \frac{5x^8+6}{x^4} dx$;
2. $\int \left(\frac{4}{x^2} - \frac{5}{x^3} \right) dx$;
3. $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right) dx$;
4. $\int \frac{x^2 + \sqrt{x} + 3}{\sqrt[3]{x^2}} dx$;
5. $\int e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{x^3} \right) dx$;
6. $\int 5^x \left(1 + \frac{5^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx$;
7. $\int \frac{5+3tg^2 x}{\sin^2 x} dx$;
8. $\int \left(\frac{4}{9+x^2} - \frac{5}{\sqrt{4-x^2}} \right) dx$;
9. $\int \frac{dx}{x^2-49}$;
10. $\int \frac{dx}{x^2+16}$;
11. $\int \left(\frac{5}{\sqrt{9-x^2}} - \frac{3}{\sqrt{x^2+3}} \right) dx$;
12. $\int \left(\frac{7}{x^2+7} - \frac{6}{x^2-3} \right) dx$.

4-ilova

“Aniqmas integral va uning xossalari” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. Aniqmas integral ta'rif quyidagi raqamlarning qaysi larida to'g'ri berilgan: 1) $f(x)$ funksiya biror oraliqda $F(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $F(x)+C$ (bunda C ixtiyoriy o'zgarmaD) funksiyalar to'plami shu oraliqda $f(x)$ funksiyaning **aniqmas integrali** deyiladi; va

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

simvol bilan belgilanadi; 2) $F(x)$ funksiya biror oraliqda $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $F(x) + C$ (bunda C ixtiyoriy o'zgarmad) funksiyalar to'plami shu oraliqda $f(x)$ **funksiyaning aniqmas integrali** deyiladi va

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

simvol bilan belgilanadi; 3) $F(x)$ funksiya biror oraliqda $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $f(x) + C$ (bunda C ixtiyoriy o'zgarma) funksiyalar to'plami shu oraliqda $f(x)$ **funksiyaning aniqmas integrali** deyiladi va

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

simvol bilan belgilanadi.

A) 2 B) 1 D) hammasida E) 3

2. Aniqmas integralning xossalari quyidagi raqamlarning qaysilarida to'g'ri berilgan:

1) aniqmas integralning hosilasi integral ostidagi funksiya, differensial esa integral ostidagi ifodaga teng, ya'ni

$$\left(\int f(x)dx\right)' = f(x) \quad \text{va} \quad d\int F(x)dx = F(x)dx;$$

2) biror funksiyaning hosilasidan hamda differensialidan aniqmas integral shu funksiya bilan ixtiyoriy o'zgarmaning yig'indisiga teng, ya'ni

$$f'(x)dx = f(x) + C \quad \text{va} \quad \int dF(x) = F(x) + C.$$

3) o'zgarma ko'paytuvchini integral belgisi tashqarisiga chiqarish mumkin, ya'ni $K = \text{const} \neq 0$ bo'lsa,

$$\int Kf(x)dx = K \int f(x)dx;$$

4) chekli sondagi funksiyalar algebraik yig'indisining aniqmas integrali, shu funksiyalar aniqmas integrallarining ayirmasiga teng, ya'ni

$$\int [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)] dx = \int f_1(x) dx - \int f_2(x) dx - \int f_3(x) dx.$$

A) 1),2),3) B) 1),2),4) D) hammasida E) 2),3),4)

3. Asosiy integrallar jadvali quyidagi rim raqamlarning qaysilarida to'g'ri berilgan:

I.

$$\begin{aligned} 1) \int x^n dx &= \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1; & 2) \int dx &= x + C; & 3) \int \frac{1}{x} dx &= \ln|x| + C; \\ 4) \int \sin x dx &= -\cos x + C; & 5) \int \cos x dx &= \sin x + C; & 6) \int e^x dx &= e^x + C; \end{aligned}$$

II.

$$\begin{aligned} 1) \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad (0 < a \neq 1); & 2) \int \frac{1}{a^2 + x^2} dx &= \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C; \\ \int & & 3) \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx &= \arcsin \frac{x}{a} + C; & 4) \int \frac{1}{\cos^2 x} dx &= \operatorname{tg} x + C; \end{aligned}$$

III.

$$\begin{aligned} 1) \int \frac{1}{\sin^2 x} dx &= -\operatorname{ctg} x + C; & 2) \int \frac{dx}{x^2 - a^2} &= \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a} + C, \quad a \neq 0; \\ 3) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - k}} &= \ln x + \sqrt{x^2 - k} + C. \end{aligned}$$

A) hammasida B) I. C) II. E) III.

II darajali testlar

4. $y = f(x) = x^5$ funksiyaning hamma boshlang'ich funksiyalarini toping.

A) $\frac{x^6}{6} + C$, C – ixtiyoriy o'zgarmas son B) $5x^4$

D) $\frac{x^6}{6} - 105$ E) $\frac{x^6}{6}$

5. Aniqmas integral ta'rifı quyidagi raqamlarning qaysi larida to'g'ri berilgan: 1) $f(x)$ funksiya biror oraliqda $F(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $F(x) + C$ (bunda C ixtiyoriy o'zgarmaD) funksiyalar to'plami shu oraliqda $f(x)$ **funksiyaning aniqmas integrali** deyiladi; va

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

simvol bilan belgilanadi; 2) $F(x)$ funksiya biror oraliqda $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $F(x) + C$ (bunda C ixtiyoriy o'zgarmaD) funksiyalar to'plami shu oraliqda $f(x)$ **funksiyaning aniqmas integrali** deyiladi va

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

simvol bilan belgilanadi; 3) $F(x)$ funksiya biror oraliqda $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, $f(x) + C$ (bunda C ixtiyoriy o'zgarmas) funksiyalar to'plami shu oraliqda $f(x)$ **funksiyaning aniqmas integrali** deyiladi va

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

simvol bilan belgilanadi.

A) 2 B) 1 D) hammasida E) 3

6. Aniqmas integralning xossalari quyidagi raqamlarning qaysilarida to'g'ri berilgan:

1) aniqmas integralning hosilasi integral ostidagi funksiyaga, differensial esa integral ostidagi ifodaga teng, ya'ni

$$\left(\int f(x)dx\right)' = f(x) \quad \text{va} \quad d\int F(x)dx = F(x)dx;$$

2) biror funksiyaning hosilasidan hamda differensialidan aniqmas integral shu funksiya bilan ixtiyoriy o'zgarmasning yig'indisiga teng, ya'ni

$$f'(x)dx = f(x) + C \quad \text{va} \quad \int dF(x) = F(x) + C.$$

3) o'zgarmas ko'paytuvchini integral belgisi tashqarisiga chiqarish mumkin, ya'ni $K = \text{const} \neq 0$ bo'lsa,

$$\int Kf(x)dx = K \int f(x)dx;$$

4) chekli sondagi funksiyalar algebraik yig'indisining aniqmas integrali, shu funksiyalar aniqmas integrallarining ayirmasiga teng, ya'ni

$$\int [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)]dx = \int f_1(x)dx - \int f_2(x)dx - \int f_3(x)dx.$$

A) 1,2,3 B) 1,2,4 D) hammasida E) 2,3,4

7. Asosiy integrallar jadvali quyidagi rim raqamlarning qaysilarida to'g'ri berilgan:

I.

- 1) $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad n \neq -1;$ 2) $\int dx = x + C;$ 3) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C;$
 4) $\int \sin x dx = -\cos x + C;$ 5) $\int \cos x dx = \sin x + C;$ 6) $\int e^x dx = e^x + C;$

II.

- 1) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad (0 < a \neq 1);$ 2) $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C;$
 $\int$
 3) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C;$ 4) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C;$

$$\text{III. } \int 1) \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\text{ctg} x + C; \quad 2) \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a} + C, \quad a \neq 0;$$

$$3) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - k}} = \ln |x + \sqrt{x^2 - k}| + C.$$

A) hammasida B) I. C) II. E) III.

8. $\int (x^3 + 5 \sin x - 9) dx$ integralni toping.

$$\text{A) } \int (x^3 + 5 \sin x - 9) dx = \frac{x^4}{4} - 5 \cos x - 9x + C$$

$$\text{B) } \int (x^3 + 5 \sin x - 9) dx = 3x^2 - 5 \cos x - 9x + C$$

$$\text{D) } \int (x^3 + 5 \sin x - 9) dx = \frac{x^3}{3} + 5 \cos x - 9x + C$$

$$\text{E) } \int (x^3 + 5 \sin x - 9) dx = \frac{x^4}{4} + 5 \cos x - 9x + C$$

III darajali testlar

9. $\int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3^3 \sqrt{x^2}} \right) dx$ integralni toping.

$$\text{A) } \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3^3 \sqrt{x^2}} \right) dx = \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + C$$

$$\text{B) } \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3^3 \sqrt{x^2}} \right) dx = -\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + C$$

$$\text{D) } \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3^3 \sqrt{x^2}} \right) dx = \sqrt{x} - \sqrt[5]{x} + C$$

$$\text{E) } \int \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3^3 \sqrt{x^2}} \right) dx = \sqrt{x} - \sqrt[6]{x} + C$$

10. $\int \frac{12 dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ integralni toping.

A) $\int \frac{12 dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = 12(\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x) + C$

B) $\int \frac{12 dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = 3(\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x) + C$

D) $\int \frac{12 dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = 12(\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x) + C$

E) $\int \frac{12 dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C$

11. $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}}$ integralni toping.

A) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(\sqrt{5})^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C$

B) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(\sqrt{5})^2 - x^2}} = \arccos \frac{x}{\sqrt{5}} + C$

D) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(\sqrt{5})^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{5} + C$

E) $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(\sqrt{5})^2 - x^2}} = -\arcsin \frac{x}{\sqrt{5}} + C$

5-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. $\int \frac{15x^8 - 9x + 5}{x^{10}} dx$; 2. $\int \left(\frac{40}{x^{12}} - \frac{25}{x^{14}} \right) dx$; 3. $\int \left(\frac{12}{\sqrt{x}} - \frac{17}{\sqrt[4]{x}} \right) dx$ 4. $\int \frac{x^2 + \sqrt{x} - 13}{\sqrt[3]{x^2}} dx$;

5. $\int e^x \left(17 - \frac{e^{-x}}{x^{11}} \right) dx$; 6. $\int 3^x \left(13 + \frac{3^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx$; 7. $\int \frac{15 + 9\operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$; 8. $\int \left(\frac{8}{64 + x^2} - \frac{7}{\sqrt{49 - x^2}} \right) dx$

9. $\int \frac{dx}{x^2 - 100}$; 10. $\int \frac{4dx}{x^2 + 16}$; 11. $\int \left(\frac{25}{\sqrt{49 - x^2}} - \frac{3}{\sqrt{x^2 + 9}} \right) dx$; 12. $\int \left(\frac{11}{x^2 + 77} - \frac{26}{x^2 - 3} \right) dx$.

2-ma'ruza mashg'ulot

1.1. “Aniqmas integralda integrallash usullari” mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

2-mavzu	Aniqmas integralda integrallash usullari
Vaqt-2soat	Talabalar soni: ____ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	ma'ruza
Mashg'ulot rejasi	1. Bevosita integrallash usuli. 2. O'zgaruvchini almashtirish usuli. 3. Bo'laklab integrallash usuli.
Asosiy tushuncha va atamalar	O'zgaruvchini almashtirish, bevosita integrallash, bo'laklab integrallash, bo'laklab integrallashning maqsadga muvofiqligi.
Ma'ruza mashg'ulotining maqsadi	Aniqmas integralda integrallash usullari haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish.
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. O'zgaruvchini almashtirish usuli bilan integrallashga oid misollar echishni tushuntirish. 4. Bo'laklab integrallash usuliga doir har xil turdagi misollar echish ko'rsatish.	1) Bevosita integrallash usuli o'rganish va o'zlashtirish. 2) O'zgaruvchini almashtirish usuli bilan integrallashni o'rganish. 3) Bo'laklab integrallash usulini yaxshi o'rganish va o'zlashtirish.

Ta'lim usuli va texnikasi	Ma'ruza mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, ma'ruza bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya

Manitoring va baholash	Og‘zaki so‘rov, kuzatish.
------------------------	---------------------------

1.2. “Aniqmas integralda integrallash usullari” mavzusi bo‘yicha ma’ruza mashg‘ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta’lim beruvchi	Ta’lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o‘quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o‘quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o‘tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e‘lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo‘yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o‘rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo‘yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo‘yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Chekli sondagi funksiyalar algebraik yig‘indisining aniqmas integrali nimaga teng? 2. o‘zgaruvchini almashtirib integrallashni mohiyati nima? 3. Bevosita integrallash nima? 4. Bo‘laklab integrallash usuli nimaga asoslangan? 5. Bo‘laklab integrallash formulasini yozing. 6. Bulaklab integrallash qanday holda qo‘llaniladi? 7. Bulaklab integrallash qanday holda	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o‘z guruhlarida baholash o‘tkazadilar. Tinglaydilar.

	maqsadga muvofiq bo'ladi?	
3- bosqich, yakuniy(10 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. "Insert" texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	O'zgaruvchini almashtirib integrallashning mohiyati nima?			
2	Bevosita integrallash nima?			
3	Bo'laklab integrallash usuli nimaga asoslanadi?			
4	Bo'laklab integrallash formulasi qanday bo'ladi?			
5	Bo'laklab integrallash qanday holda maqsadga muvofiq bo'ladi?			
6	Qanday hollarda bo'laklab integrallashdan foydalaniladi?			

3-ilova

2-ma'ruza. Aniqmas integralda integrallash usullari

Reja

1. O'zgaruvchini almashtirish.

2. Bo'laklab integrallash.

Tayanch ibora va tushunchalar

O'zgaruvchini almashtirish, bevosita integrallash, bo'laklab integrallash, bo'laklab integrallashning maqsadga muvofiqligi.

Shunday bir necha usullarni qaraymizki, ular yordamida ko'p hollarda integrallarni hisoblash, jadval integrallariga keltiriladi.

1. O'zgaruvchini almashtirish. Ko'p hollarda yangi o'zgaruvchi kiritish bilan integralni hisoblash, jadval integraliga keltiriladi. Bunda $\varphi(x) = t$ almashtirish olinib, bunda t yangi o'zgaruvchi bo'lib, o'zgaruvchini almashtirish formulasi

$$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \int f(t)dt$$

ko'rinishda bo'ladi.

O'zgaruvchini almashtirish usuliga bir necha misollar qaraymiz

1-misol. $\int (3x+1)^7 dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $3x+1=t$ deb $3dx=dt$ yoki $dx=\frac{dt}{3}$ ekanligini hisoblasak,

$$\int (3x+1)^7 dx = \int t^7 \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{t^8}{8} + C = \frac{t^8}{24} + C = \frac{(3x+1)^8}{24} + C$$

bo'ladi.

2-misol. $\int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $1+x^2=t$ o'zgaruvchi bilan almashtiramiz. Bu holda $2xdx=dt$ yoki

$xdx=\frac{dt}{2}$ bo'lib,

$$\int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = \int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^{\frac{1}{3}} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{8} t^{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{8} (1+x^2)^{\frac{4}{3}} + C$$

bo'ladi.

3-misol. $\int \cos mx dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Bunda $dx = \frac{1}{m} d(mx)$ o'zgartirish olib,

$$\int \cos mx dx = \frac{1}{m} \int \cos mx d(mx) = \frac{1}{m} \sin mx + C$$

natijaga ega bo'lamiz. Bunday integrallashga **bevosita integrallash** deb ataladi. Chunki $mx = t$ bilan o'zgaruvchini almashtirib ham shu natijaga kelish mumkin edi. Yuqoridagi integralda o'zgaruvchini almashtirib o'tirmasdan uni fikrda bajardik.

4-misol. $\int (\ln x)^3 \frac{dx}{x}$ integralni hisoblang.

Yechish. $\ln x = t$ bilan yangi o'zgaruvchini almashtirib, $\frac{dx}{x} = dt$

ekanligini hisobga olsak,

$$\int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{(\ln x)^4}{4} + C$$

bo'ladi.

5-misol. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $x = t^2$ bilan yangi o'zgaruvchi kiritamiz oxirgi tenglikdan differensial topib, $dx = 2t dt$ bo'lganligi uchun,

$$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{\sin t}{t} 2t dt = 2 \int \sin t dt = -2 \cos t + C = -2 \cos \sqrt{x} + C$$

bo'ladi. —

6-misol. $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $\cos x dx = d(\sin x)$ ni hisobga olib,

$$\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = \int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} + C$$

natijaga kelamiz.

Shunday qilib, oddiy hollarda

$$x dx = \frac{1}{2} d(x^2), \quad \cos x dx = d(\sin x), \quad \frac{dx}{x} = d(\ln x), \quad dx = \frac{1}{a}(ax + b), \dots$$

tengliklardan foydalanib, o'zgaruvchini almashtirishni fikrda bajarib, bevosita integrallash ham mumkin.

2. Bo'laklab integrallash. Bo'laklab integrallash usuli differensial hisobning ikkita funktsiya ko'paytmasi differensial formulasi asoslangan.

Ma'lumki, $d(uv) = u dv + v du$, bundan $u dv = d(uv) - v du$. Oxirgi tenglikni integrallab,

$$\int u dv = \int d(uv) - \int v du = uv - \int v du$$

natijaga ega bo'lamiz. Shunday qilib,

$$\int u dv = uv - \int v du \quad (1)$$

formulani hosil qildik. (1) formulaga **bo'laklab integrallash** formulasi deyiladi.

Bu formula yordamida berilgan $\int u dv$ integraldan ikkinchi $\int v du$ integralga o'tiladi. Demak, bo'laklab integrallashni qo'llash natijasida hosil bo'lgan ikkinchi integral, berilgan integralga nisbatan soddaroq yoki jadval integrali bo'lgandagina bu usulni qo'llash maqsadga muvofiqdir. Bu maqsadga integral ostidagi ifodani u va dv ko'paytuvchilarga qulay bo'laklab olish natijasida erishish mumkin. Berilgan integral ostidagi ifodaning bir qismini u va qolgan qismini dv deb olgandan keyin (1) formuladan foydalanish uchun v va du larni aniqlash kerak bo'ladi. du ni topish uchun u ning differensial topilib, v ni topish uchun esa dv ifodani integralaymiz, bunda integral ixtiyoriy o'zgarmas C ga bog'liq bo'lib, uning istalgan bir qiymatini xususiy holda $C=0$ ni olish mumkin.

Shunday qilib, integral ostidagi ifodaning bir qismini u deb olishda u differensiallash bilan soddalashadigan, qolgan qismi dv bo'lib, qiyinchiliksiz integrallanadigan bo'lishi kerak.

Bo'laklab integrallash formulasi ko'proq:

1) $\int p(x)e^{ax} dx$, $\int p(x)\sin mx dx$, $\int p(x)\cos ax dx$ va
 2) $\int p(x)\ln x dx$, $\int p(x)\arcsin x dx$, $\int p(x)\arccos x dx$, $\int p(x)\arctg x dx$, $\int p(x)\text{arcctg} x dx$
 (bular da $p(x)$ biror darajali ko'phad) ko'rinishdagi integrallarni hisoblashda ishlatiladi. Bu integrallarni hisoblashda 1) guruh integrallarda u uchun $p(x)$ ko'phad, qolgan qismi dv uchun olinib, 2) guruh integrallarda u uchun mos ravishda

$\ln x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctg x$, $\text{arcctg} x$ lar,

qolgan qismi dv uchun olinadi.

Bo'laklab integrallashga bir necha misollar qaraymiz.

1-misol. $\int x \cos x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Integral ostidagi ifodani $u = x$, $dv = \cos x dx$ deb

bo'laklasak, $du = dx$, $v = \int \cos x dx = \sin x$ bo'lib, (1) formulaga asosan,

$$\int \underset{u}{x} \underset{dv}{\cos x} dx = \underset{u}{x} \underset{v}{\sin x} - \int \underset{v}{\sin x} \underset{du}{dx} = x \sin x + \cos x + C$$

natijaga ega bo'lamiz.

Bu integralda (1) formuladan foydalanish natijasida ikkinchi integral $\int \sin x dx$ hosil bo'ldi, bu jadval integrali bo'lganligi uchun osongina topildi.

2-misol. $\int x^2 e^{3x} dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Yuqorida eslatilganidek $u = x^2$, $dv = e^{3x} dx$ ko'rinishda bo'laklab olsak,

$$du = 2x dx, \quad v = \int e^{3x} dx = \frac{1}{3} \int e^{3x} d(3x) = \frac{1}{3} e^{3x}$$

hosil bo'ladi. (1) formulaga asosan

$$\int x^2 e^{3x} dx = x^2 \frac{1}{3} e^{3x} - \int \frac{1}{3} e^{3x} 2x dx = \frac{x^2}{3} e^{3x} - \frac{2}{3} \int x e^{3x} dx$$

bo'ladi. Oxirgi hosil bo'lgan integral berilgan integralga nisbatan soddalashti (berilgan integralda x ning 2- darajasi, ikkinchisida buning darajasi bittaga kamaydi). Keyingi integralda yana (1) formulani qo'laymiz.

$$\int x e^{3x} dx = \left| \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx \\ dv = e^{3x}, \quad v = \frac{1}{3} e^{3x} \end{array} \right| =$$

$$= x \frac{1}{3} e^{3x} - \frac{1}{3} \int e^{3x} dx = \frac{x}{3} e^{3x} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} e^{3x} + C_1 = \frac{1}{3} e^{3x} \left(x - \frac{1}{3} \right) + C_1.$$

Shunday qilib, natijada

$$\int x^2 e^{3x} dx = \frac{x^2}{3} e^{3x} - \frac{2}{3} \int x e^{3x} dx = \frac{x^2}{3} e^{3x} - \frac{2}{3} \left[\frac{1}{3} e^{3x} \left(x - \frac{1}{3} \right) + C_1 \right] = \frac{e^{3x}}{3} \left(x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{2}{9} \right) +$$

$+ C$

hosil bo'ladi.

3-misol. $\int x^3 \cos 2x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Yuqorida eslatilganidek emas, teskarisini ya'ni

$u = \cos 2x$, $dv = x^3 dx$ bo'laklab olaylik; bu holda

$$du = -2 \sin 2x dx, \quad v = \frac{x^4}{4} \text{ bo'lib (1) formuladan foydalangandan}$$

keyin

$$\int x^3 \cos 2x dx = \cos 2x \cdot \frac{x^4}{4} + \int \frac{x^4}{4} \cdot 2 \sin 2x dx = -\frac{x^4}{4} \cos 2x +$$

$$+ \frac{1}{2} \int x^4 \sin 2x dx$$

ifoda hosil bo'ladi. Keyingi $\int x^4 \sin 2x dx$ integral berilgan $\int x^3 \cos 2x dx$ integralga nisbatan murakkabroqdir (x ning darajasi bittaga ortdi). Demak, bunday bo'laklab olish maqsadga muvofiq emas, ya'ni $u = x^3$, $dv = \cos 2x dx$ deb olish kerak edi. (Bu integralni hisoblashni o'quvchiga havola qilamiz).

4-misol. $\int \arccos x dx$ integralni hisoblang.

Yechish.

$$\int \arccos x dx = \left| \begin{array}{l} u = \arccos x, \quad du = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \\ dv = dx, \quad v = x \end{array} \right| = x \arccos x + \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \left| \begin{array}{l} 1-x^2 = t \\ -2x dx = \frac{dt}{2} \\ x dx = -\frac{dt}{2} \end{array} \right| = x \arccos x + \int \frac{-\frac{dt}{2}}{\sqrt{t}} = x \arccos x - \frac{1}{2} \int t^{-\frac{1}{2}} dt = x \arccos x - \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} +$$

$$+ C = x \arccos x - \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C.$$

Bu integralda bir marta bo'laklab integrallagandan keyingi hosil bo'lgan integralda o'zgaruvchini almashtirish usulidan foydalanib integralladik. Integrallash usullarini qo'llashda o'zgaruvchini almashtirganda yoki bo'laklab integrallaganda yozuvda tartib bo'lishi uchun yuqoridagi integralni hisoblangandagidek yozishga odat qilishni tavsiya etiladi.

5-misol. $J = \int e^x \cos x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Bo'laklab integrallasak

$$J = \int e^x \cos x dx = \left| \begin{array}{l} u = \cos x, \quad du = -\sin x dx \\ dv = e^x dx, \quad v = e^x \end{array} \right| = e^x \cos x + \int e^x \sin x dx,$$

hosil bo'ladi.

Keyingi integral, berilgan integral bilan o'xshashdek tuyuladi, lekin oxirgi integralda bo'laklab integrallash formulasini ikkinchi marta qo'llash bilan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int e^x \sin x dx = \left| \begin{array}{l} u = \sin x, \quad du = \cos x dx \\ dv = e^x dx, \quad v = e^x \end{array} \right| = e^x \sin x - \int e^x \cos x dx$$

Shunday qilib,

$$J = e^x \cos x + e^x \sin x - J$$

J hisoblanishi kerak bo'lgan integralga nisbatan oddiy chiziqli tenglamaga keldik. Oxirgi tenglamadan

$$2J = e^x \cos x + e^x \sin x \quad \text{ëku} \quad J = \frac{1}{2} e^x (\cos x + \sin x) + C$$

natijaga ega bo'lamiz.

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

Ushbu integrallarni hisoblang.

1. $\int \sin 3x dx$. 2. $\int \frac{2x-7}{x^2-7x+5} dx$.

3. $\int e^{-x^3} x^2 dx$. 4. $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx$. 5. $\int (e^x + e^{-\frac{x}{2}}) dx$. 6. $\int \frac{dx}{\sin^2 5x}$.

7. $\int (5-2x)^9 dx$. 8. $\int \sqrt[3]{7-3x} dx$. 9. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{6-x}} dx$. 10. $\int \cos(1-3x) dx$.

11. $\int \sin(5x+7) dx$. 12. $\int \frac{2x}{x^2+1} dx$. 13. $\int 3^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$. 14. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$.

15. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-5x}}$. 17. $\int x^2 \sin x dx$. 18. $\int x \ln x dx$. 19. $\int \arctg x dx$.

20. $\int \arcsin x dx$. 21. $\int x^2 e^{2x} dx$. 22. $\int e^x \sin x dx$. 23. $\int (x+3) \sin x dx$.

24. $\int x \cos\left(\frac{x}{2}\right) dx$. 25. $\int x \arctg x dx$. 26. $\int \frac{dx}{(3x+1)^3}$. 27. $\int \frac{2x+5}{x^2+5x+6} dx$.

4-ilova

“Aniqmas integralda integrallash usullari” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. $\int (3x+1)^7 dx$ integralni toping.

A) $\int (3x+1)^7 dx = \int t^7 \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{t^8}{8} + C = \frac{t^8}{24} + C = \frac{(3x+1)^8}{24} + C$

B) $\int (3x+1)^7 dx = \int t^7 \frac{dt}{7} = \frac{t^8}{7} + C = \frac{t^8}{7} + C = \frac{(3x+1)^8}{7} + C$

$$C) \int (3x+1)^7 dx = \int t^7 dt = \frac{t^8}{8} + C = \frac{t^8}{8} + C = \frac{(3x+1)^8}{8} + C$$

$$E) \int (3x+1)^7 dx = -\frac{(3x+1)^8}{8} + C$$

2. Bo'laklab integrallash formulasini toping.

$$A) \int u dv = uv - \int v du$$

$$B) \int u dv = uv + \int v du$$

$$D) \int u dv = uv - \int u du$$

$$E) \int u dv = uv + \int u dv$$

II darajali testlar

3. $\int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx$ integralni toping.

$$A) \int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = \int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = \frac{3}{8} (1+x^2) \sqrt[3]{1+x^2} + C$$

$$B) \int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = -\frac{3}{8} (1+x^2) \sqrt[3]{1+x^2} + C$$

$$D) \int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = \int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = \frac{3}{8} (1+x^2) \sqrt[3]{1+x^2} + C$$

$$E) \int \sqrt[3]{1+x^2} \cdot x dx = -\int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = -\frac{3}{8} (1-x^2) \sqrt[3]{1+x^2} + C$$

4. $\int \cos mx dx$ integralni toping.

$$A) \int \cos mx dx = \frac{1}{m} \int \cos mx d(mx) = \frac{1}{m} \sin mx + C$$

$$V) \int \cos mx dx = -\frac{1}{m} \int \cos mx d(mx) = -\frac{1}{m} \sin mx + C$$

$$D) \int \cos mx dx = \frac{1}{m} \int \cos mx d(mx) = \frac{1}{m} \cos mx + C$$

$$E) \int \cos mx dx = \frac{1}{m} \int \sin mx d(mx) = \frac{1}{m} \cos mx + C$$

III darajali testlar

5. $\int (\ln x)^3 \frac{dx}{x}$ integralni toping.

$$A) \int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{(\ln x)^4}{4} + C$$

$$B) \int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = -\frac{t^4}{4} + C = -\frac{(\ln x)^4}{4} + C$$

$$D) \int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = \frac{3t^2}{2} + C = \frac{3(\ln x)^2}{3} + C$$

$$E) \int (\ln x)^3 \frac{dx}{x} = \int t^3 \cdot dt = \frac{4(\ln x)^4}{3} + C$$

6. $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$ integralni toping.

$$A) \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = \int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} + C$$

$$B) \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = -\int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{-\sin x} + C$$

$$D) \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = \int e^{\cos x} d(\sin x) = e^{\cos x} + C$$

$$E) \int e^{\sin x} \cdot \cos x dx = -\int e^{\cos x} d(\sin x) = -e^{\cos x} + C$$

7. $\int x \cos x dx$ integralni toping.

$$A) \int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$$B) \int x \cos x dx = x \sin x + \int \sin x dx = x \sin x - \cos x + C$$

$$D) \int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = -x \sin x - \cos x + C$$

$$E) \int x \cos x dx = \sin x - \int \sin x dx = \sin x + \cos x + C$$

1. $J = \int e^x \cos x dx$ integralni hisoblang.

$\iint$ 2. Ushbu integrallarni hisoblang 1) $\int 3^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}$; $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$.

Quyidagi integrallarni hisoblang:

3. $\int \arcsin 3x dx$. 4. $\int x^2 e^{2x} dx$. 5. $\int e^x \sin x dx$. 6. $\int (x+3) \sin x dx$.

3-ma'ruza mashg'ulotlar

1.1. "Rasional va irrasional funksiyalarni integrallash" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

3-mavzular	Rasional va irrasional funksiyalarni integrallash
Vaqt-4 soat	Talabalar soni: __ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza
Mashg'ulot rejasi	1. Rasional kasr funksiyalarni integrallash: 1). To'g'ri va noto'g'ri kasr rasional funksiyalar haqida; 2). Sodda kasrlar va ularni integrallash; 3). To'g'ri kasr rasional funksiyalarni sodda kasrlar ko'rinishida ifodalab ularni integrallash. 2. Ayrim irrasional funksiyalarni integrallash.
Asosiy tushuncha va atamalar	Kasr rasional funksiyalar, to'g'ri va noto'g'ri kasr rasional funksiyalar, ko'p hadni ko'p hadga bo'lish, sodda kasrlar, rasional funksiya yoyilmasi, noma'lum koeffitsiyentlar usuli, irrasional funksiyalar.
Mashg'ulotining maqsadi	Rasional va irrasional funksiyalarni integrallash haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. To'g'ri va noto'g'ri kasr rasional funksiyalar haqidagi tushunchalarni eslatish. 4. Sodda kasrlar va ularni integrallashni tushuntirish. 5. To'g'ri kasr rasional funksiyalarni sodda kasrlar ko'rinishida ifodalab ularni. 6. Ayrim irrasional funksiyalarni	1. To'g'ri va noto'g'ri kasr rasional funksiyalar haqidagi tushunchalarni anglashi. 2. Muayyan noto'g'ri kasr rasional funksiyalarni integrallashni uning butun qismini ajratib to'g'ri kasr funksiyalarni integrallashga keltira bilish. 3. Sodda kasrlar va ularni integrallashni bilish. 4. To'g'ri kasr rasional funksiyalarni sodda kasrlar ko'rinishida ifodalab ularni integrallashga oid misollar echa bilish. 5. Ayrim irrasional funksiyalarni integrallashni bilish.

integrallash.	
Ta'lim usuli va texnikasi	ma'ruza mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.

Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. "Rasional va irrasional funksiyalarni integrallash" mavzusi bo'yicha amaliy mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova), insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi.	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar.

	1. Butun rasional funksiya nimadan iborat? 2. Kasr rasional funksiya qanday bo'ladi? 3. To'g'ri va noto'g'ri kasr rasional funksiyalar deb nimaga aytiladi? 4. tўғри рационал функцияни интеграллаш natўғри рационал функция tўғри рационал функцияга қандай келтирилади? 5. Содда рационал функция деб нимага айтилади? 6. Содда рационал функция қандай интегралланади? 7. Аниқмас коэффицентлар усули нима? 8. Қандай функциялар синфига иррационал функциялар дейилади? 9. Иррационал функциялар қандай интегралланади?	Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(10 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo‘llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o‘qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo‘yib, olingan ma’lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo‘lgan bilimlar (ma’lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e’tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma’lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo‘shimcha ma’lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo‘llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o‘qing.
2. Olingan ma’lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo‘yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to‘ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bila man (Q)	Bilishni xoxlay man (?)	Bilib oldim
1	Butun rasional funksiya nimadan iborat?			
2	Kasr rasional funksiyalar qanday bo‘ladi?			
3	To‘g‘ri va noto‘g‘ri kasr rasional funksiyalar deb nimaga aytiladi?			
4	Noto‘g‘ri kasr rasional funksiyaning integrallash, to‘g‘ri rasional funksiyaning integrallashga qanday qilib keltiriladi?			
5	Noto‘g‘ri kasr rasional funksiyaning integrallash, to‘g‘ri rasional funksiyaning integrallashga qanday qilib keltiriladi?			
6	Sodda kasr rasional funksiyalar qanday integrallanadi?			
7	Aniqmas koeffitsiyentlar usuli nima?			
8	Qanday funksiyalar sinfiga irrasional funksiyalar deyiladi?			
9	Irrasional funksiyalar qanday integrallanadi?			

3-ilova

3-ma’ruzalar. Rasional va irrasional funksiyalarni integrallash

Reja

1. Rasional kasr funksiyalarni integrallash:

1). To'g'ri va noto'g'ri kasr rasional funksiyalar haqida;

2). To'g'ri kasr rasional funksiyalarni sodda kasrlar ko'rinishida ifodalash va ularni integrallash;

3). To'g'ri kasr rasional funksiyalarni sodda kasrlar ko'rinishida ifodalash.

2. Ayrim irrasional funksiyalarni integrallash.

Tayanch ibora va tushunchalar

Kasr rasional funksiyalar, to'g'ri va noto'g'ri kasr rasional funksiyalar, ko'p hadni ko'p hadga bo'lish, sodda kasrlar, rasional funksiya yoyilmasi, noma'lum koeffitsiyentlar usuli, irrasional funksiyalar.

1. Rasional kasr funksiyalarni integrallash. 1). To'g'ri va noto'g'ri kasr rasional funksiyalar haqida. Yuqorida ko'rsatilgan integrallash usullari yordamida hamma integrallarni hisoblash mumkin deb bo'lmaydi.

Shunday funksiyalar sinflari borki, ular uchun muayyan usullardan foydalanib ularni jadval integrallariga yoki integrallash usullaridan foydalanish uchun qulay holga keltirish mumkin, shunday funksiya sinflaridan ayrimlarini qaraymiz.

Ma'lumki, har qanday rasional funksiyaning ushbu ko'rinishida ifodalash mumkin, ya'ni

$$\frac{Q(x)}{P(x)} = \frac{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_m}{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n}.$$

Suratdagi ko'phadning darajasi maxrajdagi ko'phad darajasidan kichik, ya'ni $m < n$ bo'lsa, berilgan kasrga **to'g'ri kasr rasional** funksiya deyiladi. Suratdagi ko'phadning darajasi $m \geq n$ bo'lsa, **noto'g'ri kasr rasional funksiya** deyiladi. Kasr noto'g'ri kasr rasional funksiya bo'lsa, suratni maxrajga, ko'phadni ko'phadga bo'lish qoidasiga asosan bo'lib, uning butun qismini ajratib, uni butun

va to'g'ri kasr rasional funksiya keltirish mumkin. Masalan, $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 - x}$

noto'g'ri kasr rasional funksiyani, $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ko'p áadni $x^2 - x$ ko'p áadga bo'lib,

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 - x} = x + 4 + \frac{7x + 1}{x^2 - x}$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Umumiy holda, $\frac{Q(x)}{P(x)}$ noto'g'ri kasr rasional funksiya bo'lsa, uni

$$\frac{Q(x)}{P(x)} = T(x) + \frac{R(x)}{P(x)}$$

shaklda ifodalash mumkin, bu yerda $T(x)$ butun rasional funksiya, $\frac{R(x)}{P(x)}$ to'g'ri rasional kasr funksiyadan iborat. $T(x)$ funksiyani osongina integrallash mumkin.

Shunday qilib, noto'g'ri kasr rasional funksiyani integrallashni, $\frac{R(x)}{P(x)}$

to'g'ri kasr rasional funksiyani integrallashga keltiriladi.

2). Sodda kasrlar va ularni integrallash.

$$1) \frac{A}{x-a}; 2) \frac{A}{(x-a)^k} (k > 1 \text{ бo'лмисон}); 3) \frac{Ax+B}{x^2+px+q}; (\frac{p^2}{4} - q < 0$$

ya'ni, kvadrat uch had haqiqiy ildizga ega emas);

$$4) \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^n} (n > 1 \text{ butun son, } \frac{p^2}{4} - q < 0) \text{ rasional to'g'ri}$$

kasrlarga **sodda kasr rasional funksiyalar** deyiladi. (A, B, p, q, a - haqiqiy sonlar).

Birinchi ikki xildagi funksiyalarni osongina integrallash mumkin, ya'ni,

$$1) \int \frac{A}{x-a} dx = A \ln|x-a| + C,$$

$$2) \int \frac{A}{(x-a)^k} = A \int (x-a)^{-k} d(x-a) = A \frac{(x-a)^{-k+1}}{-k+1} + C = \frac{A}{1-k} \cdot \frac{1}{(x-a)^{k-1}} + C$$

bo'ladi. Endi ushbu

$$3) \int \frac{Ax+B}{x^2+px+q} dx$$

integralni hisoblaymiz.

Oldin xususiy hol $\int \frac{1}{x^2 + px + q} dx$ integralni qaraylik. $x^2 + px + q$ dan to'la

kvadrat ajratib, $x + \frac{p}{2} = t$ almashtirishdan keyin quyidagini hosil qilamiz:

$$\int \frac{1}{x^2 + px + q} dx = \int \frac{1}{\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}} dx = \left| \begin{array}{l} x + \frac{p}{2} = t \\ dx = dt \end{array} \right| = \int \frac{dt}{(t^2 + a^2)},$$

bu yerda $a = \sqrt{q - \frac{p^2}{4}}$. Oxirgi integralda 8) jadval integralidan foydalanib,

$$\int \frac{1}{x^2 + px + q} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{t}{a} + C = \frac{2}{\sqrt{4q - p^2}} \operatorname{arctg} \frac{2x + p}{\sqrt{4q - p^2}} + C \quad (2)$$

natijani hosil qilamiz.

