

М. М. МИРСАИДОВ, Т. М. МАВЛАНОВ

НАЗАРИЙ МЕХАНИКА

фанидан изоҳли луғат

Тошкент - 2017

УДК 531.075.8

Мирсаидов М.М., Мавланов Т.М.

Назарий механика фанидан изоҳли лугат. Олий ўқув юртлари талабалари учун. Тошкент. ТИМИ, 2017. 56 бет.

Назарий механика фани олий техника ўқув юртларида ўтадиган фундаментал фанлардан бири бўлиб, унинг асосий қоида ва формулалари муҳандислик фанларини ўзлаштиришда муҳим аҳамиятга эга.

Ҳозирги вақтда муҳандислик фанларидан дарслик ва ўқув кулланмалар мавжуд бўлишига қарамасдан, бу фанларни ўрганиш учун қулай бўлган атама, қоида ва формулаларни содда тилда тушунтирадиган адабиётлар етарли даражада эмас.

Мазкур изоҳли лугатда назарий механика фанида ишлатиладиган ҳар бир сўз еки сўз бирикмаларининг тавсифи, шу сўзларга тегишли асосий қоидалар, формулалар ва тушунчалар ва уларнинг кулланишига оид мисоллар қисқача ва тушунарли килиб келтирилган.

Ушбу изоҳли лугат қушимча адабиёт сифатида кулланишга мулжалланган бўлиб, фанни янада чуқурроқ ўзлаштириш учун зарур бўлган назарий ва амалий билим ва қўникмаларни чуқурроқ мустаҳкамлаш учун асос бўлади.

Ушбу изоҳли лугат олий техника ўқув юртларининг қурилиш, машинасозлик, транспорт, сув хўжалиги, мелорация ва бошқа муҳандислик соҳалари бўйича билим олаётган бакалавриатура талабалари учун қўшимча адабиёт сифатида тавсия этилади.

Тақризчилар: К.С. Султанов УзР ФА иншоотлар зилзилабардошлиги институти: ф.м.-ф.д., проф.

О. Қодиров Тошкент ирригация ва мелиорация институти: т.ф.н., доц.

Мазкур изоҳли лугат Тошкент ирригация ва мелиорация институти Илмий кенгашининг 30 декабрь 2014 й., 3 - сонли қарорига асосан чоп этишга тавсия этилган.

(С) Тошкент ирригация ва мелиорация институти (ТИМИ), 2017й.

УДК 531.075.8

Мирсаидов М.М., Мавланов Т.М. **Толковый словарь по теоретической механике.** Учебное пособие для студентов ВУЗ. ТИИМ, 2015. 56 стр.

В технических вузах теоретическая механика является одним из основных предметов фундаментальной науки, основные правила и формулы, которой имеют первостепенное значение при изучении инженерных дисциплин, преподаваемых в этих вузах.

На сегодняшний день, несмотря на достаточную обеспеченность инженерных дисциплин учебниками и учебными пособиями, отсутствует литература, доступно и просто объясняющая некоторые фундаментальные выражения, правила и формулы.

В данном толковом словаре кратко и просто объясняется каждое слово, словосочетания, правила и формулы, встречающиеся в теоретической механике и их использование при решении конкретных задач.

Данный толковый словарь рекомендован в качестве дополнительной литературы, для углубленного изучения и закрепления полученных знаний по теоретической механике в бакалавриате технических вузов, специализирующихся на строительстве, машиностроении, транспорте, водном хозяйстве, мелиорации и др.

UDK 531.075.8

Mirsaidov M.M., Mavlanov T.M. **Explanatory dictionary in theoretical mechanics.** A handbook for the students of higher educational institutes. TIIM, 2015.p.

Theoretical mechanics is one of the major subjects of fundamental science in technical educational institutes; its basic rules and formulae have paramount importance in study of engineering disciplines in these institutes.

At present in spite of sufficient amount of text-books and visual aids in engineering disciplines, there are no literature references which would understandably and simply explain some fundamental expressions, rules and formulae.

In this explanatory dictionary each word, expression, rule and formula in theoretical mechanics and their use in solution of concrete problem is explained in brief and simple way.

This explanatory dictionary is recommended as an auxiliary references for detailed study and hold of knowledge obtained in theoretical mechanics during bachelor's years in technical institutes majoring in engineering, machine-building, transport, water industry, land reclamation and others.

Мундарижа

1. Сўз боши	3
2. Кириш	4
3. Статика. Асосий тушунчалар ва аксиомалар	6
4. Кесишувчи кучлар системаси	8
5. Моментлар назарияси	11
6. Жуфт кучлар назарияси	12
7. Ихтиёрий кучлар системаси	14
8. Турли кучлар таъсиридаги жисмнинг мувозанат шартларининг жадвали	16
9. Ишқаланиш кучи	17
10. Параллел кучлар маркази. Оғирлик маркази	17
11. Оддий шаклли баъзи бир жинсли жисмларнинг оғирлик марказлари ..	18
12. Кинематика. Моддий нуқта кинематикаси	21
13. Қаттиқ жисмни содда ҳаракатлари	22
14. Қаттиқ жисмни текис параллел ҳаракати	25
15. Моддий нуқтанинг мураккаб ҳаракати	27
16. Қаттиқ жисм ҳаракатларини қўшиш	29
17. Динамика. Динамиканинг асосий тушунчалари.	30
18. Моддий нуқтани эркин тебранма ҳаракати	34
19. Механик система. Ички ва ташқи кучлар	35
20. Ўқларга нисбатан инерция моментлари	37
21. Баъзи бир жинсли жисмларнинг инерция моментлари	38
22. Механик система ҳаракатининг дифференциал тенгламалари	40
23. Ҳаракат миқдори	41
24. Механик система ҳаракат миқдрининг ўзгариши ҳақидаги теорема ..	42
25. Механик система ҳаракат миқдри моментининг ўзгариши ҳақидаги теорема	44
26. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги айланма ҳаракат дифференциал тенгламаси	45

27. Куч ва қувват. Кучнинг бажарган ишлари	47
28. Система кинетик энергияси	49
29. Механик система кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теорема .	50
30. Эркин моддий нукта ва система учун Даламбер принципи	52
31. Боғланишлар ва уларнинг классификациялари	53
32. Мумкин бўлган кўчиш принципи	55
33. Динамиканинг умумий тенгламалари	56
34. Лагранжнинг иккинчи тур тенгламалари	56
35. Фойдаланилган адабиётлар	57

Сўз боши

Ҳозирги замон фан-техникасининг ва компьютер технологиясининг ривожланиши олий ўқув юртлари ўқув жараёнига янгидан-янги фанларни киритишга ва мавжуд дарсликларни замон талабларига мос ҳолда, илғор педагогик ва информацион технологиялардан фойдаланган ҳолда такомиллаштиришга олиб келди. Мамлакатимиз олий таълимида бир поғонали тизимдан икки поғонали бакалавр-магистр тизимига ўтилиши, барча техника фанлари қатори назарий механика фанининг ҳам ўқув соатлар ҳажми, оз бўлсада, қисқартирилди. Талабалар томонидан мазкур фанни ўзлаштиришда, умумий талабларни пасайтирмаган ҳолда, енгиллаштириш ва олган билимини янада мустаҳкамлаш учун ушбу изоҳли луғатни яратишга эҳтиёж туғилди.

Шуни таъкидлаш жоизки кўплаб муҳандислик ишларида муаммоли ва тадбиқий масалаларни ҳал этишда назарий механика фани фундаментал предметлардан бири ҳисобланади. Шунинг учун мазкур курсни лотин ва кирилл графикасида чоп этиш долзарб масала бўлиб, айниқса қисқа вақт ичида бўлажак мутахассисларга назарий механикадан зарур бўлган назарий ва амалий билим ва кўникмаларни янада мустаҳкамлаш учун, фанда учрайдиган сўз, сўз брикмаларини, қоида ва бошқа тушунчаларни мукамал, содда ва ровон тилда етказиш муҳум бўлиб қолди.

Ҳозирги вақтда ушбу фандан етарли адабиётлар мавжуд бўлишига қарамасдан, бу фанда учрайдиган сўз, сўз брикмалари ва баъзи тушунчаларни ўрганиш учун қулай бўлган қушимча адабиётлар мавжуд эмаслигини эътиборга олиб муаллифлар бу ишга қўл урдилар.

Бу изоҳли луғатдан фойдаланиш жараёнида талаба, назарий механика фанида учрайдиган ҳар бир сўзни, сўз брикмасини ёки қоида қисқача маносини янада чуқурроқ хис этиб, амалиётда қўллаши осонлашади.

Мазкур ўқув қўлланма олий техника ўқув юртлари талабалари, магистрлари ва илмий изланувчилари учун мўлжалланган.

Кириш

Назарий механика моддий жисмларнинг бир-бирига таъсири ва механик ҳаракатларнинг умумий қонунлари ҳақидаги фандир.

Вақт ўтиши билан фазода моддий жисмларнинг бир-бирига нисбатан ўрин алмаштириши **механик ҳаракат** деб аталади.

Жисмнинг барча хоссаларини ҳисобга олган ҳолда содир бўладиган механик ҳодисаларни назарий ва амалий жиҳатдан текшириш жуда мураккабдир. Шунинг учун механикада моддий нуқта ва абсолют қаттиқ жисм тушунчалари киритилади.

Механик ҳаракатни ёки мувозанатни текшираётганимизда ўлчамлари ва шаклини аҳамияти бўлмаган жисм **моддий нуқта** деб аталади.

Ҳар қандай кучлар таъсиридаги жисмнинг икки нуқтаси орасидаги масофа ўзгармасдан қолса, бундай жисм **абсолют қаттиқ** жисм дейилади.

Фазо. Уч ўлчамга эга бўлган муҳитга **фазо** дейилади. Механикада фазо уч ўлчамли деб қабул қилинган.

Вақт. Вақтни механикада узлуксиз скаляр миқдор деб қаралиб, ҳеч қандай санок системасига боғлиқ эмас деб ҳисобланади ва t билан белгиланади. Халқаро SI системасида вақтнинг ўлчов бирлиги секунд деб қабул қилинган.

Масса. Жисмнинг инертлигини ифодаловчи катталиқ бўлиб, тезликга боғлиқ бўлмаган ўзгармас миқдор деб олинади.

Табиатда абсолют қаттиқ жисм йўқ, ҳар қандай жисм оз бўлса-да деформацияланади. Агар бу ўзгариш жисмнинг ўлчамларига нисбатан жуда кичик бўлса, механик ҳаракатни текширишда мазкур ўзгариш эътиборга олинмайди. Назарий механиканинг асосий қонунлари кузатиш ва тажриба натижаларига асосланади.

Биз ўрганадиган назарий механика Г.Галилей (1564 — 1642) ва И.Ньютон (1643 — 1727) томонидан таърифлаб берилган қонунларига асосланган бўлиб, классик механика деб аталади. Классик механикада вақт ва фазо жисмларнинг ҳаракатига боғлиқ эмас деб қаралади. Классик механикада моддий жисмларнинг ҳаракати уч ўлчовли Евклид фазосига нисбатан текширилади ҳамда фазони мутлақо қўзғалмас деб қаралади. Ҳаракат ўлчовига оид катталиклар Евклид геометрияси асосида олинади.

Халқаро СИ системасида вақт бирлиги қилиб секунд (s), узунлик бирлиги учун метр (m), масса бирлиги қилиб kg , куч бирлиги учун Ньютон (N) қабул қилинган.

Назарий механика, масаланинг қандай нуқтаи назардан қўйилишига қараб, **статика**, **кинематика** ва **динамика** қисмларига ажратилади.

Механиканинг **статика** бўлимида жисмларнинг мувозанати ва кучлар ҳақидаги асосий тушунчалар ўрганилади. Бу ҳолат механик ҳаракатнинг хусусий ҳоли ҳисобланади. **Кинематикада** жисмларнинг ҳаракати, бу ҳаракатни юзага келтираётган ёки уни ўзгартираётган сабаблар эътиборга олинмай, ҳаракат геометрик нуқтаи назардан ўрганилади. **Динамикада** жисмларнинг механик ҳаракатлари шу ҳаракатни вужудга келтираётган сабабларга боғлаб ўрганилади.

СТАТИКА

Қаттиқ жисм статикаси ва статиканинг асосий аксиомалари

Куч- жисмларнинг ўзаро таъсирини характерлайдиган катталиқ

Куч- вектор катталиқ.

Кучнинг жисмга таъсири: а) Куч- қўйилган нукта; б) Кучнинг йўналиши; в) Кучнинг миқдори билан аниқланади.

Кучнинг халқаро бирликлар системаси (СИ) даги ўлчов бирлиги учун Ньютон (Н) қабул қилинган.

Кучнинг йўналиш ва қўйилиш нуқтаси жисмларнинг механик таъсирига ва уларнинг бир-бирига нисбатан жойлашишларига боғлиқ.

Таъсир чизиги. Куч ётган тўғри чизиқ.

Кучлар системаси деб жисмга бир вақтда таъсир қилувчи $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ кучлар тўпламига айтилади.

Эквивалент кучлар системаси деб жисмга қўйилган $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ кучлар системасининг таъсирини бошқа $(\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \dots, \vec{Q}_m)$ кучлар системаси бера оладиган системага айтилади

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \leq = > (\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \dots, \vec{Q}_m)$$

Тенг таъсир этувчи деб $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ кучлар системасининг жисмга таъсирини битта куч билан алмаштира оладиган кучга айтилади ва бундай ёзилади:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) < = > \vec{R}$$

Аксиома исбот талаб қилинмайдиган теорема.

1 аксиома. Эркин қаттиқ жисмга қўйилган икки куч миқдор жиҳатдан бир-бирига тенг ва бир тўғри чизиқ бўйлаб қарама-қарши томонга йўналган ҳолдагина мувозанатлашади. Бу кучлар системаси нолга эквивалент ёки ноллик система дейилади.

2 аксиома. Жисмга қўйилган кучлар системасига ўзаро мувозатанланувчи кучлар системаси қўшилса ёки олинса, кучлар системасининг жисмга таъсири ўзгармайди.

3 аксиома. Жисмнинг бирор нуқтасига қўйилган турли йўналишдаги икки кучнинг тенг таъсир этувчиси мазкур кучларга қурилган паралеллограмм диагоналига миқдор жиҳатидан тенг бўлиб, шу диагонал бўйлаб йўналади.

4 аксиома. Абсолют қаттиқ жисмларнинг бир-бирига таъсири тенг ва бир тўғри чизиқ бўйлаб қарама-қарши томонга йўналган, яъни таъсир ҳамма вақт акс таъсирга тенг ва унга қарама-қарши йўналган.

5 аксиома. Қаттиқ бўлмаган жисм кучлар таъсирида мувозанатда бўлса, жисм қаттиқ ҳолатга айланганда ҳам унинг мувозанати ўзгармайди.

Эркин жисм деб фазода исталган томонга ҳаракатлана оладиган жисмга айтилади.

Боғланишдаги жисм деб ҳаракати бирор бир сабаб билан чекланган жисмга айтилади.

Боғланиш деб жисмнинг ҳаракатини чекловчи сабабга айтилади.

