

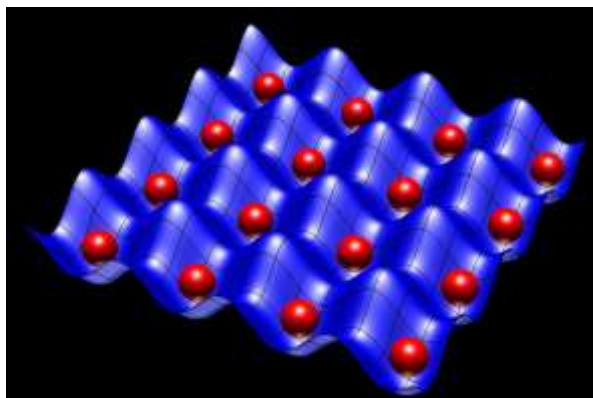
*O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim  
vazirligi*

Farg'ona davlat universiteti

Fizika kafedrası

R.Ya.Rasulov, V.R.Rasulov, I.M.Eshboltayev, R.R.Sultonov

# **NANOFIZIKANING NAZARIY ASOSLARI**



Farg'ona

Ushbu monografiyada, Rossiya FA akademigi, professor E.I.Ivchenko professor R.Ya.Rasulovlarning Nanofizikaga kirish (Farg‘ona DU nusxa ko‘paytirish bo‘limi, 2008 y. 46 bet) o‘quv-uslubiy ko‘rsatmasidan farqli o‘laroq past o‘lchamli yarimo‘tkazgichli strukturalar: o‘tapanjaralar, kvantlashgan o‘ralar, iplar, nuqtalarning ayrim fizikaviy xossalari yoritilgan. Xususan, kvantlashish prinsipi va kvantlashgan hodisalarning namoyon bo‘lish shartlari, holatlar zichligi funksiyasi va tok tashuvchilar statistikalarining o‘ziga xosligi tahlil etilgan, ayrim yarimo‘tkazgichli nanosistemalarning optik xossalari va ularda kechadigan kinetik effektlar, shu bilan birgalikda, ularning magnit maydondagi xossalari talqin etilgan. Bunday nanostrukturalarning nanoelektronikada qo‘llanilishi xususida ham mulohazalar yuritilgan.

Ushbu adabiyotdan oliy o‘quv yurtlaming fizika va bunday tur yo‘nalishlar, shuningdek mutaxassislik yuqori bosqich talabalariga, hamda yarimo‘tkazgichlar va yarimo‘tkazgichli nanofizika sohasida ilmiy tadqiqot olib borayotgan ilmiy xodimlarga ko‘makchi adabiyot sifatida tavsiya ham etiladi.

Fizikaning dolzarb masalalari bo‘yicha mashg‘ulotlar olib borayotgan professor-o‘qituvchilar va malaka oshirish kurs tinglovchilari uchun ham foydadan xoli bo‘lmaydi degan umiddamiz.

Ushbu o‘quv-uslubiy qo‘llanma Farg‘ona davlat universiteti Ilmiy kengashining 2020 yil 27 noyabrdagi 3 yig‘ilish qarori bilan nashrga tavsiya qilingan.

## Mundarija

KIRISH.....	6
1-bob. ASOSIY YARIMO‘TKAZGICHLI KVANTLASHGAN STRUKTURALAR.....	8
1.1-§. Kvantlashish effektlarini kuzatish shartlari .....	8
1.2-§. Ikki o‘lchamli elektron gazli strukturalar .....	9
1.2.1-§. Yarimo‘tkazgichli va polumetalli pardalar .....	9
1.2.2-§. Metall-dielektrik-yarimo‘tkazgich strukturalar .....	9
1.2.3-§. Geterostrukturalar .....	10
1.2.4-§. Delta-qatlamlar .....	11
1.2.5-§. Grafen .....	11
1.3-§. Kvantlashgan iplar .....	13
1.4-§. Kvantlashgan nuqtalar .....	13
1.5-§. O‘tapanjaralar .....	15
1.5.1-§ Yarimo‘tkazgichli kompozitsion o‘tapanjaralar.....	16
1.5.2-§. Yarimmetall-yarimo‘tkazgich tip o‘tapanjara .....	18
1.5.3-§.Kremniy asosida o‘stirilgan o‘tapanjara va MDYaO‘-struktura .....	20
1.5.4-§. Legirlangan o‘tapanjaralar.....	20
1.5.5-§. Kompozitsion legirlangan o‘tapanjaralar .....	21
1.5.6-§. Kvazidavriy va nodavriy o‘tapanjaralar .....	22
2-bob NANOSTRUKTURALARDA ENERGIYAVIY SPEKTR .....	23
2.1-§. Izolirlangan kvantlashgan o‘ralar, iplar, nuqtalar.....	23
2.1.1-§. Kvantlashgan o‘ralar.....	23
2.1.2-§. Kvantlashgan iplar .....	25
2.1.3-§. Kvantlashgan nuqtalar .....	26
2.2-§. Lokallashgan holatlar.....	29
2.2.1-§. Mayda xidrogensimon kirishmalar .....	29
2.2.2-§. Mott eksitonlari.....	32
2.3-§.Kvantlashishga tashqi maydon ta’siri .....	34
2.3.1-§. Ikki o‘lchamli sistema magnit maydonida.....	34

2.3.2-§. Kvantlashgan o‘ralar va otapanjaralar elektr maydonida .....	37
2.3.3-§. Eksponensial relyefli kvantlashgan o‘ra .....	42
2.3.4-§. Tunnelli bog‘langan kvantlashgan o‘ralar .....	44
<b>3-bob. HOLATLAR ZICHLIGI VA TOK TASHUVCHILAR KONSENTRATSIYASI.....</b>	<b>52</b>
3.1-§. Izolirlangan kvantlashgan o‘ralar va iplar .....	52
<b>4-bob. YARIMO‘TKAZGICHLI NANOSTRUKTURALARNING AYRIM OPTIK XOSSALARI.....</b>	<b>57</b>
4.1-§. Asosiy munosabatlar .....	57
4.2-§. Kvantlashgan o‘ralarda va o‘tapanjaralarda yorug‘likning bir zonalararo yutilishi .....	59
4.3-§. Kvantlashgan iplarda yorug‘likning zonalararo yutilish .....	62
4.4-§. Kvantlashgan o‘ralarda va o‘tapanjaralarda yorug‘likning bir zona tarmoqlariaro yutilishi .....	64
4.5. IQ-nurlanish fotodetektorlari.....	67
<b>5-bob. YARIMO‘TKAZGICHLI NANOSTRUKTURALARDA KINETIK HODISALAR .....</b>	<b>70</b>
5.1-§. Past o‘lchamli strukturalarda nomuvozanatli taqsimot funksiyasi .....	70
5.2-§. Kvantlashgan o‘ralarda planar tashish hodisasi .....	71
5.3-§. O‘tapanjaralarda vertikal o‘tkazuvchanlik.....	74
5.3.1-§. Omik o‘tkazuvchanlik sohasi.....	74
5.3.2-§ Mumtoz maydonlarda manfiy differensial o‘tkazuvchanlik.....	76
5.3.3-§. Shtark lokallashishi sohasida rezonansli tunnellanish .....	78
5.4-§. Kvantlashgan iplarning ballistik o‘tkazuvchanligi .....	83
5.5-§. Kvantlashgan potensial o‘rada kvantlashgan Xoll effekti .....	85
5.5.1-§. Butun sonli kvantlashgan Xoll effektining mumtoz nazariyasi.....	85
5.5.2-§. Lokallashish effektlarining kvantlashgan Xoll effektiga ta’siri .....	87
<b>6-bob. YARIMO‘TKAZGICHLI NANOSTRUKTURALARDA REZONANSLI TUNELLANISH .....</b>	<b>90</b>
6.1-§. Yakkalangan potensial o‘rali va potensial to‘siqli strukturalarda elektronlarning o‘tishlari .....	90
6.1.1-§. Kvantlashgan o‘ra tepasidan o‘tayotgan elektronlarning rezonansli tunnellanishi. O‘tkazish koeffitsiyenti .....	91

6.1.2-§. Elektronlarning potensial to‘siq orqali olishlarida rezonansli tunnellanishi o‘tkazish koeffitsiyenti .....	94
6.2-§ Ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura oraali elektronlarning tunnellanishi .....	96
6.2.1-§. Elektromagnit to‘lqinlarning Fabri-Pero rezonator orqali o‘tishi. Rezonansli chastotalar .....	97
6.2.2-§. Izolirlangan nosimmetrik kvantlashgan o‘rada elektronlarning energiyaviy spektri .....	101
6.2.3-§. Ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura energiyaviy sathlarning tabiiy va relaksatsion kengayib taralishi .....	105
6.2.4-§ Elektronlarning rezonansli qiymatlar sohasida ikki to‘siqli kvantlashgan struktura orqali tunnellanishi. Lorens formulasi .....	107
<b>7-bob. MURAKKAB ZONALI STRUKTURALARDA O‘LCHAMLI KVANTLASHISH .....</b>	<b>110</b>
7.1. Kristallning davriy maydonidagi elektronning kvantlashgan holatlarini aniqlash.....	110
7.1.1. Blox to‘lqin funksiyalari uchun Shredenger tenglamasi.....	110
7.1.2. <i>kp</i> -qo‘zg‘alishlar metodi .....	112
7.1.2. Zonalarning spin-orbital ajralishi.....	118
7.1.4. Keyn modeli gamiltoniani.....	125
7.1.5. Keyn modelida zonaning noparabolikligi.....	132
7.1.6. Lattinjer gamiltoniani.....	146
7.2. Geterostrukturalarda elektronlar energiyalarining o‘lchamli kvantlashish masalasida egiluvchan funksiyalar metodi .....	150
Xotima .....	154
Adabiyotlar .....	155

## KIRISH

Qattiq jismlar fizikasining hozirgi zamon rivojlanishi va tadqiqot ob'ektlari sifatida hajmiy yarimo'tkazgichlar emas, balki ular asosida olingan yupqa qatlamlar, ko'p qatlamli yupqa pardali strukturalar, jumladan o'tkazuvchan iplar va kristallitlardan foydalanilishi bilan tavsiflanadi. Bunday strukturalarda kvantlashish ma'lum bir yo'nalishda olingan  $a$  o'lchamlarining tok tashuvchilar de Broyl to'lqiniga nisbatan kichikligi ( $a > x$ ) bilan tavsiflanadi. Bunday shart bajarilganida kvant mexanikasi qonunlariga ko'ra tok tashuvchilar energiyaviy spektri tok tashuvchilar harakatlanayotgan sohaning o'lchamiga bog'liq: spektr diskret qiymatli bo'lib, tok tashuvchilarning kvantlashish yo'nalishida harakati cheklangan bo'ladi. Bunday «kvantlashish»ning mavjudligi, aniq bir hollarda, qaralayotgan kvantlashgan sistemalarning fizikaviy xossalariga o'z ta'sirini ko'rsatadi. Natijada, monokristall yarimo'tkazgichlardan farqli o'laroq, strukturaning qator unikal xossalari namoyon bo'ladi.

Quyida keltirilgan adabiyotlar yordamchi adabiyotlar tarzida berilgan bo'lib, ulardan aniq bir tanlangan mavzuni yanada chuqurroq o'rganish talab etilgan hollarda foydalanishni tavsiya etamiz.

1-bobda asosiy yarimo'tkazgichli kvantlashgan strukturalar nazariy tahlil qilingan bo'lib, ikki o'lchamli elektronli gazli strukturalar-epitaksial pardalar, MDYaO'-strukturalar, geterostukturalar, bir o'lchamli gazli strukturalar-kvantlashgan iplar yoki simlar, nol o'lchamli gazli strukturalar-kvantlashgan nuqtalar, o'ta kichik o'lchamli kristallitlarning srukturaviy xossalari bayon etilgan.

2-bobda nanostrukturalar: izolirlangan kvantlashgan o'ralar, iplar, nuqtalarda qattiq jismlarning zonaviy nazariyasiga ko'ra, tashqi maydondagi tok tashuvchilar energiyaviy spektri va to'lqin funksiyasi statsionar Shredenger tenglamasi yordamida hal qilingan.

3-bobda nanostrukturalarning holatlar zichligi va tok tashuvchilar konsentratsiyasi, 4-bobda ularning ayrim optik, 5-bobda kinetik hodisalar haqida ma'lumotlar berilgan, 6-bobda nanostrukturalada kechadigan rezonansli tunnellanish hodisasining nazariyasi berilgan. 7-bobda murakkab zonali kristallarda o'lchamli kvantlashish hodisasi tok tashuvchilar energetik spektrining noparabolikligiga e'tibor qaratib nazariy tahlil etilgan/

Ushbu adabiyotning yaratilishiga birinchi sabab Nanofizika fanining fizika va unga o'xshash turkum yo'nalish bakalavrlari va magistrleri uchun talaba tanlovi fani sifatida Davlat ta'lim standartida qayd qilinganligi bo'lsa, ikkinchidan talabalar uchun tushunarli hamda o'zlarining ilmiy tadqiqotlariga mos hisoblashlarni olib borish umkonini beruvchi o'zbek tilida nashr etilgan adabiyotlarning juda kam ekanligidadir.

Shuni ta'kidlash o'rinliki, o'lchamli kvantlashgan strukturalardagi manfiy differensial o'tkazuvchanlik, omik o'tkazuvchanlikning o'ziga xosligi (masalan, diskret qiymatli bo'lishi), Xoll samarasi, ko'p qatlamli nanostrukturalarda rezonansli tunellanish hodisasi va boshqa qator o'lchamga nisbatan kvantlashishga bog'liq fizikaviy hodisalarning nazariy yoki tajribaviy tahlillari hozircha o'zbek tilida qayd qilinmagan. Shu sababli ushbu adabiyot E.L.Ivchenko va R.Ya.Rasulovlarning "Nanofizikaga kirish" adabiyotini mazmunan to'ldiradi va keyingi yillarda chop etilgan ilmiy adabiyotlardan olingan ma'lumotlar bilan boyitadi.

## 1-bob. ASOSIY YARIMO'TKAZGICHLI KVANTLASHGAN STRUKTURALAR

Asosiy kvantlashgan strukturalarga ikki o'lchamli elektronli gazli strukturalarga epitaksial pardalar, MDYaO'-strukturalar, geterostukturalar va hk., bir o'lchamli gazli strukturalarga esa kvantlashgan iplar yoki simlar, nol o'lchamli gazli strukturalarga kvantlashgan nuqtalar, o'ta kichik o'lchamli kristallitlar kiradi.

### 1.1-§. Kvantlashish effektlarini kuzatish shartlari

Kvantlashgan o'lchamli strukturalarda o'lchamli kvantlashishning sodir bo'lishi uchun bir necha shartlarning bajarilishi talab etiladi: birinchidan kvantlashgan ikki qo'shni  $E_n$  diskret energiyaviy sathlar orasidagi masofa tok tashuvchilar issiqlikli energiyasidan miqdoran katta bo'lishi kerak. Shuni ta'kidlash joizki, aynimagan elektronli gaz uchun tok tashuvchilarning issiqlikli energiyasi miqdoran  $kT$  tartibida, aynigan gaz uchun esa  $\zeta$  Fermi energiyasi bilan tavsiflanadi. Shu sababdan, kvantlashgan hodisasining kuzatilish sharti:

$$E_{n+1} - E_n \propto kT, \zeta \quad (1.1)$$

Ikkinchidan, energiyaviy sathlarning tok tashuvchilar sochilishi hisobiga miqdoran o'zgarishi (kengayishi) sathlar orasidagi masofadan katta bo'lmasligi kerak. Natijada energiyaning noaniqlik munosabatlaridan

$$E_{n+1} - E_n \propto \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar e}{m^* \mu} \quad (1.2)$$

bu yerda  $\tau$ -tok tashuvchilar impulsining relaksatsiya vaqti va u miqdoran tok tashuvchilar erkin yugurish vaqti tartibida bo'ladi,  $m^*$ -effektiv massasi,  $\mu$ -harakatlanuvchanligi. Agar  $\Delta E \propto \frac{\hbar^2}{m^* a^2}$  (quyida keltirilgan munosabatlarga q.),

$\tau = \frac{l}{v} \propto l \frac{am^*}{\hbar}$  (bu yerda  $l$ -erkin yugurish yo'li,  $v$ -tezlik) u holda (1.2) shart quyidagi ko'rinishni oladi

$$a \ll l, \quad (1.2')$$

ya'ni mikrozarralarning harakatlanish soha o'lchamlari erkin yugurish yo'lidan kichik bo'lishi kerak.

Yuqorida qayd qilingan munosabatlar e'tiborga olinsa, u holda  $\Delta E = E_{n+1} - E_n$  miqdor katta qiymatli, strukturaning zaruriy  $a$  o'lchamlarining kichik miqdorli va temperaturaning yetarlicha past, tok tashuvchilar harakatlanuvchanligining katta miqdorli bo'lishi talab etiladi. Bu shartning bajarilishiga kuchsiz sochilishda va tok tashuvchilarning yetarlicha kichik miqdorli konsentratsiyasida (bu holda past temperaturalar sohasida aynigan gaz Fermi energiyasi miqdoran yetarlicha kichik) bo'lganida erishiladi.

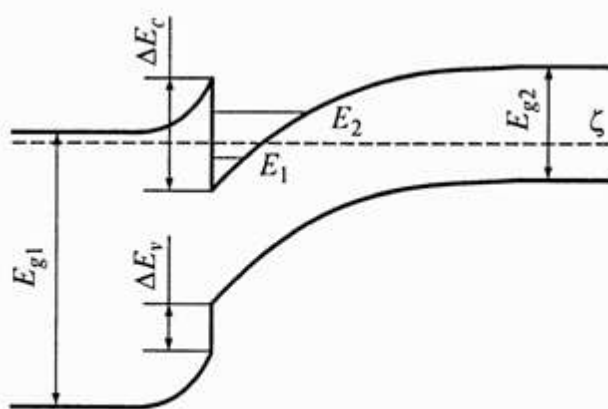


## 1.2-§. Ikki o'lchamli elektron gazli strukturalar

Tok tashuvchilar harakati biror yo'nalish bo'yicha cheklangan hamda energiyaviy spektri o'sha yo'nalishda diskret bo'lgan yarimo'tkazgichli strukturalar ikki o'lchamli elektron gazli hisoblanadi. Bunday strukturalarda tok tashuvchilar bir o'lchamli potensial o'ralarda bo'ladi: ularda tok tashuvchilar ikki o'lchamli harakati erkin, bu ikki yo'nalishga tik yo'nalishda chegaralangandir. Kelgusida bir o'lchamli potensial o'raga ega bo'lgan past o'lchamli strukturalar kvantlashgan o'ra (KO') deb yuritiladi.

### 1.2.1-§. Yarimo'tkazgichli va polumetalli pardalar

Ikki o'lchamli elektron gazli tizimning eng odmi misoli yupqa yarimo'tkazgichli va polumetalli pardalardir. Bunday strukturalarda bir o'lchamli to'g'ri burchakli potensial o'ra parda va vakuum oraligida (elektronlar uchun ham, kavaklar uchun ham) potensialning sakrab o'zgarishi bilan bog'liq holda sodir bo'ladi. Kvantlashish sathi energiyasi pardaning qalinligiga bog'liq aniqlanadi, ulardagi tok tashuvchilarning



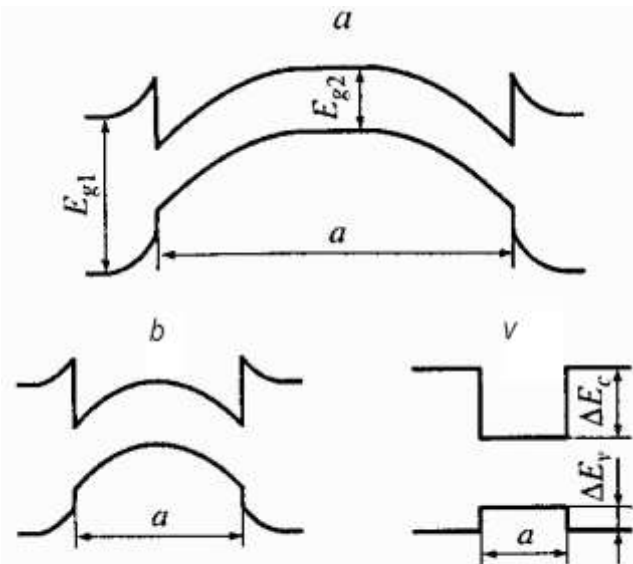
1.2-rasm. Yakkalangan geteroo'tikning zonaviy strukturasi.

esa yarimo'tkazgichning legirlanish darajasi bilan aniqlandi. Tarixan kvantlashgan effektlar dastlab *Bi* polumetall pardalardagi tok tashuvchilar harakatlanuvchanligini tadqiq qilinishida kuzatilgan [2]. Tok tashuvchilarining harakatlanuvchanligi yuqori va sirti sifatli bo'lgan yetarli qalinlikdagi pardalar vakuumda bug'latish metodi bilan olinadi. Biroq kvantlashish effektiga nisbatan bunday pardalarning kamchiliklari ularning sirtida, tok tashuvchilar uchun sochuvchi markaz hisoblanuvchi sirt holatlarining miqdoran ko'pligidadir, Bunday pardalarda tok tashuvchilar erkin yugurish yo'li miqdoran parda qalinligiga teng bo'lishi mumkin va u (1.2') shartni qanoatlantirmaydi.

### 1.2.2-§. Metall-dielektrik-yarimo'tkazgich strukturalar

Metall qatlamidagi musbat potensial p-tip yarimo'tkazgich qatlamiga tushayotgan potensialga nisbatan miqdoran katta bo'lgan MDYaO' (metall-dielektrik-yarimo'tkazgich) uch qatlamli strukturalarning yarimo'tkazgich va dielektrik chegarasidagi inversion qatlamda elektronlar uchun bir o'lchamli

potensial o'ra hosil bo'ladi (1.1-rasm). Yupqa pardalarda potensial o'ra parametrlari uchburchakli potensial o'raga o'xshash bo'ladi, shuningdek elektronlarning konsentratsiyasi qatlamda tushayotgan kuchlanishga bog'liq bo'ladi. Demak, kvantlashgan sathlarning energiyaviy spektrini hamda ikki o'lchamli tok tashuvchilarning bunday strukturalardagi holatlar zichligini kuchlanishga bog'liq tarzda o'zgartirish mumkin bo'ladi. MDYaO'-strukturalardagi kvantlashgan



1.3-rasm. Har xil o'lcamli tor zonali qatlamga ega bo'lgan ikkilangan geteroo'tikning zonaviy tuzilishi.

o'ralarning yupqa pardalardan farq qiluvchi yana o'ziga xos xususiyatlardan biri, ularda faqat yarimo'tkazgichga tegishli elektronlar bo'ladi, kavaklar esa erkin harakatlanishi mumkin va ularning energiyaviy spektri uzluksizligicha qoladi [3].

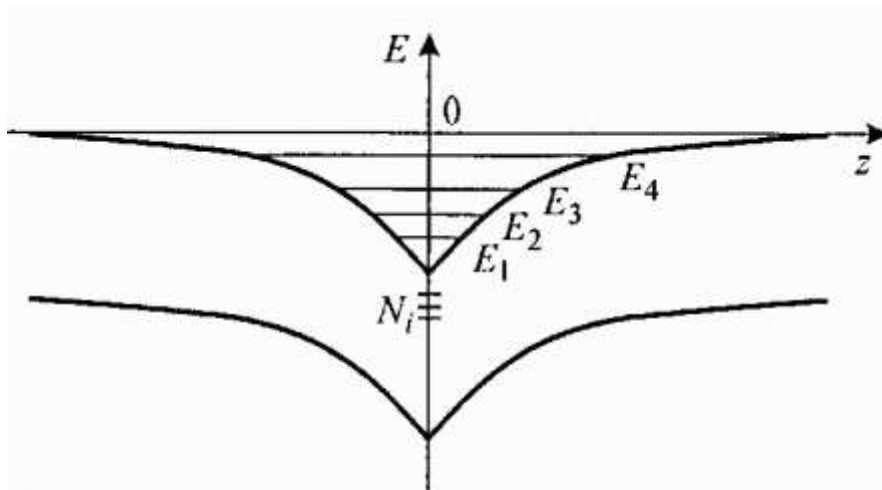
MDYaO'-strukturalarning asosiy material kremniydir, uning oksidlanishi hisobiga bir jinsli yuqori sifatli SiO<sub>2</sub> dielektrik qatlami hosil bo'ladi va uning qalinligini nazorat qilib borish murakkab emas.