Endi $\int \frac{Ax + B}{x^2 + px + q} dx$ integralni hisoblaymiz.

$$Ax + B = (2x + p) \frac{A}{2} - \frac{Ap}{2} + B$$

shakl o'zgartirishdan foydalanib, integralni quyidagicha yozamiz.

$$\begin{aligned} \int \frac{Ax + B}{x^2 + px + q} dx &= \int \frac{(2x + p) \frac{A}{2} - \frac{Ap}{2} + B}{x^2 + px + q} dx = \\ &= \frac{A}{2} \int \frac{2x + p}{x^2 + px + q} dx + \left(B - \frac{Ap}{2} \right) \int \frac{1}{x^2 + px + q} dx. \end{aligned}$$

Oxirgi tenglikning o'ng tomonidagi birinchi integral

$$\int \frac{2x + p}{x^2 + px + q} dx = \int \frac{d(x^2 + px + q)}{x^2 + px + q} = \ln |x^2 + px + q| + C_1$$

bo'lib, ikkinchi integral (2) formulaga asosan,

$$\int \frac{dx}{x^2 + px + q} = \frac{2}{\sqrt{4q - p^2}} \operatorname{arctg} \frac{2x + p}{\sqrt{4q - p^2}} + C_2.$$

Shunday qilib,

$$\int \frac{Ax + B}{x^2 + px + q} dx = \frac{A}{2} \ln|x^2 + px + q| + \frac{2B - Ap}{\sqrt{4q - p^2}} \arctg \frac{2x + p}{\sqrt{4q - p^2}} + C$$

natijaga ega bo'lamiz.

Bir necha misollar qaraymiz.

1-misol. $\int \frac{x^4}{x^2 + 9} dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Integral ostidagi funksiya noto'g'ri kasr rasional funksiya iborat. Uning butun qismini ajratamiz:

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} -x^4 \\ x^4 + 9x^2 \\ \hline -9x^2 \\ -9x^2 - 81 \\ \hline 81 \end{array} & \frac{x^2 + 9}{x^2 - 9} \end{array}$$

Demak, $\frac{x^4}{x^2 + 9} = x^2 - 9 + \frac{81}{x^2 + 9}$

bo'ladi.

Shunday qilib,

$$\begin{aligned} \int \frac{x^4}{x^2 + 9} dx &= \\ &= \int \left(x^2 - 9 + \frac{81}{x^2 + 9} \right) dx = \frac{x^3}{3} - 9x + 81 \frac{1}{3} \arctg \frac{x}{3} + C = \frac{x^3}{3} - 9x + 27 \arctg \frac{x}{3} + C. \end{aligned}$$

2-misol. $\int \frac{x+3}{x^2 - 8x + 25} dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Maxrajdagi kvadrat uch haddan to'la kvadrat ajratamiz:

$$x^2 - 8x + 25 = x^2 - 8x + 16 - 16 + 25 = (x - 4)^2 + 9, \text{ hamda } x - 4 = t, \quad dx = dt$$

almashtirish kiritib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\int \frac{x+3}{x^2-8x+25} dx = \int \frac{t+4+3}{t^2+9} dt = \int \frac{tdt}{t^2+9} + 7 \int \frac{dt}{t^2+9} = \frac{1}{2} \int \frac{2tdt}{t^2+9} + 7 \int \frac{dt}{t^2+3^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \ln|t^2+9| + \frac{7}{3} \operatorname{arctg} \frac{t}{3} + C = \frac{1}{2} \ln(x^2-8x+25) + \frac{7}{3} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{3} + C.$$

3. To'g'ri kasr rasional funsiyalarni sodda kasrlar ko'rinishida ifodalab ularni integrallash.

$\frac{R(x)}{P(x)}$ to'g'ri kasr rasional funksiyaning maxrajini

$$P(x) = (x-a)^r \cdot (x-b)^s \dots (x^2+2px+q)^t \cdot (x^2+2kx+\ell)^m \dots,$$

ko'rinishda ifodalash mumkin bo'lsa, bu funksiyaning yagona

$$\frac{R(x)}{P(x)} = \frac{A_1}{(x-a)} + \frac{A_2}{(x-a)^2} + \dots + \frac{A_r}{(x-a)^r} + \frac{B_1}{(x-b)} + \dots + \frac{B_s}{(x-b)^s} + \dots + \frac{M_1x+N_1}{x^2+2px+q} + \dots +$$

$$+ \frac{M_tx+N_t}{(x^2+2px+q)^t} + \frac{F_1x+E_1}{(x^2+2kx+\ell)} + \dots + \frac{F_mx+E_m}{(x^2+2kx+\ell)^m} + \dots \quad (1)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bunda $r, s, t, m,$ musbat butun sonlar, a, b, p, q, k, ℓ , haqiqiy sonlar.

$A_1, A_2, \dots, A_r, B_1, \dots, B_s, M_1, N_1, \dots, M_t, N_t, \dots$ lar ayrim haqiqiy sonlar. (1) tenglikka to'g'ri rasional funksiyaning **sodda kasrlar orqali yoyilmasi** deyiladi.

(1) yoyilmadagi $A_1, A_2, \dots, A_r, M_1, N_1, \dots, M_t, N_t, \dots$

koeffitsiyentlarni topish uchun uni $P(x)$ ga ko'paytiramiz. $R(x)$ ko'phad bilan (1) yoyilmaning o'ng tomonida hosil bo'lgan ko'phad o'zaro teng bo'lishi uchun bir xil darajali x lar koeffitsiyentlari o'zaro teng bo'lishi kerak. Bir xil darajali x lar koeffitsiyentlarini tenglashtirib $A_1, A_2, \dots, A_r, \dots, M_1, N_1, \dots$, noma'lum koeffitsiyentlarga nisbatan chiziqli tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu tenglamalar sistemasini yechib aniqmas koeffitsiyentlarni topamiz.

Rasional funkiya yoyilmasidagi noma'lum koeffitsiyentlarni bunday usul bilan topishga **noma'lum koeffitsiyentlar usuli** deyiladi.

Bu usulni bir necha misollarda qaraymiz.

1-misol. $\frac{2x-1}{x^2-5x+6}$ rasional funktsiyani sodda kasrlar yoyilmasi

ko'rinishida yozing.

Yechish. Maxrajni $x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-2)$ chiziqli ko'paytuvchilarga ajratib, (1) formulaga asosan, qo'yidagicha yozamiz:

$$\frac{2x-1}{x^2-5x+6} = \frac{A_1}{x-3} + \frac{A_2}{x-2}.$$

Oxirgi tenglikni $x^2 - 5x + 6$ ga ko'paytirib
 $2x-1 = A_1(x-2) + A_2(x-3)$ *ëku* $2x-1 = (A_1 + A_2)x - 2A_1 - 3A_2$
 tenglikni hosil qilamiz. Bir xil darajali x lar koeffitsiyentlarini tenglashtirib

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 2, \\ -2A_1 - 3A_2 = -1 \end{cases}$$

A_1 va A_2 noma'lumlarga nisbatan, chiziqli tenglamalar sistemasini hosil qildik.

Bundan $A_1 = 5$, $A_2 = -3$ bo'ladi. Shunday qilib,

$$\frac{2x-1}{x^2-5x+6} = \frac{5}{x-3} - \frac{3}{x-2}$$

hosil bo'ldi.

2-misol. $\frac{x^2-1}{x(x^2+1)^2}$ rasional kasrni, sodda kasrlar yig'indisi ko'rinishida yozing.

Yechish. (1) formulaga asosan, quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\frac{x^2-1}{x(x^2+1)^2} = \frac{A_1}{x} + \frac{M_1x+N_1}{x^2+1} + \frac{M_2x+N_2}{(x^2+1)^2}.$$

Oxirgi tenglikni $x(x^2+1)^2$ ga ko'paytirib quyidagini hosil qilamiz:

$$x^2-1 = A_1(x^2+1)^2 + (M_1x+N_1)x(x^2+1) + (M_2x+N_2)x \quad \text{ëku}$$

$$x^2-1 = (A_1+M_1)x^4 + N_1x^3 + (2A_1+M_1+M_2)x^2 + (N_1+N_2)x + A_1$$

x^0, x^1, x^2, x^3, x^4 larning koeffitsiyentlarini tenglashtirib

$$x^4 \div 2A_1 + M_1 = 0,$$

$$x^3 \div N_1 = 0,$$

$$x^2 \div 2A_1 + M_1 + M_2 = 1,$$

$$x^1 \div N_1 + N_2 = 0,$$

$$x^0 \div A_1 = -1$$

chiziqli tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu sistemadan $N_1 = 0$, $N_2 = 0$, $A_1 = -1$, $M_1 = 1$, $M_2 = 2$ bo'ladi. Shuning uchun yoyilma quyidagicha

$$\frac{x^2 - 1}{x(x^2 + 1)^2} = -\frac{1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} + \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

bo'ladi.

Endi bir necha integrallarni hisoblaymiz.

3-misol. $\int \frac{dx}{(x-2)(x-3)}$ integralni hisoblang.

Yechish. $\frac{1}{(x-2)(x-3)}$ funksiyani $\left(\frac{-1}{x-2} + \frac{1}{x-3} \right)$ ikkita sodda kasrning

ayirmasi ko'rinishda yozish mumkin. Shuning uchun,

$$\int \frac{1}{(x-2)(x-3)} dx = -\int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} \right) dx = -\ln|x-2| + \ln|x-3| + C = \ln\left(\frac{x-3}{x-2} \right) + C$$

bo'ladi.

4-misol. $\int \frac{x-2}{x^3 + 2x^2} dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $\frac{x-2}{x^2(x+2)}$ integral ostidagi to'g'ri rasional funksiyani sodda kasrlar

yig'indisi shaklida yozamiz:

$$\frac{x-2}{x^2(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+2}$$

oxirgi tenglikni $x^2(x+2)$ ga ko'paytirib,

$$x - 2 = Ax(x + 2) + B(x + 2) + Cx^2 \quad \text{yoki} \quad x - 2 = (A + C)x^2 + (2A + B)x + 2B$$

tenglikka ega bo'lamiz.

Endi x ning bir xil darajalilari koeffitsiyentlarini tenglashtirsak, quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi.

$$\begin{array}{l|l} x^2 & A + C = 0 \\ x^1 & 2A + B = 1 \\ x^0 & 2B = -2 \end{array} \quad \text{bundan} \quad \begin{array}{l} A + C = 0 \\ 2A + B = 1 \\ B = -1 \end{array} \quad \begin{array}{l} A = 1 \\ C = -1 \end{array}$$

bo'ladi. Shunday qilib,

$$\frac{x - 2}{x^2(x + 2)} = \frac{1}{x} + \frac{-1}{x^2} + \frac{-1}{x + 2}$$

Natijada

$$\int \frac{x - 2}{x^3 + 2x^2} dx = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x + 2} \right) dx = \ln|x| + \frac{1}{x} - \ln|x + 2| + C = \frac{1}{x} + \ln \left| \frac{x}{x + 2} \right| + C$$

bo'ladi.

2. Ayrim irrasional funksiyalarni integrallash. **Irrasional funksiyalarni integrallash** ko'p hollarda o'zgaruvchini almashtirish bilan rasional funksiyalarni integrallashga keltiriladi. Bunday irrasional funksiyalarning ayrimlarini ko'raymiz.

1. $\int x^m (a + bx^n)^p$ **ko'rinishdagi integralni** hisoblash talab etilsin,

bunda m, n, p rasional sonlar, a va b lar no'ldan farqli o'zgarmaslar.

1) p butun son bo'lsa, Nyuton binomi bo'yicha yoyish bilan integrallanadi;

2) $\frac{m+1}{n}$ butun bo'lsa, $a + bx^n = t^s$ almashtirish orqali

rasionallashtiriladi, bunda $s = p$ kasrning maxraji;

3) $\frac{m+1}{n} + p$ butun bo'lsa, $ax^{-n} + b = t^s$ almashtirish olinib,

rasional funksiyaga keltiriladi.

1-misol. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Integralni $\int x^{-2/3}(1+x^{1/3})dx$ ko'rinishida yozib,

$$m = -\frac{2}{3}, n = \frac{1}{3}, p = \frac{1}{2}, \frac{m+1}{n} = \frac{-2/3+1}{1/3} = \frac{1/3}{1/3} = 1$$

bo'lganligi uchun $(1+x^{1/3}) = t^2$ almashtirish olsak,

$$x^{1/3} = t^2 - 1, \frac{1}{3}x^{-2/3}dx = 2tdt, \quad x^{-2/3}dx = 6tdt$$

bo'ladi. Bularni berilgan integralga qo'ysak,

$$\int x^{-2/3}(1+x^{1/3})^{1/2}dx = \int t \cdot 6tdt = 6 \int t^2 dt = 6 \cdot \frac{t^3}{3} + C = 2(1+\sqrt[3]{x})^{3/2} + C$$

bo'ladi.

2-misol. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$ integralni hisoblang.

Yechish. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}} = \int x^0(1+x^4)^{-1/4}dx$, $m = 0, n = 4, p = -\frac{1}{4}$

$\frac{m+1}{n} + p = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$ (butun) bo'lganligi uchun $x^{-4} + 1 = t^4$ almashtirish olsak,

$$x = (t^4 - 1)^{-1/4}, \quad dx = -t^3(t^4 - 1)^{-5/4}dt, \quad \sqrt[4]{1+x^4} = t(t^4 - 1)^{-1/4}$$

bo'ladi. Demak,

$$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}} = -\int \frac{t^2 dt}{t^4 - 1} = \frac{1}{4} \int \left(\frac{1}{1+t} - \frac{1}{t-1} \right) dt - \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t^2 + 1} = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{t+1}{t-1} \right| - \frac{1}{2} \arctg t + C,$$

$t = \sqrt[4]{1+x^4}$ bo'lganligi uchun,

$$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}} = \frac{1}{4} \ln \frac{|\sqrt[4]{1+x^4}| + 1}{\sqrt[4]{1+x^4} - 1} - \frac{1}{2} \arctg \sqrt[4]{1+x^4} + C$$

bo'ladi.

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ ko'rinishdagi integralni qaraymiz.

Bunday ko'rinishdagi ifodalarni integrallash kvadrat uch haddan to'la kvadrat ajratish bilan $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}}$ yoki $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 + u^2}}$ jadval integrallaridan biriga keltiriladi.

3-misol. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$ integralni hisoblang.

Yechish. $x^2 + 2x + 5 = x^2 + 2x + 1 + 4 = (x + 1)^2 + 4$ to'la kvadrat ajratib, $x + 1 = u$ desak,

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} = \int \frac{du}{\sqrt{u^2 + 4}} = \ln|u + \sqrt{u^2 + 4}| + C = \ln|(x + 1) + \sqrt{x^2 + 2x + 5}| + C$$

bo'ladi.

3) $\int \frac{dx}{(x + \alpha)\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ ko'rinishdagi integral, $\frac{1}{x + \alpha} = t$ almashtirish

orqali 2. ko'rinishdagi integralga keltiriladi.

4-misol. $\int \frac{dx}{(x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ integralni hisoblang.

Yechish. $\frac{1}{x + 1} = t$ bilan almashtirsak,

$$t(x + 1) = 1, tx + t = 1, tx = 1 - t, x = \frac{1 - t}{t}, dx = -\frac{1}{t^2} dt$$

bo'lib,

$$\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}} = \int \frac{t\left(\frac{-1}{t^2}\right)dt}{\sqrt{\left(\frac{1-t}{t}\right)^2 + 2\frac{1-t}{t} + 2}} = -\int \frac{dt}{t\sqrt{\frac{1-2t+t^2}{t^2} + \frac{2-2t}{t} + 2}} =$$

$$= -\int \frac{dt}{\sqrt{1-2t+t^2+2t}} = -\int \frac{dt}{\sqrt{t^2+1}}$$

bu jadval integraldir. (Oxirgi integralni mustaqil bajarishni o'quvchiga havola qilamiz).

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

Quyidagi integrallarni hisoblang:

- 1) $\int \frac{x^3}{x-3} dx$; 2) $\int \frac{x^4}{x^2+25} dx$; 3) $\int \frac{x-5}{(x-2)(x+4)} dx$; 4) $\int \frac{2x+9}{x^2+x+2} dx$;
 5) $\int \frac{x+2}{x^3-2x^2} dx$; $\int \int$ 6) $\int \frac{6x-7}{x^3-4x^2+4x} dx$; 7) $\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-4x+1}} dx$;
 8) $\int \frac{\sqrt{x}+3}{x(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})} dx$.

2-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang:

- 1) $\int \frac{x^2}{x-3} dx$; 2) $\int \frac{9x^4}{x^2-25} dx$; 3) $\int \frac{x-7}{(x+2)(x-4)} dx$; 4) $\int \frac{3x-2}{x^2+x+2} dx$;
 5) $\int \frac{x+2}{x^3-2x^2} dx$; $\int \int$ 6) $\int \frac{6x-7}{x^3-4x^2+4x} dx$; 7) $\int \frac{2x-3}{\sqrt{8-2x-x^2}} dx$.
 8) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2} - \sqrt{2x+1}}$.

3-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang:

- 1) $\int \frac{x^4}{x+5} dx$; 2) $\int \frac{x^5}{x^2+49} dx$; 3) $\int \frac{x-9}{(x-3)(x+5)} dx$; 4) $\int \frac{2x+7}{x^2+x+2} dx$;

$$5) \int \frac{x-4}{x^3+5x^2} dx; \quad \iint \quad 6) \int \frac{8x-9}{x^3-4x^2+4x} dx; \quad 7) \int \frac{7x-5}{\sqrt{5+2x-x^2}} dx;$$

$$8) \int \frac{7dx}{\sqrt[3]{(2x-5)^2} - \sqrt{2x-5}}.$$

4-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang:

$$1) \int \frac{9x^3}{x-7} dx; \quad 2) \int \frac{5x^4}{x^2+9} dx; \quad 3) \int \frac{x-9}{(x-6)(x+7)} dx; \quad 4) \int \frac{2x-9}{x^2+x+2} dx;$$

$$5) \int \frac{x-5}{x^3+7x^2} dx; \quad \iint \quad 6) \int \frac{7x-8}{x^3-4x^2+4x} dx; \quad 7) \int \frac{5x-9}{\sqrt{x^2-4x+1}} dx;$$

$$8) \int \frac{\sqrt{x}-7}{x(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})} dx.$$

4-ilova

“Rasional va irrasional funksiyalarni integrallash” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. Rasional funsiyalarning sodda kasrlar ko'rinishi quyidagilarning qaysilarida to'g'ri berilgan:

$$1) \frac{A}{x-a}; \quad 2) \frac{A}{(x-a)^k} \quad (k > 1 \text{ butun son}); \quad 3) \frac{Ax+B}{x^2+px+q}; \quad \left(\frac{p^2}{4} - q < 0\right)$$

ya'ni, kvadrat uch had haqiqiy ildizga ega emas);

$$4) \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^n} \quad (n > 1 \text{ butun son}, \frac{p^2}{4} - q < 0).$$

A) hammasida

B) 1), 2)

D) 3), 4)

E) 2), 3), 4)

2. $\int \frac{A}{x-a} dx$ integralni toping.

A) $\int \frac{A}{x-a} dx = A \ln|x-a| + C$

V) $\int \frac{A}{x-a} dx = \ln|x-a| + C$

D) $\int \frac{A}{x-a} dx = -\ln|x-a| + C$

E) $\int \frac{A}{x-a} dx = a \ln|x-a| + C$

II darajali testlar

3. $\int \frac{x^4}{x^2+9} dx$ integralni toping.

A) $\int \frac{x^4}{x^2+9} dx = \frac{x^3}{3} - 9x + 27 \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C.$

B) $\int \frac{x^4}{x^2+9} dx = 3x^2 - 9x + 27 \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C.$

D) $\int \frac{x^4}{x^2+9} dx = \frac{x^3}{3} + 9x - 27 \operatorname{arctg} \frac{x}{3} + C.$

E) $\frac{x^4}{x^2+9} = x^2 - 9 + \frac{81}{x^2+9}$

4. $\frac{2x-1}{x^2-5x+6}$ rasional funksiyaning sodda kasrlar yoyilmasi ko'rinishini toping.

A) $\frac{2x-1}{x^2-5x+6} = \frac{5}{x-3} - \frac{3}{x-2}$

B) $\frac{2x-1}{x^2-5x+6} = \frac{5}{x-3} + \frac{3}{x-2}$

D) $\frac{2x-1}{x^2-5x+6} = \frac{3}{x-3} - \frac{5}{x-2}$

$$E) \frac{2x-1}{x^2-5x+6} = \frac{5}{x+3} - \frac{3}{x+2}$$

III darajali testlar

5. $\int \frac{x+3}{x^2-8x+25} dx$ integralni toping.

$$A) \int \frac{x+3}{x^2-8x+25} dx = \int \frac{t+4+3}{t^2+9} dt = \frac{1}{2} \ln(x^2-8x+25) + \frac{7}{3} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{3} + C.$$

$$B) \int \frac{x+3}{x^2-8x+25} dx = \int \frac{t-4}{t^2+9} dt = \frac{1}{2} \ln(x^2-8x+25) - \frac{7}{3} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{3} + C.$$

$$D) \int \frac{x+3}{x^2-8x+25} dx = -\frac{1}{2} \ln(x^2-8x+25) + \frac{7}{3} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{3} + C.$$

$$E) \int \frac{x+3}{x^2-8x+25} dx = \ln(x^2-8x+25) - \frac{7}{3} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{3} + C.$$

6. $\int \frac{dx}{(x-2)(x-3)}$ integralni toping.

$$A) \int \frac{1}{(x-2)(x-3)} dx = -\int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} \right) dx = \ln \left(\frac{x-3}{x-2} \right) + C$$

$$B) \int \frac{1}{(x-2)(x-3)} dx = \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} \right) dx = \ln \left(\frac{x-2}{x-3} \right) + C$$

$$D) \int \frac{1}{(x-2)(x-3)} dx = \int \left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} \right) dx = \ln \left(\frac{x+3}{x+2} \right) + C$$

$$E) \int \frac{1}{(x-2)(x-3)} dx = -\int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} \right) dx = \ln \left(\frac{x-2}{x+3} \right) + C$$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$ integralni toping.

$$A) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} = \int \frac{du}{\sqrt{u^2 + 4}} = \ln \left| (x+1) + \sqrt{x^2 + 2x + 5} \right| + C$$

$$B) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} = \int \frac{du}{\sqrt{u^2 - 4}} = -\ln \left| (x+1) - \sqrt{x^2 + 2x + 5} \right| + C$$

$$D) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} = -\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + 4}} = -\ln \left| (x+1) - \sqrt{x^2 + 2x + 5} \right| + C$$

$$E) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}} = \ln \left| (x+1) - \sqrt{x^2 + 2x + 5} \right| + C$$

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1. $\int \frac{2x+5}{(x-4)^2(x+5)^3} dx$ integralni hisoblang.

2. $\int \frac{\sqrt{1-\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ integralni hisoblang.

3. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1-x^4}}$ integralni hisoblang.

4. $\int \frac{7dx}{(x-3)\sqrt{x^2+2x+2}}$ integralni hisoblang.

4-ma'ruza mashg'ulot

1.1. "Trigonometrik funksiyalarni integrallash" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

4-mavzu	Trigonometrik funksiyalarni integrallash
Vaqt-2soat	Talabalar soni: __ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza
Mashg'ulot rejasi	1. Harxil argumentli sinus va kosinuslar ko'paytmalari shaklidagi funksiyalarni integrallash. 2. $\int \sin^m x \cos^n x dx$ ko'rinishdagi integrallarni hisoblash.

	3. Aniqmas integral haqida yakuniy mulohazalar.
Asosiy tushuncha va atamalar	Trigonometrik funksiyalar ko'paytmasini yig'indiga keltirish formulalari, sinus va kosinus funksiyalar ko'paytmasi darajalaridan birortasi toq, ikkalasi ham juft yoki toq, aniqmas integral haqida yakuniy mulohazalar.
Mashg'ulotining maqsadi	Trigonometrik funksiyalarni integrallash haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Harxil argumentli sinus va kosinuslar ko'paytmalari shaklidagi funksiyalarni integrallashga oid misollar echishni tushuntirish. 4. $\int \sin^m x \cos^n x dx$ ko'rinishdagi integrallarni hisoblash. 5. Aniqmas integral haqida yakuniy mulohazalar tushuntirish.	1. Trigonometrik funksiyalarni integrallash anglashi. 2. Harxil argumentli sinus va kosinuslar ko'paytmalari shaklidagi funksiyalarni, ko'paytmalarni yig'indiga shakliga keltirib integrallash oid misollar echishni bilish. 3. $\int \sin^m x \cos^n x dx$ ko'rinishdagi integrallarni hisoblay bilish. 4. Aniqmas integral haqida yakuniy mulohazalarni tasavvur qilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	Amaliy mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. "Trigonometrik funksiyalarni integrallash" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
-----------------	-----------------	-------------------

va vaqti		
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60- daqqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1.Trigonometrik funksiyalarning ko'paytmasini yig'indiga keltiriladigan formulalarni yozing? 2.Qanday hollarda trigonometrik funksiyalar rasionallashadi? 3.Qanday hollarda trigonometrik funksiyalarning tartibini pasaytirish bilan integrallanadi.	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(10 daqqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	Trigonometrik funksiyalarning ko'paytmasini yig'indiga keltirish fo'mulalari qanday?			

2	$\int \sin^m x \cos^n x dx$ ko'rinishdagi integrallar m yoki n lardan birortasi toq bo'lganda qanday hisoblanadi?			
3	$\int \sin^m x \cos^n x dx$ ko'rinishdagi integrallar m yoki n lardan ikkalasi ham toq yoki ikkalasi ham juft bo'lganda qanday hisoblanadi?			
4	Aniqmas integral haqidagi yakuniy mulohazalar nimalardan iborat?			

3-ilova

4-ma'ruza. Trigonometrik funksiyalarni integrallash

Reja

1. Harxil argumentli sinus va kosinuslar ko'paytmalari shaklidagi funksiyalarni integrallash.
2. $\int \sin^m x \cos^n x dx$ ko'rinishdagi integrallarni hisoblash.
3. Aniqmas integral haqida yakuniy mulohazalar.

Tayanch ibora va tushunchalar

Trigonometrik funksiyalarni integrallash, trigonometrik funksiyalar ko'paytmasini yig'indiga keltirish formulalari, sinus va kosinus funksiyalar ko'paytmasi darajalaridan birortasi toq, ikkalasi ham juft yoki toq, aniqmas integral haqida yakuniy mulohazalar.

1. Harxil argumentli sinus va kosinuslar ko'paytmalari shaklidagi funksiyalarni integrallash.

$$\int \sin mx \cos nx dx, \int \sin mx \sin nx dx, \int \cos mx \cos nx dx \quad (1)$$

ko'rinishdagi integrallarni hisoblaymiz. Maktab kursidan ma'lum bo'lgan trigonometrik funksiyalar ko'paytmasini, yig'indiga keltirish

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)], \quad \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)],$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

formulalardan foydalanib, (1) ko'rinishdagi integrallarni

$$\int \sin ax dx, \int \cos bx dx$$

integrallardan biriga keltirib integrallanadi.

1-misol. $\int \sin 2x \cos 7x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Yuqoridagi formulalarning birinchisidan

$$\sin 2x \cos 7x = \frac{1}{2} [\sin(2x + 7x) + \sin(2x - 7x)] = \frac{1}{2} (\sin 9x - \sin 5x),$$

$$\begin{aligned} \int \sin 2x \cos 7x dx &= \frac{1}{2} \int (\sin 9x - \sin 5x) dx = \frac{1}{2} \int \sin 9x dx - \frac{1}{2} \int \sin 5x dx = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} (-\cos 9x) - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} (-\cos 5x) + C = \frac{1}{10} \cos 5x - \frac{1}{18} \cos 9x + C. \end{aligned}$$

natijaga ega bo'lamiz.

2. $\int \sin^m x \cos^n x dx$ ko'rinishdagi integrallarni hisoblash. Bunda m, n

lar butun sonlar. Xususiyl hollarda m yoki n sonlardan birontasi 0 ga teng bo'lishi ham mumkin.

1) m yoki n sonlardan bittasi toq bo'lsin. Bu holda integral rasional funksiyalarni integrallashga keltiriladi. Bunda integrallash mohiyati quyidagi misollardan tushunarli bo'ladi.

3-misol. $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $\sin x dx = -d(\cos x)$ va $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ ekanligini hamda $\cos x = z$ almashtirish kiritib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x \cos^4 x dx &= \int \sin^2 x \cos^4 x \sin x dx = \int (1 - \cos^2 x) \cos^4 x (-d \cos x) = \\ &= -\int (1 - z^2) z^4 dz = -\int (z^4 - z^6) dz = -\frac{z^5}{5} + \frac{z^7}{7} + C = -\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^7 x}{7} + C. \end{aligned}$$

4-misol. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$ integralni hisoblang.

Yechish. $\sin x dx = -d \cos x$ bo'lgani uchun, $t = \cos x$ almashtirish olsak,

$$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{\sin^2 x \sin x dx}{\cos^2 x} = \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} \sin x dx = \int \frac{1 - t^2}{t^2} (-dt) =$$

$$= -\int \frac{1}{t^2} dt + \int dt = \frac{1}{t} + t + C = \frac{1}{\cos x} + \cos x + C$$

bo'ladi.

Bu usuldan m va n sonlardan bittasi toq va musbat boshqasi ixtiyoriy haqiqiy son bo'lganda ham foydalanish mumkin.

2). Endi m va n sonlar ikkalasi ham toq yoki juft va musbat bo'lsin. Bunday hollarda

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}, \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}, \quad \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

formulalardan foydalanib, darajalarni pasaytirib, integrallanadi.

6-misol. $\int \sin^2 x \, dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Bu integralni izo'klarsiz hisoblaymiz:

$$\int \sin^2 x \, dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx = \int \frac{1}{2} \, dx - \int \frac{\cos 2x}{2} \, dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C.$$

7-misol. $\int \sin^2 x \cos^4 x \, dx$ integralni hisoblang.

Yechish. Trigonometrik funksiyalarning darajalarini pasaytirish formulalaridan foydalanib, quyidagi natijaga kelimiz:

$$\begin{aligned} \int \sin^2 x \cos^4 x \, dx &= \int \frac{1 - \cos 2x}{2} \cdot \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right)^2 \, dx = \frac{1}{8} \int (1 - \cos 2x)(1 + \cos 2x)^2 \, dx = \\ &= \frac{1}{8} \int (1 - \cos^2 2x)(1 + \cos 2x) \, dx = \frac{1}{8} \int \sin^2 2x \, dx + \frac{1}{8} \int (\sin^2 2x \cos 2x) \, dx = \\ &= \frac{1}{16} \int (1 - \cos 4x) \, dx + \frac{1}{16} \int \sin^2 2x \, d \sin 2x = \frac{1}{16} x - \frac{1}{64} \sin 4x + \frac{1}{16} \frac{\sin^3 2x}{3} + C = \\ &= \frac{1}{16} x - \frac{1}{64} \sin 4x + \frac{1}{48} \sin^3 2x + C. \end{aligned}$$

3. Aniqmas integral haqida yakuniy mulohazalar. Biz yuqorida elementar funksiyalarni o'z ichiga olgan muhim integrallash usullarini ko'rdik. Lekin praktikada faqat shu usullardan aynan foydalanamiz degan fikr bo'lmasligi kerak. Boshqacha qilib aytganda, integral ostidagi funksiyaning berilishiga qarab unga mos mulohazalardan foydalanish kerak. Masalan,

$$\begin{aligned} \int \frac{3x^2 + 6x - 4}{x^3 + 3x^2 - 4x + 5} \, dx &= \int \frac{d(x^3 + 3x^2 - 4x + 5)}{x^3 + 3x^2 - 4x + 5} = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \\ &= \ln|x^3 + 3x^2 - 4x + 5| + C \end{aligned}$$

yoki

$$\int \frac{x \, dx}{x^2 + 3} = \frac{1}{2} \int \frac{2x \, dx}{x^2 + 3} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 3)}{x^2 + 3} = \frac{1}{2} \ln|x^2 + 3| + C$$

integrallashni bajarish mumkin.

Juda ko'p integrallarni hisoblashda ayrim xususiy usullardan foydalanib oldingi hisoblangan integrallarga keltiriladi. Shuning uchun praktikada integrallashda tayyor qo'llanmalardan foydalanish ham mumkin. Masalan [Yu.A. Bryichkov, O.I.Marichev, A.P.Prudnikov. Tablisy neopredelyonnykh integralov. M.: Nauka 1986-192s].

Integrallashning bayon etilishidan ma'lumki integrallash texnikasi differensiallashdan murakkabroqdir. Shuning uchun ham integrallashda shunday ko'nikmalar kerakki, bunga ko'p sondagi misollarni yechish natijasida erishish mumkin.

Ma'lumki differensial hisobda istalgan elementar funksiyaning hosilasini topish mumkin edi va u yana elementar funksiyalar bilan ifodalanar edi. Integral hisobda esa masala boshqacharoq bo'lib, ko'plab

misollar keltirish mumkinki, integral $\left(e^{-x^2}, \frac{1}{\ln x}, \frac{\sin x}{x}, \frac{\cos x}{x} \right)$ ostidagi

funksiyaning boshlang'ich funksiyalari mavjud bo'lishiga qaramasdan, ular elementar funksiyalar orqali ifodalanmaydi. Bunday integrallar yaxshi o'rganilgan va ulardan amaliyotda foydalanish uchun tayyor jadvallar, grafiklar tuzilgan.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

1. $\int \sin 3x \sin 7x dx$. 2. $\int \sin 5x \cos 3x dx$. 3. $\int \sin x \cos^4 x dx$. 4. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$. 5. $\int \sin^2 5x dx$..

6. $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$. 7. $\int \frac{\cos^3 x - 7}{\sin^2 x} dx$. 8. $\int \cos 7x \cos 3x dx$.

2-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

1. $\int \sin 3x \cos 2x dx$. 2. $\int \cos 4x \cos 2x dx$. 3. $\int \sin 3x \sin 2x dx$. 4. $\int \sin^2 x \cos^3 x dx$. 5. $\int \cos^2 6x dx$.

6. $\int \sin^4 x dx$. 7. $\int \cos^5 x dx$. 8. $\int \frac{\cos^3 x + 5}{\sin^2 x} dx$.

3-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

1. $\int \cos 7x \cos 3x dx$. 2. $\int \sin 4x \sin 2x dx$. 3. $\int \sin 7x \cos 3x dx$. 4. $\int \sin^5 x \cos^2 x dx$. 5. $\int \sin^5 3x dx$.

6. $\int \cos^4 x dx$. 7. $\int \cos^2 2x \sin^2 x dx$. 8. $\int \frac{\sin^3 x - 3}{\cos^2 x} dx$.

4-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

1. $\int \cos 9x \cos 3x dx$. 2. $\int \sin 5x \sin 2x dx$. 3. $\int \sin 9x \cos 7x dx$. 4. $\int \sin^2 x \cos^5 x dx$. 5. $\int \cos^5 x dx$

6. $\int \sin^4 5x dx$. 7. $\int \sin^2 3x \cos^2 3x dx$. 8. $\int \frac{\sin^3 x + 2}{\cos^2 x} dx$

4-ilova

“Trigonometrik funksiyalarni integrallash” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. Trigonometrik funksiyalarning ko'paytmasini yig'indiga keltirish, quyidagi formulalaridan qaysilari to'g'ri berilgan:

1) $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$;

2) $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$;

3) $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$.

A) hammasi

B) 1)

D) 2)

E) 3)

2. Quyidagi formulalardan qaysilari to'g'ri berilgan:

1) $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$; 2) $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$; 3) $\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$

A) hammasi

B) 3)

D) 1)

E) 2)

II darajali testlar

3. $\int \sin 2x \cos 7x dx$ integralni toping.

$$A) \int \sin 2x \cos 7x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 9x - \sin 5x) dx = \frac{1}{10} \cos 5x - \frac{1}{18} \cos 9x + C.$$

$$B) \int \sin 2x \cos 7x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 9x + \sin 5x) dx = \frac{1}{10} \cos 5x + \frac{1}{18} \cos 9x + C.$$

$$D) \int \sin 2x \cos 7x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 9x - \sin 5x) dx = -\frac{1}{10} \cos 5x + \frac{1}{18} \cos 9x + C.$$

$$E) \int \sin 2x \cos 7x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 9x - \sin 5x) dx = \frac{1}{5} \cos 5x - \frac{1}{9} \cos 9x + C.$$

4. $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$ integralni toping.

$$A) \int \sin^3 x \cos^4 x dx = \int \sin^2 x \cos^4 x \sin x dx = -\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^7 x}{7} + C.$$

$$B) \int \sin^3 x \cos^4 x dx = \int \sin^2 x \cos^4 x \sin x dx = -\frac{\sin^5 x}{5} + \frac{\cos^7 x}{7} + C.$$

$$D) \int \sin^3 x \cos^4 x dx = \int \sin^2 x \cos^4 x \sin x dx = -\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\sin^7 x}{7} + C.$$

$$E) \int \sin^3 x \cos^4 x dx = \int \sin^2 x \cos^4 x \sin x dx = \frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + C.$$

III darajali testlar

5. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$ integralni toping.

$$A) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{\sin^2 x \sin x dx}{\cos^2 x} = \int \frac{1-t^2}{t^2} (-dt) = \frac{1}{\cos x} + \cos x + C$$

$$B) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{\sin^2 x \sin x dx}{\cos^2 x} = \int \frac{1-t^2}{t^2} dt = -\frac{1}{\cos x} - \cos x + C$$

$$D) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{\sin^2 x \sin x dx}{\cos^2 x} = \int \frac{1-t^2}{t^2} (-dt) = \frac{1}{\cos x} - \cos x + C$$

$$E) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{\sin^2 x \sin x dx}{\cos^2 x} = \int \frac{1-t^2}{t^2} (-dt) = \frac{1}{\cos x} + \sin x + C$$

6. $\int \sin^2 x dx$ integralni hisoblang.

$$A) \int \sin^2 x dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \int \frac{1}{2} dx - \int \frac{\cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

$$B) \int \sin^2 x dx = \int \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \int \frac{1}{2} dx + \int \frac{\cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

$$D) \int \sin^2 x dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \int \frac{1}{2} dx - \int \frac{\cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

$$E) \int \sin^2 x dx = \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \int \frac{1}{2} dx - \int \frac{\cos 2x}{2} dx = -\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

5-ilova

Mustaqil ish uchun topshiriqlar

1. $\int tg^3 x dx$. 2. $\int ctg^3 x$. 3. $\int \sin^6 x dx$. 4. $\int \cos^6 x dx$. 5. $\int \sin^7 x dx$. 6. $\int \cos^7 x dx$.
7. $\int \cos^5 7x dx$. 8. $\int \sin^4 3x \cos^3 3x dx$. 9. $\int \sqrt[3]{\sin^2 x} \sin^3 x dx$.

5-ma'ruza mashg'ulot

1.1. "Aniq integral va uning asosiy xossalari" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

5-mavzu	Aniq integral va uning asosiy xossalari
Vaqt-2soat	Talabalar soni: ____ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza
Mashg'ulot rejasi	1. Aniq integralga keltiriladigan masalalar haqida. 2. Aniq integralning ta'rifi va uning geometrik ma'nosi.