Боғланиш реакция кучи деб боғланишни таъсирини алмаштирувчи кучга айтилади.

Боғланиш ҳақидаги аксиома. Боғланишдаги жисмни эркин жисм деб қараш учун жисмга таъсир этувчи кучлар қаторига боғланиш реакция кучини ҳам қўшиш керак.

Тўпланма куч. Бир-бирига тегиб турадиган икки жисмнинг ўзаро таъсири уларнинг уриниб турган нуқтасига қўйилган кучлар.

Тақсимланган кучлар. Машина ёки иншоот қисмининг маълум юзаси ёки узунлиги бўйича қўйилган куч узлуксиз таъсир кўрсатса, бундай куч тақсимланган кучлар дейилади.

Жуфт куч. Маълум ораликда жойлашган, бир-бирига қарама-қарши йўналган ва миқдор жиҳатидан тенг бўлган икки куч жуфт куч дейилади.

Кесишувчи кучлар системаси

Кесишувчи кучлар системаси. Таъсир чизиқлари фазо (текислик)да бир нуқтада туташувчи кучлар тўплами фазо (текислик)даги кесишувчи кучлар системаси деб аталади.

Кесишувчи кучлар системаси икки хил усулда қўшилади. Геометрик ва аналитик.

Кесишувчи кучлар системасини геометрик қўшиш. Кесишувчи кучлар системасини геометрик қўшиш учун уларни дастлаб бир келтириш маркази деб аталувчи нуқтага қўчирилади. Аввал параллелограмм аксиомасига асосан F_1 ва F_2 кучларни қўшамиз:

$$\overline{R}_{1,2} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$$

Кучлар сони биттага камаяди. Ҳосили бўлган R_{12} тенг таъсир этувчига F_3 кучни қўшамиз

$$\overline{R}_{1,2,3} = \overline{R}_{1,2} + \overline{F}_3$$

Кучлар сони яна биттага камайди. Бу ишни тўртинчи F_4 куч билан ҳам амалга оширамиз. Натижада

$$\overline{R}_{1,2,3,4} = \overline{R}_{1,2,3} + \overline{F}_4$$

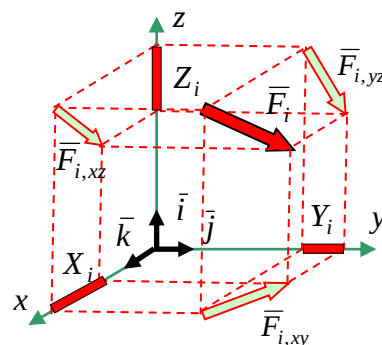
ҳосил бўлади. Бу жараёни n марта такрорлаб тенг таъсир этувчи $\overline{R}$ аниқланади. $\overline{R}$ вектор биринчи кучнинг бошланғич нуқтаси билан охириги куч векторини охириги нуқтасини бирлаштирувчи вектордан иборат бўлиб,

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \overline{F}_4 + \dots = \sum \overline{F}_i$$

формуладан аниқланади. Шундай қилиб, кесишувчи кучлар системаси тенг таъсир этувчи $\overline{R}$ га келтирилади. Бу тенг таъсир этувчи куч кесишувчи кучлар системасининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади.

Кесишувчи кучлар системасини аналитик қўшиш.

Кесишувчи кучлар системасини ташкил этувчи ҳар бир кучни мос равишда координата ўқларига проекциялаймиз. Бунинг учун ихтиёрий $\overline{F}_i$ кучини бирлик векторлари орқали ифодалаймиз



$$\vec{F}_i = X_i \vec{i} + Y_i \vec{j} + Z_i \vec{k}$$

У ҳолда тенг таъсир этувчини кучларнинг проекциялари орқали

$$\vec{R} = (X_1 + X_2 + \dots) \vec{i} + (Y_1 + Y_2 + \dots) \vec{j} + (Z_1 + Z_2 + \dots) \vec{k} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k}$$

кўринишда ифодалаш мумкин. Бу ифодани бирлик векторлари орқали группалаймиз:

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = X_1 \vec{i} + Y_1 \vec{j} + Z_1 \vec{k} + X_2 \vec{i} + Y_2 \vec{j} + Z_2 \vec{k} + \dots$$

Бирлик векторлари олдидаги коэффициентларни мос равишда иенглаштириб, тенг таъсир этувчини координата ўқларидаги проекцияларини топамиз:

$$R_x = \sum X_i; \quad R_y = \sum Y_i; \quad R_z = \sum Z_i.$$

Тенг таъсир этувчини модули ва йўналиши мос равишда

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\cos(\vec{R}, x) = \frac{R_x}{R}; \quad \cos(\vec{R}, y) = \frac{R_y}{R}; \quad \cos(\vec{R}, z) = \frac{R_z}{R}.$$

формулалардан аниқланади.

Кесишувчи кучлар системасини мувозанатини аналитик шарти.

Кесишувчи кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун тенг таъсир этувчини нолга тенг бўлиши зарур ва етарлидир, яъни

$$\vec{R} = 0$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0$$

бундан

$$\sum X_i = 0; \quad \sum Y_i = 0; \quad \sum Z_i = 0.$$

эканлиги келиб чиқади. Демак кесишувчи кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун уларни мос координата ўқларидаги проекциялар йиғиндиларини нолга тенг бўлиши зарур ва етарлидир.

Агар кесишувчи кучлар текисликда жойлашган бўлса мувозанат тенгламалари қуйидагича бўлади.

$$\sum F_{vx} = 0, \sum F_{vy} = 0.$$

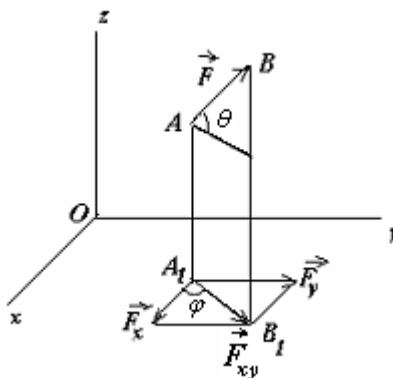
Кесишувчи кучлар системасини мувозанатини геометрик шарти.

Кесишувчи кучлар системаси мувозанатда бўлиши учун кучларга қўрилган кўп бурчак ёпиқ бўлиши керак, яъни биринчи кучнинг боши билан n чи кучнинг учи устма-уст тушади.

Кучнинг ўқдаги проекцияси. Кучнинг бирор ўқдаги проекцияси куч миқдори ҳамда кучнинг шу ўқ мусбат йўналиши билан ҳосил қилган бурчак косинусининг кўпайтмасига тенг.

Уч куч ҳақидги теорема. Агар каттиқ жисм параллел бўлмаган, бир текисликда ётувчи уч куч таъсирида мувозанатда бўлса, бу кучларнинг таъсир чизиқлари бир нуктада кесишади.

Кучнинг текисликдаги проекцияси. $\vec{F}$ кучни текисликдаги проекциясини топиш учун аввал уни Оху текислигига проекциялаймиз. Бунинг учун $\vec{F}$ кучнинг боши А ва охиридаги В нуктадан Оху текисликка перпендикуляр AA_1 ва BB_1 чизиқларни ўтказамиз. У ҳолда $A_1B_1 = F_{xy}$ вектори музкур кучнинг Оху текисликдаги проекцияси деб аталади. Расмга қаранг:



расм

Агар $\vec{F}$ кучнинг Оху текислиги билан ташкил қилган бурчаги θ га тенг бўлса, расмдан қуйидагини оламиз:

$$F_{xy} = F \cos \theta$$

Агар F_{xy} маълум бўлса, у ҳолда $\vec{F}$ кучнинг Ох, Оу, Оз ўқлардаги проекциялари қуйидагича аниқланади:

$$F_x = F_{xy} \cos \varphi = F \cos \theta \cos \varphi$$

$$F_y = F_{xy} \sin \varphi = F \cos \theta \sin \varphi$$

$$F_z = F \cos(90^\circ - \theta) = F \sin \theta$$

Моментлар назарияси

Куч елкаси. Берилган нуқтадан кучнинг таъсир чизиғига туширилган перпендикуляр узунлиги куч елкаси дейилади.

Куч моменти. $\vec{F}$ кучнинг O нуқтага нисбатан моменти деб, мос ишора билан олинган куч миқдорини унинг елкасига кўпайтмасига тенг катталиikka айтилади:

$$m_0(\vec{F}) = \pm F \cdot h$$

Куч моментининг ўлчов бирлиги. Куч моменти СИ бирликлар системасида Ньютон метр (Нм) билан ўлчанади.

Нуқтага нисбатан куч моментининг хоссалари:

1.Кучни ўз таъсир чизиғи бўйлаб ихтиёрий нуқтага кўчирсак, унинг моменти ўзгармайди.

2.Кучнинг таъсир чизиғи момент марказидан ўтса, унинг мазкур нуқтага нисбатан моменти нолга тенг бўлади.

3.Кучнинг O нуқтага нисбатан моменти $\triangle OAB$ юзанинг иккиланганига тенг, яъни:

$$m_0(\vec{F}) = \pm 2S_{\triangle OAB}$$

Ўққа нисбатан куч моменти. Кучнинг ўққа нисбатан моменти деб, кучнинг ўққа перпендикуляр қилиб олинган текисликдаги проекциясидан ўқ билан текисликнинг кесишган нуқтасига нисбатан олинган моментига айтилади.

Кучнинг ўққа нисбатан моментини математик ифодаси

$$m_z(\vec{F}) = m_0(\vec{F}_{xy}) = \pm F_{xy} \cdot h$$

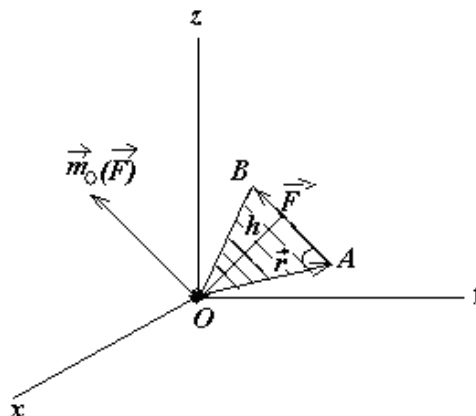
формула билан ифодаланади.

Варион теоремаси: Кесишувчи кучлар тенг таъсир этувчисидан бирор нуқтага нисбатан олинган момент унинг тузувчи кучларидан мазкур нуқтага нисбатан олинган моментларнинг алгебраик йиғиндисига тенг, яъни

$$m_0(\vec{R}) = \sum m_0(\vec{F}_v)$$

Нуктага нисбатан куч моментининг векторлиги.

Кучнинг нуктага нисбатан моменти векторини икки векторнинг вектор кўпайтмасидан иборат деб қараш мумкин. Бунинг учун момент маркази O нуктани санок системасининг боши десак, $\vec{r}$ куч қўйилган A нуктанинг радиус-вектори бўлади (расмга қаранг).



расм

$\triangle OAB$ дан:

$$h = r \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$$

бундан $\vec{m}_O(\vec{F}) = r \cdot F \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$ ёки

$$\vec{M}_O = \vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

эканлиги келиб чиқади.

Демак, кучнинг нуктага нисбатан моменти вектор миқдор бўлиб, у куч қўйилган нуктанинг радиус-вектори билан кучнинг вектор кўпайтмасига тенг бўлиб, у куч ва момент маркази орқали ҳосил қилинган учбурчак юзига перпендикуляр йўналади.

Кучнинг нуктага нисбатан моменти векторининг йўналиши шундай қўйиладики, унинг учидан туриб қаралганда куч жисмни соат стрелкасига қарши айлантираётган бўлиши керак.

Жуфт кучлар назарияси

Жуфт куч. Маълум ораликда жойлашган, бир-бирига қарама-қарши йўналган ва миқдор жиҳатидан тенг бўлган икки куч жуфт куч дейилади.

Жуфт куч елкаси. Жуфт тузувчи кучлар орасидаги энг қисқа масофа жуфт елкаси деб аталади ва у d билан белгиланади.

Жуфт тузувчи кучлардан бири билан жуфт елкасининг кўпайтмаси жуфт моменти дейилади. У қуйидагича ёзилади:

$$M = \pm Fd$$

Жуфт жисмни соат стрелкасига қарши айлантирмоқчи бўлса, унинг моменти мусбат, акс ҳолда манфий деб олинади.

Жуфт куч текислиги. Жуфт тузувчи кучлар таъсир чизиғи орқали ўтказилган текислик жуфт текислиги дейилади.

Жуфт моментининг векторлиги.

Жуфт кучнинг жисмга таъсири асосан уч фактор билан аниқланади:

1. Жуфт моментининг миқдори;
2. Жуфтнинг таъсир текислиги;
3. Мазкур текисликнинг бурилиш йўналиши.

Бир текисликда ётмайдиган жуфтларни кўрганимизда, ҳар бир жуфтнинг жисмга таъсирини аниқлаш учун юқоридаги учта фактор берилиши зарур. Мазкур факторни фазода битта вектор, яъни жуфт моментининг вектори орқали ифодалаш мумкин.

Модули $M = \pm Fd$ формуладан аниқланадиган вектор жуфт моменти вектори дейилади. У жуфт текислигига перпендикуляр бўлиб, унинг учидан қаралганда жисм ҳар доим соат стрелкасига қарши айланади.

Жуфтларни қўшиш.

Агар жисмга n дана жуфт кучлар таъсир этаётган бўлса, фазода жойлашган жуфтлар битта жуфтга эквивалент бўлиб, унинг моменти берилган жуфтлар моментларининг геометрик йиғиндисига тенг:

$$\vec{M} = \sum \vec{M}_v$$

Агарда жуфтлар текисликда жойлашган бўлса, бу жуфтлар битта жуфтга эквивалент бўлиб, унинг моменти берилган жуфтлар моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$M = \sum_1^n M_v$$

Жуфт кучлар системасини мувозанат тенгламалари.

$$\vec{M} = \sum \vec{M}_v = 0 \quad \text{ёки} \quad \sum M_{vx} = 0, \sum M_{vy} = 0, \sum M_{vz} = 0$$

Ихтиёрий кучлар системаси

Ихтиёрий кучлар системаси. Фазода ёки текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасига ихтиёрий кучлар системаси дейилади.

Кучни берилган марказга келтириш. Пуансо леммаси. Кучни бир нуқтадан берилган марказга келтириш натижасида, келтириш марказида шу кучга тенг бўлган куч ва унинг қўшилган жуфти ҳосил бўлади. Умумий ҳолда, Пуансо леммасига асосан, ихтиёрий кучлар системасини бир марказга келтириб, бош вектор ва бош момент аниқланади.

Бош вектор.

$$R_x = \sum F_{ix}, \quad R_y = \sum F_{iy}, \quad R_z = \sum F_{iz}, \quad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2};$$

$$\cos(\vec{R}, \vec{i}) = \frac{R_x}{R}, \quad \cos(\vec{R}, \vec{j}) = \frac{R_y}{R}, \quad \cos(\vec{R}, \vec{k}) = \frac{R_z}{R}.$$

Бош момент.

$$M_x = \sum m_i(\vec{F}_i)_x, \quad M_y = \sum m_i(\vec{F}_i)_y, \quad M_z = \sum m_i(\vec{F}_i)_z, \quad M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2};$$

$$\cos(\vec{M}, \vec{i}) = \frac{M_x}{M}, \quad \cos(\vec{M}, \vec{j}) = \frac{M_y}{M}, \quad \cos(\vec{M}, \vec{k}) = \frac{M_z}{M}.$$

Ихтиёрий кучлар системасини содда ҳолга келтириш.

