

## Размерное квантование в *n*-GaP

© В.Р. Расулов, Р.Я. Расулов, И.М. Эшболтаев, Р.Р. Султонов

Ферганский госуниверситет,  
105100 Фергана, Республика Узбекистан

E-mail: r\_rasulov51@mail.ru

Поступила в Редакцию 6 ноября 2019 г.

В окончательной редакции 11 ноября 2019 г.

Принята к публикации 11 ноября 2019 г.

Рассчитан размерно-квантованный энергетический спектр и волновая функция электронов в подзонах  $X_3$  и  $X_1$  зоны проводимости *n*-GaP.

**Ключевые слова:** волновой вектор, энергетический спектр, квантовая яма.

DOI: 10.21883/0000000000

В последнее время привлекают значительное внимание оптические переходы между уровнями в размерно-квантованной яме (РКЯ), которые находят применение в фотопреобразователях инфракрасного диапазона [1]. Для полупроводников с простой зоной расчет межуровневых переходов для РКЯ произвольного потенциала был проведен ранее в работах [2,3]. В то же время межуровневые оптические переходы в РКЯ дырочной проводимости представляют интерес из-за ненулевого поглощения для света произвольной поляризации, которое имеет практическое применение [4]. Теоретическое исследование такого рода задачи затруднено сложностью зонной структуры полупроводника. В частности, в [5–7] такая задача в случае прямоугольной РКЯ фиксированной толщины решена численно. Однако даже малая вариация толщины или глубины РКЯ может сильно изменить конечный результат, что затрудняет анализ промежуточных расчетов. В работе [8] на основе теории возмущения получены аналитические выражения для энергетического спектра и волновой функции дырок, а в [9] исследовано межподзонное поглощение поляризованного излучения в бесконечно глубокой квантовой яме полупроводника. Расчеты проведены в приближении Латтинжера–Кона [10,11] для полупроводников с решеткой цинковой обманки.

Однако теоретическое исследование размерного квантования в потенциальной яме, выращенной на основе полупроводника со сложной зоной, одна из подзон которой имеет „горбообразную“ форму (например, *n*-GaP или *p*-Te), остается открытым, чему посвящена настоящая работа.

Отметим, что исследование ряда явлений, в частности оптических или фотогальванических эффектов в РКЯ на основе полупроводника *n*-GaP, требует знания энергетического спектра и волновых функций носителей заряда.

Полупроводник *n*-GaP — многодолинный, экстремумы долин зоны проводимости расположены в точках  $X$  зоны Бриллюэна. Каждая долина зоны проводимости состоит из двух подзон,  $X_1$  и  $X_3$ , одна из которых имеет „горбообразную“ структур. Энергетический спектр электронов в этих подзонах определяется эффективным

гамильтонианом [11]

$$\mathcal{H}(k) = \begin{bmatrix} A_3 k_z^2 + B_3 k_\perp^2 + \Delta/2; & -iPk_z + D'k_y k_x \\ iPk_z + D'k_x k_y; & A_1 k_z^2 + B_1 k_\perp^2 - \Delta/2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ ,  $A_{1,3}$ ,  $B_{1,3}$ ,  $D'$ ,  $P$  — зонные параметры полупроводника,  $\Delta = E_3(0) - E_1(0)$  — энергетический зазор между подзонами  $X_3$  и  $X_1$  в точке  $X(k_x = 0)$ . В рамках двухзонной модели  $A_3 \approx A_1 = A$ ,  $B_3 \approx B_1 = B$ . Тогда (1) преобразуется к виду

$$\hat{\mathcal{H}}(k) = \lambda_1 \cdot \hat{1} + (\Delta/2)\hat{\sigma}_z + D'k_x k_y \hat{\sigma}_x + Pk_z \hat{\sigma}_y, \quad (2)$$

где  $\hat{1}$  — единичная матрица,  $\lambda_1 = Ak_z^2 + Bk_\perp^2$ .

