Известия вузов. Математика
2017, №11, с. 39–45

http://kpfu.ru/science/nauchnye-izdaniya/ivrm/
e-mail: izvuz.matem@kpfu.ru

М. МИРСАБУРОВ, С.Т. ЧОРИЕВА

ЗАДАЧА С АНАЛОГОМ УСЛОВИЯ ФРАНКЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЛЕРСТЕДТА С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Аннотация. Для обобщенного уравнения Трикоми с сингулярным коэффициентом в смешанной области изучается задача с аналогом условия Франкля на граничной характеристике. Доказана корректность сформулированной задачи.

Ключевые слова: аналог условия Франкля на характеристике, единственность решения, сингулярное интегральное уравнение, индекс.

УДК: 517.956

1. Постановка задачи A. Пусть Ω — конечная односвязная область комплексной плоскости $z = x + iy$, ограниченная при $y > 0$ нормальной кривой $\sigma_0 (y = \sigma_0(x)) : x^2 + 4(m + 2)^{-2} y^{m+2} = 1$, с концами в точках $A(-1, 0)$ и $B(1, 0)$, а при $y < 0$ — характеристиками AC и BC уравнения

$$(\operatorname{sign} y)|y|^m u_{xx} + u_{yy} + (\beta_0/y)u_y = 0, \tag{1}$$

где постоянные $m > 0$, $\beta_0 \in (-m/2, 1)$. Обозначим через Ω^+ и Ω^- части области Ω, лежащие соответственно в полуплоскостях $y > 0$ и $y < 0$.

Данная работа посвящена доказательству теорем единственности и существования решения задачи с аналогам условия Франкля [1]–[4] на характеристике AC и отрезке AB линии изменения типа уравнения (1).

Задача A. *В области Ω требуется найти функцию $u(x, y) \in C\left(\overline{\Omega}\right)$, удовлетворяющую следующим условиям*:

1) $u(x, y) \in C^2(\Omega^+)$ *и удовлетворяет уравнению* (1) *в этой области*;

2) $u(x, y)$ *является обобщенным решением класса* R_1 ([5], с. 129) (*нижеприведенное выражение* (8) *называется обобщенным решением класса* R_1 *в области* Ω^-, *если* $\tau(x), \nu(x) \in C(-1, 1)$) *в области* Ω^-;

3) *на интервале вырождения имеет место условие сопряжения*

$$\lim_{y \to -0} (-y)^{\beta_0} \frac{\partial u}{\partial y} = \lim_{y \to +0} y^{\beta_0} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad x \in I, \tag{2}$$

причем эти пределы при $x \to \pm 1$ могут иметь особенности порядка меньше $1 - 2\beta$, где $\beta = (m + 2\beta_0)/2(m + 2)$, $I = (-1, 1)$ — интервал оси $y = 0$;

Поступила 26.06.2016

4) *выполнены условия*

$$u(x,\sigma_0(x)) = \varphi(x), \quad x\in \overline{I}, \tag{3}$$

$$a(x)D^{1-\beta}_{-1,x}u[\theta(x)] + b(x)D^{1-\beta}_{x,1}u[\theta(-x)] = \psi(x), \quad x\in I, \tag{4}$$

$$u(-x,0) - u(x,0) = f(x), \quad x\in \overline{I}, \tag{5}$$

где $D^{1-\beta}_{-1,x}$ *и* $D^{1-\beta}_{x,1}$ *— операторы дробного дифференцирования,* $\theta(x_0) = (x_0-1)/2 - i[(m+2)(1+x_0)/4]^{2/(m+2)}$ *— аффикс точки пересечения характеристики* AC *с характеристикой, исходящей из точки* $(x_0,0)$, $x_0\in I$, $\varphi(x)$, $a(x)$, $b(x)$, $\psi(x)$, $f(x)$ *— заданные функции, причем*

$$(1-x)^{\beta}a(x) - (1+x)^{\beta}b(x) \neq 0, \quad x\in I. \tag{6}$$

Заметим, что в краевой задаче со смещением [6] условие смещения вида (4) задается на обеих характеристиках AC и BC. В задаче А условие (4) задается только на характеристике AC, т. е. характеристика BC освобождена от краевого условия. Условия (4) и (5) являются аналогами условия Франкля, заданные соответственно на характеристике AC и на отрезке вырождения AB.