Ихтиёрий кучларни содда ҳолга келтиришда қуйидаги ҳолларни кўралик:

1. Бош вектор $\vec{R} = 0$, бош момент $\vec{M} \neq 0$ бўлса, ихтиёрий кучлар системаси битта бош моментга келтирилади.

2. Агар бош момент $\vec{M} = 0$, бош вектор $\vec{R} \neq 0$ бўлса, кучлар системаси бош векторга келтирилади.

3. Бош вектор $\vec{R} \neq 0$ ҳамда бош момент $\vec{M} \neq 0$ бўлиб, улар ўзаро $(\vec{R} \perp \vec{M})$ перпендикуляр бўлганда ихтиёрий кучлар системаси битта бош векторга келтирилади.

4. Бош вектор билан бош момент бир тўғри чизик бўйлаб жойлашса, бундай ҳол динамо (динамик винт) дейилади.

5. Бош вектор ҳамда бош момент нолга тенг бўлса, ихтиёрий кучлар системаси мувозанатлашади.

Ихтиёрий кучлар системасининг мувозанат шартлари

Фазода жойлашган ихтиёрий кучлар системаси таъсиридаги жисм мувозанатда бўлиши учун бу кучларнинг бош вектори ҳамда бош моменти нолга тенг бўлиши зарур ва етарли:

$$\vec{R} = 0, \quad \vec{M} = 0$$

$$R_x = \sum F_{ix} = 0, \quad R_y = \sum F_{iy} = 0, \quad R_z = \sum F_{iz} = 0;$$

$$M_x = \sum m_x(\vec{F}_v) = 0, \quad M_y = \sum m_y(\vec{F}_v) = 0, \quad M_z = \sum m_z(\vec{F}_v) = 0.$$

Ихтиёрий кучлар текисликда жойлашган бўлса, уларнинг мувозанат шarti қуйидагича бўлади:

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum F_{iy} = 0, \quad \sum m_0(\vec{F}_v) = 0.$$

Агарда кучлар системаси фазо (текислик) да кесишувчи кучлардан иборат бўлса, уларнинг мувозанат шартлари мос равишда бундай ёзилади:

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum F_{iy} = 0, \quad \sum F_{iz} = 0;$$

$$\sum F_{ix} = 0, \quad \sum F_{iy} = 0.$$

Ихтиёрий кучлар системаси Oz ўққа параллел бўлиб қолса, тенгламанинг биринчи икkitаси ва охиригиси айнан нолга тенг бўлади. Натижада фазодаги параллел кучлар мувозанат шarti қуйидагича бўлади:

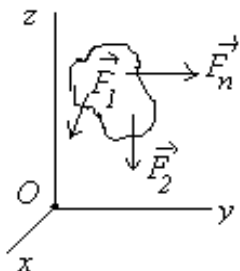
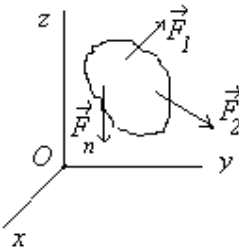
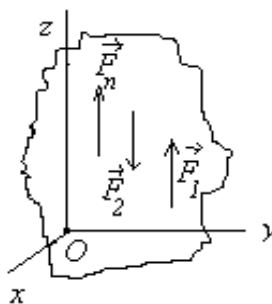
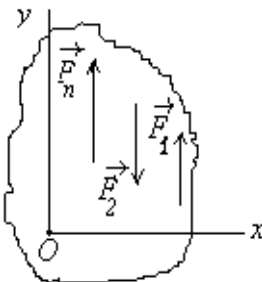
$$\sum F_{iz} = 0, \quad \sum m_x(\vec{F}_v) = 0, \quad \sum m_y(\vec{F}_v) = 0.$$

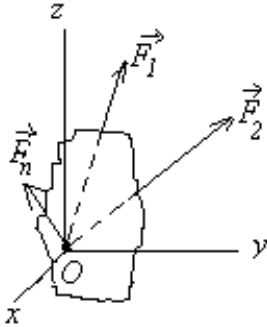
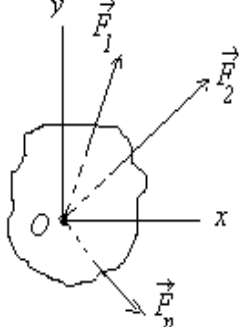
Агар параллел кучлар текисликда жойлашган бўлса, мувозанат тенгламасини шундай ёзиш мумкин:

$$\sum F_{iy} = 0, \quad \sum m_0(\vec{F}_v) = 0.$$

бунда кучлар Oy ўқига параллелдир.

Турли кучлар таъсиридаги жисмнинг мувозанат шартларининг жадвали

	Фазода жойлашган кучлар	Текисликда жойлашган кучлар
Ихтиёрӣ	 $\begin{aligned} \sum F_x &= 0, \\ \sum F_y &= 0, \\ \sum F_z &= 0; \\ \sum m_x(\vec{F}_v) &= 0, \\ \sum m_y(\vec{F}_v) &= 0, \\ \sum m_z(\vec{F}_v) &= 0. \end{aligned}$	 $\begin{aligned} \sum F_x &= 0, \\ \sum F_y &= 0, \\ \sum m_0(\vec{F}_v) &= 0. \end{aligned}$
Паралел	 $\begin{aligned} \sum F_z &= 0, \\ \sum m_x(\vec{F}_v) &= 0, \\ \sum m_y(\vec{F}_v) &= 0. \end{aligned}$	 $\begin{aligned} \sum F_z &= 0, \\ \sum m_0(\vec{F}_v) &= 0. \end{aligned}$
Жуфт	 $\begin{aligned} \sum m_x(\vec{F}_v) &= 0, \\ \sum m_y(\vec{F}_v) &= 0, \\ \sum m_z(\vec{F}_v) &= 0. \end{aligned}$	 $\begin{aligned} \sum M_v &= 0 \\ \text{ёки} \\ \sum m_0(\vec{F}_v) &= 0 \end{aligned}$

Кесилувчи	 $\begin{aligned}\sum F_x &= 0, \\ \sum F_y &= 0, \\ \sum F_z &= 0.\end{aligned}$	 $\begin{aligned}\sum F_x &= 0, \\ \sum F_y &= 0.\end{aligned}$
------------------	--	--

Ишқаланиш кучи

Сирпанишдаги ишқаланиш кучи деб бир жисм иккинчи бир жисм устида сирпанганида ҳосил бўладиган қаршиликка айтилади.

Ишқаланиш кучининг жисм нормал босимига тўғри пропорционал эканлиги тажрибаларда аниқланган ва у

$$F^{\text{иш}} = fN$$

формуладан аниқланади. Бунда N-текшириляётган жисмнинг нормал босими; f-сирпаниб ишқаланиш коэффициентидейилади.

Думаланишдаги ишқаланиш кучи. Бир жисмнинг иккинчи жисм устида думаланишга қаршилик қилувчи куч думаланишдаги ишқаланиш кучи дейилади.

Параллел кучлар. Оғирлик маркази

Бир томонга йўналган икки параллел кучни қўишиш

Бир томонга қараб йўналган икки параллел кучнинг тенг таъсир этувчиси уларнинг алгебраик йиғиндисига тенг бўлиб, йўналиши мазкур кучлар йўналишида, таъсир чизиғи эса кучлар қўйилган нуқталар орасидаги масофани ички равишда шу кучларга тескари пропорционал бўлакларга

бўлиб ўтади

$$R = F_1 + F_2 \qquad \frac{F_1}{SB} = \frac{F_2}{AS} = \frac{R}{AB}$$

Параллел кучлар маркази.

$$\vec{r}_S = \frac{\sum F_v \cdot \vec{r}_v}{\sum F_v}$$

Жисмларнинг оғирлик маркази. Умумий ҳолда

$$x_S = \frac{\sum G_v \cdot x_v}{\sum G_v}, y_S = \frac{\sum G_v \cdot y_v}{\sum G_v}, z_S = \frac{\sum G_v \cdot z_v}{\sum G_v}$$

Ҳажмлари маълум бўлса

$$x_S = \frac{\sum V_v \cdot x_v}{\sum V_v}, y_S = \frac{\sum V_v \cdot y_v}{\sum V_v}, z_S = \frac{\sum V_v \cdot z_v}{\sum V_v}.$$

Текис жисмни оғирлик маркази

$$x_S = \frac{\sum S_v \cdot x_v}{\sum S_v}, y_S = \frac{\sum S_v \cdot y_v}{\sum S_v}.$$

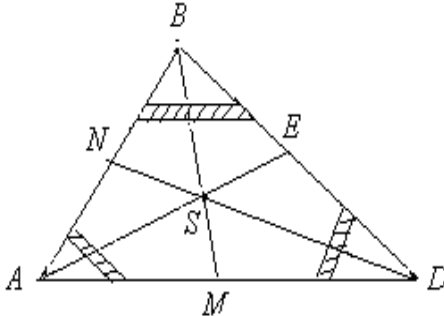
Чизиқни оғирлик маркази

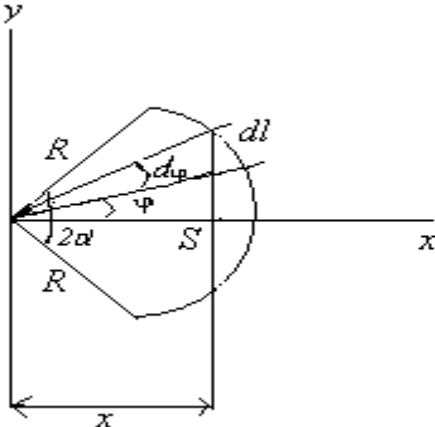
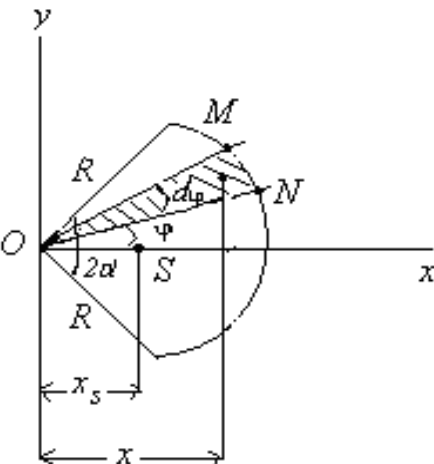
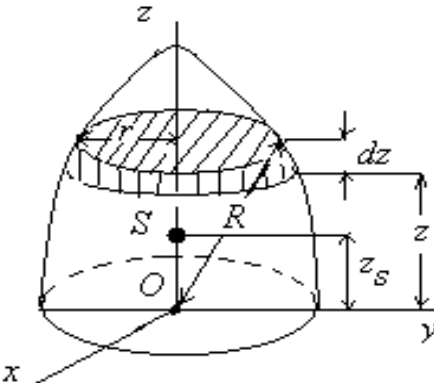
$$x_S = \frac{\sum l_v \cdot x_v}{\sum l_v}, y_S = \frac{\sum l_v \cdot y_v}{\sum l_v}, z_S = \frac{\sum l_v \cdot z_v}{\sum l_v}.$$

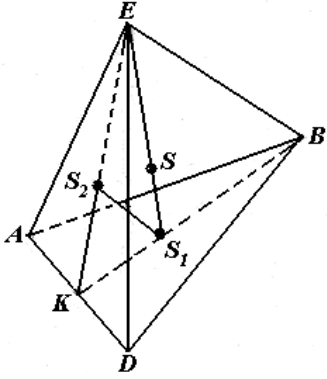
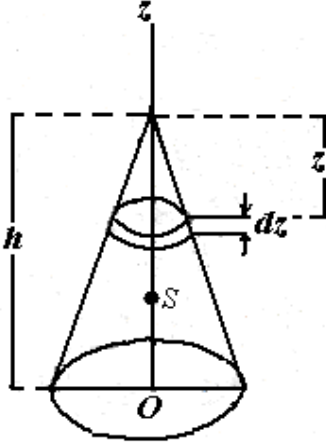
Интеграл ёрдамида оғирлик марказини аниқлаш

$$x_S = \frac{1}{V} \int_{(V)} x dV, y_S = \frac{1}{V} \int_{(V)} y dV, z_S = \frac{1}{V} \int_{(V)} z dV.$$

Оддий шаклли баъзи бир жинсли жисмларнинг оғирлик марказлари

T/r	Жисмлар шакли	Оғирлик маркази
1	2	3
1	Учбурчак юзи 	$SM = \frac{1}{3} BM, SN = \frac{DN}{3}$ $SE = \frac{AE}{3}$

2	<i>Айлана ёйи</i> 	$dl = R d\varphi, x = R \cos \varphi, x_s = \frac{\int x dl}{L}$ $L = \int_{-\alpha}^{\alpha} R d\varphi, x_s = \frac{R \sin \alpha}{\alpha}$ Ярим айлана учун $x_s = \frac{2R}{\pi}$
3	<i>Доира сектори юзи</i> 	$dS_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} R^2 d\varphi, x = \frac{2}{3} R \cos \alpha$ $S = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{1}{2} R^2 d\varphi$ $x_s = \frac{\int x dS}{S} = \frac{2}{3} R \frac{\sin \alpha}{\alpha}$
4	<i>Ярим шар ҳажми</i> 	$x_s = 0, y_s = 0, z_s = \frac{1}{V} \int_{(V)} z dV, r = \sqrt{R^2 - z^2}$ $dV = \pi r^2 dz = \pi (R^2 - z^2) dz$ $\int_{-R}^R z \pi (R^2 - z^2) dz = \int_{(V)} z dV$ $V = \frac{2}{3} \pi R^3, z_s = \frac{3}{8} R$

6	<i>Пирамида ҳаҷми</i> 	$SS_1 = \frac{1}{3}SE = \frac{1}{4}S_1E$
5	<i>Конус ҳаҷми</i> 	$Vz_s = \int_{(V)} zdV, V = \frac{1}{3}Sh, dV = \frac{S}{h^2}z^2 dz,$ $\frac{1}{3}Shz_s = \int_0^h \frac{Sz^3}{h^2} dz, z_s = \frac{3}{4}h$

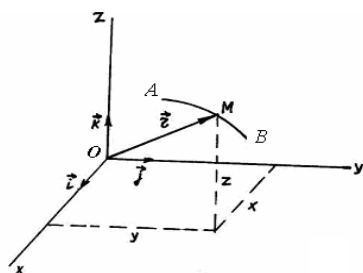
К И Н Е М А Т И К А

Моддий нуқта кинематикаси

Траектория деб моддий нуқтанинг ҳаракат давомида фазода қолдирган изига айтилади.

Ҳаракатни берилиш усуллари. 1) вектор; 2) координата; 3) табиий.

