*Ismoilov Bobur Toxirovich*

*Termiz davlat universiteti o'qituvchisi*

# IKKI O'ZGARUVCHILI XUSUSIY INTEGRALLI INTEGRAL TENGLAMANI YECHISH

**Аннотация:** *при данных найтн интегральное равенство,*

$$\varphi(x,y) = \mu_1 \int a_1(x)a_1(s)\varphi(s,y)ds + \mu \int a_2(y)a_2(t)\varphi(x,t)dx + f(x,y)$$

*при нахождении неизвестного вывесние интегральное уравнение, остоток ввести и найти решение*

$$\varphi(x,y) = f(x,y) + \frac{\mu_1 a_1(x)}{1-\mu_1}\int a_1(s)f(s,y)ds \quad + \frac{\mu a_2(y)}{1-\mu}\int a_2(t)f(x,t)dt +$$
$$+\frac{\mu_1\mu(2-\mu_1-\mu)a_1(x)a_2(y)}{(1-\mu_1-\mu)(1-\mu_1)(1-\mu)}\int\int a_1(s)a_2(t)f(s,t)dsdt.$$

**Ключовой слова:** *интеграл*, *представление*,*ядро*, *равенство*.

Biz quyida$L_2(D)$, $D = [a,b] * [a,b]$ gilbert fazosida ajralgan yadroli

$$\varphi(x,y) = \mu_1 \int a_1(x)a_1(s)\varphi(s,y)ds + \mu \int a_2(y)a_2(t)\varphi(x,t)dx + f(x,y) \quad (1)$$

xususiy integralli integral tenglamani, hamda unga mos bir jinsli

$$\varphi(x,y) = \mu_1 \int a_1(x)a_1(s)\varphi(s,y)ds + \mu \int a_2(y)a_2(t)\varphi(x,t)dx \qquad (2)$$

tenglamani qaraymiz.

Bu yerda $a_1(x)$ va $a_2(x)$ lar $L_2(a,b)$ gilbert fazosiga qarashli bo'lib, quyidagi shartlarni qanaotlantiradi.

1) $(a_1, a_2) = \int a_1(x)a_2(x)dx = 0$

2) $(a_1, a_1) = \int a_1(x)a_1(x)dx = 1$

3) $(a_2, a_2) = \int a_2(x)a_2(x)dx = 1$

f(x) funksiya $L_2(D)$ fazoning elimenti, $\mu_1$ va $\mu$ sonli parametrlar, $\varphi \epsilon L_2(D)$. [1]

Izlanayotgan funksiya (1) va (2) tenglamalar yechimlari haqida quyidagi natijalar o'rinli.

**Teorema:** $\mu_1 \neq 1$, $\mu \neq 1$ $va$ $\mu_1 + \mu \neq 1$ bo'lsin.

U holda:

**a)** Ixtiyoriy f uchun (1) tenglama yagona yechimga ega va quyidagi formula bilan topiladi.

$$\varphi(x,y) = f(x,y) + \frac{\mu_1 a_1(x)}{1-\mu_1}\int a_1(s)f(s,y)ds \quad + \frac{\mu a_2(y)}{1-\mu}\int a_2(t)f(x,t)dt +$$

$$+\frac{\mu_1\mu(2-\mu_1-\mu)a_1(x)a_2(y)}{(1-\mu_1-\mu)(1-\mu_1)(1-\mu)}\int\int a_1(s)a_2(t)f(s,t)dsdt. \qquad (4)$$

**b)** (2) birjinsli tenglama faqat trival(nol) yechimga ega.

**Isboti.** (1) Tenglama uchun quyidagi belgilashni kiritamiz.

$$\begin{cases} b_1(y) = \int a_1(s)\varphi(s,y)ds \\ b_2(x) = \int a_2(t)\varphi(x,t)dt \end{cases} \qquad (5)$$

(5) belgilashlardan foydalanib, (1) tenglamani quyidagicha yozib olamiz.

$$\varphi(x,y) = \mu_1 a_1(x)b_1(y) + \mu a_2(y)b_2(x) + f(x,y) \qquad (6)$$

(6) tenglamani (5) sistemaga qo'yamiz.

$$\begin{cases} b_1(y) = \int a_1(s)[\mu_1 a_1(s)b_1(y) + \mu a_2(y)b_2(s) + f(s,y)]ds \\ b_2(x) = \int a_2(t)[\mu_1 a_1(x)b_1(t) + \mu a_2(t)b_2(x) + f(x,t)]dt \end{cases} \qquad (7)$$

yoki

$$b_1(y) = \int a_1(s)f(s,y)ds + \mu_1 b_1(y)\int a_1(s)a_1(s)ds + \mu a_2(y)\int a_1(s)b_2(s)ds \qquad (8)$$

oxirgi tenglikda $\mu_1 \neq 1$ ni va $(a_1, a_1) = 1$ shartlardan foydalansak $b_1(y)$ uchun quyidagiga ega bo'lamiz.