### 1.2.3-§. Geterostrukturalar

Kvantlashish effektiari geterostrukturalarda, ya'ni ta'qiqlangan zona kengligi miqdoran har xil bo'lgan yarimo'tkazgichlarning molekulyar-nurli epitaksiya metodiga ko'ra, olingan kontakti sohasida yaxshi namoyon bo'ladi [4]. Shunday kontaktda eneriyaviy zonalarning chetlari miqdoran sakrab o'zgaradi va bunday holda potensial to'siq, tok tashuvchilar uchun kvantlashgan o'ra hosil bo'ladi. 1.2-rasmda *n* va *p* tip yarimo'tkazgichlar oraliq chegarasida hosil bo'ladigan yakkalangan geteroo'tishning MDYaO'-struktura diagrammasiga o'xshash) zonaviy diagrammasi tasvirlangan [1]. Tor zonali yarimo'tkazgichlarning kontakti inversion qatlami ham elektronlar potensial o'ra rolini o'ynaydi va unda kvantlashgan sathlar hosil bo'ladi.

Geteroo'tishlarning gomoo'tishlarga nisbatan o'ziga xos xususiyatlaridan biri geterochegaralarning fizikaviy nuqtai nazardan sifatli bo'lishidir. Getetroo'tishlarda elementar panjaralar doimiyliklari miqdoran bir-biriga juda yaqin qiymatli yarimo'tkazgichlar tanlanadi. Bunga tor zonali GaAs va keng zonali Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As qattiq aralashma geterojuftligi misol bo'ladi. Bunday yarimo'tkazgichli geterostrukturalarda elektronlarning harakatlanuvchanliklariga nisbatan rekord: 10<sup>7</sup> sm<sup>2</sup>/(V·s)dan katta qiymat olingan, eng sifatli Si-MDYaO'-strukturalar uchun esa

$\mu \approx 5 \cdot 10^4 \text{ sm}^2 / (\text{V} \cdot \text{s})$  [1]. Harakatlanuvchanlikning katta qiymatliligidan (1.2) shart geterostrukturalarda yuqori aniqlik bilan bajariladi va past o'lchamli effektlarni



1.4-rasm. Delta qatlamli strukturaning zonaviy ko'rinishi.

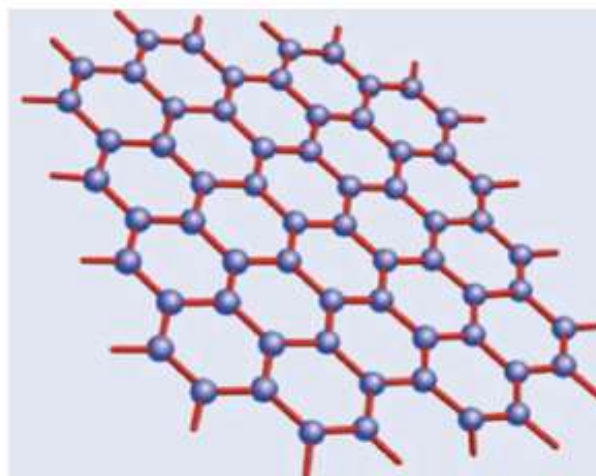
sidagi elektrostatik maydonning mavjudligida hosil bo'ladi. Yakkalangan geteroo'tishlar asosida ikkilangan  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  geterostruktura olish mumkin. Bunda tor zonali qatlami qalinligi  $a$  miqdoran elektrostatik potensialning ekranlashish masofasidan anchayin kichik bo'ladi. Bu holda yupqa pardalarga o'xshash geterostruktura hosil bo'ladi (1.3-rasm.).

#### 1.2.4-§. Delta-qatlamlar

Delta-qatlm qalinligi bir necha panjara doimiysiga teng bo'lgan legirlangan tor qatlamli hajmiy yarimo'tkazgich bo'ladi [5]. Kirishmalarning ionizatsiyasi qaralayotgan qatlamda hosil bo'lgan tok tashuvchilar uchun kvantlashgan o'rani hosil qiluvchi elektrostatik maydon hosil boladi (1,4-rasrn.).

Delta-qatlamning o'ziga xos xususiyati tok tashuvchilarning yuqorida qayd qilingan strukturalarga ko'ra) katta miqdorli ikki o'lchamli konsentratsiyasini olish imkoni mavjudligidir. Biroq tok tashuvchilarning qatlam sohasidagi ionlashgan kirishmalarda sochilishining sezilarli bo'lishi hisobiga ularning harakatlanuvchanligi miqdoran kichik bo'ladi.

#### 1.2.5-§. Grafen

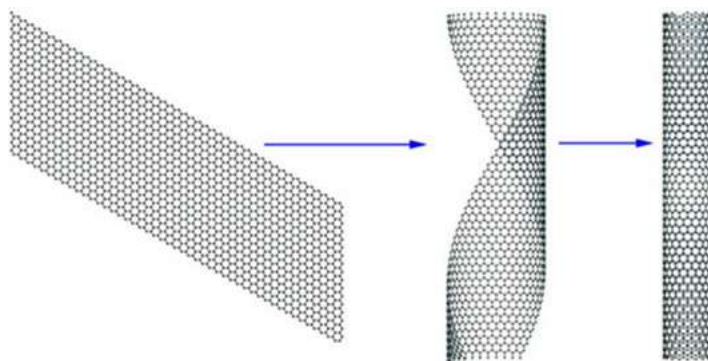


1.5-rasm. Grafenning ikki o'lchamli kristall panjarasi.

kuzatish imkonini beradi.

1.2-rasmda tasvirlangan geterostrukturada elektronlar uchun . Potensial o'ra bir tomondan o'tkazuvchanlik zonasining qirqilishi (sakrab o'zgarishi) tufayli hosil bo'lsa, ikkinchi tomondan otish soha-

Bir atom qalinligida uglerod pardasi grafen deb nomlanadi (1.5--rasm) va uglerod atomlaridan tashkil topgan yassi parda bo'lib, eng yaqin qo'shnilar to'g'ri chiziq bilan tutashtirilsa, u holda muntazam oltiyoqni hosil qiladi (bunday qatlamlarning to'plami grafitni hosil qilgan bo'lar edi) [6]. Grafen o'ta mustahkam strukturadir [7]. Grafenning xarakterlitarafi issiqlik o'tkazuvchanligi va ulardagi tok tashuvchilar harakatlanuvchanligining o'ta katta ekanidadir [8].

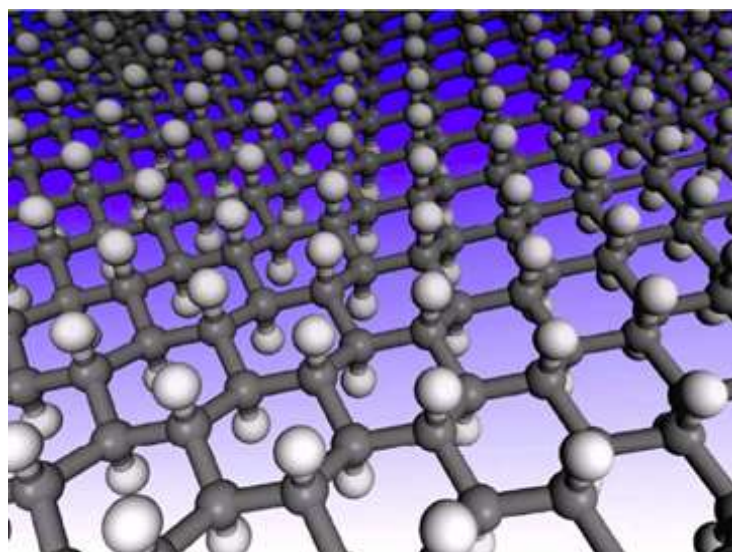


1.6-rasm. Grafenning molekulyar qatlamidan nanotrubka hosil qilishning tasavvuriy modeli [9]

Grafenni yaratuvchilar yangi material sifatida kelajagi porloq material sifatida qarashmoqda, xususan, ulardan superkompyuterlar yaratish imkoni bor, chunki mantiqiy sxemalarning o'lchamlarini million marta kichiklashtirish imkoni tug'iladi.

Trubka shakliga keltirilgan grafen bunday g'ayritabiatli jismning modifikatsiyalardan biri va nanotruba deb yuritiladi (1.6-rasm.)

Nanotruba-diametri bir necha o'nlab nanometr, uzunligi esa bir necha santimetr bo'lgan chizilgan va faqat uglerod atomlaridan tashkil topgan silindrik strukturadir, Grafen yupqa qatlamini nanotruba shakliga keltirish nanotruba o'qi va grafenning simmetriya o'qi orasidagi (eshilish burchagi) bilan tavsiflanadi. Albatta, hech kim grafit yupqa qatlamini nanotrubani eshib hosil qilmaydi. Nanotrubalar o'zlari, texnologiyaviy holatga ko'ra, hosil bo'ladi, masalan, yoyli razryad hosil bo'layotgan



1.7-rasm. Grafan.

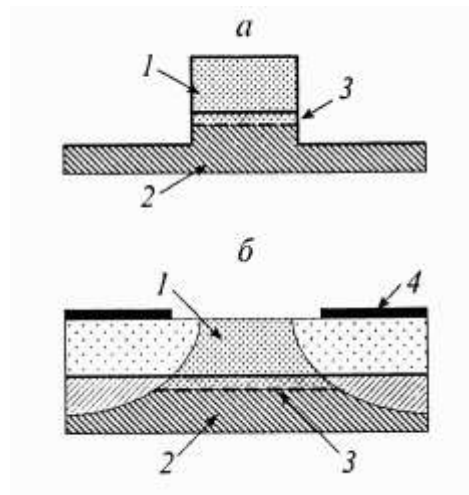
ko'mirli elektrodlar orasida hosil bo'ladi. Razryadda uglerod atomlari sirdan bug'lanadi va bir-birlari bilan birikib har xil ko'rinishdagi, masalan, bir va ko'p qatlamli hamda egilish burchaklari har xil bo'lgan nanotrubalarni hosil qiladi. Egilish burchagining miqdoriga qarab nanotrubalar metallar kabi yuqori o'tkazuvchanlikli, ayrim xossalari esa yarimo'tkazgichlarning xossalari kabi bolishi mumkin [10].

Agar grafen gazsimon xidrogenga kiritilsa va gaz orqali elektr tok o'tkazilsa, u holda xidrogen molekulari atomlarga ajraladi va asil namunaning atomlari bilan birikishib yangi jism-grafanni hosil qiladi. Xidrogen atomlari uglerod atomlariga tortilib navbatma-navbat: biri "yupqa qatlam" ustidan, keyingisi ostidan joylashib biroz deformatsiyalangan yassi strukturani hosil qiladi (1.7-rasm). Elektr tokini o'tkazuvchi hisoblangan grafendan farqli o'laroq, hosil bo'lgan struktura-grafan dielektrik tabiatli bo'ladi. Tadqiqotchilarning fikrlariga ko'ra, yangi materialning bunday xossasidan o'ta miniyaturali tranzistorlarni ishlab chiqarishda foydalanish imkoni yaratiladi, ya'ni grafenli elektronikaning yaratilishiga asos bo'ladi. Xidrogen atomlarining grafenga kiritilishi grafan regionlarini olish imkoniyatini yaratadi. Xususan, dielektrikning bunga o'xshash regionlari, masalan, asil materialda olingan qatlami o'tkazuvchan tasmlarga ajratish imkonini beradi. Bundan tashqari yangi material xidrogenli energiyaviyada ham qo'llanilishi mumkin. Xususan, tadqiqotchilarning xalqaro guruhi grafanni isitish atomar xidrogenni ajratib olish mumkinligini ko'rsatdi. Eslatish joizki, xidrogenli energiyaning asosiy muammolaridan biri xidrogenni saqlashning samaraviy metodlarini yaratishdir. Yana bir perspektiv yo'nalishlardan biri Issiqlik"ni bog'langan holatda, namunani grafan ko'rinishida saqlovchi materiallar yaratishdir [11].

### **1.3-§. Kvantlashgan iplar**

Tok tashuvchilari bittagina yo'nalishda erkin bo'lgan, qolgan ikki yo'nalishdagi harakatlari cheklangan strukturalar kvantlashgan ip (KI) yoki sim hisoblanadi. Shunday qilib, oxirgi tur strukturalarning tok tashuvchilar energiyaviy spektrida bittagina had-ip yo'nalishdagi energiyasi uzluksiz, qolgan qo'shiluvchilari esa mos yo'nalishdagi strukturaning o'lchamiga bog'liq holda diskret qiymatlarni qabul qiladi, chunki ikki yo'nalishda kvantlashish sodir bo'ladi. Bunday strukturalarning tok tashuvchilari biro'lchamli elektronli gaz hisoblanadi. Kvantlashgan iplarni hosil qilishda asosan yakkalangan geterostrukturalardan foydalaniladi. Litografik protseduralar yordamida ikki o'lchamli tok tashuvchilar harakatini qolgan yo'nalishda ham cheklash mumkin. Bu holga ikki o'lchamli gazda tor tasma «qirqib olish» (1.8 a-rasm) yoki strukturaning sirtiga yarimo'tkazgich bilan Shottki kontaktini hosil qiluvchi va tor tirqishga ega bo'lgan metall dan yasalgan qatlam surkab erishish mumkin (1.8 b-rasm). Oxirgi holda kontaktdagi maydon ikki o'lchamli tok tashuvchilarni tirqish sohasiga haydab, u sohada bir o'lchamli gazni hosil qiladi. Metall kontaktga tushirilgan kuchlanishni o'zgartirib, ya'ni maydonni o'zgartirib kvantlashgan ip qalinligi va tok tashuvchilar konsentratsiyasini o'zgartirish mumkin bo'ladi.

### **1.4-§. Kvantlashgan nuqtalar**



*1.8-rasm. Submikronli litografiya yordamida kvantlashgan ipli geterostrukturalar: (a) namunaning o‘zidan olingan struktura; (b) Shottki kontaktidan lingan struktura [1]. 1 – AlGaAs; 2 – GaAs; 3 – elektronli gaz; 4 – metalli zatvor.*

Tok tashuvchilarining barcha yo‘nalishlarga nisbatan harakati cheklangan, ya’ni tok tashuvchilari uch o‘lchamli potensial o‘radan iborat bo‘lgan strukturalar kvantlashgan nuqta (KT) yoki uch o‘lchamli cheklangan o‘ra deb nomlanadi. Bunday strukturalardagi tok tashuvchilar gazi nul o‘lchamli tizim hisoblanadi.

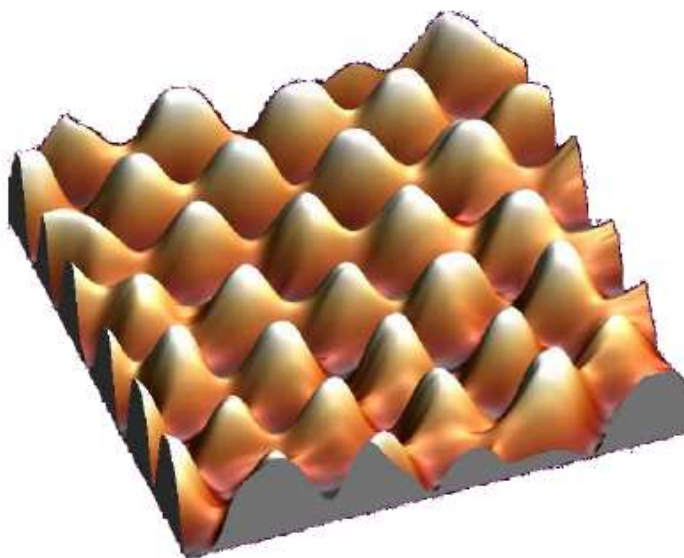
Kvantlashgan nuqtalarni tayyorlash (kvantlashgan iplarni tayyorlash kabi) usullaridan biri submikronli litografiya metodidir. Buning uchun ikki o‘lchamli strukturada texnologiyaviy ishlov berish usulini o‘zgartirish talab etiladi. Bunda iplarning alohidaolingan tasmalariga tegilmaydi, ya’ni alohida qolgan doiralar yoki boshqa tur yassi shakllarga ta’sir etiladi. Yoki, aksincha geterostrukturalarga alohida yassi sohalarni tashkil etgan va kvantlashgan nuqtalarni beruvchi metalli qoplama bilan ishlov beriladi (1.9-rasm). Submikronli litografiyaning kamchiligi yetarli darajada qimmatliligi va kvantlashgan nuqtalar hosil bo‘luvchi chetki sohalar o‘lchamlarining geterostruktura o‘shish yo‘nalishiga nisbatan olingan o‘lchamlariga nisbatan tabiiy cheklanishlarining mavjudligidir.

Kvantlashgan nuqtalarning perspektiv yo‘nalishlaridan o‘zi o‘zidan tashkillanuvchi (hosil bo‘luvchi) effektlar metodi bo‘lib, bu holda aniq bir o‘lchamli nanostrukturalar o‘shishi jarayonida yuzaga keladigan ichki kuchlar hisobiga o‘zi o‘zidan sodir bo‘ladi. Bunday tur metodga shishali matritsa ustida kvantlashgan nuqtalarni o‘ta to‘yingan eritmasidan hosil qilishni misol tariqasida keltirish mumkin. Bunday jarayon kristall strukturasi kristallitlarda yarimo‘tkazgich atomlarining o‘shish markazi tomon yo‘nalgan diffuziyasi bilan tavsiflanadi.

Dastlab kristallitlarning o‘shishi vaqtga nisbatan monoton kechadi va ularning o‘lchamlari har xil bo‘ladi, so‘ngra to‘yinib kamayib boradi va atomlarning

kristallitlar orasida ularning o'lchamlari bir xil bo'lishiga intiltiruvchi qayta taqsimoti ham sodir bo'ladi.

Kristallitlarni o'stirishning ikkinchi usuli kvantlashgan nuqtalar qatlamini



*1.9-rasm. GaAs sirtida o'stirilgan o'z-o'zidan tartiblanuvchan InAs kvantlashgan nuqtalar sistemasi [1].*

hosil qilish imkonini beruvchi yarimo'tkazgichlarning panjara parametrlari orasida nomoslik sezilarli bo'luvchi geteroepitaksiyasidir. Bunday tur strukturalarning o'sishida taglikda o'sayotgan yarimo'tkazgich atomlarning hali alohida qatlam bo'lib, ulgurmagan holda taglikda atomlarning orolchalari sodir bo'ladi. Geterocheharada hosil bo'ladigan elastik kuchlanishva sirt kuchlanishi kuchlari hisobiga sirdagi orolchalarning o'lchamlari unchalik bir-biridan farq qilmagan bo'ladi va ular bir necha nanometr bo'lib, taglik sirtida o'ziga xos davriy panjarani hosil qiladi. Agar orolcha materiali hisoblangan yarimo'tkazgichlarning ta'qiqlangan zonolari kengliklari taglikning ta'qiqlangan zona kengligidan kichik bo'lsa, orolchalar kvantlashgan nuqtalarni tashkil etadi (1.9-rasm).

### **1.5-§. O'tapanjaralar**

Tok tashuvchilarning oraliq fazolari orqali o'tishi sodir bo'ladigan kvantlashgan obyektlar—kvantlashgan o'ralar, iplar, nuqtalar to'plamida tashkil topgan sun'iy struktura o'tapanjaralar (O'P) deb nomlanadi. Kvantlashgan obyektlari davriy almashib keladigan o'tapanjaralar nodavriy va kvazidavriy o'tapanjaralar hisoblanadi. Demak, KO', Kl va KNIlardan tashkil topgan o'tapanjara hosil qilish mumkin. Alohida olingan kvantlashgan obyektlari orasida tok tashuvchilar oqimi sodir bo'ladigan O'P vertikal o'tapanjara deyiladi va izolirlangan KO' va KIIlardagi tok tashuvchilar oqimidan tabiatan farq qiladi va bunday struktura

planar o'tapanjaralar deb yuritiladi. Shunga ko'ra, O'P vertikal oqimli past o'lchamli strukturalar deb yuritiladi. Agar qaralayotgan strukturalarda tok tashuvchilar kvantlashgan obyektlariaro vertikal oqimiga imkoniyat bo'lmasa, u holda ko'plab izolirlangan KO', KI, KNlarning strukturasi deb tushuniladi. Bunday strukturalarning xossalari, odatda, alohida olingan kvantlashgan obyektlarning xossalariiga mos keladi.

Xossalari tabiiy sodir bo'lmaydigan, ya'ni tabiatda uchramaydigan sun'iy davriy strukturalar g'oyasi I.V.Keldish tomonidan 1962-yil berilgan va nazariy asoslangan edi. Bu g'oya xossalari avvaldan tanlangan qat'iy davriy sun'iy strukturalar imkonini beruvchi molekulyar-nurli epitaksiya (MNE) texnologiyasi yaratilgandan so'ng amalga oshirildi. 1970-yil Esaki va Tsu molekulyar-nurli epiaksiya metodi yordamida legirlashning turlarini yoki qattiq eritmaning tarkibini o'zgartirib kristallda o'lchami elektron to'lqin uzunligidan kichik bo'lgan bir o'lchamli davriy potensialni hosil qilish mumkinligini ko'rsatishgan. Bunda tadqiqotchilar e'tiborni kompozitsion o'tapanjara hosil qilishga qaratishgan va bunday strukturalarda o'ziga xos-g'ayritabiiy kinetik xossalarga ega bo'lishini ta'kidlashgan. So'ngra Deler «legirlangan» O'Plarning elektronli xossalarini tekshirib, nipi—kristallarga xos tomonlarini ochib tashlagan. O'sha davrdan boshlab ko'plab ilmiy tadqiqot laboratoriyalarida yangi davriy strukturalar olishga e'tibor berishgan. Bunga harakatga asosiy sabab yuqorida qayd qilingan materiallarda noordinar fizik xossalarning sodir bo'lishi va ularning qattiq jismlar va optoelektronika sohasida keng qo'lanilishi mumkinligi, effektivligi katta bo'lgan funksional yangi qurilmalarning yaratish imkoniyatining mavjudligi sabab bo'lgan. Bugungi kunda eng ko'p tadqiq qilingan davriy o'tapanjaralar kvantlashgan potensial o'ralardir [13]. Ularga yarimo'tkazgichli kompozitsion va legirlangan hamda yarim metall-yarimo'tkazgich strukturasi va MDYaO' strukturaga asoslangan o'tapanjaralar kiradi [14]. Barcha o'tapanjaralar ikki-kontrovariant va kovariant guruhlarga tabaqalashtirilgan. Kontrovariant yoki birinchi tur o'tapanjaralarda, kovariant o'tapanjaralardan farqli o'laroq, elektronlarning va kovaklarning kvantlashgan potensial o'ralari tabiatan bir xil bo'ladi, ya'ni ular impulslar fazosida biri ikkinchisidan ajratilmagan. Shu sababli ulardan tok tashuvchilarning vertikal zonalararo o'tishlari mavjud bo'lganligi sababli kvantlashgan potensial o'ralardan tashkil topgan o'tapanjaralar ikki va uch o'lchamli elektronli sistemalarning oraliq sohasida bo'ladi.