1. Вектор усули



$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

2. Координата усули. Нуқта ҳаракатланганда координаталар вақт ўтиши билан ўзгаради, яъни улар вақтнинг бир қийматли функциясидан иборат бўлади:

$$x = x(t) \quad , \quad y = y(t) \quad , \quad z = z(t)$$

3. Табиий усул. $s = s(t)$ (м)

Моддий нуқтанинг тезлиги (м/с)

1. Ҳаракати вектор усулда берилган нуқтанинг тезлиги

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

2. Ҳаракати координата усулда берилган нуқтанинг тезлиги

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \quad V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

$$\cos(\vec{V}, \hat{i}) = \frac{V_x}{V}, \quad \cos(\vec{V}, \hat{j}) = \frac{V_y}{V}, \quad \cos(\vec{V}, \hat{k}) = \frac{V_z}{V}$$

3. Ҳаракати табиий усулда берилган нуқтанинг тезлиги

$$V = \frac{ds}{dt}$$

Моддий нуқтанинг тезланиши (м/с²)

1. Ҳаракати вектор усулда берилган нуқтанинг тезланиши

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

2. Ҳаракати координата усулда берилган нуқтанинг тезланиши

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

$$a_x = \ddot{x}, \quad a_y = \ddot{y}, \quad a_z = \ddot{z} \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

$$\cos(\vec{a}, \hat{i}) = \frac{a_x}{a}, \quad \cos(\vec{a}, \hat{j}) = \frac{a_y}{a}, \quad \cos(\vec{a}, \hat{k}) = \frac{a_z}{a}$$

3. Ҳаракати табиий усулда берилган нуқтанинг тезланиши

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

Нуқтанинг уринма ва нормал тезланишлари.

$$a_\tau = \frac{dV}{dt}, \quad a_n = \frac{V^2}{\rho}, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Қаттиқ жисмни содда ҳаракатлари.

Қаттиқ жисмнинг илгариланма ҳаракати. Жисм ҳаракати даврида унда олинган ихтиёрий кесма ўз-ўзига параллел кўчса, бундай ҳаракат илгарилама ҳаракат деб аталади. Масалан, велосипед педалининг ҳаракати, тўғри участкада ҳаракат қилаётган автомобил бортини ҳаракати илгарилама ҳаракатдан иборат.

Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофидаги айланма ҳаракати. Жисм ҳаракати даврида ундаги икки нуқта қўзғалмасдан қолса, бу ҳаракат айланма ҳаракат дейилади

Бурчак тезлик. Айланма ҳаракат қонуниятидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага бурчак тезлик (1/с) дейилади.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Бурчак тезланиш. Айланма ҳаракат қонуниятидан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосила ёки бурчак тезликдан олинган биринчи тартибли ҳосилага бурчак тезланиш ($1/c^2$) дейилади.

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Тўғри чизиқли текис ҳаракат. Агар ҳаракат давомида $\vec{a} = 0$, яъни $\vec{a}_\tau = 0$, $\vec{a}_n = 0$ бўлса, $\frac{dV}{dt} = 0$, $\frac{V^2}{\rho} = 0$ бўлади. Бундан $V = \text{const}$, $\rho = \infty$ келиб чиқади. Бу ҳолда нуқта ҳаракати тўғри чизиқли текис ҳаракатдан иборат бўлади.

Тўғри чизиқли ўзгарувчан ҳаракат. Агар $a_\tau \neq 0$, $a_n = 0$ бўлса, нуқта тезлигининг йўналиши ўзгармас бўлиб, модули $V = \left| \frac{ds}{dt} \right|$ бўлади; $\rho = \infty$. Бу ҳолда нуқта ҳаракати тўғри чизиқли ўзгарувчан ҳаракатдан иборат.

Эгри чизиқли текис ҳаракат. Агар $a_\tau = 0$ бўлиб, $a_n = \frac{V^2}{\rho} \neq 0$ бўлса, $V = \text{const}$ бўлади. Натижада моддий нуқта эгри чизиқли текис ҳаракатда бўлади.

Эгри чизиқли ўзгарувчан ҳаракат. Агар $a_\tau \neq 0$, $a_n \neq 0$ бўлса, нуқта ҳаракати эгри чизиқли ўзгарувчан ҳаракатдан иборат бўлади. $a_\tau = 0$ бўлган ҳол текис ўзгарувчан ҳаракат дейилади.

Айланма ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезлиги. Айланма ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезлиги унинг бурчак тезлиги ω билан текширилаётган нуқтадан айланиш ўқигача бўлган масофа h кўпайтмасига тенг

$$V = \omega h$$

Айланма ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезланиши. Айланма ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезланиши. уринма ва нормал ташкил этувчилардан иборат деб қараш мумкин:

$$a_{\tau} = \frac{dV}{dt} = \frac{d\omega}{dt} h; \quad a_n = \frac{V^2}{\rho} = \frac{\omega^2 h^2}{\rho}$$

бу ерда

$$\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon; \quad \rho = h \quad .$$

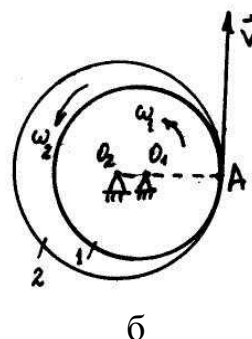
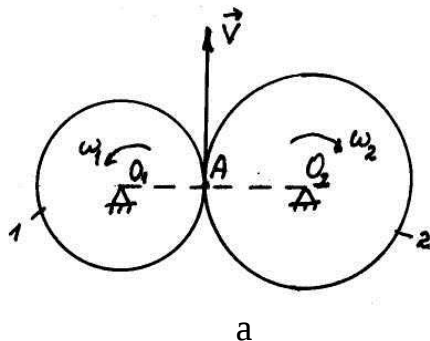
Шунинг учун

$$a_{\tau} = \varepsilon h, \quad a_n = \omega^2 h \quad a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \quad \operatorname{tg} \mu = \frac{|a_{\tau}|}{a_n} = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2}$$

Бундан кўрамизки, бурчак тезлиги билан бурчак тезланиши жисмнинг ҳамма нуқталари учун бир хил бўлгани учун тезланиш билан нормал тезланиш (радиус) орасидаги бурчак μ ўзгармасдан қолади. Айланма ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг чизиқли тезлиги ҳамда тезланиши мазкур нуқтадан айланиш ўқиғача бўлган масофага пропорционал равишда ўзгаради.

Айланма ҳаракатларни бир жисмдан иккинчи жисмга узатиш.

Радиуслари r_1 ва r_2 бўлган тишли ғилдираклар бир-бири билан тишлашган бўлсин.

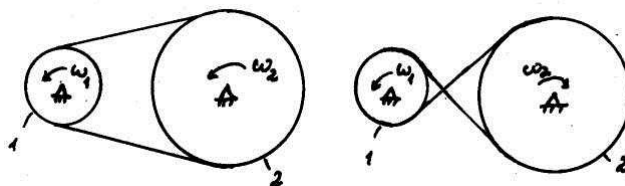


Биринчи ғилдиракни етакчи, иккинчисини эса етакловчи деб фарз қилайлик. Иккала ғилдиракларнинг тегишиб турган нуқталарининг тезлиги миқдор ва йўналиши жиҳатидан бир хилдир:

$$V_{1A} = V_{2A}$$

ёки

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$



бундан,

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

келиб чиқади. Бундан кўрамизки, ғилдираклар бурчак тезликларининг нисбати радиусларининг нисбатига тескари пропорционал экан.

Ғилдирак тишлари ташқи томондан тишлашган бўлса ёки узатма тасмалар айқаш бўлса улар ҳар хил томонга айланади. Агар ғилдираклар ички томондан тишлашган бўлса ёки узатма тасмалар айқаш бўлмаса улар бир томонга айланади.

Ғилдираклар бурчак тезликларининг нисбати тишлар сони z_1, z_2 ёки айланиш сони n_1, n_2 орқали қуйидагича ифодаланади:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Етакчи ғилдирак бурчак тезлигини етакланувчи ғилдирак бурчак тезлигига нисбати узатиш сони деб аталади:

$$i_{1,2} = \omega_1 / \omega_2$$

Тишлашган ғилдираклар n (бир неча) жуфт бўлса, умумий узатиш сони ҳар бир жуфт ғилдирак узатиш сонларининг кўпайтмасига тенг:

$$i_{1,n} = i_{1,2} \cdot i_{2,3} \cdots i_{n-1,n}$$

бундан

$$i_{1,n} = (-1)^m \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Бу ерда m -ташқи томондан тишлашган жуфтлар сони.

Қаттиқ жисмнинг текис параллел ҳаракати

Қаттиқ жисмни текис параллел ҳаракати. Ҳаракат давомида жисмга ўтказилган текислик бирор қўзғалмас текисликка параллелигича қолса, бундай ҳаракат текис параллел дейилади. Текис параллел ҳаракатдаги жисмнинг ҳаракат тенгламаси

Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезлиги.

Текис ҳаракатдаги жисм ихтиёрий нуқтасининг тезлиги қутб нуқтанинг тезлиги билан мазкур нуқтанинг қутб атрофидаги айланма ҳаракат чизиқли тезлигининг геометрик йиғиндисига тенг.

Текис параллел ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезланиши. Текис параллел ҳаракатдаги ихтиёрий M нуқта тезланиш

вектори қутб нуқта тезланиш вектори билан мазкур нуқтанинг қутб атрафида айланишидан ҳосил бўладиган тўла тезланиш векторининг геометрик йиғиндисига тенг

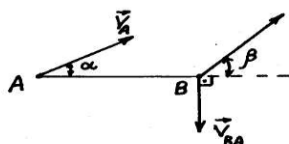
$$\vec{a}_M = \vec{a}_C + \vec{a}_{MC}$$

бу ерда $\vec{a}_C = \vec{a}_C^{\tau} + \vec{a}_C^n$

$$\vec{a}_{MC} = \vec{a}_{MC}^{\tau} + \vec{a}_{MC}^n \quad \vec{a}_M = \vec{a}_C^{\tau} + \vec{a}_C^n + \vec{a}_{MC}^{\tau} + \vec{a}_{MC}^n$$

$$a_C^{\tau} = \frac{dV_C}{dt}, a_C^n = \frac{V_C^2}{\rho}; \quad a_{MC}^{\tau} = \varepsilon MC, a_{MC}^n = \omega^2 MC$$

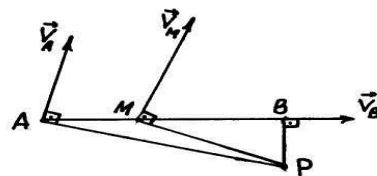
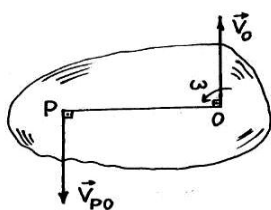
Текис шакл икки нуқтаси тезликларининг проекцияси ҳақидаги теорема. Текис шакл икки нуқтаси тезликларининг мазкур нуқталарни туташтирувчи чизик йўналишидаги проекциялари тенг



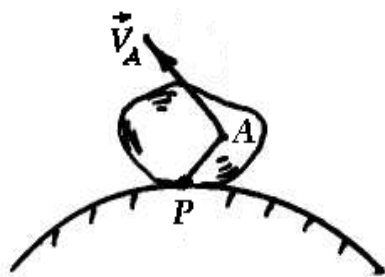
$$V_B \cos \beta = V_A \cos \alpha$$

Тезликларнинг оний маркази (ТОМ). Берилган онда тезлиги нолга тенг бўлган текис шакл нуқтаси тезликлар оний маркази (ТОМ) дейилади.

Тезликларни оний марказини (ТОМ) аниқлаш усуллари.

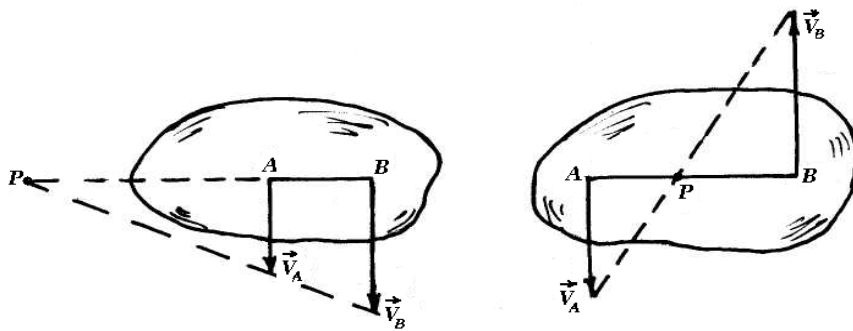


Текис шакл ТОМ қуйидаги ҳолларда осонгина аниқланади:



1) Агар текис шакл бирор қўзғалмас сирт устида сирпанмасдан ҳаракатланса, текис шаклнинг қўзғалмас сиртга тегишиб турган нуқтаси ТОМ бўлади

2) Агар текис шакл A ва B нуқталарининг тезликлар модули маълум бўлиб, улар ўзаро параллел ва AB га перпендикуляр бўлса, мазкур тезликлар учларини туташтирувчи чизиқни AB билан кесишгунча давом эттирамиз. Натижада ҳосил бўлган P нуқта ТОМ бўлади.



3) Агар $\vec{V}_A \parallel \vec{V}_B, V_A = V_B$ бўлса, жисм илгарилама ҳаракатда бўлиб,

тезликлар оний маркази чексизликда ётади ($AP = \infty$) $\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{\infty} = 0$



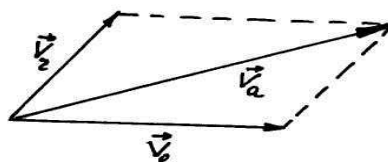
Моддий нуқтанинг мураккаб ҳаракати

Нуқтанинг мураккаб ҳаракати. Агар нуқта бир вақтнинг ўзида икки (қўзғалувчан ва қўзғалмас) координаталар системасига нисбатан ҳаракатланса, бундай ҳаракатга мураккаб ҳаракат дейилади.

Нисбий ҳаракат. Нуқтанинг қўзғалувчан координата системасига нисбатан ҳаракати нисбий ҳаракат дейилади.

Кўчирма ҳаракат. Нуқтанинг қўзғалувчан координата системаси билан биргаликда қўзғалмас координата системасига нисбатан ҳаракати кўчирма ҳаракат дейилади.

Нуқтанинг мураккаб ҳаракатдаги тезлиги. Мураккаб ҳаракатдаги нуқтанинг абсолют тезлиги мазкур нуқта нисбий ва кўчирма тезликларининг геометрик йиғиндисига тенг



$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e$$

Мураккаб ҳаракатдаги нуқта абсолют тезланиши. Мураккаб ҳаракатдаги нуқта абсолют тезланиши унинг нисбий, кўчирма ва Кориолис (қўшимча) тезланишларининг геометрик йиғиндисига тенг.

