«Miraziz Nukus» ЖШЖ баспаханасында басылды.
Өзбекистан Республикасы баспа сөз ҳәм хабар агентлигиниң
2013-жыл 10-майдағы № 11–3059 лицензиясы.
Көлеми 3,5 баспа табақ. Қағаз көлеми 60х84 1/16
Буйыртпа №32-16. Тиражы 50 нусқа

K.N.Yakupov, R.J. Beglerbekov

MATEMATIKALIQ STATISTIKA

pa`nin u`yreniw boyınsha
metodikalıq qollanba

Matematik emes ta`lim
bag`darlarının` studentleri ushın

NO`KIS - 2016

O`ZBEKSTAN RESPUBLIKASI AWIL HA`M SUW XOJALIG`I
MINISTRLIGI

TASHKENT MA`MLEKETLIK AGRAR UNIVERSITETI
NO`KIS FILIALI

K.N.Yakupov, R. Beglerbekov

MATEMATIKALIQ STATISTIKA

pa`nin u`yreniw boyınsha metodikalıq qollanba

Matematik emes ta`lim bag`darlarının` studentleri ushın

NO`KIS - 2016

K.N.Yakupov, R.Beglerbekov
Matematik emes ta`lim bag`darları ushın «Matematikalıq statistika» pa`nin u`yreniw boyınsha metodikalıq qollanba. No`kis q 2016j. 36 bet.

Matematik emes ta`lim bag`darlarının` studentleri ushın «Matematikalıq statistika» pa`nin u`yreniw boyınsha metodikalıq qollanba «Joqarı matematika, fizika, ximiya ha`m informatsiyalıq texnologiyalar » kafedrası oqıw-metodikalıq seminarında («12» may 2016-j. 12 -sanlı protokol)qaraldı ha`m Tashkent ma`mleketlik agrar universiteti No`kis filialının` ilimiy-metodikalıq ken`esine qarap shıg`ıw ushın usınıs etildi.

Pikir bildiriwshiler: S.Tan`irbergenov- No`kis ma`mleketlik pedogogikalıq institutı
«Ulıwma matematika» kafedrasının` dotsenti,
fizika-matematika ilimlerinin` kandidatı

Z.Saparov-No`kis ma`mleketlik pedogogikalıq institutı
«Ulıwma matematika» kafedrasının` dotsenti,
fizika-matematika ilimlerinin` kandidatı

Kirisiw

Matematikalıq statistika pa`nin u`yreniw barısında matematik emes ta`lim bag`darları boyınsha bilim alıp atırg`an studentlerdin` klassikalıq matematikalıq statistikanın` tiykarg`ı bo`limlerin oqıwı rejelestirilgen. Sonın` menen birge tabiyiy ha`m anıq pa`nler, awıl xojalıg`ı pa`nleri, ulıwma turmısta ushırasatug`ın bazı bir ma`selelerdi sheshiw barısında, a`sirese son`g`ı waqıtlarda matematikalıq statistika, matematikalıq modellestiriw pa`nlerinin` jetiskenlikleri ken` qollanıladı, a`meliy ma`seleler EEM nan paydalanılıp sheshiledi.

Matematikalıq statistika pa`ni boyınsha bul metodikalıq qollanba joqarg`ı oqıw orınlarının` studentlerine arnalg`an. Teoriyalıq materiallar O`zbekstan Respublikası Joqarı ha`m orta arnawlı bilimlendiriw ministrliginin` tastıyıqlag`an u`lgi pa`n da`stu`rine (Matematik emas talim yunalishlari bo`yicha o`quv dasturlari, «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika» fanidan dastur Toshkent, 25.06.2003y) sa`ykes ta`rizde jazıldı. Materiallardın` beriliw ko`lemi za`rurli minimumg`a sa`ykes keledi.

Metodikalıq qollanbada tiykarg`ı materiallar qısqartılıp jazılg`an ha`m paydalanıwshı standart elementar matematika kursın o`zlestirgen dep uyg`arılg`an. Ha`r bir temadan keyin o`z betinshe jumıs tapsırmaları ha`m tekseriw ushın sorawlar ja`ne tiykarg`ı a`debiyatlar keltirilgen.

Ko`plikler. Matematikalıq statistikanın` tiykarg`ı ma`seleleri

Tiykarg`ı tu`sinikler. Ko`plikler. Itimallıqlar teoriyasının` tiykarg`ı tu`sinikleri: waqıya, itimallıqlar anıqlamaları, matematikalıq ku`tiliw, dispersiya, orta kvadratlıq shetleniw, tiykarg`ı teoremalar ha`m formulalar. Bas ko`plik. Tan`lanba ha`m onı du`ziw usılları. Matematikalıq statistikanın` tiykarg`ı ma`seleleri

Matematikalıq statistika bazı bir bo`limi retinde qaralatug`ın joqarı matematika kursın, orta mektep matematikasının` ta`biyiy dawamı ha`m ulıwmalastırılıwı dep qaraw mu`mkin. Sonlıqtan orta mektepte o`tilgen matematika kursının` tiykarg`ı tu`sinikleri tayanısh retinde qaraladı.

Matematikanın` tiykarg`ı tu`siniklerin qarastırıwdan baslaymız.

Ko`plik matematikanın` anıqlanbaytug`ın tiykarg`ı tu`siniklerinin` biri. Onı anıqlamasız aksioma retinde qabıl etiwimiz kerek. Ko`plikler alfavittin` bas ha`ripleri menen, al onın` elementleri kishi ha`ripler menen belgilenedi. Eger bazıbir $a$ element $A$ ko`pligine derek bolsa, onda ol fakttı $a \in A$ tu`rinde jazamız, $b$ elementi $A$ ko`pligine derek bolmasa, onda $b \notin A$ tu`rinde jazıladı. Eger ko`plik shekli sandag`ı elementlerden tursa, onda ol shekli ko`plik dep, keri jag`dayda sheksiz ko`plik dep ataymız. Birde bir elementke iye bolmag`an ko`plik bos ko`plik dep ataladı ha`m ol $\varnothing$ belgisi menen jazıladı.

Ko`plik haqqında teren`irek tu`sinikke iye bolıw ushın to`mendegi formal anıqlamanı keltiriw mu`mkin.

Anıqlama: Ko`plik dep bazı bir ulıwma qa`siyetlerge iye bolg`an elementler jıynag`ına aytamız.

Ma`selen $A$ =(barlıq 30 g`a shekemgi 3 ke eseli sanlar ko`pligi)=(3,6,9,12,15,18,21,24,27,30);

B =(20 g`a shekemgi a`piwayı sanlar ko`pligi)= (2,3,5,7,11,13,17,19)Ko`plikler u`stinde bazıbir a`mellerdi orınlaw mu`mkin. Meyli $A$ ha`m B ko`plikleri berilgen bolsın. Bul ko`pliklerdin`

- qosındısı (birigiwi) $C = A \cup B = \left\{x: \quad x \in A \quad yamasa \quad x \in B\right\}$

- ko`beymesi (kesilisiwi) $C = A \cap B = \left\{x: \quad x \in A \quad ha'm \quad x \in B\right\}$

- tuwrı (Dekart) ko`beymesi $C = A \times B = \left\{(x, y): \quad x \in A \quad ha'm \quad y \in B\right\}$

- ayırması $C = A \setminus B = \left\{x: \quad x \in A \quad ha'm \quad x \notin B\right\}$

- simmetriyalıq ayırması

$C = A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \left\{x: \quad (x \in A \quad hdm \quad x \notin B) \quad yamasa \quad (x \in B \quad hdm \quad x \notin A)\right\}$

Mısalı. $A = \{1,2,3,4,5\}$, $V = \{4,5,6,7\}$ shekli ko`plikleri berilgen bolsın. Onda $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $A \cap B = \{4,5\}$, $A \setminus B = \{1,2,3\}$, $B \setminus A = \{6,7\}$, $A \Delta B = \{1,2,3,6,7\}$

Ko`pliklerdin` dekart ko`beymesin tabıw ushın to`mendegi mısaldı qarastıramız

Mısalı. $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5,6\}$ shekli ko`plikleri berilgen bolsın.

$A \times B = \{(1,4), (2,4), (3, 4), (1,5), (2,5), (3, 5), (1,6), (2,6), (3,6)\}$.

Ko`pliklerdegi elementlerdin` sanına qarata olardı salıstırıw ma`selesi eki usıl menen sheshiledi:

1. Ko`pliklerdegi elementlerdi tikkeley sanaw arqalı olardın` elementlerinin` sanı anıqlanadı ha`m salıstırıladı.
2. Bazıbir qag`ıyda (o`z ara bir ma`nisli sa`ykeslik) boyınsha birinshi ko`pliktin` elementleri ekinshi ko`pliktin` elementlerine sa`ykeslikke qoyıladı ha`m salıstırıladı.

Haqıyqıy sanlar. San matematikanın` tiykarg`ı tu`siniklerinin` biri. Ol da`slepki tu`sinik bolıp, uzaq tariyxıy rawajlanıw jolın basıp o`tti. Zatlardı sanaw za`rurliginen natural sanlar toplamı payda boldı:

$N=\{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}$. Natural sanlar toplamına olarg`a qarama-qarsı sanlardı ha`m nol sanın qosqannan keyin putin sanlar ko`pligi alındı:

$$Z=\{\ldots, -n, \ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}.$$

Matematikanın rawajlanıw barısında, ratsional sanlar $Q=\{p/q\},\ p\in Z, q\in N$, ha`m irratsional (yag`nıy ratsional bolmag`an) sanlar tu`sinigi kiritildi. Ha`rqanday ratsional san shekli yamasa sheksiz periodlı onlıq bo`lshek turinde, al irratsional sanlardı sheksiz periodlı emes onlıq bo`lshek turinde jazılıwı mu`mkin.