### **1.5.1-§ Yarimo'tkazgichli kompozitsion o'tapanjaralar**

Kompozitsion o'tapanjaralar qatlamlari har xil yarimo'tkazgichlardan, ya'ni geterostruktura asosida o'stirilgan davriy takrorlanuvchi strukturalardir. Ular

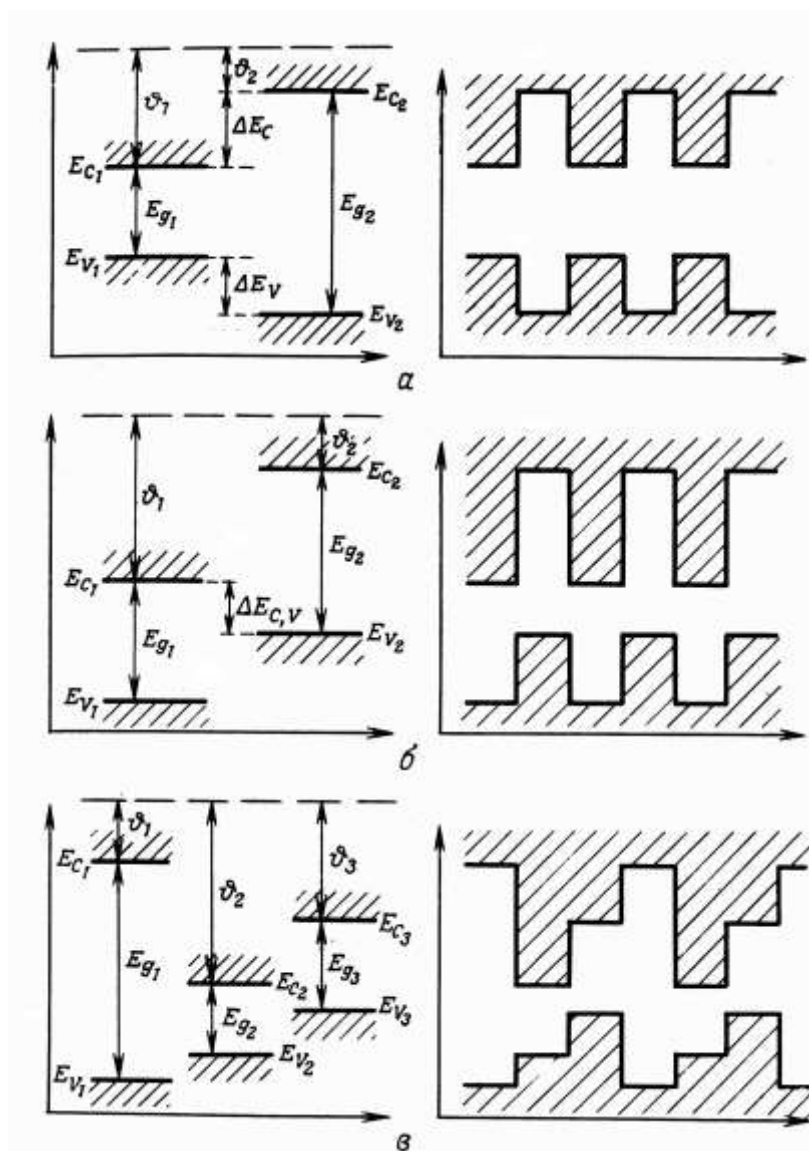


turkumiga kuchlanishli (deformatsiyalangan) qatlamli va politip o'tapanjaralar kiradi (1.10-rasm).

Ikki qo'shni yarimo'tkazgichli qatlamlarining kristall panjaralari doimiyliklari miqdoran bir-biriga juda yaqin bo'lgan davriy strukturalar izodavriy kompozitsion o'tapanjara deyiladi. Bunday strukturalarning geterochegarasi nuqsonlarsiz bo'ladi va bu hol kvantlashgan effektlarni yorqin kuzatish imkoniyatini yaratadi. Bugungi kunda eng ko'p tadqiq qilingan o'tapanjaralardan eritma parametri  $x < 0.35$  bo'lgan GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As qattiq eritmadan hosil qilingan kontrovart o'tapanjaralardir. Bunday strukturaning zonaviy diagrammasi 1.10 a-rasmda tasvirlangan. Bitta tor zonali yarimo'tkazgich GaAs qatlamida elektron va kavaklar uchun kvantlashgan potensial o'ralarning mavjudligi o'tkazuvchanlik va valent zonalarning geterochegarada sakrab o'zgarishi miqdoran har xil ishorali bo'lishidadir.

Ikkinchi tur izodavriy o'tapanjaralarga (1.10 b-rasm) In<sub>1-x</sub>Ga<sub>x</sub>As/GaSb<sub>1-y</sub>As<sub>y</sub> ( $u = 0.082 + 0.918x$ ) qattiq eritma asosida olingan davriy strukturani misol qilib keltirish mumkin. Bunday strukturalarning ikki imkonli zonaviy diagrammasi 1.11 rasmda tasvirlangan bo'lib, bunda ta'qiqlangan zonalari o'zaro kesishishi (a) va o'zaro kesishmasligiga (b) e'tibor qaratilgan. Har ikkala holda ham elektronlarning kvantlashgan o'rasi bir qatlamda bo'lsa, kavaklar uchun kvantlashgan o'ra esa boshqa qatlamda bo'lib, o'tkazuvchanlik va valent zonalarning geterochegarada sakrab o'zgarishi miqdoran bir xil ishorali bo'ladi.

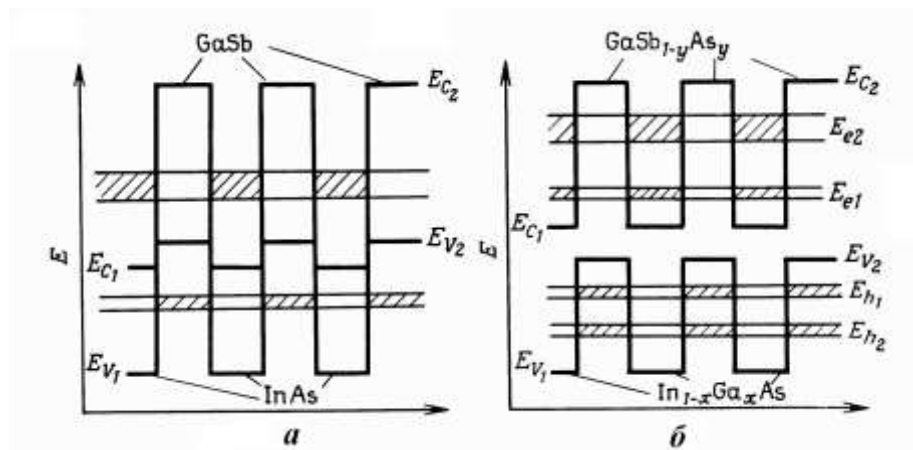
Kuchlanishli qatlamli izodavriy o'tapanjarada yarimo'tkazgich qatlamlarning kristali panjaralar doimiyliklari farq qiladi. Natijada davriylikka nisbatan moslik bo'lmaganligi bois geterochegarada hosil bo'lgan qo'shimcha nuqsonlar qatlamning qalinligini kichraytira borib, ichki elastik kuchlanishlar hisobiga kristall panjaralarning moslashish sodir bo'ladi. Bunday tur o'tapanjara GaAs/In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As<sub>x</sub>GaAs/GaAs<sub>x</sub>P<sub>1-x</sub>, GaP/GaAs<sub>x</sub>P<sub>1-x</sub>ZnS/ZnSe, GaSb/AlSb geterostrukturalar asosida hosil qilingan [14]. Politip kompozitsion o'tapanjaralarda bir davrda kamida ikki har xil qatlamdan iborat bo'ladi (1.10-rasm). Eng ko'p tadqiq qilingan bunday o'tapanjara turkumiga bir davr kamida uchta har xil jismdan iborat bo'lgan va asosmateriali-A-AlSb (6.136 Å), B-GaSb (6.095 Å), C-InAs (6.058 Å) bo'lgan strukturalardir. A, B, C harflar qatlamlarni ifodalaydi. Qavslarda yarimo'tkazgichlar kristall panjaralari qayd qilingan, 1.13 a rasmda bu yarimo'tkazgichlar zonalarning chetlari vakuum sathga nisbatan tasvirlangan. Qaralgan politip o'tapanjara BAC, ABCA, ACBCSA va hk. elementlarning davriy takrorlanishi bilan hosil qilinadi. 1.13 b rasmda AVS va AVAS davrli politip o'tapanjaralarning energiyaviy diagrammasi tasvirlangan [14]. Rasmdagi G, I, X harflar Brilliyen zonasi nuqtalariga tegishli.



1.10-rasm. Kontaklashmagan alohida jismda (chapda) va har xil tur kompozitsion o'ta panjaralard (o'ngda) vakuum sathiga nisbatan o'tkazuvchanlik va valent zonalar chetlarining joylashuvi (shtrixli chiziq): a–I tip (kontrovariant) o'ta panjara; b– II tip (kovariant) o'ta panjara; v–politip o'ta panjara. Absissa o'qi bo'ylab fazoviy koordinata, ordinata o'qi bo'yicha – energiya joylashtirilgan [14].

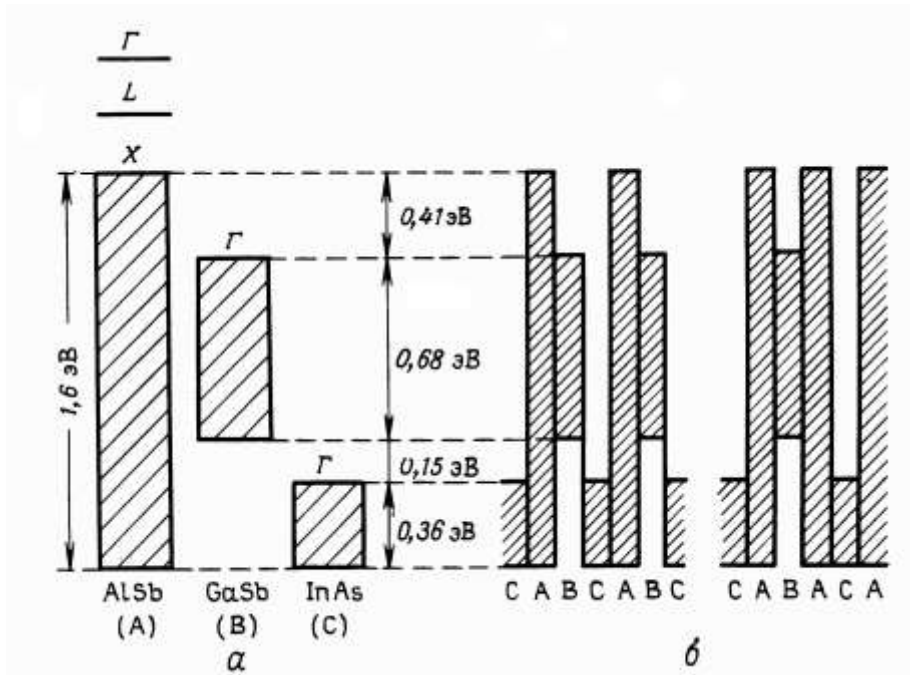
### 1.5.2-§. Yarimmetall-yarimo'tkazgich tip o'tapanjara

Infraqizil nur fotodetektorlari kabi ishlatiladigan va eng ko'p tadbiiq qilingan o'tapanjara  $Cd_xHg_{1-x}Te$  ( $0 < x < 0.16$ ) potumetal! va CdTe yarimo'tkazgichlardan hosil qilinadi. 1.13 rasmda bu qatlamlar oralig'idagi geteroo'tishning energiyaviy diagrammasi tasvirlangan. Bu diagrammaga ko'ra, zonalar chetlarining sakrab



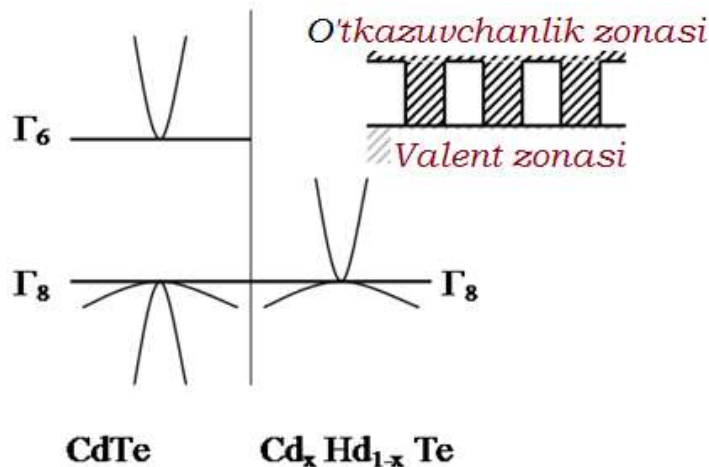
1.11-rasm. Ta'qiqlangan zonalari o'zaro kesishgan (a) va kesishmagan (b)  $In_{1-x}Ga_xAs / GaSb_{1-y}As_y$  asosida olingan ikkinchi tip o'ta panjara zonaviy diagrammsi [14].

o'zgarishi (va uning kengligi CdTe (1.49 eV) yarimo'tkazgich ta'qiqlangan zonasi kengligiga teng bo'ladi) faqat o'tkazuvchanlik zonasigagina tegishli bo'lganligi bois kvantlashgan o'ra faqat elektronlar uchun mavjud bo'ladi. Ta'kidlash joizki, o'tkazuvchanlik zonasi tubining sakrab o'zgarishi to'lqin funksiyalar simmetriyasining o'zgarishiga olib kelsa, u holda spin e'tiborga olinsa, u holda CdTe



1.12-rasm. A–AlSb, V–GaSb, S–InAs (a) yarim o'tkazgichlar zonalari chetlarining energiyasi va ikki tip politipli o'ta panjara (b) energiyaviy diagrammasi. Shtrixlangan soha ta'qiqlangan zonalarga tegishli.

yarimo'tkazgichidagi ikki karrali aynigan holatlar  $Cd_xHg_{1-x}Te$  yarimo'tkazgichdagi to'rt karrali aynigan holatlarga olib keladi.



1.13-rasm.  $Cd_xHg_{1-x}Te / CdTe$  ( $0 < x < 0.16$ ) geteroo'tishning energetik diagrammasi.

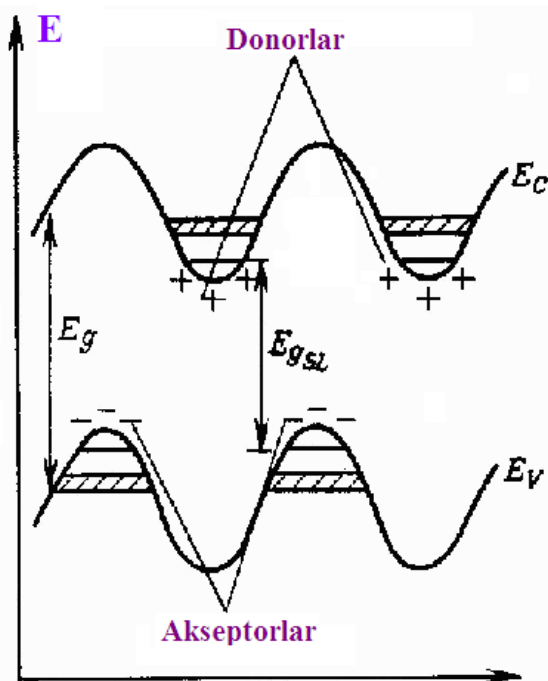
### 1.5.3-§. Kremniy asosida o'stirilgan o'tapanjara va MDYaO'-struktura

Agar hozirgi zamon mikroelektronikasining asosiy elementi Si bo'lganligi bois bu yarimo'tkazgich asosida o'tapanjara hosil qilish uchun alohida texnologiyaviy muhit yaratiladi Ayni paytda Si/Si<sub>1-x</sub>Ge<sub>x</sub> va gidrogenezirlangan amorfli kremniy (a-Si:H) va gidrogenezirlangan amorfli gemianiy (a-Ge:H), yoki kremniy ipridi (a-Si<sub>1-x</sub>N<sub>x</sub>:H), yoki kremniy karbidi (a-Si<sub>1-x</sub>C<sub>x</sub>:H) asosidagi monokristalli o'tapanjaralar ishlab chiqarilgan. Bunday o'tapanjaralar geterochegarasi nuqsonsiz va amalda silliq sirtli bo'lsa-da, izodavriy hisoblanmaydi [14].

Kremniy asosli o'tapanjaralarni MOYao'-strukturalar (metall-oksid kremniya-kremniy) strukturalar yordamida hosil qilishi mumkin va u MDYaO'-struktur (metall-dielektrik-yarimo'tkazgich) strukturaning xususiy holidir. MDYaO'-struktura asosidagi o'tapanjara dielektrik sirtiga o'rnatilgan yupqa parallel metall iplarga setkali elektrodlar o'rnatish bilan hosil qilinadi [14]. Elektrodga yarimo'tkazgichning ta'qiqlangan zona kengligi miqdorida  $V_z$  kuchlanish berilsa, u holda inversion qatlamlarda elektronlar uchun bir o'lchamli davriy potensial hosil bo'ladi.

### 1.5.4-§. Legirlangan o'tapanjaralar

Qatlamlari donor va akseptorlar bilan legirlangan bir xil yarimo'tkazgichdan hosil qilgan va bunday qatlamlari davriy va navbatma navbat takrorlanuvchi kvantlashgan potensial o'ralardan tashkil topgan davriy legirlangan o'tapanjara deb yuritiladi, Bunday strukturalarda elektronlar n-tip qatlam donoridan keyin p—tip qatlam akseptoriga o'tadi. Yetarlicha yupqa sohada zaryadlarning fazoviy taqsimlanishi davriy takrorlanuvchi parabolik potensial o'ralar to'plamini hosil qiladi. Bu



1.14-rasm. Legirlangan o'tapanjaraning energiyaviy diagrammasi.

o'ralar elektronlar uchun n—tip qatlamda, kavaklar uchun esa p—tip qatlamda joylashadi (1.14 rasm). Shunday qilib legirlangan O'P kovariant yoki ikkinchi tip o'tapanjara hisoblanadi (1.10b rasm). Ayrim o'tapanjaralarda n va p—tip qatlamlar xususiy o'tkazuvchanlikli qatlamlar bilan ham ajratiladi. Bunday strukturalar nipi-o'tapanjaralar deb ataladi [4].

Legirlangan o'tapanjaralarni hosil qilish uchun, amalda, n va p—tip kirishmalar bilan legirlanishi mumkin bo'lgan ixtiyoriy yarimo'tkazgichdan foydalanish mumkin.

Asosan molekulyar nurli epitaksiya usulida olingan GaAs yarimo'tkazgich ishiatiladi. Dastlabki legirlangan o'tapanjara 1981 y. donor

uchun Si atomlari va akseptor uchun Be bilan legirlangan GaAs 5 nm dan 300 nm.gachabo'lgan davrli yupqa qatlamlardan hosil qilingan.

Legirlangan O'Plarning kompozitsion o'tapanjaralarga nisbatan o'ziga xosligi legirlovchi kirishmalar konsentratsiyasining kam miqdorligidadir ( $10^{17}$ - $10^{18}$  sm<sup>3</sup>), chunki bunday holda asil material ichki maydonining sezilarli o'zgarishi sodir bo'lmaydi. Demak, legirlangan O'P kompozitsion O'Plarga xos bo'lgan (tarkibining o'zgarishi yoki geteroo'tikni hosil qiladi namunalar elementar panjara doimiylklarining miqdoran farq qilishi hisobiga yuzaga keluvchi ichki deformatsiya hisobiga sodir bo'luvchi) geterochegara bo'lmaydi. Bundan tashqari legirlash darajasini tanlash hisobiga O'Plarda effektiv ta'qiqlangan zona kengligini kerakli miqdorda tanlash, masalan taglik material ta'qiqlangan zona kengligiga qadar o'zgartirish imkoni mavjud [14].

### 1.5.5-§. Kompozitsion legirlangan o'tapanjaralar

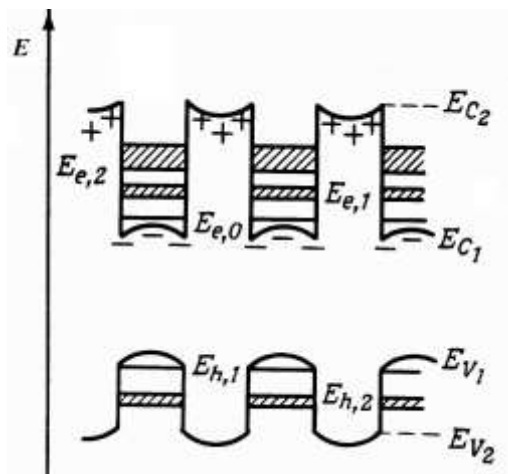
Kompozitsion O'Plardagi yarimo'tkazgichlarning biri yoki ikkalasi (bu holda qatlamlarning o'tkazuvchanlik tiplari har xil bo'lishi kerak) legirlangan bo'lsa, u holda bunday struktura kompozitsion-legirlangan o'tapanjara deb yuritiladi. Keng zonali n—tip qatlamli legirlangan GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As tur kompozitsion kontrovariantli O'P bugungi kunda katta amaliy ahamiyat kasb etadi. Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As qatlamdagi donorli

holatlarning energiyasi GaAs o'tkazuvchanlik zonasi tubidan yuqorida joylashganligi bois, elektronlar keng zonali qatlamdan legirlanmagan tor zonali qatlarga o'tadi va fazoviy qayta taqsimlanish sodir bo'ladi.

Shunday qilib, yetarlicha harakatchan tok tashuvchilar past temperaturalar sohasida GaAs qatlamda lokallashgan bo'ladi. Bu holda ularning geterochegara yo'nalishi bo'ylab planar ko'chishi, ya'ni tok tashuvchilarning ionli kirishmalarda sochilmasdan ko'chishi sodir bo'ladi. Bu holat juda yuqori harakatlanuvchanlikka olib keladi. legirlangan O'Plarda kabi, zaryadlarning fazoviy taqsimlanishi (ajralishi) davriy elektrostatik potensialning sodir bo'lishiga-zona chetlarining egilishiga sabab bo'ladi. Natijada to'g'ri burchakli KO'larning parabolik tip KO'larga aylanishiga olib keladi (1.15-rasm).

### 1.5.6-§. Kvazidavriy va nodavriy o'tapanjaralar

Kvazidavriy o'tapanjara har biri potensial to'siq va o'rani hosil qiluvchi hamda davriy takrorlanuvchi ikki strukturaviy A va V elementlardan tashkil topgan strukturadir. Bu elementlar bir-biridan kvantlashgan potensial o'ra kengligi bilan yoki potensial to'siq kengligi (balandligi) bilan farq qiladi [1]. O'zlarining xossalari ko'ra, kvazidavriy o'tapanjara davriy va umuman tartiblashmagan o'tapanjaralar oraligida yotadi.



1.15-rasm. *i*-GaAs / *n*-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As tip kompozitsion-legirlangan O'Plarning energetik diagrammasi [14].

Nodavriy o'tapanjaralar ichida takrorlanuvchi qatlamlarining parametrlari aniq bir qonun bilan o'zgaruvchilarini alohida ajratish mumkin. Fibonachchi o'tapanjarasi [15] o'tapanjarada qatlamlarning o'sishi Fibonachchi qonuniga bo'ysunadi. Unga ko'ra, qatorning har bir keyingi hadi-panjaraning bir bo'lagi (Sn) o'zidan keyingi ikki bo'lakning birlashishidan hosil bo'ladi:  $S_n = S_{n-2} + S_{n-1}$ . Masalan,  $S_1 = AB$ ,  $S_2 = BA$ ,  $S_3 = ABBA$ ,  $S_4 = BAABBA$  va hk. Qatlamlar hosil bo'lishi va qalinliklari o'zgarishining boshqa qonuniyatlari ham bor. Ular asosidagi o'tapanjarada tok tashuvchilar energiyaviy spektrida fraktal struktura hosil bo'ladi, shunga mos holatlar zichligida o'ziga xoslik, bu esa, o'z navbatida, g'ayritabiiy xossalarning yuzaga kelishiga sabab bo'ladi [1].