На основе (2) для квантовой ямы с потенциалом  $U(z)$  эффективный гамильтониан электронов в *n*-GaP можно представить в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{R}_2 k_\perp^2, \quad (3)$$

где

$$\hat{H}_0 = \frac{\Delta}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_3 & 0 \\ 0 & A_1 \end{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + P \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial z} + U(z), \quad (4)$$

$$\hat{R}_2 = \begin{bmatrix} B_3 & D \sin \varphi \cos \varphi \\ D \sin \varphi \cos \varphi & B_1 \end{bmatrix},$$

$A_{3,1}$ ,  $B_{3,1}$ ,  $D$ ,  $P$  — зонные параметры *n*-GaP,  $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ ,  $k_\perp = (k_x, k_y)$  (или  $k_x = k_\perp \cos \varphi$ ,  $k_y = k_\perp \sin \varphi$ ) — двумерный волновой вектор, направленный по интерфейсу<sup>1</sup>,  $\mathbf{r}_\perp = (x, y)$ ,  $\varphi$  — угол между вектором  $\mathbf{k}_\perp$  и осью  $Ox$  (за ось квантования в нашем случае выбрана  $Oz$ ). В дальнейшем считаем, что волновая функция электронов в плоскости РКЯ имеет вид  $\Psi \propto \exp(i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp)$ .

<sup>1</sup> Далее считаем, что зонные параметры не зависят от координаты.

Невозмущенные уровни энергии,  $E_e(0)$ , и невозмущенная волновая функция электронов,  $\psi_\xi^{(0)} = \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ \psi_1^{(0)} \end{bmatrix}$ , в подзонах зоны проводимости  $X_\xi$  ( $\xi = 3, 1$ ) в *n*-GaP определяются из следующего уравнения Шредингера:  $\widehat{H}_0 \widehat{\psi}_\xi^{(0)} = E_\xi \widehat{\psi}_\xi^{(0)}$ , где  $\widehat{E}_\xi = \begin{bmatrix} \tilde{E}_3 & 0 \\ 0 & \tilde{E}_1 \end{bmatrix}$ . Тогда имеем

$$\left\{ \frac{\Delta}{2} \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ -\psi_1^{(0)} \end{bmatrix} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{bmatrix} A_3 \psi_3^{(0)} \\ A_1 \psi_1^{(0)} \end{bmatrix} + P \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} -\psi_1^{(0)} \\ \psi_3^{(0)} \end{bmatrix} + U(z) \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ \psi_1^{(0)} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_3 \psi_3^{(0)} \\ \tilde{E}_1 \psi_1^{(0)} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где третье слагаемое описывает превращение электрона с массой  $m_{1(3)}$  в электрон массой  $m_{3(1)}$ .

Из последнего уравнения видно, что имеются два случая.

**Случай 1.** В этом случае будем считать, что эффективные массы электронов обеих подзон одинаковы, т.е.  $A_3 = A_1 = 1$ , и тогда последнее уравнение будет иметь вид

$$\left\{ \frac{\Delta}{2} \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ -\psi_1^{(0)} \end{bmatrix} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{bmatrix} A \psi_3^{(0)} \\ A \psi_1^{(0)} \end{bmatrix} + P \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} -\psi_1^{(0)} \\ \psi_3^{(0)} \end{bmatrix} + U(z) \begin{bmatrix} \psi_3^{(0)} \\ \psi_1^{(0)} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_3 \psi_3^{(0)} \\ \tilde{E}_1 \psi_1^{(0)} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{\partial^2 \psi_3^{(0)}}{\partial z^2} - \frac{P}{A} \frac{\partial \psi_1^{(0)}}{\partial z} + \frac{1}{A} [U(z) - \tilde{E}_3] \psi_3^{(0)} + \frac{1}{A} \frac{\Delta}{2} \psi_3^{(0)} &= 0, \\ -\frac{\partial^2 \psi_1^{(0)}}{\partial z^2} + \frac{P}{A} \frac{\partial \psi_3^{(0)}}{\partial z} + \frac{1}{A} [U(z) - \tilde{E}_1] \psi_1^{(0)} - \frac{1}{A} \frac{\Delta}{2} \psi_1^{(0)} &= 0. \end{aligned} \right. \quad (7)$$