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_k$$

Кориолис тезланиши. Кориолис тезланиши нисбий ҳаракат тезлиги ва кўчирма ҳаракат бурчак тезликларининг вектор кўпайтмасини иккиланганига тенг.

$$2\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r = \vec{a}_k \quad a_k = 2\omega_e V_r \cdot \sin(\vec{\omega}_e, \vec{V}_r)$$

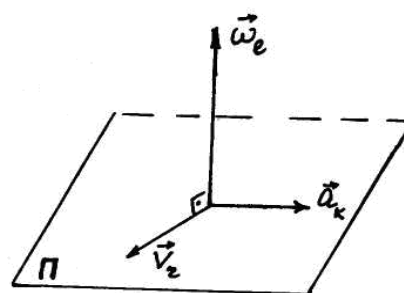
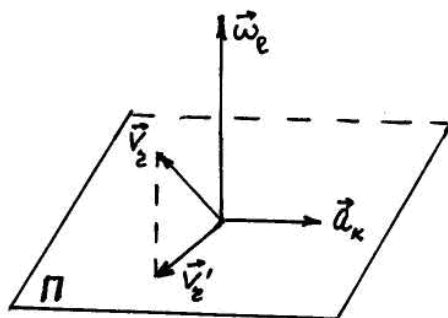
Кориолис тезланиш йўналиши. Кориолис тезланиш йўналиши Жуковский қонидаси бўйича топилади :

1) Кўчирма ҳаракат бурчак тезлиги йўналишига перпендикуляр Π текислик ўтказилади; 2) нисбий ҳаракат тезлик ($\vec{V}_r$) ни Π текисликка проекциялаб, уни $\vec{V}_r'$ деб белгилаймиз; 3) $\vec{V}_r'$ ни кўчирма ҳаракат айланиш томонига 90° га бураимиз.

Натижада ҳосил бўлган йўналиш Кориолис тезланиш йўналишини беради

Агарда $\vec{\omega}_e \perp \vec{V}_r$ бўлса, $\vec{a}_k$ йўналишини топиш учун $\vec{V}_r$ ни кўчирма

ҳаракат айланиш томонига 90° га бурамиз.



Қаттиқ жисм ҳаракатларини қўшиш.

Илгариланма ҳаракатларни қўшиш. Тезликлари $\vec{V}_1$ ва $\vec{V}_2$ бўлган икки илгариланма ҳаракатнинг йиғиндиси яна илгариланма ҳаракатдан иборат бўлиб, унинг тезлиги илгариланма ҳаракатлар тезликларининг геометрик йиғиндисига тенг.

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

Параллел ўқлар атрофидаги айланма ҳаракатларни қўшиш. Параллел ўқлар атрофидаги айланма ҳаракатларнинг бурчак тезликлари мос равишда ω_1 ва ω_2 бўлсин. Айланма ҳаракатларни йўналишлари бир хил бўлса, абсолют ҳаракат айланма ҳаракатдан иборат бўлиб, унинг бурчак тезлиги айланма ҳаракатлар бурчак тезликларининг йиғиндисига тенг бўлади. Айланиш ўқи айланма ҳаракатлар ўқларига параллел бўлиб, уларнинг оралиғида жойлашади.

$$\omega = \omega_1 + \omega_2$$

Агар айланма ҳаракатларни йўналишлари қарама-қарши бўлса, мураккаб ҳаракат яна айланма ҳаракатдан иборат бўлиб, унинг бурчак тезлиги айланма ҳаракатлар бурчак тезликларининг айирмасига тенг бўлади.

$$\omega = \omega_1 - \omega_2$$

Агар айланма ҳаракатларда бурчак тезликлар тенг бўлса, бундай ҳаракатга жуфт айланиш дейилади.

Кесишувчи ўқлар атрофидаги айланма ҳаракатларни қўшиш. Айланма ҳаракатлар ўқлари кесишган ҳолда уларнинг йиғиндиси айланма ҳаракатдан

иборат бўлиб, унинг бурчак тезлиги шу ҳаракатлар бурчак тезликларининг геометрик йиғиндисига тенг бўлади. Айланиш ўқи айланма ҳаракатлар бурчак тезликларига қўрилган параллеллограммнинг диагонали бўйлаб йўналади.

Илгариланма ва айланма ҳаракатларни қўшиш. Жисмнинг мураккаб ҳаракати илгариланма ва айланма ҳаракатлардан иборат бўлсин. Бунда қуйидаги хусусий ҳоллар бўлиши мумкин:

1. Илгариланма ҳаракат тезлиги $\vec{V}$ ва айланма ҳаракат бурчак тезлиги ω ўзаро перпендикуляр бўлсин. Бу ҳолда мураккаб ҳаракат айланма ҳаракатдан иборат бўлиб, унинг бурчак тезлиги айланма ҳаракат бурчак тезлигига тенг бўлиб, айланиш ўқи эса айланма ҳаракат ўқига параллел бўлади. Бунда айланиш ўқи ўз ҳолатини илгариланма ҳаракат тезлиги билан ўзгартириб боради.

2. Илгариланма ҳаракат тезлиги $\vec{V}$ ва айланма ҳаракат бурчак тезлиги ω ўзаро параллел бўлсин. Бу ҳолда мураккаб ҳаракат винтли ҳаракатдан иборат бўлади. Винтнинг қадами $h = 2\pi V / \omega$ формуладан ва ихтиёрий нуқтасининг тезлиги

$$V_M^2 = V^2 + \omega^2 r^2$$

ифодадан аниқланади.

3. Илгариланма ҳаракат тезлиги $\vec{V}$ ва айланма ҳаракат бурчак тезлиги ω ўзаро ихтиёрий бурчак остида бўлсин. Бу ҳолда ҳам мураккаб ҳаракат винтли ҳаракатдан иборат бўлиб, винтнинг ўқи ўз ҳолатини ўзгартириб туради.

ДИНАМИКА

Динамиканинг асосий тушунчалари.

Инертлик. Моддий нуқталар битта куч таъсирида ўзларининг тезлигини тез ёки секин ўзгартиради. Бу хусусият моддий нуқтанинг инертлиги дейилади.

Масса. Моддий нуқтанинг инертлик ўлчови физик миқдор бўлиб, у (m) масса деб аталади.

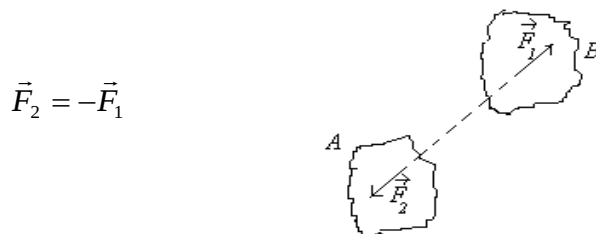
Инерциал система. Динамиканинг биринчи қонуни қаноатлантирадиган санок системаси инерциал система дейилади.

Инерция қонуни. Ташқи муҳитдан ажратилган моддий нуқта ташқаридан куч таъсир этмагунча ўзининг тинч ҳолатини ёки тўғри чизиқли ва тенг ўлчовли ҳаракатини сақлашга интилади.

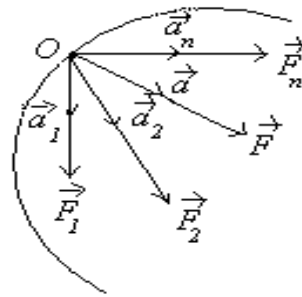
Динамиканинг асосий қонуни. Моддий нуқтанинг ҳаракатлантирувчи куч таъсиридан олган тезланиши шу куч йўналишида бўлиб, миқдори мазкур куч миқдorigа пропорционалдир. Бу қонуннинг математик ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Таъсир ва акс таъсир қонуни. Ҳар бир таъсир ўзига тенг ва қарама-қарши йўналишдаги акс таъсирни вужудга келтиради. Бошқача айтганда, иккита жисмнинг бир-бирига таъсирлари ўзаро тенг ва қарама-қарши йўналган.



Кучларнинг мустақиллик қонуни. Моддий нуқтанинг бир қанча куч тенг таъсир этувчиси туфайли олган тезланиши ҳар қайси кучнинг алоҳида таъсиридан ҳосил бўлган тезланишларининг геометрик йиғиндисига тенг, яъни:



$$\vec{a} = \sum_1^n \vec{a}_v$$

Динамиканинг биринчи асосий масаласида моддий нуқта массаси ва унинг ҳаракат қонуни берилган бўлиб, ҳаракатлантирувчи кучни топиш сўралади.

Динамиканинг иккинчи асосий масаласи эса моддий нуқта массаси ва унга таъсир этувчи куч маълум бўлганда, шу куч таъсиридан ҳосил бўладиган кинематик элементларни топишдан иборат.

Эркин моддий нуқта ҳаракатининг дифференциал тенгламаси. Вектор кўринишидаги дифференциал тенглама.

$$m\vec{a} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}$$

Эгри чизиқли ҳаракатнинг дифференциал тенгламасини Декарт координата ўқларидаги проекциялари:

$$F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2}, F_y = m \frac{d^2 y}{dt^2}, F_z = m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

Моддий нуқтанинг текисликдаги ҳаракатини ифодаловчи дифференциал тенгламалар

$$F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2}, F_y = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

Тўғри чизиқли ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси

$$F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Эркисиз моддий нуқта ҳаракатининг дифференциал тенгламаси

$$\vec{F} + \vec{N} = m\vec{a}$$

ёки

$$\vec{F} + \vec{N} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

Эркисиз моддий нуқта ҳаракатининг дифференциал тенгламаларини Декарт координата ўқларидаги проекциялари.

$$F_x + N_x = m \frac{d^2 x}{dt^2}, F_y + N_y = m \frac{d^2 y}{dt^2}, F_z + N_z = m \frac{d^2 z}{dt^2}.$$

Бу тенгламаларни ни табиий координата ўқларидаги проекцияси:

$$F_\tau + N_\tau = m \frac{dV}{dt}, F_n + N_n = m \frac{V^2}{\rho}, F_b + N_b = 0$$

Қўзғалмас чизик силлиқ бўлганлиги учун $\vec{N}$ нинг уринмадаги проекцияси нолга тенг: $N_\tau = 0$.

$$F_\tau = m \frac{dV}{dt}, F_n + N_n = m \frac{V^2}{\rho}, F_b + N_b = 0$$

Динамиканинг биринчи масаласини ечиш. Моддий нуқтанинг ҳаракат қонуни маълум бўлса, динамиканинг биринчи масаласини ечиш қуйидаги тартибда амалга оширилади:

1. Агар масала шартида санок системаси берилмаган бўлса, у танлаб олинади.
2. Моддий нуқтага таъсир қилувчи кучлар расмда тасвирланади.
3. Агар нуқта боғланишда бўлса, у боғланишдан қутқарилади ва боғланиш реакция кучлари расмда кўрсатилади.
4. Танлаб олинган санок системасида моддий нуқта ҳаракатининг дифференциал тенгламалари тузилади.
5. Берилган ҳаракат қонунидан фойдаланиб моддий нуқта тезланишининг танлаб олинган системадаги проекциялари аниқланади.
6. Тезланишнинг топилган проекциялари дифференциал тенгламаларга қўйилиб номаълум куч аниқланади.

Динамиканинг иккинчи масаласини ечиш. Динамиканинг иккинчи асосий масаласи қуйидаги тартибда ечилади:

1. Агар масала шартида санок системаси берилмаган бўлса, у танлаб олинади.
2. Расмда моддий нуқтанинг ихтиёрий ҳолати белгиланиб, унга таъсир қилувчи кучлар тасвирланади.

3.Агар нуқта боғланишда бўлса, уни боғланишдан қутқариб, боғланиш реакция кучлари расмда кўрсатилади.

4.Моддий нуқта ҳаракатининг бошланғич шартлари ёзиб олинади.

5.Моддий нуқта ҳаракатининг танлаб олинган санок системасидаги дифференциал тенгламалари тузилади.

6.Тузилган дифференциал тенгламалар интегралланади.

7.Бошланғич шартлардан фойдаланиб интеграллаш натижасида ҳосил бўлган ўзгармаслар аниқланади.

8.Аниқланган моддий нуқтанинг ҳаракат тенгламасидан керак бўлган номаълумлар топилади.

Моддий нуқтанинг эркин тебранма ҳаракати.

Эркин тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси.

$$\ddot{x} + k^2 x = 0$$

Эркин тебранма ҳаракат қонуни.

$$x = a \sin(kt + \alpha), \quad a = \sqrt{x_0^2 + \frac{V_0^2}{k^2}}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{x_0 k}{V_0}$$

Моддий нуқтанинг сўнувчи тебранма ҳаракати.

Сўнувчи тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси.

$$\ddot{x} + 2b \dot{x} + k^2 x = 0$$

Сўнувчи тебранма ҳаракатнинг ҳаракат қонуни.

$$x = a e^{-bt} \sin(k_1 t + \alpha), \quad a = \frac{1}{k_1} \sqrt{k_1^2 x_0^2 + (V_0 + b x_0)^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{k_1 x_0}{V_0 + b x_0}$$

Моддий нуқтанинг мажбурий тебранма ҳаракати.

Мажбурий тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламаси ва ҳаракат қонуни

$$\ddot{x} + k^2 x = P_0 \sin(pt + \delta)$$

$$x = a \sin(kt + \alpha) + \frac{P_0}{k^2 - p^2} \sin(pt + \delta)$$

Муҳит қаршилик кучи таъсир этганда моддий нуқтанинг мажбурий тебранма ҳаракати дифференциал тенгламаси

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + k^2 x = P_0 \sin(pt + \delta)$$

Мухит қаршилик кучи таъсир этганда моддий нуқтанинг мажбурий тебранма ҳаракат қонуни

1) $b < k$ ҳолда

$$x = ae^{-bt} \sin(\sqrt{k^2 - b^2} \cdot t + \alpha) + \frac{P_0 \sin(pt + \delta + \beta)}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4b^2 p^2}},$$

2) $b > k$ ҳолда

$$x = e^{-bt} \left(C_1 e^{t\sqrt{b^2 - k^2}} + C_2 e^{-t\sqrt{b^2 - k^2}} \right) + \frac{P_0 \sin(pt + \delta + \beta)}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4b^2 p^2}},$$

3) $b = k$ ҳолда

$$x = e^{-bt} (C_1 + C_2 t) + \frac{P_0 \sin(pt + \delta + \beta)}{\sqrt{(k^2 - p^2)^2 + 4b^2 p^2}}$$

тенгламалар билан ифодаланади ва улардаги a , α , C_1 ва C_2 ўзгармаслар ҳаракатнинг бошланғич шартларидан фойдаланиб аниқланади.

Моддий нуқтанинг тебранма ҳаракатига доир масалалар ечиш тартиби:

1. Моддий нуқтанинг статик мувозанат ҳолати координата боши деб қабул қилиниб, ҳаракат йўналиши бўйича координата ўқи йўналтирилади.
2. Моддий нуқтага таъсир этувчи кучлар расмда тасвирланади.
3. Моддий нуқта ҳаракатининг бошланғич шартлари аниқлаб олинади.
4. Моддий нуқтанинг ҳаракат дифференциал тенгламаси тузилади.
5. Тузилган дифференциал тенглама турига қараб унинг ечими ёзилади.
6. Топилган ечим физик нуқтаи назардан таҳлил этилиб, керакли номувофиқликлар аниқланади.