2. Единственность решения задачи А. Решение видоизмененной задачи Коши с данными

$$u(x,0) = \tau(x), \quad x\in\overline{I}; \quad \lim_{y\to -0}(-y)^{\beta_0}\frac{\partial u}{\partial y} = \nu(x), \quad x\in I, \tag{7}$$

для уравнения (1) в области Ω^- задается формулой Дарбу ([7], с. 34)

$$u(x,y) = \gamma_1\int_{-1}^{1}\tau\left[x + \frac{2t}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}}\right](1+t)^{\beta-1}(1-t)^{\beta-1}dt +$$
$$+\gamma_2(-y)^{1-\beta_0}\int_{-1}^{1}\nu\left[x + \frac{2t}{m+2}(-y)^{\frac{m+2}{2}}\right](1+t)^{-\beta}(1-t)^{-\beta}dt, \tag{8}$$

где

$$\gamma_1 = \frac{2^{1-2\beta}\Gamma(2\beta)}{\Gamma^2(\beta)}, \quad \gamma_2 = -\frac{2^{2\beta-1}\Gamma(2-2\beta)}{(1-\beta_0)\Gamma^2(1-\beta)}.$$

В силу (8) из краевого условия (4) с учетом (5) ($\tau(-x) = \tau(x) + f(x)$) получим

$$(1-x)^{\beta}a(x)\nu(x) + (1+x)^{\beta}b(x)\nu(-x) =$$
$$= \gamma\Big((1-x)^{\beta}a(x)D^{1-2\beta}_{-1,x}\tau(x) + (1+x)^{\beta}b(x)D^{1-2\beta}_{x,1}\tau(x)\Big) + \Psi(x), \tag{9}$$

где

$$\gamma = \frac{2\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)}{\Gamma(\beta)\Gamma(1-2\beta)}\left(\frac{m+2}{4}\right)^{2\beta}, \; \Psi(x) = \frac{(1-x^2)^{\beta}\psi(x)}{\gamma_2\Gamma(1-\beta)((m+2)/2)^{1-2\beta}} - \gamma(1+x)^{\beta}b(x)D^{1-2\beta}_{x,1}f(x).$$

Теорема 1 (аналог принципа экстремума А.В. Бицадзе [8], с. 301)**.** *Решение* $u(x,y)$ *задачи* А *при выполнении условий* $\psi(x)\equiv 0$, $f(x)\equiv 0$, $\varphi(x)\equiv 0$ *и*

$$a(x) > 0, \quad b(x) > 0, \quad x\in\overline{I}, \tag{10}$$

своего наибольшего положительного значения (НПЗ) или наименьшего отрицательного значения (НОЗ) в замкнутой области $\overline{\Omega}^+$ *достигает в точках кривой* σ_0.

Доказательство. Пусть в точке $(x_0, y_0) \in \Omega$ функция $u(x, y)$ достигает своего НПЗ. В силу принципа Хопфа ([7], с. 25) $(x_0, y_0) \notin \Omega^+$.