## 2-bob NANOSTRUKTURALARDA ENERGIYAVIY SPEKTR

### 2.1-§. Izolirlangan kvantlashgan o‘ralar, iplar, nuqtalar

Qattiq jismlarning zonaviy nazariyasiga ko‘ra, tashqi maydondagi tok tashuvchilar energiyaviy spektri va to‘lqin funksiyasi statsionar Shredenger tenglamasi yordamida aniqlanadi. U effektiv massa yaqinlashishida

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(r) \right\} \psi(r) = E\psi(r), \quad (2.1)$$

bu yerda  $V(r)$ -tashqi maydondagi tok tashuvchilar energiyasi,  $E$ -tok tashuvchilarning zona chetidan hisoblangan energiyasi,  $m^*$ -tok tashuvchilar zona chetlari yaqini sohasidagi effektiv massasi,  $\psi(r)$ – effektivmassa yaqinlashishidagi to‘lqin funksiyasi-egiluvchi to‘lqin funksiyasi.

#### 2.1.1-§. Kvantlashgan o‘ralar

Qatlamlarga tik yo‘nalgan  $z$  o‘qi yo‘nalishida bir o‘lchamli izolirlangan kvantlashgan o‘ra uchun (2.1) tenglama quyidagi ko‘rinishni oladi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) \right\} \psi(r) = E\psi(r) \quad (2.2)$$

Bu tenglama o‘zgaruvchilarni almashtirish usulida yechiladi, ya’ni

$$\psi_{k_{\perp m}}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp} r_{\perp}) \varphi_m(z) \quad (2.3)$$

bu yerda  $S$ -kvantlashgan o‘raning  $z$  o‘qiga perpendikulyar bo‘lgan tomon sirti yuzasi,  $k_{\perp} = k_x i + k_y j$  -ikki o‘lchamli to‘lqin vektor bo‘lib, u zaryadning o‘ra sirti bo‘ylab erkin

harakatini tavsiflaydi.  $\varphi(-\infty) = \varphi(+\infty) = 0$  chegaraviy shartni qanoatlantiruvchi  $\varphi_m(z)$  egiluvchi funksiya quyidagi bir o‘lchamli Shredenger tenglama yechimi bo‘ladi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right\} \varphi_m(z) = E_m \varphi_m(z) \quad (2.4)$$

$$V(z) = \begin{cases} 0, & -\frac{a}{2} < z < \frac{a}{2} \\ \infty, & \frac{a}{2} \leq |z| \end{cases}$$

To‘g‘ri burchakli,  $a$ , kenglikli cheksiz chuqur kvantlashgan potensial o‘ra uchun (2.4) tenglamaning  $\varphi\left(-\frac{a}{2}\right) = \varphi\left(+\frac{a}{2}\right) = 0$  chegaraviy shartni qanoatlantiradigan yechimi quyidagi turg‘un to‘lqindir:

$$\varphi_m(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{a}{2}} \cos\left(m \frac{\pi}{a} z\right), & m = 2n + 1 \\ \sqrt{\frac{a}{2}} \sin\left(m \frac{\pi}{a} z\right), & m = 2n \end{cases} \quad (2.5)$$

Ma'lumki, turg'un to'liqin uchun

$$a = m \frac{\lambda_m}{2} \quad (2.6)$$

Bu shartdan to'liqin vektorining z o'q yo'nalishidagi tashkil etuvchisi faqat quyidagi diskret qiymatlarni qabul qilishi mumkin

$$k_z = \frac{\sqrt{2m^* E}}{\hbar} = k_m = \frac{\pi}{a} m. \quad (2.7)$$

(2.7) formula e'tiborga olinsa, u holda kvantlashgan o'ra bo'ylab erkin harakatlanayotgan va (2.3) egiluvchi funksiyaga mos keluvchi elektronning to'la energiyasi

$$E_m(k_{\perp}) = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left( k_{\perp}^2 + \frac{\pi^2}{a^2} m^2 \right) = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2 + E_m \quad (2.8)$$

(2.8) ifodadan kvantlashgan o'ra bo'ylab harakatlanayotgan elektron energiyasining ruxsat etilgan qiymatlari

$$E_m = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* a^2} m^2, \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.9)$$

(2.9) formula tog'ri burchakli cheksiz chuqur potensial o'radagi elektron uchun kvantlashgan diskret spektrini ifodalaydi va m kattalikning tanlangan qiymatlari va  $k_{\perp}$  barcha qiymatlar sohasida zonachalar(zona tarmoqlari)ni hosil qiladi. Natijada kvantlashish zonalarining bir-biridan energiyaviy ajralgan tarmoqlarining hosil bo'lishiga olib keladi. m kvantlashgan son zonacha(tarmoq)ning tartib raqamini anglatadi.

Chekli balandlikli to'g'ri burchakli potensial o'ra uchun kvantlashgan o'ra sohasida yotuvchi va potensial to'siqning  $V_b$  balandligidan miqdoran kichik  $E_m$  energiyali sathlar quyidagi transsendent tenglamaning yechimi bo'ladi

$$\cos(k_z a) + \frac{1}{2} \left( \gamma - \frac{1}{\gamma} \right) \sin(k_z a) = 0, \quad (2.10)$$

bu yerda

$$k_z = \frac{\sqrt{2m_a^* E}}{\hbar}, \gamma = \sqrt{\frac{m_a^*}{m_b^*} \left( \frac{V_b}{E} - 1 \right)} \quad (2.11)$$



$m_a^*$ ,  $m_b^*$  - potensial o'ra va potensial to'siqdagi tok tashuvchilar effektiv massalari. Bu sathlarning soni quyidagi tengsizlikni qanoatlantiradi

$$1 \leq m \leq 1 + \frac{\pi \sqrt{2m_a^* V_b}}{a \hbar} \quad (2.12)$$

$\varphi_m(z)$  egiluvchi to'lqin funksiyada eksponensial "dum" hosil bo'ladi va uning potensial o'raga xarakterli kirib borish chuqurligi quyida keltirilgan yutilish koeffitsiyentining teskari qiymati tartibida bo'lishi talab etiladi

$$\sqrt{\frac{2m_b(V_b - E_m)}{\hbar^2}}$$

MDYaO'-strukturalar hamda yakkalangan geteroo'tishlar, ya'ni tok tashuvchilar harakati simmetriya o'qi bo'ylab chegaralangan strukturalar uchun xarakterli bo'lgan uch burchakli KOlardagi potensial quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$V(z) = \begin{cases} eFz, & z > 0 \\ \infty, & z = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

bu yerda F-inversion qatlamdagi bir jinsli elektrostatik maydon kuchlanganligi,  $e$  - elementar zaryad. Bunday potensial o'rada ruxsat etilgan energiyaviy spektri quyidagicha ifodalanadi

$$E_m \approx \left( \frac{\hbar^2}{2m^*} \right)^{1/3} \left[ \frac{3\pi eF}{2} \left( m - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3}, \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.14)$$

Parabolik KO' legirlangan simmetriyaviy davriy strukturalarda tok tashuvchilar potensial energiyalarini quyidagicha ifodalaymiz

$$V(z) = \frac{1}{2} m^* \omega_p^2 z^2 \quad (2.15)$$

bu yerda

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 N}{\epsilon_0 \epsilon_\infty m^*} \quad (2.16)$$

erkin tok tashuvchilar plazmaviy chastotasi kvadrati,  $N = N_D = N_A - n$  va p-tip qatlamlardagi aralashmalarning konsentratsiyasi,  $\epsilon_0$  - past va  $\epsilon_\infty$  - yuqori chastotali dielektrik kirituvchanliklar. Bunday potensial o'radagi tok tashuvchilarning kvantlashgan ruxsat etilgan energiyaviy spektr kvantlashgan garmonik ossilyatorning spektri bilan ayniy bo'ladi, ya'ni

$$E_m = \hbar \omega_p \left( m + \frac{1}{2} \right) \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.17)$$

### 2.1.2-§. Kvantlashgan iplar

Tok tashuvchilariz o‘qi bo‘ylab harakatlanayotgan kvantlashgan iplar uchun potensial energiya  $x$  va  $y$  ukoordinatalarning funksiyasi deb hisoblaylik. U holda (2.1) tenglamaning yechimi quyidagi egiluvchi funksiya

$$\psi_{k_z m}(r) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(ik_z z) \varphi_m(x, y) \quad (2.18)$$

bo‘ldi, bu yerda —erkin harakatlanayotgan tok tashuvchilar to‘lqin vektori tashkil etuvchisi,  $L$ -kvantlashgan ip uzunligi,  $\varphi_m(x, y)$  -ip o‘qiga tik yo‘nalishda harakatlanayotgan tok tashuvchilarining egiluvchi funksiyasi va u

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \right) + V(x, y) \right\} \varphi_m(x, y) = E_m \varphi_m(x, y) \quad (2.19)$$

tenglama yechimdir va u  $\varphi_m=0$  chegaraviy shartni qanoatlantiradi. Kvantlashgan ipdagi (2.18) egiluvchi funksiya bilan tavsiflanuvchi tok tashuvchilarning energiyaviy spektri, xuddi kvantlashgan potensial o‘rada kabi, ikki tashkil etuvchi-tok tashuvchilar erkin harakatining  $k_z$  ning uzluksiz funksiyasi hisoblangan energiyasi va diskret sathlarni tavsiflovchi kvantlashishning  $E_m$  energiyasi tashkil etuvchilardan iborat, ya’ni

$$E_m(k_z) = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_z^2 + E_m \quad (2.20)$$

Tok tashuvchilar to‘la energiyasining  $m$  kvantlashgan sonning tanlangan miqdoriga mos keladigan qiymatlari kvantlashgan sathlarni xarakterlaydi va ular xuddi kvantlashgan potensial o‘radagi kabi, zonachalarni tashkil etadi.

Oddiy holda, ya’ni potensial energiyani  $x$  o‘qi  $y$  o‘nalishida  $a$  kenglikli, uo‘qi yo‘nalishida  $b$  kenglikli cheksiz chuqurlikli to‘g‘ri burchakli potensial o‘ra kabi tavsiflash mumkin bo‘lgan holda

$$V(x, y) = V_a(x) + V_b(y) \quad (2.21)$$

(2.19) tenglamaning yechimi (2.5) ko‘rinishdagi funksiyalarning ko‘paytmasidan iborat bo‘lgan egiluvchi funksiya bo‘la oladi

$$\varphi_m(x, y) = \varphi_{m_x m_y}(x, y) = \varphi_{m_x}(x) \varphi_{m_y}(y) \quad (2.22)$$

Bu funksiyalarga mos keluvchi kvantlashgan energiyaviy sathlar quyidagi munosabatlar yordamida aniqlanadi

$$E_m = E_{m_x m_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} \left[ \left( \frac{m_x}{a} \right)^2 + \left( \frac{m_y}{b} \right)^2 \right] \quad m_x, m_y = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.23)$$

### 2.1.3-§. Kvantlashgan nuqtalar

Kvantlashgan nuqtada tok tashuvchilar harakati barcha koordinatalar bo‘yicha cheklangan bo‘ladi, Tok tashuvchilarning egiluvchi funksiyasi (2.1) tenglama yechimi bo‘ladi va u lokallashgan harakatini tavsiflaydi hamda uchta kvant sonlari

bilan aniqlanadi. Bunday harakat energiyaviy spektri atomlardagi kabi diskret bo‘ladi. Agar kvantlashgan nuqtadagi tok tashuvchilar potensial energiyasini uchta to‘g‘ri burchakli cheksiz chuqurlikli potensial to‘siqlar to‘plami

$$v(\mathbf{r}) = V_a(x) + V_b(y) + V_c(z), \quad (2.24)$$

kabi qaralsa, u holda egiluvchi funksiya (2.5) ko‘rinishdagi uchta egiluvchi funksiyalar ko‘paytmasi kabi qaraladi

$$\varphi_m(\mathbf{r}) = \varphi_{m_x, m_y, m_z}(x, y, z) = \varphi_{m_x}(x)\varphi_{m_y}(y)\varphi_{m_z}(z) \quad (2.25)$$

Bu holda kvantlashgan sathlarning energiyaviy spektri quyidagicha ifodalanadi

$$E_m = E_{m_x, m_y, m_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^*} \left[ \left( \frac{m_x}{a} \right)^2 + \left( \frac{m_y}{b} \right)^2 + \left( \frac{m_z}{c} \right)^2 \right] \quad m_x, m_y, m_z = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.26)$$

## 2.2-§. Bir o‘lchamli o‘tapanjaralar

Kvantlashgan o‘ralardan tashkil topgan o‘tapanjaralarda energiyasi potensial to‘siq balandligidan kichik bo‘lgan tok tashuvchilar to‘siq orqali bir potensial o‘radan ikkinchisiga tunnelli o‘tishi ham mumkin. Davriy o‘tapanjaralarda effektiv massa yaqinlashishida to‘lqin funksiya (2.2) tenglamaning yechimi kabi izlanadi va upotensial energiyaning strukturaning o‘sish (simmetriya) yo‘nalishidagi davriga teng davrli davriy funksiya bo‘ladi. Agar z o‘q simmetriya o‘qi sifatida tanlansa, u holda Blox teoremasiga ko‘ra egiluvchi funksiya quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi

$$\psi_{mk}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \varphi_{mk_z}(z) \quad (2.27)$$

$\varphi_{mk_z}(z)$ -Blox funksiyasining davriy tashkil etuvchisi bo‘lib, tok tashuvchilarning z o‘qi yo‘nalishdagi harakatini tavsiflaydi

$$\varphi_{mk_z}(z + d \cdot n) = \varphi_{mk_z}(z), \quad (2.28)$$

bu yerda  $d = a + b - a$  kenglikli potensial o‘ra va  $b$  qalinlikli potensial to‘siqlardan tashkil topgan o‘tapanjara davri,  $n$ —butun sonlar, Energiyaning (2.27) funksiyaga mos keladigan xususiy qiymati

$$E_m(k) = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2 + E_m(k_z) \quad (2.29)$$

bu yerda  $E_m(k_z) \sim$  qaralayotgan  $\varphi_{mk_z}(z)$  davriy holat funksiyasiga tegishli

$$E_m\left(k_z + \frac{2\pi}{d}n\right) = E_m(k_z) \quad \left(-\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2}\right) \quad (2.30)$$

$N$ -o‘tapanjaradagi davrlar soni. Blox teoremasiga ko‘rato‘lqin vektorning  $k$ . komponentasiga tegishli noekivalent qiymatlari o‘tapanjaraning birinchi Briliyuen zonasi sohada o‘zgaradi, ya ni

$$-\frac{\pi}{d} \leq k_z \leq \frac{\pi}{d} \quad (2.31)$$

$m$ ning tanlangan qiymatida barcha energiyaviy sathlar minizonani tashkil etadi. Bu holda energiya  $k$ to'liqin vektorning kvaziuzluksiz funksiyasi bo'ladi. Natijada  $m$  kvant soni minizonaning tartib raqamiga mos keladi.

To'g'ri burchakli kvantlashgan potensial o'ra va potensial to'siqlar to'plamidan iborat bo'lgan strukturada tok tashuvchilar energiyaviy spektri Kronig-Penni yaqinlashishida olib boriladi va  $E_m(k_z)$  energiya miqdoran quyidagi transsendent

tenglama yechimi sifatida izlanadi

$$\cos(ka)ch(sb) + \frac{1}{2} \left( \gamma - \frac{1}{\gamma} \right) \sin(ka)sh(sb) = \cos(k_z d) \quad (2.32)$$

bu yerda (2.32) tenglamada (2.10) tenglamadagi belgilashlardan foydalanilgan.  $sb \rightarrow \infty$  hol  $V_b > E$  va  $b \rightarrow \infty$  shartlarda sodir bo'ladi va (2.32) tenglama izolirlangan to'g'ri burchakli chekli chuqurlikli kvantlashgan potensial o'ra uchun qayd qilingan (2.10) tenglamaga o'tadi. Tok tashuvchilarning tunnelli o'tishlar ehtimolligi kichik qiymatli, ya'ni  $sh \gg l$  bo'lgan holda o'tapanjara o'zaro kuchsiz bog'langan kvantlashgan o'ralardan tashkil topgan o'tapanjara deb yuritiladi. Bunday strukturalarda energiyaviy spektr va to'liqin funksiyalar hisoblanadigan metodni kuchli bog'lanishli yaqinlashish deb ataladi. Bunday yaqinlashishda kvantlashgan potensial o'ra bilan kuchli bog'langan tok tashuvchilar deyarli unda yashaydi, tunnellanish onda-sonda sodir bo'lishi mumkin. Bunday yaqinlashishda tok tashuvchilar energiyaviy spektri (2.32) tenglamani yechish bilan aniqlanadi va u quyidagi natijani beradi

$$k = \frac{\sqrt{2m_a^* E}}{\hbar}; \quad s = \frac{\sqrt{2m_b^* (V_b - E)}}{\hbar}; \quad \gamma = \frac{sm_a^*}{km_b^*} \quad (2.33)$$

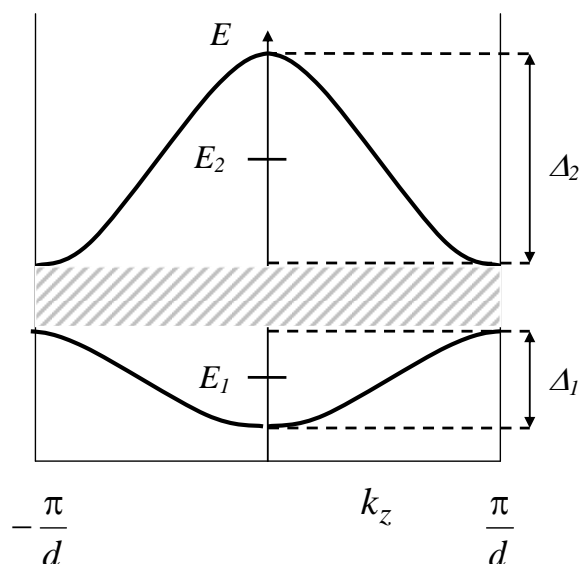
bu yerda  $E_m$ -(2.10) tenglama yechimi,  $\Delta_m$  -minizonaning kengligi. 2.1 rasmda birinchi (asosiy) va Ikkinchi (birinchi o'yg'otilgan, qo'zg'otilgan) minizonalarning (2.34) ifoda bilan aniqlanuvchi energiyaviy spektri tasvirlangan. Asosiy minizona uchun energiya dispersiyasi

$$E_1(k_z) = E_z - \frac{\Delta}{2} \cos(k_z d) \quad (2.35)$$

$k_z$ ning kichik qiymatlar sohasida u kosinus funksiyasi kabi qatorga yoyilsa, u holda tok tashuvchilar uchun  $z$  o'qi bo'yicha effektiv massa kattaligini kiritish mumkin.

$$E_1(k_z) = E_z - \frac{\Delta}{2} + \frac{2\hbar^2}{2m_z^*} k_z^2 \quad (2.36)$$

bu yerda



2.1 rasm. O'ta panjaradagi birinchi (asosiy) va ikkinchi (birinchi o'yg'otilgan, qo'zg'otilgan) minizonalarning kuchli bog'langan yaqinlashish bo'yicha hisoblangan energiyaviy spektri.

$$m_z^* = \frac{2\hbar^2}{\Delta d^2} \quad (2.37)$$

Demak, tok tashuvchilarning erkin harakati energiyasi e'tiborga olingan holdagi minizona tubi atrofida energiyaviy spektri anizotrop effektiv massa tenzori yordamida ifodalanadi.  $m_z^*$  minizonaning kengligiga qarab (bunda o'tapanjaraning konstruktiv parametrlari o'zgartirilsa ham) miqdoran keng oraliqda o'zgarishi mumkin. Xususan, tor minizona uchun  $m_z^* \cong m^*$

## 2.23-§. Lokallashgan holatlar

Qattiq jismlarning zonaviy nazariyasidan ma'lumki, tok tashuvchilar lokallashgan holatlari yarimo'tkazgichlarda kirishmali atomlar, kristall panjaraning har xil tabiatli defektlari mavjud bo'lganida yoki o'ta past temperaturalar sohasida sodir bo'ladi. Oxtrgi holda elektron va kavaklardan tashkil topgan eksitonlar erkin kvazizarralar «kabi qaralgan hol haqida gap bormoqda. Bunday lokallashgan holatlar, tok tashuvchilar to'lqin funksiyalarning tabiatiga bog'liq bo'lganligi bois, kvantlashgan past o'lchamli strukturalar ularga sezilarli ta'sirini ko'rsatadi.

### 2.2.1-§. Mayda xidrogensimon kirishmalar

Skalyar effektiv massa yaqinlashishida kvantlashgan o'rada xidrogensimon kirishmalarda tok tashuvchilar energiyaviy spektri

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + v(z) \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{x^2 + y^2 + (z-z_0)^2}} \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (2.38)$$

Statsionar Shredinger tenglamasi yordamida yechiladi va cheksizlikda  $\psi=0$  chegaraviy shartni qanoatlantiradi, bu yerda  $V(z)$ -KO'da tok tashuvchilar potensial energiyasi,  $z_0$ -KO'da kirishma ionning koordinatasi. Bu tenglamaning yechimi kvantlashgan o'raning  $a$  qalinligiga bog'liqdir va uning bog'liq darajasi KO' o'stirilgan hajmiy yarimo'tkazgichdagi kirishmalar asosiy holatiga tegishli  $r_B$  bor radiusi orqali aniqlanadi.

Cheksiz chuqur KO'  $a \ll r_B = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon\hbar^2}{e^2} \frac{l}{m^*}$  -shartni qanoatlantiradi, chunki  $x, y \sim r_B$ ,  $a \ll |z-z_0| \sim a$ , natijada (2.38) Shredinger tenglamasi soddalashadi hamda o'zgaruvchilarni almashtirish metodi yordamida yechish imkoni bo'ladi, ya'ni

$$\psi_{nm}(\mathbf{r}) = f_n(r_{\perp}) \varphi_m(z) \quad (2.39)$$

bu yerda  $\varphi_m(z)$  kvantlashgan KO'dagi sathlarga tegishli egiluvchi to'liqin funksiya va u (2.5) formulalar yordamida aniqlanadi,  $f_n(r_{\perp})$  -ikki o'lchamli xidrogensimon kirishmalarga tegishli va quyidagi tenglamaning yechimi hisoblangan egiluvchi funksiya

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon\sqrt{x^2 + y^2}} \right\} f_n(r_{\perp}) = E_n f_n(r_{\perp}) \quad (2.40)$$

Cheksizlikda  $f=0$  chegaraviy shartni qanoatlantiradi. (2.39) funksiyalarga tegishli energiya miqdoran quyidagicha ifodalandi

$$E_{nm} = E_n + E_m = E_m - R^* \left( n - \frac{1}{2} \right)^{-2}, \quad n=1,2,\dots \quad (2.41)$$

bu yerda  $R^* = \frac{\hbar^2}{2m^* r_B^2}$ , -effektiv ridberg,  $E_m$ -kvantlashgan potensial o'radagi (2.9)

formula bilan aniqlanuvchi kvantlashgan energiyaviy sathlar.

(2.41)ifodadan har bir  $m$  tartib raqamli kvantlashgan sathga qator kirishma holatlariga tegishli sathning  $n$  kvant soni farq qiluvchi qator spektrning mos kelishi kelib chiqadi.  $m>1$  holda barcha bunday sathlar kvantlashgan o'ra zonasi tarmoqlarining uzluksiz energiyaviy spektriga mos keladigan sohada yotadi. Zonadagi holatlar zich bo'lganligi bois tok tashuvchilar bunday diskret sathlarda uzoq yashay olmaydi, chekli vaqt ichida zonaga o'tib oladi. Shu sabab bu kirishma holatlari rezonansli deb nomlanadi va ulardagi tok tashuvchilar yashash vaqti chekli qiymatli bo'ladi [1]. Asosiy kirishma holati ( $m=n=f$ ) birinchi kvantlashgan zona tarmog'iga nisbatan  $4R^*$  miqdorga pastda bo'ladi, bu kattalik miqdoran kirishmadagi bog'lanish energiyasi yoki yarimo'tkazgich hajmidagi xidrogensimon kirishmalar asosiy holatining ionizatsiya energiyasidan to'rt marta katta bo'ladi.