Далее вводим обозначение  $\psi_3^{(0)} + i\psi_1^{(0)} = \xi^{(0)}$  и считаем, что  $\tilde{E}_3 = \tilde{E}_1 = \tilde{E} = E(\mathbf{k}_\perp) - Bk_\perp^2$ . Тогда получим уравнение для  $\xi^{(0)}$

$$\frac{\partial^2 \xi_-}{\partial z^2} - i \frac{P}{A} \frac{\partial \xi_-}{\partial z} - \frac{1}{A} [U(z) - \tilde{E}] \xi_- + \frac{1}{A} \frac{\Delta}{2} \xi_+ = 0. \quad (8)$$

Если считаем, что  $U(z) = U_0 = \text{const}$  и введем следующие обозначения  $\kappa_A^2 = (1/A)(U_0 - \tilde{E})$ ,  $\kappa_\Delta^2 = (1/A)(\Delta/2)$ ,  $2\chi = P/A$ , тогда

$$\frac{\partial^2 \xi_-}{\partial z^2} - 2i\chi \frac{\partial \xi_-}{\partial z} - \kappa_A^2 \xi_- + \kappa_\Delta^2 \xi_+ = 0. \quad (9)$$

Решение (9)  $\xi_- = C \exp(\alpha z)$  упрощается, если считаем, что функция  $\xi_-(z)$  — реальная величина, и характеристическое уравнение имеет корни

$$\alpha_\pm = i\chi \pm \sqrt{-\chi^2 + 4 \left( \kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2 \frac{C^*}{C} \right)}. \quad (10)$$

Для упрощения решения задачи считаем, что  $C = C^*$ ,  $C$  — реальная величина. Тогда

$$\alpha_\pm = i\chi \pm \sqrt{-\chi^2 + 4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2)} \quad (11)$$

и имеем

$$\xi_-(z) = \exp(i\chi z) \left\{ C_+ \exp \left[ z \sqrt{-\chi^2 + 4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2)} \right] + C_- \exp \left[ -z \sqrt{-\chi^2 + 4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2)} \right] \right\}. \quad (12)$$

Если  $\kappa_A^2 < \kappa_\Delta^2$ , тогда

$$\xi_-(z) = \exp(i\chi z) \left\{ C_1 \cos \left[ z \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] + iC_2 \sin \left[ z \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] \right\}. \quad (13)$$

Учтем граничные условия типа  $\xi_\pm(z = -a/2) = 0$ ,  $\xi_\pm(z = +a/2) = 0$ , и если выполняется условие  $\cos(a/2\chi) \pm i \sin(a/2\chi) \neq 0$ , тогда связь между  $C_1$  и  $C_2$  определяется как  $C_1 = \pm iC_2 \operatorname{tg} \left[ a/2 \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right]$ . В этом случае из условия нормировки следует

$$\begin{aligned} |C_1| &= \left| \sin \left[ \frac{a}{2} \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] \right|, \\ |C_2| &= \left| \cos \left[ \frac{a}{2} \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] \right|, \end{aligned} \quad (14)$$

а выражение для  $\xi_-(z)$  имеет вид

$$\begin{aligned} \xi_-(z) = \exp(i\chi z) \left\{ \frac{1}{2} \left\{ \sin \left[ \left( z + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] - \sin \left[ \left( z - \frac{a}{2} \right) \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] \right\} + \frac{1}{2} i \left\{ \sin \left[ \left( z - \frac{a}{2} \right) \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] + \sin \left[ \left( z + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Отсюда волновые функции электронов определяются соотношениями

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \left\{ [\cos(\chi z) - \sin(\chi z)] \sin \left[ \left( z + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] - [\cos(\chi z) + \sin(\chi z)] \sin \left[ \left( z - \frac{a}{2} \right) \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] \right\}, \quad (16)$$

$$\psi_3 = -\frac{1}{2} \left\{ [\cos(\chi z) + \sin(\chi z)] \sin \left[ \left( z + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] + [\cos(\chi z) - \sin(\chi z)] \sin \left[ \left( z - \frac{a}{2} \right) \sqrt{\chi^2 + 4(\kappa_\Delta^2 - \kappa_A^2)} \right] \right\}. \quad (17)$$