Пусть решение $u(x, y)$ своего НПЗ достигает во внутренней точке $P(x_0, 0)$ интервала $I = AB$. Тогда в силу соответствующего однородного условия (5) решение $u(x, y)$ в точке $(-x_0, 0)$ также достигает своего НПЗ, отсюда с учетом принципа Заремба–Жиро ([7], с. 74) в этих точках имеем $\nu(x_0) < 0$, $\nu(-x_0) < 0$. Отсюда с учетом (10) получим

$$(1 - x_0)^\beta a(x_0)\nu(x_0) + (1 + x_0)^\beta b(x_0)\nu(-x_0) < 0, \quad x_0 \in I. \tag{11}$$

С другой стороны хорошо известно, что в точке НПЗ функции $\tau(x)$ для операторов дробного дифференцирования имеют место следующие неравенства ([5], с. 19):

$$D^{1-2\beta}_{-1,x}\tau(x)|_{x=x_0} > 0, \quad D^{1-2\beta}_{x,1}\tau(x)|_{x=x_0} > 0.$$

Отсюда в силу соответствующего однородного соотношения (9) (где $\Psi(x) \equiv 0$) получим

$$\begin{aligned}(1 - x_0)^\beta a(x_0)\nu(x_0) + (1 + x_0)^\beta b(x_0)\nu(-x_0) = \\ = \gamma\left((1 - x)^\beta a(x) D^{1-2\beta}_{-1,x}\tau(x) + (1 + x)^\beta b(x) D^{1-2\beta}_{x,1}\tau(x)\right)|_{x=x_0} > 0, \quad x \in I, \end{aligned}\tag{12}$$

соотношение (12) противоречит (11).

В случае когда $P(x_0, 0) = O(0, 0)$ так же получим противоречивые неравенства (11) и (12), где $x_0 = 0$. Следовательно, $P(x_0, 0) \notin AB$. Искомое решение своего НПЗ в области $\overline{\Omega}^+$ достигает в точках кривой $\overline{\sigma}_0$.

Аналогично, как и выше, можно показать, что искомое решение своего НОЗ в замкнутой области $\overline{\Omega}^+$ достигает в точках кривой σ_0. □

Следствие. Задача А имеет не более одного решения.

Доказательство. При однородных краевых данных (3)–(5) из теоремы 1 следует, что $u(x, y) \equiv 0$ в области $\overline{\Omega}^+$. Тогда в силу непрерывности решения задачи А в смешанной области $\overline{\Omega}$ и условия сопряжения (2) имеем

$$u(x, 0) = 0, \quad x \in \overline{I}; \quad \lim_{y\to -0}(-y)^{\beta_0}\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad x \in I. \tag{13}$$

Теперь восстанавливая решение задачи А в области Ω^- как решение видоизмененной задачи Коши с однородными данными (13), по формуле (8) имеем $u(x, y) \equiv 0$ в области $\overline{\Omega}^-$, следовательно, $u(x, y) \equiv 0$ во всей смешанной области $\overline{\Omega}$.

3. Существование решения задачи А.

Теорема 2. *Решение задачи* А, *когда заданы функции* $a(x), b(x), \psi(x), f(x) \in C(\overline{I}) \cap C^{1,\alpha}(I)$, $c(x), \varphi(x) \in C^{0,\alpha}(\overline{I})$, *причем* $\varphi(x) = (1 - x^2)\widetilde{\varphi}(x)$, $\widetilde{\varphi}(x) \in C^{0,\alpha}(\overline{I})$, $f(-1) = f(0) = f(1) = 0$, *и при выполнении условий* (6) *и* (10) *существует.*

В области Ω^+ решения видоизмененной задачи Хольмгрена с краевыми данными

$$\lim_{y\to +0} y^{\beta_0}\frac{\partial u}{\partial y} = \nu(x), \quad x \in I; \quad u(x, y)|_{\sigma_0} = \varphi(x), \quad x \in \overline{I},$$

и задачи Дирихле с краевыми данными

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad x \in \overline{I}; \quad u(x, y)|_{\sigma_0} = \varphi(x), \quad x \in \overline{I},$$