Shunday qilib kvantlashishning mavjudligi rezonansli kirishmali holatlarning sodir bo'lishiga va bog'lanish energiyasining yetarli miqdorda ortishiga olib keladi

Agar cheksiz chuqur kvantlashgan potensial o'raning  $a$  kengligi o'tapanjaraga tegishli  $b$  bilan miqdoran yaqin bo'lsa, u holda (2.38) tenglamaga ko'ra, barcha kirishma holatlari (rezonansli holatlar) ning energiyasi kirishmalarning kvantlashgan potensial o'ra devorlariga nisbatan joylashishlariga, ya'ni  $z_0$  koordinataga bog'liq bo'ladi. Bunday bog'lanishning mavjudligi namuna ta'qiqlangan zonasi ichida kvantlashgan potensial o'raga tegishli zonaning sodir bo'lishiga olib keladi. Bu zona potensial o'rada tasodifan joylashib qolgan kirishmalarga tegishli asosiy holatlardan tashkil topadi. Hisoblashlar ko'rsatadiki, to'g'ri burchakli potensial o'ra markazida joylashgan kirishma uchun zonaning  $z_0$  dispersiyasi ionizatsiya, energiyasining maksimal qiymati bilan tavsiflanadi va kirishma holati devorga yaqinlashgan sari bu kattalik miqdoran kamayib boradi. Agar potensial o'ra kengligi kalta bo'lsa, ya'ni  $a \gg r_B$  shart bajarilsa, u holda devorning undan  $r_B$  kattalikdan miqdoran katta masofada joylashgan kirishma atomlariga ta'sirini e'tiborga olmasa bo'ladi. Demak bunday atomlar asosiy holatlarining ionizatsiya energiyasi deyarli o'zgarmaydi.

2.2 rasmda to'g'ri burchakli cheksiz chuqur potensial o'ra markazida joylashgan xidrogensimon kirishmalar asosiy holatlarining ionizatsiya energiyasi o'ra qalinligiga bog'liqligining sifatli ko'rinish tasvirlangan, bu yerda  $R_a^*$  va  $R_b^*$  kvantlashgan o'ra va to'siqlarning effektiv ridberglari.

Kvantlashgan ip o'qiga tik bo'lgan sirtga nisbatan  $x_0$  va  $y_0$  koordinatali xidrogensimon kirishma uchun (2.38) tenglama quyidagi ko'rinishda ifodalanadi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(x, y) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z^2}} \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (2.42)$$

Chegaraviy holda  $a, b \ll r_B$  shartda ikkita to'g'ri burchakli cheksiz chuqurpotensial o'ralardan tashkil topgan ikki o'lchamli kvantlashgan potensial uchun qayd qilingan (2.42) tenglama soddalashadi va olingan tenglamani o'zgaruvchilarni almashtirish metodi yordamida yechish mumkin

$$\psi_{nm}(\mathbf{r}) = f_n(z) \varphi_m(\mathbf{r}_\perp) \quad (2.43)$$

bu yerda  $\varphi_m(\mathbf{r}_\perp) \sim$  Kvantlashgan ipdagi kvantlashgan sathining egiluvchi funksiyasi,  $f_n(z)$  - bir o'lchamli xidrogensimon kirishmalardagi holatlarni tavsiflovchi egiluvchi to'lqin funksiya va u quyidagi tenglamaning yechimi bo'la oladi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{1}{z} \right\} f_n(z) = E_n f_n(z) \quad (2.44)$$

va  $f(-\infty) = f(+\infty) = 0$  chegaraviy shartni qanoatlantiradi, bu yerda

$$E_n = \frac{R^*}{(n-1)^2}, \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (2.45)$$

$n = 1$  holda asosiy holatlar energiyasi  $E_1 = -\infty$ . Bu chegaraviy hollarda nol kesimli kvantlashgan ipda xidrogensimon kirishmalarda bog'langan holatlar bo'lmisligini anglatadi. Biroq bu kesimning chekli qiymatlarida bog'lanish energiyasi miqdoran ixtiyoriy bo'lishi mumkin. Qisqa davriy O'Pdagi mayda xidrogensimon kirishmarning bog'lanish energiyasini aniqlash uchun Shredinger tenglamasi izotrop effektiv massa yaqinlashishida yechiladi:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + \frac{\hbar^2}{2m_z^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{1}{r} \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (2.46)$$

bu yerda  $m_z^*$  -birinchi minizona tubidagi tok tashuvchi effektiv massasi. (2.38) tenglamadan ko'rinayaptiki, bog'lanish energiyasi  $m^*$  va  $m_z^*$  effektiv massalarga bog'liqdir. Sonli hisoblashlarga ko'ra, tenglamaning  $m_z^* > m^*$  effektiv massa uchun hisoblangan bog'lanish energiyasi  $R^*$  dan ( $m_z^* = m^*$  holda)  $4R^*$  ga ( $m_z^* \gg m^*$  holda) qadar o'zgaradi. Yuqorida mulohazalardan ko'rinayaptiki, strukturalar o'lchamiga nisbatan uch o'lchamli hajmiy yarimo'tkazgichdan kvazi uch o'lchamli O'Pga, ikki o'lchamli kvantlashgan potensial o'raga va bir kvantlashgan ipga o'tilsa, u holda mayda xidrogensimon kirishmalar bog'lanish energiyalari miqdoran ortib boradi. (2.38), (2.42) va (2.46) tenglamalarni analitik yechish uchun tok tashuvchilar effektiv massalarining hamda qatlamlar dielektrik kirituvchanliklari farqiga e'tibor qaratish kerak.

### 2.2.2-§. Mott eksitonlari

Kvantlashgan potensial o'radagi Mott eksitoni uchun Shredinger tenglamasi mayda xidrogensimon kirishmalar uchun qayd qilingan (2.38) tenglamaga o'xshashdir, ya'ni

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \nabla_e^2 - \frac{\hbar^2}{2m_h^*} \nabla_h^2 + V_e(z_e) + V_h(z_h) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon|r_e - r_h|} \right\} \psi(r_e, r_h) = E\psi(r_e, r_h) \quad (2.47)$$

bu yerda e va h indekslar elektron va kavaklar uchun qayd qilingan. To'g'ri burchakli cheksiz chuqur potensial o'ra yupqa bo'lsa, ya'ni uning kengligi eksitonning hajmiy namunadagibor radiusidan miqdoran juda kichik bo'lsa,

$\left( r_{ex} = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon\hbar^2}{e^2} \frac{I}{\mu}, \mu = \frac{m_e^*m_h^*}{m_e^* + m_h^*} \right)$ , u holda bu tenglama o'zgaruvchilarga ajratish metodi

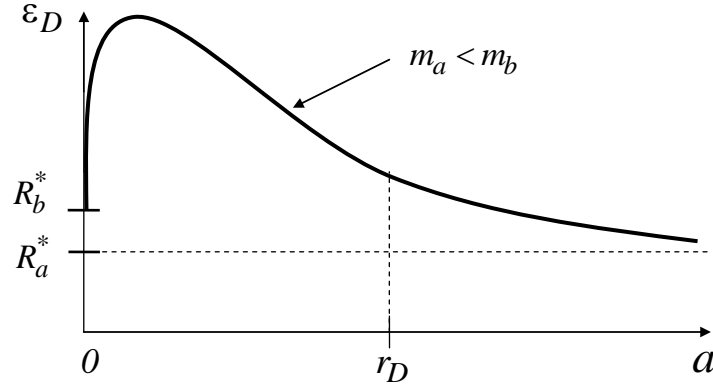
yordamida hal etilishi mumkin

$$\psi_{K_{\perp}n_m_e m_h}(r_e, r_h) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(iK_{\perp}R_{\perp}) \cdot f_n(r_{\perp}) \varphi_{em_e}(z_e) \varphi_{hm_h}(z_h) \quad (2.48)$$

bu yerda  $R_{\perp} = \frac{m_e^*r_{e\perp} + m_h^*r_{h\perp}}{m_e^* + m_h^*}$ ,  $r_{\perp} = (r_e - r_h)_{\perp}$  -mos holda elektron va kavaklarning eksiton erkin harakati tekisligiga nisbatan olingan og'irlik markazi va nisbiy harakati radius



vektorlari,  $K_{\perp}$  -eksitonning erkin harakati to‘lqin vektori,  $\varphi_{em_e}(z_e)$ ,  $\varphi_{hm_h}(z_h)$  - kvantlashgan o‘radagi kvantlashgan sathlardagi elektron va kavaklarning egiluvchi funksiyalari. Bog‘langan eksiton ichidagi elektron va kavaklar nisbiy harakatini tavsiflovchi egiluvchi funksiya  $f_n(r_{\perp})$  (2.40) nul



2.2 rasm. To‘g‘ri burchakli cheksiz chuqurlikli o‘lchamli kvantlashgan potensial o‘ra markazida joylashgan xidrogensimon kirishma asosiy holatining ionlanish energiyasining o‘ra qalinligiga bog‘liqligi.

chegaraviy shartdagi, ya’ni  $m^*$  effektiv massani tok tashuvchilarning keltirilgan yoki optik effektiv massasi  $\mu$  bilan almashtirilgan holdagi tenglamaning yechimi bo‘ladi. Ikki o‘lchamli eksitonning bog‘lanish energiyasi, xuddi ikki o‘lchamli xidrogensimon kirishmalarning lokallashgan holatlar energiyasi kabi (2.41)

ifodayordamida aniqlanadi, bu holda  $R_{ex}^* = \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r_{ex}^2}$  effektiv ridberg hisoblanadi. Bu

munosabatga ko‘ra, chegaraviy holda ikki o‘lchamli eksitonning bog‘lanish energiyasi, xuddi ikki o‘lchamli xidrogensimon kirishmalarning lokallashgan holatlar energiyasiga o‘xshash, uch o‘lchamli holdagi bog‘lanish energiyasidan to‘rt martakatta bo‘ladi. Bu holuch past o‘lchamli strukturalarda eksitonli effektlarni o‘lchamli yarimo‘tkazgichlarda katta temperaturalar sohasida kuzatish mumkinligini anglatadi.

Ikki o‘lchamli eksitonning (2.48) egiluvchi to‘lqin funksiya bilan tavsiflanuvchi to‘la yenergiysi elektron va kavaklarning kvantlashgan potensial o‘ra zonalarida tarmoqlaridagi energiyalarini, eksiton bir butun zarra kabi qaralganidagierkin harakat energiyasi va elektron va kavaklarning bog‘lanish energiyasini o‘z ichiga oladi, ya’ni

$$E_{m_e, m_h, n}(K_{\perp}) = E_{m_e}^e + E_{m_h}^h + E(K_{\perp}) + E_n = E_g + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2a^2} \left( \frac{m_e^2}{m_e^*} + \frac{m_h^2}{m_h^*} \right) + \frac{\hbar^2 K_{\perp}^2}{2(m_e^* + m_h^*)} - R_{ex}^* \left( n - \frac{1}{2} \right)^{-2} \quad (2.48)$$

(2.48) munosabatdan zonaning biri elektronli, ikkinchisi kavakli bo‘lgan har bir juft tarmoqlarining  $n$  kvant soni va  $K_{\perp}$  to‘lqin vektori bilan farq qiluvchi eksitonli holatlar spektriga mos kelishi kelib chiqadi. Agar foton yutilishda to‘g‘ri eksiton yuzaga kelsa, u holda kvaziimpuls o‘zgarishini e‘tiborga olmasa ham bo‘ladi. Chunki impulsning saqlanish qonuniga ko‘ra, energiyasi ta‘qiqlangan zona kengligiga teng foton yutilsa, u holda uning impulsi elektron va kavaklarning issiqlikii impulsiga nisbatan e‘tiborga olmaydigan darajada kichikdir.

Kvantlashgan iplarda eksitonli effektlar mazmunan va hisoblashlarga nisbatan kvantlashgan o‘ralarga nisbatan murakkabdir. Biroq eksitonning kvantlashgan ipdagi bog‘lanish energiyasini yetarli darajadagi aniqlik bilan hisoblash mumkin. Bunday holda xidrogensimon kirishmalarda qayd qilingan bog‘lanish energiyasida  $m^*$  massa  $\mu$ ga almashtirilishi zarur [1]. Natijada bog‘lanish energiyasi miqdoran yetarlicha katta bo‘lishi mumkin.

Ko‘p tadqiq etilgan yarimo‘tkazgichlar(Ge, Si,  $A^3B^5$  birikmalar)da valent zonalari tabiatan murakkab va ikki; yengil va og‘ir kavaklar tarmoqlaridan iborat. Bu holga e‘tibor qaratish, eksitonli masalalarni yechishda o‘ziga murakkablikka olib keladi [1],

### 2.3-§.Kvantlashishga tashqi maydon ta’siri

O‘z o‘ziga moslashgan kristall maydonidagi tok tashuvchilarning energiyasi bilan miqdoran solishtiradigan darajadagi o‘zaro ta’sir energiyasini hosil qiluvchi tashqi maydon o‘tapanjaraga ta’sir etsa, u holda uning energiyaviy spektri hamda holat funksiyalarning o‘zgarishi sodir bo‘ladi. Bunday tur maydonlar, energiyaviy spektrni o‘zgartirmaydigan, biroq tok tashuvchilarning holatlar bo‘yicha taqsimotlga o‘z ta’sirini ko‘rsata oladigan mumtoz maydonlardan farqli o‘laroq, kvantlashgan deb yuriltiladi.

#### 2.3.1-§. Ikki o‘lchamli sistema magnet maydonida

Tashqi magnet maydonining kvantlashgan o‘radagi tok tashuvchilarning energiyaviy spektr va to‘lqin funksiyalariga ta’siri Shredinger tenglamasi yordamida hal etiladi. Bu (2.1) tenglamada impuls operatorini magnet maydonidagi umumlashgan impuls operatori bilan almashtiriladi, ya’ni

$$\left\{ \frac{1}{2m^*} (-i\hbar\nabla - eA)^2 + V(z) \right\} \psi(r) = E\psi(r) \quad (2.49)$$

bu yerda A-magnet maydonning vektor potentsiali ( $B=\text{rot}(A)$ ). Bu tenglamaning yechimi Vinduksiya vektorining ikki o‘lchamli qatlam sirtiga nisbatan olingan yo‘nalishiga juda bog‘liq bo‘ladi. Shu mazmunda ikki holga e‘tibor qaratamiz. Birinchi holda bu vektor ikki o‘lchamli qatlam sirti bo‘ylab, ya’ni x o‘qi bo‘ylab,

ikkinchi holda bu qatlamga tik yo‘nalgan deb hisoblaymiz. Birinchi holda bir jinsli magnit maydonning vektor potensialini  $A=(0,-Bz,0)$  kabi tanlash mumkin. Bu holda (2.49) tenglama to‘g‘ri burchakli cheksiz chuqur potensial o‘ra uchun o‘z ko‘rinishini o‘zgartiradi va uning yechimi

$$\psi_{k_{\perp}m}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp}r_{\perp}) \varphi(z-z_0) \quad (2.50)$$

ko‘rinishda izlanadi. Bu funksiya elektronning x o‘qi bo‘ylab erkin va yz tekislikdagi lokallashgan harakat holatlarini tavsiflaydi. Lokallashgan harakatiga  $\varphi_m(z-z_0)$  funksiya mos tushadi va u quyidagi tenglamaning yechimidir

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (z-z_0)^2 \right\} \varphi_m(z-z_0) = E_m \varphi_m(z-z_0)$$

va u  $\varphi(-\infty) = \varphi(+\infty) = 0$  chegaraviy shartni qanoatlantiradi, bu yerda  $z_0 = -\frac{\hbar k_v}{eB}$ ,  $\omega_c = \frac{eB}{m^*}$  -siklotronli chastota, Bu tenglama  $z_0$  muvozanat holatiga nisbatan tebranayotgan kvantlashgan garmonik ossillyator tenglamasining analogidir, biroq qaralayotgan holda kvantlashishning, ossillyator harakatining potensial o‘ra tomonidan ham chegaralanganligini e‘tiborga olinishi talab etiladi. Bu tenglamaga mos kelgan  $E_m$  energiya diskret sathlardan iborat bo‘ladi.

Tabiiyki, magnit maydonining energiyaviy spektriga ta’siri bo‘ladi va u miqdoran potensial o‘ra kengligining ortishi bilan orta boradi.

$$a \propto \lambda = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}} \quad (2.51)$$

shartda (bu yerda  $\lambda$ -magnitli uzunlik va u miqdoran magnit maydoni tok tashuvchilar xarakterli orbitasining radiusiga teng) energiyaning xususiy qiymati kvantlashgan garmonik ossillyator energiyasiga miqdoran teng bo‘ladi

$$E_m = \hbar \omega_c \left( m + \frac{1}{2} \right) \quad m = 0, 1, 2, \dots \infty \quad (2.52)$$

Magnit maydonidagi yarimo‘tkazgichlarda bu energiyalar Landau sathlari deb yuritiladi.

$a \propto \lambda$  shartda zarralar harakatning magnit maydoni bilan bog‘liq bo‘lgan chegaralanishi miqdoran kichik bo‘ladi va To‘g‘ri burchakli cheksiz chuqur potensial o‘ra uchun (2.52) formula (2.9) formulaga o‘tadi. (2.9) va (2.52) munosabatlardan kelib chiqadi kvantlashgan sathlar orasidagi energiyaviy oraliq magnit maydoni ortishi bilan orta boradi. Shunday qilib, bo‘ylama magnit maydoni kvantlashgan o‘rada energiyaviy spektrga ta’sir etadi.

(2.50) energiyaning egiluvchi to‘lqin funksiyalarga mos keluvchi xususiy qiymati  $k_y$  kvant soniga nisbatan aynigan (tushlangan) bo‘ladi va (2.20) ko‘rinishni oladi, bu yerda  $k_z$  o‘rniga  $k_x$  olinishi kerak. Bundan KO‘ning bo‘ylama magnit maydonida kvantlashgan ip analogi ekani kelib chiqadi.

Ikkinchi holda, ya'ni magnit maydoni  $z$  o'q bo'ylab, biroq ikki o'lchamli qatlama tik yo'nalganida vektor potensialni  $A(\mathbf{o}, \mathbf{Bx}, \mathbf{o})$  ko'rinishda tanlash mumkin. Bu holda tenglamaning yechimi sifatida (2.50) funksiya o'rni

$$\psi_{k_y m}(r) = f_n(x - x_0) \varphi_m(z) \quad (2.53)$$

funksiya olinadi, bu yerda  $\varphi_m(z)$ -KO' kvantlashgan sathlarni tavsiflovchi egiluvchi to'lqin funksiya va u (2.5) formula bilan aniqlanadi,  $f_n(x - x_0)$ -Shredinger tenglamasining kvantlashgan garmonik ossillyator uchun nol chegaraviy shart uchun qayd qilingan yechimi, ya'ni

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 (x - x_0)^2 \right\} f_n(x - x_0) = E_n f_n(x - x_0),$$

bu yerda  $x_0 = \frac{\hbar k_y}{eB}$ . Energiyaning (2.53) funksiyaga mos keladigan xususiy qiymatidiskretli sathlarni anglatadi va  $k_y$  kvant songa nisbatan tuslangan bo'ladi. Agar (2.9) va (2.52) ifodalar e'tiborga olinsa, u holda

$$E_{nm} = \hbar \omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* a^2} m^2 \quad (2.54)$$

Bu ifodaga ko'ra KO'ga nisbatan ko'ndalang magnit maydoni kvantlashgan nuqtalarning analogini beradi, chunki bunday holda tok tashuvchilarning harakati uchchala yo'nalishda ham cheklangandir.

Agar  $x_0$  koordinata garmonik ossillyatorning muvozanat nuqtasi yoki tok tashuvchilarning magnit maydoni atrofidagi aylanish markazi bo'lsa, u KO' qalinligi- $x$  o'qi yo'nalishida miqdoran  $(-L_x/2 \leq x_0 < L_x/2)$  oraliq'ida qiymatlar qabul qiladi. To'lqin vektorining  $y$  o'qi yo'nalishidagi komponentasi esa  $(-eBL_x/2\hbar \leq k_y < eBL_x/2\hbar)$  oraliqda o'zgaradi. To'lqin vektorlarning  $y$  o'qi yo'nalishidagi zichligi  $2\pi/L_y$  ekani e'tiborga olinsa, u holda ( $L_y$ -KO'ning  $y$  o'qi yo'nalishidagi qalinligi) (2.54) bilan aniqlanuvchi energiyaviy sathlarning tuslanish darajasi  $eBL_x L_y / 2\pi\hbar$  kabi aniqlanadi.

Agar tok tashuvchilar spini e'tiborga olinsa, u holda magnit maydoni qo'shimcha energiya sodir bo'ladi va spinning magnit maydoni induksiya vektoriga nisbatan qaralgan proyeksiyasiga bog'liq bo'ldi. Natijada (2.54) energiyali har bir sath ikkiga ajralib taraladi. Tahlillar ko'rsatadiki, bunday taralishni ikki qo'shni landau sathlari orasidagi energiyaga nisbatan, ko'pgina hollarda, e'tiborga olmasa ham bo'ladi. U holda spinga bog'liq holda (2.54) bilan aniqlanuvchi energiyaviy sathlarning ikki o'lchamli qatlam sirti yuzasi birligidagi tuslanish darajasi, quyidagicha aniqlanadi

$$\eta = \frac{eB}{\pi\hbar} \quad (2.55)$$

Magnit-maydonning tok tashuvchilar energiyaviy spektri va to'liq funksiyalarining o'zgarishi bilan bog'liq bo'lgan fizik xossalarga ta'siri tok tashuvchilarning magnit maydoni kuch chiziqlari atrofida aylanish chastotalari miqdoran sochilish chastotalariga nisbatan katta bo'lgan maydonlarda sezilarli bo'ladi, qo'shni Landau sathlari orasidagi energiyaviy oraliq tok tashuvchilar o'rta energiyasidan katta bo'lishi talab etiladi:

$$\omega_c \propto \frac{2\pi}{\tau}, \frac{kT}{\hbar}, \frac{\xi}{\hbar}$$

bu yerda  $\xi$  -tuslangan tok tashuvchilar uchun keltirilgan Fermi sathi, Bunday tabiatli maydon kvantlashgan hisoblanadi.