	3. Aniq integralning asosiy xossalari. 4. Aniq integralni hisoblash. N'yuton-Leybnis formulasi.
Asosiy tushuncha va atamalar	O'zgaruvchan kuchning bajargan ishi, aniq integral, integral yig'indi, funksiyaning integrallanuvchanligi, aniq integralning asosiy xossalari, aniq integralning kattaligi, N'yuton-Leybnis formulasi, aniq integralda o'zgaruvchini almashtirish, bo'laklab integrallash.
Mashg'ulotining maqsadi	Aniq integral va uning asosiy xossalari haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Aniq integralga keltiriladigan masalalar haqida eslatish. 4. Aniq integralning ta'rifi va uning geometrik ma'nosi tushuntirish. 3. Aniq integralning asosiy xossalari takrorlab o'tish. 4. Aniq integralni hisoblash. N'yuton-Leybnis formulasiga asosan aniq integrallarni doir misollar echish.	1. Aniq integralga keltiriladigan masalalarni anglashi. 2. Aniq integralning ta'rifi va uning geometrik ma'nosi bilishi. 3. Aniq integralning asosiy xossalarini tasavvur qilish. 4. N'yuton-Leybnis formulasiga asosan aniq integrallarni doir misollar eicha bilish

Ta'lim usuli va texnikasi	Ma'ruza mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. “Aniq integral va uning asosiy xossalari” mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish	Ta'lim beruvchi	Ta'lim
-----	-----------------	--------

bosqichlari va vaqti		oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60- daqqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Qanday masalalar aniq integralga keltiriladi? 2. Integral yig'indi qanday tuziladi? 3. Aniq integral deb nimaga aytiladi? 4. Aniq integral qanday belgilanadi? 5. Funksiya integrallanuvchi bo'lishi uchun qanday xossaga ega bo'lishi kerak? 6. Aniq integralning asosiy xossalari nimalardan iborat? 7. Nyuton-Leybnis formulasini yozing? 8. Aniq integralni bo'laklab integrallash nimadan iborat?	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(10 daqqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni

	ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	yozadilar.
--	--	------------

1-ilova

Har bir mashg‘ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me‘zonlari

Me‘zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to‘liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo‘shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a’lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo‘llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o‘qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo‘yib, olingan ma’lumotni tizimlashtiring:

V - ... haqida mavjud bo‘lgan bilimlar (ma’lumotlar) mos keladi

- (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e’tiroz bildiradi.

+ (plyus) - yangi ma’lumotlar hisoblanadi.

? - tushunarsiz / aniqlik / qo‘shimcha ma’lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo‘llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o‘qing.
2. Olingan ma’lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo‘yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to‘ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bila man	Bilishni xoxlay	Bilib oldim
---	--------------------	-------------	--------------------	----------------

		(Q)	man (?)	
1	Qanday masalalar aniq integralga keltiriladi?			
2	Integral yig'indi qanday tuziladi?			
3	Aniq integral deb nimaga aytiladi?			
4	Aniq integral qanday belgilanadi?			
5	Funksiya integrallanuvchi bo'lishi uchun qanday xossaga ega bo'lishi kerak?			
6	Aniq integralning asosiy xossalari nimalardan iborat?			
7	Nyuton-Leybnis formulasini qanday?			
8	Aniq integralni hisoblashda o'zgaruvchini olmashtirish qanday bo'ladi?			
9	Aniq integralni bo'laklab integrallash nimadan iborat?			

3-ilova

5-ma'ruza. Aniq integral va uning asosiy xossalari

Reja

1. Aniq integralga keltiriladigan masalalar haqida.
2. Aniq integralning ta'rifi va uning geometrik ma'nosi.
3. Aniq integralning asosiy xossalari.
4. Aniq integralni hisoblash. N'yuton-Leybnis formulasini.

Tayanch ibora va tushunchalar

O'zgaruvchan kuchning bajargan ishi, aniq integral, integral yig'indi, funksiyaning integrallanuvchanligi, aniq integralning asosiy xossalari, aniq integralning kattaligi, N'yuton-Leybnis formulasini, aniq integralda o'zgaruvchini almashtirish, bo'laklab integrallash.

1. **Aniq integralga keltiriladigan masalalar haqida.** Aniq integral matematik tahlilning eng asosiy amallaridan biridir.

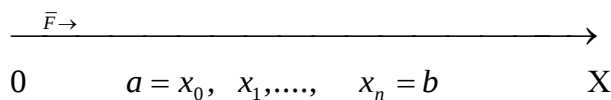
Yuzalarni, yoy uzunliklarini, hajmlarni, o'zgaruvchan kuchning bajargan ishini hamda iqtisodning bir qancha masalalari aniq integralga keltiriladi.

O'zgaruvchan kuchning bajargan ishi masalasi

Masala. Material nuqta F o'zgaruvchan kuch ta'sirida OX o'qi bo'yicha harakatlanayotgan bo'lsin. F kuch ta'sirida material nuqta a nuqtadan v nuqtaga

o'tganda bajarilgan ishni hisoblang. F kuch x ning funksiyasi bo'ladi. $F(x)$ $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lsin.

Yechish: $[a, b]$ kesmani $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ nuqtalar orqali $[x_{i-1}, x_i]$ qisman kesmalarga ajratamiz.



1-chizma.

Mexanikadan ma'lumki kuch o'zgarmas bo'lsa, bajarilgan ish $A = F \cdot l$, bunda F kuch miqdori, l - siljish uzunligi. Har bir qisman kesmada bittadan nuqta tanlaymiz. Bu nuqtalardagi kuchning qiymatini $F(c_i)$ larni hisoblaymiz ($i = 1, n$). Bunda har bir qisman kesmada bajarilgan ish

$$A_i = F(c_i) \Delta x_i$$

bo'ladi. $[a, b]$ kesmada bajarilgan ish taqriban

$$A \approx \sum_{i=1}^n F(c_i) \Delta x_i$$

bo'ladi.

$\max_{1 \leq i \leq n} \Delta x_i = \lambda$ deb belgilasak, bajarilgan ishning aniq qiymati

$$A = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n F(c_i) \Delta x_i \quad (1)$$

bo'ladi.

Shunday qilib, F **o'zgaruvchan kuchning bajargan ishini hisoblash** uchun (1) ko'rinishdagi cheksiz ko'p sondagi cheksiz kichiklar yig'indisining limitini hisoblash kerak ekan. Bunday limitni hisoblashga juda ko'p sondagi geometrik, texnik, texnologik va iqtisodiy jarayonlardagi masalalar keltiriladi.

2. Aniq integralning ta'rif va uning geometrik ma'nosi. Yuqoridagi masalani umumiy holda qaraymiz. kesmada uzluksiz funksiya berilgan bo'lsin. $[a, b]$ kesmani $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, $i = 1, n$ qisman kesmalarga ajratamiz, har bir qisman kesmada bittadan $c_1, c_2, \dots, c_n$ nuqtalar tanlaymiz. Bu nuqtalarda $f(c_i)$

funksiya qiymatlarini hisoblab $f(c_1)\Delta x_1 + f(c_2)\Delta x_2 + \dots + f(c_n)\Delta x_n$ yig'indini tuzamiz? bu yig'indiga $y = f(x)$ funksiya uchun $[a, b]$ kesmadagi integral yig'indi deyiladi. $\max_{1 \leq i \leq n} \Delta x_i = \lambda$ belgilash kiritamiz.

Ta'rif. $\sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$ integral yig'indining $[a, b]$ kesmaning $[x_{i-1}, x_i] (i=1, 2, 3, \dots, n)$ qisman kesmalarga bo'linish usuliga va ularda $c_1, c_2, \dots, c_n$ nuqtalarning tanlanishiga bog'liq bo'lmagan $\lambda \rightarrow 0$ dagi chekli limiti mavjud bo'lsa, bu limitga $f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi **aniq integrali** deyiladi va

$$\int_a^b f(x) dx$$

simvol bilan belgilanadi.

Ta'rifga asosan

$$\int_a^b f(x) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$$

bo'lib, $y = f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa, u **integrallanuvchi** ya'ni bunday funksiyaning **aniq integrali** mavjuddir.

3. Aniq integralning asosiy xossalari

Aniq integral quyidagi asosiy xossalarga ega:

1) chekli sondagi integrallanuvchi funksiyalar algebraik yig'indisining aniq integrali qo'shiluvchilar aniq integrallarining algebraik yig'indisiga teng, ya'ni

$$\int_a^b [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)] dx = \int_a^b f_1(x) dx + \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_3(x) dx;$$

2) o'zgarmas ko'paytuvchini aniq integral belgisidan chiqarish mumkin, ya'ni

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx;$$

3) $[a, b]$ kesmada $f(x) \geq 0$ bo'lsa,

$$\int_a^b f(x)dx \geq 0.$$

bo'ladi;

4) $[a, b]$ kesmada $f(x) \leq g(x)$ tengsizlik bajarilsa,

$$\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$$

bo'ladi;

5) $c \in [a, b]$ kesmadagi biror nuqta bo'lsa,

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

tenglik o'rinli bo'ladi;

6) m va M sonlar $y = f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi mos ravishda eng kichik va eng katta qiymatlari bo'lsa,

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

tenglik o'rinli bo'ladi;

$$7) \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx;$$

$$8) \int_a^a f(x)dx = 0;$$

$$9) \int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(n)dn$$

bo'ladi;

10) $y = f(x)$ $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa, bu kesmada shunday bir c nuqta topiladiki

$$\int_a^b f(x)dx = f'(c)(b-a)$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi. Bunga o'rta qiymat haqidagi teorema deb ham aytiladi.

4. Aniq integralni hisoblash. N'yuton-Leybnis formulasi.

Aniq integralning ta'rifiga asosan, ya'ni cheksiz ko'p sondagi cheksiz kichiklar yig'indisining limitini hisoblash ancha qiyinchilikka olib keladi. Shuning uchun aniq integralni hisoblash uchun, boshqa aniqmas integral bilan aniq integral orasidagi bog'lanishga asoslangan usuldan foydalaniladi.

$F(x), [a, b]$ kesmada uzluksiz $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyalaridan biri bo'lsa

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \quad (2)$$

formula o'rinli bo'lib, bunga **N'yuton-Leybnis formulasi** deyiladi. Bundan foydalanib **aniq integralning kattaligi** hisoblanadi.

Shunday qo'yilib, aniq integralni hisoblash uchun ham, aniqmas integraldagidek, boshlang'ich funksiyaning topish kerak ekan. Bunday masala bilan aniqmas integralni hisoblashda to'laroq shug'ullandik. Demak, aniqmas integralni hisoblashdagi hamma formula va usullar o'z kuchida qolib, undan aniq integralni hisoblashda ham foydalanamiz.

1-misol. $\int_1^4 x^2 dx$ integralni hisoblang.

$$\text{Yechish. } \int_1^4 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_1^4 = \frac{4^3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{64}{3} - \frac{1}{3} = \frac{63}{3} = 21.$$

Eslatma: $y = x^2$ funksiyaning $\frac{x^3}{3}$ boshlang'ich funksiyasini oldik,

buning o'rniga ixtiyoriy $\frac{x^3}{3} + C$ boshlang'ich funksiyasini olganda ham natija bir xil bo'ladi. Haqiqatan, ham

$$\left(\frac{x^3}{3} + C \right) \Big|_1^4 = \frac{4^3}{3} + C - \left(\frac{1^3}{3} + C \right) = \frac{64}{3} + C - \frac{1}{3} - C = \frac{63}{3} = 21$$

bo'ladi. Shuning uchun bundan keyin $C=0$ bo'lgan boshlang'ich funksiyaning olamiz.

2-misol. $\int_0^5 x\sqrt{x+4} dx$ integralni hisoblang:

Yechish; $\sqrt{x+4} = t$ almashtirish olamiz, $x = t^2 - 4$, $dx = 2tdt$ bo'lib, $x = 0$ bo'lganda, $\sqrt{0+4} = t$, $t = 2$, $\sqrt{5+4} = t$, $t = 3$ bo'ladi.

Shunday

$$\int_0^5 x\sqrt{x+4}dx = \int_2^3 (t^2-4)t2tdt = \int_2^3 (2t^4-8t^2)dt = 2\int_2^3 t^4dt - 8\int_2^3 t^2dt = 2\left.\frac{t^5}{5}\right|_2^3 - 8\left.\frac{t^3}{3}\right|_2^3 =$$

$$= \frac{2}{5}(3^5-2^5) - \frac{8}{3}(3^3-2^3) = \frac{2}{5} \cdot 211 - \frac{8}{3} \cdot 19 = \frac{506}{15} = 33\frac{11}{15}.$$

Demak, **aniq integralda o'zgaruvchini almashtirilqanda** o'zgaruvchilar bo'yicha uning integrallash chegaralarini ham almashtirib olinsa, aniqmas integraldagidek oldingi o'zgaruvchiga qaytish kerak emas.

3-misol. $\int_0^{\pi} x \sin x dx$ integralni hisoblang.

Yechish: **Bo'laklab integrallash**

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b u dv$$

formulasidan foydalanamiz:

$$\int_0^{\pi} x \sin x dx = \left| \begin{array}{l} u = x \\ du = dx \\ dv = \sin x dx \\ v = -\cos x \end{array} \right| = -x \cos x \Big|_0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx = -\pi(\cos \pi + \sin x \pi) \Big|_0^{\pi} =$$

$$= -\pi(-1) + \sin \pi - \sin 0 = \pi.$$

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

Quyidagi integrallarni hisoblang:

$$1. \int_2^4 (4x^3 + 3x) dx. \quad 2. \int_0^e \frac{1}{x+1} dx. \quad 3. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{5dt}{\cos^2 t}. \quad 4. \int_4^9 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx.$$

$$5. \int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 8x + 17}. \quad 6. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}}. \quad 7. \int_1^7 \frac{3x}{\sqrt{x+4}} dx. \quad 8. \int_{\pi}^0 5x \cos x dx.$$

2-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

$$\begin{aligned}
& 1. \int_2^4 (5x^3 + 4x) dx. \quad 2. \int_{-2}^e \frac{1}{x+3} dx. \quad 3. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2dt}{\cos^2 t}. \quad 4. \int_4^9 \left(2\sqrt{x} - \frac{5}{\sqrt{x}} \right) dx. \\
& 5. \int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 6x + 10}. \quad 6. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}}. \quad 7. \int_1^5 \frac{2x}{\sqrt{x+5}} dx. \quad 8. \int_{\pi}^0 7x \cos x dx.
\end{aligned}$$

3-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

$$\begin{aligned}
& 1. \int_2^5 (5x^3 - 3x) dx. \quad 2. \int_{-4}^e \frac{1}{x+5} dx. \quad 3. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3dt}{\cos^2 t}. \quad 4. \int_4^9 \left(5\sqrt{x} - \frac{7}{\sqrt{x}} \right) dx. \\
& 5. \int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}. \quad 6. \int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}}. \quad 7. \int_1^5 \frac{4x}{\sqrt{x+7}} dx. \quad 8. \int_{\pi}^0 5 \sin x dx.
\end{aligned}$$

4-varaqa

1. Quyidagi integrallarni hisoblang va ularning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring:

$$\begin{aligned}
& 1. \int_2^7 (8x^3 - 5x) dx. \quad 2. \int_{-3}^e \frac{1}{x+4} dx. \quad 3. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4dt}{\cos^2 t}. \quad 4. \int_4^9 \left(6\sqrt{x} - \frac{10}{\sqrt{x}} \right) dx. \\
& 5. \int_0^2 \frac{dx}{x^2 + 10x + 26}. \quad 6. \int_0^6 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}}. \quad 7. \int_1^6 \frac{7x}{\sqrt{x+9}} dx. \quad 8. \int_{\pi}^0 2x \sin x dx.
\end{aligned}$$

4-ilova

“Aniq integral va uning asosiy xossalari” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. Aniq integralning ta'rifini toping.

A) ta'rif. $\sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$ integral yig'indining $[a, b]$ kesmaning

$[x_{i-1}, x_i] (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ qisman kesmalarga bo'linish usuliga va ularda

$c_1, c_2, \dots, c_n$ nuqtalarning tanlanishiga bog'liq bo'lmagan, qisman kesmalar

eng kattasi uzunligi $\lambda \rightarrow 0$ dagi chekli limiti mavjud bo'lsa, bu limitga $f(x)$

funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi **aniq integrali** deyiladi va

$$\int_a^b f(x) dx$$

simvol bilan belgilanadi

B) ta'rif. $\sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$ integral yig'indining $[a, b]$ kesmaning

$[x_{i-1}, x_i] (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ qismaniy kesmalarga bo'linish usuliga bog'liq bo'lmagan $\lambda \rightarrow 0$ dagi chekli limiti mavjud bo'lsa, bu limitga $f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi **aniq integrali** deyiladi va

$$\int_a^b f(x) dx$$

simvol bilan belgilanadi

D) ta'rif. $\sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$ integral yig'indining $[a, b]$ kesmada $c_1, c_2, \dots, c_n$

nuqtalarning tanlanishiga bog'liq bo'lmagan $\lambda \rightarrow 0$ dagi chekli limiti mavjud bo'lsa, bu limitga $f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi **aniq integrali** deyiladi va

$$\int_a^b f(x) dx$$

simvol bilan belgilanadi

E) ta'rif. $\sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$ integral yig'indining $[a, b]$ kesmaning

$[x_{i-1}, x_i] (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ qismaniy kesmalarga bo'linish usuliga va ularda $c_1, c_2, \dots, c_n$ nuqtalarning tanlanishiga bog'liq bo'lmagan chekli limiti mavjud bo'lsa, bu limitga $f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi **aniq integrali** deyiladi va

$$\int_a^b f(x) dx$$

simvol bilan belgilanadi

2. Aniq integral quyidagi xossalardan qaysilari to'g'ri berilgan: 1) chekli sondagi integrallanuvchi funksiyalar algebraik yig'indisining aniq integrali qo'shiluvchilar aniq integrallarining algebraik yig'indisiga teng, ya'ni

$$\int_a^b [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)] dx = \int_a^b f_1(x) dx + \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_3(x) dx;$$

2) o'zgarmas ko'paytuvchini aniq integral belgisidan chiqarish mumkin, ya'ni

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx;$$

3) $[a, b]$ kesmada $f(x) \geq 0$ bo'lsa,

$$\int_a^b f(x) dx \geq 0.$$

bo'ladi;

4) $[a, b]$ kesmada $f(x) \leq g(x)$ tengsizlik bajarilsa,

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$

bo'ladi.

A) hammasi

B) 1), 3)

D) 2), 4)

E) 2), 3)

3. Aniq integral quyidagi xossalardan qaysilari to'g'ri berilgan: 1) $c \in [a, b]$ kesmadagi biror nuqta bo'lsa,

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

tenglik o'rinli bo'ladi; 2) m va M sonlar $y = f(x)$ funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi mos ravishda eng kichik va eng katta qiymatlari bo'lsa,

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a) \text{ tenglik o'rinli bo'ladi;}$$

$$3) \int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx.$$

A) hammasi

B) 3)

D) 1)

E) 2)

4. Aniq integral quyidagi xossalardan qaysilari to'g'ri berilgan: 1)

$$\int_a^a f(x)dx = 0; \quad 2) \int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(n)dn \text{ bo'ladi;}$$

3) $y = f(x)$ $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa, bu kesmada shunday bir c nuqta topiladiki

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$$

tenglik o'rinli bo'ladi.

A) hammasi

B) 2)

D) 1)

E) 3)

5. $F(x)$ funksiya $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasi bo'lsa, N'yuton-Leybnis formulasini toping.

$$A) \int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\text{B)} \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(b)$$

$$\text{D)} \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) + F(a)$$

$$\text{E)} \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(\hat{a} - b)$$

II darajali testlar

6. $\int_1^4 x^2 dx$ integralni hisoblang.

$$\text{A)} \int_1^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^4 = \frac{4^3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{64}{3} - \frac{1}{3} = \frac{63}{3} = 21$$

$$\text{B)} \int_1^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^4 = \frac{4^3}{3} + \frac{1}{3} = \frac{64}{3} + \frac{1}{3} = \frac{65}{3}$$

$$\text{D)} \int_1^4 x^2 dx = 3x^2 \Big|_1^4 = 3(4^2 - 1^2) = 45$$

$$\text{E)} \int_1^4 x^3 dx = \frac{x^4}{3} \Big|_1^4 = \frac{4^4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{64}{3} - \frac{1}{3} = 127$$

7. $\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ integralni hisoblab toping.

$$\text{A)} \ln 2$$

$$\text{B)} \ln 3$$

$$\text{D)} 0$$

$$\text{E)} \ln 4$$

8. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6}{\cos^2 t} dt$ integralni hisoblab toping.

$$\text{A)} 6$$

B) 1

D) $\frac{\pi}{4}$

E) -1

III darajali testlar

9. $\int_0^5 x\sqrt{x+4} dx$ integralni hisoblab toping.

A) $\frac{506}{15}$

B) $\frac{56}{5}$

D) $\frac{566}{15}$

E) $\frac{502}{15}$

10. $\int_0^{\pi} x \sin x dx$ integralni hisoblab toping.

A) π

B) $-\pi$

D) 2π

E) 0

11. $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} dx$ integralni hisoblab toping.

A) $\ln(1 + \sqrt{\frac{2}{3}})$

B) $\ln(1 - \sqrt{\frac{2}{3}})$

D) $\ln(1 + \sqrt{2})$

E) $\ln(1 + \sqrt{3})$

6-ma'ruza mashg'ulot

1.1. “Aniq integralning tatbiqlari” mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

6-mavzu	Aniq integralning tatbiqlari
Vaqt-2soat	Talabalar soni: ____ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza
Mashg'ulot rejasi	1. Aniq integral yordamida yassi figuralar yuzlarini hisoblashga oid misollar eichish. 2. Egri chiziq yoyi uzunligini hisoblashga doir misollar eichish. 3. Aylanma jism hajmini hisoblash. 4. Aniq integralning iqtisodiyotga tatbiqlari.
Asosiy tushuncha va atamalar	Egri chiziqli trapesiya, egri chiziq yoyining uzunligi, aylanma jism hajmi, ishlab chiqarishning mehnat unumdorligi, mahsulotlar (tovarlar) zahirasi, mahsulot ishlab chiqarish hajmi, daromad funksiyasi.
Mashg'ulotining maqsadi	Aniq integralning tatbiqlari haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Aniq integral yordamida yassi figuralar yuzlarini hisoblash. 4. Egri chiziq yoyi uzunligini hisoblash. 5. Aylanma jism hajmini hisoblash. 6. Aniq integralning iqtisodiyotga tatbiqlarini ko'rsatish.	1. Aniq integral yordamida yassi figuralar yuzlarini hisoblashga oid misollarni eicha bilish. 2. Egri chiziq yoyi uzunligini hisoblashga doir misollar eicha bilish. 3. Aylanma jism hajmini hisoblay bilish. 4. Aniq integralning iqtisodiyotga tatbiqlarini ko'rsata bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	Ko'rgazmali ma'ruza, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot

	texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. “Aniq integralning tatbiqlari” mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Aniq integral yordamida qanday yuzalarni hisoblash mumkin? 2. Egri chiziq yoyining uzunligi qanday formula yordamida hisoblanadi? 3. Aylanma jism hajmini hisoblash formulasi nimadan iborat? 4. O'zgaruvchan kuchning bajargan ishi aniq integral yordamida qanday hisoblanadi? 5. Mehnat unumdorligi funksiyasi nima?	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar. Tinglaydilar; savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.

	6. Ishlab chiqarish mehnat unumdorligini aniq integral yordamida hisoblash mumkinmi va qanday? 7. Omborga keltirilgan mahsulotlar miqdorini aniq integral yordamida qanday hisoblanadi? 8. Mahsulot ishlab chiqarish arifmetik progressiya bo'yicha o'suvchi bo'lsa, uning hajmi aniq integral yordamida qanday hisoblanadi? 9. Yillik daromad funksiyasi nima? 10. Diskontli daromad nima va u aniq integral yordamida qanday hisoblanadi.	
3- bosqich, yakuniy(10 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan belgilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:

V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalar

1. "Insert" texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	Aniq integral yordamida yuzalarni qanday hisoblash mumkin?			
2	Egri chiziq yoyining uzunligi qanday formula yordamida hisoblanadi?			
3	Aylanma jism hajmini hisoblash formulasi nimadan iborat?			
4	Mehnat unumdorligi funksiyasi nima?			
5	Ishlab chiqarish mehnat unumdorligini aniq integral yordamida hisoblash mumkinmi va qanday?			
6	Omborga keltirilgan mahsulotlar miqdorini aniq integral yordamida qanday hisoblanadi?			
7	Mahsulot ishlab chiqarish arifmetik progressiya bo'yicha o'suvchi bo'lsa, uning hajmi aniq integral yordamida qanday hisoblanadi?			
8	Yillik daromad funksiyasi nima?			
9	Diskontli daromad nima va u aniq integral yordamida qanday hisoblanadi.			

3-ilova

6-ma'ruza. Aniq integralning tatbiqlari

Reja

1. Aniq integral yordamida yassi figuralar yuzlarini hisoblash.
2. Egri chiziq yoyi uzunligini hisoblash.

3. Aylanma jism hajmini hisoblash.

4. Aniq integralning iqtisodiyotga tatbiqlari.

Tayanch ibora va tushunchalar

Yuzalarni hisoblash, egri chiziqli trapesiya, egri chiziq yoyining uzunligi, aylanma jism hajmi, o'zgaruvchan kuchning bajargan ishi, ishlab chiqarishning mehnat unumdorligi, mahsulotlar (tovarlar) zahirasi, mahsulot ishlab chiqarish hajmi, daromad funksiyasi,

1. Aniq integral yordamida yassi figuralar yuzlarini hisoblash $y = f(x)$ funksiya grafigi, $x = a$, $x = b$ ikkita to'g'ri chiziqlar va OX o'qi bilan chegaralangan figuraga egri chiziqli trapesiya deyiladi. Bunday egri chiziqli trapesiyaning yuzi

$$S = \int_a^b y dx = \int_a^b f(x) dx \quad (1)$$

formula bilan hisoblanadi (1-chizma)

Umumiy hol, ya'ni $y_1 = f_1(x)$, $y_2 = f_2(x)$, $f_2(x) \geq f_1(x)$ chiziqlar bilan chegaralangan yuza

$$S_1 = \int_{x_1}^{x_2} [f_2(x) - f_1(x)] dx \quad (2)$$

aniq integralga teng bo'ladi .

$x = \varphi(y)$, $y = c$, $y = d$, $x = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan yuza

$$S_2 = \int_c^d x dy = \int_c^d \varphi(y) dy \quad (3)$$

aniq integral bilan hisoblanadi.

Egri chiziq parametrik

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t) \end{cases}$$

tenglama bilan berilgan bo'lsa, yuza

$$S = \int_{t_1}^{t_2} y(t)x'(t) dt \quad (4)$$

formula bo'yicha hisoblanadi.

4-misol. $xy = 8$, $x = 1$, $x = e$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan yuzani hisoblang.

Yechish. $y = \frac{8}{x}$ bo'lib, (3) formulaga asosan,

$$S_1 = \int_0^e y dx = \int_0^e \frac{8}{x} dx = 8(\ln e - \ln 1) = 8.$$

5-misol. $y = x^2$, $y^2 = x$ chiziqlar bilan chegaralangan yuzani toping.

Yechish:
$$\begin{cases} y = x^2, \\ y^2 = x \end{cases}$$

tenglamalar sistemasidan $x^4 = x$, $x^4 - x = 0$, $x_1 = 0$; $x_2 = 1$ kesishish nuqtalarining absissalari bo'lib, bu yuza

$$S = \int_0^1 [\sqrt{x} - x^2] dx = \left. \frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^3}{3} \right|_0^1 = \left(\frac{2}{3} - 0 \right) - \left(\frac{1}{3} - 0 \right) = \frac{1}{3}$$

bo'ladi.

6-misol. Ellipsning

$$\begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 2 \sin t \end{cases}$$

parametrik tenglamasidan foydalanib uning yuzini toping.

Yechish. Ellips koordinat o'qlariga nisbatan simmetrikligidan foydalanib, hamda $x = 3 \cos t$ tenglamada $x = 0$, $x = 3$ bo'lganda $t_1 = \frac{\pi}{2}$, $t_2 = 0$ bo'lganligini hisobgaolib,

$$\begin{aligned} S &= 4 \int_{\frac{\pi}{2}}^0 y dx = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin t (-3 \sin t) dt = 24 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t dt = 24 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt = 12 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2t) dt \\ &= 12 t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{12}{2} \sin 2t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 12 \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) - 6(\sin \pi - \sin 0) = 6\pi. \end{aligned}$$

2. **Egri chiziq yoyi uzunligini hisoblash.** To'g'ri burchakli koordinatlar sistemasida $y = f(x)$ $[a, b]$ kesmada silliq (ya'ni $y = f(x)$ hosila uzluksiz) bo'lsa, bu egri chiziq yoyining uzunligi

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx$$

(5)

formula yordamida hisoblanadi.

Egri chiziq parametrik tenglama

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

bilan berilgan bo'lsa, yoy uzunligi

$$l = \int_a^b \sqrt{(x')^2 + (y')^2} dt$$

aniq integral bilan hisoblanadi.

Silliqlik egri chiziqli qutb koordinatalarida $r = r(\varphi)$, $(\alpha \leq \varphi \leq \beta)$ tenglama bilan berilgan bo'lsa, yoy uzunligi

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + (r')^2} d\varphi \quad (6)$$

formula bilan hisoblanadi.

7-misol. $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$

astroida yoyining uzunligini toping.

Yechish: Astroida koordinat o'qlariga nisbatan simmetrik bo'lganligi uchun $1/4$ yoy uzunligini topamiz.

Oshkormas funksiya hosilasiga asosan

$$\frac{2}{3x^{-\frac{1}{3}}} + \frac{2}{3y^{-\frac{1}{3}}} y' = 0 \quad \text{bundan,} \quad y' = -\frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x}}. \quad \text{Yoy uzunligi formulasiga}$$

asosan,

$$\begin{aligned} l &= 4 \int_0^a \sqrt{1 + (y')^2} dx = 4 \int_0^a \sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x}}\right)^2} dx = \\ &= 4 \int_0^a \sqrt{\frac{a^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}} + \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}} dx = 4 \int_0^a \frac{a^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}} dx = 4 \sqrt[3]{a} \int_0^a x^{-\frac{1}{3}} dx = 4 \sqrt[3]{a} \left. \frac{x^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} \right|_0^a = 4 \frac{3}{2} \sqrt[3]{a} \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} - 0 \right) = 6a. \end{aligned}$$

3. Aylanma jism hajmini hisoblash

$y = f(x)$, $x = a$, $x = b$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning hajmi

$$V_x = \pi \int_a^b y^2 dx = \pi \int_a^b f^2(x) dx \quad (7)$$

aniq integral bilan hisoblanadi.

$x = \varphi(y)$, $y = c$, $y = d$, $x = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OY o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning hajmi

$$V_y = \pi \int_c^d x^2 dy = \pi \int_c^d \varphi^2(y) dy \quad (8)$$

formula bilan hisoblanadi.

8-misol. $y^2 = 2x$ parabola, $x = 3$ to'g'ri chiziq va OX o'qi bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning hajmini hisoblang.

Yechish. Masala shartiga ko'ra x o dan 3 gacha o'zgaradi. Demak,

$$V_x = \pi \int_0^3 y^2 dx = \pi \int_0^3 2x dx = \pi x^2 \Big|_0^3 = \pi(3^2 - 0^2) = 9\pi.$$

9-misol. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ellipsning OY o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.

Yechish. Bunday jismga aylanma ellipsoid deyiladi. Ellips tenglamasidan

$$x^2 = a^2 \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \text{ bo'lib, integralning chegaralari } c = -b, d = b \text{ bo'ladi.}$$

(8) formulaga asosan,

$$V_y = \pi \int_{-b}^b a^2 \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) dy = \pi a^2 \int_{-b}^b dy - \frac{\pi a^2}{b^2} \int_{-b}^b y^2 dy = \pi a^2 y \Big|_{-b}^b - \pi \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{y^3}{3} \Big|_{-b}^b =$$

$$= \pi a^2 [b - (-b)] - \pi \frac{a^2}{3b^2} [b^3 - (-b)^3] = 2\pi a^2 b - \frac{2}{3} \pi a^2 b = \frac{4}{3} \pi a^2 b.$$

$$\text{Demak, } V_y = \frac{4}{3} \pi a^2 b$$

$$a = b = R \text{ bo'lsa, shar hosil bo'lib } V_u = \frac{4}{3} \pi R^3 \text{ bo'ladi.}$$

4. Aniq integralning iqtisodiyotga tatbiqlari

Endi aniq integralning iqtisodiyotga tatbiqlarini qaraymiz. 1). Ma'lumki, **mehnat unumdorligi** ish kuni mobaynida o'zgaruvchi miqdordir. Mehnat unumdorligi $y = f(x)$ funksiya bilan ifodalansin, bunda x ish kunining boshlanishidan hisoblangan vaqt oralig'i, $f(x)$ esa vaqtning shu onidagi (momentidagi) **mehnat unumdorligini** bildiradi. Mehnat unumdorligining ish kunining 4-soatidagi hajmini hisoblash masalasi qo'yilgan bo'lsin.

Vaqtning (3,4) oralig'ini eng kattasining uzunligi Δx bo'lgan oraliqlarga bo'lamiz va $f(x)$ funksiya bu kichik oraliqlarda o'zgarmas desak ishlab chiqarish mehnat unumdorligini $f(x) \Delta x$ ko'paytmaga teng bo'ladi. Shunday qilib, ish kunining 4-soatidagi ishlab chiqarish mehnat unumdorligi

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_3^4 f(x) \Delta x = \int_3^4 f(x) dx$$

tenglik bilan ifodalanadi.

2). Mahsulotlar omboriga vaqt birligida keltiriladigan **mahsulot miqdorini** $f(x)$ va mahsulot omborga kelib tushushidan boshlangan vaqt birligi x bo'lsa, x dan $x + \Delta x$ vaqt oralig'idagi omborga $f(x) \Delta x$ birlik mahsulot keladi. Demak, omborga mahsulot uzluksiz kelib tursa, undagi **tovarning zahirasi**

$$\int_0^x f(x) dx$$

bilan ifodalanadi.

3). Mashinasozlik sanoati biror xildagi stanoklarni ishlab chiqaradi va yillik ishlab chiqarishi o'zgarmas a ga teng bo'lib, x shu stanoklar ishlab chiqarilgan yillar bo'lsin.

Vaqtning t onidagi (momentidagi) stanoklar soni (ular ishdan chiqmagan deb olinadi).

$$\int_0^t a dx = [ax]_0^t = at$$

bo'ladi. Agar **mahsulot ishlab chiqarish hajmi** arifmetik progressiya bo'yicha o'suvchi ya'ni

$$f(x) = a_0 + a_1 x$$

bo'lsa, stanoklar soni

$$\int_0^t (a_0 + a_1 x) dx = \left[a_0 x + \frac{a_1 x^2}{2} \right]_0^t = a_0 t + \frac{a_1 t^2}{2}$$

tashkil etadi.

4). Yillik daromad t vaqtning funksiyasi $D = f(x)$ bo'lsin. Prosent (foiz) me'yori ulushi i bo'lib, foizlar ustiga qo'shib uzluksiz hisoblanadi. Daromadning t yilga hisoblangan diskontli hajmini toping. Diskont deb oxiri jami mablag' bilan boshlang'ich mablag' orasidagi farqqa aytiladi.

Bu miqdorni hisoblash uchun, vaqt oralig'i t ni n ta teng bo'laklarga ajratamiz. Vaqtning juda ham kichik Δt oralig'ida daromadni o'zgarmas deb $f(t) \Delta t$ ga teng qilib olish mumkin. Uzluksiz ustiga qo'shib hisoblangan foizlarda diskontli daromad quyidagicha hisoblanadi:

$$\frac{f(t) \Delta t}{e^{it}} = f(t) \Delta t e^{-it}.$$

$(0, t)$ vaqt oralig'idagi diskontli daromad miqdori

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_0^t f(t) e^{-it} \Delta t = \int_0^t f(t) e^{-it} dt$$

bo'ladi.

Xususiyl holda, yillik daromad o'zgarmas bo'lsa, ya'ni $f(x) = a$ bo'lsa, diskontli daromad

$$d = \int_0^t a e^{-it} dt = a \int_0^t e^{-it} dt = a \left[-\frac{1}{i} e^{-it} \right]_0^t = \frac{a}{i} (1 - e^{-it})$$

bo'ladi.

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Qo'yidagi chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzlarini hisoblang.

1) $y = x^2 - 6x + 8$, $y = 0$; 2) $x = 4 - y^2$, $x = 0$; 3) $y = \ln x$, $x = e$, $y = 0$;

4) $y = \frac{x^2}{2}$ parabola, $x = 1$, $x = 3$ to'g'ri chiziqlar va OX o'qi bilan chegaralangan;

5) $x = 2 - y^2 - y^2$, $x = 0$; 6) $y = 2 - x^2$, $y = x^2$;

7) $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$; 8) $x = 3t^2$, $y = t^3 - t^3$.

2. $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishdan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.

3. 1) $y^2 = (x + 4)^3$ va $x = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OY o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.

2) $y = x^3$, $x = 0$, $y = 8$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OY o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. Qo'yidagi chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzlarini hisoblang.

1) $y = x^2 - 6x + 8$, $y = 0$; 2) $x = 4 - y^2$, $x = 0$; 3) $y = \ln x$, $x = 2e$, $y = 0$;

2) $y = \frac{x^2}{2}$ parabola, $x = 1$, $x = 3$ to'g'ri chiziqlar va OX o'qi bilan chegaralangan yuzani hisoblang.

3. $y = 2 - x^2$, $y = x^2$ chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzini hisoblang.

4. $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishdan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.

5. Mehnat unumdorligi $y = f(x)$ funksiya bilan ifodalansin, bunda x ish kunining boshlanishidan hisoblangan vaqt, $f(x)$ esa vaqtning shu onidagi (momentidagi) **mehnat unumdorligini** bildiradi. Mehnat unumdorligining ish kunining 3-soatidagi hajmini hisoblash masalasi qo'yilgan bo'lsa, u aniq integral orqali qanday ifodalanadi?

2-varaqa

1. Qo'yidagi chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzlarini hisoblang.

1) $y = x^2 - 5x + 6$, $y = 0$; 2) $x = 9 - y^2$, $x = 0$; 3) $y = \ln x$, $x = 3e$, $y = 0$.

2. $y = x^2$ parabola, $x = 2$, $x = 3$ to'g'ri chiziqlar va OX o'qi bilan chegaralangan yuzani hisoblang.
3. $y = 4 - x^2$, $y = x^2$. chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzini hisoblang.
4. $y = \frac{6}{x}$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishdan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.
5. Mehnat unumdorligi $y = f(x)$ funksiya bilan ifodalansin, bunda x ish kunining boshlanishidan hisoblangan vaqt, $f(x)$ esa vaqtning shu onidagi (momentidagi) **mehnat unumdorligini** bildiradi. Mehnat unumdorligining ish kunining 5-soatidagi hajmini hisoblash masalasi qo'yilgan bo'lsa, u aniq integral orqali qanday ifodalanadi?

3-varaqa

1. Qo'yidagi chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzlarini hisoblang.
1) $y = x^2 - 8x + 12$, $y = 0$; 2) $x = 25 - y^2$, $x = 0$; 3) $y = \ln x$, $x = 5e$, $y = 0$.
2. $y = 2x^2$ parabola, $x = 2$, $x = 3$ to'g'ri chiziqlar va OX o'qi bilan chegaralangan yuzani hisoblang.
3. $y = 8 - x^2$, $y = x^2$. chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzini hisoblang.
4. $y = \frac{6}{x}$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishdan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.
5. Mehnat unumdorligi $y = f(x)$ funksiya bilan ifodalansin, bunda x ish kunining boshlanishidan hisoblangan vaqt, $f(x)$ esa vaqtning shu onidagi (momentidagi) **mehnat unumdorligini** bildiradi. Mehnat unumdorligining ish kunining 2-soatidagi hajmini hisoblash masalasi qo'yilgan bo'lsa, u aniq integral orqali qanday ifodalanadi?

4-varaqa1.