$$b_1(y) = \frac{1}{1-\mu_1}\int a_1(s)f(s,y)ds + \frac{\mu a_2(y)}{1-\mu_1}\int a_1(s)b_2(s)ds \qquad (8)$$

Endi (7) sistemaning ikkinchi tenglamasidan

$$b_2(x) = \int a_2(t)f(x,t)dt + \mu_1 a_1(x)\int a_2(t)b_1(t)dt + \mu b_2(x)\int a_2(t)a_2(t)dt$$

Bu tenlikdan xuddi yuqoridagidek

$$\mu \neq 1 \quad , \quad \int a_2(t)a_2(t)dt = 1$$

shartlardan foydalansak $b_2(x)$ uchun quyidagini yoza olamiz.

$$b_2(x) = \frac{1}{1-\mu}\int a_2(t)f(x,t)dt + \frac{\mu_1 a_1(x)}{1-\mu}\int a_2(t)b_1(t)dt \qquad (9)$$

$b_1(y)$ ning topilgan (8) qiymatini (9) ga qo'yib, $b_2(x)$ ni quyidagicha topamiz.

$b_2(x) = \frac{1}{1-\mu}\int a_2(t)f(x,t)dt + \frac{\mu_1 a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds +$

$\frac{\mu_1\mu a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}\int a_1(s)b_2(s)ds\int a_2(t)a_2(t)dt$

(1) Shartdan foydalanib oxirgi tenglikdan quyidagini yoza olamiz

$b_2(x) = \frac{1}{1-\mu}\int a_2(t)f(x,t)dt + \frac{\mu_1 a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds +$

$\frac{\mu_1\mu a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}\int a_1(s)b_2(s)ds$ (10)

Bu tenglama $b_2(x)$ ga nisbatan ajralgan yadroli 2-tur Fredgolmning integral tenglamasidir. [2]

Bu tenglamani yechish uchun quyidagi belgilashlarni olamiz

$$g(x) = \frac{1}{1-\mu}\int a_2(t)f(x,t)dt + \frac{\mu_1 a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds \quad (11)$$

$$C = \int a_1(s)b_2(s)ds \quad (12)$$

U holda (10) ning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi.

$$b_2(x) = g(x) + \frac{\mu_1\mu a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}C$$

(13). Endi (13) ni (12) ga qo'yamiz.

$$C = \int a_1(s)\left[g(s) + \frac{\mu_1\mu a_1(s)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}C\right]ds = \int a_1(s)g(s)ds + \frac{\mu_1\mu}{(1-\mu_1)(1-\mu)}C\int a_1(s)a_1(s)ds$$

$$\int a_1(s)a_1(s)ds = 1$$

shartdan foydalanib,

$$C(1 - \frac{1-\mu-\mu_1}{(1-\mu_1)(1-\mu)}) = \int a_1(s)g(s)ds$$

Bu oxirgi tenglikda $\mu_1 + \mu \neq 1$ desak, u

$C = \frac{(1-\mu_1)(1-\mu)}{1-\mu_1-\mu}\int a_1(s)g(s)ds$ (14) ga ega bo'lamiz.

(11) ni (14) ga qo'yib C uchun quyidagini hosil qilamiz

$$C=\frac{(1-\mu_1)(1-\mu)}{1-\mu_1-\mu}\int a_1(s)\left[\frac{1}{1-\mu}\int a_2(t)f(s,t)dt\right.$$
$$\left.+\frac{\mu_1 a_1(s)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}\int\int a_2(t)a_1(s_1)f(s_1,t)dt\,ds_1\right]ds=$$
$$=\frac{(1-\mu_1)}{1-\mu_1-\mu}\int\int a_1(s)a_2(t)f(s,t)dt\,ds$$
$$+\frac{\mu_1}{1-\mu_1-\mu}\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds$$
$$=\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds(\frac{1-\mu_1}{1-\mu_1-\mu}+\frac{\mu_1}{1-\mu_1-\mu})$$
$$=\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds\frac{1}{1-\mu_1-\mu}$$

Demak $C=\frac{1}{1-\mu_1-\mu}\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds$

Endi C ning topilgan bu qiymatini va $g(x)$ ning (11) dagi qiymatini (13) ga qo'yib, quyidagi hisoblashlarni bajaramiz

$$b_2(x)=\frac{1}{1-\mu}\int a_2(t)f(x,t)dt+\frac{\mu_1 a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds$$
$$+\frac{\mu_1\mu a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)}\frac{1}{1-\mu_1-\mu}\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds$$
$$=\frac{1}{1-\mu}\int a_2(t)f(x,t)dt$$
$$+\frac{\mu_1 a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)(1-\mu_1-\mu)}\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds$$

Demak ,

$$b_2(x)=\frac{1}{1-\mu}\int a_2(t)f(x,t)dt+\frac{\mu_1 a_1(x)}{(1-\mu_1)(1-\mu)(1-\mu_1-\mu)}\int\int a_2(t)a_1(s)f(s,t)dt\,ds \quad (15)$$