### 2.3.2-§. Kvantlashgan o'ralar va otapanjaralar elektr maydonida

Kvantlashgan potensial o'rali izolirlangan KO' va O'Plarda tok tashuvchilar energiyaviy spektriga bir jinsli elektr maydonning ta'siri, xuddi magnit maydoni ta'siri kabi, F elektr maydon kuchlanganligi vektorining qaralayotgan qatlam sirtiga nisbatan olingan yo'nalishiga bog'liqdir. Agar  $F$  o'tapanjara sirtiga tik yo'nalgan bo'lsa, u holda uning ta'siri sezilarli bo'ladi. Bu holda  $z$  o'qi bo'ylab yo'nalgan davriy potensial va bir jinsli elektr maydondagi tok tashuvchilar potensial energiyasi e'tiborga olingan (2.1) Shredinger tenglamasi quyidagicha qayd qilinadi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) + eFz \right\} \psi(r) = E\psi(r), \quad (2.57)$$

bu yerda  $\psi(z+d\mathbf{n}) = \psi(z)$ ,  $d$ -o'tapanjaraning davri. Bu tenglamaning o'zgaruvchilarni almashtirish metodi yordamidagi yechimi  $\varphi_n(z)$  funksiyali (2,3) munosabatdan aniqlanadi. U esa o'tapanjaraning simmetriya o'qi bo'ylab bir o'lchamli harakatlanayotgan elektronlar uchun quyida qayd qilingan Shredinger tenglamasining yechimi hisoblanadi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V(z) + eFz \right\} \varphi_n(z) = E_n \varphi_n(z) \quad (2.58)$$

va u  $\varphi(-\infty) = \varphi(+\infty) = 0$  chegaraviy shartni qanoatlantiradi. Izolirlangan KO' uchun olingan bu tenglamaga miqdoran elektr maydon kuchlanganligiga bog'liq bo'lgan diskret spektrli ruxsat etilgan energiyaviy sathlar mos keladi: bir jinsli elektr maydondagi izolirlangan KO' energiyaviy spektri o'zgarmaydi.  $V(z)$  davriy potentsialli o'tapanjara uchun egiluvchi funksiya yaqinlashishida nol chegaraviy shartni qanoatlantiradigan tenglama quyidagicha ifodalanadi [10]

$$\left\{ E_m \left( -i \frac{\partial}{\partial z} \right) + eFz \right\} \varphi_{mn}(z) = E_{mn} \varphi_{mn}(z)$$

bu yerda  $E_m (-i\nabla_z)$  (2.31) formula bilan aniqlanuvchi energiyaning  $m$  tartib raqamli o'tapanjara minizonasi. Bu yerda to'liq vektorning  $k_z$  komponentasi unga mos

differential operator bilan almashtirilgan. Bu holda (2.59) tenglamaning simmetriyasi e'tiborga olinsa, u holda egiluvchi to'liqin funksiyasi va unga mos keladigan energiya xususiy qiymatlar uchun quyidagi munosabatlarni qayd qilish mumkin

$$\varphi_{mn}(z) = \varphi_{m0}(z - d \cdot n), E_{mn} = E_{m0} + \hbar\omega_s \cdot n, \left(-\frac{N}{2} \leq n < \frac{N}{2}\right) \quad (2.60)$$

bu yerda  $\omega_s = \frac{eFd}{\hbar}$  - Vane-Shtark chastotasi, N-o'tapanjaraning davrlar soni.  $\varphi_{m0}(z)$  funksiya (2.58) tenglamaning  $E = E_{m0}$  holdagi yechimidir. Shunday qilib, (2.59) tenglamaning qandaydir minizona uchun qayd qilingan bitta yechimini bilgan holda qolganlarini ham aniqlash mumkin. (2.60) ifodadan o'tapanjara qatlamiga tik yo'nalganelektr maydonda har bir minizona N diskret ekvidistant sathlardan tashkil topgan shtark kengayish (taralish)iga uchrashi kelib chiqadi. Bunda  $\varphi_{mn}(z)$  ,funksiyalar n tartib raqamli KO' atrofida lokallashgandir.  $\Delta z_{mn}$  lokallashish sohasi minizonaning  $\Delta E_m$  kengligiga bog'liq bo'lib, kvantlashgan o'ra tartib raqamiga bog'liq bo'lmaydi, ya'ni

$$\Delta z_{mn} = z_{\min}^{\max} - z_{\min}^{\min} = \frac{\Delta E_m}{eF} \quad (2.61)$$

$eFd \geq \Delta E_n$  shartni qanoatlantiradigan kuchli elektr maydonida  $\varphi_{mn}(z)$  funksiya n tartib raqamli KO' ichida lokallashgan bo'ladi. Bu shartning bajarilishi o'tapanjarada energiyaviy sathlarning shtark lokallashishini anglatadi.

Yuqorida qayd qilingan mulohazalar e'tiborga olinsa, u holda (2.57) tenglama yechimi

$$\psi_{k_{\perp mn}}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp} r_{\perp}) \varphi_{mn}(z), \varphi_{mn}(-\infty) = \varphi_{mn}(+\infty) = 0 \quad (2.62)$$

va unga mos kelgan energiyaning xususiy qiymati

$$E_{mn}(k_{\perp}) = E_{m0} + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2 + \hbar\omega_s \cdot n \quad (2.63)$$

(2.63) ifodaga ko'ra, sathlarning shtark lokalizatsiyasida o'tapanjaraning har bir kvantlashgan potensial o'rasida energiyaning ruxsat etilgan spektri, izolirlangan kvantlashgan o'radagi spektr kabi, sodir bo'ladi. Aniq bir tartib raqamli minizonaga tegishli ruxsat etilgan energiyaviy sathlarning to'plami «shtark narvoni» deb yuritiladi. Demak, kvantlashgan elektr maydonda o'tapanjaradagi minizonaning kvaziuzluksiz spektri ekvidistantli diskret sathlardan tashkil topgan «shtark narvoni» spektriga aylanadi, Agar F vektor geterostruktura qatlami sirti bo'lab yo'nalgan bo'lsa, u holda izolirlangan KO' uchun (2.57) tenglama

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(z) + eFx \right\} \psi(r) = E\psi(r) \quad (2.64)$$

ko‘rinishni oladi va bu tenglama o‘zgaruvchilarni aimashtinsh mefodi yordamida yechiladi

$$\psi_{k_y, x_0 m}(r) = \frac{1}{\sqrt{L_y}} \exp(ik_y y) f(x - x_0) \varphi_m(z) \quad (2.65)$$

bu yerda  $\varphi_m(z)$ -(2.2) tenglamaning tashqi maydon ta’sir etmayotgan izolirlangan KO’dagi kvantlashgan sathlar uchun olingan yechimi,  $f(x)$ -tok tashuvchilarning maydon yo‘nalishidagi harakatini tavsiflovchi

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + eFx \right\} f(x) = 0 \quad (2.66)$$

bir o‘lchamli Shredinger tenglamasining yechimi  $f(-\infty) = f(+\infty) = 0$  shartni qanoatlantiradi. (2.65) funksiyaga mos keluvchi to‘la energiya

$$E_m(k_y, x_0) = E_m + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_y^2 + eFx_0 \quad (2.67)$$

Kvantlashgan potensial o‘ralardan tashkil topgan O‘P uchun  $\varphi_m(z)$  funksiya uchun qayd qilingan (2.65) tenglama (2.28) tenglamaga,  $E_m$  (2.67) munosabatdagi na (2.30) funksiya ifodaga almashtirilishi kerak.

Yuqorida qayd qilingan mulohazalarga ko‘ra, bo‘ylama elektr maydonga joylashtirilgan KO’ va KO'lardan tashkil topgan o‘tapanjaralarda tok tashuvchilar energiyaviy spektri uch o‘lchamli strukturalardagi kabi o‘zgaradi.

O‘radan tashqarida, cheksiz balandlikli to‘siqlar sohasida o‘radagi to‘lqin funksiya nulga teng bo‘lganligi sababli potensial o‘ra devorlarida ( $z=0$  *df*  $z=d$ ) yuqorida qayd qilingan chegaraviy shartlar kabi quyidagi munosabatlarga ega bo‘lamiz:

$$\psi(z)|_{z=0} = 0, \quad \psi(z)|_{z=d} = 0 \quad (2.68)$$

(2.64) tenglamani qayta quyidagi ko‘rinishda yozamiz

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} - \frac{2meF}{\hbar^2} \left( z - \frac{E^{(z)}}{eF} \right) \psi = 0 \quad (2.69)$$

Qo‘shiluvchilar bir xil birlikli bo‘lishi zarurligi hisobiga kattalik

$l_0 = \left( \frac{2meF}{\hbar^2} \right)^{-1/3}$  uzunlik masshtabi rolini o‘ynaydi (bu yerda  $eF > 0$  deb hisoblaymiz).

Shuning uchun  $E$  energiyaning har bir qiymatida  $z$  koordinataning o‘rniga quyidagi o‘lchamsiz o‘zgaruvchidan foydalanamiz

$$\xi = \frac{1}{l_0} \left( z - \frac{E^{(z)}}{eF} \right) = \left( \frac{2meF}{\hbar^2} \right)^{1/3} \left( z - \frac{E^{(z)}}{eF} \right) \quad (2.70)$$

Natijada (2.73) tenglama quyidagi ko‘rinishni oladi

$$\frac{d^2\psi(\xi)}{d\xi^2} - \xi\psi(\xi) = 0 \quad (2.71)$$

Ma'lumki, bu tenglamaning umumiy yechimini Eyri funksiyalarning (ularning grafiklari 2.3, a rasmda keltirilgan) chiziqli kombinatsiyasi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$\psi(\xi) = C_1 Ai(\xi) + C_2 Bi(\xi) \quad (2.72)$$

(2.68) chegaraviy shartlarda (1.76) yechim e'tiborga olinsa, u holda  $C_1$  va  $C_2$  koeffitsiyentlarga nisbatan bir jinsli tenglamalar sistemasi kelib chiqadi

$$\begin{cases} \psi(\xi) = C_1 Ai(\xi|_{z=0}) + C_2 Bi(\xi|_{z=0}) \\ \psi(\xi) = C_1 Ai(\xi|_{z=d}) + C_2 Bi(\xi|_{z=d}) \end{cases} \quad (1.73)$$

Bir jinsli tenglamalar sistemasi noldan farqli yechimga ega bo'lishi uchun uning aniqlanuvchisi nolga teng bo'lishi kerak, ya'ni

$$Ai(\xi|_{z=0})Bi(\xi|_{z=d}) - Ai(\xi|_{z=d})Bi(\xi|_{z=0}) = 0. \quad (2.74)$$

(2.70) e'tiborga olingan bu shart elektronning  $E$  to'la energiyasi (2.72) tenglik bilan bog'langan  $E^{(z)}$  o'zgaruvchi uchun qayd qilingan tenglamani beradi. Shunday qilib, (2.74) tenglamaning ildizlari o'lchamli kvantlashgan energetik sathlarni, ya'ni  $E_n(0)$  kattalikni ifodalaydi. O'lchamli kvantlashgan zonachalarning  $E_n(K)$  energetik spektri parabolik ko'rinishda bo'lib, potensial o'radagi elektronning  $m$  effektiv massasi bilan aniqlanadi:

$$E_n(K) = E_n(0) + \frac{\hbar^2 K^2}{2m} \quad (2.75)$$

(2.77) tenglamalar sistemasining ikkitasidan ixtiyoriy bittasi  $E_n(K)$  zonachaning har biri uchun  $C_2/C_1$  nisbatni va shu bilan birgalikda ixtiyoriy normalanuvchi kattalikka ko'paytirilgan (2.72) to'lqin funksiyasini aniqlash imkonini beradi. Bunday hisoblashlarning natijalari 2.3, b rasmda tasvirlangan.

Agar  $eFd$  energiya to'g'ri burchakli o'radagi qo'shni sathlar orasidagi  $\Delta E \sim \hbar^2 / (md^2)$  energetik oraliqlardan miqdoran katta bo'lsa, u holda bunday sathlarning  $F$  kuchlanganlikli elektr maydon ta'sirida siljishini g'alayonlar nazariyasi yordamida baholash mumkin.  $eFd \gg \Delta E$  shart  $d \gg l_0$  tengsizlikka mos keladi, ammo  $d$  o'ra kengligining miqdoran ortishi bilan g'alayonlar nazariyasi qo'llanilishi o'z kuchini yo'qota boradi.

$d \rightarrow \infty$  chegarada cheksiz chuqur potentsiali "uch burchakli" bo'lgan o'ra modelida, ya'ni

$$U(z) = \begin{cases} eFz, & z > 0 \\ \infty, & z < 0 \end{cases} \quad (2.76)$$

(2.72) chegaraviy shartem quyidagi ko'rinishda qayd qilinadi

$$\psi(z)|_{z=0} = 0, \psi(z)|_{z \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (2.77)$$

(2.76) potentsiilli Shredinger tenglamasining  $z > 0$  sohadagi yechimi bu holda ham (2.72) Eyri funksiyalarning chiziqli kombinatsiyasi ko'rinishida tanlanadi.



Biroq  $Bi(\xi)$  funksiya  $\xi \rightarrow \infty$  holda cheksiz ortib borganligi tufayli (2.72) ifodadagi  $S_2$  koefitsiyent nolga teng deb hisoblanadi va  $S_1$  koefitsiyent normalanuvchi  $S$  doimiylik mazmunini oladi. Demak, uchburchakli potensialda elektronning stasionar holatlari quyidagi ko`rinishdagi to`lqin funksiyalar orqali ifodalanadi

$$\psi(\xi) = CAi(\psi) = CAi\left(\left(\frac{2meF}{\hbar^2}\right)^{1/3}\left(z - \frac{E^{(z)}}{eF}\right)\right) \quad (2.78)$$

Bu holdap  $E^{(z)}$  energiyaning xususiy qiymatlari  $\psi(\xi)|_{z=0} = 0$  tenglama yordamida, ya'ni

$$Ai\left(-\left(\frac{2meF}{\hbar^2}\right)^{1/3}\left(z - \frac{E^{(z)}}{eF}\right)\right) = 0 \quad (2.79)$$

yordamida aniqlanadi.

(2.75) transtsendent tenglamaning yechimlari

$$E_n^{(z)} = \left(\frac{(\hbar e F)^2}{2m}\right)^{1/3} (-\xi_n) \quad (2.80)$$

bu yerda  $\xi_n$  -  $Ai(\xi)$  funksiyaning nolga aylantiruvchi argumenti, ya'ni  $Ai(\xi) = 0$  tenglamaning ildizlari. Ta'kidlaymizki, dastlabki besh ildizlar:  $\xi_1 = -2,338, \xi_2 = -4,087, \xi_3 = -5,52, \xi_4 = -6,87, \xi_5 = -7,944$ .  $n$  ning katta qiymatlarida taqriban  $-\xi_n \sim n^{2/3}$  munosabat o`rinlidir. Shunday qilib, uchburchakli o`rada, to`g`ri burchakli o`radan farqli o`laroq, energetik sathlar  $n$  tartib raqamning ortishi bilan  $E_n \propto n^{2/3}$  qonuniyatga bo`ysunadi. Zonachalardagi o`lchamli kvantlashishning dispersiya qonuniyati (2.75) bilan ifodalanadi.

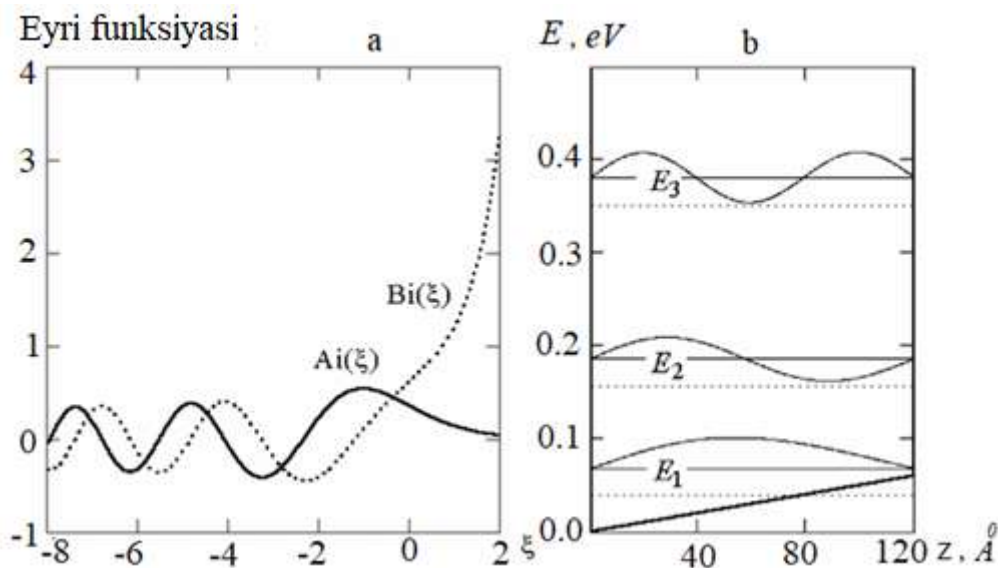
Cheksiz chuqur potensial o`ralarda  $E_n$  kattalikning  $n$  - tartib raqamining funksiyasi sifatida o`zgarishini  $n$  ning katta qiymatlarida quyidagi tasavvurga ko`ra oson hal etish mumkin. O`ranning  $E$  energiyali sathga mos keluvchi kengligini  $l(E)$  kabi belgilaylik. U holda energiyaning kvantlashish sharti  $l(E)$  uzunlikda  $n$  dona  $\lambda(E) \sim \hbar / \sqrt{mE}$  to`lqin uzunligi mos kelishni ta'minlovchi tenglama ko`rinishida qayd qilinadi, ya'ni

$$n\hbar / \sqrt{mE} \sim l(E) \quad (2.81)$$

To`g`ri burchakli o`ra modelida o`ranning kengligi doimiy:  $l(E) = d$  va (2.77) ifodadan  $E_n \sim \frac{n^2 \hbar^2}{md^2}$  munosabat kelib chiqadi va undan  $n$  ning ortishi bilan qo`shni sathlar orasidagi energiya orta boradi. Parabolik o`rada, ya'ni  $U(z) = m\omega^2 z^2 / 2$  potentsialli chiziqli ostsillyator masalasida  $m\omega^2 l^2(E) \sim E$  kelib chiqadi va (2.81) shart  $E_n \sim n\hbar\omega$ , ya'ni ekvidistantli sathlarning hosil bo`lishiga olib keladi. Bu hol kvant mexanikasida ham kelib chiqarilgan. Nihoyat, uchburchakli potensial modiyelida

(2.80)  $eFl(E)=E$ , shuning uchun (2.15) shart energetik sathlarning zichlashishiga olib keladi, ya'ni

$$E_n \sim n^{2/3} \left( \frac{(\hbar e F)^2}{m} \right)^{1/3}, \quad n \gg 1 \quad (2.82)$$



2.3-rasm. Chiziqli potensial o`rada elektronli holatlar. *a* – Eyri funksiyalarning grafiklari. *b*-  $eFz$  potentsialli cheksiz chuqurlikli potensial o`rada  $E_n(0)$  energiyali uchta sathlar (uzluksiz gorizontali chiziqchalar) va ularga taaluqli to`lqin funksiyalar (egri chiziqchalar). Hisoblashlarda o`raning kengligi  $d=120$  Angstrom, elektronning effektiv massasi  $m=0,067 m_0$ , elektr maydon kuchlanganligi  $F=50$  kV/sm kabi tanlangan. Punktir chiziqchalar bilan yuqorida qayd qilingan hol uchun tashqi elektr maydoni ta'sir etmaganidagi hisoblash natijalari keltirilgan.

(2.80) ifodaga ko`ra hisoblangan dastlabki beshta energetik sathlar va ularga mos keluvchi (2.78) to`lqin funksiyalari hisoblash natijalari 2.4 rasmda keltirilgan (bu holda eksponensial ko`rinishli o`ra masalasining yechimi ham keltirilgan).

### 2.3.3-§. Eksponensial relyefli kvantlashgan o`ra

Zonasi egirilgan MDYaO`-strukturada elektronlarning o`lchamli - kvantlashgan holatlarini tahlil qilaylik. Strukturadagi potensial to`siq balandligining chekliligiga e'tibor qaratish maqsadida yarim o`tkazgich o`tkazuvchanlik zonasi tubining  $z$  koordinataga  $-W \exp(-z/l)$  eksponensial funksiya ko`rinishda bog`liq deb hisoblaymiz, bu yerda  $W$  – o`tkazuvchanlik zonasining egilish kattaligi,  $l$ -zonasining egilish kattaligini tavsiflovchi uzunlik. Masalani soddalashtirish uchun yarim o`tkazgichning dielektrik bilan chegarasidagi potensial to`siqning balandligini cheksiz deb hisoblaymiz. Natijada (2.28) Shredinger tenglamasidagi  $U(z)$  potensial

$$U(z) = \begin{cases} -W \exp(-z/l) & z > 0 \\ \infty, & z < 0 \end{cases} \quad (2.83)$$

ko`rinishda qayd qilinadi.

$z < 0$ , ya'ni dielektrik sohada  $\psi(z)$  to`lqin funksiya nol bo`ladi, yarim o`tkazgich ( $z > 0$ ) sohada

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dz^2} - W \exp(-z/l)\psi = E^{(z)}\psi, \quad z > 0 \quad (2.84)$$

Shredinger tenglamasining yechimi sifatida aniqlanadi, bu yerda

$$E^{(z)} = E - \frac{\hbar^2 K^2}{2m} \quad (2.85)$$

O`lchamli kvantlashish sathlarini aniqlash uchun  $E^{(z)} = -|E^{(z)}|$  kabi ifodalanuvchi  $-W < E^{(z)} < 0$  energiya oraligini qaraymiz.  $z=0$  tekislik yaqinida lokallashgan holatlarning to`lqin funksiyalariga chegaraviy shartlar

$$\psi(z)|_{z=0} = 0, \quad \psi(z)|_{z \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (2.86)$$

ko`rinishda tanlanadi. Agar  $z$  o`rniga boshqa o`zgaruvchi:  $s = \exp(-z/2l)$  tanlansa, u holda (2.88) Shredinger tenglamasi quyidagi ko`rinishga keladi

$$s^2 \frac{d^2\psi}{ds^2} + s \frac{d\psi}{ds} + \frac{8ml^2W}{\hbar^2} s^2\psi - \frac{8ml^2|E^{(z)}|}{\hbar^2}\psi = 0 \quad (2.87)$$

Energiyaning  $\hbar^2/ml^2$  tavsifiy (masshtabli) kattaligi uzunlikning  $l$  masshtabi va  $m$  effektiv massaga bog`liq bo`ladi. Uning yordamida o`lchamsiz energetik o`zgaruvchi,  $\nu^2(E^{(z)})$  kattalikni kiritish mumkin va natijada

$$\nu^2 = 8ml^2|E^{(z)}|\hbar^{-2} \quad (2.88)$$

Shuning kabi kvantlashgan o`raning "quvvatini tavsiflovchi o`lchamsiz parametr

$$u^2 = 8ml^2W\hbar^{-2} \quad (2.89)$$

Nihoyat, yangi  $\xi = us$  o`lchamsizli koordinata kiritib (2.91) tenglama Bessel tenglama ko`rinishida qayd qilinadi

$$\xi^2 \frac{d^2\psi(\xi)}{d\xi^2} + \xi \frac{d\psi(\xi)}{d\xi} + (\xi^2 - \nu^2)\psi(\xi) = 0 \quad (2.90)$$

$\nu$  ixtiyoriy qiymati uchun (2.90) tenglamaning umumiy yechimi  $J_\nu(\xi)$  Bessel funksiyasi va  $\nu$  tartibli  $N_\nu(\xi)$  Neyman funksiyasining chiziqli kombinatsiyasi kabi qaraladi, ya'ni

$$\psi(\xi) = C_1 J_\nu(\xi) + C_2 N_\nu(\xi)$$

$\xi \rightarrow 0$  holda  $J_\nu(\xi)$  Bessel funksiyasi o`zini  $\xi^\nu$  ko`rinishda,  $\nu > 0$  tartibli Neyman funksiyasi esa o`zini  $\xi^{-\nu}$  ko`rinishda tutadi. Agar  $\nu = 0$  bo`lsa, u holda Neyman

funksiyasi o`zini  $\ln \xi$  kabi tutadi. Boshqacha aytganda,  $J_\nu(0)$  qiymat cheklidir, u holda  $|N_\nu(0)| \rightarrow \infty$ .  $\xi = 0$  nuqta  $z \rightarrow \infty$  mos keladi va bu sohada (2.90) chegaraviy shartlarning ikkinchisi bajarilishi kerak. Bu holda Neyman funksiyasining old  $S_2$  koeffitsiyenti nolga teng deb hisoblanadi. Shunday qilib, eksponensial o`rada statsionar holatlarning to`lqin funksiyalari

$$\psi(\xi) = CJ_\nu(\xi) = CJ \sqrt{\frac{8ml^2 |E^{(z)}|}{\hbar^2}} \left( \sqrt{\frac{8ml^2 W}{\hbar^2}} e^{-\frac{z}{2l}} \right) \quad (2.91)$$

bu yerda  $E^{(z)}$  energiyaning qiymatlari (2.90) munosabatdagi birinchi chegaraviy shartdan kelib chiquvchi  $\nu$  o`zgaruvchiga nisbatan qayd qilingan tenglamaning ildizlari kabi aniqlanadi

$$J_\nu \left( \sqrt{\frac{8ml^2 W}{\hbar^2}} \right) = 0. \quad (2.92)$$

Bu transtsendent tenglamaning  $E_n(0)$  energiyali diskret sathlarni ifodalovchi yechimlarini quyidagi ko`rinishda qayd qilish mumkin

$$E^{(z)} = -v_n^2 \frac{\hbar^2}{8ml^2}, \quad (2.93)$$

bu yerda  $v_n - u = \sqrt{8ml^2 W / \hbar^2}$  argumentli  $J_\nu(u) = 0$  tenglamaning ildizlari.