- Qo'yidagi chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzlarini hisoblang.
- 1) $y = x^2 - 5x + 6$, $y = 0$; 2) $x = 9 - y^2$, $x = 0$; 3) $y = \ln x$, $x = 4e$, $y = 0$.
 2. $y = \frac{x^2}{4}$ parabola, $x = 2$, $x = 3$ to'g'ri chiziqlar va OX o'qi bilan chegaralangan yuzani hisoblang.
 3. $y = 6 - x^2$, $y = x^2$. chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzini hisoblang.
 4. $y = \frac{9}{x}$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishdan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.
 5. Mehnat unumdorligi $y = f(x)$ funksiya bilan ifodalansin, bunda x ish kunining boshlanishidan hisoblangan vaqt, $f(x)$ esa vaqtning shu onidagi (momentidagi) **mehnat unumdorligini** bildiradi. Mehnat unumdorligining ish

kunining 6-soatidagi hajmini hisoblash masalasi qo'yilgan bo'lsa, u aniq integral orqali qanday ifodalanadi?

4-ilova

“Aniq integralning tatbiqlari” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. Aniq integral yordamida yassi figuralar yuzlarini hisoblash formulalari qaysi raqamda to'g'ri berilgan:

1) $y = f(x)$ funksiya grafigi, $x = a$, $x = b$ ikkita to'g'ri chiziqlar va OX o'qi

bilan chegaralangan egri chiziqli trapesiyaning yuzi $S = \int_a^b y dx = \int_a^b f(x) dx$

formula bilan hisoblanadi ;

2) umumiy hol, ya'ni,

$$y_1 = f_1(x), \quad y_2 = f_2(x), \quad f_2(x) \geq f_1(x)$$

chiziqlar bilan chegaralangan yuza,

$$S_1 = \int_{x_1}^{x_2} [f_2(x) - f_1(x)] dx$$

aniq integralga teng bo'ladi;

3) $x = \varphi(y)$, $y = c$, $y = d$, $x = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan yuza,

$$S_2 = \int_c^d x dy = \int_c^d \varphi(y) dy$$

aniq integral bilan hisoblanadi.

A) hammasi

B) 3)

D) 2)

E) 1)

2. Egri chiziq yoyi uzunligini hisoblash fo'rmulasini toping.

A) To'g'ri burchakli koordinatlar sistemasida $y = f(x)$ $[a, b]$ kesmada silliq (ya'ni $y = f(x)$ hosila uzluksiz) bo'lsa, bu egri chiziq yoyining uzunligi

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx$$

formula yordamida hisoblanadi.

B) To'g'ri burchakli koordinatlar sistemasida $y = f(x)$ $[a, b]$ kesmada silliq (ya'ni $y = f(x)$ hosila uzluksiz) bo'lsa, bu egri chiziq yoyining uzunligi

$$S_1 = \int_{x_1}^{x_2} [f_2(x) - f_1(x)] dx$$

formula yordamida hisoblanadi.

D) To'g'ri burchakli koordinatlar sistemasida $y = f(x)$ $[a, b]$ kesmada silliq (ya'ni $y = f(x)$ hosila uzluksiz) bo'lsa, bu egri chiziq yoyining uzunligi

$$S = \int_a^b y dx = \int_a^b f(x) dx$$

formula yordamida hisoblanadi.

E) To'g'ri burchakli koordinatlar sistemasida $y = f(x)$ $[a, b]$ kesmada silliq (ya'ni $y = f(x)$ hosila uzluksiz) bo'lsa, bu egri chiziq yoyining uzunligi

$$V_x = \pi \int_a^b y^2 dx = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

formula yordamida hisoblanadi.

3. Aylanma jism hajmini hisoblash formulalari qaysi raqamlarda to'g'ri berilgan:

1) $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning hajmi

$$V_x = \pi \int_a^b y^2 dx = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

aniq integral bilan hisoblanadi; 2). $x = \varphi(y)$, $y = c$, $y = d$, $x = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OY o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning hajmi

$$V_y = \pi \int_c^d x^2 dy = \pi \int_c^d \varphi^2(y) dy$$

formula bilan hisoblanadi; 3) $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning

hajmi $V_x = \pi \int_a^b x^2 dx$ aniq integral bilan hisoblanadi.

A) 1),2)

B)hammasi

D) 1),3)

E) 2),3)

II darajali testlar

4. Ushbu $xy = 5$, $x = 1$, $x = e$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan yuzani hisoblang.

A) 5

B) 8

D) 4

E) -5

5. Ushbu $y = x^2$, $y^2 = x$ chiziqlar bilan chegaralangan yuzani toping.

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{3}{2}$

E) $-\frac{1}{3}$

6. $y^2 = 4x$ parabola, $x = 3$ to'g'ri chiziq va OX o'qi bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jismning hajmini hisoblang.

A) 18π

B) 9π

D) 18

E) -18π

III darajali testlar

7. Ellipsning

$$\begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 2 \sin t \end{cases}$$

parametrik tenglamasidan foydalanib uning yuzini toping.

A) 6π

- B) 3π
 D) 2π
 E) -6π

8. Ushbu $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ astroida yoyining uzunligini toping.

- A) $6a$
 B) $4a$
 D) $\frac{3}{2}a$
 E) $-6a$

9. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ellipsning OY o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.

- A) 24π
 B) 12π
 D) 4π
 E) -24π

5-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

- Ushbu chiziqlar bilan chegaralangan figuralarning yuzlarini hisoblang.
 1) $x = 2 - y^2 - y^2$, $x = 0$; 2) $y = 2 - x^2$, $y = x^2$;
 3) $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$; 4) $x = 3t^2$, $y = t^3 - t^3$.
- Ushbu $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OX o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.
- Ushbu $y^2 = (x + 4)^3$ va $x = 0$ chiziqlar bilan chegaralangan figuraning OY o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan jism hajmini hisoblang.

7-ma'ruza mashg'ulot

1.1. "Aniq integralni taqribiy hisoblash. Xosmas integrallar" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

7-mavzu	Aniq integralni taqribiy hisoblash. Xosmas integrallar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: __ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza.
Mashg'ulot rejasi	1. Trapesiyalar formulasiga asosan aniq integralni taqribiy hisoblash. 2. Simpson formulasiga asosan aniq

	integralni taqribiy hisoblash. 3. Xosmas integrallarni hisoblash.
Asosiy tushuncha va atamalar	Taqribiy hisoblash, trapesiyalar formulasiga, Simpson formulasiga, hisoblash xatosi, parabolik trapesiya, xosmas integral, cheksiz oraliq bo'yicha integral, xosmas integral yaqinlashuvchi, xosmas integrallarning uzoqlashuvchi, chegaralanmagan funksiyani chekli oraliq bo'yicha xosmas integrali.
Mashg'ulotning maqsadi	Aniq integralni taqribiy hisoblash va xosmas integrallarni haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Trapesiyalar formulasiga asosan aniq integralni taqribiy hisoblashga oid misollar eichishni tushuntirish. 4. Simpson formulasiga asosan aniq integralni taqribiy hisoblashga doir misollar eichishni tushuntirish. 3. Xosmas integrallarni hisoblashga oid misollar eichish.	1. Trapesiyalar formulasiga asosan aniq integralni taqribiy hisoblashga oid misollarni eichish. 2. Simpson formulasiga asosan aniq integralni taqribiy hisoblashga doir misollar eichishni bilish. 3. Uzlaksiz funksiyalarning cheksiz oraliq bo'yicha (1-tur) xosmas integrallarni hisoblay bilish. 4. Chegaralanmagan funksiyalarning chekli oraliq bo'yicha (2-tur) xosmas integrallarni hisoblay bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	Ko'rgazmali ma'ruza, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proyektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya

1.2. "Aniq integralni taqribiy hisoblash. Xosmas integrallar" mavzusi bo'yicha amaliy mashg'ulotning texnologik xaritasi

Ish bosqichlari	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
-----------------	-----------------	-------------------

va vaqti		
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)). Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60- daqqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Qanday hollarda taqribiy hisoblash usullaridan foydalanish mumkin? 2. Trapesiyalar formulasi qanday yoziladi ? 3. Simpson fomulasini yozing. 4. Chegaralari cheksiz bo'lgan integral qanday aniqlanadi ? 5. Xosmas integrallarning yaqinlashuvligi va uzoqlashuvchiligi nimalardan iborat ? 6.Kesmada uzulishga ega bo'lgan funksiyaning integrali qanday aniqlanadi?	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(15 daqqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi.	Savol beradilar; Tinglaydilar.

	3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova).	Tinglaydilar.
	3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	Qanday hollarda taqribiy hisoblash usullaridan foydalanish mumkin?			
2	Trapeziyalar formulasi qanday ?			
3	Simpson fomulasini nimadan iborat?			
4	Chegaralari cheksiz bo'lgan integral qanday aniqlanadi ?			
5	Xosmas integrallarning yaqinlashuvligi va uzoqlashuvchiligi nimalardan iborat ?			
6	Kesmada uzulishga ega bo'lgan funksiyaning integrali qanday aniqlanadi?			

3-ilova

7-ma'ruza. Aniq integralni taqribiy hisoblash. Xosmas integrallar

Reja

1. Trapeziyalar formulasi.
2. Simpson formulasi.
3. Xosmas integrallar.

Tayanch ibora va tushunchalar

Taqribiy hisoblash, trapeziyalar formulasi, Simpson formulasi, hisoblash xatosi, parabolik trapeziya, xosmas integral, cheksiz oraliq bo'yicha integral, xosmas integral yaqinlashuvchi, xosmas integrpl uzoqlashuvchi, chegaralanmagan funksiyaning chekli oraliq bo'yicha xosmas integrali.

Hisoblash amaliyotida ko'pincha boshlang'ich funksiyalari elementar bo'lmagan, ya'ni chekli ko'rinishda ifodalab bo'lmaydigan funksiyalardan olingan integrallar bilan, shuningdek, jadval yoki grafik usulda berilgan funksiyalardan olingan integrallar bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi. Bunday hollarda Nyuton - Leybnis formulasini qo'llab bo'lmaydi va integral taqribiy usullar yordamida hisoblanadi.

Hisoblash mashinalarining jadal taraqqiy etib borishi natijasida aniq integrallarni hisoblashning taqribiy usullari keng tatbiq qilinmoqda.

Integral ostidagi funksiya elementar boshlang'ich funksiyaga ega bo'lsada, biroq, uni Nyuton - Leybnis formulasi bo'yicha hisoblash murakkab va katta hajmdagi hisoblash ishlarini talab etadigan hollarda ham taqribiy hisoblash usullari afzal bo'ladi.

Aniq integralni taqribiy hisoblashning bir necha usullari mavjud bo'lib ulardan ko'proq ishlatiladiganlari trapesiyalar va Simpson usullaridir.

1. Trapesiyalar formulasi

Trapesiyalar formulasi

$$\int_a^b f(x)dx$$

aniq integralni hisoblash talab etilsin $y = f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz $[a, b]$ kesmani $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ nuqtalar orqali n ta teng qismaniy kesmalarga ajratamiz. Funksiyaning x_i nuqtalaridagi $y_i = f(x_i)$ qiymatlarini hisoblaymiz ($i = 1, n$). $[x_{i-1}, x_i]$ qismaniy kesmalarning uzunligi $\frac{(b-a)}{n}$ kattalik integrallash qadami deyiladi. Bo'linish nuqtalaridan $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ ordinatlarni o'tkazamiz. Ordinatlarni oxirlarini to'g'ri chiziqlar bilan tutashtirib trapesiyalar hosil qilamiz.

Aniq integralning taqribiy qiymati uchun, hosil bo'lgan trapesiyalar yuzlarining yig'indisini olamiz. Bu holda

$$S = \int_a^b f(x)dx \approx \frac{y_0 + y_1}{2} \cdot \frac{b-a}{n} + \frac{y_1 + y_2}{2} \cdot \frac{b-a}{n} + \frac{y_2 + y_3}{2} \cdot \frac{b-a}{n} + \dots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2} \cdot \frac{b-a}{n}$$

Shunday qilib, natijada

$$S = \int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} \left[\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} \right] \quad (1)$$

formulani olamiz. (1) formulaga **trapesiyalar formulasi** deb ataladi. Bu formulada egri chiziqli trapesiyalarning yuzlarini to'g'ri chiziqli trapesiyalar yuzlari bilan

taqriban almashtirdik. n o'sib borishi bilan to'g'ri chiziqli trapesiyalarning yuzi egri chiziqli trapesiyalar yuzlariga cheksiz yaqinlashib boradi.

Bu taqribiy hisoblashda yo'l qo'yilgan **absolyut xato**.

$$M_2 \frac{(b-a)^3}{12n^2}$$

ifodadan katta emasligini ko'rsatish mumkin, bunda M_2 , $|f''(x)|$ ning $[a, b]$ kesmadagi eng katta qiymati.

2. Simpson formulasi. $[a, b]$ kesmani $n = 2m$ ta juft miqdordagi teng qismlarga bo'lamiz. Uchta $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ nuqtalar olib ulardan parabola o'tkazamiz. Bu parabola bilan $y = f(x)$ funksiyaning $[x_0, x_2]$ kesmadagi grafigini almashtiramiz. Xuddi shunga o'xshash $y = f(x)$ funksiyaning grafigini $[x_2, x_4], [x_4, x_6]$ va boshqa kesmalarda ham almashtiramiz.

Shunday qilib, bu usulda berilgan $y = f(x)$ egri chiziq bilan chegaralangan trapesiyaning yuzini $[x_0, x_2], [x_2, x_4], [x_4, x_6], \dots$ kesmalarda parabolalar bilan chegaralangan egri chiziqli trapesiyalar yuzlarining yig'indisi bilan almashtiriladi. Bunday egri chiziqli trapesiya **parabolik trapesiya** deyiladi.

Parabolik trapesiyalar yuzlarini qo'shib,

$$S = \int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6m} [y_0 + y_{2m} + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2})] \quad (2)$$

Bu formula **Simpson (parabolalar) formulasi** deyiladi. Simpson formulasining

absolyut xatosi $M_4 \frac{(b-a)^5}{2880n^4}$ dan katta bo'lmaydi, bunda M_4 , $|f^{(4)}(x)|$

funksiyaning $[a, b]$ kesmadagi eng katta qiymati. Xatolarni baholash ifodalaridan ma'lumki n^4 kattalik n^2 kattalikka nisbatan tezroq o'sgani uchun Simpson formulasining xatoligi trapesiyalar formulasi xatosiga nisbatan ancha tez kamayadi.

1-misol. $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ aniq integral trapesiyalar va Simpson

formulalaridan foydalanib taqribiy hisoblansin.

Yechish.

$[0,1]$

kesmani

$x_0 = 0, x_1 = 0.2, x_2 = 0.4, x_3 = 0.6, x_4 = 0.8, x_5 = 1$ nuqtalar yordamida 5 ta teng bo'lakka bo'lamiz. Keyin $f(x) = e^{-x^2}$ funksiyaning shu nuqtalardagi qiymatlarini hisoblaymiz.

$$f(x_0) = f(0) = e^0 = 1,$$

$$f(x_1) = f(0.2) \approx 0.96079,$$

$$f(x_2) = f(0.4) \approx 0.85214,$$

$$f(x_3) = f(0.6) \approx 0.69768,$$

$$f(x_4) = f(0.8) \approx 0.52729,$$

$$f(x_5) = f(1) \approx 0.36788.$$

Trapeziyalar formulasi bo'yicha

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx \approx \frac{1}{5} \left[\frac{1 + 0.36788}{2} + 0.96079 + 0.85214 + 0.69769 + 0.52729 \right] = 0.74805.$$

Simpson formulasi bo'yicha, hisoblash uchun $[0,1]$ kesmani

$x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{2}, x_3 = \frac{3}{4}, x_4 = 1$ nuqtalar orqali 4 ta teng bo'laklarga

ajratamiz va bu nuqtalarda funksiyaning qiymatlari

$$y_0 = 1, \quad y_1 = (0.25) \approx 0.9394, \quad y_2 = (0.5) \approx 0.7788,$$

$$y_3 = (0.75) \approx 0.5698, \quad y_4 = (1) \approx 0.3679$$

bo'ladi.

Simpson formulasiga asosan:

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx \approx \frac{1}{12} [1 + 0.3679 + 4(0.9394 + 0.5698) + 2 \cdot 0.7788] \approx 0.7469$$

bo'ladi.

3. Xosmas integrallar. Aniq integralning ta'rifida integrallash chegaralari chekli va integral ostidagi funksiya $[a, b]$ oraliqda chegaralangan deb olingan edi. Bu shartlardan hech bo'lmaganda birortasi bajarilmasa, integralning yuqoridagi ta'rif ma'nosini yo'qotadi.

Biroq nazariy va amaliy mulohazalarga muvofiq aniq integralning ta'rif bu cheklanishlar bajarilmaydigan hollar uchun ham umumlashtirilishi mumkin.

Bunday integrallar bizga tanish bo'lgan aniq integrallarga xos bo'lmagan qisqacha **xosmas integrallar** deb aytiladi.

Xosmas integrallarning ikki asosiy turini qaraymiz:

1). Uzlüksiz funksiyalarning cheksiz oraliq bo'yicha integrallari. $f(x)$ funksiya $[a, +\infty)$ oraliqda berilgan va uning istalgan qismi $[a, +A]$ da integrallanuvchi, ya'ni istalgan $A > a$ da aniq integral mavjud bo'lsin. Bu holda

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \int_a^A f(x) dx = J$$

limitga $f(x)$ funksiyaning $[a, \infty)$ oraliqdagi **xosmas integrali** deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$J = \int_a^{\infty} f(x) dx. \quad (1)$$

J limit chekli bo'lsa, **xosmas integral yaqinlashuvchi** deyiladi. Limit mavjud bo'lmasa, **xosmas integral uzoqlashuvchi** deyiladi.

$f(x)$ funksiya $(-\infty, a]$ oraliq bo'yicha olingan xosmas integral ham xuddi yuqoridagiga o'xshash aniqlanadi:

$$\int_{-\infty}^a f(x) dx = \lim_{A \rightarrow -\infty} \int_A^a f(x) dx. \quad (2)$$

$f(x)$ funksiya $(-\infty, +\infty)$ oraliq bo'yicha olingan xosmas integral quyidagicha aniqlanadi.:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^a f(x) dx + \int_a^{\infty} f(x) dx \quad (3)$$

bu yerda a istalgan son. (3) integrallarda o'ng tomondagi ikkala integral ham yaqinlashsa chap tomondagi integral ham yaqinlashuvchi deyiladi. O'ng tomondagi integrallardan aqalli bittasi uzoqlashsa, chap tomondagi integral ham uzoqlashuvchi bo'ladi.

Xosmas itegrallarni hisoblash uchun Nyuton-Leybnis formulasidan foydalaniladi. $F(x)$ funksiya $[a, +\infty)$ oraliqda $f(x)$ uchun boshlang'ich funksiya bo'lsa,

$$\int_a^{\infty} f(x)dx = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_a^A f(x)dx = \lim_{A \rightarrow \infty} [F(A) - F(a)] = F(+\infty) - F(a) = F(x)$$

bo'lib, bu yerda: $F(+\infty) = \lim_{A \rightarrow \infty} F(A)$ integralning yaqinlashishini yoki uzoqlashishini aniqlaydi.

1-misol. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)}$ integralning yaqinlashishini tekshiring.

$$\text{Yechish: } \int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \arctg x \Big|_1^{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \arctg x - \arctg 1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}.$$

Demak, integral yaqinlashuvchi va $\frac{\pi}{4}$ ga teng.

$$\text{2-misol. } \int_1^{\infty} \frac{dx}{x} = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_1^A \frac{dx}{x} = \lim_{A \rightarrow \infty} \ln x \Big|_1^A = \lim_{A \rightarrow \infty} (\ln A - \ln 1) = \lim_{A \rightarrow \infty} \ln A = \infty$$

bo'lib, bu integral uzoqlashuvchi.

2). Chegaralanmagan funksiyalarning chekli oraliq bo'yicha xosmas integrallari. $(a, b]$ intervalda uzluksiz va $x = a$ da aniqlanmagan yoki uzilishga ega bo'lgan $f(x)$ funksiyaning xosmas integrali quyidagicha belgilanib aniqlanadi:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx \quad (4)$$

Oxiri limit mavjud bo'lsa, xosmas integral yaqinlashuvchi aks holda uzoqlashuvchi deyiladi. Bunday integrallarga 2-tur xosmas integral deyiladi.

Integral ostidagi $f(x)$ funksiya uchun $F(x)$ boshlang'ich funksiya ma'lum bo'lsa, Nyuton - Leybnis formulasini qo'llash mumkin:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(x) \Big|_{a+\varepsilon}^b = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [F(b) - F(a + \varepsilon)] = F(b) - F(a).$$

Shunday qilib, $x \rightarrow a$ da $F(x)$ boshlang'ich funksiyaning limiti mavjud bo'lsa, xosmas integral yaqinlashuvchi, mavjud bo'lmasa, xosmas integral uzoqlashuvchi bo'ladi.

$[a, b)$ intervalda $x = b$ nuqtada uzilishga ega bo'lgan $f(x)$ funksiya xosmas integrali ham shunga o'xshash bo'ladi, ya'ni

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_a^{b-\varepsilon} f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(x) \Big|_a^{b-\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [F(b - \varepsilon) - F(a)] = F(b) - F(a).$$

bunda $F(b)$, $F(x)$ boshlang'ich funksiyaning $x \rightarrow b$ dagi limiti.

$f(x)$ funksiya $[a, b]$ kesmaning biror $x = c$ nuqtasida uzilishga ega bo'lsa xosmas integral quyidagicha aniqlanadi:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \quad (5)$$

O'ng tomondagi integrallardan aqalli bittasi uzoqlashuvchi bo'lsa, xosmas integral uzoqlashuvchidir. O'ng tomondagi ikkala integral ham yaqinlashuvchi bo'lsa, chap tomondagi xosmas integral yaqinlashuvchi bo'ladi.

3-misol. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

Yechish: $x \rightarrow 0$ da $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \rightarrow \infty$ demak,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\varepsilon}^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} 2\sqrt{x} \Big|_{\varepsilon}^4 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [2\sqrt{4} - 2\sqrt{\varepsilon}] = 2 \cdot 2 = 4.$$

Demak, $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ integral yaqinlashuvchi.

4-misol. $\int_{-1}^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

Yechish: $x \rightarrow 0$ da $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \rightarrow +\infty$, $x = 0$ nuqta $[-1, 8]$

kesmaning ichki nuqtasi. (5) formuladan foydalansak,

$$\int_{-1}^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = \int_{-1}^8 x^{-\frac{2}{3}} 3dx = 3\sqrt[3]{x} \Big|_{-1}^0 + 3\sqrt[3]{x} \Big|_0^8 = 0 + 3 + 6 = 9$$

bo'ladi. Demak, berilgan xosmas integral yaqinlashuvchi.

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. $\int_0^1 x^2 dx$ integralni $n = 5$ bo'lakka bo'lib, trapesiyalar

formulasi bilan hisoblang. Uning aniq qiymati va taqribiy qiymati farqini baholang.

2. $\int_1^2 \frac{dx}{1+x}$ integralni $n = 10$ teng bo'laklarga bo'lib, trapesiyalar va

Simpson formulalari yordamida hisoblang ikkala holda ham xatolarni baholang.

3. Quyidagi integrallarning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

1) $\int_0^\infty \frac{dx}{x^3}$; 2) $\int_0^\infty \frac{dx}{x}$; 3) $\int_0^\infty e^{-x} dx$; 4) $\int_0^\infty x e^{-x^2} dx$;

5) $\int_1^\infty \frac{dx}{x^2 + x}$; 6) $\int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$.

4. Quyidagi integrallarning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

$$1) \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt{(4-x)^2}}; \quad 2) \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}; \quad 3) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}};$$

$$4) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}; \quad 5) \int_0^1 \frac{1}{x} dx; \quad 6) \int_1^e \frac{dx}{x \ln x}.$$

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. $\ln 3 = \int_0^2 \frac{1}{1+x} dx$ ni $[0,2]$ kesmani $p=10$ ta teng bo'laklarga ajratib, trapesiyalar va Simpson formulalari yordamida taqribiy hisoblang.
2. Quyidagi integrallarning yaqinlashuvchiligini tekshiring:

$$1) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}; \quad 2) \int_1^{\infty} x e^{-4x} dx.$$

3. $\int_4^6 \frac{dx}{\sqrt{(4-x)^2}}$ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

2-varaqa

1. $\ln 4 = \int_0^3 \frac{1}{1+x} dx$ ni $[0,3]$ kesmani $p=10$ ta teng bo'laklarga ajratib, trapesiyalar va Simpson formulalari yordamida taqribiy hisoblang.
2. Quyidagi integrallarning yaqinlashuvchiligini tekshiring:

$$1) \int_0^{\infty} e^{-x} dx; \quad 2) \int_0^{\infty} x e^{-3x} dx.$$

3. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring:

3-varaqa

1. $\ln 5 = \int_0^5 \frac{1}{1+x} dx$ ni $[0,5]$ kesmani $p=10$ ta teng bo'laklarga ajratib, trapesiyalar va Simpson formulalari yordamida taqribiy hisoblang.
2. Quyidagi integrallarning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

$$1) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x}; \quad 2) \int_1^{\infty} x e^{-2x} dx.$$

$$3. \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2} \text{ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.}$$

4-varaqa1.

1. $\ln 6 = \int_1^6 \frac{1}{x} dx$ ni $[1,6]$ kesmani $p=10$ ta teng bo'laklarga ajratib, trapesiyalar va Simpson formulalari yordamida taqribiy hisoblang.

2. Quyidagi integrallarning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

$$1) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}; \quad 2) \int_0^{\infty} x e^{-5x} dx.$$

$$3. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} \text{ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.}$$

4-ilova

“Aniq integralni taqribiy hisoblash. Xosmas integrallar” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. Aniq integralni taqribiy hisoblash formulalari quyidagilarning qaysilarida to'g'ri berilgan:

$$1) S = \int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} \left[\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} \right];$$

$$2) S = \int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} \left[\frac{y_0 - y_n}{2} + y_1 - y_2 + y_3 + \dots - y_{n-1} \right];$$

$$3) S = \int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6m} [y_0 + y_{2m} + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2m-2})].$$

- A) 1),3)
- B) 1),2)
- D) hammasida
- E) 2),3)

2. $f(x)$ funksiyaning $[a, \infty)$ oraliqdagi xosmas integrali deb nimaga aytiladi.

A) $f(x)$ funksiya $[a, +\infty)$ oraliqda berilgan va uning istalgan qismi $[a, +A]$ da integrallanuvchi, ya'ni istalgan $A > a$ da aniq integral mavjud bo'lsin. Bu holda

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \int_a^A f(x) dx = J$$

limitga $f(x)$ funksiyaning $[a, \infty)$ oraliqdagi **xosmas integrali** deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$J = \int_a^{\infty} f(x) dx.$$

B) $\int_a^A f(x) dx = J$ integralga aytiladi.

D) $\int_0^A f(x) dx = J$ integralga aytiladi.

E) $\int_0^a f(x) dx = J$ integralga aytiladi.

3. $\lim_{A \rightarrow \infty} \int_a^A f(x) dx = \int_a^{\infty} f(x) dx$ xosmas integral qanday holda yqinlashuvchi deyiladi?

A) chekli limit mavjud bo'lsa

B) chekli limit mavjud bo'lmasa

D) limit 0 ga teng bo'lsa

E) limit a ga teng bo'lsa

4. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ integral qanday aniqlanadi?

$$A) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^a f(x) dx + \int_a^{\infty} f(x) dx$$

bu yerda a istalgan son.

$$B) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^a f(x) dx$$

bu yerda a istalgan chekli son.

$$D) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_0^{\infty} f(x) dx.$$

$$E) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_a^{\infty} f(x) dx$$

bu yerda a istalgan chekli son.

5. $(a, b]$ intervalda uzluksiz va $x = a$ da aniqlanmagan yoki uzilishga ega bo'lgan $f(x)$ funksiyaning xosmas integrali qanday aniqlanadi?

A) $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx$ kabi aniqlanadi

B) $\int_a^b f(x)dx$ aniq integral kabi aniqlanadi

D) $\int_0^b f(x)dx$ aniq integral kabi aniqlanadi

E) $\int_0^a f(x)dx$ aniq integral kabi aniqlanadi

II darajali testlar

6. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ integralning yaqinlashishini tekshirib toping.

A) Integral yaqinlashuvchi va $\frac{\pi}{4}$ ga teng

B) Integral yaqinlashuvchi va $\frac{\pi}{2}$ ga teng

D) Integral yaqinlashuvchi va π ga teng

E) Integral uzoqlashuvchi va 0 ga teng

7. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x}$ integralning yaqinlashishini tekshirib toping.

A) xosmas integral uzoqlashuvchi

B) xosmas integral yaqinlashuvchi

D) xosmas integral yaqinlashuvchi va 0 ga teng

E) xosmas integral yaqinlashuvchi va ∞ ga teng

8. $\int_0^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

A)

B) xosmas integral yaqinlashuvchi va u 6 ga teng

D) xosmas integral yaqinlashuvchi va u 9 ga teng

E) xosmas integral uzoqlashuvchi

9. $\int_{-1}^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

- A) xosmas integral yaqinlashuvchi va u 0 ga teng
- B) xosmas integral yaqinlashuvchi va u 8 ga teng
- D) xosmas integral uzoqlashuvchi
- E) xosmas integral yaqinlashuvchi va u 12 ga teng

III darajali testlar

10. $\int_0^{\infty} x e^{-10x} dx$ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

- A) xosmas integral uzoqlashuvchi
- B) xosmas integral yaqinlashuvchi va u 0 ga teng
- D) xosmas integral yaqinlashuvchi va u -10 ga teng
- E) xosmas integral yaqinlashuvchi va u $0,11e^{-10}$ 0 ga teng

11. $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

- A) xosmas integral uzoqlashuvchi
- B) xosmas integral yaqinlashuvchi va u 0 ga teng
- D) xosmas integral yaqinlashuvchi va u $-\frac{1}{2}$ ga teng
- E) xosmas integral yaqinlashuvchi va u $\frac{1}{2}$ ga teng

5-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Ushbu xosmas integrallarning yaqinlashuvchiligini tekshiring:

1) $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x}$; 2) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$.

2. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$ integralning yaqinlashuvchiligini tekshiring.

8-ma'ruza mashg'ulot

1.1. "Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

8-mavzu	Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: __ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza
Mashg'ulot rejasi	1.Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. 2. Birinchi tartibli tenglamalar. 3. O'zgaruvchilari ajralgan va ajraladigan birinchi tartibli tenglamalar. 4. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalar.
Asosiy tushuncha va atamalar	Differensial tenglama, oddiy differensial tenglama, xususiy hosilali differensial tenglama, differensial tenglamaning tartibi, differensial tenglama yechimi, integral chiziq, birinchi tartibli differensial tenglama, Koshi masalasi, boshlang'ich shartlar, o'zgaruvchilari ajralgan, o'zgaruvchilari ajraladigan, birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalar.
Mashg'ulotining maqsadi	Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar hamda birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalarni eslatish. 4. Birinchi tartibli tenglamalarni	1. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalarni anglashi. 2. Birinchi tartibli tenglamalarni bilish. 3. O'zgaruvchilari ajralgan birinchi tartibli tenglamalarni bilish. 4. O'zgaruvchilari ajraladigan birinchi tartibli tenglamalarni bilish.

tushuntirish. 5. O'zgaruvchilari ajralgan va ajraladigan birinchi tartibli tenglamalarga oid misollar yechish. 6. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalarga doir misollar yechi ko'rsatish.	5. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalarni ko'rsata bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	ma'ruza mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy.
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. “Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar” mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	O'qiydilar, tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi.	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar

	Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Differensial tenglama deb nimaga aytiladi? 2. Oddiy differensial tenglama qanday tenglama? 3. Xususiy xosilali differensial tenglama deb nimaga aytiladi? 4. Differensial tenglamaning tartibi nima? 5. Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb nimaga aytiladi? 6. Umumiy va xususiy yechimlar qanday yechimlar? 7. Differensial tenglamalar nazariyasining asosiy masalasi nimadan iborat? 8. Boshlang'ich shart deb nimaga aytiladi? 9. Qanday masalaga Koshi masalasi deyiladi? 10. Qanday tenglamaga o'zgaruvchilari ajralgan differensial tenglama deyiladi? 11. Birinchi tartibli bir jinsli tenglama deb nimaga aytiladi?	beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(10 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				

Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a’lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	Differensial tenglama deb nimaga aytiladi?			
2	Oddiy differensial tenglama qanday tenglama?			
3	Xususiyl xosilali differensial tenglama deb nimaga aytiladi?			
4	Differensial tenglamaning tartibi nima?			
5	Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb nimaga aytiladi?			
6	Umumiy va xususiyl yechimlar qanday yechimlar?			
7	Differensial tenglamalar nazariyasining asosiy masalasi nimadan iborat?			
8	Boshlang'ich shart deb nimaga aytiladi?			

9	Qanday masalaga Koshi masalasi deyiladi?			
10	Qanday tenglamaga o'zgaruvchilari ajralgan differensial tenglama deyiladi?			
11	Birinchi tartibli bir jinsli tenglama deb nimaga aytiladi?			

3-ilova

8-ma'ruza. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Birinchi tartibli o'zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar

Reja

1. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar.
2. Birinchi tartibli tenglamalar.
3. O'zgaruvchilari ajralgan va ajraladigan birinchi tartibli tenglamalar.
4. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalar.

Mavzuning tayanch tushunchalari

Differensial tenglama, oddiy differensial tenglama, xususiy hosilali differensial tenglama, differensial tenglamaning tartibi, differensial tenglama yechimi, integral chiziq, birinchi tartibli differensial tenglama, Koshi masalasi, boshlang'ich shartlar, o'zgaruvchilari ajralgan, o'zgaruvchilari ajraladigan, birinchi tartibli bir jinsli, birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar, Bernulli tenglamasi, Rikkati tenglamasi, to'la differensialli tenglama, integrallovchi ko'paytuvchi.

1. Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. 1-ta'rif. Erkli o'zgaruvchi, noma'lum funksiya hamda uning hosilalari yoki differensiallari orasidagi munosabatga differensial tenglama deyiladi.

Noma'lum funksiya faqat bitta o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi.

Noma'lum funksiya ikki yoki undan ko'p o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamalarga, xususiy hosilali differensial tenglamalar deyiladi.

2-ta'rif. Differensial tenglamaga kirgan hosilalarning eng yuqori tartibiga differensial tenglamaning tartibi deyiladi.

$y'' = 3x^2$, $y''' = \cos x$ tenglamalar mos ravishda ikkinchi va uchinchi tartibli tenglamalarga misol bo'ladi.

Umumiy holda n -tartibli differensial tenglama

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$$

ko'rinishda belgilanadi.

3-ta'rif. Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb tenglamaga qo'yganda uni ayniyatga aylantiradigan har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.

Differensial tenglama yechimining grafigiga **integral chiziq** deyiladi. Masalan, $\frac{dy}{dx} = 2x$, $y = x^2$ bu berilgan differensial tenglamaning yechimi bo'lib, bu holda integral chiziq paraboladan iborat bo'ladi.

Differensial tenglamalar nazariyasining asosiy masalasi berilgan tenglamaning barcha yechimlarini topish va bu yechimlarning hossalari o'rganishdan iborat.

Algebraik tenglamalardagidek hamma differensial tenglamalarni yechish mumkin bo'ladigan umumiy usullar yo'q. Differensial tenglamalarning har bir turiga xos yechish usulidan foydalaniladi.

2. **Birinchi tartibli tenglamalar. Birinchi tartibli tenglama umumiy** holda

$$F(x, y, y') = 0 \quad (1)$$

ko'rinishda yoziladi. (1) tenglamani y ga nisbatan yechsak

$$y' = f(x, y) \text{ yoki } \frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (2)$$

bo'ladi. (2) tenglamaning o'ng tomoni faqat x ning funksiyasi bo'lsa, tenglama

$$y' = f(x) \quad (3)$$

ko'rinishda bo'lib, oxirgi tenglikdan bevosita ko'rish mumkinki, bunday tenglamaning yechimini topish $f(x)$ funksiyaning boshlang'ich funksiyasini topishdan iborat bo'ladi, ya'ni $y = F(x) + C$, $[F(x)]' = f(x)$. Shunday qilib, (3) ko'rinishdagi birinchi tartibli differensial tenglamaning yechimi cheksiz ko'p yechimlar to'plamidan iborat bo'ladi.

1-ta'rif. $y = \varphi(x, C)$ x ning funksiyasi har bir C ixtiyoriy o'zgarmas bo'lganda (2) tenglamani qanoatlantirsa, uning **umumiy yechimi** deyiladi.

2-ta'rif. C ixtiyoriy o'zgarmasning muayyan qiymatida umumiy yechimdan olinadigan yechimga **xususiy yechim** deyiladi.

Umumiy yechimdan yagona yechimni olish uchun ko'pincha qo'shimcha

$$y(x_0) = y_0 \quad (4)$$

shartdan foydalaniladi, bu yerda x_0 , y_0 lar berilgan sonlar bo'lib, bu shartga boshlang'ich shart deb ataladi.

3-ta'rif. $y' = f(x, y)$ differensial tenglamaning (4) boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish masalasiga **Koshi masalasi** deyiladi.

1-misol. $y' = \frac{5}{\cos^2 x}$, differensial tenglama uchun $y(0) = 3$ bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi Koshi masalasini yeching.

Yechish. Oldin berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimini topamiz:

$$y = \int \frac{5}{\cos^2 x} dx = 5 \operatorname{tg} x + C$$

Endi boshlang'ich shartdan foydalanib, $5tg0 + C = 3$, bundan $C = 3$ kelib chiqadi. Demak, Koshi masalasining yechimi $y = 5tgx + 3$ bo'ladi.

3. O'zgaruvchilari ajralgan va ajraladigan birinchi tartibli tenglamalar

4-ta'rif. $M(x)dx + N(y)dy = 0$ ko'rinishdagi tenglamaga **o'zgaruvchilari ajralgan** differensial tenglama deyiladi.

Bunday differensial tenglamani bevosita, tenglikni integrallab uning umumiy yechimi topiladi, ya'ni

$$\int M(x)dx + \int N(y)dy = C$$

bo'ladi.

2-misol. $x dx + y dy = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. Berilgan tenglamani bevosita integrallab

$$\int x dx + \int y dy = C, \quad \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C \quad \text{yoki} \quad x^2 + y^2 = C_1,$$

umumiy yechim bo'ladi.

5-ta'rif. $y' = f_1(x)f_2(y)$ yoki $\frac{dy}{dx} = f_1(x)f_2(y)$ ko'rinishdagi

tenglamaga **o'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglama** deyiladi.

Bunday differensial tenglamani $f_2(y)$ ga bo'lib, dx ga ko'paytirib

$$\frac{dy}{f_2(y)} = f_1(x)dx$$

o'zgaruvchilari ajralgan differensial tenglamaga keltirish bilan yechimi topiladi.

3-misol. $\frac{dy}{dx} = x(1 + y^2)$ tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. O'zgaruvchilarini ajratib $\frac{dy}{1 + y^2} = x dx$ tenglamani hosil qilamiz. Oxirgi

tenglamani bevosita integrallab,

$$\arctg y = \frac{x^2}{2} + C$$

likka ega bo'lamiz. Oxirgi tenglikdan

$$y = tg\left(\frac{x^2}{2} + C\right)$$

umumiy yechimni hosil qilamiz.

4. Birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglamalar. $f(x, y)$ funksiya uchun $f(kx, ky) = k^\alpha f(x, y)$ tenglik bajarilsa, $f(x, y)$ funksiya α tartibli bir jinsli funksiya deyiladi, bunda α biror son. Masalan, $f(x, y) = xy - y^2$ funksiya uchun $f(kx, ky) = kx \cdot ky - (ky)^2 = k^2(xy - y^2)$ bo'lib, $f(x, y) = xy - y^2$ funksiya

$\alpha = 2$ tartibli bir jinsli funksiya bo'ladi. $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{xy}$, $\alpha = 0$ tartibli bir jinsli funksiyadir (buni tekshirib ko'ring).