задаются соответственно формулами

$$u(x,y) = -k_1 \int_{-1}^{1} \nu(t) \Bigg\{ \left[(x-t)^2 + \frac{4}{(m+2)^2} y^{m+2} \right]^{-\beta} - \\ - \left[(1-xt)^2 + \frac{4t^2}{(m+2)^2} y^{m+2} \right]^{-\beta} \Bigg\} dt - k_1 \beta (m+2)(1-R^2) \times \\ \times \int_0^l \varphi(\xi(s)) \eta^{\beta_0 - 1}(s) (r_1^2)^{-\beta-1} F(\beta, \beta+1, 2\beta; 1-\sigma) d\xi(s), \quad (14)$$

$$u(x,y) = k_2 (1-\beta_0) y^{1-\beta_0} \int_{-1}^{1} \tau(t) \Bigg\{ \left[(x-t)^2 + \frac{4}{(m+2)^2} y^{m+2} \right]^{\beta-1} - \\ - \left[(1-xt)^2 + \frac{4t^2}{(m+2)^2} y^{m+2} \right]^{\beta-1} \Bigg\} dt - k_2 (1-\beta)(m+2)(1-R^2) y^{1-\beta_0} \times \\ \times \int_0^l \varphi(\xi(s)) (r_1^2)^{\beta-2} F(1-\beta, 2-\beta, 2-2\beta; 1-\sigma) d\xi(s), \quad (15)$$

где s — длина дуги кривой σ_0, отсчитываемой от точки B, l — длина дуги всей кривой σ_0,

$$\sigma = \frac{r^2}{r_1^2}, \quad \left. \begin{matrix} r^2 \\ r_1^2 \end{matrix} \right\} = (x - \xi(s))^2 + \frac{4}{(m+2)^2} \left(y^{\frac{m+2}{2}} \mp (\eta(s))^{\frac{m+2}{2}} \right)^2,$$

$$(\xi(s), \eta(s)) \in \sigma_0,$$

$$k_1 = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{4}{m+2} \right)^{2\beta} \frac{\Gamma^2(\beta)}{\Gamma(2\beta)}, \quad k_2 = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{4}{m+2} \right)^{2(1-\beta)} \frac{\Gamma^2(1-\beta)}{\Gamma(2-2\beta)},$$

$$R^2 = x^2 + \frac{4}{(m+2)^2} y^{m+2}.$$

Из (14) и (15) нетрудно получить соответственно следующие функциональные соотношения между неизвестными функциями $\tau(x)$ и $\nu(x)$, привнесенные на I из области Ω^+ ([7], сс. 113, 152):

$$\tau(x) = -k_1 \int_{-1}^{1} \left[|x-t|^{-2\beta} - (1-xt)^{-2\beta} \right] \nu(t) dt + \Phi_1(x), \quad x \in I, \quad (16)$$

$$\nu(x) = -k_2 (1-\beta_0) \frac{m+2}{2} \Bigg[\int_{-1}^{1} \frac{(x-t)\tau'(t) dt}{|x-t|^{2-2\beta}} + \\ + (1-2\beta) \int_{-1}^{1} \frac{\tau(t) dt}{(1-xt)^{2-2\beta}} \Bigg] + \Phi_2(x), \quad x \in I, \quad (17)$$

где

$$\Phi_1(x) = 2\beta ((m+2)/2)^{2\beta} k_1 (1-x^2) \int_{-1}^{1} \varphi(t) (1-t^2)^{\beta-1/2} (1-2xt+x^2)^{-1-\beta} dt,$$

$$\Phi_2(x) = (1-\beta_0)(1-\beta)(m+2) k_2 (1-x^2) \int_{-1}^{1} \varphi(t) (1-2xt+x^2)^{\beta-2} dt.$$

Заметим, что соотношения (16), (17) верны для всего промежутка I.