При  $\psi_3^{(0)}(z = \pm a/2) = 0$ ,  $\psi_1^{(0)}(z = \pm a/2) = 0$  получим выражения для энергий размерно-квантованных состояний электронов в точке X зоны Бриллюэна, т.е. при  $k_\perp = 0$

$$E = U_0 - \frac{\Delta}{2} - \frac{P^2}{16A} - A\pi^2 \frac{(2n+1)^2}{4} a^2,$$

$$E = U_0 - \frac{\Delta}{2} - \frac{P^2}{16A} - A\pi^2 n^2 a^2, \quad (18)$$

где первое соотношение соответствует четным по отношению к инверсии координат состояниям, а второе — к нечетным состояниям,  $n$  — целое число.

Отметим, что в случае, когда  $4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2 > 0$ , волновую функцию можно представить как

$$\psi_3^{(0)}(z) = \exp(-z\chi) \left[ \tilde{C}_1 \cos \left( z \sqrt{(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2} \right) + \tilde{C}_3 \sin \left( z \sqrt{4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2} \right) \right]. \quad (19)$$

Из условия нормировки волновой функции нетрудно получить выражения для  $\tilde{C}_1$ ,  $\tilde{C}_3$  в виде

$$C_1^{-2} = \frac{\text{sh}(a\chi)}{2\chi [\chi^2 + 4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2]} \left\{ 4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) + \chi^2 \cos \left( a \sqrt{4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2} \right) + \chi \sqrt{4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2} \sin \left( a \sqrt{4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2} \right) \right\}, \quad (20)$$

$$C_3^{-2} = \frac{\text{sh}(a\chi)}{2\chi [\chi^2 + 4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2]} \times \left\{ -4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) + \chi^2 \cos \left( a \sqrt{4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2} \right) + \chi \sqrt{4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2} \sin \left[ a \sqrt{4(\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) - \chi^2} \right] \right\}. \quad (21)$$

**Случай 2.** Пусть  $\sqrt{\chi^2 - 4(\kappa_A^2 + \kappa_\Delta^2)}$  — реальная величина. Тогда уравнение Шреденгера имеет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \xi_1^{(0)}}{\partial z^2} + 2\chi \frac{\partial \xi_1^{(0)}}{\partial z} + (\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) \xi_1^{(0)} = 0, \\ \frac{\partial^2 \xi_2^{(0)}}{\partial z^2} + 2\chi \frac{\partial \xi_2^{(0)}}{\partial z} + (\kappa_A^2 - \kappa_\Delta^2) \xi_2^{(0)} = 0, \end{cases} \quad (22)$$

и его решение представим в виде

$$\xi_1^{(0)} = \exp(-z\chi) \left\{ F_1 \exp \left[ z \sqrt{\chi^2 - 4(\kappa_A^2 + \kappa_\Delta^2)} \right] + F_2 \exp \left[ -z \sqrt{\chi^2 - 4(\kappa_A^2 + \kappa_\Delta^2)} \right] \right\}. \quad (23)$$

Из последнего следует: если  $\chi^2 - 4\kappa_\xi^2 > 0$ , т.е.  $\kappa_A > \kappa_\Delta$ , тогда (19) имеет вид

$$\xi_\xi^{(0)} = \exp(-z\chi) \left\{ F_1 \exp \left[ z \sqrt{\chi^2 - 4\kappa_\xi^2} \right] + F_2 \exp \left[ -z \sqrt{\chi^2 - 4\kappa_\xi^2} \right] \right\}, \quad (24)$$

где  $\kappa_\xi^2 = \kappa_{A_\xi}^2 - (-1)^{(1+\xi)/2} \kappa_\Delta^2$ . В этом случае плотность вероятности нахождения электронов экспоненциально падает.