Birinchi energetik sathning paydo bo`lishiga  $E_1 = 0$  tenglik va demak,  $J_0(u) = 0$  tenglama mos keladi. Bu tenglamaning eng kichik ildizi noldan farqlidir va u  $u_1 = 2,405$ . Demak, eksponensial o`rada kichik quvvatli sath mavjud bo`lmaydi; birinchi sathning yuzaga kelishi uchun o`ra parametrlari quyidagi shartni qanoatlantirishi kerak

$$8ml^2 W \hbar^{-2} > u_1^2. \quad (2.94)$$

O`ra parametrining ortishi bilan birinchi energetik sath o`ra energiyasining tubiga qarab siljiy boshlaydi. Agar bu kattalik miqdoran  $J_0(u) = 0$  tenglamaning ( $u_2 = 5.52, u_3 = 8.654, u_4 = 11.792, u_5 = 14.931 \dots$ ) ildizidan katta bo`lsa, u holda o`rada ikkinchi va keyingi tartib raqamli energetik sathlar paydo bo`ladi. (2.93) va (2.91) ifodalarga ko`ra hisoblangan energetik sathlar va ularga mos keluvchi to`lqin funksiyalar 2.4, b. -rasmda tasvirlangan.

### 2.3.4-§. Tunnelli bog`langan kvantlashgan o`ralar

Ikki va undan ortiq bir biriga yaqin joylashgan potensial o`rali strukturalarda qo`shni potensial o`ralardagi to`lqin funksiyalar potensial to`siq sohasida bir birini kesishadi. Bu esa ikki qo`shni potensial o`ra orasidagi potensial to`siq sohasida elektron topilish ehtimollikligining noldan farqli bo`lishiga olib keladi. Natijada energiyasi potensial to`siq balandigidan miqdoran kichik bo`lsa-da, elektron sezilarli ehtimollik bilan bir potensial o`radan ikkinchisiga o`tishi mumkin bo`ladi.

Ma'lumki bunday tabiatli kvant hodisasi tunnel effekt deb ataladi. Tunnel effektining sodir bo'lish ehtimolligi sezilarli bo'lgan bunday strukturalar tunnelli bog'langan kvantlashgan o'ralar deb yuritiladi.

Tunnelli bog'lanish o'ralarning bir- biriga yaqinlashishi (potensial to'siq geometrik o'lchamining kamayishi) bilan o'radagi energetik sathlarning va to'lqin funksiyalarning ko'rinishini o'zgarib boradi. O'lchamli kvantlashgan sathlarni va ularga mos keluvchi to'lqin funksiyalar uchun har bir geterochegaraga taaluqli Bastard shartlarni qanoatlantiruvchi ko'rinishdagi Shredenger tenglamasini (to'lqin funksiyalarning  $z \rightarrow \pm\infty$  holda kamayishini e'tiborga olib) hisoblash bilan hal etiladi. Bitta potensial to'siqning o'ng va chap tarafida joylashgan potensial o'rali nanostrukturada to'rtta chegara mavjud bo'ladi. Natijada qator chegaraviy shartlardan sakkizta tenglamar sistemasi hosil qilinadi. O'ralar sonining ortishi bilan bunday sistemadagi tenglamalar sonini orttiradi. Hisoblashlarda ko'chirish matritsasi deb nomlangan metoddan foydalanilsa, u holda hisoblashlar nisbatan osonlashadi. Kelgusida ikki potensial o'rali geterostrukturalar uchun bajarilgan miqdoriy hisoblashlarni keltiramiz; hisoblash metodi energetik sath keyingi bandlarda batafsil keltiriladi. Biroq masalani sifatli hal etish maqsadida, dastavval, ikki o'rali modelni tavsiflovchi  $U(z)$  potensialni tanlaymiz. Natijada statsionar holatlarga nisbatan taqribiy analitik hisoblashlarni bajaramiz

Aytaylik ikki (chap va o'ng) o'ralarga tegishli  $U_L(z)$  va  $U_R(z)$  potenciallar bir biriga bog'liq bo'lmasin. Bu yerda potensial to'siqdagi energiyani sanoq boshi deb tanlash hisoblashlarni osonlashtiradi. Bu holda  $U_L(z)$  va  $U_R(z)$  funksilarning har biri faqat o'z qatlamida noldan farqli bo'ladi. U holda ikki o'rali struktura uchun  $U(z)$  potensial  $U_L(z)$  va  $U_R(z)$  potenciallarining summasi kabi qaraladi va  $z$  koordinataga bog'liq bo'lmagan  $m$  effektiv massa yaqinlashishida ikki o'rali masala uchun olingan (2.28) Shredenger tenglamasining yechimi:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dz^2} + U_L\psi + U_R\psi - E^{(z)}\psi = 0 \quad (2.95)$$

bu yerda  $E^{(z)} = E - \frac{\hbar^2 K^2}{2m}$ .

$K=0$  holda  $z$  indeksni yozmaslik mumkin, chunki bu shartda  $E$  energiyaning har ikki qiymati bu koordinataga bog'liq bo'lmaydi. Bir biridan izolyatsiyalangan o'ralarda (bir biriga nisbatan jud katta masofada joylashsa) faqat bittadan ( $E_L$  va  $E_R$ ) energiyali sathlar mavjud deb hisoblasak, u holda yechimlar ( $E_L, \psi_L$  va  $E_R, \psi_R$  kattaliklar) quyidagi bir o'rali masalalarning Shredenger tenglamalarini qanoatlantiradi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi_L}{dz^2} + U_L\psi_L = E_L\psi_L, \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi_R}{dz^2} + U_R\psi_R = E_R\psi_R \quad (2.96)$$

bu yerda  $E^{(z)} = E - \frac{\hbar^2 K^2}{2m}$ .

$K=0$  holda  $z$  indeksni yozmaslik mumkin, chunki bu shartda  $E$  energiyaning har ikki qiymati bu koordinatag bog`liq bo`lmaydi. Bir biridan izolirlangan o`ralarda (bir biriga nisbatan jud katta masofada joylashsa) faqat bittadan ( $E_L$  va  $E_R$ ) energiyali sathlar mavjud deb hisoblasak, u holdla yechimlar ( $E_L, \psi_L$  va  $E_R, \psi_R$  kattaliklar) quyidagi bir o`rali masalalarning Shredenger tenglamalarini qanoatlantiradi

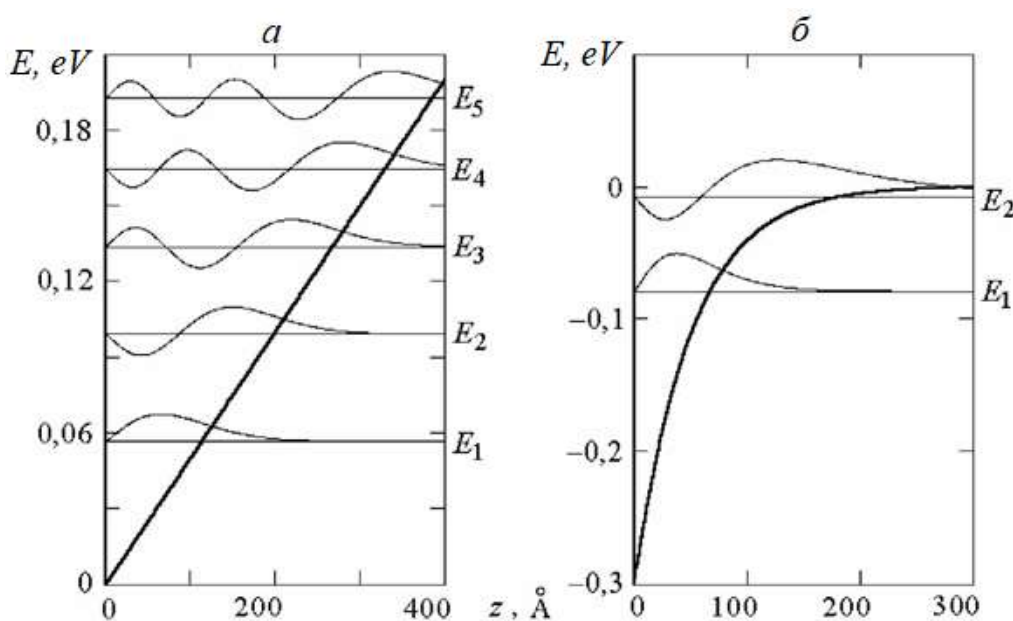
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_L}{dz^2} + U_L \psi_L = E_L \psi_L, \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_R}{dz^2} + U_R \psi_R = E_R \psi_R \quad (2.97)$$

$U(z)$  potentsialli(2.95) Shredenger tenglamasining yechimini  $v$  vide normlangan  $\psi_L(z)$  va  $\psi_R(z)$  to`lqin funksiyalarning chiziqli kombinatsiyasi ko`rinishida izlaymiz, ya`ni

$$\psi(z) = C_L \psi_L(z) + C_R \psi_R(z) \quad (2.98)$$

bu yerda  $C_L$  va  $C_R$  masalaning chegraviy shartidan aniqlanadigan noma`lum koeffitsiyentlar. (2.100), tenglik va (2.101) ifoda (2.99) tenglamada e`tiborga olinsa, u holda

$$C_L (E_L - E + U_R(z)) \psi_L(z) + C_R (E_R - E + U_L(z)) \psi_R(z) = 0 \quad (2.99)$$



2.4-rasm. Chiziqli va eksponensial potentsialli potensial o`rada elektronli holatlar. a - (2.80) bilan ifodalanuvchi  $eFz$  potentsialli  $W=0,3$  eV chuqurlikli potensial o`rada  $E_n(0)$  energiyali beshta sathlar (uzluksiz gorizontali chiziqilar) va ularga taaluqli to`lqin funksiyalar (egri chiziqilar). Hisoblashlarda o`raning kengligi  $d=50$  Angstrom, elektronning effektiv massasi  $m=0,067 m_0$ , elektr maydon kuchlanganligi  $F=50$  kV/sm kabi tanlangan. Potensial o`raning yuqorida qayd qilingan parametrlariga nisbatan hisoblashlardan faqat ikkita sathlarning

mavjudligi hisoblandi. Bu holda (2.93) ifoda bilan aniqlanuvchi i o`lchamsiz kattalik 7,26 deb, energetik spektr esa (2.79) ko`rinishda tanlangan.

Bu yerdan  $C_L$  va  $C_R$  noma'lum kattaliklar uchun ikkita tenglamalar sistemasi keltirib chiqadi: ulardan biri (2.99) ifoda  $\psi_L(z)$  funksiyada e'tiborga olinsa va  $z$  bo'yicha integrallashtan so'ng, ikkinchisi esa (2.99) ifoda  $\psi_R(z)$  funksiyaga ko'paytirilib va  $z$  bo'yicha  $-\infty$  dan  $+\infty$ gacha integrallashtan natijasida hosil bo'ladi. bu yerda hosil bo'lgan integrallarni quyidagicha belgilaymiz

$$\langle \psi_L \psi_L \rangle = 1, \quad \langle \psi_R \psi_R \rangle = 1, \quad (2.100)$$

$$\langle \psi_L U_R \psi_L \rangle = w_L, \quad \langle \psi_R U_L \psi_R \rangle = w_R, \quad (2.101)$$

$$\langle \psi_L U_L \psi_R \rangle = u_L, \quad \langle \psi_R U_R \psi_L \rangle = u_R, \quad (2.102)$$

$$\langle \psi_L \psi_R \rangle = s. \quad (2.103)$$

(2.100) integrallar  $\psi_L(z)$ ,  $\psi_R(z)$  bazis funksiyalarning normalanish shartidan birga teng bo'ladi.  $C_L$ ,  $C_R$  koeffitsiyentlar uchun qayd qilingan (2.100)-(2.103) tenglamalar sistemasi quyidagi ifodalanadi

$$\begin{cases} (E_L + w_L - E)C_L + [(E_R - E)s + u_L]C_R = 0, \\ [(E_L - E)s + u_R]C_L + (E_R + w_R - E)C_R = 0. \end{cases} \quad (2.104)$$

(2.104) bir jinsli tenglamalar sistemasi aniqlanuvchisining nolga tenglab, quyidagi munosabatga erishamiz

$$(E_L + w_L - E)(E_R + w_R - E) - [(E_R - E)s + u_L][(E_L - E)s + u_R] = 0 \quad (2.105)$$

Oxirgi ifoda  $E$  o'zgaruvchiga nisbatan kvadrat tenglama bo'lganligi bois u ikkita  $E_1$ ,  $E_2$  ildiz-yechimlarga ega bo'lib, ular elektronning ikki o'rali  $U(z)$  potentsialdagi energetik spektrini beradi. Bu ildizlarni navbatma navba (2.104) tenglamaga qo'yilsa, u holda  $(C_L/C_R)_1$  va  $(C_L/C_R)_2$  kattaliklar uchun ifodalar, (2.98) munosabatga ko'ra esa  $E_1$ ,  $E_2$  energiyali sathlarga tegishli  $\psi_1(z)$ ,  $\psi_2(z)$  to'lqin funksiyalar aniqlanadi.

Shunday qilib, tunnelli bog'langan o'ralarda energetik sathlar izolirlangan o'ralardagiga nisbatan siljigan, to'lqin funksiyalar esa izolirlangan o'radagi holat funksiyalarning (2.98) ko'rinishda qayd qilinadi chiziqli kombinatsiyasidan iboart bo'ladi.

$\psi_L(z)$  va  $\psi_R(z)$  funksiyalarning bir biri bilan kesishishi (2.103) sistemaning nediagonal hadlari bilan bog'liqdir va ular kvadrat qavslarda keltirilgan. Haqiqatan ham, (2.103) sistemada nediagonal hadlar bo'lmasa, u holda yechimlar  $C_L$ ,  $C_R$  koeffitsiyentlarning birortasi nolga teng bo'lganida mavjud bo'ladi.

Aytaylik  $W$  - potentsial o'ra chuqurligining masshtabi ( $U_L(z)$  va  $U_R(z)$ )

kattaliklar potensial o`ra sohasida miqdoran  $W$  kattalik tartibida bo`ladi),  $1/\gamma$  -  $\psi_L(z)$  va  $\psi_R(z)$  to`lqin funksiyalar to`siq sohasiga kirib borish masofasining masshtabini anglatadi,  $l$ -potensial o`ralar orasidagi masofa.  $l \ll 1/\gamma$  shart bajarilganida (2.102) integralga asosiy ulushni potensial o`ralar orasidagi soha beradi, chunki bu sohada to`lqin funksiyalarning biri kamayuchi, boshqasi ortib boruvchi bo`ldi, masalan  $\psi_L \propto \exp(-\gamma_L z)$ ,  $\psi_R \propto \exp(-\gamma_R(z-l))$ .  $\gamma_L \sim \gamma_R$  kattaliklar miqdoran har xil ekaniga e`tibor qaratilmasa, u holda qupol yaqinlashishda (2.102) integraldan quyidagi munosabat olinadi

$$s \sim \exp(-\gamma l) \quad (2.106)$$

Agar potensial o`ralar orasidagi  $l$  masofa  $1/\gamma$  kattaliknidan miqdoran kichik bo`lsa, u holda bu kattalik eksponensial kichik miqdorli kattalik hisoblanadi. Kvant mexanika kursidan ma`lumki, (2.106) eksponensial ifoda elektronning  $l$  kenglikli potensial to`siqdan elektronlarning tunnel o`tish ehtimolligi amplitudasini baholovchi kattalik bo`la oladi, o`tish ehtimolligi esa  $\exp(-2\gamma l)$  kabi ifodalanadi. Shuning uchun to`lqin funksiyalarning kesishish (bir birini qoplash) integrali deb nomlanuvchi (2.109) o`lchamsiz kattalikni potensial o`ralarning tunnel bog`lanish parametri sifatida qaraladi. Sodda yaqinlashishlarda (2.104)—(2.105) integrallardan fizikaviy parametrlari biri biridan kam farq qiluvchi, ya`ni asimmetriya kam bo`lgan holda quyidagi natija olinadi

$$w_L \sim w_R \sim -W \exp(-2\gamma l) \ll -Ws^2, \quad (2.107)$$

$$u_L \sim u_R \sim -W \exp(-\gamma l) \sim -Ws \quad (2.108)$$

$E_L - E$  va  $E_R - E$  energetik farqlar absolyut qiymatlarining xarakterli masshtablari  $Ws$  va  $W$  sohada bo`lishiga e`tibor qaratilsa, u holda (2.107) sistemaning diagonal hadlarida (2.107) kattaliklarni e`tiborga olmasa ham bo`ladi, chunki ular  $s$  parametrga nisbatan ikkinchi tartibli kichik hadlardirmi, nodiagonal hadlardan esa faqat (2.081) kattaliklar qoldiriladi. Natijada

$$\begin{cases} (E_L - E)C_L + u_L C_R = 0, \\ u_R C_L + (E_R - E)C_R = 0. \end{cases} \quad (2.109)$$

(2.121) tenglamalar sistemasining aniqlanuvchisini nolga tenglashtirib, (2.105) tenglamaning o`rniga quyidagi soddaroq tenglamaga ega bo`lamiz

$$(E_L - E)(E_R - E) - u_L u_R = 0 \quad (2.110)$$

Uning ildizlari

$$E_{1,2} = \frac{E_L + E_R}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(E_L - E_R)^2 + 4u_L u_R} \quad (2.111)$$

Endi energetik sathlar oasiadgi (2.111) ifoda bilan aniqlanuvchi  $\Delta E = |E_1 - E_2|$  oralikning tahlillarini bajaraylik.  $\Delta E_{asym} = |E_L - E_R|$  kattalikni ikki potensial o`raning



asimmetriya kattaligi sifatida qarash mumkin. Agar uning kvadratida asosiy ulushni (2.111) ifodadagi ildiz ostidagi kattalik bersa, u holda  $\Delta E \approx \Delta E_{asym}$  bo`ladi va bu holda (2.109) sistemaning yechimlariga  $\psi_1, \psi_2$  to`lqin funksiyasi mos keladi va ular bastlabki tanlangan  $\psi_L, \psi_R$  to`lqin funksiyalarga o`xshash bo`lad, ya`ni to`lqin funksiyaslarni bir birini deyarli qoplamagan bo`ladisi. Aksincha, ya`ni potensial o`ralar asimmetriyasi bo`lmasa (ular tabiatan bir xil bo`lsa), u holda tunnel bog`langan o`ralardagi sathlar orasidagi (2.111) farq  $\Delta E \approx \Delta E_{tunn}$  tartibida bo`ladi, bu yerda

$$\Delta E_{tunn} = 2\sqrt{u_L u_R} \sim W \exp(-\gamma l) \quad (2.112)$$

(2.115) ifoda energetik sathlarning *tunnel kengayishi (taralishi)* deb nomlanadi va ular tunnelli bog`lanish bo`lmaganida bir biri bilan ustma ust tushadi. Bu holda (2.112) sistemaning yechimlari datavval tanlangan to`lqin funksiyalarning arlashuvi (bir birini qoplashi)ga olib keladi, ya`ni  $C_1$  va  $C_2$  koeffitsiyentlar absolyut qiymatlari miqdoran yaqin qiymatli bo`aldi. Umuman olganda (2.114)-(2.115) ifodalardan ko`rinyaptiki, potensial o`ralar asimmetriyasi va tunnelli kengayish quyidagi ifoda bilan xarakterlanadi

$$\Delta E \sqrt{(\Delta E_{asym})^2 + (\Delta E_{tunn})^2} \quad (2.113)$$

Energetik sathlari miqdoran bir biriga mos keluvchi, ya`ni  $E_L = E_R \equiv E_0$  shartda bir xil parametrlilik ikki simmetrik potensial o`rali strukturaning tahlillarini bajaraylik. Bunday potensial o`ralar uchun (2.104)-(2.105) parametrlarning qiymatlari ham bir biriga mos keladi (yuqlrida L, R indekslar bilan farqlangan va ularni endi tashlab yuborsa ham bo`ladi). Bu holda (2.108) kvadrat tenglamaning ildizlari

$$E_1 = E_0 + \frac{w+u}{1+s}, \quad E_2 = E_0 + \frac{w-u}{1-s} \quad (2.114)$$

$s \neq 1$  shartda (2.114) ifodaning maxrajlarida  $s$  qoplash integraliga e`tibor qaratilmasa ham bo`ladi. U holda sathlar orasidagi (2.114) oralik energiya  $\Delta E = \Delta E_{tunn} = 2|u|$  tartibida bo`ladi. Pastki  $E_1$  energetik sathga (2.104) sistemaning  $C_L = C_R$  shartni qanoatlantiruvchi simmetrik yechimi, yuqorigi  $E_2$  sathga esa  $C_L = -C_R$  shartni qanoatlantiruvchianti simmetrik yechimi mos keladi. Shunday qilib, (2.117) energetik sathlarga mos keluvchi to`lqin funksiyasi quyidagicha ifodalanadi

$$\psi_1(z) = C_1(\psi_L(z) + \psi_R(z)) \quad (2.115)$$

$$\psi_2(z) = C_2(\psi_L(z) - \psi_R(z)) \quad (2.116)$$

bu yerda  $C_1$  va  $C_2$  – normalanuvchi ko`paytuvchilar. Lokallashgan holatlarning  $\psi_n(z)$  to`lqin funksiyalariga tegishli normalanuvchi ko`paytuvchilari quyidagi shart

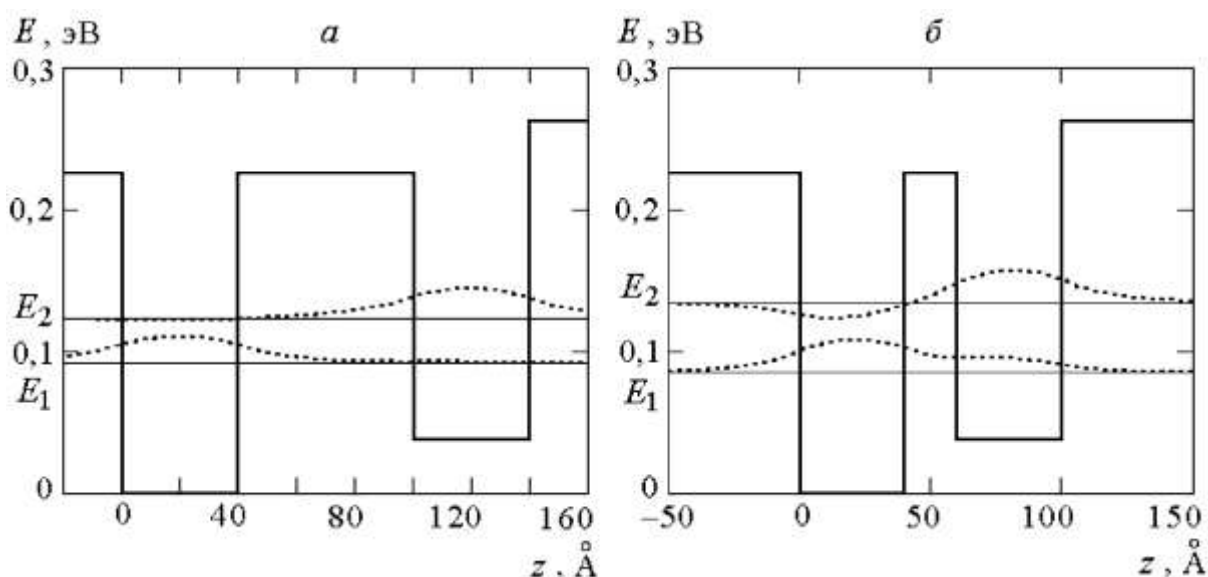
orqali aniqlanadi

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz |\psi_n(z)|^2 = 1 \quad (2.117)$$