В соотношении (17) поменяв x на $-x$ с учетом краевых условий $\tau(-x) = \tau(x) + f(x)$, $\tau'(-x) = -\tau'(x) - f'(x)$ нетрудно убедиться, что

$$\nu(-x) = \nu(x) + F_0(x), \quad (18)$$

где

$$F_0(x) = -\frac{k_2(1-\beta_0)(m+2)}{2}\Bigg[\int_{-1}^{1}\frac{(x-t)f'(t)dt}{|x-t|^{2-2\beta}}+ \\ + (1-2\beta)\int_{-1}^{1}\frac{f(t)dt}{(1-xt)^{2-2\beta}}\Bigg] + \Phi_2(-x) - \Phi_2(x).$$

Теперь соотношение (9) с учетом (18) запишем в виде

$$\Big[(1-x)^\beta a(x) + (1+x)^\beta b(x)\Big]\nu(x) = \gamma\big[(1-x)^\beta a(x) D_{-1,x}^{1-2\beta}\tau(x) + \\ + (1+x)^\beta b(x) D_{x,1}^{1-2\beta}\tau(x)\big] + F_1(x), \quad (19)$$

где $F_1(x) = \Psi(x) - (1+x)^\beta b(x)F_0(x)$.

Применяя операторы $D_{-1,x}^{1-2\beta}$ и $D_{x,1}^{1-2\beta}$ к равенству (16), получим

$$D_{-1,x}^{1-2\beta}\tau(x) = -k_1\Gamma(1-2\beta)\Bigg[(1-\cos 2\beta\pi)\nu(x) + \\ + \frac{\sin 2\beta\pi}{\pi}\int_{-1}^{1}\left(\frac{1+t}{1+x}\right)^{1-2\beta}\left(\frac{1}{t-x} - \frac{1}{1-xt}\right)\nu(t)dt\Bigg] + D_{-1,x}^{1-2\beta}\Phi_1(x),$$

$$D_{x,1}^{1-2\beta}\tau(x) = -k_1\Gamma(1-2\beta)\Bigg[(1-\cos 2\beta\pi)\nu(x) - \\ - \frac{\sin 2\beta\pi}{\pi}\int_{-1}^{1}\left(\frac{1-t}{1-x}\right)^{1-2\beta}\left(\frac{1}{t-x} + \frac{1}{1-xt}\right)\nu(t)dt\Bigg] + D_{x,1}^{1-2\beta}\Phi_1(x).$$

Теперь подставляя выражения для $D_{-1,x}^{1-2\beta}\tau(x)$ и $D_{x,1}^{1-2\beta}\tau(x)$ в правую часть (19), имеем

$$\Big[(1-x)^\beta a(x) + (1+x)^\beta b(x)\Big]\nu(x) + \lambda(1-x)^\beta a(x)\int_{-1}^{1}\left(\frac{1+t}{1+x}\right)^{1-2\beta}\left(\frac{1}{t-x} - \frac{1}{1-xt}\right)\nu(t)dt - \\ - \lambda(1+x)^\beta b(x)\int_{-1}^{1}\left(\frac{1-t}{1-x}\right)^{1-2\beta}\left(\frac{1}{t-x} + \frac{1}{1-xt}\right)\nu(t)dt = F_2(x), \quad (20)$$

где $\lambda = \cos\beta\pi/\pi(1+\sin\beta\pi)$,

$F_2(x) = \dfrac{\gamma}{1+\sin\beta\pi}\Big[F_1(x) + \gamma(1-x)^\beta a(x) D_{-1,x}^{1-2\beta}\Phi_1(x) + \gamma(1+x)^\beta b(x) D_{x,1}^{1-2\beta}\Phi_1(x)\Big] \in C^{0,\alpha}(\overline{I})$.