Из граничного условия

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} \xi_\xi^{(0)} \right|_{z=0} = 0$$

имеем

$$\xi_\xi^{(0)} = F_1 \exp(-z\chi) \left[ \exp \left( z \sqrt{\chi^2 - 4\kappa_\xi^2} \right) - \exp \left( -z \sqrt{\chi^2 - 4\kappa_\xi^2} \right) \right]; \quad (25)$$

условие

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} \xi_l^{(0)} \right|_{z=a} = 0$$

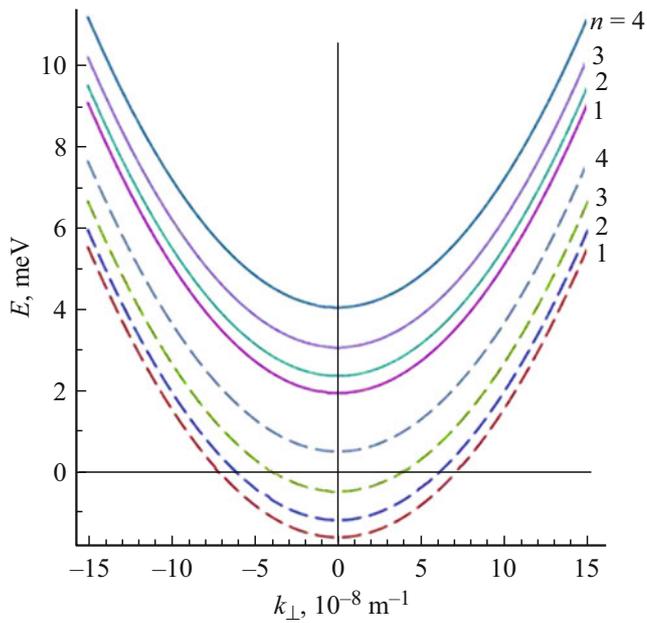
дает соотношение, с помощью которого можно определить энергетическую дисперсию с учетом размерного квантования,

$$\exp \left( 2a \sqrt{\chi^2 - 4\kappa_l^2} \right) = \frac{2 - (2\kappa_l/\chi)^2 + 2\sqrt{1 - (2\kappa_l/\chi)^2}}{(2\kappa_l/\chi)^2}. \quad (26)$$

где  $\kappa_{A_\xi}^2 = \frac{1}{A_\xi} (U_0 - \tilde{E}_\xi)$ ,  $\kappa_\Delta^2 = \frac{1}{A} \frac{\Delta}{2}$ ,  $\tilde{E} = E - Bk_\perp^2$ .

**Случай 3.** В этом случае считаем, что  $P = 0$ . Тогда при  $U(z) = U_0 = \text{const}$  имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \psi_1^{(0)}}{\partial z^2} - k_{01}^2 \psi_1^{(0)} = 0, \\ \frac{\partial^2 \psi_3^{(0)}}{\partial z^2} - k_{03}^2 \psi_3^{(0)} = 0. \end{cases} \quad (27)$$



Размерно-квантованный энергетический спектр электронов в n-GaP. Для наблюдения размерно-квантованных уровней двух подзон по отдельности энергетическая щель между ними в численных расчетах, выбрана в 100 раз меньше, т.е.  $\Delta = 3.55$  мэВ ширина ямы  $a = 55$  нм. Штриховые (сплошные) линии соответствуют подзоне  $X_1(X_3)$ .

Здесь  $k_{0\xi}^2 = (1/A_\xi) [\tilde{E}_\xi - (-1)^{(1+\xi)/2} (\Delta/2) - U_0]$ . Решение (23) ищем в виде

$$\psi_\xi^{(0)} = B_\xi e^{ik_{0\xi}z} + D_\xi e^{-ik_{0\xi}z}, \quad (28)$$

где  $B_\xi, D_\xi$  — постоянные, определяемые граничными условиями рассматриваемой задачи. Из условия обращения в нуль производной волновых функций на границах интерфейса ямы нетрудно получить  $E_\xi(k_\perp, n_\xi, a)$ :

$$E_\xi = B_\xi k_\perp^2 + \left(\frac{\pi n_\xi}{a}\right)^2 A_\xi + (-1)^{(1+\xi)/2} \frac{\Delta}{2} + U_0 \quad (n_\xi = 1, 2, 3 \dots) \quad (29)$$