Динамиклик коэффициенти. Мажбурий тебранма ҳаракатнинг динамик коэффициенти мухит қаршилик кучи таъсир этган ҳолда қуйидагича:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{(1 - p^2/k^2)^2 + 4b^2 p^2/k^4}}$$

Агар $\frac{p}{k} = z, \frac{b}{k} = h$ деб белгиласак, $\lambda = \frac{1}{\sqrt{(1 - z^2)^2 + 4h^2 z^2}}.$

Механик система. Ҳаракатлари ўзаро бир-бирига боғлиқ моддий нуқталар системаси механик система дейилади.

Ички кучлар. Механик системани ташкил этувчи нуқталарнинг ўзаро таъсири ички кучлар дейилади. Ички кучлар $\vec{F}^i$, ички кучлар бош вектори $\vec{R}^i$ билан белгиланади.

Ташқи кучлар. Механик система таркибига кирмайдиган жисм (нуқта) лар томонидан қўйилган кучлар ташқи кучлар деб аталади. Ташқи кучлар $\vec{F}^e$, шунингдек, ташқи кучлар бош вектори $\vec{R}^e$ билан белгиланади.

Ички кучларнинг хоссалари:

1. Система ички кучларининг бош вектори нолга тенг.

$$\vec{R}^i = \sum \vec{F}_v^i = 0$$

ёки
$$R_x^i = \sum F_{vx}^i = 0, \quad R_y^i = \sum F_{vy}^i = 0, \quad R_z^i = \sum F_{vz}^i = 0$$

2. Ички кучларнинг бирор марказга нисбатан бош моменти нолга тенг.

$$\vec{M}_0^i = \sum \vec{m}_0(\vec{F}_v^i) = 0$$

$$M_x^i = \sum m_x(\vec{F}_v^i) = 0, \quad M_y^i = \sum m_y(\vec{F}_v^i) = 0, \quad M_z^i = \sum m_z(\vec{F}_v^i) = 0$$

келиб чиқади.

Система массаси. Система нуқталари массаларининг арифметик йиғиндисига системанинг массаси дейилади ва у қуйидагича ёзилади:

$$M = \sum m_v$$

Массалар маркази. Массалар марказининг радиус-вектори

$$\vec{r}_s = \frac{\sum m_v \vec{r}_v}{\sum m_v}$$

формула ёрдамида аниқланадиган геометрик нуқта —S системанинг инерция (масса) маркази деб аталади. Унинг Декарт координата ўқларига проекцияласак

$$x_s = \frac{\sum m_v x_v}{\sum m_v}, \quad y_s = \frac{\sum m_v y_v}{\sum m_v}, \quad z_s = \frac{\sum m_v z_v}{\sum m_v}$$

келиб чиқади.

Инерция моменти. Системанинг айланма ҳаракатидаги масса тақсимланишини характерлайдиган миқдор унинг инерция моментиدير.

Ўққа нисбатан инерция моменти. Системанинг Oz ўққа нисбатан инерция моменти I_z

$$I_z = \sum m_v h_v^2$$

формуладан аниқланади. Бунда m_v нуктадан Oz ўқкача бўлган масофа h_v деб олинган. Инерция моментининг СИ системадаги ўлчов бирлиги кгм^2 , техник системада эса кгмс^2 бўлади.

Ўқларга нисбатан инерция моментлари.

$$I_x = \sum m_v (y_v^2 + z_v^2),$$

$$I_y = \sum m_v (x_v^2 + z_v^2),$$

$$I_z = \sum m_v (x_v^2 + y_v^2).$$

Координата бошига нисбатан инерция моменти.

$$I_0 = \sum m_v r_v^2 = \sum m_v (x_v^2 + y_v^2 + z_v^2)$$

Текисликларга нисбатан инерция моментлари

$$I_{yOz} = \sum m_v x_v^2,$$

$$I_{xOz} = \sum m_v y_v^2,$$

$$I_{xOy} = \sum m_v z_v^2$$

Инерция радиуси. Бир жинсли жисмнинг бирор ўққа нисбатан инерция моменти унинг шу ўққа нисбатан инерция радиуси деб аталувчи чизиқли катталиқ ρ_z дан фойдаланиб ҳам аниқлаш мумкин:

$$I_z = M \rho_z^2$$

Бир жинсли жисмнинг ўққа нисбатан инерция радиуси тажрибалар воситасида аниқланиб, жадвалларда берилган бўлади.

Агар жисмнинг бирор ўққа нисбатан инерция моменти аниқ бўлса, унинг шу ўққа нисбатан инерция радиусини

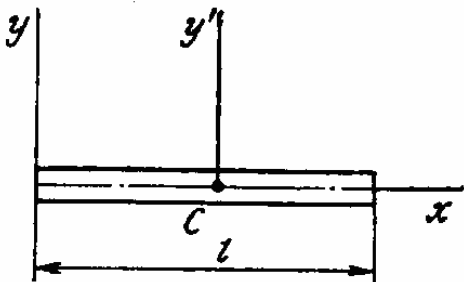
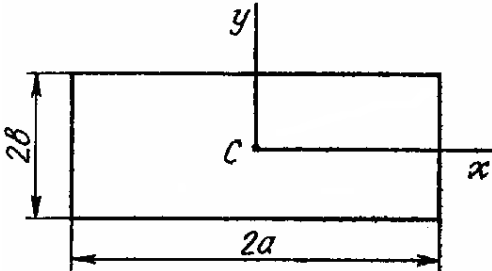
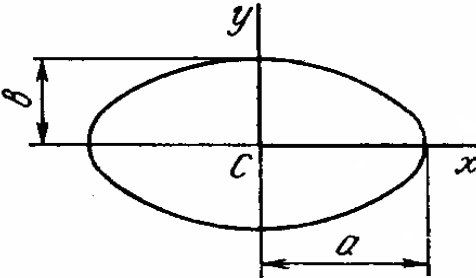
$$\rho_z = \sqrt{\frac{I_z}{M}}$$

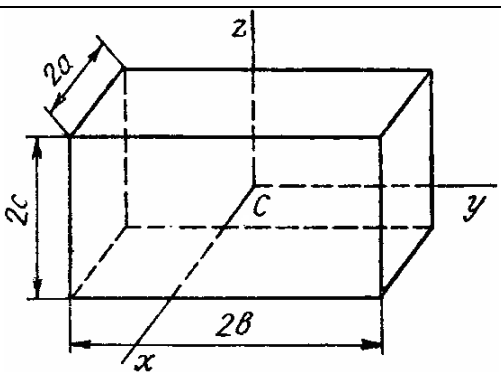
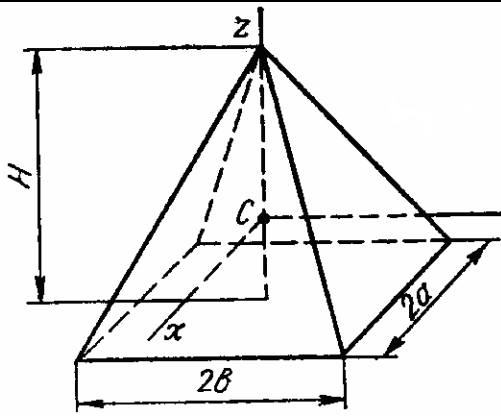
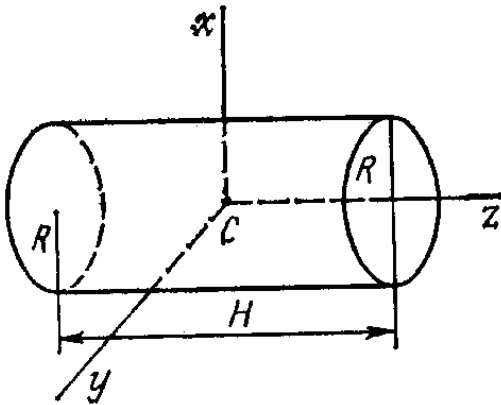
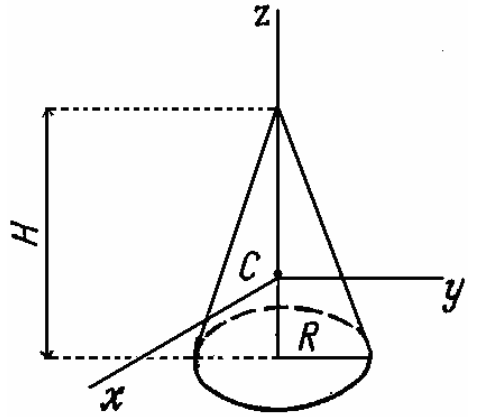
формуладан аниқланади.

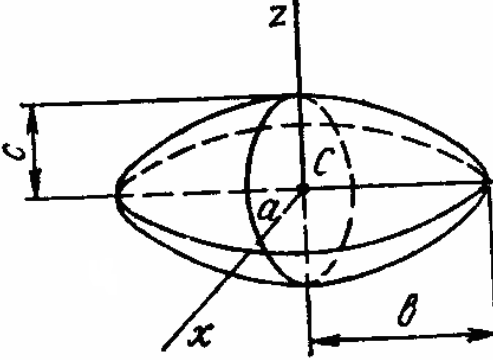
Қаттиқ жисмнинг марказдан қочма инерция моментлари. Қаттиқ жисмнинг марказдан қочма инерция моментлари қуйидагича топилади:

$$I_{yz} = \sum m_v y_v z_v, \quad I_{zx} = \sum m_v z_v x_v, \quad I_{xy} = \sum m_v x_v y_v$$

Баъзи бир жинсли жисмларнинг инерция моментлари

Жисм хили	Жисм шакли	Инерция моментлари
1	2	3
Ингичка стержен		$J_y = \frac{1}{3} M l^2$ $J_{y'} = \frac{1}{12} M l^2$
Тўғри тўрт- бурчак		$J_x = \frac{1}{3} M b^2$ $J_y = \frac{1}{3} M a^2$ $J_{C_z} = \frac{1}{3} M (a^2 + b^2)$
Эллипс		$J_x = \frac{1}{4} M b^2$ $J_y = \frac{1}{4} M a^2$ $J_{C_z} = \frac{1}{4} M (a^2 + b^2)$

Тўғри бурчакли параллелепипед		$J_x = \frac{1}{3} M (b^2 + c^2)$ $J_y = \frac{1}{3} M (a^2 + c^2)$ $J_z = \frac{1}{3} M (a^2 + b^2)$
Тўғри бурчакли пирамида		$J_x = \frac{M}{20} \left(\frac{3}{4} H^2 + 4b^2 \right)$ $J_y = \frac{M}{20} \left(\frac{3}{4} H^2 + 4a^2 \right)$ $J_z = \frac{M}{5} (a^2 + b^2)$
Доиравий цилиндр		$J_x = J_y = \frac{M}{4} \left(\frac{H^2}{3} + R^2 \right)$ $J_z = \frac{1}{2} M R^2$
Доиравий конус		$J_x = J_y = \frac{3M}{20} \left(\frac{H^2}{4} + R^2 \right)$ $J_z = \frac{3}{10} M R^2$

Эллипсоид		$J_x = \frac{M}{5}(b^2 + c^2)$ $J_y = \frac{M}{5}(a^2 + c^2)$ $J_z = \frac{M}{5}(a^2 + b^2)$
-----------	--	--

Механик система ҳаракатининг дифференциал тенгламалари.

ёки

$$m_v \vec{a}_v = \vec{F}_v^e + \vec{F}_v^i$$

$$m_v \frac{d^2 \vec{r}_v}{dt^2} = \vec{F}_v^e + \vec{F}_v^i$$

ёки

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \vec{F}_1^e + \vec{F}_1^i \\ m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = \vec{F}_2^e + \vec{F}_2^i \\ \dots \\ m_n \frac{d^2 \vec{r}_n}{dt^2} = \vec{F}_n^e + \vec{F}_n^i \end{cases}$$

Бу тенгламаларни Декарт координата ўқларига проекцияласак, механик система ҳаракати дифференциал тенгламаларининг координата усулидаги ифодалари ҳосил бўлади. Бу дифференциал тенгламалар сони $3n$ та бўлади.

Система массалар марказининг ҳаракати ҳақидаги теорема

$$M \frac{d^2 \vec{r}_S}{dt^2} = \vec{R}^e$$

Система массаси инерция марказида жойлашган деб қабул қилинса, у марказ ташқи кучлар бош вектори таъсирида худди моддий нуқта каби ҳаракатланади.

Теоремани координата ўқларига проекцияласак:

$$M \frac{d^2 x_S}{dt^2} = R_x^e, \quad M \frac{d^2 y_S}{dt^2} = R_y^e, \quad M \frac{d^2 z_S}{dt^2} = R_z^e$$

система масса маркази ҳаракати дифференциал тенгламаларининг координата усулидаги ифодалари келиб чиқади. Теоремани табиий координата ўқларига проекцияласак, табиий усулдаги масса маркази ҳаракатининг дифференциал тенгламаси келиб чиқади:

$$M \frac{dV_s}{dt} = R_\tau^e, \quad M \frac{V_s^2}{\rho} = R_n^e$$

Инерция маркази ҳаракатининг сақланиш қонуни. Инерция марказининг ҳаракати ҳақидаги теоремадан қуйидаги натижалар келиб чиқади.

1. Системага таъсир қилувчи ташқи кучлар бош вектори нолга тенг бўлсин, яъни $\vec{R}^e = 0$. Бу ҳолда $\vec{V}_s = \overrightarrow{const}$.

Демак, системага таъсир қилувчи ташқи кучлар бош вектори нолга тенг бўлса, инерция маркази тўғри чизикли тенг ўлчовли ҳаракат қилади.

2. Системага таъсир этувчи ташқи кучлар бош векторининг бирор ўқдаги проекцияси, масалан R_x^e нолга тенг бўлсин. У ҳолда $a_{sx} = 0$ ёки $V_{sx} = \dot{x}_s = const$ ҳосил бўлади.

Демак, системага таъсир қилувчи кучлар бош векторининг бирор ўқдаги проекцияси нолга тенг бўлса, инерция маркази тезлигининг шу ўқдаги проекцияси ўзгармас экан.

Ҳаракат миқдори. Моддий нукта массаси билан тезлик векторининг кўпайтмасига моддий нуктанинг ҳаракат миқдори дейилади:

$$\vec{q} = m\vec{V}$$

Механик система ҳаракат миқдори. Механик системанинг ҳаракат миқдори деб системани ташкил этувчи нукталар ҳаракат миқдорларининг геометрик йиғиндисига айтилади $\vec{Q} = \sum \vec{q}_v = \sum m_v \vec{V}_v$ ёки $\vec{Q} = M \vec{V}_s$.

Демак, механик системанинг ҳаракат миқдори система массаси билан инерция маркази тезлиги векторининг кўпайтмасига тенг.