Ratsional sanlar ha`m irratsional sanlar ko`pliklerinin` birikpesi haqıyqıy sanlar ko`pligi dep ataladı ha`m ol ko`binese R ha`ribi menen belgilenedi.

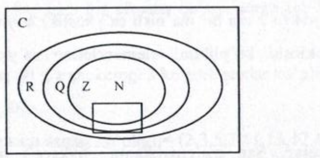
Tiykarg`ı ten`likler ha`m ten`sizlikler. Haqıyqıy sanlardın` tiykarg`ı qasiyetleri: $x, y, a \in R$ ushın

$$|x\pm y|\le|x|+|y|;\quad |x-y|\ge|x|-|y|;\quad |x\cdot y|=|x|\cdot|y|;\quad |x/y|=|x|/|y|,\ y\ne 0.$$

$$\sqrt{a^2}=|a|;\quad |x|\le a \Leftrightarrow -a\le x\le a;\quad |x|\ge a \Leftrightarrow x\in(-\infty;-a)\cup(a;+\infty).$$

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k;$$

Kompleks sanlar. $z=x+iy$ turindegi san kompleks san dep ataladı, bunda x ha`m $y$ - haqıyqıy sanlar, $i$ - jorımal birlik dep ataladı ha`m $i=\sqrt{-1}$ yamasa $i^2=-1$ ten`likleri menen anıqlanadı. Kompleks sanlar ko`pligi ko`binese C ha`ribi menen belgilenedi. x ha`m $y$ sanları $z$ kompleks sanının` sa`ykes haqıyqıy ha`m jorımal bo`lekleri dep ataladı: $Re\, z=x,\quad Im\, z=y.$



Eger $y=0$ bolsa, onda $z=x$ haqıyqıy sang`a aynaladı. Demek, bunnan haqıyqıy sanlar ko`pligi kompleks sanlar ko`pliginin` u`les ko`pligi ekenligi kelip ko`rinedi:

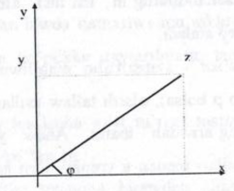
$R\subset C$. Onda sanlı ko`plikler arasındag`ı baylanıstı joqarıdag`ı sxema tu`rinde ko`rsetiw mu`mkin.

$z=x+iy$ ha`m $\bar{z}=x-iy$ tu`rindegi sanlar tu`yinles kompleks sanlar dep ataladı.

$z_1=x_1+iy_1,\ z_2=x_2+iy_2$ kompleks sanları ten` $z_1=z_2$ dep ataladı, eger $Re\,z_1=Re\,z_2,\ Im\,z_1=Im\,z_2$ (yamasa $x_1=x_2,\quad y_1=y_2$) ten`likleri orınlansa.

$z_1=x+iy$ ha`m $z_2=-x-iy$ kompleks sanları qarama-qarsı kompleks sanlar dep ataladı.

$r=|z|=\sqrt{x^2+y^2}$ sanı kompleks sannın` modulı (polyar radiusı);



$z=x+iy=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$ kompleks sannın` trigonometriyalıq ko`rinisi dep ataladı, bunda φ mu`yeshi z kompleks sannın` argumenti $\varphi=Argz$ dep ataladı. $\varphi=argz$ $(0\le\varphi<2\pi)$ argumenti bas ma`nisi delinedi.

$tg\varphi=y/x$ yamasa $\varphi=arctg(y/x)$

$z=x+iy=r[\cos\varphi+i\cdot\sin\varphi]$, $z_1=x_1+iy_1=r_1[\cos\varphi_1+i\cdot\sin\varphi_1]$, $z_2=x_2+iy_2=r_2[\cos\varphi_2+i\cdot\sin\varphi_2]$ kompleks sanları berilgen bolsın.

$$z_1\pm z_2=(x_1\pm x_2)+i(y_1\pm y_2),$$

$$z_1\cdot z_2=(x_1x_2-y_1y_2)+i\cdot(x_1y_2+x_2y_1),\qquad z_1\cdot z_2=r_1\cdot r_2[\cos(\varphi_1+\varphi_2)+i\cdot\sin(\varphi_1+\varphi_2)],$$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{(x_1x_2+y_1y_2)+i(x_2y_1-x_1y_2)}{x_2^2+y_2^2},\qquad \frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\varphi_1-\varphi_2)+i\cdot\sin(\varphi_1-\varphi_2)]$$

Muavr formulası: $z^n = r^n[\cos(n\varphi)+i\cdot\sin(n\varphi)]$.

$$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{r(\cos\varphi+i\sin\varphi)}=\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right), k=0,1,2,3,\ldots,n-1$$

Eyler formulası: $e^{i\varphi}=\cos\varphi+i\cdot\sin\varphi$. Bunnan

$$\sin\varphi=(e^{i\varphi}-e^{-i\varphi})/(2i), \quad \cos\varphi=(e^{i\varphi}+e^{-i\varphi})/2.$$

Kompleks san logarifmi: $\ln z=\ln r+i\varphi_0+2k\pi i$, bunda φ_0 arqalı φ argumenttin` $-\pi<\varphi\leq\pi$ ten`sizligin qanaatlandıratug`ın ma`nisi alınadı. $\ln r+i\varphi_0$ an`latpası logarifmnin` bas ma`nisi dep ataladı.

Matematikalıq statistika - statistikalıq mag`lıwmatlardı toplaw, toparlarg`a bo`liw (eger olar ju`da` ko`p bolsa), olardı tallaw usılların islep shıg`ıw ha`m solar tiykarında na`tiyjeler shıg`arıwdan ibarat. Anaw yamasa mınaw ha`diyseni matematikalıq statistika usılları menen u`yreniw, ilim ha`m texnika usıng`an ju`da` ko`p ma`selelerdi sheshiwde xızmet etedi. Bazıbir belgige qarata tekseriliwi lazım bolg`an bir tekli ob`ektlerdin` u`lken bir toparın qarastıramız. Mısalı, belgili bir tu`rdegi o`nimler standartlıqqa tekserilmekte. Tekseriw barısında usı tu`rdegi o`nimlerdin` barlıg`ın bir shetinen tekseriw ko`p jag`daylarda maqsetke muwapıq emes, sebebi tekseriw na`tiyjesinde o`nimnin` ısırap bolıwı yamasa jaramsız bolıp qalıwı mu`mkin. Basqa bir mısal sıpatında xalıqtın` sanı, olardın` jası boyınsha bo`listiriliwi, milliy quramı xaqqındag`ı mag`lıwmatlardı talap etiwshi siyasiy-ekonomikalıq jumıslardı rejelestiriwdi alıw mu`mkin. Bul mag`lıwmatlardı jıynaw ushın ha`r 10 jılda xalıq esaptan o`tkeriledi, yag`nıy ulıwma tekseriw o`tkeriledi, qalg`an waqıtlarda za`ru`r mag`lıwmatlardı jıynaw ushın tan`lanba sorawlar o`tkeriledi. Tekseriwdin` bunday usılı tan`lanba usıl delinedi.

Tekseriletug`ın belgi boyınsha u`yreniletug`ın barlıq ob`ektlerdin` jıynag`ı bas ko`plik dep ataladı. Bas ko`pliktegi ob`ektlerdin` sanı onın` ko`lemi delinedi. Bas ko`pliktin` ko`lemi shekli yamasa sheksiz bolıwı mu`mkin.

Tan`lanba ko`plik yamasa tan`lanba dep tekseriw ushın alıng`an ob`ektler

ko`pligine aytıladı. Tan`lanbadag`ı ob`ektler sanı onın` ko`lemi dep ataladı.

Eger tan`lanba ko`plik bas ko`pliktin` derlik barlıq qa`siyetlerin o`zinde saqlasa, onda bunday tan`lanba reprezentativli tan`lanba delinedi. U`lken sanlar nızamınan, tan`lanba reprezentativli bolıwı ushın onın` tosınnanlı bolıw kerekligi ko`rinedi. Eger tan`lanba reprezentativli bolmasa, onda tan`lanba u`stinde shıg`arılg`an na`tiyjelerdi bas ko`plikke qollanıw nadurıs na`tiyjelerge alıp keliwi mu`mkin.

Tan`lanbalar du`ziliwine qaray ekige bo`linedi: qaytalanıwshı ha`m qaytalanbaytug`ın tan`lanbalar. Eger tan`lang`an ob`ekt baqlaw o`tkerilgennen keyin ko`plikke qaytarılsa, tan`lanba qaytalanıwshı tan`lanba delinedi. Bunda ha`r bir tan`lang`an ob`ekt keyingi tan`lawda qatnasıwı mu`mkin. Eger tan`lang`an ob`ekt baqlaw o`tkerilgennen keyin ko`plikke qaytarılmasa, tan`lanba qaytalanbaytug`ın tan`lanba delinedi.