6-ta'rif. $y' = f(x, y)$ differensial tenglamada $f(x, y)$ funksiya no'linchi tartibli bir jinsli funksiya bo'lsa, bunday differensial tenglamaga **birinchi tartibli bir jinsli differensial tenglama** deyiladi.

Bir jinsli, tenglama $y = xv(x)$ almashtirish bilan o'zgaruvchilari ajraladigan

$$xv' = f(1, v) - v$$

differensial tenglamaga keltiriladi.

4-misol. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + y^2}{x^2}$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. $y = x \cdot v$ almashtirish olib, $y' = x'v + xv'$ ekanligini hisobga olsak, berilgan tenglamadan

$$v + xv' = \frac{x \cdot xv + x^2 v^2}{x^2}$$

bo'lib, $v + xv' = v + v^2$ yoki $xv' = v^2$, $\frac{xdv}{dx} = v^2$

bo'ladi. Oxirgi tenglamada o'zgaruvchilarini ajratsak,

$$\frac{dv}{v^2} = \frac{dx}{x};$$

bo'ladi. Oxirgi tenglikni integrallasak,

$$-\frac{1}{v} = \ln|x| + \ln c,$$

bo'lib,

$$\ln|cx| = -\frac{1}{v}, \quad v = \frac{y}{x}$$

bo'lganligi uchun

$$\ln|cx| = -\frac{x}{y}, \quad \text{yoki} \quad y = -\frac{x}{\ln|cx|}$$

umumiy yechimni hosil qilamiz.

Mustaqil bajarish uchun misollar

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping.

$$1) (1 + y)dy - (1 - x)dx = 0; \quad 2) (xy^2 + x)dx = (y - x^2 y)dy;$$

$$3) x^2 dy + (y - 1)dx = 0; \quad 4) 2(xy + y)dx = xdy.$$

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

1) $x^2 dx + y dy = 0$, $x = 0$ da $y = 1$;

2) $(1 + x^2) dy - 2x(y + 3) dx = 0$, $x = 0$ bo'lganda $y = -1$;

3) $(1 + x) y dx = (y - 1) x dy$, $x = 1$ da $y = 1$.

3. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping.

1) $\frac{dy}{dx} = \frac{(x - y)y}{x^2}$; 2) $x^2 y' = y^2 - xy + x^2$;

3) $(x^2 - 2xy) dy = (xy - y^2) dx$.

4. Boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarni toping:

1) $xy^2 - y' = x^3 + y^3$, $x = 1$ bo'lganda $y = 3$;

2) $(x - y) dx + x dy = 0$, $x = 1$ bo'lganda $y = 0$;

3) $y^2 dx + (x^2 - xy) dy = 0$, $x = 1$ da $y = 1$.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $(1 + y) dy - (1 - x) dx = 0$; 2) $(xy^2 + x) dx = (y - x^2 y) dy$.

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

1) $x^2 dx + y dy = 0$, $x = 0$ da $y = 1$;

2) $(1 + x^2) dy - 2x(y + 3) dx = 0$, $x = 0$ bo'lganda $y = -1$.

3. $\frac{dy}{dx} = \frac{(x - y)y}{x^2}$. differensial tenglamaning umumiy yechimlarini toping.

4. $xy^2 - y' = x^3 + y^3$ differensial tenglamaning $x = 1$ bo'lganda $y = 3$ bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

2-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $(y - 1) dy + \frac{1}{x^2} dx = 0$; 2) $2(xy + y) dx = x dy$.

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

1) $x^3 dx + y^2 dy = 0$, $x = 0$ da $y = 1$;

2) $(1+x)ydx = (y-1)xdy$, $x = 1$ da $y = 1$.

3. $x^2 y' = y^2 - xy + x^2$ differensial tenglamaning umumiy yechimlarini toping.

4. $(x-y)dx + xdy = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ bo'lganda $y = 0$ bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

3-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $(y-1)dy + \frac{1}{x^2} dx = 0$; 2) $2(xy+y)dx = xdy$.

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

1) $x^3 dx + y^2 dy = 0$, $x = 0$ da $y = 1$;

2) $(1+x)ydx = (y-1)xdy$, $x = 1$ da $y = 1$.

3. $(x^2 - 2xy)dy = (xy - y^2)dx$. differensial tenglamaning umumiy yechimlarini toping.

4. $y^2 dx + (x^2 - xy)dy = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ da $y = 1$. bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

4-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $(y-1)dy + \frac{1}{x^2} dx = 0$; 2) $2(xy+y)dx = xdy$.

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

1) $x^3 dx + y^2 dy = 0$, $x = 0$ da $y = 1$;

2) $(1+x)ydx = (y-1)xdy$, $x = 1$ da $y = 1$.

3. $x^2 y' = y^2 - xy + x^2$ differensial tenglamaning umumiy yechimlarini toping.

4. $(x-y)dx + xdy = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ bo'lganda $y = 0$ bo'ladigan boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

“Differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. Birinchi tartibli o’zgaruvchilari ajraladigan va bir jinsli differensial tenglamalar” mavzusi bo’yicha ttst topshiriqlari

I darajali testlar

1. Differensial tenglama deb nimaga aytiladi?
 - A) erkli o’zgaruvchi va noma’lum funksiya hamda uning hosilalari yoki differensiallarini bog’lovchi munosabatga aytiladi
 - B) erkli o’zgaruvchi va noma’lum funktsiyani bog’lovchi munosabatga aytiladi
 - D) erkli o’zgaruvchi va noma’lumlarni qatnashgan tenglamaga aytiladi
 - E) erkli o’zgaruvchi va faqat hosilalar qatnashgan munosabatga aytiladi

2. Differensial tenglamaning tartibi deb nimaga aytiladi?
 - A) tenglamaga kirgan hosila yoki differensiallarning eng yuqori tartibiga aytiladi
 - B) noma’lum argument x ning darajasiga aytiladi
 - D) noma’lum funksiya y ning eng yuqori darajasiga aytiladi
 - E) tenglamaga kirgan noma’lumlarning eng kichik darajasiga aytiladi

3. Oddiy differensial tenglama deb qanday differensial tenglamaga aytiladi?
 - A) Differensial tenglamaga noma’lum funksiya faqat bitta o’zgaruvchiga bog’liq bo’lsa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi.
 - B) Differensial tenglamaga noma’lum funksiya qatnashmasa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi.
 - D) Differensial tenglama erkli o’zgaruvchiga bog’liq bo’lsa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi.
 - E) Differensial tenglamada noma’lum funksiya faqat ikkita o’zgaruvchiga bog’liq bo’lsa, bunday differensial tenglamaga oddiy differensial tenglama deyiladi.

4. Xususiy hosilali differensial tenglama deb qanday differensial tenglamaga aytiladi?

- A) Differensial tenglama faqat bitta erkli o'zgaruvchiga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.
- B) Differensial tenglamada noma'lum funksiya ikki yoki undan ko'p o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga, xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.
- D) Differensial tenglamada noma'lum funksiya faqat bitta o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lsa, bunday differensial tenglamaga, xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.
- E) Differensial tenglamaga noma'lum funksiya qatnashmasa, bunday differensial tenglamaga, xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi.

5. Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb nimaga aytiladi?

- A) Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.
- B) Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb tenglamaga qo'yganda uni tengsizlikka aylantiradigan har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.
- D) Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb tenglamaga qo'yganda uni ayniyatga aylantiradigan har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.
- E) Differensial tenglamaning yechimi yoki integrali deb tenglamaga qo'yganda uni qanoatlantirmaydigan har qanday differensiallanuvchi $y = \varphi(x)$ funksiyaga aytiladi.

6. Birinchi tartibli differensial tenglama umumiy holda qanday ko'rinishda bo'ladi?

- A) $F(x, y) = 0$
- B) $x' = f(x, y)$
- D) $y'' = f(x, y)$

E) $F(x, y, y') = 0$

II darajali testlar

7. O'zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglamani toping.

A) $y'x^3 = 2y^2$

B) $y'y = 2y - x$

D) $x^2 + xy^2 y' = y$

E) $y'x + y = -xy^2$

8. Bir jinsli birinchi tartibli differensial tenglamani toping.

A) $y'y = 2y - x$

B) $x^2 + xy^2 y' = 0$

D) $y'x + y = -xy^2$

E) $y'x^3 = 2y^2$

9. Quyidagi funksiyalardan qaysisi $y' - y = 0$ tenglamaning yechimi bo'ladi?

A) $y = 5\ell^x$

B) $y = 2\ell^{-x}$

D) $y = 7\ell^{2x}$

E) $y = 3\ell^{3x}$

10. $xdx + ydy = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

A) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C$

B) $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 0$

$$D) \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 10$$

$$E) \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = 25$$

III darajali testlar

11. $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$ differensial tenglamaning $x_0 = 4$ bo'lganda $y_0 = 2$ bo'ladigan

boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping.

$$A) y = \frac{8}{x} \quad B) y = \frac{2}{x} \quad D) y = \frac{16}{x} \quad E) y = \frac{4}{x}$$

12. $x^2 y' - y = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

$$A) y = C\ell^{\frac{1}{x}} \quad B) y = C\ell^{-\frac{1}{x}} \quad D) y = -C\ell^{\frac{1}{x}} \quad E) y = \frac{1}{x} + C$$

5-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping.

$$1) (xy^2 + x)dx = (y - x^2 y)dy; \quad 2) 2(xy + y)dx = xdy.$$

2. Quyidagi differensial tenglamalarning berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarini toping:

$$1) (1 + x^2)dy - 2x(y + 3)dx = 0, \quad x = 0 \text{ bo'lganda } y = -1;$$

$$2) (1 + x^3)ydx = (y^3 - 1)xdy, \quad x = 1 \text{ da } y = 1.$$

3. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping.

$$1) \frac{dy}{dx} = \frac{(x-y)y}{x^2}; \quad 2) (x^2 - 2xy)dy = (xy - y^2)dx.$$

4. Boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimlarni toping:

$$1) x^2 y^2 - y' = x^4 + y^4, \quad x = 1 \text{ bo'lganda } y = 3;$$

$$2) (x^2 - y^2)dx + x^2 dy = 0, \quad x = 1 \text{ bo'lganda } y = 0;$$

$$3) y^2 dx + (x^2 - xy)dy = 0, \quad x = 1 \text{ da } y = 1.$$

9-ma'ruza mashg'ulot

1.1. “Birinchii tartibli chiziqli, Bernulli va Rikkati hamda to'la differensialli tayenglamalar” mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

9-mavzu	Birinchii tartibli chiziqli, Bernulli va Rikkati hamda to'la differensialli tayenglamalar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: __ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza.
Mashg'ulot rejasi	1.Birinchii tartibli chiziqli differensial tenglamalarga oid misollar yechish. 2. Bernulli tenglamasini yechish. 3. Rikkati tenglamasini yechish. 4.To'la differensialli tenglamalar yechimini va integrallovchi ko'paytuvchilarni topish.
Asosiy tushuncha va atamalar	Birinchii tartibli chiziqli differensial tenglamalar, Bernulli tenglamasi, Rikkati tenglamasi, to'la differensialli tenglama, integrallovchi ko'paytuvchi.
Mashg'ulotining maqsadi	Birinchii tartibli chiziqli, Bernulli va Rikkati hamda to'la differensialli tayenglamalar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish.
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1.Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2.O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3.Birinchii tartibli chiziqli differensial tenglamalarga oid misollar yechishni tatish. 4.Bernulli tenglamasini yechishni tushuntirish. 5. Rikkati tenglamasi yechimini xususiy hollarda topishni ko'rsatish. 6.To'la differensialli tenglamalar yechimini va integrallovchi ko'paytuvchilarni topishga misollar yechishni tushuntirish.	1. Birinchii tartibli chiziqli differensial tenglamalarni rbilishi. 2.Bernulli tenglamasini yechishni bilish. 3.Rikkati tenglamasining yechimini xususiy hollarda topishni bilish. 4.To'la differensialli tenglamalar yechimini topishni bilish. 5.Integrallovchi ko'paytuvchini topishni bilish.

Ta'lim usuli va texnikasi	Ma'ruza mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy.
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, jamoaviy ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. “Birinchii tartibli chiziqli, Bernulli va Rikkati hamda to'la differensialli tayenglamalar” mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi.	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar.

		Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(10 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.

- + (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.
 ? - tushunarsiz / anqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. "Insert" texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar qanday ko'rinishda bo'ladi?			
2	Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar umumiy qanday topiladi?			
3	Bernulli tenglamasi qanday ko'rinishda bo'ladi?			
4	Bernulli tenglamasi qanday almashtirish orqali birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamaga keltiriladi?			
5	Rikkati tenglamasi qanday ko'rinishda bo'ladi?			
6	Rikkati tenglamasining bitta xususiy yechimi $y = \phi(x)$ ma'lum bo'lsa, bu tenglama yechimi qanday topiladi?			
7	Qanday differensial tenglamaga to'la differensialli tenglama deyiladi?			
8	To'la differensialli tenglama bo'lishi uchun qanday tenglik bajarilishi kerak?			
9	Integrallavchi ko'paytuvchi deb qanday funksiyaga aytiladi?			
10	Integrallavchi ko'paytuvchi qanday topiladi?			

3-ilova

9-ma'ruza. Birinchi tartibli chiziqli, Bernulli va Rikkati hamda to'la differensialli tayenglamalar

Reja

1. Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar.
2. Bernulli tenglamasi.
3. Rikkati tenglamasi.

4. To'la differensialli tenglamalar va integrallovchi ko'paytuvchi.

Tayanch ibora va tushunchalar

Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar, Bernulli tenglamasi, Rikkati tenglamasi, to'la differensialli tenglama, integrallovchi ko'paytuvchi.

1. Birinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar. Bunday tenglama

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = g(x)$$

ko'rinishda bo'lib, $p(x)$ va $g(x)$ lar berilgan funksiyalar. Bunday tenglamani yechish uchun $z = u(x)y$ almashtirish olib

$$\frac{dz}{dx} + \left[p(x) - \frac{1}{u} \frac{du}{dx} \right] z = g(x)u(x) \quad (1)$$

tenglamani hosil qilamiz. $u(x)$ funksiyani shunday tanlaymizki,

$$p(x) - \frac{1}{u} \frac{du}{dx} = 0$$

bo'lsin. Bundan $u(x) = e^{\int p(x)dx}$ bo'lib, bu holda (1) tenglama

$$\frac{dz}{dx} = g(x)e^{\int p(x)dx} + C$$

ko'rinishda bo'ladi. Bevosita integrallasak

$$z = \int g(x)e^{\int p(x)dx} dx + C.$$

hosil bo'ladi.

Endi izlanayotgan y funksiyaga qaytib

$$y = e^{-\int p(x)dx} \left[C + \int g(x)e^{\int p(x)dx} dx \right] \quad (2)$$

umumiy yechimni hosil qilamiz.

1-misol. $y' + xy = x$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. Berilgan tenglama birinchi tartibli chiziqli tenglama bo'lib $p(x) = x$, $g(x) = x$ ligini hisobga olib (2) formulaga asosan,

$$y = e^{-\int x dx} \left[C + \int x \cdot e^{\int x dx} dx \right] = e^{-\frac{x^2}{2}} \left[C + \int x \cdot e^{\frac{x^2}{2}} dx \right] = e^{-\frac{x^2}{2}} \left[C + \int e^{\frac{x^2}{2}} d\left(\frac{x^2}{2}\right) \right] =$$

$$= e^{-\frac{x^2}{2}} \left(e^{\frac{x^2}{2}} + C \right). \quad y = e^{-\frac{x^2}{2}} (e^{\frac{x^2}{2}} + C).$$

umumiy yechim bo'ladi.

2. Bernulli tenglamasi. Bunday differensial tenglama

$$y' + p(x)y = y^n g(x)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu tenglamada $n=0$ yoki $n=1$ bo'lsa, chiziqli tenglama hosil bo'ladi. Demak $n \neq 0,1$ bo'lgan, o'zgarmas. Bernulli tenglamasini y^n ga bo'lib,

$$\frac{y'}{y^n} + p(x) \frac{1}{y^{n-1}} = g(x), \quad \frac{1}{y^{n-1}} = z$$

almashtirish bajarsak,

$$z' = (y^{1-n})' = (1-n)y^{-n} y'$$

ekanligini hisobga olsak,

$$\frac{z'}{1-n} + p(x)z = g(x) \quad \text{yoki} \quad z' + (1-n)p(x)z = (1-n)g(x)$$

birinchi tartibli chiziqli differensial tenglama hosil bo'ladi.

2-misol. $y' + xy = xy^3$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. Berilgan tenglamani y^3 bo'lib,

$$\frac{y'}{y^3} + x \frac{1}{y^2} = x$$

tenglamani hosil qilamiz. $\frac{1}{y^2} = z$ almashtirish olsak $z' = \frac{2y'}{y^3}$ bo'ladi. Bularni

tenglamaga qo'yib,

$$\frac{z'}{2} + xz = x, \quad z' - 2xz = -2x$$

chiziqli tenglamaga kelamiz. Bu tenglamaning umumiy yechimini (6) formulaga asosan topish mumkin:

$$z = e^{2\int x dx} \left[C + \int (-2x)e^{-2\int x dx} dx \right] = e^{x^2} \left[C - \int 2xe^{-x^2} dx \right] =$$

$$e^{x^2} \left[C + \int e^{-x^2} d(-x^2) \right] = e^{x^2} \left[C + e^{-x^2} \right] = Ce^{x^2} + 1.$$

Shunday qilib

$$z = C \cdot e^{x^2} + 1$$

bo'ladi, z ning o'rniga $\frac{1}{y^2}$ ni qo'yib,

$$\frac{1}{y^2} = C \cdot e^{x^2} + 1, \quad y^2 = \frac{1}{Ce^{x^2} + 1},$$

yechimni olamiz. Bu berilgan Bernulli tenglamasining umumiy yechimi bo'ladi.

3. Rikkati tenglamasi. Ushbu

$$\frac{dy}{dx} = a(x)y^2 + b(x)y + c(x) \quad (4)$$

ko'rinishdagi differensial tenglamaga Rikkati tenglamasi deyiladi. Bunda $a(x), b(x), c(x)$ funksiyalar biror intervalda aniqlangan uzluksiz funksiyalar. (4) tenglamada $a(x) = 0$ bo'lsa, chiziqli tenglama, $c(x) = 0$ bo'lsa, Bernulli tenglamasi kelib chiqadi.

Umuman olganda Rikkati tenglamasi yechimini elementar funksiya va ularning integrallari yordamida yechib (kvadraturada integrallab) bo'lmaydi.

Ushbu xususiy holni qaraymiz: Rikkati tenglamasining bitta xususiy yechimi ma'lum bo'lsa, bu tenglama yechimi kvadraturalarda integrallanadi. $y = \varphi(x)$ Rikkati tenglamasining biror xususiy yechimi bo'lsin. $y = \varphi(x) + z$ almashtirish bajaramiz: bu holda

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d\varphi(x)}{dx} + \frac{dz}{dx}$$

bo'lib, (4) tenglama

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} + \frac{dz}{dx} = a(x)[\varphi(x) + z]^2 + b(x)[\varphi(x) + z] + c(x)$$

ko'rinishda bo'ladi. Oxirgi tenglikdan, $y = \varphi(x)$ (4) tenglama yechimi, ya'ni

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = a(x)[\varphi(x)]^2 + b(x)\varphi(x) + c(x)$$

ekanligini hisobga olsak,

$$\frac{dz}{dx} = [2a(x)\varphi(x) + b(x)]z + a(x)z^2$$

tenglama hosil bo'lib, bu Bernulli tenglamasidir. Bunday differensial tenglamaning umumiy yechimini qanday topishni yuqorida o'rgandik.

3- misol. Ushbu

$$\frac{dy}{dx} = -y^2 + 2xy + (5 - x^2)$$

Rikkati tenglamasining umumiy yechimini toping.

Yechish. Bu tenglamaning xususiy yechimini $y = \varphi(x) = ax + b$ ko'rinishda izlash maqsadga muvofiq, bu holda

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = a, \quad a = -(ax + b)^2 + 2x(ax + b) + 5 - x^2$$

bo'lib, bir xil darajali x lar koeffitsiyentlarini tenglashtirsak $a = 1, b = \pm 2$ kelib chiqadi.

Demak, $\varphi(x) = x + 2, \varphi(x) = x - 2$ xususiy yechimlar bo'ladi.
 $\varphi(x) = x + 2$ xususiy yechim uchun Bernulli tenglamasi

$$\frac{dz}{dx} = -4z - z^2$$

bo'lib, uning umumiy yechimi

$$y = x + 2 + \frac{4}{C a^{4x} - 1}$$

bo'ladi.

4. To'la differensialli tenglamalar va integrallovchi ko'paytuvchi.

1) To'la differensialli tenglama.

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0 \quad (1)$$

ko'rinishdagi tenglamaning chap qismi biror $u(x, y)$ funksiyaning to'liq differensialli, ya'ni

$$du = M(x, y)dx + N(x, y)dy$$

bo'lsa, bunday tenglama to'la differensialli tenglama deyiladi.(1)
 tenglama to'la differensialli tenglama bo'lishi uchun

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

shart bajarilishi kerak. To'la differensialli tenglama ta'rifidan $du = 0$ bo'lib, bundan $u(x, y) = C$ kelib chiqadi (C ixtiyoriy o'zgarmas). $u(x, y)$ funksiyaning topish uchun y ni o'zgarmas deb hisoblaymiz, u holda $dy = 0$ ekanligidan $du = M(x, y)dx$ bo'ladi. Oxirgi tenglikni x bo'yicha integrallasak,

$$u = \int M(x, y)dx + \varphi(y)$$

tenglik hosil bo'ladi. Oxirgi tenglikni y bo'yicha differensiallaymiz va natijani $N(x, y)$ ga tenglaymiz, chunki $\frac{\partial u}{\partial y} = N(x, y)$ edi.

$$\int \frac{\partial M}{\partial y} dx + \varphi'(y) = N(x, y)$$

yoki

$$\varphi'(y) = N(x, y) - \int \frac{\partial M}{\partial y} dx$$

bo'ladi. Oxirgi tenglikni y bo'yicha integrallab, $\varphi(y)$ ni topamiz:

$$\varphi(y) = \int \left(N(x, y) - \int \frac{\partial M}{\partial y} dx \right) dy + C$$

Shunday qilib,

$$u(x, y) = \int M(x, y) dx + \int \left(N(x, y) - \int \frac{\partial M}{\partial y} dx \right) dy + C$$

natijaga ega bo'lamiz.

1-misol. Ushbu

$$\frac{x^2 - 3y^2}{x^4} dx + \frac{2y}{x^3} dy = 0$$

differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. Berilgan tenglamaning to'la differensialli bo'lish yoki bo'lmasligini tekshiramiz: berilgan tenglamada

$$M = \frac{x^2 - 3y^2}{x^4}, N = \frac{2y}{x^3}$$

bo'lganligi uchun

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{-6y}{x^4}, \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{-6y}{x^4}$$

bo'lib,

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

bo'ladi, ya'ni berilgan differensial tenglama to'la differensialli tenglamadir. Demak, berilgan tenglamaning chap tomoni biror $u(x, y)$ funksiyaning to'liq differensial bo'ladi. Endi $u(x, y)$ funksiyani topamiz:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = M = \frac{x^2 - 3y^2}{x^4}$$

bo'lganligi uchun

$$u = \int \frac{x^2 - 3y^2}{x^4} dx + \varphi(y) = \int (x^{-2} - 3y^2 x^{-4}) dx + \varphi(y) = -\frac{1}{x} + \frac{y^2}{x^3} + \varphi(y) \quad (2)$$

bo'lib, bunda $\varphi(y)$ hozircha noma'lum funksiyadir. Oxirgi tenglikni y bo'yicha differensiallab,

$$\frac{\partial u}{\partial y} = N = \frac{2y}{x^3}$$

ekanligini hisobga olib,

$$\frac{2y}{x^3} + \varphi'(y) = \frac{2y}{x^3}$$

tenglikni hosil qilamiz. Bundan $\varphi'(y) = 0$ bo'lib,

$$\varphi(y) = C_1.$$

bo'ladi. (2) tenglikdan

$$u = -\frac{1}{x} + \frac{y^2}{x^3} + C_1$$

Shunday qilib, berilgan differensial tenglamaning umumiy yechimi

$$du = d\left(-\frac{1}{x} + \frac{y^2}{x^3} + C_1\right) = 0$$

bo'lganligi uchun

$$-\frac{1}{x} + \frac{y^2}{x^3} + C_1 = C_2$$

bo'lib, yoki

$$-\frac{1}{x} + \frac{y^2}{x^3} = C$$

bo'ladi, bunda $C = C_2 - C_1$.

2) Integrallovchi ko'paytuvchi.

$$M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$$

differensial tenglamaning o'ng tomoni biror funksiyaning to'la differensial bo'lgan holni qaradik. Bu tenglamaning o'ng tomoni biror funksiyaning to'la differensial bo'lmasin. Ayrim hollarda shunday $\mu(x, y)$ funksiyaning tanlab olish mumkin bo'ladiki, berilgan tenglamani shu funksiya ko'paytirilganda, uning chap tomoni biror funksiyaning to'la differensial bo'lishi mumkin. Hosil qilingan differensial tenglamaning umumiy yechimi bilan dastlabki berilgan tenglamaning umumiy yechimi bir xil bo'ladi. Bunday $\mu(x, y)$ funksiya berilgan tenglamaning integrallavchi ko'paytuvchisi deyiladi. Integrallovchi ko'paytuvchini topish uchun, berilgan tenglamani hozircha noma'lum bo'lgan μ ga ko'paytirib,

$$\mu M(x, y)dx + \mu N(x, y)dy = 0$$

tenglamani olamiz. Oxirgi tenglama to'la differensial bo'lishi uchun

$$\frac{\partial(\mu M)}{\partial y} = \frac{\partial(\mu N)}{\partial x}$$

tenglik o'rinli bo'lishi kerak. Bundan

$$\mu \frac{\partial M}{\partial y} + M \frac{\partial \mu}{\partial y} = \mu \frac{\partial N}{\partial x} + N \frac{\partial \mu}{\partial x}$$

bo'lib,

$$M \frac{\partial \mu}{\partial y} - N \frac{\partial \mu}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right)$$

bo'ladi. Oxirgi tenglamani μ ga bo'lsak,

$$\frac{\partial \ln \mu}{\partial y} = \frac{\partial \mu}{\mu \partial y}$$

bo'lganligi uchun

$$M \frac{\partial \ln \mu}{\partial y} - N \frac{\partial \ln \mu}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}$$

bo'ladi.

Umumiy holda μ x, y larga bog'liq, ya'ni $\mu(x, y)$. Berilgan tenglama faqat x ga bog'liq integrallovchi ko'paytuvchiga ega bo'lsa, $\frac{\partial \ln \mu}{\partial y} = 0$ bo'lib,

$$N \frac{\partial \ln \mu}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} \quad \text{yoki} \quad \frac{d \ln \mu}{dx} = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} \quad (4)$$

bo'ladi. Differensial tenglama faqat y o'zgaruvchiga bog'liq integrallovchi ko'paytuvchiga ega bo'lsa, $\frac{\partial \ln \mu}{\partial x} = 0$ bo'lib,

$$\frac{d \ln \mu}{dy} = \frac{\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}}{M} \quad (5)$$

bo'ladi. Bu hollarda (4) va (5) tengliklarni bevosita integrallab

$$\mu = e^{\int \left(\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} \right) / N dx}, \quad \mu = e^{\int \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) / M dy}$$

integrallovchi ko'paytuvchini topamiz. Bunda (4) va (5) nisbatlar, birinchi holda y o'zgaruvchiga bog'liq bo'lmagan, ikkinchi holda x o'zgaruvchiga bog'liq bo'lmagan integrallovchi ko'paytuvchilarning mavjudligini bildiradi.

2-misol.

$$(x^2 - 3y^2) dx + 2xy dy = 0$$

differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. Berilgan tenglamaning to'la differensialli yoki to'la differensialli emasligini tekshiramiz. $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ shartni tekshiraylik:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = (x^2 - 3y^2)'_y = -6y, \quad \frac{\partial N}{\partial x} = (2xy)'_x = 2y.$$

Demak, $\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$ tenglik bajarilmaydi. (4) nisbatni qaraymiz:

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = \frac{-6y - 2y}{2xy} = -\frac{4}{x}$$

bo'lib,

$$\frac{d \ln \mu}{dx} = -\frac{4}{x}$$

bo'ladi. Oxirgi tenglikni integrallasak,

$$\mu(x) = e^{-\int \frac{4}{x} dx} = e^{-4 \ln x} = e^{\ln x^{-4}} = \frac{1}{x^4}$$

hosil bo'ladi. Berilgan tenglamani $\mu(x) = \frac{1}{x^4}$ funksiyaga ko'paytirsak,

$$\frac{x^2 - 3y^2}{x^4} dx + \frac{2xy}{x^4} dy = 0$$

bo'lib, keyingi tenglama uchun $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ tenglik bajariladi, ya'ni oxirgi differensial tenglama to'la differensialli tenglamadir. Bunday differensial tenglamalarning yechimini topishni yuqorida o'rgandik.

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

- 1) $y' - \frac{y}{x} = -1$; 2) $y' + y = e^{-x}$; 3) $x^2 y' - 2xy = 3$; 4) $y' - \frac{2x}{1+x^2} y = 1+x^2$;
- 5) $(a^2 + x^2)y' + xy = 1$; 6) $(2x+1)y' + y = x$; 7) $y' - y \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x$;
- 8) $y' + y \cos x = \sin 2x$.

2. Quyidagi differensial tenglamalarning xususiy yechimlarini toping:

- 1) $xy' + y = 3$, $x=1$ da $y=1$; 2) $(1+x^2)y' - xy = 2x$, $x=0$ bo'lganda $y=0$;
- 3) $xy' + y = x+1$, $x=2$ bo'lganda $y=3$.

3. 1) $y' + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$ differensial tenglamaning $x=-1$ bo'lganda $y=1$ bo'ladigan xususiy yechimini toping.

2) $y' + \frac{y}{3} = \frac{x+1}{3y^3}$ tenglama uchun $x=1$ bo'lganda $y=-1$ boshlang'ich shart

bajariladigan Koshi masalasini yeching.

4. Ushbu to'la differensialli tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $(x^2 + y)dx + (x - 2y)dy = 0$; 2) $(y - 3x^2)dx - (4y - x)dy = 0$;

3) $2(3xy^2 + 2x^2)dx + 3(2x^2y + y^2)dy = 0$; 4) $(3x^2 + 2y)dx + (2x - 3)dy = 0$;

5) $(3x^2y - 4xy^2)dx + (x^3 - 4x^2y + 12y^3)dy = 0$; 6) $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$.

5. Quyidagi differensial tenglamalar uchun integrallovchi ko'paytuvchilarni toping va tenglamalarning umumiy yechimlarini aniqlang:

1) $(x^2 - y)dx + xdy = 0$; 2) $(y + xy^2)dx - xdy = 0$;

3) $y^2 dx + (xy - 1)dy = 0$; 4) $(\sin x + e^y)dx + \cos x dy = 0$;

5) $(x \cos y - y \sin y)dx + (x \sin y + y \cos y)dy = 0$; 6) $2x \operatorname{tg} x dx + (x^2 - 2 \sin y)$

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $y' - \frac{y}{x} = -1$; 2) $y' + y = e^{-x}$.

2. $xy' + y = 3$ differensial tenglamaning $x=1$ da $y=1$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping

3. $y' + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$ differensial tenglamaning $x=-1$ bo'lganda $y=1$ bo'ladigan xususiy yechimini toping.

4. Ushbu $(x^2 + y)dx + (x - 2y)dy = 0$ to'la differensialli tenglamalarning umumiy yechimini toping.

5. $(x^2 - y)dx + xdy = 0$ differensial tenglama uchun integrallovchi ko'paytuvchini toping va tenglamaning umumiy yechimini aniqlang.

2-varaq

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $x^2 y' - 2xy = 3$; 2) $y' - \frac{2x}{1+x^2} y = 1 + x^2$.

2. $(1+x^2)y' - xy = 2x$ differensial tenglamaning $x=0$ da $y=0$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping.

3. $y' + \frac{y}{3} = \frac{x+1}{3y^3}$ differensial tenglamaning $x = -1$ bo'lganda $y = 1$ bo'ladigan xususiy yechimini toping.

4. Ushbu $(y - 3x^2)dx - (4y - x)dy = 0$ to'la differensialli tenglamaning umumiy yechimini toping.

5. $(y + xy^2)dx - xdy = 0$ differensial tenglama uchun integrallovchi ko'paytuvchini toping va tenglamaning umumiy yechimini aniqlang.

3-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $(a^2 + x^2)y' + xy = 1$; 2) $(2x + 1)y' + y = x$.

2. $xy' + y = x + 1$ differensial tenglamaning $x = 2$ da $y = 3$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping.

3. $y' + \frac{y}{x} = \frac{y^3}{x^2}$ differensial tenglamaning $x = -1$ bo'lganda $y = 1$ bo'ladigan xususiy yechimini toping.

4. Ushbu $2(3xy^2 + 2x^2)dx + 3(2x^2y + y^2)dy = 0$ to'la differensialli tenglamaning umumiy yechimini toping.

5. $y^2 dx + (xy - 1)dy = 0$ differensial tenglama uchun integrallovchi ko'paytuvchini toping va tenglamaning umumiy yechimini aniqlang.

4-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $y' - y \tan x = \tan x$; 2) $y' + y \cos x = \sin 2x$.

2. $xy' - y = 5$ differensial tenglamaning $x = 2$ da $y = 3$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping.

3. 1) $y' + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$ differensial tenglamaning $x = 3$ bo'lganda $y = 4$ bo'ladigan xususiy yechimini toping.

4. Ushbu $(3x^2 + 2y)dx + (2x - 3)dy = 0$ to'la differensialli tenglamaning umumiy yechimini toping.

5. $(\sin x + a^y)dx + \cos x dy = 0$ differensial tenglama uchun integrallovchi ko'paytuvchini toping va tenglamaning umumiy yechimini aniqlang.

“Birinchii tartibli chiziqli, Bernulli va Rikkati hamda to’la differensialli tayenglamalar” mavzusi bo’yicha ttst topshiriqlari

I darajali testlar

1. Chiziqli differensial tenglama deb nimaga aytiladi?

- A) noma’lum funksiya va uning hosilalari birinchi tartibli bo’lgan differensial tenglamaga
- B) hosilalari birinchi tartibli bo’lgan differensial tenglamaga
- D) noma’lum funksiya y birinchi darajada bo’lgan tenglamaga
- E) noma’lum x - birinchi darajada bo’lgan tenglamaga

2. Koshi masalasi nima?

- A) differensial tenglamaga boshlang’ich shartlar sistemasi qo’yilganda uni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini topish
- B) birinchi tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimini topish
- D) umumiy yechimdan olinadigan biror xususiy yechim
- E) differensial tenglamani qanoatlantiruvchi umumiy yechimni topish

3. Bernulli tenglamasini toping.

- A) $y'x + y = -xy^2$
- B) $y'x + y = -x$
- D) $y'x + y = -x^2$
- E) $y'x + y = -3$

4. $y' + xy = x$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

- A) $y = e^{-\frac{x^2}{2}} (xe^{\frac{x^2}{2}} + C)$
- B) $y = e^{-\frac{x^2}{2}} (x^2 e^{\frac{x^2}{2}} + C)$
- D) $y = e^{-\frac{x^2}{2}} (4x - e^{\frac{x^2}{2}} + C)$
- E) $y = e^{-\frac{x^2}{2}} (e^{\frac{x^2}{2}} + C)$

II darajali testlar

5. $y' + xy = xy^3$ Bernulli differensial tenglamasining umumiy yechimini toping.

A) $y^2 = \frac{3}{Ce^{x^2} + x}$

B) $y^2 = \frac{5}{Ce^{x^2} + x^2}$

D) $y^2 = \frac{7}{Ce^{x^2} - 4x}$

E) $y^2 = \frac{1}{Ce^{x^2} + 1}$

6. Ushbu

$$\frac{dy}{dx} = -y^2 + 2xy + (5 - x^2)$$

Rikkati tenglamasining umumiy yechimini toping.

A) $y = x + 2 + \frac{4}{C\bar{a}^{4X} - 1}$

B) $y = x + 2 - \frac{7}{C\bar{a}^{4X} - 3x}$

D) $y = x + 2 + \frac{5}{C\bar{a}^{4\div} - 1}$

E) $y = x + 2 - \frac{8}{C\bar{a}^{4X} - 7x}$

III darajali testlar

7. Ushbu

$$\frac{x^2 - 3y^2}{x^4} dx + \frac{2y}{x^3} dy = 0$$

to'la differensialli tenglamaning umumiy yechimini toping.

A) $\frac{1}{x} - \frac{y}{x^3} = \tilde{N}$

B) $-\frac{1}{x} + \frac{y^2}{x^3} = C$

D) $\frac{4}{x^2} + \frac{y^2}{x^3} = \tilde{N}$

E) $\frac{5}{x} + \frac{y^2}{x^3} = \tilde{N}$

8. $y' + \frac{1}{x}y = x$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

A) $y = \frac{1}{x} \left(2 + \frac{x^2}{2} \right)$

$$B) y = \frac{1}{x} \left(C - \frac{x^2}{2} \right)$$

$$D) y = \frac{1}{x} \left(C + \frac{x^2}{2} \right)$$

$$E) y = -\frac{1}{x} \left(C + \frac{x^2}{2} \right)$$

6-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $y' - y \tan x = \cot x$; 2) $y' + y \cos x = \sin 2x$.

2. $(1 - x^2)y' - xy = 2x$ differensial tenglamaning $x = 2$ bo'lganda $y = 3$ bo'ladigan xususiy yechimini toping.

3. $y' + \frac{y}{3} = \frac{x+1}{3y^5}$ tenglama uchun $x = 1$ bo'lganda $y = -1$ boshlang'ich shart bajariladigan Koshi masalasini yeching.

4. Ushbu to'la differensialli tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $(3x^2y - 4xy^2)dx + (x^3 - 4x^2y + 12y^3)dy = 0$; 2) $3x^2 \ddot{a}^y dx + (x^3 \ddot{a}^y - 1)dy = 0$.

5. Quyidagi differensial tenglamalar uchun integrallovchi ko'paytuvchilarni toping va tenglamalarning umumiy yechimlarini aniqlang:

1) $(x \cos y - y \sin y)dx + (x \sin y + y \cos y)dy = 0$; 2) $2x \tan x dx + (x^2 - 2 \sin y)dy = 0$.

10-ma'ruza mashg'ulot

1.1. "Yuqori tartibli differensial tenglamalar" mavzusi bo'yicha maruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

10-mavzu	Yuqori tartibli differensial tenglamalar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: ____ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza.
Mashg'ulot rejasi	1. $y^{(n)} = f(x)$ ko'rinishdagi differensial tenglamalarga oid misollar yechish.

	2. $F(x, y', y'') = 0$ ko'rinishdagi differensial tenglamalarga doir misollar yechish. 3. $F(y, y', y'') = 0$ (erkli o'qzgaruvchi oshkor qatnashmagan) ko'rinishdagi differensial tenglamalar. 4. Ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalar. 5. Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffisiyentli chiziqli bir jinsli differensial tenglamalar.
Asosiy tushuncha va atamalar	Yuqori tartibli differensial tenglamalar, bevosita ketma-ket integrallanib yechiladigan yuqori tartibli tenglamalar, tartibni pasaytirish bilan yechiladigan yuqori tartibli differensial tenglamalar, ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar, ikkinchi tartibli bir jinsli tenglamalar, chiziqli bog'langan va chiziqli bog'lanmagan funksiyalar, Vronskiy determinanti, ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffisiyentli chiziqli bir jinsli differensial tenglamalar, xarakteristik tenglama.
Ma'ruzaning maqsadi	Yuqori tartibli differensial tenglamalar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish.

Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. $y^{(n)} = f(x)$ ko'rinishdagi differensial tenglamalarni tushuntirish. 4. $F(x, y', y'') = 0$ ko'rinishdagi differensial tenglamalarni tushuntirish. 5. $F(y, y', y'') = 0$ (erkli o'qzgaruvchi oshkor qatnashmagan) ko'rinishdagi differensial tenglamalarni yechishga misollar ko'rsatish.	1. $y^{(n)} = f(x)$ ko'rinishdagi differensial tenglamalarni bilish. 4. $F(x, y', y'') = 0$ ko'rinishdagi differensial tenglamalarni bilish. 5. $F(y, y', y'') = 0$ (erkli o'qzgaruvchi oshkor qatnashmagan) ko'rinishdagi differensial tenglamalarni yechib ko'rsata bilish. 6. Ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalarni anglab yetish. 7. Ikkinchi tartibli o'zgarmas

6. Ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglamalar haqida umumiy tushunchalarni eslatish.	koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli differensial tenglamalarga oid misollar yecha bilish.
7. Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli differensial tenglamalarga oid misollar yechish.	
Ta'lim usuli va texnikasi	Ma'ruza mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy.
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, maruza mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, jamoaviy shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. "Yuqori tartibli differensial tenglamalar" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)). Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda

	qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Yuqori tartibli differensial tenglamalarning qanday xillari bor? 2. Qanday differensial tenglamalarning tartibini pasaytirish bilan yechish mumkin? 3. Qanday differensial tenglamalarga chiziqli deyiladi? 4. Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli differensial tenglamalar qanday ko'rinishda bo'ladi? 5. Xarakteristik tenglama nimadan iborat? 6. Xarakteristik tenglama ildizlariga qarab umumiy yechimni yozish mumkinmi? 7. Xarakteristik tenglama ildizlari kompleks qo'shma bo'lganda yechim qanday yoziladi? 8. Xarakteristik tenglama ildizlari karrali, haqiqiy va har xil bo'lganda umumiy yechim qanday yoziladi? 9. Eyler formulasi qanday bo'ladi?	echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(10 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				

Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a’lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:

V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi

- (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.

+ (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.

? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o'qing.
2. Olingan ma'lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo'yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to'ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

No	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	Yuqori tartibli differensial tenglamalar deb qanday tenglamalarga aytiladi?			
2	Yuqori tartibli differensial tenglamalarning qanday xillari bor?			
3	Qanday differensial tenglamalarning tartibini pasaytirish bilan yechish mumkin?			
4	Qanday differensial tenglamalarga chiziqli deyiladi?			
5	Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli differensial tenglamalar qanday ko'rinishda bo'ladi?			
6	Xarakteristik tenglama nimadan iborat?			

7	Xarakteristik tenglama ildizlari karrali bo'lganda umumiy yechim qanday bo'ladi?			
8	Xarakteristik tenglama ildizlari haqiqiy va har xil bo'lganda umumiy yechim qanday bo'ladi?			
9	Xarakteristik tenglama ildizlari kompleks qo'shma bo'lganda yechim qanday topiladi?			
10	Eyler formulasi qanday bo'ladi?			

3-ilova

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. $y''' = \frac{6}{x^3}$ tenglamaning $x = 1$ bo'lganda $y = 2$, $y' = 1$, $y'' = 1$

bo'ladigan xususiy yechimini toping.

2. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $x^3 y'' + x^2 y' = 1$; 2) $yy'' + y'^2 = 0$.

3. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:

1) $y'' + 3y' - 4y = 0$; 2) $y'' - 2y' - 5y = 0$.

4. $y'' + 10y' + 25y = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ bo'lganda, $y = e^{-5}$, $y' = 3e^{-5}$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

2-varaq

1. $y''' = \frac{5}{x^4}$ tenglamaning $x = 1$ bo'lganda $y = 2$, $y' = 1$, $y'' = 1$ bo'ladigan xususiy yechimini toping.

2. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $y'' + 2y(y')^3 = 0$; 2) $(1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3$.

3. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:

1) $y'' - y = 0$; 2) $4y'' - 12y' + 9y = 0$.

4. $y'' + 6y' + 8y = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ bo'lganda, $y = e^{-4}$, $y' = 3e^{-4}$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

3-varaqa

1. $y''' = \frac{7}{x^5}$ tenglamaning $x = 1$ bo'lganda $y = 2$, $y' = 1$, $y'' = 1$ bo'ladigan xususiy yechimini toping.
2. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:
1) $(1 + x^2)y'' + 2xy' = x^3$; 2) $y'' + y'tgx = \sin 2x$.
3. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:
1) $y'' + 2\sqrt{2}y + 2y = 0$; 2) $y'' - 2y' + 50y = 0$.
4. $y'' + 7y' + 12y = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ bo'lganda, $y = e^{-4}$, $y' = 3e^{-3}$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

4-varaqa

1. $y''' = \frac{8}{x^8}$ tenglamaning $x = 1$ bo'lganda $y = 2$, $y' = 1$, $y'' = 1$ bo'ladigan xususiy yechimini toping.
2. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:
1) $y'' + 2y'^2 = 0$; 2) $xy'' - y'tgx = e^x x^2$.
3. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:
1) $y'' - 4y' + 7y = 0$; 2) $y'' + 6y' = 0$.
4. $y'' + 8y' + 15y = 0$ differensial tenglamaning $x = 1$ bo'lganda, $y = e^{-5}$, $y' = 3e^{-3}$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

4-ilova

“Yuqori tartibli differensial tenglamalar” mavzusi bo'yicha ttst topshiriqlari

I darajali testlar

1. $y^{(n)} = f(x)$ ko'rinishdagi differensial tenglama umumiy yechimi qanday topiladi?

A) $y^{(n)} = f(x)$ ko'rinishdagi differensial tenglama umumiy yechimi bevosita bir marta integrallash bilan topiladi.

B) $y^{(n)} = f(x)$ ko'rinishdagi differensial tenglama umumiy yechimi bevosita ketma-ket ikki marta integrallash bilan topiladi. Har bir integrallashda bittadan ixtiyoriy o'zgarma hosil bo'lib, natijada $\underline{n}$ ta ixtiyoriy o'zgarma bog'liq umumiy yechim hosil bo'ladi.

D) $y^{(n)} = f(x)$ ko'rinishdagi differensial tenglama umumiy yechimi bevosita ketma-ket uch marta integrallash bilan topiladi. Har bir integrallashda bittadan ixtiyoriy o'zgarma hosil bo'lib, natijada $\underline{n}$ ta ixtiyoriy o'zgarma bog'liq umumiy yechim hosil bo'ladi.

E) $y^{(n)} = f(x)$ ko'rinishdagi differensial tenglama umumiy yechimi bevosita ketma-ket n marta integrallash bilan topiladi. Har bir integrallashda bittadan ixtiyoriy o'zgarma hosil bo'lib, natijada $\underline{n}$ ta ixtiyoriy o'zgarma bog'liq umumiy yechim hosil bo'ladi.

ketma-ket n marta integrallash bilan uning yechimi topiladi. Har bir integrallashda bittadan ixtiyoriy o'zgarma hosil bo'lib, natijada $\underline{n}$ ta ixtiyoriy o'zgarma bog'liq umumiy yechim hosil bo'ladi.

2. $F(x, y', y'') = 0$ ko'rinishdagi differensial tenglama umumiy yechimi qanday topiladi?

A) $F(x, y', y'') = 0$ ko'rinishdagi differensial tenglama umumiy yechimi bevosita integrallanib topiladi

B) $F(x, y', y'') = 0$ ko'rinishdagi differensial tenglama $y' = x$, $y'' = 1$ almashtirish orqali birinchi tartibli differensial tenglamani yechishga keltirilib topiladi.

D) $F(x, y', y'') = 0$ ko'rinishdagi differensial tenglama $y' = p$, $y'' = \frac{dp}{dx}$

almashtirish orqali $F(x, p, \frac{dp}{dx}) = 0$ birinchi tartibli differensial tenglamani yechishga keltirilib topiladi.

E) $F(x, y', y'') = 0$ ko'rinishdagi differensial tenglama $y'' = p$ almashtirish orqali birinchi tartibli differensial tenglamani yechishga keltirilib topiladi.

3. $F(y, y', y'') = 0$ (erkli o'qzgaruvchi oshkor qatnashmagan) ko'rinishdagi differensial tenglama umumiy yechimi qanday topiladi?

A) Bunday differensial tenglamaning umumiy yechimini $y' = x$ almashtirish olib, birinchi tartibli tenglamaga keltirib yechim topiladi, bunda $y'' = 1$ bo'ladi

B) Bunday differensial tenglamaning umumiy yechimini $y' = p$ almashtirish olib, birinchi tartibli tenglamaga keltirib yechim topiladi,

D) Bunday differensial tenglamaning umumiy yechimini $y' = z(y)$ almashtirish olib, birinchi tartibli tenglamaga keltirib umumiy yechim topiladi, bunda

$$y'' = \frac{d(y')}{dx} = \frac{dy'}{dy} \frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dy} \cdot z(y)$$

bo'ladi.

E) Bunday differensial tenglamaning umumiy yechimini $y' = z(y)$ almashtirish olib, birinchi tartibli tenglamaga keltirib yechim topiladi, bunda $y'' = y$ bo'ladi.

4. Ikkinchi tartibli, o'zgarmas koeffitsiyentli, chiziqli, bir jinsli differensial tenglama qanday ko'rinishda bo'ladi?

A) $y'' + py' + gy = f(x)$

B) $y'' + py' + gy = x$

D) $y'' + py' + gy = 1$

E) $y'' + py' + gy = 0$

5. $y'' + py' + gy = 0$ ko'rinishdagi differensial tenglamaning xarakteristik toping.

A) $r^2 + pr + g = 0$

B) $r^2 + pr + g = 1$

D) $-r^2 + pr + g = 0$

E) $r^2 + pr + g = x$

II darajali testlar

6. $y'' = \cos 2x$ differensial tenglama umumiy yechimini toping.

A) $y = \frac{1}{4} \cos 2x + C_1 x + C_2$

B) $y = -4 \cos 2x + C_1 x + C_2$

D) $y = -\frac{1}{4} \cos 2x + C_1 x + C_2$

E) $y = -\cos 2x + C_1 x + C_2$

7. $y'' = \frac{y'}{x} + x$ differensial tenglama umumiy yechimini toping.

A) $y = C_1 \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + C_2$

B) $y = C_1 \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + C_2$

D) $y = C_1 \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} + C_2$

E) $y = C_1 \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + C_2$

8. $yy'' - 2y'^2 = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

A) $y = \frac{1}{C_1 x + C_2}$

B) $y = -\frac{1}{C_1 x + C_2}$

D) $y = -\frac{1}{C_1 x^2 + C_2}$

E) $y = \frac{1}{C_1 x^2 + C_2}$

9. $y'' + 8y' + 15y = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

A) $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{-3x}$

B) $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{-3x}$

D) $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{3x}$

E) $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{3x}$

III darajali testlar

10. Quyidagi differensial tenglamalardan xarakteristik tenglamaning yechimi haqiqiy va har xil bo'lganini toping.

A) $y'' - 4y' + 3y = 0$

B) $y'' - 4y' + 13y = 0$

D) $y'' + 2y' + 5y = 0$

E) $y'' + 4y' + 4y = 0$

11. Differensial tenglamaga mos xarakteristik tenglamaning ildizlari karrali bo'lgan tenglamani toping.

- A) $y'' - 4y' + 4y = 0$
- B) $y'' - 4y' + 3y = 0$
- D) $y'' + 2y' + 5y = 0$
- E) $y'' - 4y' + 13y = 0$

12. Differensial tenglamaga mos xarakteristik tenglamaning ildizlari kompleks, ya'ni $k_{1,2} = \alpha \pm i\beta$ ko'rinishda bo'lgan tenglamani toping.

- A) $y'' - 4y' + 4y = 0$
- B) $y'' - 4y' + 3y = 0$
- D) $y'' + 2y' + 5y = 0$
- E) $y'' - 4y = 0$

13. $y'' - 4y' + 4y = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

- A) $y = (C_1 x + C_2) e^{2x}$
- B) $y = (C_1 x^2 + C_2) e^{2x}$
- D) $y = (C_1 x + C_2) e^{-2x}$
- E) $y = (C_1 x + C_2) e^{4x}$

14. $y'' + 6y' + 13y = 0$ differensial tenglamaning umumiy yechimini toping.

- A) $y = e^{-6x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
- B) $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
- D) $y = e^{-3x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$
- E) $y = e^{3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$

15. $y'' - y' - 2y = 0$ differensial tenglamaning $x = 0$ bo'lganda $y = 8$, $y' = 7$ bo'ladigan xususi yechimini toping.

- A) $y(x) = 5e^{-x} + 3e^{2x}$
- B) $y(x) = 3e^{-x} - 5e^{2x}$

D) $y(x) = 3e^{-x} + 5e^{-2x}$

E) $y(x) = 3e^{-x} + 5e^{2x}$

5-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. $y''' = \frac{6}{\cos^2 x}$ differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping.

2. Quyidagi tenglamalarning umumiy yechimlarini toping:

1) $2yy'' = (y')^2$; 2) $t \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{ds}{dt} + t = 0$.

3. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:

1) $y'' + 3y' + 4y = 0$; 2) $y'' - 2y' - 50y = 0$.

4. $y'' + 10y' - 25y = 0$ tenglamaning $x = 1$ bo'lganda, $y = e^{-5}$, $y' = 3e^{-5}$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni toping.

11-ma'ruza mashg'ulot

1.1. "Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalar" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

11-mavzu	Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: __ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza.
Mashg'ulot rejasi	1. Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalar . 2. Differensial tenglamalarning iqtisoddagi tatbiqlari.
Asosiy tushuncha va atamalar	Chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning umumiy yechimi, birorta xususiy yechim, birorta xususiy yechimni tenglamaning o'ng

	tomoni ko'phad bo'lganda topish, sinus va kosinus funksiyalar yig'indisi bo'lganda topish, aniqmas koeffitsiyentlar usuli, ishlab chiqarishning raqobatsiz sharoitda o'sish modeli, ishlab chiqarishning raqobatli sharoitda o'sishi modeli, logistik chiziq, talab va taklifni differensial tenglama yordamida tahlili.
Ma'ruza mashg'ulotining maqsadi	Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish.
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning umumiy yechimi tushuntirish. 4. Birorta xususiy yechimni tenglamaning o'ng tomoni ko'phad bo'lganda topishni tushuntirish. 5. Birorta xususiy yechimni tenglamaning o'ng tomoni sinus va kosinus funksiyalar yig'indisi bo'lganda yechimni topishni ko'rsatish. 6. Differensial tenglamalarning iqtisoddagi tatbiqlari iqtisodiyotga tadbiqlarini ko'rsatish.	1 Chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning umumiy yechimi anglab yetishi. 4. Birorta xususiy yechimni tenglamaning o'ng tomoni ko'phad bo'lganda topishni misollarda ko'rsata bilish. 5. Birorta xususiy yechimni tenglamaning o'ng tomoni sinus va kosinus funksiyalar yig'indisi bo'lganda yechimni topishni bilish. 6. Differensial tenglamalarning iqtisoddagi tatbiqlarini ayrim misollarda ko'rsata bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	ma'ruza mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy.
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, ma'ruza mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, jamoaviy shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. “Yuqori tartibli differensial tenglamalar” mavzusi bo'yicha ma'ruzamashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Ikkinchi tartibli o'zgarmas ko'effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalarning umumiy yechimi qanday topiladi? 2. Ikkinchi tartibli o'zgarmas ko'effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalarning birorta xususiy yechimi qanday topiladi? 3. Aniqmas ko'effitsiyentlar usuli nimadan iborat? 4. Ishlab chiqarishning raqobatsiz sharoitda o'sish modeli qanday bo'ladi? 5. Ishlab chiqarishning raqobatli sharoitda o'sishi modeli nima? 6. Logistik chiziq deb nimaga aytiladi?	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.

	7. Talab va taklifni differensial tenglama yordamida qanday tahlil qilinadi?	
3- bosqich, yakuniy(15 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o'qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo'yib, olingan ma'lumotni tizimlashtiring:

V - ... haqida mavjud bo'lgan bilimlar (ma'lumotlar) mos keladi

- (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e'tiroz bildiradi.

+ (plyus) - yangi ma'lumotlar hisoblanadi.

? - tushunarsiz / aniqlik / qo'shimcha ma'lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo'llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o‘qing.
2. Olingan ma’lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo‘yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to‘ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bila man (Q)	Bilishni xoxlay man (?)	Bilib oldim
1	Ikkinchi tartibli o‘zgarmas ko‘effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamalarning umumiy ko‘rinishi qanday bo‘ladi?			
2	Ikkinchi tartibli o‘zgarmas ko‘effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamalarning umumiy yechimi nimalardan iborat?			
3	Ikkinchi tartibli o‘zgarmas ko‘effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamalarning birorta xususiy yechimi, tenglamaning o‘ng tomoni ko‘phad bo‘lganda qanday topiladi?			
4	<u>Aniqmas ko‘effitsiyentlar usuli nimadan iborat?</u>			
5	Ikkinchi tartibli o‘zgarmas ko‘effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamalarning birorta xususiy yechimi, tenglamaning o‘ng tomoni sinus va kosinus funksiyalar yig‘indisi bo‘lganda qanday topiladi?			
6	Ishlab chiqarishning raqobatsiz sharoitda o‘rish modeli qanday bo‘ladi?			
7	Ishlab chiqarishning raqobatli sharoitda o‘rishi modeli nima?			
8	Logistik chiziq deb nimaga aytiladi?			
9	Talab va taklifni differensial tenglama yordamida qanday tahlil qilinadi?			

3-ilova

11-ma’ruza. Ikkinchi tartibli o‘zgarmas ko‘effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo‘lmagan differensial tenglamalar

Reja

1. Ikkinchi tartibli o'zgaras ko'effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalar .

2. Differensial tenglamalarning iqtisoddagi tatbiqlari.

Tayanch ibora va tushunchalar

Chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning umumiy yechimi, birorta xususiy yechim, birorta xususiy yechimni tenglamaning o'ng tomoni ko'phad bo'lganda topish, sinus va kosinus funksiyalar yig'indisi bo'lganda topish, aniqmas ko'effitsiyentlar usuli, ishlab chiqarishning raqobatsiz sharoitda o'sish modeli, ishlab chiqarishning raqobatli sharoitda o'sishi modeli, logistik chiziq, talab va taklifni differensial tenglama yordamida tahlili.

1. Ikkinchi tartibli o'zgaras ko'effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamalar . Bunday tenglama

$$y'' + py' + gy = f(x) \quad (1)$$

ko'rinishda bo'lib, bu yerda p, g o'zgaras ko'effitsiyentlar, $f(x)$ berilgan uzluksiz funksiya.

Chiziqli **bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning umumiy yechimi**, bunday tenglamaning birorta xususiy yechimi va unga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi yig'indisidan iborat bo'ladi, ya'ni $\bar{y}$ bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi y_1 bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimi bo'lsa, umumiy yechim

$$y(x) = \bar{y}(x) + y_1(x) \quad (2)$$

ko'rinishda bo'ladi. Bu fikrga (2) yechimni (1) tenglamaga qo'yib ko'rish bilan ishonish mumkin (buni bajarib ko'ring).

(1) tenglamaga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi $\bar{y}(x)$ ni topishni yuqorida o'rgandik. Endigi vazifa bir jinsli bo'lmagan tenglamaning birorta xususiy yechimini topishdan iborat bo'ladi. (1) tenglamada $f(x)$ funksiya:

1) $f(x) = e^{\alpha x} P(x)$, bu yerda $P_n(x)$ n – darajali ko'p had;

2) $f(x) = a \cos \beta x + b \sin \beta x$

ko'rinishda bo'lganda xususiy yechimni topish masalasini qaraymiz.

Birinchi holda xususiy yechimni

$$y_1(x) = x^k e^{\alpha x} Q_n(x)$$

ko'rinishda izlaymiz, bu yerda k xarakteristik tenglama ildizlarining α ga teng bo'lganlari soni (0,1,2 bo'lishi mumkin), $Q_n(x)$, $P_n(x)$ bilan bir xil darajali, lekin aniqmas ko'effitsiyentli ko'phad. Bu holga bir necha misollar qaraymiz.

1-misol. $y'' + 2y' - 3y = e^{2x}(25x^2 - 47)$ tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. Oldin berilgan tenglamaga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimini topamiz: bir jinsli tenglama $y'' + 2y' - 3y = 0$ bo'lib, uning xarakteristik tenglamasi $r^2 + 2r - 3 = 0$ bo'ladi. Uning ildizlari

$$r_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 3}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}, \quad r_1 = -3, \quad r_2 = 1$$

bo'lib, birjinsli tenglamaning umumiy yechimi $\bar{y} = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x$ bo'ladi.

Endi berilgan birjinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimini topamiz: Uni e^{2x} funksiya va berilgan ko'phad darajasi bilan bir xil ko'phad, lekin aniqmas koeffitsiyentli ko'phad ko'paytmasi ko'rinishida izlaymiz. Shunday qilib, xususiy yechim

$$y_1(x) = e^{2x}(Ax^2 + Bx + C)$$

ko'rinishda bo'ladi. Endi aniqmas A, B va C koeffitsiyentlarni topish lozim.

Shartga ko'ra $y_1(x)$ berilgan tenglamani qanoatlantirishi kerak.

Buning uchun

$$y_1(x) = e^{2x}(Ax^2 + Bx + C), \quad y_1'(x) = 2e^{2x}(Ax^2 + Bx + C) + e^{2x}(2Ax + B),$$

$$y_1''(x) = 4e^{2x}(Ax^2 + Bx + C) + 2e^{2x}(2Ax + B) + e^{2x} \cdot 2A$$

larni berilgan tenglamaga qo'yib,

$$e^{2x}[2A + 6(2Ax + B) + 5(Ax^2 + Bx + C)] = e^{2x}(25x^2 - 47)$$

tenglikni hosil qilamiz. Oxirgi tenglikni e^{2x} ga bo'lsak,

$$5Ax^2 + (12A + 5B)x + 2A + 6B + 5C = 25x^2 - 47$$

bo'ladi.

$y_1(x) = e^{2x}(Ax^2 + Bx + C)$ berilgan tenglamaning yechimi bo'lishi uchun oxirgi tenglamadagi bir xil darajali x lar koeffitsiyentlari o'zaro teng bo'lishi kerak, ya'ni

$$\begin{cases} 5A = 25, \\ 12A + 5B = 0, \\ 2A + 6B + 5C = 47. \end{cases}$$

Uchta noma'lum koeffitsiyentlarga nisbatan uchta chiziqli tenglamalar sistemasini hosil qildik. Bu sistemani yechsak $A = 5$, $B = -12$, $C = 3$ bo'ladi (buni bajarib ko'ring).

Demak, $y_1(x) = e^{2x}(5x^2 - 12x + 3)$ berilgan tenglamaning xususiy yechimi bo'ladi.

Berilgan tenglamaning umumiy yechimi (2) formulaga asosan

$$y = \bar{y} + y_1 = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x + e^{2x}(5x^2 - 12x + 3)$$

bo'ladi.

Yuqoridagidek xususiy yechimni topishga aniqmas koeffitsiyentlar usuli deyiladi.

2-misol. $y'' - 4y' = 3x^2$ tenglamaning umumiy yechimini toping.

$r^2 - 4r = 0$ bo'lib, $r_1 = 0$; $r_2 = 4$ uning ildizlari bo'ladi va bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi

$$\bar{y}(x) = C_1 e^{0x} + C_2 e^{4x} = C_1 + C_2 e^{4x}$$

bo'ladi. Berilgan tenglamaning o'ng tomoni $3e^{0x}x^2$ bo'lib, $\alpha=0$ va no'l xarakteristik tenglamaning ildizi bo'lganligi uchun xususiy yechim

$$y_1(x) = e^{0x}x(Ax^2 + Bx + C) = Ax^3 + Bx^2 + Cx$$

ko'rinishda bo'ladi.

$$y_1'(x) = 3Ax^2 + 2Bx + C, \quad y_1''(x) = 6Ax + 2B$$

bularni berilgan tenglamaga qo'ysak,

$$-12Ax^2 + (6A - 8B)x + 2B - 4C = 3x^2$$

tenglama hosil bo'ladi. Bir xil darajali x lar koeffitsiyentlarini tenglashtirib,

$$\begin{cases} -12A = 3, \\ 6A - 8B = 0, \\ 2B - 4C = 0 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini olamiz. Bundan

$$A = -\frac{1}{4}, \quad B = -\frac{3}{16}, \quad C = -\frac{3}{32}$$

bo'ladi. Shunday qilib, xususiy yechim

$$y_1(x) = -\frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{32}x$$

bo'lib, umumiy yechim

$$y(x) = C_1 + C_2 e^{4x} - \frac{1}{4}(x^3 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{8}x)$$

bo'ladi.

2) $f(x) = a \cos \beta x + b \sin \beta x$ bo'lganda xususiy yechim

$y_1(x) = (A \cos \beta x + B \sin \beta x)x^k$ ko'rinishda bo'lib, k xarakteristik tenglama ildizlarining $i\beta$ ga teng bo'lganlarining soni.

3-misol. $y'' + y = \sin x$ tenglamaning umumiy yechimini toping.

Yechish. Xarakteristik tenglama $r^2 + 1 = 0$ bo'lib, ildizlari $r_{1,2} = \pm \sqrt{-1} = \pm i$ bo'ladi.

$$\beta = 1; \quad i\beta = i$$

bo'lganligi uchun $k=1$, ya'ni xususiy yechimni

$$y_1(x) = (A \cos x + B \sin x)x^1$$

ko'rinishda izlaymiz. A va B aniqmas koeffitsiyentlar. Bu funksiyaning birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarini topib,

$$y_1'(x) = (A \cos x + B \sin x)x + A \cos x + B \sin x = (A + Bx) \cos x + (B - Ax) \sin x$$

$$y_1''(x) = B \cos x - A \sin x - Bx \sin x - A \sin x + B \cos x - Ax \cos x = (2B - Ax) \cos x + (-2A - Bx) \sin x$$

berilgan tenglamaga qo'ysak,

$$(2B - Ax) \cos x + (2A - Bx) \sin x + Ax \cos x + Bx \sin x = \sin x \quad \text{yoki}$$

$$2B \cos x + (-2A) \sin x = \sin x$$

hosil bo'ladi. Oxirgi tenglikdan

$$\begin{cases} 2B = 0, \\ -2A = 1 \end{cases}$$

va $B = 0$, $A = -\frac{1}{2}$ bo'lib, xususiy yechim

$$y_1(x) = -\frac{x}{2} \cos x$$

bo'ladi.

Bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi

$$\bar{y}(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

bo'lganligi uchun, berilgan tenglamaning umumiy yechimi

$$y(x) = \bar{y}(x) + y_1(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \frac{x}{2} \cos x$$

bo'ladi.

4-misol. $y'' + 4y' + 5y = 2 \cos x - \sin x$ differensial tenglamaning $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimini toping.

Yechish. Oldin berilgan tenglamaning umumiy yechimini topamiz. $y'' + 4y' + 5y = 0$ tenglamaning xarakteristik tenglamasi $r^2 + 4r + 5 = 0$ bo'lib, uning ildizlari $r_1 = -2 - i$; $r_2 = -2 + i$ bo'ladi. Bir jinsli tenglama umumiy yechimi

$$\bar{y}(x) = e^{-2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

bo'ladi.

Endi berilgan tenglamaning biror xususiy yechimini topamiz: uni

$$y_1(x) = A \cos x + B \sin x$$

ko'rinishda izlaymiz. $y'(x)$, $y''(x)$ hosilalarni topib berilgan tenglamaga qo'ysak,

$$(4A + 4B) \cos x + (4B - 4A) \sin x = 2 \cos x - \sin x$$

bo'lib, $\cos x$ va $\sin x$ lar koeffitsiyentlarini tenglashtirib.

$$\begin{cases} 4A + 4B = 2. \\ 4B - 4A = -1 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz, bundan $A = \frac{3}{8}$, $B = \frac{1}{8}$ ekanligini aniqlab, xususiy yechimni topamiz.

$$y_1(x) = \frac{3}{8} \cos x + \frac{1}{8} \sin x$$

Berilgan tenglamaning umumiy yechimi

$$y(x) = \bar{y}(x) + y_1(x) = e^{-2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + \frac{3}{8} \cos x + \frac{1}{8} \sin x$$

bo'ladi.

Endi berilgan boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni aniqlaymiz, ya'ni boshlang'ich shartlar berilganda Koshi masalasining yechiminitopamiz:

Umumiyechimdanxosila

$$y'(x) = -2e^{-2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + e^{2x} (-C_1 \sin x + C_2 \cos x) - \frac{3}{8} \sin x + \frac{1}{8} \cos x$$

bo'ladi, boshlang'ich shartlardan foydalanib,

$$1 = \frac{3}{8} + C_1, \quad 2 = \frac{1}{8} - 2C_1 + C_2$$

C_1 va C_2 noma'lumlarga nisbatan tenglamalar sistemasini hosil qilamiz, bundan $C_1 = \frac{5}{8}$, $C_2 = \frac{25}{8}$.

Shunday qilib, berilgan tenglamaga qo'yilgan Koshi masalasining yechimi

$$y(x) = e^{-2x} \left(\frac{5}{8} \cos x + \frac{25}{8} \sin x \right) + \frac{3}{8} \cos x + \frac{1}{8} \sin x$$

bo'ladi.

2. Differensial tenglamalarning iqtisoddagi tatbiqlari

Differensial tenglamalarning iqtisoddagi tatbiqlariga bir necha misollar keltiramiz.

1). Ishlab chiqarishning raqobatsiz sharoitda (tabiiy) o'sish modeli.

Biror turdagi mahsulot ishlab chiqarilib u tayin (belgilangan) P narxda sotilayotgan bo'lsin. $Q(t)$ vaqtning t onida (momentida) realizasiya qilingan mahsulot miqdori bo'lsin. Bu holda mahsulotni realizasiya qilishdan olingan daromad

$$PQ(t)$$

model bilan ifodalanadi. Bu daromadning bir qismi albatta ishlab chiqarish $J(t)$ investisiyasiga sarflansin, ya'ni

$$J(t) = mPQ(t) \quad (1)$$

bo'lsin, bunda m investisiya me'yori bo'lib o'zgarmas son, hamda $0 < m < 1$.

Ishlab chiqarilayotgan mahsulot to'liq realizasiya qilinayotgan bo'lsa, ishlab chiqarishni kengaytirish natijasida daromadning o'sishi ta'minlanib, bu

daromadning bir qismi yana mahsulot ishlab chiqarishni kengaytirishga sarflanadi. Bu hol ishlab chiqarish tezligining o'sishi (akselerasiya)ga olib keladi, hamda ishlab chiqarish tezligi investisiyaga proporsional bo'ladi, ya'ni

$$Q(t) = eJ(t), \quad (2)$$

bunda $\frac{1}{e}$ akselerasiya me'yori. (1) va (2) tengliklardan

$$Q(t) = emPQ \quad \text{yoki} \quad Q(t) = kQ(t) \quad (3)$$

kelib chiqadi, bunda $k = emP$.

(3) differensial tenglama birinchi tartibli, o'zgaruvchilari ajraladigan tenglama bo'lib, uning umumiy yechimi

$$\frac{dQ}{dt} = KQ, \quad \frac{d\theta}{Q} = kdt, \quad \ln Q = kt + \ln c \quad \text{yoki} \quad Q = ce^{kt}$$

bo'ladi, bunda c ixtiyoriy o'zgarmas.

Vaqtning $t = t_0$ momentida ishlab chiqarilgan mahsulot miqdori Q_0 bo'lsin.

Bu shartda

$$Q_0 = ce^{kt_0} \quad \text{yoki} \quad c = Q_0 e^{-kt_0}$$

bo'ladi. (3) tenglama uchun Koshi masalasining yechimi

$$Q = Q_0 e^{k(t-t_0)} \quad (4)$$

bo'ladi.

Shunday qilib, ishlab chiqarishning tabiiy o'sishi modeli eksponensial bo'lar ekan (tabiiy o'sish deganimizda raqobat yo'qligi tushuniladi).

Matematik modellar **umumiylik xossasiga ega**. Buning misoli sifatida quyidagi holni keltirish mumkin. Biologik kuzatishlardan ma'lumki bakteriyalarning ko'payish jarayoni ham (3) differensial tenglama bilan ifodalanadi. Bundan tashqari radioaktiv parchalanish: radioaktiv modda massasining kamayishi jarayoni qonuni ham (4) formulaga mos keladi.

2). Ishlab chiqarishning raqobatli sharoitda o'sishi modeli Oldingi misolda ishlab chiqarilayotgan mahsulot to'liq realizasiya bo'ladigan sharoitni qaradik. Endi raqobatli, ya'ni bozorga bu mahsulotni boshqalar ham realizasiya qiladigan sharoitni qaraymiz. Bunday sharoitda mahsulot ishlab chiqarish miqdorini ko'paytirish bilan bozorda uning narxi kamayadi. $P = P(Q)$ funksiya (P mahsulot narxi, Q mahsulot miqdori) kamayuvchi bo'lib

$\frac{dP}{dQ} < 0$ bo'ladi. Endi (1)-(3) formulalardagidek

$$Q = \alpha P(Q)Q \quad (5)$$

tenglamani hosil qilamiz, bunda $\alpha = em$. (5) tenglamaning o'ng tomonidagi ko'paytuvchilar hammasi musbat ishorali, demak $Q' > 0$ bo'ladi, ya'ni $Q(t)$ o'suvchi funksiya ekanligi kelib chiqadi.

Oddiylik uchun $P(Q)$ funksional bog'lanish chiziqli, ya'ni

$$P(Q) = a - bQ, \quad a >, \quad b > 0$$

bo'lgan holni qaraymiz. Bu holda (5) tenglama

$$Q' = \alpha(a - bQ)Q \quad (6)$$

ko'rinishda bo'ladi. (6) tenglikni differensiallasak

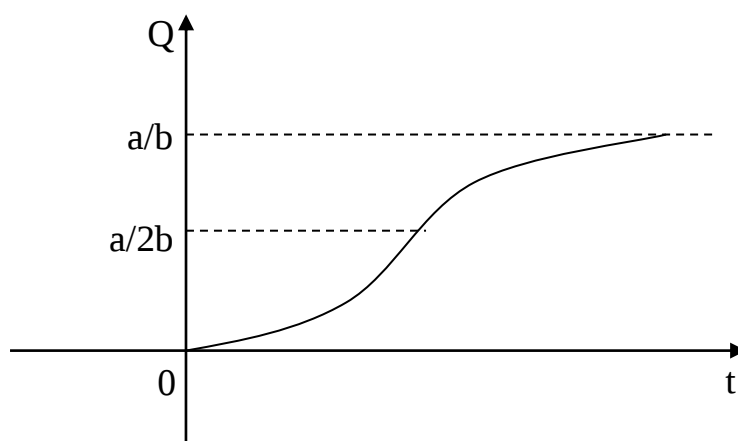
$$Q'' = (\alpha a Q - \alpha b Q^2)' = \alpha a Q' - 2\alpha b Q Q' \text{ yoki } Q'' = \alpha Q'(a - 2bQ) \quad (7)$$

tenglama hosil bo'ladi. (6)-(7) tenglamalardan $Q = 0$ va $Q = \frac{a}{b}$ bo'lganda,

$Q' = 0$, $Q < \frac{a}{2b}$ bo'lganda, $Q'' > 0$ hamda $Q > \frac{a}{2b}$ bo'lsa $Q'' < 0$ kelib chiqadi.

Bulardan $\frac{a}{2b}$ nuqtadan o'tishda Q ishorasini o'zgartirganligi uchun, bu nuqta

$Q = Q(t)$ funksiya grafigining egilish nuqtasi bo'ladi. Bu funksiya grafigi, ya'ni (6) differensial tenglama integral chiziqlaridan biri, 1-chizmada tasvirlangan bo'lib, bu egri chiziqqa iqtisodda **logistik chiziq** deb ataladi.



1-chizma.

3). Talab va taklifni tahlil qilish. Ma'lumki, bozor modelida mahsulotga talab va taklif mavjud holatlarda narxning o'zgarish sur'ati bilan bog'liq bo'ladi. Bunday sur'at t vaqtning $P(t)$ narx funksiyasi birinchi va ikkinchi tartibli hosilasi bilan xarakterlanadi.

Quyidagi misolni qaraymiz. Talab D va taklif S P narxning funksiyasi bo'lib ushbu bilan ifodalansin:

$$D(t) = p'' - 2p' - 6p + 36, \quad S(t) = 2p'' + 4p' + 4p + 6 \quad (1)$$

Bunday bog'liqlik haqiqatda mavjud holatlarga mos keladi. Haqiqatan ham, narx sur'ati oshsa bozorning mahsulotga qiziqishi ortadi, ya'ni $p'' > 0$ bo'ladi. Narxning tez o'sishi xaridorni cho'chitib talabning pasayishiga olib keladi. Shuning uchun, p' birinchi tenglikda manfiy ishora bilan ifodalanadi. Ikkinchidan, narx sur'atining ortishi bilan taklif yana kuchayadi, shuning uchun p'' ning koeffitsiyenti talab funksiyasidagiga nisbatan katta, narxning o'sishi tezligi

taklifning ham o'sishiga olib keladi, ya'ni p' taklif funksiyasida musbat ishorali bo'ladi.

Narx funksiyasi va vaqt o'zgarishi orasidagi bog'lanishni tahlil qilaylik. Ma'lumki, bozor holati $D = S$ muvozanat bilan ifodalanadi. Bu holda (1) tenglikdan

$$p'' + 6p' + 10 = 30 \quad (2)$$

ikkinchi tartibli, o'zgarmas koeffitsiyentli, chiziqli, bir jinsli bo'lmagan differensial tenglama kelib chiqadi.

Bizga ma'lumki bunday tenglamaning umumiy yechimi bu tenglamaga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi va (2) bir jinsli bo'lmagan tenglamaning birorta xususiy yechimi yig'indisidan iborat. Bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi

$$\bar{p}(t) = e^{-3t} (C_1 \cos t + C_2 \sin t)$$

bo'ladi, bunda C_1 va C_2 lar ixtiyoriy o'zgarmaslar.

Bir jinsli bo'lmagan (2) tenglama xususiy yechimi $p_1(t) = A$ o'zgarmas, ya'ni qaror topgan narxni olamiz, hamda buni (3) tenglamaga qo'yib $A = 3$ ekanligini aniqlash mumkin. Demak, $p_1(t) = 3$ bo'ladi.

Shunday qilib (9) bir jinsli bo'lmagan tenglamaning umumiy yechimi

$$p(t) = p(t) + p_1(t) = e^{-3t} (C_1 \cos t + C_2 \sin t) + 3 \quad (3)$$

bo'ladi.

Bu yechimdan $t \rightarrow \infty$ da $p(t) \rightarrow 3$ bo'ladi, ya'ni hamma narxlar qaror topgan narxga yaqinlashadi.

Ushbu Koshi masalasini qaraymiz: $t = 0$ bo'lganda, narx $p(0) = 4$ va o'sish mayli (tendensiyasi) $p'(0) = 1$ bo'lsin. $t = 0$ bo'lganda $p(0) = 4$ bo'lganligi uchun (10) dan $C_1 = 1$ kelib chiqadi. (3) tenglikdan hosila olib va $t = 0$ bo'lganda $p(0) = 1$ shartdan foydalansak $C_2 = 4$ kelib chiqadi, demak Koshi masalasining yechimi

$$p(t) = 3 + e^{-3t} (\cos t + 4 \sin t)$$

bo'ladi.