Endi $b_2(x)$ topilgan bu (15) qiymatini (8) ga qo'yib, $b_1(y)$ ni quyidagicha topamiz.

$$b_1(y)=\frac{1}{1-\mu_1}\int a_1(s)f(s,y)ds+\frac{\mu}{1-\mu_1}a_2(y)\int a_1(s)\left[\frac{1}{1-\mu}\int a_2(x)f(s,t)dt+\right.$$

$$\frac{\mu_1 a_1(s)}{(1-\mu)(1-\mu_1-\mu)} \iint a_1(s^1)\, a_2(t) f(s,t) +$$

$$\left.\frac{\mu_1 \mu a_2(y)}{(1-\mu_1)(1-\mu)(1-\mu_1-\mu)} \int a_1(s)\, a_1(s) ds \iint a_1\,(s^1) a_2(t) f(t,s^1) dt ds^1\right]$$

Bu oxirgi tenglikda $(a_1, a_1) = 1$ ekanligini hisobga olib soddalashtirsak.

$$b_1(y) = \frac{1}{1-\mu_1} \int a_1(s) f(s,y) ds + \frac{\mu a_2(y)}{(1-\mu_1)(1-\mu_1-\mu)} \iint a_1\,(s) a_2(t) f(s,t) dt ds \quad (16)$$

Endi $b_1(y)$ va $b_2(x)$ larning topilgan (15) va (16) qiymatlarini (6) ga qo'yib noma'lum funksiya $\varphi(x,y)$ ni quyidagicha yozamiz.

$$\varphi(x,y) = \frac{\mu_1 a_1(x)}{1-\mu} \int a_2(t) f(x,t) dt + \frac{\mu_1^2 a_1^2(x)}{(1-\mu)(1-\mu_1-\mu)} \iint a_1\,(s) a_2(t) f(s,t) dt ds +$$

$$\frac{\mu a_2(y)}{(1-\mu_1)(1-\mu)(1-\mu_1-\mu)} \iint a_1\,(s) a_2(t) f(s,t) dt ds + f(x,y) \qquad (17)$$

$b_1(y)$ va $b_2(x)$ larning yagonaligidan $\varphi(x,y)$ yechimning yagonaligi kelib chiqadi.

Shunday qilib, teoremaning a) qismi isbotlandi.

Teoremaning a) qismidan uning teoremaning b) qismining isboti kelib chiqadi, haqiqatdan ham agar (1) tenglama bir jinsli bo'lganda ya'ni $f(x,y) = 0$ bo'lsa, u holda (17) yechim $\varphi(x,y) = 0$ ekanligi kelib chiqadi. Teoremaning ikkala qismi ham to'la isbot bo'ldi.

**Adabiyotlar:**


1. M. Salohiddinov, "Integral tenglamalar". Toshkent. "YANGIYUL POLIGRAPH SERVICE". 2007.yil.

2. U.V. Lovitt "Chiziqli integral tenglamalar" Moskva. 1957.yil.

Анкета автора

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Фамилия, имя, отчество автора и соавторов | Исмоилов Бобур Тохирович |
| 2 | Название статьи и количество страниц | 5 страниц |
| 3 | Название раздела | Педагогический наук |
| 4 | Место работы (полное название учреждения, без сокращений), город, страна | Узбекистан. Термезской государственной университет. |
| 5 | Должность, ученая степень, звание | учетель. |
| 6 | Почтовый адрес, индексом (в случае заказа печатного варианта журнала) | ИНДЕКС: 190106 Узбекистан, Сурхандарьинская область, город Термез № 6 Почтовый отдел. Улица А.Тураева, 20. Махмараимовой Ш.Т. |
| 7 | E-mail (если есть соавторы, то электронные адреса каждого соавтора) | Nor1970@ mail.ru |
| 8 | Телефон для контактов | +998919056600 |
| 9 | Необходим ли печатный журнал (400 руб.) **(да/ нет)** | да |
| | Необходим ли оттиск статьи (200 руб.) **(да/ нет)** | нет |
| 10 | Нужна ли электронная справка, о факте принятия материалов к печати **(да/ нет)** (стоимость 150 руб.) | да |
| 12 | Необходим ли Диплом «Благодарность за активное участие» **(да/ нет)** (300 руб.) | нет |
| 13 | Присвоение DOI (300 руб.) **(да / нет)** | нет |

**Источник информации о нас (подчеркните или выделите)**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Поисковые системы Яндекс/ Гугл/ др. | Письмо по E-mail от нашего Центра | **Объявления на:** *(выделите один)* konferencii.ru/ kon-ferenc.ru/ Sci-community.org | **Реклама на:** *(выделите один)* konferencii.ru kon-ferenc.ru Sci-community.org | Интернет–Форум Aspirantura.spb.ru | Вконтакте, Facebook Одноклассники | Сообщили коллеги | Другой (напишите) |