Tan`law usılına qaray tan`lanba to`rt tu`rge: tosınnanlı, mexanikalıq, tiplik ha`m seriyalı tan`lanbalarg`a bo`linedi:

1. Bas ko`plikten ob`ektler tosınnan birewden alıng`an tan`lanba tosınnanlı tan`lanba delinedi. Tosınnanlı tan`lanbanı to`mendegishe payda etiw mu`mkin: eger bas ko`pliktin` ko`lemi shekli bolsa, og`an kiriwshi ob`ektler nomerlep shıg`ıladı. Son` nomerler jazılg`an kartochkalar jaqsılap aralastırıladı, keyin qa`legenshe, tosınnan bireuden n dana kartochka alınadı. Bas ko`pliktin` tan`lang`an nomerli ag`zaları tosınnanlı tan`lanbanı du`zedi. Nomerlengen n dana kartochkanı tan`law ushın tosınnanlı sanlar tablitsasındag`ı izbe-iz jaylasqan n sandı paydalanıw mu`mkin.
2. Bas ko`plikten ob`ektler mexanikalıq turde birneshe toparg`a bo`linip, son` ha`rbir topardan birewden ob`ektler alıw arqalı payda etilgen tan`lanba mexanikalıq tan`lanba delinedi. Mexanikalıq tan`lanba ko`binese reprezentativli bolmaydı. Mısalı, texnologiyalıq protsesstin` o`zine ta`n qa`siyetlerine baylanıslı ha`r bir onınshı detal sıpatsız bolsa, onda bul bas ko`plikten alıng`an 10% lik mexanikalıq tan`lanba usı partiyadag`ı jaramsız detallardın` anıq proportsiyasın nadurıs sa`wlelendiredi.

3. Bas ko`plikten ob`ektler tiplik o`z ara kesilispeytug`ın «seriyalar»g`a ajıratılg`an bolıp, ha`r bir seriyadan tosınnan tan`lanba alıng`an bolsa, bunday tan`lanba, tiplik tan`lanba dep ataladı. Mısalı, paxta tazalaw zavodına 100 brigadadan paxta alıp kelinetug`ın bolsın. Eger keltirilgen paxtanın` sapasın tekseriw ushın ha`r bir brigadanın` o`niminin` qa`legen (tosınnanlı ra`wishte) 5% ti alınsa, onda tiplik tan`lanbag`a iye bolamız.

4. Bas ko`plikten ob`ektler o`z ara kesilispeytug`ın «seriyalar»g`a ajıratılg`an bolıp, tan`lanba bir neshe seriyalardan ibarat bolsa, onda bunday tan`lanba seriyalı tan`lanba delinedi. Mısalı, paxta tazalaw zavodına paxta alıp kelinetug`ın 100 brigadadan 5% brigada tan`lap alınıp, olardın` ulıwma o`nimleri tekserilse, onda seriyalı tan`lamag`a iye bolamız.

*Matematikalıq statistikanın` tiykarg`ı ma`seleleri.* Bas ko`pliktin` $X$ belgisin u`yreniw talap etilsin. Bul X belgi tosınnanlı shama sıpatında qarastırıladı. Eger sanlıq belgi u`yrenilip atırg`an bolsa, X tosınnanlı shamanın` sanı, belgi sanı menen bir tu`rde boladı, eger sapa belgisi u`yrenilip atırg`an bolsa, X tosınnanlı shamanın` ma`nisi 0 ha`m 1 ma`nislerin qabıl etiwi mu`mkin.

$$\text{Mısalı, } X = \begin{cases} 0, eger\text{"}sapali\text{"}bolsa, \\ 1, eger\text{"}sapasiz\text{"}bolsa \end{cases}$$

X belgili bas ko`pliktin` bo`listiriliw funktsiyası $F(x)$ bolsın. Onda n o`lshemli $(X_1, X_2, ..., X_n)$ tosınnanlı vektor n ko`lemli tan`lanba bolıp, onda X_i tosınnanlı shamalar o`z ara g`a`rezsiz ha`m bir qıylı F(x) bo`listiriliwine iye boladı. Tan`lanbanın` ta`jiriybede baqlang`an ma`nisleri $(x_1, x_2, ..., x_n)$ tu`rinde belgilenedi.

Matematikalıq statistika ma`seleleri:

1. $(x_1, x_2, ..., x_n)$ tan`lanbanın` baqlang`an ma`nislerinen paydalanıp, X belgili bas ko`pliktin` belgisiz bo`listiriliw funktsiyasın bahalaw. Matematikalıq statistikanın` usı ma`seleni sheshiw menen shug`ıllanatug`ın bo`limi parametrsiz bahalaw teoriyası dep ataladı.
2. X belgili bas ko`pliktin` bo`listiriliw funktsiyası $k$ dana belgisiz parametrden g`a`rezli bolg`an anıq ko`rinistegi funktsiya bolsın.
3. $(x_1, x_2, ..., x_n)$ tan`lanbanın` baqlang`an ma`nislerinen paydalanıp k dana belgisiz parametrlerdi bahalaw. Matematikalıq statistikanın` usı ma`seleni sheshiw menen shug`ıllanatug`ın bo`limi parametrlik bahalaw teoriyası dep ataladı.

4. Bazıbir tastıyıqlawlarg`a tiykarlanıp $X$ belgili bas ko`pliktin` bo`listiriliw funktsiyasın $F(x)$ dep belgilew mu`mkin bolsın. Usı $F(x)$ funktsiyası haqıyqatında da $X$ belgili bas ko`pliktin` bo`listiriliw funktsiyası bolama yamasa bolmayma degen soraw statistikalıq gipoteza delinedi. Anaw yamasa mınaw gipotezanı tekseriw ushın tan`lanbanın` baqlang`an $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ma`nislerinen paydalanıladı. Eger alıng`an mag`lıwmatlar xaqıyqatında da teoriyalıq ku`tilgen mag`lıwmatlar menen sa`ykes kelse, onda usı gipotezanı qabıllaw ushın tiykar boladı, keri jag`dayda gipotezanı qabıllaw ushın tiykar bolmaydı. Matematikalıq statistikanın` usı ma`seleni sheshiw menen shug`ıllanatug`ın bo`limi statistikalıq gipotezalar teoriyası dep ataladı.

<u>O`z betinshe jumıs tapsırmaları ha`m tekseriw ushın sorawlar</u>

1. $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ sanlarının` qaysıları irratsional sanlar boladı ha`m ne ushın? Da`liyllen`.

2. $i^6, i^7, i^8, i^9, i^{10}$ sanları nege ten`?

3. $\sqrt{-16}$, $\sqrt[4]{-16}$ korenlerin esaplan`.

4. N, Z, Q, R, C sanlı ko`plikleri arasındag`ı baylanıslardı atan`.

5.Barlıq haqıyqıy sanlar ko`pligi ha`m (0;1) intervalındag`ı haqıyqıy sanlar arasında bir ma`nisli sa`ykeslik ornatın`: analitikalıq, grafikalıq.

6.Radiusı 1-ge ten` ha`m radiusı 4-ke ten` shen`berlerdin` tochkaları ko`pliklerinin` arasında sa`ykeslik ornatın`.

A`debiyatlar [1]; [2]; [3] 15-b., p.1-2; [4] p.45-46.

Variatsion qatar. Empirik bo`listiriliw funktsiyası

Variatsion qatar. Empirik bo`listiriliw funktsiyası. Poligon ha`m gistogramma. Bo`listiriliw funktsiyası parametrlerinin` noqatlıq bahaları. Bahalardın` tiykarlang`anlıg`ı ha`m jıljıtılmag`anlıg`ı. Tan`lanbanın` du`zetilgen dispersiyası.

Meyli X belgili bas ko`pliginin` bo`listiriliw funktsiyası $F(x)$ bolıp, $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ko`pliginen alıng`an tan`lanbanın` baqlanıp atırg`an ma`nisleri bolsın. Baqlang`an x_i ma`nisleri variantalar dep ataladı. %siw ta`rtibinde jazılg`an variantalar izbe-izligi

$$x_1^* \le x_2^* \le ... \le x_n^*$$

variatsion qatar deplinedi.

Eger tan`lang`an x_1 varianta n_1 ret, x_2 varianta n_2 ret, ..., x_K varianta n_K ret (bunda $n_1 + n_2 + ... + n_K = n$) baqlang`an bolsa, onda $n_1, n_2, ..., n_K$ sanlar jiyilikler, $W_i = n_i / n$ $(i = 1, 2, ..., k)$ sanları salıstırmalı jiyilik delinedi.

Tan`lang`an statik yamasa empirik bo`listiriliwler dep variantalar, olarg`a sa`ykes keliwshi jiyilikler yamasa salıstırmalı jiyilik dizimine (tablitsasına) aytıladı:

x_i	x_1	x_2	...	x_k
n_i	n_1	n_2	...	n_k

yamasa

x_i	x_1	x_2	...	x_k
W_i	W_1	W_2	...	W_k

Anıqlama. Variantalardın` x sanınan kishi bolg`an ma`nislerinin` salıstırmalı jiyiligi

$$F_n^*(x) = n_x / n$$

empirik bo`listiriliw funktsiyası delinedi, bunda $n$ - tan`lawlar sanı, n_x - x tan kishi bolg`an variantalar sanı.

Empirik bo`listiriliw funktsiyasının` qasiyetleri:

1. $0 \le F_n^*(x) \le 1$.
2. $F_n^*(x)$ monotonlı kemimeytug`ın funktsiya.

3. Eger x_1 en` kishi varianta ha`m x_k en` u`lken varianta bolsa, onda

$$F_n^*(x)=\begin{cases}0, eger x \le x_1 bolsa,\\ 1, eger x > x_1 bolsa\end{cases}$$

boladı.

