IZOTOP JISMLARNING KUCHLANGANLIK HOLATINI ANIQLASH MASALASINING QO'YILISHI

Rabbimqulov B.U.
Mirzo Ulug'bek nomidagi O'zbekiston Milliy Universiteti
e-mail: rabbimqulov1993@mail.ru

Hozirgi vaqtda raketasozlik, aviasozlik, mashinasozlik, qurilish va ko'plab zamonaviy sohalarda innovatsion tolalik kompozit materiallardan keng foydalanilmoqda. Bu materiallar o'zida juda ko'p xususiyatlarni mujassamlashtiradi va mustahkamlikda metallardan qolishmaydi. Maqolada ana shunday materiallardan biri izotop jismlarga tashqi kuchlar ta'sirida uning kuchlanish holatini aniqlash masalasining qo'yilish bosqichlari keltirilgan.

Kalit so'zlar: izotop jism, kuchlanish va ko'chish vektori, ChEU.

Dekart koordinatalar tizimida uch o'lchovli izotop elastik jism tashqi kuchlar ta'sirida turg'un holatda bo'lsin. Muvozanat tenglamalarini va yuzaga berilgan chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi siljishlarni aniqlash kerak bo'lsin. Bu masalani yechish uchun unga teng kuchli bo'lgan variatsion masalaning qo'yilishini ko'ramiz. Jismning to'liq potensial energiyasini minimizatsiyalash (Lagranj prinsipi)ga asoslanadi va masalani yechish uchun taqribiy usullarni qo'llash imkonini beradi. Ulardan biri chekli elementlar usuli hisoblanadi.

Masalaning variatsion ko'rinishi quyidagicha tasvirlanishi mumkin

$$\iiint\limits_V \delta(\varepsilon) dV - \iint\limits_S \delta(U)(P) dS = 0 \tag{1}$$

bu yerda V-jismning hajmi, S-jismning yuzasi:
$\{U\} = \{\upsilon, \nu, \omega\}$- ko'chish vektorining komponentlari;
$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{xx}, \gamma_{yy}, \gamma_{zz}\}$- deformatsiya vektorining komponentlari;
$\{\sigma\} = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}\}$- kuchlanish vektorining komponentlari.

Guk qonuniga asosan kuchlanish va deformatsiya vektorlari komponentlari quyidagi munosabat bilan bog'langan.

$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$- bu yerda $[D]$ - jismning elastiklik matritsasi.

Izotop jismning qattiqlik matritsasi ikkita bog'lanmagan parametrga ega va uning ko'rinishi quyidagicha:

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\mu}{E} & -\frac{\mu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\mu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu}{E} & -\frac{\mu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \tag{2}$$

bunda $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ - siljish moduli;
E-elastiklik moduli.

Deformatsiya vektori $\{\varepsilon\}$ o'z navbatida ko'chish vektori bilan quyidagi munosabat bilan bog'langan:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{U\} \tag{3}$$

Bu yerda $[B]$- gradiyentlar matritsasi bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{4}$$

Qo'yilgan masala chekli elementlar usuli bilan yechiladi. Bu usulda jism egallab turgan soha kichik hajmga ega bo'lgan chekli elementlarga bo'laklanadi. u, v, w- ko'chishlarning approksimatsion fuksiyalari har bir chekli elementlar uchun keltiriladi. Asosiy noma'lumlar sifatida tugun nuqtalarning siljishi olinadi, chunki kichik soha ichidagi siljishlarning approksimatsiyasi uchun sodda funksiyalarni ishlatish imkoni bor.

Ko'rilayotgan jismning xususiyatlarini o'rganish chekli o'lchovlarga ega bo'lgan elementlarning xususiyatlarini o'rganishdan boshlanadi.

e-chekli elementi siljish vektorining komponentlari quyidagi ko'rinishda tasvirlanadi:

$$\{U\} = \{U, V, W\} = [IN_1, IN_2, \ldots, IN_n]\{g\}^e \tag{5}$$

bu yerda N_i - chekli elementning forma (ko'rinish) funksiyasi;
n - chekli elementdagi tugun nuqtalar soni;
I - o'lchami 3x3 bo'lgan birlik matritsa;
$\{g\} = \{U_1V_1W_1, U_2V_2W_2, \ldots, U_nV_nW_n\}$- chekli element tugun nuqtalarining siljish vektori.