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:

1) $y'' + 6y' + 5y = e^{2x}$; 2) $y'' + y' + 7y = 8 \sin 2x$; 3) $y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$;

4) $y'' - 5y' + 6y = 3e^{2x}$; 5) $y'' + 9y = (43 + 10x - 26x^2)e^{2x}$;

6) $y'' + 6y' + 10y = 9 \cos x + 27 \sin x$; 7) $y'' - 6y' + 9y = 2 \sin 2x$

2. $y'' + 16y = \sin 4x$ tenglama uchun $x = 0$ bo'lganda $y = 1$, $y' = \frac{7}{8}$

bo'ladigan boshlang'ich shartlarda, Koshi masalasini yeching.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:

1) $y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$; 2) $y'' + 6y' + 13y = 6\sin 2x$; $y'' - 4y' + 4y = 3e^{2x}$.

2. $y'' + 16y = \sin 4x$ tenglama uchun $x = 0$ bo'lganda $y = 1$, $y' = \frac{7}{8}$

bo'ladigan boshlang'ich shartlarda, Koshi masalasini yeching.

2-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:

1) $y'' - 6y' + 9y = 4x^2 - x + 5$; 2) $y'' + 6y' + 5y = e^{2x}$; $y'' - 6y' + 9y = 2\sin 2x$.

2. $y'' + 25y = \sin 5x$ tenglama uchun $x = 0$ bo'lganda $y = 1$, $y' = \frac{1}{4}$

bo'ladigan boshlang'ich shartlarda, Koshi masalasini yeching.

3-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:

1) $y'' - 6y' + 9y = 6x^2 - 3x + 5$; 2) $y'' + 6y' + 10y = 9\cos x + 27\sin x$; 3) $y'' - 5y' + 6y = 3e^{2x}$.

2. $y'' + 36y = \sin 6x$ tenglama uchun $x = 0$ bo'lganda $y = 1$, $y' = \frac{7}{10}$

bo'ladigan boshlang'ich shartlarda, Koshi masalasini yeching.

4-varaqa

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:

1) $y'' - 6y' + 9y = 8x^2 - 5x + 7$; 2) $y'' + 6y' + 10y = 9\cos x + 27\sin x$; 3) $y'' + 3y' + 4y = 5e^{3x}$.

2. $y'' + 16y = \sin 4x$ tenglama uchun $x = 0$ bo'lganda $y = 1$, $y' = \frac{2}{5}$

bo'ladigan boshlang'ich shartlarda, Koshi masalasini yeching.

4-ilova

“Yuqori tartibli differensial tenglamalar” mavzusi bo'yicha ttst topshiriqlari

I darajali testlar

1. Ikkinchi tartibli o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning umumiy ko'rinish qanday bo'ladi?

- A) Bunday tenglama $y'' + py' + gy = 0$ ko'rinishda bo'lib, bu yerda p, g o'zgarmas ko'effitsiyentlar
- B) Bunday tenglama $y'' + p(x)y' + g(x)y = f(x)$ ko'rinishda bo'lib, bu yerda $p(x), g(x)$ nomalum funksiyalar, $f(x)$ berilgan uzluksiz funksiya
- D) Bunday tenglama $y'' + py' + gy = f(x)$ ko'rinishda bo'lib, bu yerda p, g o'zgarmas ko'effitsiyentlar, $f(x)$ berilgan uzluksiz funksiya
- E) Bunday tenglama $y'' + py' + gy = f(x)$ ko'rinishda bo'lib, bu yerda p, g o'zgarmas ko'effitsiyentlar, $f(x)$ berilgan uzluksiz funksiya

2. Ikkinchi tartibli o'zgarmas ko'effitsiyentli chiziqli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning umumiy yechimi nimadan iborat bo'ladi?

- A) Bunday tenglamaning umumiy yechimi unga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi yig'indisidan iborat bo'ladi
- B) Bunday tenglamaning umumiy yechimi uning birorta xususiy yechimidan iborat bo'ladi
- D) Bunday tenglamaning umumiy yechimi uning birorta xususiy yechimi va unga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi yig'indisidan iborat bo'ladi
- E) Bunday tenglamaning umumiy yechimi uning birorta xususiy yechimi va unga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi ko'paytmasidan bo'ladi

3. $y'' + p(x)y' + g(x)y = f(x)$ ko'rinishda bo'lgan tenglamaning o'ng tomoni $f(x) = e^{\alpha x} P(x)$ (bu yerda $P_n(x)$ n – darajali ko'p had) ko'rinishda bo'lganda xususiy yechim qanday ko'rinishda izlanadi?

- A) Bunday holda xususiy yechimni $y_1(x) = x^k e^{\alpha x} Q_n(x)$ ko'rinishda izlaymiz, bu yerda k xarakteristik tenglama ildizlarining α ga teng bo'lganlari soni (0,1,2 bo'lishi mumkin), $Q_n(x)$, $P_n(x)$ bilan bir xil darajali, lekin aniqmas ko'effitsiyentli ko'phad
- B) Bunday holda xususiy yechimni $y_1(x) = x^k e^{\alpha x}$ ko'rinishda izlaymiz, bu yerda k xarakteristik tenglama ildizlarining α ga teng bo'lganlari soni (0,1,2 bo'lishi mumkin)
- D) Bunday holda xususiy yechimni $y_1(x) = x^{2k} e^{\alpha x} Q_n(x)$ ko'rinishda izlaymiz, bu yerda k xarakteristik tenglama ildizlarining α ga teng bo'lganlari soni (0,1,2 bo'lishi mumkin), $Q_n(x)$, $P_n(x)$ bilan bir xil darajali, lekin aniqmas ko'effitsiyentli ko'phad
- E) Bunday holda xususiy yechimni $y_1(x) = x^{2k} e^{3\alpha x} Q_n(x)$ ko'rinishda izlaymiz, bu yerda k xarakteristik tenglama ildizlarining α ga teng bo'lganlari soni (0,1,2

bo'lishi mumkin), $Q_n(x)$, $P_n(x)$ bilan bir xil darajali, lekin aniqmas koeffitsiyentli ko'phad

4. $y'' + p(x)y' + g(x)y = f(x)$ tenglamaning o'ng tomoni $f(x) = a \cos \beta x + b \sin \beta x$ ko'rinishda bo'lganda xususiy yechim qanday ko'rinishda izlanadi?

A) Bunday holda xususiy yechimni $y_1(x) = (A \cos \beta x + B \sin \beta x)x^k$ ko'rinishda bo'lib, k xarakteristik tenglama ildizlarining $i\beta$ ga teng bo'lganlarining soni.

B) Bunday holda xususiy yechimni $y_1(x) = B \sin \beta x \cdot x^k$ ko'rinishda bo'lib, k xarakteristik tenglama ildizlarining $i\beta$ ga teng bo'lganlarining soni.

D) Bunday holda xususiy yechimni $y_1(x) = A \cos \beta x \cdot x^k$ ko'rinishda bo'lib, k xarakteristik tenglama ildizlarining $i\beta$ ga teng bo'lganlarining soni.

E) Bunday holda xususiy yechimni $y_1(x) = (A \cos \beta x + B \sin \beta x) + Dx^k$ ko'rinishda bo'lib, k xarakteristik tenglama ildizlarining $i\beta$ ga teng bo'lganlarining soni.

II darajali testlar

5. Ma'lumki, matematik tahlil o'zgaruvchi kattaliklar tahlili bilan shug'ullanadi.

Iqtisodda ham o'zgaruvchi kattaliklar bormi?

A) iqtisodda ishlab chiqarish jarayonini o'zgaruvchi kattalik (miqdor) desa, bo'ladi

B) iqtisoddagi jarayonlar o'zgarmasdir

D) iqtisodda matematik tahlilni tadbiq qilib bo'lmaydi

E) iqtisoddagi jarayonlarning o'zgaruvchanligini tekshirib bo'lmaydi

6. Ishlab chiqarish tezligi nimaga proporsional?

A) investisiyaga, ya'ni $Q'(t) = kJ(t)$

B) akselerasiya me'yoriga

D) ishlab chiqarish texnologiyasiga

E) iqtisodni boshqarishga

7. Ishlab chiqarishning tabiiy o'sish modeli differensial tenglama orqali qanday ifodalanadi?

A) $Q'(t) = kQ[t]$, bunda $Q(t)$ t momentdagi realizatsiya qilingan mahsulot miqdori

- B) $Q'(t) = kJ(t)$ bunda $J(t)$ investisiya miqdori
- D) $Q''(t) = kQ(t)$
- E) $Q'(t) = kJ'(t)$

8. Matematik modellar umumiylik xossasiga egami?

- A) umumiylik xossasiga ega bo'lib, masalan $Q'(t) = kQ[t]$ differensial tenglamaga, bakteriyalarning ko'payishi jarayonining ham, radioaktiv modda massasining kamayishi jarayonining hamda ishlab chiqarishning tabiiy o'sishi jarayonining ham matematik modeli bo'ladi
- B) matematik modellar faqat bitta turdagi jarayonni ifodalaydi
- D) $Q'(t) = kQ[t]$ differensial tenglama faqat ishlab chiqarishning tabiiy o'sish jarayonining modelidir
- E) $Q'(t) = kQ[t]$ differensial tenglama faqat radioaktiv modda massasining kamayishi jarayonining modelidir

9. $y'' + 2y' - 3y = e^{2x}(25x^2 - 47)$ tenglamaning umumiy yechimini qanday ko'rinishda izlaymiz?

- A) $y_1(x) = e^{3x}(Ax^2 + Bx + C)$
- B) $y_1(x) = e^x(Ax^2 + Bx + C)$
- D) $y_1(x) = e^{2x}(Ax^2 + Bx + C)$
- E) $y_1(x) = e^{2x}(Bx + C)$

10. $y'' + y = \sin x$ tenglamaning umumiy yechimini qanday ko'rinishda izlaymiz?

- A) $y_1(x) = Ax^2 + Bx + C$
- B) $y_1(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx$
- D) $y_1(x) = Bx^2 + Cx$
- E) $y_1(x) = Ax^3 + Bx^2 + C$

11. Ishlab chiqarishning raqobatli sharoitda o'sishi modeli differensial tenglama orqali qanday ifodalanadi.

A) $Q' = \alpha R(Q) \cdot Q$ differensial tenglama bilan ifodalanaib, bunda $R(Q)$ narx funksiyasi, Q mahsulot miqdori

B) ishlab chiqarish raqobatli bo'lganda uning modelini tuzib bo'lmaydi

D) ishlab chiqarishning raqobatli sharoitida uning o'sishi chiziqli bo'lib, differensial tenglama bilan ifodalab bo'lmaydi

E) ishlab chiqarish raqobatli sharoitda kamayuvchi bo'ladi

12. Ishlab chiqarish raqobatli bo'lganda $P(Q)$ narx funksiyasining o'zgarish dinamikasi qanday? (bunda Q mahsulot miqdori).

A) mahsulot ishlab chiqarish miqdorini ko'paytirish bilan $P(Q)$ kamayuvchi

bo'lib, $\frac{dP}{dQ} < 0$ bo'ladi

B) mahsulot ishlab chiqarish miqdorini ko'paytirish bilan daromad oshadi va narx ham oshib boradi

D) raqobatli sharoitda narx o'zgarmaydi

E) mahsulot ishlab chiqarish miqdorini ko'paytirish bilan uning narxi o'zgarmaydi

13 Narxning o'sishi tezligi, taklif funksiyasining dinamikasiga qanday ta'sir qiladi?

A) taklifning ham o'sishiga olib keladi

B) taklif o'zgarmaydi

D) taklif kamayadi

E) taklif, talabga ta'sir etib narxning kamayishiga olib keladi

14. D talab va S taklif funksiyalari bo'lsa, bozor holati qanday ifodalanadi?

A) $D = S$ muvozanat bilan

B) $D > S$ holat bilan

D) $D < S$ holat bilan

E) $D = S = 0$ holat bilan

III darajali testlar

15. $y'' + 2y' - 3y = e^{2x}(25x^2 - 47)$ tenglamaning umumiy yechimini toping.

A) $y = \bar{y} + y_1 = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x + e^{2x}(5x^2 - 12x + 3)$

B) $y = \bar{y} + y_1 = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x + e^{2x}(5x^2 - 12x + 3)$

D) $y = \bar{y} + y_1 = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x + e^{2x}(5x^2 - 12x + 3)$

E) $y = \bar{y} + y_1 = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x + e^{2x}(5x^2 - 12x + 3)$

16. P narx funksiyasi bo'lsa $P'' > 0$ holat nimani ifodalaydi?

A) narx sur'atining oshishini ifodalab, bozorning mahsulotga qiziqishi ortadi

B) narxning oshib borishi talabning kamayishiga olib keladi

D) narx funksiyasi kamayuvchi bo'ladi

E) narxning oshishi taklifning kamayishiga sabab bo'ladi

17. $P'' + 6P' + 10P = 30$ differensial tenglamaning yechimini toping.

A) $P(t) = e^{-3x}(C_1 \cos t + C_2 \sin t) + 3$

B) $P(t) = e^{-3x}(C_1 \cos t + C_2 \sin t) + 5$

D) $P(t) = e^{-3x}(C_1 \cos t + C_2 \sin t) - 3$

E) $P(t) = e^{-5x}(C_1 \cos t + C_2 \sin t) + 3$

5-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Quyidagi differensial tenglamalarning umumiy yechimini toping:

1) $y'' + y' + 7y = \cos 2x + 8\sin 2x$; 2) $y'' - 6y' + 9y = 12x^2 - 7x + 13$;

3) $y'' + 9y = (43 + 10x - 26x^2)e^{2x}$; 4) $y'' + 6y' + 10y = 12\cos x + 81\sin x$;

5) $y'' - 6y' + 9y = 2\sin 2x + 5\cos 2x$.

2. $y'' + 81y = 3\cos 4x + 5\sin 4x$ tenglama uchun $x = 0$ bo'lganda $y = 1$, $y' = \frac{7}{8}$ bo'ladigan boshlang'ich shartlarda, Koshi masalasini yeching.

12-ma'ruza mashg'ulot

1.1. "Qatorlar" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

12-mavzu	Qatorlar
Vaqt-4soat	Talabalar soni: __ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	ma'ruza
Mashg'ulot rejasi	1. Sonli qatorlarhaqida tushuncha berish. 2. Qator yig'indisi va uning yaqinlashuvi. 3. Qator yaqinlashishining zaruriy belgisi(sharti). 4. Musbat hadli qatorlar yaqinlashishining yetarli belgilari(sharti). 5. Ishoralari almashinuvchi qatorlar yaqinlashishini tekshirish. 6. Absolyut va shartli yaqinlashishi qatorlar.
Asosiy tushuncha va atamalar	Cheksiz yig'indi, sonli qator, umumiy had, garmonik qator, qator yig'indisi, qismiy yig'indi, yaqinlashuvchi qator, uzoqlashuvchi qator, zaruriy belgi, yetarli belgi, taqqoslash belgisi, Dalamber belgisi, Koshi belgisi, integral belgi, ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatorlar, o'zgaruvchan ishorali qatorlar, Leybnis belgisi, absolyut va shartli yaqinlashish.
Mashg'ulotining maqsadi	Qatorlar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Sonli qatorlarga misollar keltirish. 4. Qator yig'indisi va uning yaqinlashuvi eslatish. 5. Qator yaqinlashishining zaruriy belgisi(sharti)ga oid misollar keltirish. 6. Musbat hadli qatorlar yaqinlashishining	1. Sonli qatorlarga misollar keltirishni bilish. 2. Qator yig'indisi va uning yaqinlashuvini anglashi. 3. Qator yaqinlashishining zaruriy belgisi(sharti)ga oid misollarni yecha bilish. 4. Qator yaqinlashishining taqqoslash belgisini bilishi. 5. Musbat hadli qatorlar yaqinlashishi

yetarli belgilarini tushuntirish. 7. Ishoralari almashinuvchi qatorlar yaqinlashishini tekshirish. 8. Absolyut va shartli yaqinlashishni tushuntirish.	Dalamber belgisini bilish. 6.Koshi belgisi bilishi. 7.Qator yaqinlashishining integral belgisini qator yaqinlashishini tekshirishga qo'llay bilish. 8. Ishoralari almashinuvchi qatorlar yaqinlashishini tekshirish. 9. Absolyut va shartli yaqinlash qatorlar.
Ta'lim usuli va texnikasi	Amaliy mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy.
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. "Qatorlar" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova). 1.3. Talabalarning darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)). Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi.	Tinglaydilar; Guruhlarda ishlaydilar, misol va masalalarni daftarda echadilar, savollar

	Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Sonli qator deb nimaga aytiladi? 2. Qatorning umumiy hadi nima? 3. Garmonik qator deb qanday qatorga aytiladi? 4. Qatorning qisman yig'indisi nima? 5. Qatorning yig'indisi qanday aniqlanadi? 6. Qanday qatorga yaqinlashuvchi deyiladi? 7. Qanday qator uzoqlashuvchi bo'ladi? 8. Yaqinlashuvchi qatorlar qanday xossalarga ega? 9. Qator yaqinlashishining zaruriy belgisi nima? 10. Qator yaqinlashishining yetarli va zaruriy belgilarining farqi nimadan iborat?	beradilar. Guruh liderlari topshiriqlar javoblarini aytadilar. Liderlar o'z guruhlarida baholash o'tkazadilar. Tinglaydilar.
3- bosqich, yakuniy(15 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2.Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a’lo”
 71-85% / – “yaxshi”
 55-70% / – “qoniqarli”
 0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo‘llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o‘qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo‘yib, olingan ma’lumotni tizimlashtiring:
 V - ... haqida mavjud bo‘lgan bilimlar (ma’lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e’tiroz bildiradi.
 + (plyus) - yangi ma’lumotlar hisoblanadi.
 ? - tushunarsiz / aniqlik / qo‘shimcha ma’lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo‘llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o‘qing.
2. Olingan ma’lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo‘yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to‘ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

№	Mavzu savollari	Bila man (Q)	Bilishni xoxlay man (?)	Bilib oldim
1	Sonli qator deb nimaga aytiladi?			
2	Qatorning umumiy hadi nima?			
3	Garmonik qator deb qanday qatorga aytiladi?			
4	Qatorning qisman yig‘indisi nima?			
5	Qatorning yig‘indisi qanday aniqlanadi?			
6	Qanday qatorga yaqinlashuvchi deyiladi?			
7	Qanday qator uzoqlashuvchi bo‘ladi?			
8	Yaqinlashuvchi qatorlar qanday xossalarga ega?			
9	Qator yaqinlashishining zaruriy belgisi nima?			
10	Qator yaqinlashishining yetarli va zaruriy belgilarining farqi nimadan iborat?			
11	Qator yaqinlashishining taqqoslash belgisi nimadan iborat?			
12	Qator yaqinlashishining Dalamber belgisi qanday?			

13	Qator yaqinlashishining Koshi belgisi nimadan iborat?			
14	Qator yaqinlashishining integral belgisi nimadan iborat?			
15	Ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatorlar qanday belgi bilan tekshiriladi?			
16	Leybnis belgisi nimadan iborat?			
17	Ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatorlar yordamida, taqribiy hisoblashda, hisoblash xatosi qanday baholanadi?			
18	Absolyut yaqinlashuvchi qator deb nimaga aytiladi?			
19	Shartli yaqinlashuvchi qator deb qanday qatorga aytiladi?			

3-ilova

12-ma'ruzalar. Sonli qatorlar va ularning ayrim yaqinlashish belgilari Reja.

1. Sonli qatorlar haqida.

2. Qator yig'indisi va uning yaqinlashuvi.

3. Qator yaqinlashishining zaruriy belgisi(sharti)

4. Musbat hadli qatorlar yaqinlashishining yetarli belgilari.

5. Ishoralari almashinuvchi qatorlar(Leybnis qatori).

6. Absolyut va shartli yaqinlashish.

Mavzuning tayanch tushunchalari

Cheksiz yig'indi, sonli qator, umumiy had, garmonik qator, qator yig'indisi, qisman yig'indi, yaqinlashuvchi qator, uzoqlashuvchi qator, zaruriy belgi, yetarli belgi, taqqoslash belgisi, Dalmber belgisi, Koshi belgisi, integral belgi, ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatorlar, o'zgaruvchan ishorali qatorlar, Leybnis belgisi, absolyut va shartli yaqinlashish.

1. 1-ta'rif. $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ sonlar ketma-ketligidan tuzilgan

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots = \sum_{1}^{\infty} u_n \quad (1)$$

cheksiz yig'indiga sonli qator deyiladi.

$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ larga qatorning hadlari, u_n ga esa, n - hadi yoki umumiy hadi deyiladi.

Qatorlarga bir necha misollar keltiramiz:

$$1) \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

qatorga garmonik qator deyiladi;

$$2) \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

qator birinchi hadi $a_1 = \frac{1}{2}$, maxraji $q = \frac{1}{2}$ bo'lgan geometrik progressiyani ifodalaydi;

$$3) \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} + \dots$$

2. Qator yig'indisi va uning yaqinlashuvi. Sonli qator ta'rifidan ma'lumki, uning hadlari cheksiz ko'p bo'lib, qator yig'indisini oddiy yo'l bilan qo'shib, topib bo'lmaydi. Shuning uchun qatorning yig'indisi tushunchasini kiritamiz. (1) qator hadlaridan

$$u_1 = S_1, \quad u_1 + u_2 = S_2, \quad u_1 + u_2 + u_3 = S_3, \dots, \\ u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = S_n$$

qisman yig'indilarni tuzamiz.

2-ta'rif.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$$

chekli limit mavjud bo'lsa, S ga qator yig'indisi deyiladi va qator yaqinlashuvchi deb ataladi.

Chekli limit mavjud bo'lmasa, qatorning yig'indisi bo'lmaydi va u uzoqlashuvchi deyiladi.

1-misol.
$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$$

qator yaqinlashishini tekshiring.

Yechish. Berilgan qatorning n qisman yig'indisi

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \\ + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{1}{1} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}$$

bo'lib,
$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1.$$

Shunday qilib, berilgan sonli qator yaqinlashuvchi va uning yig'indisi $S=1$ bo'ladi.

Yaqinlashuvchi qatorlarning xossalari

a)
$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

qator yaqinlashuvchi va uning yig'indisi S bo'lsa, istalgan $c \neq 0$ son uchun,

$$ca_1 + ca_2 + \dots + ca_n + \dots$$

qator ham yaqinlashuvchi va uning yig'indisi cS bo'ladi;

$$e) \quad a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots \text{ va } b_1 + b_2 + \dots + b_n + \dots$$

qatorlar yaqinlashuvchi va mos ravishda S', S'' yig'indalarga ega bo'lsa,

$$(a_1 \pm b_1) + (a_2 \pm b_2) + \dots + (a_n \pm b_n) + \dots$$

qator ham yaqinlashuvchi va yig'indisi $(S' \pm S'')$ dan iborat bo'ladi;

$$s) \quad u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_k + u_{k+1} + \dots + u_n + \dots \quad (2)$$

qator yaqinlashuvchi bo'lsa,

$$u_k + u_{k+1} + \dots + u_n + \dots \quad (3)$$

qator ham yaqinlashuvchi va aksincha (3) qator yaqinlashuvchi bo'lsa, (2) qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi.

3. Qator yaqinlashishining zaruriy belqisi(sharti)

$$\textbf{Teorema.} \quad u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots \quad (4)$$

qator yaqinlashuvchi bo'lsa,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$$

shart bajariladi.

Isbot. (4) qator yaqinlashuvchi bo'lganligi uchun

$$u_n = S_n - S_{n-1}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (S_n - S_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n - \lim_{n \rightarrow \infty} S_{n-1} = S - S = 0.$$

Shunday qilib, $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ kelib chiqdi.

Natija. Qator umumiy hadining $n \rightarrow \infty$ dagi limiti 0 ga teng bo'lmasa, u uzoqlashuvchi bo'ladi. Lekin $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ shartdan qatorning yaqinlashuvchiligi

kelib chiqmaydi. Bu shart faqat **zaruriy shart bo'lib, yetarli** emas.

4. Musbat hadli qatorlar yaqinlashishining yetarli belgilari

1) Qator yaqinlashishining taqqoslash belqisi

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots, \quad (5)$$

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n + \dots \quad (6)$$

qatorlar uchun

$$u_1 \leq v_1, \quad u_2 \leq v_2, \dots, u_n \leq v_n, \dots$$

tengsizliklar hamma n lar uchun bajarilib: (6) qator yaqinlashuvchi bo'lsa, (5) qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi va uning yig'indisi (6) qator yig'indisidan katta bo'lmaydi; (5) qator uzoqlashuvchi bo'lsa, (6) qator ham uzoqlashuvchi bo'ladi.

$$2\text{-misol. } 1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 2^2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{1}{n \cdot 2^n} + \dots$$

qator yaqinlashishini tekshiring.

Yechish. Berilgan qatorni

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

qator bilan taqqoslayimz. Ma'lumki, keyingi qator maxraji $q = \frac{1}{2}$ ga teng bo'lgan geometrik progressiya bo'lib, yaqinlashuvchidir. Hamma n lar uchun,

$$\frac{1}{n \cdot 2^n} \leq \frac{1}{2^n}$$

tengsizliklar bajariladi, demak taqqoslash belgisiga asosan, berilgan qatorning ham yaqinlashuvchi ekanligi kelib chiqadi.

2). Dalamber belqisi. Musbat hadli

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + a_{n+1} + \dots$$

qator berilgan bo'lsin.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = d$$

limit mavjud bo'lib:

$d < 1$ bo'lsa, qator yaqinlashuvchi;

$d > 1$ bo'lsa, qator uzoqlashuvchi;

$d = 1$ bo'lsa, qator yaqinlashuvchi ham uzoqlashuvchi ham bo'lishi mumkin, bunday hollarda qatorni boshqa belgilardan foydalanib tekshirish kerak bo'ladi.

$$3\text{-misol. } 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$$

qator yaqinlashishini tekshiring.

$$\text{Yechish. } d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1/(n+1)!}{1/n!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0 < 1.$$

Demak, berilgan qator Dalamber belgisiga asosan yaqinlashuvchi.

$$4\text{-misol. } 1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{n}{2n-1} + \dots$$

qator yaqinlashishini tekshiring.

Yechish.

$$d = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{2n+1} / \frac{n}{2n-1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(2n-1)}{(2n+1)n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{2n^2 + n} = \frac{2}{2} = 1.$$

Bu holda Dalamber belgisi savolga javob bermaydi. Berilgan qator uchun qator yaqinlashishining zaruriy belgisini tekshiraylik.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n-1} = \frac{1}{2} \neq 0.$$

Qator yaqinlashishining zaruriy sharti bajarilmaydi, demak berilgan qator uzoqlashuvchi.

3) Koshi belgisi

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

musbat hadli qator berilgan bo'lib,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = k$$

limit mavjud va

$k < 1$ bo'lsa, qator yaqinlashuvchi;

$k > 1$ bo'lsa, qator uzoqlashuvchi;

$k = 1$ bo'lsa, qator yaqinlashuvchi ham, uzoqlashuvchi ham bo'lishi mumkin, bu holda Koshi belgisi savolga javob bermaydi.

$$\text{5-misol. } \sum_1^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n = \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5} \right)^2 + \left(\frac{3}{7} \right)^3 + \dots + \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n + \dots$$

qator yaqinlashishini tekshiring.

Yechish. Koshi belgisiga asosan,

$$k = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n}{2n+1} \right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2} < 1.$$

Shunday qilib, berilgan qator Koshi belgisiga asosan yaqinlashuvchi bo'ladi.

4) Qator yaqinlashishining integral belgisi

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

musbat hadli qator berilgan bo'lsin.

$f(n) = a_n$ natural argumentli funksiya tuzamiz. $f(n)$ uzluksiz, musbat va kamayuvchi funksiya bo'lsin.

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b f(n) dn$$

xosmas integral yaqinlashuvchi bo'lsa, berilgan qator ham yaqinlashuvchi, xosmas integral uzoqlashuvchi bo'lsa, qator ham uzoqlashuvchi bo'ladi.

$$\text{6-misol. } 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots$$

qator yaqinlashishini tekshiring.

Yechish. $f(n) = \frac{1}{n^2}$ ëku $f(x) = \frac{1}{x^2}$ funksiyanı tuzib, ushbu xosmas

integralni hisoblaymiz:

$$\int_1^{\infty} f(x) dx = \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b x^{-2} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^b = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{b} + \frac{1}{1} \right) = 1.$$

Demak, xosmas integral yaqinlashuvchi, integral belgiga asosan, tekshirilayotgan qator ham yaqinlashuvchidir.

$$7\text{-misol. } 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

garmonik qator yaqinlashishini tekshiring.

$$\text{Yechish. } f(n) = \frac{1}{n} \text{ } \ddot{e}ku \text{ } f(x) = \frac{1}{x} \text{ bo'lganligi uchun}$$

$$\int_1^{\infty} f(x) dx = \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} (\ln b - \ln 1) = \lim_{b \rightarrow \infty} \ln b = \infty.$$

Demak, xosmas integral uzoqlashuvchi, integral belgiga asosan, garmonik qator ham uzoqlashuvchi ekanligi kelib chiqadi.

5. Ishoralari almashinuvchi qatorlar(Leybnis qatori). Ishoralari har xil bo'lgan qatorlarga **o'zgaruvchan ishorali** qatorlar deyiladi.

O'zgaruvchan ishorali qatorlarning xususiy holi, **ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatorlardir.**

$$\text{Masalan, } 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \dots$$

qator birinchi hadi musbat bo'lgan, ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatordir.

Ishoralari navbat bilan almashinuvchi qatorlar yaqinlashishini **Leybnis belgisi** bilan tekshiriladi.

Ishoralari navbat bilan almashinuvchi

$$a_1 - a_2 + a_3 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots \quad (7)$$

qator berilgan bo'lsin. Bu yerda $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ musbat sonlar.

Leybnis belgisi. Ishoralari navbat bilan almashinuvchi qator hadlari absolyut qiymati bo'yicha kamayuvchi, ya'ni

$$1) a_1 > a_2 > a_3 > \dots$$

va

$$2) \text{ umumiy hadining } n \rightarrow \infty \text{ dagi limiti no'lga teng, ya'ni } \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0 \text{ bo'lsa,}$$

ishoralari navbat bilan almashinuvchi (7) qator yaqinlashuvchi bo'lib, uning yig'indisi birinchi haddan katta bo'lmaydi. Bu shartlardan birortasi bajarilmasa, qator uzoqlashuvchi bo'ladi.

$$8\text{-misol. } 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

qator yaqinlashishini tekshiring.

Yechish. Leybnis belgisi shartlarini tekshiramiz:

$$1) 1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \dots;$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$$

Demak, Leybnis belgisining ikkala sharti ham bajariladi. Shunday qilib, berilgan qator Leybnis belgisiga asosan, yaqinlashuvchi.

$$9\text{-misol. } 1,1 - 1,01 + 1,001 - \dots$$

qator yaqinlashishini tekshiring.

$$\text{Yechish: } 1,1 > 1,01 > 1,001 > \dots$$

birinchi shart bajariladi. Lekin $a_n = 1 + 0,1^n$ bo'lib,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{10^n}\right) = 1 \neq 0,$$

Leybnis belgisining ikkinchi sharti bajarilmaydi. Demak, berilgan qator uzoqlashuvchi.

Qatorlar nazariyasidan taqribiy hisoblashlarda keng qo'llaniladi.

Taqribiy hisoblashlarda yo'l qo'yilgan xatolikni baholash katta amaliy ahamiyatga ega. Ishoralari navbatlashuvchi qatorlarda xatolik, hisobga olinmayotgan birinchi had absolyut qiymatidan katta bo'lmaydi, ya'ni

$$|r_n| < a_{n+1}$$

bo'ladi.

$$10\text{-misol. } S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots$$

ni 0,1 aniqlikda taqribiy hisoblang.

Yechish: Shartga asosan $|r_n| < 0,1$ bo'lishi kerak.

$$|r_n| < a_{n+1} = \frac{1}{n+1}, \quad \frac{1}{n+1} = \frac{1}{10}, \quad n+1=10, \quad n=9. \quad \text{Demak,}$$

$$S_9 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} \approx 0,74.$$

Bunda $S \approx 0,74$; 0,1 gacha aniqlikda hisoblandi.

Endi o'zgaruvchan ishorali qatorlarning ayrim xossalari qaraymiz.

6. Absolyut va shartli yaqinlashish

1-ta'rif. O'zgaruvchan ishorali qator hadlarining absolyut qiymatidan tuzilgan qator yaqinlashuvchi bo'lsa, o'zgaruvchan ishorali qator **absolyut yaqinlashuvchi** deyiladi.

2-ta'rif. O'zgaruvchan ishorali qator yaqinlashuvchi bo'lib, uning hadlarining absolyut qiymatidan tuzilgan qator uzoqlashuvchi bo'lsa, o'zgaruvchan ishorali qator **shartli yaqinlashuvchi** deyiladi.

$$11\text{-misol. } 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots \quad \text{qator yaqinlashishini tekshiring.}$$

Yechish. Berilgan qator hadlarining absolyut qiymatidan qator tuzamiz:

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$$

bu qator maxraji $q = \frac{1}{3}$ bo'lgan geometrik progressiya bo'lib, yaqinlashuvchidir.

Demak, berilgan qator absolyut yaqinlashuvchi bo'ladi.

12-misol. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots$

qator shartli yaqinlashuvchidir. Chunki, uning hadlarining absolyut qiymatidan tuzilgan

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$$

garmonik qator uzoqlashuvchi edi.

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

1. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n}{n+1} + \dots$

qator yaqinlashishining zaruriy belgi(sharti)ni tekshiring.

2. $1 + \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 5^2} + \frac{1}{4 \cdot 5^3} + \dots$ qator yaqinlashishini taqqoslash belgisi bilan

tekshiring.

3. $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \frac{8}{81} + \dots$

qator yaqinlashishini Dalamber belgisidan foydalanib tekshiring.

4. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$

qator yaqinlashishini integral belgisi bilan tekshiring.

5. $\sum_1^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1} \right)^n$ qator yaqinlashishini tekshiring.

6. Ushbu $\frac{1}{10} - \frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \frac{1}{40} + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring hamda

yaqinlashuvchi bo'lsa, absolyutmi yoki shartli ekanligini aniqlang.

7. $1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring va uning yig'indisini 0,01 aniqlikkacha hisoblang.

2-varaqa

1. $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{n}{2n+1} + \dots$

qator yaqinlashishining zaruriy shartini tekshiring.

2. $1 + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 3^2} + \frac{1}{4 \cdot 3^3} + \dots$ qator yaqinlashishini taqqoslash belgisi bilan tekshiring.

3. $1 + \frac{2}{2!} + \frac{4}{3!} + \frac{8}{4!} + \dots$

qator yaqinlashishini Dalamber belgisidan foydalanib tekshiring.

4. $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots$

qator yaqinlashishini integral belgisi bilan tekshiring.

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$ qator yaqinlashishini tekshiring.

6. Ushbu $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n-2}{3n+5}$ qator yaqinlashishini tekshiring hamda yaqinlashuvchi

bo'lsa, absolyutmi yoki shartli ekanligini aniqlang.

7. $1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring va uning yig'indisini 0,01 aniqlikkacha hisoblang.

3-varaqa

1. $\frac{1}{1} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{n}{2n-1} + \dots$

qator yaqinlashishining zaruriy shartini tekshiring.

2. $1 + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4^2} + \frac{1}{4 \cdot 4^3} + \dots$ qator yaqinlashishini taqqoslash belgisi bilan tekshiring.

3. $1 + \frac{3}{2 \cdot 3} + \frac{3^2}{2^2 \cdot 5} + \frac{3^3}{2^3 \cdot 7} + \dots$

qator yaqinlashishini Dalamber belgisidan foydalanib tekshiring.

$$4. \frac{1}{1+1^2} + \frac{1}{1+2^2} + \frac{1}{1+3^2} + \dots$$

qator yaqinlashishini integral belgisi bilan tekshiring.

$$5. \sum_1^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+1} \right)^n \text{ qator yaqinlashishini tekshiring.}$$

$$6. \text{ Ushbu } \sum_1^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{6n+5} \text{ qator yaqinlashishini tekshiring hamda yaqinlashuvchi}$$

bo'lsa, absolyutmi yoki shartli ekanligini aniqlang.

$$7. \sum_1^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n2^n} \text{ qator yaqinlashishini tekshiring va uning yig'indisini } 0,01$$

aniqlikkacha hisoblang.

4-varaqa

$$1. \frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \dots + \frac{2n}{2n+1} + \dots$$

qator yaqinlashishining zaruriy shartini tekshiring.

$$2. 1 + \frac{1}{2 \cdot 7} + \frac{1}{3 \cdot 7^2} + \frac{1}{4 \cdot 7^3} + \dots \text{ qator yaqinlashishini taqqoslash belgisi bilan tekshiring.}$$

$$3. 1 + \frac{5}{3 \cdot 3} + \frac{5^2}{3^2 \cdot 5} + \frac{5^3}{3^3 \cdot 7} + \dots$$

qator yaqinlashishini Dalamber belgisidan foydalanib tekshiring.

$$4. 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots$$

qator yaqinlashishini integral belgisi bilan tekshiring.

$$5. \sum_1^{\infty} \left(\frac{5n-1}{9n+1} \right)^n \text{ qator yaqinlashishini tekshiring.}$$

$$6. \text{ Ushbu } \sum_1^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{7n+5} \text{ qator yaqinlashishini tekshiring hamda yaqinlashuvchi}$$

bo'lsa, absolyutmi yoki shartli ekanligini aniqlang.

$$7. \sum_1^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n3^n} \text{ qator yaqinlashishini tekshiring va uning yig'indisini } 0,01$$

aniqlikkacha hisoblang.

“Qatorlar” mavzusi bo'yicha test topshiriqlari

I darajali testlar

1. Sonli qator deb nimaga aytiladi?

- A) $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ sonlar ketma-ketligidan tuzilgan $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ cheksiz yig'indiga sonli qator deyiladi
- B) $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ n ta sonlar yig'indisiga qator deyiladi
- D) $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ sonlar ketma-ketligidan tuzilgan $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ chekli yig'indiga sonli qator deyiladi
- E) $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ sonlardan tuzilgan $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + u_{n+1}$ yig'indiga sonli qator deyiladi

2. Qatorning n – qismiy yig'indisi deb nimaga aytiladi?

- A) qatorning birinchi n ta hadlari yig'indisiga
- B) $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ yig'indisiga
- D) $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + u_{n+1}$
- E) $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ cheksiz yig'indiga

3. Qator yig'indisi deb nimaga aytiladi?

- A) $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ chekli limit mavjud bo'lsa, unga berilgan qator yig'indisi deyiladi
- B) $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + u_{n+1}$ yig'indi qator yig'indisi deyiladi
- D) qator hadlari cheksiz bo'lgani uchun, qator yig'indisi ham cheksiz bo'ladi
- E) qatorning cheksiz hadlari bo'lganligi uchun uning yig'indisi bo'lmaydi

4. Uzoqlashuvchi qator yig'indisi nimaga teng?

- A) uzoqlashuvchi qator yig'indisi bo'lmaydi
- B) $S = 0$
- D) $S = 1$

E) $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

5. Qator yaqinlashishining zaruriy alomatini ko'rsating.

A) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ bo'lsa

B) agar $n \rightarrow \infty$ da qatorning n -hadi nolga intilmasa qator yaqinlashadi

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ bo'lsa

E) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$ bo'lsa

II darajali testlar

6. Garmonik qator yaqinlashuvchimi?

A) garmonik qator integral belgiga asosan uzoqlashuvchi

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ bo'lgani uchun qator yaqinlashuvchi bo'ladi

D) $\int_0^{\infty} \frac{1}{n} dn$ integralning qiymati chekli bo'lgani uchun qator yaqinlashuvchi

E) xosmas integral $\int_0^{\infty} \frac{1}{n} dn$ yaqinlashuvchigani uchun garmonik qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi

7. $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^5} + \dots + \frac{1}{n^n} + \dots$ qator yaqinlashishini taqqoslash belgisi bilan tekshiring.