Jiyilikler poligonı dep kesindileri (x_1^*,n_1) (x_2^*,n_2),..., (x_k^*,n_k) noqatların tutastırıwshı sınıq sızıqqa aytıladı. Jiyilikler poligonın jasaw ushın abstsissalar ko`sherine $x_i^*$ lardı, al ordinatalar ko`sherine n_i^* jiyiliklerdi qoyamız. Son`ınan (x_i^*, n_i^*) noqatların izbe-iz tutastırıp, jiyilikler poligonın payda etemiz.

Salıstırmalı jiyilikler poligonı dep kesindileri (x_1^*,W_1), (x_2^*,W_2),..., (x_k^*,W_k) noqatların tutastırıwshı sınıq sızıqqa aytıladı. Jiyilikler poligonın jasaw ushın abstsissalar ko`sherine $x_i^*$ lardı, al ordinatalar ko`sherine W_i^* jiyiliklerdi qoyamız. Son`ınan (x_i^*, W_i^*) noqatların izbe-iz tutastırıp, salıstırmalı jiyilikler poligonın payda etemiz.

Baqlawlar sanı u`lken bolg`anda yamasa X u`zliksiz belgi bolg`anda gistogramma jasaw maqsetke muwapıq boladı. Bunın` ushın $X$ belginin` baqlang`an ma`nisleri tu`setug`ın aralıq birdey h uzınlıqtag`ı $\Delta_i$ intervalg`a bo`linedi ha`m ha`r bir interval ushın $n_i$ - $\Delta_i$ intervalg`a tu`sken variantalar sanı tabıladı.

Jiyilikler gistogramması dep ultanları h uzınlıqtag`ı intervallardan, biyiklikleri $n_i/h$, $(i=1, 2, ..., k)$ dan ibarat bolg`an tuwrı to`rtmu`yeshliklerden du`zilgen baspaldaq formasındag`ı figurag`a aytıladı.

Salıstırmalı jiyilikler gistogramması dep ultanları h uzınlıqtag`ı intervallardan, biyiklikleri $W_i/h = n_i/(nh)$, $(i=1, 2, ..., k)$ dan ibarat bolg`an tuwrı to`rtmu`yeshliklerden du`zilgen baspaldaq formasındag`ı figurag`a aytıladı.

Eger salıstırmalı jiyilikler gistogrammasının` ushların u`ziliksiz tegis sızıq penen tutastırıp shıqsaq, bul sızıq juwıq X belginin` bo`listiriw funktsiyasına sa`ykes keliwshi bo`listiriw tıg`ızlıg`ının` grafigin beredi.

Eger tan`lanbalar ko`lemin arttırıp, intervallar uzınlıg`ı $h$ tı nolge umtıldırsaq, bo`listiriw tıg`ızlıg`ının` grafigine jeterlishe jaqınlasamız.

Bo`listiriliw funktsiyası parametrlerinin` noqatlıq bahaları.

X belgili bas ko`pliktin` bo`listiriliw funktsiyası $F(x,\theta)$ bolıp, $\theta$ - belgisiz parametr bolsın. $X_1, X_2, ..., X_n$ usı bas ko`plikten alıng`an tan`lanba bolıp, $x_1, x_2, ..., x_n$ tan`lanbanın` baqlang`an ma`nisleri bolsın.

Anıqlama. Tan`lanbanın` qa`legen $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ funktsiyası statistika dep ataladı.

Ko`p ushırasatug`ın statistikalar:

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ - tan`lanbanın` ortasha ma`nisi.

$\overline{S^2}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ - tan`lanbanın` dispersiyası.

Noqatlıq bahalawda belgisiz θ parametr ushın sonday $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ statistika izlenedi, $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ ti θ parametr ushın juwıq ma`nis dep alınadı. Bul jag`dayda $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ statistika θ parametrdin` bahası delinedi.

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ - tan`lanbanın` ortasha ma`nisi $X$ belgili bas ko`pliktin` $a=M(X)$ matematikalıq kutiliwinin` bahası sıpatında qaralıwı mu`mkin. Bul jag`dayda a nın` juwıq ma`nisi sıpatında

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

alınadı.

Bahalardın` tiykarlang`anlıg`ı ha`m jıljıtılmag`anlıg`ı.

$L(X_1, X_2, ..., X_n)$ statistika belgisiz θ parametrdin` bahası bolsın.

Anıqlama. Eger $ML(X_1, X_2, ..., X_n)=\theta$ sha`rti orınlansa, onda $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ baha $\theta$ parametr ushın *jıljıtılmag`an* baha dep ataladı.

Jıljıtılmag`an baha sistemalıq qa`telerdin` joq ekenligin bildiredi.

Teorema. $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ baha X belgili bas ko`pliktin` matematikalıq kutiliwinin` jıljıtılmag`an bahası.

Jıljıtılmag`an baha bahalanıp atırg`an parametr ushın ha`rdayım jaqsı jaqınlasa bermeydi. Sonın` ushın bahag`a tiykarlang`anlıq ha`m o`nimlilik talapları da qoyıladı.

Anıqlama. Eger $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ θ parametr ushın baha bolsa ha`m ha`r qanday $\varepsilon > 0$ ushın

$$\lim_{n\to\infty} P(\,|L(X_1, X_2, ..., X_n) - \theta| \le \varepsilon\,) = 1$$

ten`ligi orınlansa, onda $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ baha θ parametr ushın tiykarlı baha dep ataladı.

Teorema. $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ baha θ parametrdin` tiykarlı bahası bolıwı ushın

$$M(L(X_1, X_2, ..., X_n)) = \theta, \quad \lim_{n\to\infty} D(L(X_1, X_2, ..., X_n)) = 0$$

ten`liklerinin` orınlanıwı jetkilikli.

Teorema (Chebıshev). $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ baha $a = M(X)$ ushın tiykarlı baha boladı.

Anıqlama. Eger $\lim_{n\to\infty} M(L(X_1, X_2, ..., X_n)) = \theta$ ten`ligi orınlansa, onda $L(X_1, X_2, ..., X_n)$ baha $\theta$ parametrdin` asimptotikalıq jıljıtılmag`an bahası dep ataladı.

Teorema. $\overline{S^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ baha X belgili bas ko`pliktin` dispersiyası ushın asimptotikalıq jıljıtılmag`an bahası boladı.

Anıqlama. Eger θ parametrdin` eki jıljıtılmag`an $L_a(X_a, X_g, ..., X_n)$ ha`m $L_g(X_a, X_g, ..., X_n)$ bahaları berilgen bolıp,

$$DL_a(X_a, X_g, ..., X_n) < DL_g(X_a, X_g, ..., X_n)$$

ten`sizligi orınlansa, onda $L_1(X_1, X_2, ..., X_n)$ baha $L_2(X_1, X_2, ..., X_n)$ bahag`a qarag`anda o`nimlirek baha dep ataladı.

Berilgen n ko`lemli tan`lanbadag`ı en` kishi dispersiyag`a iye bolg`an baha o`nimli baha delinedi.

Eger $\overline{S^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ baha bas ko`plik dispersiyası ushın asimptotikalıq jıljıtılmag`an bahası bolsa, onda $M(\overline{S^2}) = \frac{n-1}{n}\sigma^2$.

Bas ko`plik dispersiyası ushın jıljıtılmag`an bahanı keltirip shıg`arg`anda du`zilgen tan`lanba dispersiyasınan paylanıp

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

formulasın jazıw mu`mkin. $S^2$ baha $\sigma^2$ parametri ushın jıljıtılmag`an baha boladı.

O`z betinshe jumıs tapsırmaları ha`m tekseriw ushın sorawlar

1. Empirik bo`listiriw funktsiyasının` 1-qa`siyetinin` geometriyalıq ma`nisi.
2. Monotonlı kemimeytug`ın funktsiyanın` anıqlaması ha`m onın` geometriyalıq suwretleniwi.
3. Funktsiyanın` anıqlaması.

A`debiyatlar

[1]; [2]; [3] 15-b., p.4-6; [4] p.47-50.

Matematikalıq ku`tiliw ha`m dispersiya ushın isenimlilik intervalı

Matematikalıq ku`tiliw ha`m dispersiya ushın isenimlilik intervalı. Teoriyalıq bo`listiriliwdi tan`law. Empirik bo`listiriliwlerdi tegislew. Matematikalıq statistikada paydalanılatug`ın bo`listiilriwler: Erkinlik da`rejesi k bolg`an $\chi^2$ bo`listiriliw; St`yudent bo`listiriliwi; Fisher bo`listiriliwi. Dispersiya ushın isenimlilik intervalı.

Noqatlıq baha tiyisli parametrdin` tan`lanba mag`lıwmatlarına qaray sanlı ma`nisin beredi, biraq ol sol bahanın` anıqlıg`ı ha`m isenimliligi xaqqında pikir jurgiziwge mu`mkinshilik bermeydi. Sonın` ushın bahalardın` anıqlıg`ı ha`m isenimliligi tu`sinigi kiritiledi.

$(X_1, X_2, ..., X_n)$, X belgili bas ko`pliginin` tan`lanbası bolıp, onın` bo`listiriliwi bazıbir θ parametrge baylanıslı bolsın. $Z(X_1, X_2, ..., X_n)$ funktsiyası θ parametr ushın baha bolsın.

Anıqlama. Eger qalegen $\alpha>0$ ushın sonday $\delta>0$ tabıw mu`mkin bolıp, onın` ushın

$$P(|Z(X_1, X_2, ..., X_n)- \theta| < \delta) = 1 - \alpha$$

ten`ligi orınlansa, onda $]Z -\delta;\ Z +\delta[$ tosınnanlı intervalı $\theta$ parametrdin` $1-\alpha$ isenimlilik da`rejeli isenimli intervalı dep ataladı.