Используя тождества

$$\left(\frac{1\pm t}{1\pm x}\right)\left(\frac{1}{t-x} \mp \frac{1}{1-xt}\right) = \frac{1}{t-x} - \frac{t}{1-xt},$$

уравнение (20) преобразуем к виду

$$\Big[(1-x)^\beta a(x) + (1+x)^\beta b(x)\Big]\nu(x) + \lambda\int_{-1}^{1}\left(\frac{1}{t-x} - \frac{t}{1-xt}\right)K(x,t)\nu(t)dt = F_2(x), \quad x \in I, \quad (21)$$

где

$$K(x,t) = \left(\frac{1+x}{1+t}\right)^{1-2\beta}(1-x)^\beta a(x) - \left(\frac{1-x}{1-t}\right)^{1-2\beta}(1+x)^\beta b(x).$$

Сделав замену переменных

$$s=\frac{2t}{1+t^2},\quad t=\frac{s}{1+\sqrt{1-s^2}};\quad y=\frac{2x}{1+x^2},\quad x=\frac{y}{1+\sqrt{1-y^2}},$$

и учитывая тождество

$$\frac{1}{t-x}-\frac{t}{1-xt}=\frac{2(1-t^2)}{(1+x^2)(1+t^2)\left(\frac{2t}{1+t^2}-\frac{2x}{1+x^2}\right)},$$

уравнение (21) перепишем в виде

$$A(y)\rho(y)+\frac{B(y)}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{\rho(s)ds}{s-y}=\lambda\int_{-1}^{1}\frac{K(x,x)-K(x,s)}{s-y}\rho(s)ds+(1+x^2)F_2(x),\quad y\in I,\qquad(22)$$

$$\rho(y)=(1+x^2)\nu(y),\quad A(y)=(1-x)^{\beta}a(x)+(1+x)^{\beta}b(x),$$
$$B(y)=\lambda\pi K(x,x)=\lambda\pi((1-x)^{\beta}a(x)-(1+x)^{\beta}b(x)),$$

где $x=y/(1+\sqrt{1-y^2})$, $t=s/(1+\sqrt{1-s^2})$.

Так как в силу (6) $A^2(y)+B^2(y)\neq 0$, то (22) является сингулярным интегральным уравнением нормального типа ([5], с. 43; [9]). Решение $\rho(y)$ уравнения (22) будем искать в классе функций Гёльдера $H(-1,1)$, ограниченных в точках $y=-1$ и $y=1$.

Запишем функцию

$$G(y)=\frac{A(y)-iB(y)}{A(y)+iB(y)}=\frac{[(1-x)^{\beta}a(x)+(1+x)^{\beta}b(x)]-i\lambda\pi[(1-x)^{\beta}a(x)-(1+x)^{\beta}b(x)]}{[(1-x)^{\beta}a(x)+(1+x)^{\beta}b(x)]+i\lambda\pi[(1-x)^{\beta}a(x)-(1+x)^{\beta}b(x)]}.$$

По формуле Н.И. Мусхелешвили ([5], с. 43) вычислим

$$\alpha_k+i\beta_k=\pm\frac{\ln G(c_k)}{2\pi i},\quad k=0,1.$$

Здесь знак “$-$” соответствует значению $c_0=-1$, а знак “$+$” — значению $c_1=1$.

Легко проследить, что

$$\alpha_0+i\beta_0=-\frac{\ln G(c_0)}{2\pi i}=-\frac{\ln G(-1)}{2\pi i}=-\frac{1}{2\pi i}\ln\frac{1-\lambda\pi i}{1+\lambda\pi i}=$$
$$=-\frac{1}{2\pi i}\left[\ln\left|\frac{1-\lambda\pi i}{1+\lambda\pi i}\right|+i\left(\arg\frac{1-\lambda\pi i}{1+\lambda\pi i}+2k\pi\right)\right]=$$
$$=-\frac{1}{2\pi i}\arg\frac{1+\sin\beta\pi-i\cos\beta\pi}{1+\sin\beta\pi+i\cos\beta\pi}-k=\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\cos\beta\pi}{1+\sin\beta\pi}-k=$$
$$=\frac{1}{\pi}\operatorname{arctg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\beta\pi}{2}\right)-k=\alpha-k,$$