Har bir chekli element uchun deformatsiya vektori va kuchlanish vektori o'zaro quyidagicha bog'lanadi:

$$\{\varepsilon\}^e = [B]\{g\}^e \tag{6}$$

$$\{\sigma\}^e = [D]\{\varepsilon\}^e \tag{7}$$

bu yerda $[B]$- gradiyentlar matritsasi bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$[B] = [B_1, B_2, ..., B_n]$$

va

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{8}$$

Har bir chekli element uchun Lagranj variatsion tenglamasini (1) quyidagi ko'rinishda tasvirlash mumkin:

$$\left(\int_V [B]^T[D][B]dV\right)\{g\}^e - \int_S [N]^T\{P\}dS = 0 \tag{9}$$

Quyidagi ifodalashlarni kiritamiz:

$$[K]^e = \int_V [B]^T[D][B]dV \tag{10}$$

va

$$\{F\}^e = \int_S [N]^T\{P\}dS \tag{11}$$

U holda yuqoridagi (9) tenglamaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$[K]^e\{g\} - \{F\}^e = 0$$

bu yerda $[K]^e$ - **e** chekli elementning qattiqlik matritsasi;
$\{F\}^e$ - tugun nuqtalarga keltirilgan kuchlar vektori.

Hal qiluvchi chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini qurish jarayonini ko'rib chiqamiz.

Jismning diskret modelidagi har bir tugun nuqta bir necha chekli elementning tarkibida ishtirok etganligi sababli, shu tugun nuqtaning muvozanat holatini tasvirlovchi tenglamaning satri shu chekli elementlarning mos koeffisiyentlarning yig'indisini o'z ichiga oladi. Misol uchun, i - tugun nuqtaga mos keluvchi qattiqlik matritsasi va unga mos keluvchi tugun nuqtalardagi tashqi kuchlar vektori quyidagi munosabat bilan aniqlanadi:

$$(\sum_e [K_{i1}])^e\{g_1\} + (\sum_e [K_{i2}])^e\{g_2\} + ... + (\sum_e [K_{im}])^e\{g_m\} - \sum_e \{F_i\}^e = 0 \tag{12}$$

bu yerda $\sum\limits_e \{F_i\}^e$ - i - tugun nuqtaga keltirilgan tashqi kuchlar komponentlarining yig'indisi.

Tabiiyki, bu yig'indiga faqat i - tugun nuqtani o'z tarkibiga olgan chekli elementlar hissa qo'shadi.

Barcha (12) ko'rinishdagi tenglamalarni birlashtirganda boshlang'ich jism diskret modelining umumiy tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$[K]\{G\} - \{F\} = 0 \tag{13}$$

bu yerda $[K]$ - qattiqlik matritsasining global sistemasi;
$\{G\} = \{g_1, g_2, ..., g_m\}$ - jami chekli elementlarning tugun nuqtalari siljishlarining umumiy vektori;
$\{F\}$ - har bir tugun nuqtalarga keltirilgan kuchlar yig'indisining vektori;
m - jismni hosil qiluvchi chekli elementlarning umumiy soni.

Yakuniy muvozanat tenglamalar sistemasini tuzish uchun mavjud barcha chekli elementlarning va mos ravishdagi chegaradagi kuchlarni maxsus usulda yig‘ish asosida hosil qilinadi. So‘ngra tabiiy chegaraviy shartlar hisobga olinadi. Ular jismni berilgan kuchlar natijasida yaxlid siljib ketmasliklarini ta’minlaydi. Buning natijasida qo‘yilgan masalaga mos keladigan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi hosil bo‘ladi, bu esa qattiqlik matritsasining global ko‘rinishini aks ettiradi.

Adabiyotlar

[1]. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 387с.

[2]. Л. Сегерлинд - Применение метода конечных элементов. М: Мир, 1979. 392 с.

[3]. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.

[4]. Сьярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач. Пер. с англ. М. :Мир, 1980. 223с.