$]Z -\delta;\ Z +\delta[$ isenimli interval isenimli baha dep te ataladı.

$]Z -\delta;\ Z +\delta[$ isenimli interval θ parametrdi $1-\alpha$ itimallıq penen qaplaydı delinedi.

Berilgen α ushın δ qansha kishi bolsa, Z baha sonsha anıq boladı, α qansha kishi bolsa, bul bahanın` isenimliligi sonsha u`lken boladı.

**Matematikalıq ku`tiliw $a$ ushın isenimlilik intervalı.** Normal bo`listirilgen X bas ko`pligin qarastıramız. Bul bo`listiriliwdin` $\sigma^2$ dispersiyası belgili bolsın. Bul bo`listiriliwdin` matematikalıq ku`tiliw a ushın isenimlilik intervalın tabamız.

X belgi normal bo`listirilgen bolg`anlıqtan

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

ha`m X ushın parametrler

$$M(\overline{X}) = a; D(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

Normal bo`listirilgen tosınnanlı shamanın` berilgen intervalg`a tu`siw itimallıg`ı

$$P(|X - a| < \delta) = 2\Phi(\delta / \sigma)$$

formulası menen esaplanadı. Bul formulanı $\overline{X}$ tosınnanlı shaması ushın qollanıp

$$P(|\overline{X} - a| < \delta) = 2\Phi\left(\delta \Big/ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

formulasın alamız.

$t = \delta\sqrt{n} \,/\, \sigma$ dep belgilesek, onda $\delta = t\,\sigma / \sqrt{n}$ ha`m son`g`ı formula

$$P\left(|\overline{X} - a| < \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 2\Phi(t)$$

yamasa

$$P\left(\overline{X} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{X} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 2\Phi(t)$$

ko`rinisine iye boladı.

Solay etip isenimlilik intervalı

$$\left]\overline{X} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

tu`rinde boladı. Bunnan

$$\left]\overline{X} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

tosınnanlı interval a parametrdi $1 - \alpha = 2\Phi(t)$ itimallıg`ı menen $t\sigma/\sqrt{n}$ anıqlıqta qaplaytug`ınlıg`ı kelip shıg`adı.

Keltirip shıg`arılg`an formulalar tan`lanba ko`lemi artıwı menen bahalaw anıqlıg`ının` o`setug`ınlıg`ın ko`rsetedi. Bunda eger $1-\alpha$ isenimlilik arttırılsa, na`tiyjede $t$ parametri artadı ha`m demek, bahalaw anıqlıg`ı kemeyedi.

Eger bas ko`plik normal bo`listiriliwge iye bolmasa (1) formula orınlanbaydı, biraq $n \to \infty$ da oraylıq shek teoreması boyınsha $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ tosınnanlı shamasının` bo`listiriliwi X_i din` dispersiyaları shegaralang`an ha`m $\sigma^2$ qa ten` bolsa, normal bo`listiriwge umtıladı. Bul - $n$ u`lken bolg`anda (2) isenimlilik intervalı $a$ matematikalıq ku`tiliwı ushın isenimlilik intervalının` jaqınlasıwı (jıynaqlılıg`ı) bolıp xızmet etiwi mu`mkinligin bildiredi.

Eger σ^2 belgisiz bolsa, n u`lken bolg`anda (1) formulada σ^2 tı onın` bahası $S^2$ penen almastırıw mu`mkin ha`m isenimlilik intervalının` jaqınlasıwı sıpatında

$$\left]\overline{X} - \frac{t_{N-1,\alpha}S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + \frac{t_{N-1,\alpha}S}{\sqrt{n}}\right[$$

intervalın qaraw mu`mkin, bunda $t_{n-1,\alpha}$ St`yudent bo`listiriliwinin` kestesinen alınadı.

Teoriyalıq bo`listiriliwdi tan`law. Bo`listiriliw nızamı belgisiz bolg`an X belgili bas ko`pliktin` jetkilikli u`lken n ko`lemli tan`lanbası berilgen bolsın. $X$ belgi menen birdey bo`listirilgen o`z ara g`a`rezsiz komponentalarg`a iye bolg`an tosınnanlı vektor sıpatında qarastırılıp atırg`an ($X_1, X_2, ..., X_n$) tan`lanba teoriyalıq bo`listiriliwdin` matematikalıq ku`tiliwi ha`m dispersiyası ushın baxalar alıwg`a imkaniyat beredi. Teoriyalıq bo`listiriliwdin` ulıwma ko`rinisin qarastıramız. Oraylıq shek teoreması $X$ belginin` normal bo`listiriliwge iye bolıwı ushın za`rur bolatug`ın sha`rtlerdi sıpatlawg`a mu`mkinlik beredi. Onda bul nızamdı tabıw ma`selesi eki $\alpha$ ha`m σ parametrlerin anıqlaw menen sheshiledi. Bul parametrler ushın tan`lanbanın` ortasha ma`nisin ha`m tan`lanbanın` baqlang`an dispersiyasın qabıl etiw mu`mkin.

X tosınnanlı shama Puasson nızamı boyınsha bo`listirilgen dep uyg`arıw mu`mkin. Ol bir $\lambda$ parametri menen anıqlanadı. Bul jag`dayda λ ushın tan`lanbanın` ortasha ma`nisi $\overline{X}$ tı alıw mu`mkin.

Belgi u`ziliksiz bolg`an jag`dayda gistogramma jasaladı. Ol bo`listiriliw tıg`ızlıg`ı iymek sızıg`ı haqqında mag`lıwmat beredi. Ko`binese gistogramma teoriyalıq bo`listiriliw belgili bolg`an nızamlardın` biri menen birdey boladı dep uyg`arıwg`a mu`mkinlik beredi.

**Empirik bo`listiriliwlerdi tegislew.** $X$ belgisinin` bo`listiriliwi belgisiz bolg`an bazı bir bas ko`plikten n ko`lemli tan`lanba ajıratamız. $X$ tosınnanlı shama bazı bir $F(x)$ nızam boyınsha bo`listirilgen dep uyg`arıwg`a tiykar bar bolsın.

m_i teoriyalıq jiyilik dep $X = x_i$, ($i = 1, 2, ..., k$) waqıyanın`

$$p_i = P(X = x_i)$$

itimallıg`ı menen n g`a`rezsiz ta`jiriybelerde juzege keliw sanının` matematikalıq kutiliwine aytıladı. g`a`rezsiz ta`jiriybeler sxeması boyınsha tosınnanlı $X = x_i$ waqıyanın` $n$ g`a`rezsiz ta`jiriybelerde juzege keliw sanı binomial nızam boyınsha bo`listirilgen, onın` matematikalıq kutiliwi $m_i = M(X) = np_i$ ten` boladı. $m_1, m_2, ..., m_k$ jiyilikler teoriyalıq yamasa tegisleushi jiyilikler dep ataladı.

X belgi u`ziliksiz bolg`an jag`dayda belginin` ma`nisleri o`zgeriw intervalları o`z ara kesilispeytug`ın

$$[\alpha_1, \beta_1], [\alpha_2, \beta_2], ..., [\alpha_i, \beta_i], ..., [\alpha_k, \beta_k]$$

intervallarg`a bo`linedi. Sa`ykes $p_i = P(\alpha_i < X < \beta_i)$ dep belgilenedi. Tan`lanbanın` shekli n ko`lemge iye bolg`an jag`dayında teoriyalıq jiyilik

$$m_i = n\,p_i = n(F(\beta_i) - F(\alpha_i))$$

formulası menen esaplanadı.

Bas ko`pliktin` X belgisi normal bo`listirilgen dep uyg`arıwg`a tiykar bar bolsın. Onda tegislewshi m_i jiyilik $m_i = n\,p_i = P(\alpha_i < X < \beta_i)$.

Normal bo`listirilgen tosınnanlı shamalardın` berilgen intervalg`a tusiw itimallıg`ı

$$P(\alpha_i < X < \beta_i) = \Phi\left(\frac{\beta_i - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha_i - a}{\sigma}\right)$$

formulası menen esaplanadı. Bunda a ha`m $\sigma$ shamaları belgisiz bolg`anlıqtan olardı sa`ykes $\overline{X}$ ha`m S bahaları menen almastıramız:

$$m_i \approx n\left(\Phi\left(\frac{\beta_i - \overline{X}}{S}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha_i - \overline{X}}{S}\right)\right).$$

Matematikalıq statistikada paydalanılatug`ın bo`listiriliwler:

1) Erkinlik da`rejesi k bolg`an χ^2 *bo`listiriliw.* Eger $k$ dana o`z ara g`a`rezsiz normallang`an $X$ tosınnanlı shamalar normal bo`listiriliwge iye bolsa, onda olardın` kvadratlarının` qosındısı $\chi^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2$ tın` bo`listiriliwi erkinlik da`rejesi k bolg`an χ^2 bo`listiriw dep ataladı.

χ^2 bo`listiriwdin` tıg`ızlıg`ı:

kvadratlarının` qosındısı $\chi^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2$ tın` bo`listiriliwi erkinlik da`rejesi k bolg`an

χ^2 bo`listiriliw dep ataladı.

χ^2 bo`listiriwdin` tıg`ızlıg`ı:

$$P_k(x) = \begin{cases} 0, x \le 0 \\ \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{k}{2}-1}, x > 0 \end{cases}$$

bunda $G(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ - gamma - funktsiya.