A) berilgan qatorning har bir hadi $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$

qatorning har bir hadidan kichik, keyingi qator maxraji $q = \frac{1}{2}$ bo'lgan

geometrik progressiya bo'lganligi uchun yaqinlashuvchi, taqqoslash belgisiga asosan berilgan qator ham yaqinlashuvchi

B) berilgan qator uchun $u_n = \frac{1}{n^n}$ bo'lib, $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ bo'lganligi uchun qator yaqinlashuvchi

D) berilgan qatorning harbir hadini garmonik qator bilan taqqoslasak qator yaqinlashishi kelib chiqadi

E) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ garmonik qator bilan taqqoslasak berilgan qatorning uzoqlashuvchiligi kelib chiqadi kelib chiqadi

8. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring.

A) $d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2} < 1$ bo'lganligi uchun, Dalamber belgisiga asosan yaqinlashuvchi

B) $d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 2$ bo'lganligi uchun Dalamber belgisiga asosan qator uzoqlashuvchi

D) berilgan qatorning harbir hadi garmonik qatorning hadlaridan kichik shuning uchun berilgan qator yaqinlashuvchi

E) berilgan qator garmonik qator bo'lganligi uchun qator yaqinlashuvchi bo'ladi

9. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ qator yaqinlashishining zaruriy belgisining bajarilishini tekshiring.

A) bajariladi, chunki $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ bo'ladi

B) bajarilmaydi, chunki $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1 \neq 0$ bo'ladi

D) bajarilmaydi, chunki $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2 \neq 0$ bo'ladi

E) bajarilmaydi, chunki $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3 \neq 0$ bo'ladi

10. $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} + \dots$ qator yaqinlashishini integral belgi bilan tekshiring.

A) $\int_1^{\infty} \frac{1}{2n-1} dn = \infty$ bo'ladi, shuning uchun qator uzoqlashuvchi bo'ladi

B) $\int_1^{\infty} \frac{1}{2n-1} dn = 0$ bo'ladi, shuning uchun qator yaqinlashuvchi bo'ladi

D) integral belgiga asosan qator yaqinlashuvchi bo'ladi

E) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n-1} = 0$ bo'ladi, shuning uchun qator yaqinlashuvchi bo'ladi

11. $\frac{1}{1+1^2} + \frac{1}{1+2^2} + \frac{1}{1+3^2} + \dots + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring.

A) qatorga mos xosmas integral yaqinlashuvchi, shuning uchun qator ham yaqinlashuvchi

B) xosmas integral uzoqlashuvchi, shuning uchun qator ham uzoqlashuvchi bo'ladi

D) xosmas integralning qiymatini hisoblaymiz. $A = \infty$ bo'lgani uchun qator ham uzoqlashuvchi bo'ladi

E) $A = \int_1^{\infty} \frac{1}{1+n^2} dn = \infty$ bo'lgani uchun qator ham uzoqlashuvchi bo'ladi

13. $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \frac{8}{81} + \dots$ qator yaqinlashishini D'alamber belgisi bilan tekshiring.

A) $d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2}{3} < 1$ bo'lganligi uchun yaqinlashuvchi

B) $d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3}{2} > 1$ bo'lganligi uchun uzoqlashuvchi

D) $d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{3}{2} > 1$ bo'lganligi uchun uzoqlashuvchi

E) $d = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{2}{3} > 1$ bo'lganligi uchun uzoqlashuvchi

III darajali testlar

14. $1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$ qator yaqinlashuvini tekshiring.

A) Leybnis belgisi shartlari bajariladi, qator shartli yaqinlashuvchi bo'ladi

B) Leybnis belgisi shartlari bajarilmaydi, qator uzoqlashuvchi bo'ladi

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ bo'lgani uchun qator yaqinlashuvchi bo'ladi

E) $1 > \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{4}} > \dots$ qator hadlari absolyut qiymati bo'yicha kamayuvchi, qator yaqinlashuvchi bo'ladi

15. $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$ qator yaqinlashuvini garmonik qator bilan taqqoslab tekshiring.

A) $1 = 1, \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{n}, \dots$ bo'lib, garmonik qator uzoqlashuvchi bo'lganligi uchun berilgan qator ham uzoqlashuvchi bo'ladi bo'lganligi uchun qator yaqinlashuvchi bo'ladi

B) $1 = 1, \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{n}, \dots$ bo'lganligi uchun qator yaqinlashuvchi bo'ladi

D) $1 = 1, \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}} < \frac{1}{n}, \dots$ bo'lgani uchun qator

uzoqlashuvchi bo'ladi

E) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ bo'lganligi uchun garmonik qator yaqinlashuvchi bo'lgani uchun berilgan qator ham yaqinlashuvchi bo'ladi

16. $\frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} - \dots$ qator yaqinlashuvini tekshiring.

A) Leybnis belgisining ikkala sharti ham bajariladi, qator absolyut yaqinlashuvchi

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = 0$ bo'lgani uchun qator yaqinlashuvchi

D) $\frac{1}{3^2} > \frac{1}{5^2} > \frac{1}{7^2} > \dots$ qator hadlari kamayuvchi, shuning uchun qator yaqinlashuvchi

E) Leybnis belgisining shartlaridan bittasi bajarilmaydi, shuning uchun qator uzoqlashuvchi

17. $1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7}} + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring.

A) Leybnis belgisining ikkala sharti ham bajariladi, qator shartli yaqinlashuvchi bo'ladi

B) $1 > \frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{5}} > \frac{1}{\sqrt{7}} > \dots$, bo'lgani uchun qator yaqinlashuvchi

D) $1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{7}} + \dots$ qator shartli yaqinlashuvchi bo'ladi

E) qator hadlari absolyut qiymati bo'yicha kamayuvchi, shuning uchun qator yaqinlashuvchi

5-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. $\frac{1}{1+1^2} + \frac{2}{1+2^2} + \frac{3}{1+3^2} + \dots$

qator yaqinlashishini tekshiring.

2. Quyidagi qatorlar yaqinlashishini tekshiring hamda yaqinlashuvchi bo'lsa, absolyutmi yoki shartli ekanligini aniqlang:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+1}.$$

$$2) \frac{\sin \alpha}{1^2} + \frac{\sin 2\alpha}{2^2} + \frac{\sin 3\alpha}{3^2} + \dots + \frac{\sin n\alpha}{n^2} + \dots$$

$$3) 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$$

$$4) \frac{1}{2 \ln 2} - \frac{1}{3 \ln 3} + \frac{1}{4 \ln 4} - \dots$$

$$3. \quad e^{-1} = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + \frac{(-1)^n}{n!} + \dots \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

bo'lsa, e^{-1} ni 0.001 aniqlikkacha taqriban hisoblang.

13-ma'ruza mashg'ulot

1.1. "Funksional va darajali qatorlar" mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining ta'lim texnologiyasi modeli

13-mavzu	Funksional va darajali qatorlar
Vaqt-2soat	Talabalar soni: __ nafardan oshmasligi kerak
O'quv mashg'uloti shakli	Ma'ruza
Mashg'ulot rejasi	1. Funksional qatorlari haqida asosiy tushunchalar. 2. Darajali qatorlar va ularning xossalari. 3. Teylor va Makloren qatorlari. 4. Funksiyalarni darajali qatorlarga yoyish. 5. Qatorlarning taqribiy hisoblashga tatbiqlari.
Asosiy tushuncha va atamalar	Funksional qator, yaqinlashish intervali, yaqinlashish radiusi, darajali qator

	yig'indisi, darajali qatorni hadlab integrallash va differensiallash, Teylor qatori, Makloren qatori, binomial qator, taqribiy hisoblash, yaqinlashuvchi qatorlarning xossalari, funksiyalarni darajali qatorlarga yoyish.
Ma'ruza mashg'ulotining maqsadi	Funksional va darajali qatorlar haqidagi bilimlarni mustahkamlash va ularni chuqurlashtirish..
Pedagogik vazifalar	O'quv faoliyati natijalari
1. Mavzu bo'yicha bilimlarni tizimlashtirish, mustahkamlash. 2. O'quv materiallari bilan ishlash ko'nikmalarini hosil qilish. 3. Funksional qatorlar haqida tushunchalarni eslatish. 4. Darajali qatorlar va ularning xossalarini tushuntirish. 5. Teylor va Makloren qatorlari. 6. Funksiyalarni darajali qatorlarga yoyish. 7. Qatorlarning taqribiy hisoblashga tatbiqlari.	1.Funksional qatorlarni bilish. 2. Darajali qatorlar va ularning xossalarini anglashi. 3. Teylor va Makloren qatorlarini bilishi. 4. Funksiyalarni darajali qatorlarga yoyishni bilish. 5. Qatorlarning taqribiy hisoblashga tatbiqlarini bilish.
Ta'lim usuli va texnikasi	Amaliy mashg'uloti, tezkor-so'rov, aqliy hujum, insert, suhbat, munozara.
Ta'lim shakli	Frontal, jamoaviy(guruhli).
Ta'lim vositalari	Ma'ruza matni, o'quv topshiriqlar varaqalari, amaliy mashg'ulot bo'yicha o'quv materiallari, proektor, axborot texnologiyalari vositalari.
Ta'lim berish sharoiti	Maxsus texnika vositalari bilan jihozlangan, guruhli shaklda ishlashga mo'ljallangan auditoriya
Manitoring va baholash	Og'zaki so'rov, kuzatish.

1.2. “Funksional va darajali qatorlar” mavzusi bo'yicha ma'ruza mashg'ulotining texnologik xaritasi

Ish bosqichlari va vaqti	Ta'lim beruvchi	Ta'lim oluvchilar
1-bosqich. Mavzuga kirish (10 daqiqa)	1.1. Mavzuning nomi, maqsadi va o'quv faoliyati natijalari bilan tanishtiriladi. 1.2. Talabalar o'quv faoliyatini baholash mezonlari bilan tanishtiriladi(1-ilova).	Tinglaydilar. yozib oladilar. Aniqlashtiradilar, savollar

	1.3. Talabalarining darsga tayyorgarlik darajasini aniqlash, bilimlarini faollashtirish maqsadida tezkor-savollar o'tkaziladi(2-ilova, insert, B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)): Mavzu mazmunining muhokamasi guruhlarda davom etishi e'lon qilinadi.	beradilar. Talabalar berilgan savollarga javob beradilar.
2- Asosiy bosqich.(60-daqiqa)	Mavzu bo'yicha tarqatma material tarqatiladi. (2-ilova) Reja va tayanch iboralar orqali mavzuni o'rganishni taklif qiladi. 22.2. Namoish va sharxash orqali mavzu bo'yicha asosiy nazariy xolatlar bayon qilinadi. Talabalarni jalb qiluvchi savollar beriladi. Mavzuning har bir qismi bo'yicha xulosalar qilinadi, eng asosiylariga etibor qaratiladi. Asosiylarini daftarga qayd qilishlari eslatiladi. 22.3. Talabalarni faollashtirish va bilimlarini mustahkamlash maqsadida quydagi savollar beriladi. 1. Funksional qator deb nimaga aytiladi? 2. Funksional qatorning yaqinlashish nuqtasi nima? 3. Funksional qatorning yaqinlashish sohasi deb qanday to'plamga aytiladi? 4. Darajali qator deb nimaga aytiladi? 5. Darajali qatorning yaqinlashish radiusi nima? 6. Qanday intervalga yaqinlashish intervali deyiladi? 7. Yaqinlashish radiusi qanday topiladi? 8. Yaqinlashish intervalining chetki nuqtalarida, darajali qator yaqinlashishi qanday bo'ladi? 9. Darajali qator qanday xossalarga ega? 10. Makloren va Teylor formulalari qanday bo'ladi? 11. Teylor qatori deb qanday qatorga aytiladi? 12. Makloren qatori Teylor qatoridan kelib chiqadimi? 13. Qanday funksiyalarni Teylor qatoriga yoyish mumkin? 14. $f(x) = e^x$ funksiyaning darajali qatorga	O'qiydilar asosiylarini daftarga yozadilar savollar beradilar.

	yoyilmasi qanday bo'ladi? 15. $f(x) = \sin x$ funksiya Makloren qatoriga qanday yoyiladi? 16. $f(x) = \cos x$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasini yozing? 17. Binomial qator qanday bo'ladi? 18. $f(x) = \ln(1+x)$ funksiyaning Makloren qatoriga yoying? 19. $\cos 18^\circ$ ni taqribiy hisoblang? (18° radian o'lchovda 0,314). 20. Qatorlardan foydalanib $\sqrt[5]{1,1}$ ni taqribiy hisoblang? 21. $\sqrt[3]{130}$ ni taqribiy hisoblang? 22. $\ln(1,04)$ ni taqribiy hisoblang?	
3- bosqich, yakuniy(10 daqiqa)	3.1. Mavzu bo'yicha talabalarda yuzaga kelgan savollarga javob beradi, yakunlovchi xulosa qiladi. 3.2. Mashg'ulotda maqsadga erishishdagi, talabalar faoliyati tahlil qilinadi va baholanadi(5-ilova). 3.3. Mustaqil ish uchun topshiriqlar beriladi(6-ilova) va uning baholash mezonlari aytiladi.	Savol beradilar; tinglaydilar. Tinglaydilar; Topshiriqlarni yozadilar.

1-ilova

Har bir mashg'ulot 0,5 balldan 2 ballgacha baholanadi.

Guruxlarning ish natijalarini baholovchi me'zonlari

Me'zonlar	Ball	%	Gurux natijalari bahosi			
			1	2	3	4
Axborotning to'liqligi	1,0	50				
Illyustratsiya (grafik tarzda taqdim etish)	0,6	30				
Gurux faolligi (qo'shimcha, berilgan savol, javoblarning soni)	0,4	20				
JAMI	2	100				

86-100% / – “a'lo”

71-85% / – “yaxshi”

55-70% / – “qoniqarli”

0-54%-- “qoniqarsiz”.

2-ilova

Insert texnikasini qo‘llagan holda ish yuritish qoidalari

1. Matnni o‘qing.
2. Matn qatorlariga qalam bilan beligilar qo‘yib, olingan ma’lumotni tizimlashtiring:
 - V - ... haqida mavjud bo‘lgan bilimlar (ma’lumotlar) mos keladi
 - (minus) - ... haqidagi mavjud bilimlarga e’tiroz bildiradi.
 - + (plyus) - yangi ma’lumotlar hisoblanadi.
 - ? - tushunarsiz / aniqlik / qo‘shimcha ma’lumot talab qiladi

B/Bx/Bo texnikasini qo‘llagan holda ish yuritish qoidalari

1. “Insert” texnikasidan foydalanib matnni o‘qing.
2. Olingan ma’lumotlarni tizimlashtiring – matnga qo‘yilgan belgilar asosida tablitsa qatorlarini to‘ldirib chiqing.

B/Bx/Bo (Bilaman / Bilishni xoxlayman / Bilib oldim)

No	Mavzu savollari	Bilaman (Q)	Bilishni xoxlayman (?)	Bilib oldim
1	Funksional qator deb qanday qatorga aytiladi?			
2	Funksional qatorning yaqinlashish nuqtasi nima?			
3	Funksional qatorning yaqinlashish sohasi deb qanday to‘plamga aytiladi?			
4	Darajali qator deb qanday qatorga aytiladi?			
5	Darajali qatorning yaqinlashish radiusi nima va u qanday topiladi?			
6	Qanday intervalga yaqinlashish intervali deyiladi?			
7	Yaqinlashish intervalining chetki nuqtalarida, darajali qator yaqinlashishi qanday bo‘ladi?			
8	Makloren va Teylor formulalari qanday bo‘ladi?			
9	Teylor qatori deb qanday qatorga aytiladi?			
10	Makloren qatori Teylor qatoridan kelib chiqadimi?			
11	$f(x) = e^x$ funksiyaning darajali qatorga			

	yoyilmasi qanday bo'ladi?			
12	$f(x) = e^x$ funksiyaning darajali qatorga yoyilmasi qanday bo'ladi?			
13	Binomial qator qanday bo'ladi?			
14	$f(x) = \ln(1+x)$ funksiyani Makloren qatoriga yoyilmasi qanday bo'ladi?			
15	$f(x) = \cos x$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasi nimadan iborat?			

3-ilova

13-ma'ruza. Funksional va darajali qatorlar

Reja.

1. Funksional qatorlar haqida tushunchalar.
2. Darajali qatorlar va ularning xossalari.
3. Teylor va Makloren qatorlari.
4. Funksiyalarni darajali qatorlarga yoyish.
5. Qatorlarning taqribiy hisoblashga tatbiqlari.

Tayanch ibora va tushunchalar

Funksional qator, yaqinlashish intervali, yaqinlashish radiusi, darajali qator yig'indisi, darajali qatorni hadlab integrallash va differensiallash, Teylor qatori, Makloren qatori, binomial qator, taqribiy hisoblash, yaqinlashuvchi qatorlarning xossalari, funksiyalarni darajali qatorlarga yoyish.

1. Funksional qatorlar haqida tushunchalar

$$u_1(x), u_2(x), u_3(x), \dots, u_n(x), \dots$$

funksiyalar ketma-ketligi bo'lsin.

1-ta'rif.

$$u_1(x) + u_2(x) + u_3(x) + \dots + u_n(x) + \dots \quad (1)$$

ifodaga **funksional qator** deyiladi.

(1) da $x = x_0$ biror son bo'lsa, qo'yidagi sonli qatorni hosil qilamiz

$$u_1(x_0) + u_2(x_0) + u_3(x_0) + \dots + u_n(x_0) + \dots \quad (2)$$

(2) sonli qator yaqinlashuvchi bo'lsa, (1) funksional qator $x = x_0$ nuqtada yaqinlashuvchi deyiladi va $x = x_0$ nuqtaga **yaqinlashish nuqtasi** deb ataladi.

$$1\text{-misol. } 1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots \quad (3)$$

funksional qator $x = \frac{1}{2}$ nuqtada yaqinlashuvchidir, chunki

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

sonli qator yaqinlashuvchi.

Berilgan (3) funksional qator $x = 2$ nuqtada uzoqlashuvchi, chunki

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n + \dots$$

sonli qator uzoqlashuvchi.

Funksional qator yaqinlashuvchi bo'lgan nuqtalar to'plamiga, uning yaqinlashish sohasi deyiladi.

2. Darajali qatorlar va ularning xossalari

$$a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \dots + a_n(x-a)^n + \dots \quad (4)$$

funksional qatorga darajali qator deyiladi. $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ o'zgarmas sonlar, darajali qatorning koeffitsiyentlari deb ataladi.

Darajali qator shunday xossaga egaki, u $x = b_0$ nuqtada yaqinlashuvchi bo'lsa, $|x - x_0| < |b_0 - x_0|$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi hamma x lar uchun ham yaqinlashuvchi bo'ladi. Darajali qator uchun shunday R son mavjudki, $|x - x_0| < R$ uchun, qator absolyut yaqinlashuvchi $|x - x_0| > R$ uchun qator uzoqlashuvchi, ya'ni $-x_0 - R < x < -x_0 + R$ oralig'ida darajali qator absolyut yaqinlashuvchi, $x = -x_0 \pm R$ nuqtalarda hosil bo'lgan qator yaqinlashuvchi yoki uzoqlashuvchi bo'lishi mumkin. Har ikki nuqtada qator yaqinlashishini alohida tekshirish kerak bo'ladi. $(x_0 - R, x_0 + R)$ intervalga yaqinlashish intervali, R ga darajali qatorning yaqinlashish radiusi deyiladi. Yaqinlashish radiusi $R = 0$ *ëku* $R = \infty$ bo'lishi mumkin $R = 0$ bo'lsa, darajali qator faqat $x = x_0$ nuqtada, $R = +\infty$ bo'lsa, butun sonlar o'qida yaqinlashuvchi bo'ladi.

Yaqinlashish intervalini, berilgan qatorning absolyut qiymatidan tuzilgan qator uchun Dalmber va Koshi belgilaridan foydalanib topish mumkin. Darajali qatorning hamma koeffitsiyentlari 0 dan farqli bo'lsa, yaqinlashish radiusini topishda

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$$

formuladan foydalaniladi. Boshqa hollarda bevosita Dalmber belgisidan foydalanib yaqinlashish intervalini topish mumkin.

$$\text{2-misol. } x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots$$

darajali qator yaqinlashishini tekshiring.

$$\text{Yechish: } a_n = \frac{1}{n}, a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)} . \quad \text{Qatorning yaqinlashish radiusini}$$

topamiz.

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1/n}{1/(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1.$$

Demak, $-1 < x < 1$ tengsizlikni qanoatlantiruvchi hamma x lar uchun qator yaqinlashuvchi.

Qator yaqinlashishini intervalning chetki nuqtalarida tekshiramiz: $x = 1$ bo'lsin. Bu holda

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

garmonik qator hosil bo'lib, u uzoqlashuvchidir. $x = -1$ bo'lsin, bu holda

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

sonli qator hosil bo'lib, u Leybnis belgisi shartlarini qanoatlantiradi, ya'ni yaqinlashuvchi bo'ladi.

Shunday qilib, berilgan qatorning yaqinlashish intervali $-1 \leq x < 1$ dan iboratdir.

$$3\text{-misol. } (x-2) + \frac{1}{2^2}(x-2)^2 + \frac{1}{3^2}(x-2)^3 + \dots + \frac{1}{n^2}(x-2)^n + \dots$$

darajali qator yaqinlashishini tekshiring.

$$\text{Yechish. } a_n = \frac{1}{n^2}, \quad a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2} \quad \text{bo'lganligi uchun,}$$

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 = 1.$$

Demak, $-1 < x - 2 < 1$ yoki $1 < x < 3$ intervalda qator yaqinlashuvchi. Intervalning chetki nuqtalarida qator yaqinlashishini tekshiramiz. $x = 3$ bo'lsin, bu holda

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

sonli qator hosil bo'lib, integral belgidan foydalansak, uning yaqinlashuvchiligi kelib chiqadi(bajarib ko'ring). $x = 1$ bo'lsa,

$$-1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \dots$$

sonli qator hosil bo'lib, u absolyut yaqinlashuvchidir(tekshirib ko'ring).

Shunday qilib, berilgan qatorning yaqinlashish intervali $1 \leq x \leq 3$ bo'ladi.

3. Teylor va Makloren qatorlari $y = f(x)$ funksiya $x = a$ nuqtada $(n+1)$ tartibgacha hosilalarga ega bo'lsa, u holda qo'yidagi Teylor formulasi o'rinlidir:

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a)^1 + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x),$$

bu yerda, $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}[a + Q(x-a)]}{(n+1)!} (x-a)^{n+1}$ ($0 < Q < 1$) bo'lib, Lagranj

shaklidagi qoldiq had deyiladi.

$a=0$ da Teylor formulasining xususiy holi, Makloren formulasi hosil bo'ladi:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x), \text{ bu erda}$$

$$R(x) = \frac{f^{(n+1)}[Qx]}{(n+1)!}x^{n+1}, \quad (0 < Q < 1).$$

$y = f(x)$ funksiya a nuqta atrofida istalgan marta differensiallanuvchi bo'lsa va bu nuqtaning biror atrofida

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$$

bo'lsa, Teylor va Makloren formulalaridan

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots \text{ va}$$

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

qatorlar hosil bo'ladi. Bularning birinchisi **Teylor qatori**, ikkinchisiga **Makloren qatori** deyiladi.

Bu qatorlar x ning $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$ bo'ladigan qiymatlarida $f(x)$ funksiyaga yaqinlashadi.

A nuqtani o'z ichiga oluvchi biror intervalda istalgan n uchun $|f^{(n)}(x)| < M$, (M biror musbat son) tengsizlik bajarilsa, $\lim_{n \rightarrow \infty} R(x) = 0$ bo'ladi va $f(x)$ funksiya Teylor qatoriga yoyiladi.

4. Funksiyalarni darajali qatorlarga yoyish. Ayrim funksiyalarni darajali qatorga yoyyamiz.

1) $f(x) = e^x$, istalgan x uchun

$$f'(x) = e^x, f''(x) = e^x, \dots, f^{(n)}(x) = e^x, \dots \quad x=0 \text{ desak,}$$

$$f(0) = 1, f'(0) = 1, f''(0) = 1, \dots, f^{(n)}(0) = 1, \dots$$

bo'ladi. Bularni Makloren qatoriga qo'yib,

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots \quad (-\infty < x < +\infty)$$

ni hosil qilamiz. Oxirgi tenglikdan $x=1$ desak,

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$$

bo'lib, e soni qator yig'indisi ko'rinishida ifodalanadi. Bundan foydalanib e sonining taqribiy qiymatini istalgan darajadagi aniqlikkacha hisoblash mumkin.

2) $f(x) = \sin x$. Istalgan x uchun,

$$f'(x) = \cos x, \quad f''(x) = -\sin x, \quad f'''(x) = -\cos x, \quad f^{(4)}(x) = \sin x, \dots$$

bo'ladi. Bundan

$$f(0) = 0, \quad f'(0) = 1, \quad f''(0) = 0, \quad f'''(0) = -1, \quad f^{(4)}(0) = 0, \dots$$

bo'lib, bularni Makloren qatoriga qo'ysak,

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$$

hosil bo'ladi. Bu qator istalgan x uchun yaqinlashuvchi $-\infty < x < +\infty$. Oxirgi qatorni hadlab differensiallasak,

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!} + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

qator hosil bo'ladi, bu $f(x) = \cos x$ funksiya uchun Makloren qatori bo'ladi.

3) Xuddi yuqoridagidek usul bilan $f(x) = (1+x)^m$ funksiya uchun

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m}{1!}x + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots + \dots$$

qatorni hosil qilamiz. Bu qatorga **binomial qator** deyiladi. U $(-1, 1)$ intervalda absolyut yaqinlashuvchi bo'ladi.

4) $f(x) = \ln(1+x)$ funksiya uchun yuqoridagi usul bilan

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots \quad (-1 < x \leq 1)$$

yoyilmani hosil qilish mumkin.

5-misol. $f(x) = \cos \sqrt{x}$ funksiyaning x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.

Yechish. Yuqoridagi $\cos x$ uchun keltirilgan qatorda x ni $\sqrt{x}$ bilan almashtirsak,

$$\cos \sqrt{x} = 1 - \frac{x}{2!} + \frac{x^2}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^n}{(2n)!} + \dots$$

bo'ladi. Bu qator istalgan x uchun yaqinlashuvchidir, biroq $\cos\sqrt{x}$ funksiya $x < 0$ da aniqlanmaganligini hisobga olib, hosil qilingan qator $\cos\sqrt{x}$ funksiyaga $0 \leq x < +\infty$ da yaqinlashadi.

5. Qatorlarning taqribiy hisoblashga tatbiqlari. Bir necha misollar qaraymiz.

6-misol. $\cos x$ ning yoyilmasidan foydalanib $\cos 18^\circ$ ni 0,001 aniqlikkacha taqribiy hisoblang.

Yechish. $\cos x$ funksiyaning qatorga yoyilmasidan foydalanib,

$$\cos 18^\circ = \cos \frac{\pi}{10} = 1 - \frac{1}{2!} \left(\frac{\pi}{10} \right)^2 + \frac{1}{4!} \left(\frac{\pi}{10} \right)^4 - \dots$$

qatorni hosil qilamiz.

$$\frac{\pi}{10} = 0,31416; \left(\frac{\pi}{10} \right)^2 = 0,09870; \left(\frac{\pi}{10} \right)^4 = 0,00974.$$

va $\frac{1}{6!} \cdot \left(\frac{\pi}{10} \right)^6 < 0,0001$ bo'lganligi uchun, taqribiy hisoblashda qatorning birinchi uchta hadi bilan chegaralanamiz, demak

$$\cos 18^\circ \approx 1 - \frac{0,09870}{2} + \frac{0,00974}{24}; \text{ ёки } \cos 18^\circ \approx 0,9511.$$

7-misol. $\sqrt[5]{1,1}$ ni 0,0001 aniqlikkacha taqribiy hisoblang.

Yechish: $\sqrt[5]{1,1} = (1 + 0,1)^{\frac{1}{5}}$ deb, binomial qatordan foydalansak:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{1,1} &= (1 + 0,1)^{\frac{1}{5}} = 1 + \frac{1}{5} \cdot 0,1 + \frac{\frac{1}{5} \cdot (\frac{1}{5} - 1)}{2!} 0,01 + \frac{\frac{1}{5} \cdot (\frac{1}{5} - 1) \cdot (\frac{1}{5} - 2)}{3!} 0,001 + \\ &+ \dots = 1 + 0,02 - 0,0008 + 0,000048 - \dots \end{aligned}$$

bo'ladi. To'rtinchi had $0,000048 < 0,0001$ bo'lganligi uchun, hisoblashda birinchi uchta hadini olib, hisoblaymiz:

$$\sqrt[5]{1,1} \approx 1 + 0,02 - 0,0008 = 1,0192.$$

8-misol. $\sqrt[3]{130}$ ni 0,001 aniqlikkacha taqribiy hisoblang.

Yechish. 5^3 130 ga eng yaqin butun sonning kubi bo'lganligi uchun $130 = 5^3 + 5$ ko'rinishda ifodalab, binomial qatordan foydalansak,

$$\sqrt[3]{130} = \sqrt[3]{5^3 + 5} = \sqrt[3]{5^3 \left(1 + \frac{1}{25}\right)} = 5\left(1 + \frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{3}} = 5\left(1 + \frac{1}{3}0,04 + \frac{\frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{3} - 1)}{2!}0,0016 + \right. \\ \left. + \frac{(\frac{1}{3}(\frac{1}{3} - 1) \cdot (\frac{1}{3} - 2))}{3!}0,000064 + \dots\right) = 5 + 0,0667 - 0,00018 + 0,000064 - \dots$$

Bo'ladi. Oxirgi qatorda 3-had 0,001 dan kichik bo'lganligi uchun, taqribiy hisoblashda birinchi ikkita had bilan chegaralanamiz:

$$\sqrt[3]{130} \approx 5 + 0,0667 \approx 5,0667.$$

9-misol. $\ln 1,04$ ni 0,0001 gacha aniqlikda taqribiy hisoblang.

Yechish: $\ln(1+x)$ funksiyaning darajali qatorga yoyilmasidan foydalanib,

$$\ln(1+0,04) = 0,04 - \frac{0,04^2}{2} + \frac{0,04^3}{3} - \frac{0,04^4}{4} + \dots,$$

yoki

$$\ln 1,04 = 0,04 - 0,0008 + 0,000021 - 0,00000064 + \dots$$

qatorni hosil qilamiz, hamda uchinchi had 0,0001 dan kichik bo'lganligi uchun birinchi ikki hadni hisobga olib hisoblaymiz:

$$\ln 1,04 \approx 0,0392.$$

Guruhlarga beriladigan o'quv topshiriqlari

1-varaqa

$$1. \quad \frac{4-x}{7x+2} + \left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2 + \left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3 + \dots$$

funksional qatorning $x=0$ va $x=1$ nuqtalarda yaqinlashuvchiligini tekshiring.

$$2. \quad 5x + \frac{5^2 x^2}{2!} + \frac{5^3 x^3}{3!} + \frac{5^4 x^4}{4!} + \dots \text{ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.}$$

$$3. \quad (x-4) + \frac{1}{\sqrt{2}}(x-4)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-4)^3 + \dots \text{ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.}$$

$$4. \quad f(x) = e^{-6x} \text{ funksiyani } x \text{ ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.}$$

5. Funksiyaning darajali qatorga yoyilmasidan foydalanib, $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ni 0,001 gacha aniqlikda hisoblang.

2-varaqa

1. $\frac{3-x}{7x+2} + \left(\frac{3-x}{7x+2}\right)^2 + \left(\frac{3-x}{7x+2}\right)^3 + \dots$

funksional qatorning $x=0$ va $x=2$ nuqtalarda yaqinlashuvchiligini tekshiring.

2. $3x + \frac{3^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{3^4 x^4}{4!} + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.

3. $(x-2) + \frac{1}{\sqrt{2}}(x-2)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-2)^3 + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.

4. $f(x) = e^{-3x}$ funksiyani x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.

5. Funksiyaning darajali qatorga yoyilmasidan foydalanib, $\sin 9^\circ$ ni 0,001 gacha aniqlikda hisoblang.

3-varaqa

1. $\frac{5-x}{7x+2} + \left(\frac{5-x}{7x+2}\right)^2 + \left(\frac{5-x}{7x+2}\right)^3 + \dots$

funksional qatorning $x=0$ va $x=1$ nuqtalarda yaqinlashuvchiligini tekshiring.

2. $2x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^4 x^4}{4!} + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.

3. $(x-3) + \frac{1}{\sqrt{2}}(x-3)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-3)^3 + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.

4. $f(x) = e^{-5x}$ funksiyani x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.

5. Funksiyaning darajali qatorga yoyilmasidan foydalanib, $\ln 1,1$ ni 0,001 gacha aniqlikda hisoblang.

4-varaqa

1. $\frac{6-x}{5x+2} + \left(\frac{6-x}{5x+2}\right)^2 + \left(\frac{6-x}{5x+2}\right)^3 + \dots$

funksional qatorning $x = 0$ $\hat{a}$ $x = 3$ nuqtalarda yaqinlashuvchiligini tekshiring.

2. $6x + \frac{6^2 x^2}{2!} + \frac{6^3 x^3}{3!} + \frac{6^4 x^4}{4!} + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.

3. $(x-5) + \frac{1}{\sqrt{2}}(x-5)^2 + \frac{1}{\sqrt{3}}(x-5)^3 + \dots$ qatorning yaqinlashish intervalini aniqlang.

4. $f(x) = e^{-7x}$ funksiyani x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying.

5. Funksiyaning darajali qatorga yoyilmasidan foydalanib, $\sqrt[3]{1,06}$ ni 0,001 gacha aniqlikda hisoblang.

“Funksional va darajali qatorlar” mavzusi bo’yicha ttst topshiriqlari

I darajali testlar

1. $y = f(x)$ funksiya uchun Teylor qatorini ko’rsating.

A)

$$f(x) = f(a) + \frac{1}{1!} f'(a)(x-a) + \frac{1}{2!} f''(a)(x-a)^2 + \frac{1}{3!} f'''(a)(x-a)^3 + \dots + \frac{1}{n!} f^{(n)}(a)(x-a)^n + \dots$$

B) $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)(x-a)^2 + f'''(a)(x-a)^3 + \dots + f^{(n)}(a)(x-a)^n + \dots$

D) $f(x) = f(0) + f'(0)(x-a) + f''(0)(x-a)^2 + f'''(0)(x-a)^3 + \dots + f^{(n)}(0)(x-a)^n + \dots$

E) $f(x) = f(a) - f'(a)(x-a) + f''(a)(x-a)^2 - f'''(a)(x-a)^3 + \dots - f^{(n)}(a)(x-a)^n + \dots$

2. $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$ darajali qator yaqinlashish intervali qanday topiladi?

A) yaqinlashish radiusi $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ formula bilan topilib, yaqinlashish

intervali $(-R; R)$ dan iborat bo’ladi

B) yaqinlashish radiusi $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ formula bilan topiladi

D) yaqinlashish radiusi $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ formula bilan topilib, yaqinlashish

intervali $(-R; R)$ dan iborat bo’ladi

E) yaqinlashish intervali $(-R; R)$ bo'lib, bunda $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ dan iborat bo'ladi

3. $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots$ darajali qator yaqinlashish radiusi qanday topiladi?

A) hamma koeffitsiyentlar 0 dan farqli bo'lganda $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ formula bilan topiladi

B) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ formula bilan topiladi

D) $R = \lim_{n \rightarrow 0} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$ formula bilan topiladi

E) qator yaqinlashish radiusini topish uchun uning yaqinlashish intervalini topamiz

4. $y = e^x$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasini ko'rsating.

A) $y = e^x = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + \dots$

B) $y = e^x = 1 - \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 - \frac{1}{3!}x^3 + \dots + \frac{1}{n!}x^n - \dots$

D) $y = e^x = 1 - \frac{1}{1}x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{1}{n}x^n - \dots$

E) $y = e^x = 1 + \frac{1}{1}x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{1}{n}x^n + \dots$

5. $\sin x$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasini ko'rsating.

A) $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + \dots$

B) $\sin x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \dots$

$$D) \sin x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \dots$$

$$E) \sin x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

6. $\cos x$ funksiyaning Makloren qatoriga yoyilmasini ko'rsating.

$$A) \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$B) \cos x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$D) \cos x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + \dots$$

$$E) \cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{6} + \dots$$

II darajali testlar

7. $1 + \frac{x}{3 \cdot 2} + \frac{x^2}{3^2 \cdot 3} + \frac{x^3}{3^3 \cdot 4} + \dots$ qator yaqinlashish radiusini aniqlang.

$$A) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \frac{1}{3} \text{ bo'ladi}$$

$$B) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 3 \text{ bo'ladi}$$

$$D) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = -3 \text{ bo'ladi}$$

$$E) R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 9 \text{ bo'ladi}$$

8. $1 + \frac{x}{3 \cdot 2} + \frac{x^2}{3^2 \cdot 3} + \frac{x^3}{3^3 \cdot 4} + \dots$ qator yaqinlashish intervalini aniqlang.

A) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \frac{1}{3}$ bo'lib, $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ interval bo'ladi

B) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 3$ bo'ladi

D) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = -3$ bo'ladi

E) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = 9$ bo'ladi

III darajali testlar

9. $f(x) = x^3 - 3x$ funksiyani $x - 1$ ning darajalari buyicha qatorga yoying.

A) $x^3 - 3x = 2 + 3(x-1)^2 + (x-1)^3 + (x-1)^4$

B) $x^3 - 3x = -2 + 3(x-1)^2 + (x-1)^3 + 0$

D) $x^3 - 3x = 2 + 6(x-1)^2 + 3(x-1)^3$

E) $x^3 - 3x = 2 + 3(x-1)^2 + 6(x-1)^3 + 9(x-1)^4$

10. $\sqrt[3]{1+x}$ funksiya darajali qatorga yoyilmasidan, 2 ta hadini olib, $\sqrt[3]{130}$ ni taqribiy hisoblang.

A) $5\frac{4}{15}$

B) $5\frac{6}{15}$

D) $5\frac{1}{15}$

E) 5,5

11. $\sin x$ funksiyaning darajali qatorga yoyilmasining, 2 ta hadi bilan chegaralanib, $\sin 12^0$ ni taqribiy hisoblang ($x = 12^0$, radian o'lchovda $x = 0,2094$).

- A) 0,3083
- B) 0,2685
- D) 0,1082
- E) 0,2094

5-ilova

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. $1!(x-5) + 2!(x-5)^2 + 3!(x-5)^3 + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring.

2. $\frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$ qator yaqinlashishini tekshiring.

3. Ushbu qatorlarning yaqinlashish intervalini aniqlang:

1) $x + (2x)^2 + (3x)^3 + (4x)^4 + \dots$

2) $x^2 + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3} + \frac{x^8}{4} + \dots$

3) $\frac{1}{2} \cdot \frac{x-1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)^3 + \frac{4}{5} \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)^4 + \dots$

4. Ushbu funksiyalarni x ning darajalari bo'yicha qatorga yoying:

1) $f(x) = 3^x$; 2) $f(x) = \cos^2 x$.

5. Funksiyalarning darajali qatorlarga yoyilmasidan foydalanib quyidagilarni:

1) e sonini 0,00001 gacha aniqlikda;

2) $\ln 0,98$ ni 0,0001 gacha aniqlikda;

3) $\ln 1,1$ ni 0,0001 gacha aniqlikda

taqribiy hisoblang.