Куч импулси. Кучнинг элементар вақт оралиғдаги элементар импулси деб куч вектори билан шу вақтнинг кўпайтмасига айтилади ва у қуйидагича ёзилади:

$$d\vec{S} = \vec{F} dt$$

Кучнинг бирор $(0, t)$ вақт оралиғидаги импулсини аниқлаш учун юқоридаги ифодани шу вақт оралиғида интеграллаш керак.

$$\vec{S} = \int_0^t \vec{F} dt$$

Бу формулани Декарт координата ўқларига проекцияласак, куч импулси векторининг координата ўқларидаги проекциялари келиб чиқади:

$$S_x = \int_0^t F_x dt, S_y = \int_0^t F_y dt, S_z = \int_0^t F_z dt.$$

Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теорема (дифференциал кўриниши). Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг дифференциали мазкур нуқтага таъсир қилувчи кучнинг элементар импулсига тенг.

$$d(m\vec{V}) = \vec{F} dt = d\vec{S}$$

Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теорема (вектор кўриниши). Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг маълум вақт оралиғида ўзгариши нуқтага таъсир қилувчи кучнинг шу вақт оралиғидаги импулсига тенг.

$$m\vec{V} - m\vec{V}_0 = \int_0^t \vec{F} dt = \vec{S}$$

Мазкур теоремани Декарт координата ўқларидаги проекциялари:

$$mV_x - mV_{0x} = S_x, mV_y - mV_{0y} = S_y, mV_z - mV_{0z} = S_z.$$

Система ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теоремани келтириб чиқариш учун тенгламаларнинг чап ва ўнг томонларини ҳадлаб қўшамиз:

$$\sum m_v \frac{d\vec{V}_v}{dt} = \sum \vec{F}_v^e + \sum \vec{F}_v^i$$

ёки

$$\frac{d}{dt} \sum m_v \vec{V}_v = \vec{R}^e + \vec{R}^i$$

Ички кучларнинг хусусиятига асосан $\vec{R}^i = 0$. Шунинг учун:

$$\frac{d}{dt} \sum m_v \vec{V}_v = \vec{R}^e \quad \frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{R}^e$$

Механик система ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теорема (дифференциал кўриниши). Механик система ҳаракат миқдорининг вақт бўйича биринчи ҳосиласи мазкур системага таъсир қилувчи ташқи кучлар бош векторига тенг.

$$d\vec{Q} = \vec{R}^e dt \quad \text{ёки} \quad d\vec{Q} = d\vec{S}^e$$

Демак, система ҳаракат миқдорининг дифференциали унга таъсир қилувчи ташқи кучлар бош векторининг элементар импульсига тенг.

Ушбу теоремани Декарт координата ўқларидаги проекциялари қуйидагича бўлади:

$$\frac{dQ_x}{dt} = R_x^e, \quad \frac{dQ_y}{dt} = R_y^e, \quad \frac{dQ_z}{dt} = R_z^e$$

Бундан кўрамизки система ҳаракат миқдорининг бирор ўқдаги проекциясидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила унга таъсир қилувчи ташқи кучлар бош векторининг мазкур ўқдаги проекциясига тенг.

Механик система ҳаракат миқдорининг ўзгариши ҳақидаги теорема (вектор кўриниши). Система ҳаракат миқдорининг маълум вақт оралиғида ўзгариши унга таъсир қилувчи ташқи кучлар бош векторининг шу вақт оралиғидаги импульсига тенг.

$$\vec{Q} - \vec{Q}_0 = \int_0^t \vec{R} dt = \vec{S}^e$$

Бу ифодани Декарт координата ўқларига проекцияласак, импульслар теоремасининг скаляр кўриниши келиб чиқади

$$Q_x - Q_{0x} = S_x^e \quad Q_y - Q_{0y} = S_y^e \quad Q_z - Q_{0z} = S_z^e$$

Механик система ва моддий нуқта ҳаракат миқдорининг сақланиш қонуни. 1. Агар системага таъсир қилувчи ташқи кучлар бош вектори нолга тенг бўлса, система ҳаракат миқдори ўзгармай қолади, яъни:

$$\vec{R}^e = 0 \text{ да } \vec{Q} = \text{const}$$

2. Агар системага таъсир қилувчи ташқи кучлар бош векторининг бирор ўқдаги проекцияси нолга тенг бўлса, система ҳаракат миқдорининг шу ўқдаги проекцияси ўзгармайди. Масалан,

$$R_x = 0 \text{ да } Q_x = \text{const}$$

Бу иккала хоссага механик система ҳаракат миқдорининг сақланиш қонунини ифодалайди.

Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг сақланиш қонуни қуйидагича бўлади

$$a) \quad \vec{F} = 0 \quad \partial a \quad \vec{q} = m\vec{V} = \text{const} ,$$

$$b) \quad F_x = 0 \quad \partial a \quad mV_x = m\dot{x} = \text{const}$$

Моддий нуқта ҳаракат миқдор моменти. M нуқтанинг бирор O марказга нисбатан кинетик моменти деб мазкур нуқта радиус-вектори ҳамда ҳаракат миқдори векторининг вектор кўпайтмасига айтилади ва қуйидагича ёзилади:

$$\vec{k}_0 = \vec{m}_0 (m\vec{V}) = \vec{r} \times m\vec{V}$$

Моддий нуқта кинетик моменти векторининг йўналиши $\vec{r}$ ва $\vec{V}$ ётган текисликка перпендикуляр бўлади.

Механик система ҳаракат миқдор моменти. Механик системанинг бирор марказга нисбатан кинетик моменти шу системани ташкил қилувчи моддий нуқталарнинг мазкур марказга нисбатан кинетик моментларининг геометрик йиғиндисига тенг.

$$\vec{K}_0 = \sum \vec{m}_0 (m_v \vec{V}_v) = \sum \vec{r}_v \times m_v \vec{V}_v$$

Моддий нуқта ҳаракат миқдор моментининг ўзгариши ҳақидаги теорема: Моддий нуқта ҳаракат миқдорининг бирор марказга

нисбатан моментидан вақт бўйича биринчи ҳосила нуқтага таъсир қилувчи кучнинг шу марказга нисбатан моментига тенг

$$\frac{d(\vec{m}_0(m\vec{V}))}{dt} = \vec{m}(\vec{F})$$

ёки
$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{V}) = \vec{r} \times \vec{F}.$$

Механик система ҳаракат миқдор моментининг ўзгариши ҳақидаги теорема. Механик системанинг марказга нисбатан кинетик моментидан вақт бўйича олинган биринчи ҳосила унга таъсир қилувчи ташқи кучларнинг шу марказга нисбатан бош моментига тенг.

$$\frac{d\vec{K}_0}{dt} = \vec{M}_0^e$$

Буни Декарт координата ўқларига проекциялаймиз:

$$\frac{dK_x}{dt} = M_x^e, \frac{dK_y}{dt} = M_y^e, \frac{dK_z}{dt} = M_z^e$$

Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракати дифференциал тенгламаси.

$$K_z = I_z \omega$$

Жисмнинг айланиш ўқида нисбатан кинетик моменти унинг мазкур ўққа нисбатан инерция моменти билан бурчак тезлигининг қўпайтмасига тенг. Қаттиқ жисмнинг қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракати дифференциал тенгламаси қуйидагича бўлади.

$$I_z \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_z^e \quad \text{ёки} \quad I_z \frac{d\omega}{dt} = M_z^e$$

Система ва моддий нуқта кинетик моментининг сақланиш қонуни. 1. Системага таъсир қилувчи ташқи кучларнинг бирор О нуқтага нисбатан моменти $\vec{M}_0^e = 0$ бўлса, системанинг шу марказга нисбатан кинетик моменти $\vec{K}_0$ нинг миқдор ва йўналиши ўзгармас бўлади:

$$\vec{K}_0 = \sum \vec{r} \times m_v \vec{V}_v = \overrightarrow{const}.$$

2. Системага таъсир қилувчи ташқи кучларнинг бирор ўққа нисбатан моментлари йиғиндиси нолга тенг бўлса, системанинг шу ўққа нисбатан кинетик моменти ўзгармас бўлади.

Масалан,

$$M_x^e = \sum m_x (\vec{F}_v^e) = 0 \quad \partial a \quad K_x = \sum m_x (m_v \vec{V}_v) = \text{const}$$

Шунга ўхшаш моддий нуқта кинетик моментининг сақланиш қонунини таърифлаш мумкин.

3. Моддий нуқтага таъсир қилувчи кучнинг бирор марказга нисбатан моменти нолга тенг бўлса, мазкур нуқта ҳаракат микдорининг шу марказга нисбатан моменти ўзгармас бўлади, яъни:

$$\vec{m}_0 (\vec{F}) = 0 \quad \partial a \quad \vec{m}_0 (m \vec{V}) = \vec{r} \times m \vec{V} = \overrightarrow{\text{const}}$$

4. Моддий нуқтага таъсир қилувчи кучнинг бирор ўққа нисбатан моменти нолга тенг бўлса, мазкур нуқтанинг шу ўққа нисбатан кинетик моменти ўзгармас бўлади. Масалан, $m_x (\vec{F}) = 0 \quad \partial a \quad m_x (m \vec{V}) = \text{const}$.

5. Қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракат қилаётган жисм кинетик моментининг сақланиш қонуни қуйидагича таърифланади:

Қўзғалмас ўқ атрофида айланувчи жисмга таъсир қилувчи ташқи кучларнинг айланиш ўқиға нисбатан моментлари йиғиндиси нолга тенг бўлса, жисмнинг мазкур ўққа нисбатан кинетик моменти ўзгармас бўлади:

$$M_z^e = 0 \quad \partial a \quad K_z = I_z \omega = \text{const}$$

Ўзгармас кучнинг иши.

$$A = F s \cos \alpha$$

Иш бирлиги қилиб СИ системада Жоул ($\text{кгм}^2/\text{с}^2$) қабул қилинган.

Ўзгарувчи кучнинг иши. Ўзгарувчи кучнинг ишини ҳисоблаш учун элементар иш тушунчаси киритилган. Элементар иш қуйидагича аниқланади

$$dA = F_\tau ds$$

ёки

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = \vec{F} \vec{V} dt$$

Демак, кучнинг элементар иши куч вектори билан нукта радиус-вектори олган элементар кўчиши векторининг скаляр кўпайтмасидан иборат.

$$dA = F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad \text{Бунда}$$

F_x, F_y, F_z кучнинг координата ўқларидаги проекциялари; dx, dy, dz кўчиш векторининг проекцияларидир.

Қувват. Кучнинг вақт бирлигидаги иши қувват деб аталади.

$$N = \frac{dA}{dt}$$

ёки
$$N = \frac{F_\tau ds}{dt} = F_\tau V$$

СИ да қувват бирлиги учун ватт олинади $1 \text{ вт} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}^3$. Техникада қувват бирлиги қилиб от кучи қабул қилинган: $1 \text{ от кучи} = 75 \text{ кг} \cdot \text{к.м} \approx 736 \text{ вт}$.

Оғирлик кучининг иши. Агар механик система ҳаракати текширилаётган бўлса, система оғирлик кучининг иши мазкур система оғирлик кучи билан инерция маркази вертикал кўчишининг кўпайтмасига тенг, яъни:

$$A = \pm G h_s$$

Эластиклик кучининг иши. Эластиклик кучининг иши қуйидаги формуладан аниқланади:

$$A = \int_{(M_0)}^{(M_1)} (-cx) dx = - \int_{x_0}^{x_1} x dx = \frac{c}{2} (x_0^2 - x_1^2)$$

Ишқаланиш кучининг иши.

Ишқаланиш кучи ўзгармас бўлса, унинг иши қуйидагича бўлади

$$A = -F_{\text{иш}} s$$

Айланма ҳаракатдаги жисмга қўйилган кучнинг иши. Айланиш ҳаракатдаги жисмга қўйилган кучнинг элементар иши кучнинг айланиш ўқиға нисбатан моменти билан элементар бурилиш бурчагининг кўпайтмасига тенг.

$$dA = M_z d\varphi$$

Жисм чекли φ_1 бурчакка айланганидаги кучнинг иши

$$A = \int_0^{\varphi_1} M_z d\varphi$$

Агар $M_z = \text{const}$ бўлса иш

$$A = M_z \varphi_1$$

формуладан аниқланади.

Айланма ҳаракатдаги жисмга қўйилган кучнинг қуввати.

Айланувчи жисмга қўйилган кучнинг қуввати унинг айланиш ўқиға нисбатан моменти билан жисм бурчак тезлигининг кўпайтмасига тенг.

$$N = \frac{dA}{dt} = M_z \frac{d\varphi}{dt} = M_z \omega$$

Думалашдаги ишқаланиш кучининг иши

$$dA = -\delta N d\varphi$$

Агар $M = \text{const}$ бўлса, думалашдаги ишқаланиш моментининг иши куйидагича бўлади:

$$A = -\delta N \varphi_1$$

Потенциалли куч. Агар таъсир этувчи кучларнинг бажарган иши нуқтанинг ҳаракат қонунига боғлиқ бўлмаса, бундай кучлар потенциалли кучлар деб аталади.

Куч майдони. Моддий нуқтага таъсир этаётган кучлар нуқта координаталари ва вақтнинг функциясидан иборат бўлса, бундай соҳа куч майдони дейилади.

Стационар куч майдони. Агар вақт ўтиши билан нуқтага таъсир этувчи кучлар ўзгармаса куч майдони стационар майдон дейилади.

Ностационар куч майдони. Агар таъсир этувчи куч вақтга боғлиқ бўлса ностационар майдон дейилади.

$$dA = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

$$dA = dU$$

ёки

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz$$

$$F_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad F_z = \frac{\partial U}{\partial z}$$

Куч функцияси. Шартли қаноатлантирувчи куч потенциалли ёки консерватив куч, $U = U(x, y, z)$ эса куч функцияси дейилади.

Потенциалли кучнинг иши. Куч майдонида ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ҳаракатида потенциалли кучнинг иши нуқтанинг ўтган йўлига боғлиқ бўлмасдан, фақат унинг бошланғич ҳам сўнги ҳолатига боғлиқ бўлади.

$$A = \int_{(M_0)}^{(M)} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \int_{U_0}^U dU = U - U_0$$

Потенциал энергия. Нуқтанинг M сўнги ҳолатидан M_0 бошланғич ҳолатига кўчишдаги потенциалли кучнинг иши *моддий нуқтанинг M ҳолатдаги потенциал энергияси* деб аталади ва қуйидагича ёзилади:

$$\Pi = U_0 - U$$

Кинетик энергия. Моддий нуқтанинг кинетик энергияси мазкур нуқта тезлиги квадрати билан массаси кўпайтмасининг ярмидан иборат, яъни:

$$T = \frac{1}{2} m V^2$$

Система кинетик энергияси. Система кинетик энергияси моддий нуқталар кинетик энергияларининг арифметик йиғиндисига тенг:

$$T = \frac{1}{2} \sum m_v V_v^2$$

Кинетик энергиянинг СИ даги ўлчов бирлиги $\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2$ ёки $\text{Н} \cdot \text{м}$ даниборат. Нуқта ва системанинг кинетик энергияси скаляр миқдор, у тезлик йўналишига боғлиқ бўлмайди. Система тинч ҳолатда турганда унинг кинетик энергияси нолга тенг бўлади.

Кёниг теоремаси. Мураккаб ҳаракатдаги системанинг кинетик энергияси массаси инерция марказига жойлашган деб олинувчи система кинетик энергияси билан системанинг инерция марказига нисбатан қилган нисбий ҳаракати кинетик энергиясининг йиғиндисига тенг.