2) St`yudent bo`listiriliwi. X - normallang`an normal bo`listirilgen tosınnarlı shama, Y erkinlik da`rejesi $k$ bolg`an χ^2 bo`listiriwge iye tosınnarlı shama bolsın. Eger $X$ ha`m Y g`a`rezsiz bolsa, onda

$$T = \frac{X}{\sqrt{Y/k}}$$

tosınnarlı shama t - tosınnarlı (yamasa k erkinlik da`rejeli St`yudent bo`listiriliwine) iye delinedi. $t$ - bo`listiriliw $k \to \infty$ da asimptotikalıq normal boladı. t - bo`listiriliwdin` tıg`ızlıg`ı:

$$P_k(x) = \frac{\Gamma(k+1/2)}{\sqrt{\pi k}\,\Gamma(k/2)}\left(1+\frac{x^2}{k}\right)^{-(k+1)/2}.$$

**3) Fisher bo`listiriliwi.** Eger $X$ ha`m Y g`a`rezsiz tosınarlı bolıp, olar k_a ha`m $k_g$ erkinlik da`rejeli χ^2 nızamı boyınsha bo`listirilgen bolsa, onda

$F = \frac{X/k_1}{Y/k_2}$ tosınnanlı shaması F bo`listiriliwge (yamasa $k_1$ ha`m k_2 erkinlik da`rejeli Fisher bo`listiriliwine) iye delinedi.

Dispersiya ushın isenimlilik intervalı. $(X_1, X_2, ..., X_n)$ tan`lanba $X$ belgili bas ko`plikten alıng`an bolıp, belgisiz $\sigma^2$ dispersiyalı normal bo`listiriliwge iye bolsın. $\chi^2 = nS^2/\sigma^2$ tosınnanlı shaması (n-1) erkinlik da`rejeli $\chi^2$ bo`listiriwine iye, sonın` menen birge bul bo`listiriliw X tosınnanlı shamasının` matematikalıq ku`tiliwinen g`a`rezli emes. χ^2 bo`listiriwinin` kestesi boyınsha berilgen α ha`m erkinlik da`rejesi sanı (n-1) boyınsha sonday x_1 ha`m x_2 lerdi tawıp

$$P((nS^2/\sigma^2) < x_1) = P((nS^2/\sigma^2) > x_2) = \alpha/2$$

ten`liklerin jazıw mu`mkin.

Onda $P(x_1 < (nS^2/\sigma^2) < x_2) = 1 - \alpha$.

Bunnan

$$P(x_1 < (nS^2/\sigma^2) < x_2) = P((nS^2/x_2) < \sigma^2 < (nS^2/x_1)) =$$

$$= P\left(S\sqrt{\frac{n}{x_2}} < \sigma < S\sqrt{\frac{n}{x_1}}\right) = 1 - \alpha.$$

Demek σ parametr $\left]S\sqrt{\frac{n}{x_2}}, S\sqrt{\frac{n}{x_1}}\right[$ isenimlilik intervalına iye boladı.

O`z betinshe jumıs tapsırmaları ha`m tekseriw ushın sorawlar

1. Matematikalıq ku`tiliw ha`m dispersiyanın` anıqlaması.

2. Bo`listiriliw funktsiyasının` anıqlaması ha`m onın` geometriyalıq ma`nisi.

3. Normal bo`listiriliw anıqlaması ha`m qa`siyetleri.

4. Oraylıq shek teoremasının` mazmunı.

A`debiyatlar

[1]; [2]; [3] 16-17-b.; [4] p.51-56.

Gipotezalardı tekseriw. Kriteriyalar

Gipotezalardı statistikalıq tekseriw. Pirson, Kolmogorov kriteriyaları ha`m olardın` qollanılıwları.

Ko`binese $X$ belgili bas ko`pliktin` belgisiz bo`listiriliw nızamın biliw za`rur boladı. Eger bo`listiriliw nızamı bazıbir belgili $F(x)$ ko`rinisine iye dep uyg`arıwg`a tiykar bolsa, onda to`mendegi gipotezanı alg`a su`riw mu`mkin:

X belgili bas ko`pliktin` anıq $F(x)$ ko`rinisindegi bo`listiriw nızamına iye.

Eger bo`listiriliw nızamının` ko`rinisi belgili, biraq onda belgisiz parametr bar bolsa, belgisiz $\theta$ parametr belgili $\theta_0$ ma`nisine ten` degen gipotezanı qoyıw mu`mkin. Solay etip, bul gipotezada so`z bo`listiriliwdin` belgisiz parametri haqqında baradı.

Statistikalıq gipoteza dep belgisiz bo`listiriliwdin` ko`rinisi haqqındag`ı yamasa belgili bo`listiriliwdin` belgisiz parametrleri haqqındag`ı gipotezag`a aytıladı. Nolinshi (tiykarg`ı) gipoteza dep alg`a shıg`arılg`an N_o gipotezag`a, konturent (o`zgeshe) gipoteza dep nolinshi gipotezadan o`zgeshe bolg`an N_1 gipotezag`a aytıladı.

Tiykarg`ı gipoteza durıs yamasa nadurıs bolıwı mu`mkin.

Statistikalıq kriteriya dep nolinshi (tiykarg`ı) gipoteza qabıl etiwi mu`mkinligi yamasa qabıl etpeytug`ınlıg`ı haqqındag`ı qag`ıydag`a aytıladı.

**Qag`ıyda:** Bazıbir $Z(X_1, X_2, ..., X_n)$ statistika alınıp, onın` (anıq yamasa juwıq) bo`listiriliwi tiykarg`ı gipoteza orınlı bolg`anda tabıladı. Keyin statistikalıq ma`nisler oblastı ekige ajıratıladı. Eger statistikanın` baqlang`an $Z(x_1, x_2, ..., x_n)$ ma`nisi bul oblastlardın` birine tu`sse, $N_o$ gipoteza qabıl etiledi, eger ekinshisine tu`sse N_o gipoteza qabıl etilmeydi. Birinshi oblast gipotezanın` qabıl etiliw oblastı dep, ekinshisi kritik oblast dep ataladı.

$Z(X_1, X_2, ..., X_n)$ statistikanın` qabıl etiwi mu`mkin bolg`an barlıq ma`nisleri bazı bir intervalg`a tiyisli boladı. Sonlıqtan kritikalıq oblast ha`m gipotezanın` qabıl etiw oblastı ja`ne intervallar boladı. Olardı noqatlar ajıratıp turadı. Bul noqatlar kritik noqatlar dep ataladı ha`m $Z_{kr}$ tu`rinde belgilenedi.

Kritikalıq oblastlar to`mendegishe bolıwı mu`mkin:

a) on` ta`repleme kritikalıq oblast: $Z > Z_{kr}$;

b) shep ta`repleme kritikalıq oblast: $Z < Z_{kr}$;

v) on` ta`repleme kritikalıq oblast: $|Z| > Z_{kr}$.

$Z(X_{a}', X_{g}', ..., X_n)$ statistikanın` kritikalıq oblastqa tu`siw itimallıg`ı $\alpha$ onın` anıqlıq da`rejesi dep ataladı.

Gipotezanı statistikalıq tekseriw na`tiyjesinde eki tu`rdegi qa`telikke jol qoyılıwı mu`mkin:

1) Durıs gipoteza biykar etiledi.

2) Nadurıs gipoteza qabıl etiledi.

Kriteriydin` quwatı dep konkurent gipoteza orınlı bolıwı sha`rtinde Z kriteriyasının` kritikalıq oblastqa tu`siw itimallıg`ına aytıladı. Kriteriyanın` quwatı qansha u`lken bolsa, ekinshi tu`rdegi qa`telikke jol qoyıw itimallıg`ı sonsha kishi boladı.

**Pirsonnın` kriteriyası ha`m onın` qollanılıwları.** $(X_1, X_2, ..., X_n)$ tan`lanba berilgen bolıp, onın` tiykarında bas ko`pliktin` F(x) bo`listiriliw funktsiyasın anıqlaw za`rur bolsın.

Pirsonnın` kriteriyası dep bo`listiriliw funktsiyasının` ulıwma ko`rinisi haqqındag`ı $N_o$ gipotezanı qabıl etiw yamasa biykar etiwge imkaniyat beretug`ın kriteriyag`a aytıladı. Pirsonnın` kriteriyasın qurıw ushın X belgi ma`nislerinin` o`zgeriw oblastın $\Delta_1, \Delta_2, ...., \Delta_n$ intervallarg`a bo`lemiz.

p_i - tosınnanlı shama X tın` $\Delta_i$ intervalg`a tusiwinin` teoriyalıq itimallıg`ı bolsın: $p_i = P(X \in \Delta_i)$. Bul itimallıq N_o gipotezadan kelip shıqqan halda esaplanadı, yag`nıy $X$ tosınnanlı shama $F(x)$ bo`listiriliw funktsiyasına iye dep uyg`arıladı.

n_i - ko`lemi $n$ bolg`an $(X_1, X_2, ..., X_n)$ tan`lanbada $X$ belginin` Δ_i intervalg`a tu`sken ma`nislerinin` sanı bolsın. Bunda

$$p_1 + p_2 + ... + p_k = 1, \qquad n_1 + n_2 + ... + n_k = n.$$

Bul jag`dayda $n_i$ waqıyanın`, eger onın` itimallıg`ı p_i ge ten` bolsa, $n$ ta`jiriybedegi jiyiligin bildiredi. n_i matematikalıq kutiliwi np_i ha`m dispersiyası $np_iq_i = np_i(1-p_i)$ bolg`an binomial nızam boyınsha bo`listiriledi.