где $\alpha=(1-2\beta)/4$. Таким образом, $\alpha_0=\alpha-k$, $\beta_0=0$, где k — целое число. Теперь целое число λ_0 выберем так, чтобы выполнялось неравенство $0<\alpha_0+\lambda_0<1$, отсюда $\lambda_0=k$. Как и выше, легко убедиться, что

$$\alpha_1+i\beta_1=\frac{\ln G(c_1)}{2\pi i}=\frac{\ln G(1)}{2\pi i}=\frac{1}{2\pi i}\ln\frac{1+\lambda\pi i}{1-\lambda\pi i}=\alpha+k,$$

отсюда $\alpha_1=\alpha+k$, $\beta_1=0$.

Теперь целое число λ_1 выберем так, чтобы выполнялось неравенство $0<\alpha_1+\lambda_1<1$, т. е. $\lambda_1=-k$. Вычислим индекс уравнения (22) $\chi=-(\lambda_0+\lambda_1)=0$.

Таким образом, индекс класса $h(-1,1)$ ([5], с. 44) уравнения (22) равен нулю, следовательно, уравнение (22) методом регуляризации Карлемана–Векуа однозначно редуцируется к интегральному уравнению Фредгольма второго рода, однозначная разрешимость которого следует из единственности решения задачи A.

Литература

[1] Франкль Ф.И. *Обтекание профилей газом с местной сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уплотнения*, ПММ **20** (2), 196–202 (1956).

[2] Девингталь Ю.В. *О существовании и единственности решения одной задачи Ф.И. Франкля*, Изв. вузов. Матем., № 2, 39–51 (1958).

[3] Линь Цзянь-бин *О некоторых задачах Франкля*, Вестн. ЛГУ. Математика, механика и астрономия **3** (13), 28–39 (1961).

[4] Капустин Н.Ю., Сабитов К.Б. *О решении одной проблемы в теории задачи Франкля для уравнений смешанного типа*, Дифференц. уравнения **27** (1), 60–68 (1991).

[5] Смирнов М.М. *Уравнения смешанного типа* (Высш. шк., М., 1985).

[6] Нахушев А.М. *О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа*, Дифференц. уравнения **5** (1), 44–59 (1969).

[7] Салахитдинов М.С., Мирсабуров М. *Нелокальные задачи для уравнений смешанного типа с сингулярными коэффициентами* (Universitet, Yangiyo'l poligraf servis, Ташкент, 2005).

[8] Бицадзе А.В. *Некоторые классы уравнений в частных производных* (Наука, М., 1981).

[9] Солдатов А.П. *К нетеровской теории операторов. Одномерные сингулярные операторы общего вида*, Дифференц. уравнения **14** (4), 706–718 (1978).

М. Мирсабуров

Термезский государственный университет,
ул. Ф. Ходжаева, д. 43, г. Термез, 190111, Республика Узбекистан,

e-mail: mirsaburov@mail.ru

С.Т. Чориева

Термезский государственный университет,
ул. Ф. Ходжаева, д. 43, г. Термез, 190111, Республика Узбекистан,

e-mail: mirsaburov@mail.ru

M. Mirsaburov and S.T. Chorieva

A problem with an analog of Frankl condition on the characteristics for Gellerstedt equation with singular coefficient

Abstract. For generalized Tricomi equation with singular coefficient in a mixed domain we investigate the problem with an analog of Frankl condition on boundary characteristics. We prove that the formulated problem is correct.

Keywords: analog of Frankl condition on characteristics, uniqueness of solution, singular integral equation, index.

M. Mirsaburov

Termez State University,
43 F. Khodzhaev str., Termez, 190111 Republic of Uzbekistan,

e-mail: mirsaburov@mail.ru

S.T. Choriyeva

Termez State University,
43 F. Khodzhaev str., Termez, 190111 Republic of Uzbekistan,

e-mail: mirsaburov@mail.ru