Илгарилама ҳаракатдаги жисмнинг кинетик энергияси. Илгарилама ҳаракатдаги жисм нуқталарининг тезликлари бир хилда бўлгани учун $\vec{V} = \vec{V}_S$. Шунга асосан

$$T_{ul} = \sum \frac{m_v V_s^2}{2} = \frac{1}{2} M V_s^2$$

Демак, илгарилама ҳаракатдаги жисмнинг кинетик энергияси мазкур жисм массасини унинг инерция маркази тезлиги квадратиغا кўпайтирилганининг ярмига тенг.

Кўзгалмас ўқ атрофида айланувчи жисмнинг кинетик энергияси.

$$T_{ai} = \frac{1}{2} I_z \omega^2$$

Бундан кўриниб турибдики, кўзгалмас ўқ атрофида айланма ҳаракатдаги жисм кинетик энергияси унинг айланиш ўқиға нисбатан инерция моментини бурчак тезлиги квадратиға кўпайтирилганининг ярмиға тенг.

Текис параллел ҳаракатдаги жисмнинг кинетик энергияси. Текис параллел ҳаракатдаги қаттиқ жисмнинг кинетик энергиясини Кёнингтеоремасига асосланиб ҳисоблаш мумкин.

$$T_{m.n} = \frac{1}{2} M V_s^2 + \frac{1}{2} I_{S_z} \omega^2$$

Система кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теорема.

$$dT = dA^e + dA^i$$

Бундан, система кинетик энергиясининг дифференциали унга таъсир

қилувчи барча ички ва ташқи кучлар элементар ишларининг йиғиндисига тенг деган хулосага келамиз.

$$T - T_0 = A^e + A^i$$

Система кинетик энергиясининг бирор чекли ораликда ўзгариши унга таъсир этувчи барча ички ва ташқи кучларнинг шу ораликдаги ишларининг йиғиндисига тенг.

Моддий нукта кинетик энергиясининг ўзгариши ҳақидаги теорема

$$d\left(\frac{mV^2}{2}\right) = F_\tau ds = dA$$

Бундан ,моддий нукта кинетик энергиясининг дифференциали таъсир қилувчи кучнинг элементар ишига тенглиги келиб чиқади.

Моддий нуктага таъсир этувчи кучнинг M_0 M_1 кўчишдаги иши билан кинетик энергияси орасидаги муносабат

$$\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \int_{(M_0)}^{(M_1)} F_\tau ds = A$$

кўринишда ёзилади. Демак, моддий нукта кинетик энергиясининг бирор чекли ораликдаги ўзгариши унга таъсир этувчи кучнинг шу ораликдаги ишига тенг.

Механик энергиянинг сақланиш қонуни

$$T - T_0 = \Pi_0 - \Pi$$

ёки

$$T + \Pi = T_0 + \Pi_0$$

Система потенциал энергияси билан кинетик энергиясининг йиғиндиси системанинг механик энергияси деб аталади.

Бундан кўрамизки, потенциалли куч майдонида ҳаракатланувчи система механик энергияси ўзгармас экан. Бу механик энергиянинг сақланиш қонуни дейилади.

$$\frac{mV^2}{2} + \Pi = \frac{mV_0^2}{2} + \Pi_0.$$

Қаттиқ жисм текис параллел ҳаракатининг дифференциал тенгламалари

$$M \frac{d^2 \vec{r}_S}{dt^2} = \vec{R}^e; \quad I_{S_z} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_{S_z}^e.$$

Ушбу дифференциал тенгламалар Декарт координаталар системасида қуйидагича ёзилади:

$$M \frac{d^2 x_S}{dt^2} = R_x^e, \quad M \frac{d^2 y_S}{dt^2} = R_y^e, \quad I_{S_z} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_{S_z}^e.$$

Мазкур тенгламаларнинг табиий координаталар системасида ҳам аниқлаш мумкин. Бу ҳолда дифференциал тенгламалар системаси

$$M \frac{dV_S}{dt} = R_\tau^e, \quad M \frac{V_S^2}{\rho_S} = R_n^e, \quad I_{S_z} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M_{S_z}^e.$$

кўринишни олади.

Инерция кучи. Миқдори моддий нукта массаси билан тезланишининг кўпайтмасига тенг бўлиб, йўналиши тезланиш векторига тескари бўлган вектор инерция кучи деб аталади ва қуйидагича ёзилади:

$$\vec{\Phi} = -m\vec{a}$$

Эркин моддий нукта учун Даламбер принципи. Моддий нуктага таъсир қилувчи куч ҳар онда инерция кучи билан мувозанатлашади.

$$\vec{F} + \vec{\Phi} = 0$$

Эрксиз моддий нукта учун Даламбер принципи.

$$\vec{F} + \vec{R} + \vec{\Phi} = 0$$

Система учун Даламбер принципи

$$\begin{cases} \vec{F}_1^e + \vec{F}_1^i + \vec{\Phi}_1, \\ \vec{F}_2^e + \vec{F}_2^i + \vec{\Phi}_2, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \vec{F}_n^e + \vec{F}_n^i + \vec{\Phi}_n. \end{cases}$$

Системанинг ҳар бир нуқтасига таъсир қилувчи ташқи ва ички кучлар ҳар онда шу нуқта инерция кучи билан мувозанатлашади.

$$\vec{R}^e + \vec{R}^\Phi = 0$$

системага таъсир этувчи ташқи кучлар бош вектори билан система нуқталари инерция кучлари бош векторининг геометрик йиғиндиси нолга тенг.

Боғланишлар. Система нуқталарининг ҳаракатини чекловчи (яъни системани эриксиз қилувчи) омил *боғланиш* деб аталади.

Боғланиш тенгламалари. Боғланишларнинг математик тенгламалар кўринишида ифодалаш мумкин. Бундай тенгламаларга *боғланиш тенгламалари* деб аталади.

Геометрик боғланишлар. Система нуқталарининг координаталаригагина чек қўювчи боғланишлар *геометрик боғланишлар* дейилади ва улар қуйидаги тенгламалар билан ифодаланади:

$$f(x_1, y_1, z_1; \dots; x_n, y_n, z_n) = 0,$$

$$\varphi(x_1, y_1, z_1; \dots; x_n, y_n, z_n; t) = 0.$$

Кинематик боғланишлар. Агар боғланиш система нуқталарининг координаталаридан ташқари тезликларига ҳам боғлиқ бўлса, бундай боғланиш кинематик (*дифференциалли*) боғланиш деб аталади. Бу боғланиш тенгламаси

$$f(x_1, y_1, z_1; \dots; x_n, y_n, z_n; \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1; \dots; \dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n) = 0$$

$$\varphi(x_1, y_1, z_1; \dots; x_n, y_n, z_n; \dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1; \dots; \dot{x}_n, \dot{y}_n, \dot{z}_n; t) = 0$$

кўринишда ёзилади.

Голономли боғланиш. Агар юқорида келтирилган тенгламалар интегралланадиган бўлса, боғланиш голономли боғланиш дейилади

Беголономли боғланиш. Агар юқорида келтирилган тенгламалар интегралланмайдиган бўлса, боғланиш беголономли боғланиш дейилади

Стационар боғланиш. Боғланиш тенгламаси вақтнинг ошқормас функцияси сифатида ифодаланса боғланиш стационар боғланиш дейилади.

Ностационар боғланиш. Боғланиш тенгламаси вақтнинг ошкормас функцияси сифатида ифодаланмаса боғланиш ностационар боғланиш дейилади.

Системанинг эркинлик даражаси. Голоном боғланишдаги система ҳолатини бир қийматли аниқловчи, бир-бирига боғлиқ бўлмаган параметрлар сони системанинг эркинлик даражаси дейилади.

Умумлашган координаталар. Системанинг фазодаги ҳолатини бир қийматли аниқлайдиган бир-бирига боғлиқ бўлмаган параметрлар умумлашган координаталар дейилади ва улар $q_1, q_2, \dots, q_k$ билан белгиланади.

Умумлашган тезлик ва тезланишлар. Умумлашган координатадан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосила умумлашган тезлик, иккинчи тартибли ҳосила эса умумлашган тезланиш дейилади ва улар қуйидагича ёзилади:

$$\dot{q}_j = \frac{dq_j}{dt}, \quad \ddot{q}_j = \frac{d^2 q_j}{dt^2}$$

Мумкин бўлган кўчиш. Системага қўйилган боғланишлар шартларини қаноатлантирувчи ҳар қандай чексиз кичик кўчишлар тўплами мумкин бўлган кўчишлар дейилади ва улар $\delta r, \delta \varphi, \delta x, \delta s, \delta q$ кўринишда ифодаланади.

Мумкин бўлган кўчишдаги иш. δA ни қисқача кучнинг мумкин бўлган иши дейилади

$$\delta A = \vec{F} \delta \vec{r}$$

Агар системага бир қанча кучлар таъсир этаётган бўлса, уларнинг мумкин бўлган ишлари қуйидагича ифодаланади:

$$\delta A = \sum \vec{F}_v \delta \vec{r}_v$$

ёки

$$\delta A = \sum (F_{vx} \delta x_v + F_{vy} \delta y_v + F_{vz} \delta z_v)$$

Идеал боғланишлар. Системага қўйилган боғланишлар реакция кучларининг системанинг мумкин бўлган кўчишларидаги ишларининг

йиғиндиси нолга тенг бўлса, бундай боғланишлар идеал боғланишлар деб аталади. Система нуқталарига қўйилган боғланишлар реакция кучларини $\vec{N}_v$ билан белгиласак, идеал боғланишларни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\sum \vec{N}_v \delta \vec{r}_v = 0$$

Умумлашган куч.

$$Q_j = \sum_{v=1}^n \vec{F}_v \frac{\partial \vec{r}_v}{\partial q_j}$$

тенглик билан аниқланувчи Q_j ифода q_j умумлашган координатага мос келувчи умумлашган куч деб аталади. Шунингдек, умумлашган кучни аналитик усулда қуйидагича ҳисоблаш мумкин:

$$Q_j = \sum_{v=1}^n \left(F_{vx} \frac{\partial x_v}{\partial q_j} + F_{vy} \frac{\partial y_v}{\partial q_j} + F_{vz} \frac{\partial z_v}{\partial q_j} \right)$$

Бундан кўрамизки, умумлашган кучнинг ўлчови иш ўлчов бирлигининг умумлашган координата ўлчов бирлигига бўлинганига тенг. Агар умумлашган координата узунлик бирлигида ўлчанса, умумлашган куч Ньютонда ифодаланади, умумлашган координата учун бурчак олинса, умумлашган куч бирлиги куч моментининг бирлиги - Нм дан иборат.

Системага таъсир этувчи кучлар потенциалли бўлганда умумлашган куч

$$Q_1 = \frac{\partial U}{\partial q_1}, Q_2 = \frac{\partial U}{\partial q_2}, \dots, Q_k = \frac{\partial U}{\partial q_k}$$

ёки

$$Q_j = \frac{\partial U}{\partial q_j}, \quad (j = \overline{1, k})$$

формулалардан аниқланади.

Мумкин бўлган кўчиш принципи. Идеал, бўшатмайдиган, стационар боғланишлар қўйилган система мувозанатда бўлиши учун системанинг ҳар қандай мумкин бўлган кўчишида унга қўйилган актив кучлар ишларининг йиғиндиси нолга тенг бўлиши зарур ва етарли. Мумкин бўлган кўчиш принципининг математик ифодаси:

$$\sum \vec{F}_v \delta \vec{r}_v = 0$$

Мумкин бўлган кўчиш принципи Лагранж томонидан таклиф этилган. Шунинг учун мазкур принцип *Лагранж принципи* дейилади.

Мумкин бўлган кўчиш принципининг аналитик ифодаси қуйидагича ёзилади:

$$\sum (F_{vx} \delta x_v + F_{vy} \delta y_v + F_{vz} \delta z_v) = 0$$

Динамиканинг умумий тенгламаси.

$$\sum [(F_{vx} - m_v \ddot{x}_v) \delta x_v + (F_{vy} - m_v \ddot{y}_v) \delta y_v + (F_{vz} - m_v \ddot{z}_v) \delta z_v] = 0$$

Бу тенглама динамиканинг умумий тенгламаси дейилади ва қуйидаги теорема билан таърифланади: идеал ва бўшатмайдиган боғланишлар қўйилган механик системага таъсир этувчи актив кучларнинг ҳамда инерция кучларининг ҳар қандай мумкин бўлган кўчишдаги элементар ишларининг йиғиндиси нолга тенг.

Динамиканинг умумий тенгламаси Даламбер ҳамда Лагранж принципларини биргаликда қаралишидан келиб чиққани сабабли Даламбер-Лагранж тенгламаси деб ҳам аталади.

Лагранжнинг II тур тенгламалари.

$$Q_j - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial T}{\partial q_j} = 0, \quad (j = \overline{1, k})$$

ёки

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j, \quad (j = \overline{1, k})$$

Юқоридаги тенгламаларга *Лагранжнинг II тур тенгламалари* дейилади. Шундай қилиб, Лагранжнинг иккинчи тур тенгламалари динамика умумий тенгламасининг умумлашган координаталар орқали ифодасидан иборат.

Лагранж II тур тенгламаларининг афзаллиги шундан иборатки, бу тенгламалар сони системанинг эркинлик даражаси сонига тенг бўлиб, системани ташкил этувчи нуқталар сонига боғлиқ эмас.

Агар таъсир қилувчи куч потенциалли бўлса, $Q_j = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}$; бу ҳолда

Лагранжнинг 11 тур тенгламалари қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0, \quad (j = \overline{1, k})$$

Бундаги $L = T - \Pi$ — Лагранж функцияси ёки Лагранжнинг кинетик потенциали дейилади; $\Pi = \Pi(q_1, q_2, \dots, q_k)$ эса потенциал энергиядан иборат.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Ўразбоев М. Т. Назарий механика асосий курси. “Ўқитувчи”, Т., 1966.
2. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. “Наука”, М.,
3. Мешчерский И. В. Назарий механикадан масалалар тўплами. “Ўқитувчи”, Т., 1989.
4. Воронков И. М. Курс теоретической механики. “Наука”, М., 1966.
5. Шохайдарова П. Ш., Шозиётов Ш., Зоиров Ж. Назарий механика. “Ўқитувчи”, Т., 1981.
6. Азиз-Қориев С. Қ., Янгуразов Ш.Ч. Назарий механикадан масалалар ечиш. 1-қисм, Статика ва кинематика, “Ўқитувчи”, Т., 1974; 2-қисм, Динамика, “Ўқитувчи”, Т., 1975.
7. Яблонский А. А., Норе́йко С. С., и др. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. “Высшая школа”, М., 1985.
8. Мирсаидов М.М., Боймуродова Л.И., Гиясова Н.Т. Назарий механика. Ўқув қўлланма. Тошкент, „Ўзбекистон“, 2008. 246 б.
9. Mirsaidov M.M., Boymurodova L.I., Giasova N.T. Nazariy mexanika. O’quv qo’llanma. Toshkent, “O’zbekiston”, 2008. 230 b.
10. Mirsaidov M.M., Boymurodova L.I., Giasova N.T. Nazariy mexanika. O’quv qo’llanma. Toshkent, “ILM ZIYO”, 2009. 224 b.
11. Мавланов Т.М., Алишев Ш.А., Юлдашев К.П. Назарий механика қисқа курси, 2008, 124 б.