Eger tan`lanbanın` ko`lemi jetkilikli u`lken $(n>30)$ bolsa, bo`listiriliwdi juwıq normal bo`listiriliw dep alıw mu`mkin.

$$\xi_i = (n_i - np_i)/\sqrt{np_i}\ , \quad i=1, 2, ..., k$$

tosınnanlı shamasın qarastıramız. Bul tosınnanlı shama asimptotikalıq normal bo`listirilgen ha`m o`z-ara

$$\sum_{i=1}^{k} \xi_i \sqrt{p_i} = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i - np_i}{\sqrt{n}} = 0$$

formulaları menen baylanısqan.

Teorema. Eger N_o gipoteza orınlı bolsa ha`m $np_i>5$ bolsa, onda

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \xi_i^2$$

tosınnanlı shaması (k-1) erkinlik da`rejeli $\chi^2$ bo`listiriliw boyınsha bo`listirilgen boladı.

$n \to \infty$ te χ^2 bo`listiriliw asimptotikalıq normal bo`listiriliw boladı.

Pirson kriteriyası. Berilgen α anıqlıq da`rejesi ha`m χ^2 bo`listiriliw ushın kestelerden $x_\alpha$ nın` $R(\chi^2 > x_\alpha) = \alpha$ bolatug`ın kritikalıq ma`nisleri tabıladı. Tan`lanba mag`lıwmatları boyınsha χ^2 kriteriyanın` baqlang`an ma`nisi esaplanadı, eger ol qabıl etiw oblastına tusse, yag`nıy $\chi^2 < x_\alpha$ bolsa, onda N_o gipoteza qabıl etiledi ha`m bas ko`plik $F(x)$ bo`listiriliw funktsiyasına iye boladı dep esaplanadı, eger $\chi^2 > x_\alpha$ bolsa, onda N_o gipoteza biykar etiledi.

Eger $n>30$ bolsa, x_α kritikalıq ma`nis normal bo`listiriliwden paydalanılıp tabıladı.

Eger teoriyalıq jiyiliklerdi esaplag`anda $a$ ha`m σ^2 lardın` ornına olardın` $\overline{X}$ ha`m $S^2$ ma`nisleri paydalanılg`an bolsa, onda

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

statistika juwıq (k-3) erkinlik da`rejeli $\chi^2$ bo`listiriliw boyınsha esaplang`an dep uyg`arıladı.

Kolmagorov kriteriyası. X belgili bas ko`plik ha`m ko`lemi $n$ ge ten` bolg`an $(X_1, X_2, ..., X_n)$ tan`lanba berilgen, F^* empirik bo`listiriliw funktsiyası bolsın. $N_o$ gipoteza bas ko`plik $F(x)$ bo`listiriliw funktsiyasına iye degen gipotezadan ibarat.

$$D_n = max \; |F(x) - F_n^*(x)|$$

statistikasın qarastıramız. A.N.Kolmogorov qa`legen u`ziliksiz $F(x)$ funktsiya ushın

$$\lim_{n \to \infty} P\left(D_n < \frac{\lambda}{\sqrt{n}}\right) = K(\lambda)$$

ten`ligi orınlı bolatug`ınlıg`ın da`liylledi, bunda

$$K(\lambda) = \sum_{i=1}^{k} (-1)^k e^{-2k^2\lambda^2}$$

Kolmogorov kriteriyasının` qollanılıwı:

$K(\lambda)$ ushın kestelerde berilgen α anıqlıq da`rejesine sa`ykes sonday λ_α ma`nisleri tabıladı, olar ushın $K(\lambda_\alpha)=1-\alpha$ boladı. Keyin tan`lanba mag`lıwmatları boyınsha $D_n$ ma`nisleri tabıladı.

Eger $D_n < \lambda_\alpha / \sqrt{n}$ bolsa, onda N_o gipoteza qabıllanadı.

Eger $D_n > \lambda_\alpha / \sqrt{n}$ bolsa, onda $F(x)$ - bas ko`pliktin` bo`listiriliw funktsiyası degen gipoteza biykarlanadı.

O`z betinshe jumıs tapsırmaları ha`m tekseriw ushın sorawlar

1. Kritikalıq noqatlar tu`sinigi.
2. Kriteriyanın` quwatlılıg`ı tu`sinigi.

A`debiyatlar

[1]; [2]; [3] 19-b., p.1-2; [4] p.57-59.

Sızıqlı regressiyanın` ten`lemesi

Funktsional ha`m statistik baylanıslar. Regressiya sızıqları, qasiyetleri. Sızıqlı regressiyanın` tan`lanba ten`lemesinin` parametrin en` kishi kvadratlar usılı menen tabıw.

Praktikada tosınnanlı shamalar arasında funktsional baylanıs az gezlesedi, sebebi tosınnanlı shamanın` ma`nisleri ko`plegen tosınnanlı faktorlarg`a baylanıslı.

X ha`m $Y$ tosınnanlı shamalarg`a ta`sir etetug`ın tosınnanlı faktorlar bolsın ha`m $X$ - tosınnanlı faktorlar $z_1, z_2, ..., z_k, u_1, u_2, ..., u_n$ lardın` funktsiyası, al Y - tosınnanlı faktorlar $z_1, z_2, ..., z_k, v_1, v_2, ..., v_n$ lardın` funktsiyası bolsın:

$$X = f(z_1, z_2, ..., z_k, u_1, u_2, ..., u_n), \; Y = g(z_1, z_2, ..., z_k, v_1, v_2, ..., v_n).$$

bunday xalda X ha`m Y tosınnanlı shamaları statistik (yamasa stoxastik) baylanıslı delinedi.

Statistik baylanıslı tosınnanlı shamalardın` birinin` o`zgeriwi basqa tosınnanlı shamalardın` bo`listiriliw nızamının` o`zgeriwine alıp keledi. Tosınnanlı shamalar arasındag`ı statistik baylanıslar korrelyatsiya teoriyası usılları ja`rdeminde u`yreniledi. Korrelyatsiya teoriyasının` eki tiykarg`ı ma`selesi bar:

1. Korrelyatsiyalıq baylanıslar formasın anıqlaw.

2. Korrelyatsiyalıq baylanıslar tıg`ızlıg`ın (ku`shin) anıqlaw.

Ko`binese, $X$ tosınnanlı shamasının` ortasha ma`nisleri bo`listiriliwin basqa Y tosınnanlı shamasının` ma`nislerine baylanıslı u`yreniu ayırıqsha a`hmiyetke iye.

Regressiya sızıqları. Eki o`lshemli $(X, Y)$ tosınnanlı shamaların qarastıramız. Bir tosınnanlı shamanın` basqa tosınnanlı shamanın` o`zgeriwine ta`sirin tekseriw ushın $X$ tosınnanlı shamasının` bo`listiriliwinin` sha`rtli nızamları $Y$ tosınnanlı shamasının` belgilengen ma`nislerinde ha`m kerisinshe qarastırıladı.

Regressiyanın` tiykarg`ı qasiyeti. Eger (X, Y) - tosınnanlı vektor bolıp, $MY^2 < \infty$ bolsa, onda $\Delta = M((Y - u(x))^2 / X)$ sha`rtli orta kvadratlıq shetleniw haqıyqıy u`ziliksiz $u(x)$ funktsiyalar klassının` en` kishi ma`nisin

$$u(x) = \bar{y}(x)$$

bolg`anda qabıllaydı ha`m bul en` kishi ma`nis $\sigma^2(Y/x)$ qa ten` boladı.

Teorema. Eger (X, Y) - tıg`ızlıq funktsiyası

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-Q(x,y)\,2}$$

bolg`an eki o`lshemli normal bo`listiriliwge iye tosınnanlı shamalar bolsa, onda $\bar{y}(x)$ regressiya funktsiyası sızıqlı funktsiya boladı:

$$\bar{y}(x) = a_{x'} + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1}(x - a_{a'}).$$

Bunda

$$Q(x, \bar{y}) = \frac{1}{1-\rho^2}\left[\frac{(x-a_1)^2}{\sigma_1^2} + \frac{(y-a_2)^2}{\sigma_2^2} - 2\rho\frac{(x-a_1)(y-a_2)}{\sigma_1\sigma_2}\right]$$

a_1, a_2 - X ha`m $Y$ tosınnanlı shamalarının` matematikalıq kutiliwleri, σ_1, σ_2 - orta kvadratlıq shetleniwlar, ρ - korrelyatsiya koeffitsienti.

Teoriyalıq tekseriw mu`mkin bolmag`an jag`daylarda tan`lanba usıllardan ha`m regressiyanın` empirik sızıg`ın jasaw usılınan paydalanıladı.

Sızıqlı regressiyanın` tan`lanba ten`lemesinin` parametrin en` kishi kvadratlar usılı menen tabıw.

X ha`m $Y$ belgili eki o`lshemli bas ko`plikten $n$ ko`lemli tan`lanba alamız.

(x_i, y_k) juplarının` baqlang`an ma`nislerin tiyisli jiyilikleri menen korrelyatsiyalıq kestege jaylastıramız.

Kestedegi mag`lıwmatlar boyınsha $Oxu$ tegisliginde $(x_i, y_k)$ koordinatalı noqatlardı belgilep shashılıw diagrammasın du`ziw mu`mkin.