На рисунке представлены размерно-квантованные уровни подзон зоны проводимости n-GaP, рассчитанные на основе (29). При количественных расчетах выбраны следующие параметры [12]:

$$A_{3,1} = \hbar^2 / (2m_{\parallel}^{(3,1)}),$$

$B_{3,1} = \hbar^2 / (2m_{\perp}^{(3,1)}), \quad m_{\perp}^{(1)} = 0.254m_0, \quad m_{\perp}^{(3)} = 0.1m_0$   
 $(m_{\parallel}^{(1)}) = 0.016m_0, \quad m_{\parallel}^{(3)} = 1.016m_0$  — поперечные (продольные) эффективные массы электронов в подзонах  $X_1$  и  $X_3$  зоны проводимости полупроводника,  $\Delta = 355$  мэВ.

Таким образом, мы показали, что размерно-квантованный спектр электронов в полупроводнике, зона проводимости которого состоит из двух подзон с энергетической щелью  $\Delta$  между ними, представляет собой

набор размерно-квантованных уровней, не пересекающихся между собой из-за наличия энергетической щели (рисунок). Получены выражения для волновых функций и энергетических спектров электронов для различных случаев, при разных соотношениях характеристических волновых векторов, которые, в свою очередь, зависят от зонных параметров полупроводника и от энергетической щели между подзонами зоны проводимости.

В заключение заметим, что эту задачу можно решить методом, где в качестве возмущения можно рассмотреть члены в эффективном гамильтониане, содержащие  $k_\perp$ , и разложить в ряд энергетический спектр и волновую функцию электронов по двумерному волновому вектору. Этот случай требует отдельного рассмотрения, чему будет посвящено следующее сообщение.

### Благодарности

Один из авторов (РРЯ) выражает благодарность Л.Е. Голубу за просмотр рукописи и ценные замечания.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] E.L. Ivchenko. *Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures* (Alpha Science, 2005). ISBN: 1-84265-150-1
- [2] Л.Е. Воробьев, Е.Л. Ивченко, Д.А. Фирсов, В.А. Шальгин. *Оптические свойства наноструктур* (С.-Пб., Наука, 2001).
- [3] А.Г. Петров, А. Шик. ФТП, **27**, 1047 (1993).
- [4] A.G. Petrov, A. Shik. Phys.Rev., **48**, 11883 (1993).
- [5] B.G. Livine, S.D. Gunapala, J.M. Kuo, S.S. Pey, S. Hui. Appl. Phys. Lett., **59**, 1964 (1991).
- [6] Y.-C. Chang, R.B. James. Phys. Rev. B, **48**, 12672 (1989).
- [7] В.Я. Алешкин, Ю.А. Романов. ФТП, **27**, 329 (1993).
- [8] А.Г. Петров, А. Шик. ФТП, **28**, 2185 (1994).
- [9] Л.Е. Голуб, Е.Л. Ивченко, Р.Я. Расулов. ФТП, **29**, 1093 (1995).
- [10] Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус. *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках* (М., Наука, 1972).
- [11] Е.Л. Ивченко, Р.Я. Расулов. *Симметрия и реальная зонная структура полупроводников* (Ташкент, Фан, 1989).
- [12] D. Hornung, R. von Baltz, U. Rossler. Solid State Commun., **48**, 225 (1983). [https://doi.org/10.1016/0038-1098\(83\)90275-2](https://doi.org/10.1016/0038-1098(83)90275-2)

Редактор Л.В. Шаронова

## Size quantization in $n$ -GaP

*V.R. Rasulov, R.Y. Rasulov, I.M. Eshboltaev,  
R.R. Sultonov*

Ferghana State University,  
105100 Ferghana, Uzbekistan

**Abstract** The size-quantized energy spectrum and the wave functions of electrons in the subbands  $X_3$  and  $X_1$  of the conduction band in  $n$ -GaP are calculated.