Bul diagrammanı ha`r bir noqatında $n_{ik}$ massa jaylasqan $(x_i, y_k)$ noqatlar ko`pligi dep qaraw mu`mkin. Onda

$$\bar{y}(x_i) = \frac{\sum_k y_k n_{ik}}{\sum_k n_{ik}}$$

tı $X = x_i$ vertikal tuwrı sızıg`ında jaylasqan ha`m y_k ordinatag`a iye bolg`an n_{ik} massalardın` orayı sıpatında qabıl etiw mu`mkin. Barlıq $(x_i, \bar{y}(x_i))$ noqatların tutastırıp regressiyanın` empirik sızıg`ın payda etemiz.

X tın` $Y$ ke regressiyasının` empirik sızıg`ı da tap usınday jasaladı, bunda onın` ha`rbir noqatı $y = y_k$ gorizontal tuwrı sızıqlarda jatıp, $x_i$ abstsissag`a iye boladı.

Usılay regressiya sızıqlarının` ulıwma ko`rinisi haqqında tu`sinik payda etip, regressiyasının` empirik funktsiyası ten`lemesin en` kishi kvadratlar usılı menen tabıw mu`mkin.

Jeke jumıs tapsırmaları ha`m tekseriw ushın sorawlar

1. Funktsionallıq baylanıs tusinigi ha`m onın` geometriyalıq mag`anası.
2. Diskret tosınnanlı shama tusinigi.

A`debiyatlar

[1]; [2]; [3] 18-b.; [4] p.60-63.

Korrelyatsiya koeffitsienti ha`m regressiya ma`selesi

Tan`lanbanın` korrelyatsiya koeffitsienti. Normal bo`listirilgen tosınnanlı shamalardın` korrelyatsiyası. Sızıqlı emes korrelyatsiya. Regressiya parametrlerin tan`lanba boyınsha anıqlaw. Regressiyanın` ulıwma ma`selesi. Ta`jiriybelerdi ortogonallı jobalastırıw. Matematikalıq modeldin` du`ziwshilerinin` ma`nislerin bahalaw.

Tan`lanbanın` korrelyatsiya koeffitsienti

$$r_T = \frac{\sum_{i,j} n_{i,j} x_i y_j - n\overline{x}\overline{y}}{n\sigma_x \sigma_y},$$

ten`ligi menen anıqlanadı, bunda ($x_i,y_i$) - belgilerdin` baqlang`an ma`nisleri, $n_{i,j}$ - (x_i,y_i) juptın` jiyiligi, $n$ - tan`lanba ko`lemi, $\overline{\sigma}_x, \overline{\sigma}_y$ - orta kvadratlıq shetleniwler, $\overline{x}$, $\overline{y}$ - tan`lanbanın` orta ma`nisleri.

Sonın` menen birge

$$r_T = \pm\sqrt{\rho_{y/x}\rho_{x/y}}$$

ten`ligin jazıw mu`mkin.

Teorema. $r_T = \pm 1$ sha`rtinin` orınlanıwı orta kvadratlıq regressiya sızıqlarının` betlesiwi ushın za`ru`rli ha`m jetkilikli.

r_T koeffitsient ± 1 ge qansha jaqın bolsa, onda X ha`m $Y$ arasındag`ı sızıqlı baylanıs haqqında boljaw aytıw mu`mkin. $r_T = 0$ bolsa, onda $X$ ha`m Y arasındag`ı sızıqlı baylanıs joq dep boljaw aytıw mu`mkin.

$r = 0$ bolsa X ha`m $Y$ sızıqlı g`a`rezsiz, al eger $r = \pm 1$ bolsa $X$ ha`m Y sızıqlı g`a`rezli boladı.

Tan`lanbanın` korrelyatsiya koeffitsienti r_T korrelyatsiya koeffitsienti r din` tiykarlı bahası bolsa da, korrelyatsiya koeffitsientinin` nolden o`zgeshe bolıwın bildirmeydi. Bunday jag`dayda tan`lanba korrelyatsiya koeffitsientinin` ma`nisleri haqqındag`ı gipotezanı tekserip ko`riw za`rur.

Eger korrelyatsiya koeffitsientinin` nolge ten`ligi haqqındag`ı gipoteza biykar etilse, onda $X$ ha`m Y shamalar korrelyatsiyalang`an ha`m tan`lanbanın` korrelyatsiya koeffitsienti X ha`m $Y$ tin` arasındag`ı baylanıs o`lshewi bolıp xızmet etedi.

Birge jaqın bolg`an $|r_T|$ $X$ ha`m Y lerdin` tıg`ız baylanısın bildirse, 0 ge jaqın bolg`an $|r_T|$ $X$ ha`m Y lerdin` yaki ju`da` bos baylanısqanın, yaki bunday baylanıs joq ekenligin bildiredi.

Normal bo`listirilgen tosınnanlı shamalardın` korrelyatsiyası. Eki o`lshemli $(X, Y)$ bas ko`plik normal bo`listirilgen bolsın. Bul ko`plikten n ko`lemli tan`lanba alamız ha`m tan`lanbanın` korrelyatsiya koeffitsienti $r_T$ nı esaplaymız. Bul jerde $r_T$ koeffitsienti $(r_{xy}, \sigma_r)$ parametrli (bunda $r_{xy}$ -teoriyalıq korrelyatsiya koeffitsienti, $\sigma_r = \frac{1-r_{xy}^2}{\sqrt{n}}$) normal bo`listirilgen dep esaplaw mu`mkin.

Teoriyalıq korrelyatsiya koeffitsienti r_{xy} ushın isenimlilik da`rejesi *1%* bolg`an isenimlilik intervalı

$$r_T - t_q \frac{1-r_T^2}{\sqrt{n}} < r_{xy} < r_T + t_q \frac{1-r_T^2}{\sqrt{n}}$$

ko`rinisinde boladı, bunda $t_q$ normal bo`listiriliw tablitsasınan tabıladı.

r_T nolden parıqlı bolsın. r_T nın` ma`nisi haqqındag`ı gipotezanı tekseremiz.

Nolinshi gipoteza

$$H_o: r_{xy} = 0$$

ko`rinisinde bolsın. Onda konkurent gipoteza

$$H_a: r_{xy} \neq 0$$

boladı.

Eger nolinshi gipoteza biykar etilse, yag`nıy konkurent gipoteza qabıl etilgen bolsa, onda tan`lanba korrelyatsiya koeffitsienti ma`nisleri $X$ ha`m Y tin` arasındag`ı sızıqlı baylanıs tıg`ızlıg`ın sıpatlaw mu`mkinligin beredi.

Eger nolinshi gipoteza qabıl etilse, onda X ha`m $Y$ sızıqlı baylanıs penen baylanıspag`an boladı.

Eger H_o: $r_{xy} = 0$ gipoteza orınlı bolsa,

$$T = \frac{r_T\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_T^2}}$$

tosınnanlı shamanın` erkinlik da`rejesi n-2 bolg`an St`yudent bo`listiriwi menen sıpatlanadı.

Berilgen α anıqlıq da`rejesi ha`m erkinlik da`rejesi sanı $k$=$n$-2 boyınsha St`yudent bo`listiriliwi kritikalıq noqatları kestesi ja`rdeminde eki ta`repli kritikalıq oblast ushın $t_\alpha(\alpha,k)$ kritikalıq noqatı tabıladı.

Eger $|T| > t_\alpha$ bolsa, nolinshi gipotezanı biykar etiwge tiykar joq.

Eger $|T| < t_\alpha$ bolsa, nolinshi gipoteza biykar etiledi.

<u>O`z betinshe jumıs tapsırmaları ha`m tekseriw ushın sorawlar</u>

1. Orta kvadratlıq shetleniw tu`sinigi.
2. Ko`pliktin` ko`lemi tu`sinigi.
3. St`yudent bo`listiriliwinin` tiykarg`ı formulası ha`m qa`siyetleri.

<u>A`debiyatlar</u>

[1]; [2]; [3] 18-b.; [4] p.64-71.

A`debiyatlar:

1. B. Abdalimov «Oliy matematika» « O`qituvchi», T. 1994.
2. B. Abdalimov va boshqalar «Oliy matematikadan masalalar echish bo`yicha qo`llanma» «O`qituvchi», T. 1985.
3. S.X.Srajaddinov, M.M.Mamatov «Ehtimollik nazariyasi va matematik statistika», Toshkent, 1980
4. V. E. Gmurman «Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika» T. «O`qituvchi» 1977.

5. V. E. Gmurman Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan masalalar echishga doir qo`llanma» T. «O`qituvchi» 1980.

6. B.V. Gnedenko. Kurs teorii veroyatnostey. M., 1988.

7. B.A. Sevastyanov. Kurs teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistiki. M. «Nauka», 1982.

8. A. A. Borovkov. Teoriya veroyatnostey. M., «Nauka», 1988.

9. B.G. Volodin i dr. «Sbornik zadach po teorii veroyatnostey, matematicheskoy statistike i teorii sluchaynıx funktsiy». M., 1970.

10. Q. Qaljanov. Itimallıqlar teoriyasının` elementleri. No`kis, «Bilim», 1992.

11. B. Orımbetov, U. Rametov. Itimallıqlar teoriyasına kirisiw. No`kis 1989.

12. B. Orımbetov, U. Rametov. Tosınnanlı shamalar sisteması ha`m bo`listiriliwlerdin` parametrlerinin` statistikalıq bahaları. No`kis , 1989.

13. U. Rametov, K. Begjanova Itimallıqlar teoriyası. No`kis, «Bilim» 2010

M A Z M U N I