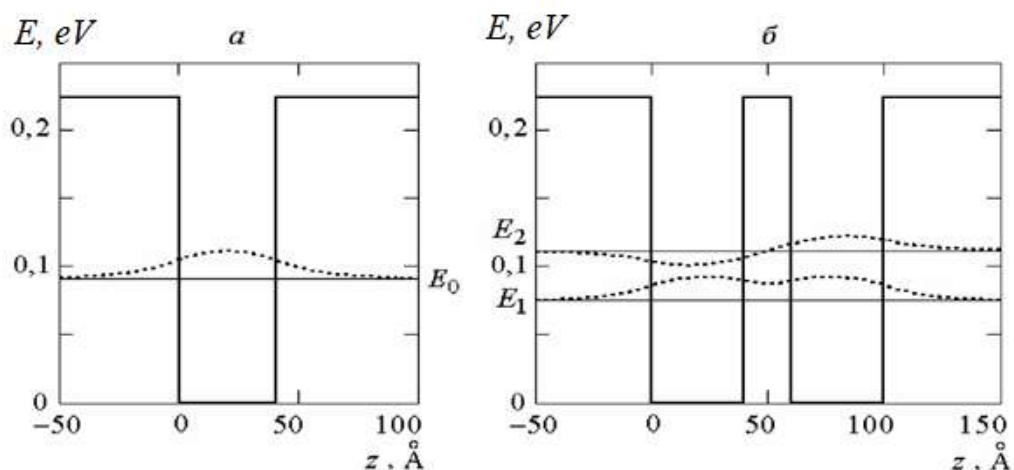
(2.117) shartga ko'ra (2.103) qoplash integralining nolga teng bo'lmagan kattaliklari quyidagicha aniqlanadi

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{2(1+s)}} \quad C_2 = \frac{1}{\sqrt{2(1-s)}} \quad (2.118)$$

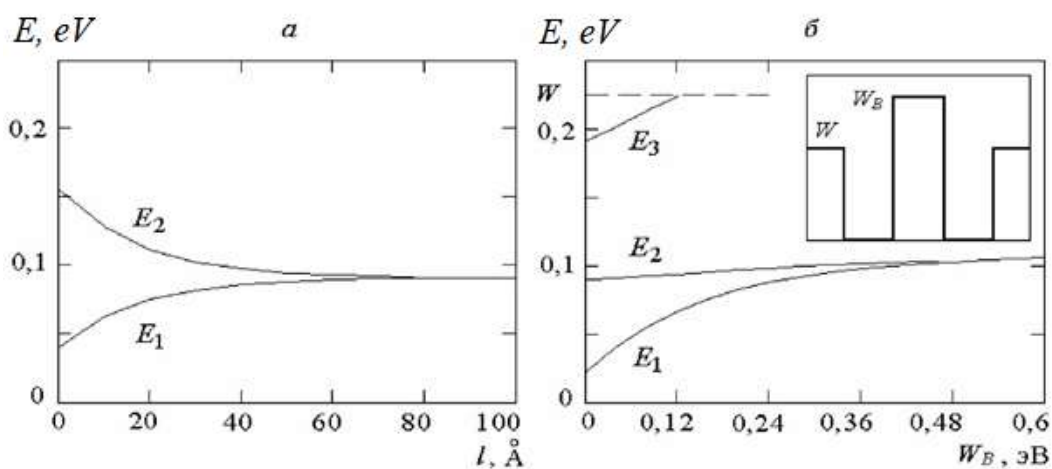
Shredinger tenglamaning ikki nosimmetrik potensial o'ra uchun sonli yechimlar natijalari 2.5-rasmda, simmetrik potensial o'ra uchun esa 2.6-rasmda keltirilgan



2.5-rasm. Nosimmetrik potensial o'rada elektronli holatlar. *a* –  $l=60 \text{ \AA}$  kenglikli potensial to'siq bilan ajratilgan ikki potensial o'rali strukturada energetik sathlar (ingichka gorizontall chiziqlar) va to'liq funksiyalar (punktirli chiziqlar). Bunday qalinlikli potensial to'siqli strukturada to'liq funksiyalarning bir biri bilan kirishib ketishi kuzatilmaydi, sathlarning joylashishidagi farq potensial o'ra asimmetriyasi bilan bog'langan; *b* – potensial to'siq kengligi  $l=20 \text{ \AA}$  miqdorga qadar kamaytirilsa, u holda to'liq funksiyalarning bir biri bilan kirishib ketishi kuzatiladi. Natijada energetik sathlar orasidagi oralik ortadi.



2.6-rasm. Simmetrik potensial o`rada elektronli holatlar. *a* - izolirlangan potensial o`rada  $Ye_0$  energetik sath va unga tegishli elektronning to`lqin funksiyasi. *b* – yetarlicha yaqin joylashgan shunday iiki potensial o`rada  $Ye_0$  sathning o`rniga tunnel kengayish hisobiga ko`ra ikkita energetik sathlar paydo bo`ladi. Hisoblashlarda o`ralar orasidagi potensial to`siq kengligi  $l=20$  Å. Cimmetrik o`ralarda pastki sathga juft to`lqin funksiya, yuqaorig sathga esa toq to`lqi funksiya mos keladi.



2.7-rasm. Tunnelli bog`langan holatlarning bog`lanish energiyasining potensial to`siq parametrlariga bog`liqligi. *a* – yakkalangan  $E_0$  energetik sathning tunnel kengayishi hisobiga paydo bo`lgan  $E_1, E_2$  energiyali bog`langan energetik sathlarning ikki simmetrik o`ralar orasidagi to`siqning  $l$  qalinligiga bog`liqligi (2.7 *b* - rasmga q.). *b* - simmetrik tunnelli bog`langan o`ralardagi energetik sathi energiyasining potensial to`siq balandligiga bog`liqligi ( $l=40$  Å). Hisoblashlarda har bir potensial o`ra qalainligi  $40$  Å kabi tanlangan.

### 3-bob. HOLATLAR ZICHLIGI VA TOK TASHUVCHILAR KONSENTRATSIYASI

Ma'lumki, yarimo'tkazgichlarning ko'pgina elektr va optik xossalari erkin tok tashuvchilarning  $n$  konsentratsiyasiga bog'liq bo'ladi. O'z navbatida berilgan temperaturada muvozanatdagi konsentratsiya va legirlanish darajasi energiyaviy spektrga, aniqrog'i, boshqa qator fizik kattaliklar kabi, holatlarning  $\rho(E)$  zichligiga bog'liq, ya'ni

$$n = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} f_0(E) \rho(E) dE, \quad (3.1)$$

bu yerda  $f_0(E) = 1 / \left[ \exp\left(\frac{E-F}{k_0T}\right) + 1 \right]$  -muvozanatdagi Fermi-Dirak funksiyasi,  $F$ -

Fermi sathi. Holatlar zichligi funksiyasi-energiyasi  $E$  dan  $E+dE$  gacha oraliqda o'zgaruvchi va energiya birligidagi ruxsat etilgan holatlar sonidir. Agar energiyasi  $E_{\min}$  dan  $E$  oralig'ida o'zgaruvchi  $N(E)$  holatlar soni ma'lum bo'lsa, u holda holatlar zichligi quyidagicha hisoblanadi

$$\rho(E) = \frac{dN(E)}{dE} \quad (3.2)$$

Aniqlanishga ko'ra

$$N(E) = \sum_m \theta(E - E_m) \quad (3.3)$$

$\theta(x) = 0$  holda nolga va  $x > 0$  holda birga teng Xevisayd funksiyasi,  $m$ -berilgan energiyali holatlarga mos kelgan kvant sonlarning to'la to'plami (bunga spin ham kiradi).

#### 3.1-§. Izolirlangan kvantlashgan o'ralar va iplar

(2.8) e'tiborga olinsa, u holda izolirlangan KO' uchun  $N(E)$

$$N(E) = \sum_m N_m(E) \quad (3.4)$$

ifodadan aniqlanadi, bu yerda  $N_m(E)$ -energiyasi  $E_m^{\min}$  dan  $E$  gacha o'zgaruvchi  $m$  tartib raqamli zonada ruxsat etilgan holatlar soni

$$N_m(E) = 2 \sum_{k_{\perp}} \theta(E - E_m(k_{\perp})) = \frac{Sm^*}{\pi \hbar^2} (E - E_m) \theta(E - E_m). \quad (3.5)$$

Bu formula  $k_{\perp}$  bo'yicha olinadigan summa integrallash bilan almashtirilgan. Summa oldidagi 2 faktor elektronda spinning e'tiborga olinishi hisobiga hosil bo'ladi. (3.2) e'tiborga olinsa, u holda KO' qatlami sirt yuzasi birligida hisoblangan holatlar zichligi

$$\rho_s(E) = \sum_m \rho_{sm}(E) = \rho_s \sum_m \theta(E - E_m) \quad (3.6)$$

bu yerda

$$\rho_s = \frac{m^*}{\pi h^2} \quad (3.7)$$

ikki o'lchamli KO' zona tarmoqlaridagi sirt (ikki o'lchamli) holatlar zichligi, u energiya va zonatartib raqamiga bog'liq emas.

3.1-rasmda (3.6) ifodadan aniqlanuvchi ikki o'lchamli holatlar zichligining energiyaga nisbatan zinapoyali bog'lanishi tasvirlangan. Bu bog'lanishning o'ziga xosligi zina balandliklarining bir xilligida va u  $m^*$  kattalikning zona tartib raqamiga bog'liq bo'lmagan yaqinlashishida olingan natija bilan ayniydir.

(3.1) va (3.6) formulalar e'tiborga olinsa, u holda tok tashuvchilar sirt konsentratsiyasi quyidagi

$$n_s = \sum_m n_{sm} \quad (3.8)$$

munosabat yordamida hisoblanadi, bu yerda

$$n_{sm} = \rho_s \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} f_0(E) \theta(E - E_m) dE = \rho_s \int_0^{\infty} f_0(E + E_m) dE = N_s \ln \left[ 1 + \exp\left(\frac{F - E_m}{k_0 T}\right) \right], \quad (3.9)$$

$-m$  tartib raqamli zonada sirt konsentratsiyasi,  $N_s = \rho_s k_0 T$  -zona tarmoqlaridagi holatlarning effektiv zichligi. Tok tashuvchilar, asosan, zonaning pastki tarmoqlarida joylashuvini anglatadigan bir zonali yaqinlashishda, ya'ni  $k_0 T \ll E_2 - E_1 \sim \pi^2 \hbar^2 / 2m^* a^2$  shartda

$$n_s = \rho_s \int_0^{\infty} f_0(E) dE = N_s \ln \left[ 1 + \exp\left(\frac{\xi}{k_0 T}\right) \right], \quad (3.10)$$

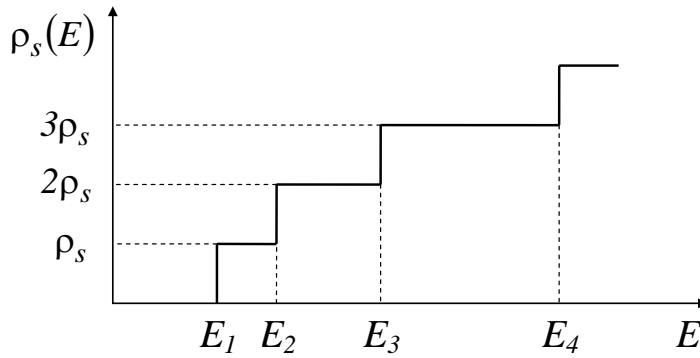
bu yerda  $\xi = F - E_1$  -keltirilgan Fermi sathi. Tok tashuvchilarning tuslangan va tuslanmagan gazi uchun (3.10) formulaga ko'ra, sirt konsentratsiyasi bir zonali yaqinlashishda quyidagicha bo'ladi

$$n_s = \begin{cases} N_s \exp\left(\frac{\xi}{k_0 T}\right), & \xi < k_0 T \\ N_s \frac{\xi}{k_0 T}, & 4k_0 T < \xi < E_2 - E_1 \end{cases}. \quad (3.11)$$

(3.11) ifoda uch o'lchamli strukturalardagi tuslanmagan elektronlar konsentratsiyasi. ifodasi bilan aynandir. Tabiiyki, bunda uch o'lchamli hajmiy holatlar zichligi ikki o'lchamli sirt holatlar zichligiga almashtirilishi kerak.

Kvantlashgan iplar uchun (3.5) formulada (2.20) e'tiborga olinsa, u holda

$$N_m(E) = 2 \sum_{k_z} \theta(E - E_m(k_z)) = 2 \frac{L_z \sqrt{2m^*(E - E_m)}}{\pi \hbar} \theta(E - E_m), \quad (3.12)$$



3.1-rasm. Izolirlangan KO'dagi sirt holatlari zichligining o'tkazuvchanlik zonasining bo'sag'asi (valent zonasining tubi) atrofida tanlangan energiyaga nisbatan bog'lanishi.

bu yerda  $L_z$ -kvantlashgan ip uzunligi. Kvantlashgan ip uzunligi birligida holatlar zichligi— bir o'lchamli holatlar zichligi (3.2) ifodada (3.3) va (3.12) e'tiborga olingan holda aniqlanadi, ya'ni

$$\rho_L(E) = \sum_m \rho_{Lm}(E) = \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar} \sum_m \frac{\theta(E - E_m)}{\sqrt{E - E_m}} \quad (3.13)$$

3.2 rasmda  $p_L(E)$  bog'lanishning izolirlangan kvantlashgan ip uchun sifatli bog'lanishi tasvirlangan rasmdan ko'rinayaptiki, bu holatlar zichligi bir jinsli magnit maydondagi uch o'lchamli strukturalardagi holatlar zichligining analogidir. Uch o'lchamli holdan farqi shundaki ikki o'lchamli holda bog'lanishning cho'qqilari davriy takrorlanadi. Hajmiy yarimo'tkazgichlarda bunday hol Landau sathlarning ekvidistantligi bilan tushuntiriladi.

Tok tashuvchilar bir o'lchamli konsentratsiyasini (3.1) va (3.13) e'tiborga olingan holda topish mumkin va u

$$n_L = \frac{2\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar} \sum_m \int_0^\infty \sqrt{E + E_m} \left[ -\frac{\partial f_0(E + E_m)}{\partial E} \right] dE \quad (3.14)$$

Bir zonali yaqiniashishda tuslangan hol uchun (3.14) formuladan

$$n_L = \begin{cases} N_L \exp\left(\frac{\xi}{k_0 T}\right), & \xi < -k_0 T \\ \frac{2}{\sqrt{\pi}} N_L \left(\frac{\xi}{k_0 T}\right)^{1/2}, & 4k_0 T < \xi < E_2 - E_1 \end{cases} \quad (3.15)$$

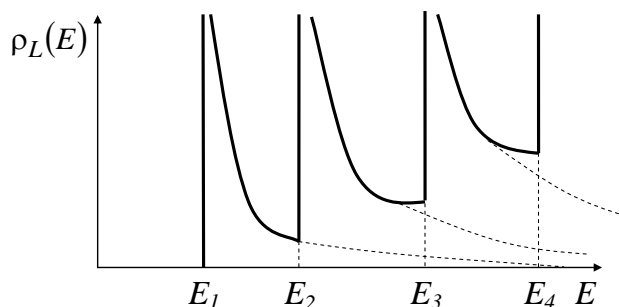
bu yerda  $N_L = \sqrt{\frac{2m^* k_0 T}{\pi\hbar^2}}$  -kvantlashgan ip zonasi tarmoqlaridagi bir o'lchamli holatlarning effektiv zichligi.

### 3.2-§. O'tapanjaralar

Kvantlashgan o'ralardan tashkil topgan o'tapanjaralarda energiyaviy spektr uchun (2.29), ruxsat etilgan holatlar uchun (2.27) e'tiborga olinsa, u holda energiyasi  $E$  dan miqdoran kichik bo'lgan minizonada ruxsat etilgan holatlar uchun quyidagi natijani olish mumkin

$$N_m(E) = 2 \sum_k \theta(E - E_m(k)) = \frac{Vm^*}{2\pi^2 \hbar^2} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} \theta(E - E_m(k_z)) dk_z, \quad (3.16)$$

bu yerda  $V = SL_Z = SNd - N$  davrdan iborat bo'lgan  $d$  davrli qatlam yuzasi  $S$  bo'lgan o'tapanjara hajmi. Bu formulaga ko'ra, olib borilgan hisoblashlarda potentsiali davriy funksiya bo'lgan (2.2) tenglamani yechish bilan aniqlanadigan minizonadagi



3.2-rasm. Izolirlangan  $KNda$  bir o'lchamli holatlar zichligining o'tkazuvchanlik zonasining bo'sag'asi (valent zonasining tubi) atrofida tanlangan energiyaga nisbatan bog'lanishi.

energiyaviy dispersiya avvaldan ma'lum deb hisoblangan. Minizona kengligi nolga miqdoran yaqin  $\Delta_m \approx 0$  deb hisoblanuvchi kuchsiz o'zaro ta'sirlashuvchi kvantlashgan o'ra uchun ((2.34) ifodaga q.) (3.16) formula o'tapanjara soni ko'paytirilgan (3.5) formulaga almashadi

$$N_m(E) = \frac{Vm^*}{\pi \hbar^2 d} (E - E_m) \theta(E - E_m) \quad (3.17)$$

Hajmiy holatlar zichligi uchun (3.6) formulaga o'xshash quyidagi ifodani olish mumkin

$$\rho_v(E) = \sum_m \rho_{vm}(E) = \rho_v \sum_m \theta(E - E_m), \quad (3.18)$$

bu yerda

$$\rho_v = \frac{m^*}{\pi \hbar^2 d} \quad (3.19)$$

-KO' minizonasidagi energiya va minizonaning tartib raqamiga bog'liq bo'lmagan hajmiy (uch o'lcham) holatlar zichligi.

3.3 rasmda o'tapanjaradagi holatlar zichligining o'tkazuvchanlik zonasi tubi(valent zonasining shipi) atrofidagi energiyaviy bog'lanishi tasvirlangan. Bu holda  $\Delta_m \neq 0$  e'tiborga olingan. Rasmdan ko'rinayaptiki, kvantlashgan o'ra zinapoyalari o'rtasidagi bog'lanish e'tiborga olinsa, u holda holatlar zichligi shaklan o'zgaradi. Xususan, yuqori minizonalarda energiyaviy spektrdagi sakrab o'zgarish uzluksiz o'zgarish bilan almashtiriladi. Natijada holatlar zichligi shaklan uzluksiz ravishda hajmiy yarimo'tkazgichdagi holatlar zichligiga o'tadigan hollarni tanlash mumkin,

Kuchsiz bog'langan kvantlashgan o'rali o'tapanjaradagi tok tashuvchilarning hajmiy konsentratsiyasi bir minizonali yaqiniashishda (3.10) formulaga o'xshash natijani beradi. Bunda  $n_s$  kattalik  $n_v$  bilan,  $N_s$  kattalik  $N_v = p_v k_0 T$  bilan almashtirilishi kerak, ya'ni

$$n_v = N_v \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{\xi}{k_0 T} \right) \right] = \frac{m^* k_0 T}{\pi \hbar^2 d} \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{\xi}{k_0 T} \right) \right] . \quad (3.19)$$

(3.20) ifodadan tuzlangan hol uchun (3.11) munosabatga o'xshash natijalar olish mumkin.



## 4-bob. YARIMO'TKAZGICHLI NANOSTRUKTURALARNING AYRIM OPTIK XOSSALARI

Yarimo'tkazgichlarning va strukturalarining asosiy tavsiflovchi optik xossalari yorug'lik chastotasi yoki to'liq uzunligining funksiyasi sifatida olingan kompleks  $N$  sindirish ko'rsatkichi bilan aniqlanadi [16]. Izotrop holda yorug'likning  $x$  o'qi bo'ylab tarqalishi muhitning kompleks sindirish ko'rsatkichi bilan quyidagicha bog'langan

$$F(x,t) = F_0 \exp \left[ i\omega \left( \frac{N(\omega)x}{c} - t \right) \right], \quad (4.1)$$

bu yerda  $F$ -yorug'lik vektori,  $N(\omega) = n(\omega) + ik(\omega)$ ,  $n(\omega)$ -muhitning haqiqiy sindirish ko'rsatkichi,  $k(\omega)$ -namunada yorug'likning yutilish koeffitsiyenti. Yorug'lik energiya zichligining yorug'lik vektori modulining kvadratiga proporsional bo'lganligi bois agar (4.1) e'tiborga olinsa, u holda yorug'lik yutuvchi muhit koordinatasiga bog'liq o'zgarishi quyidagicha aniqlanadi

$$\omega(x) = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) |F|^2 \exp(-\alpha x), \quad (4.2)$$

bu yerda

$$\alpha(\omega) = \frac{2\omega k(\omega)}{c} \quad (4.3)$$

-yutilish koeffitsiyenti. Umumiy holda yutilish koeffitsiyenti additiv funksiya bo'lib, uning har bir tashkil etuvchisi yorug'likning tabiatan har xil bo'lgan va qaralayotgan muhitga tegishli zarralar yoki kvazizarralarda yutilishini anglatadi.

Yarimo'tkazgichlarda yorug'likning asosiy yutilishi uning elektronlarda yutilishidir. Yutilish koeffitsiyentining dispersiyasi elektronlar va kavaklarning energiyaviy spektri va to'liq funksiyalariga bog'liq aniqlanadi. Kvant mexanikasiga ko'ra, [17] yorug'likning elektronlarda yutilishi g'alayonlar nazariyasining birinchi yaqinlashishida elektronlarning past energiyali holatdan katta energiyali holatga optik o'tishlari bilan aniqlanadi. Shunday o'tishlar ikki ko'rinishda kechadi: ularning birida kvaziimpulslarning saqlanish qonuni bajariladigani to'g'ri optik o'tishlar bo'lsa, ikkinchisi noto'g'ri (novertikal) o'tishdir. Noverikal optik o'tish va u bilan bog'langan yorug'likning yutilishi, miqdoran birinchi tur optik o'tishga nisbatan kam bo'ladi. Buning sababi to'g'ri o'tishlarda elektron va foton o'zaro ta'siri kechadi, noto'g'ri optik o'tishda esa ulardan tashqari uchinchi kvazizarra ham ishtirok etadi.

### 4.1-§. Asosiy munosabatlar

Kvant mexanikasiga asosan, yarimo'tkazgichda elektronlarning vertikal zonalararo optik o'tishiga asoslangan yorug'likning yutilish quyidagi ko'rinishda tanlanishi mumkin [16]

$$\alpha(\omega) = \frac{2\hbar\omega}{nc\varepsilon_0 F_0^2 V} \sum_{i>j} \sum_k \omega_{ji}(k) [f_0(E_{jk}) - f_0(E_{ik})], \quad (4.4)$$

bu yerda

$$\omega_{ji}(k) = \frac{2\pi}{\hbar} \left( \frac{eF_0}{2m_0\omega} \right)^2 |P_{ij}(k)|^2 \delta(E_{ik} - E_{jk} - \hbar\omega) \quad (4.5)$$

-elektronning  $\psi_{jk}$  to'liqin funksiyali holatdan  $\psi_{ik}$  to'liqin funksiyali holatga optik o'tish ehtimolligi;  $i, j$ -boshlang'ich va oxirgi holatlarini tavsiflovchi diskret kvant sonlar (zonaning tartib raqami),  $k$ -o'lchami elektronlar harakatining erkinlik darajasi bilan aniqlanadigan kvazidiskret to'liqin vektori. Hajmiy yarimo'tkazgichlarda bu vektor uch o'lchamli, kvantlashgan o'rada – ikki o'lchamli, kvantlashgan ipda–bir o'lchamli, kvantlashgan nuqtada-nol o'lchamli,  $E_{jk}=E_j(k)$ ,  $E_{ik}=E_i(k)$ -elektronning boshlang'ich va oxirgi holatlari energiyasi,

$$P_{ij}(k) = \int_V \psi_{jk}^* c p \psi_{jk} dV \quad (4.6)$$

$-p = -i\hbar\nabla$  impuls operatorining matritsaviy elementi,  $s$ —yorug'lik vektoriga parallel bo'lgan birlik vektor,  $\mathbf{n}=\mathbf{n}(\omega)$ —namunaning yorug'likni sindirish koeffitsiyenti,  $c$ -yorug'likning vakuumdagi tarqalish tezligi,  $F_0$ -yorug'lik vektorining amplitudasi,  $m_n$ -erkin elektron massasi,  $f_0(E)$ -muvozanatdagi tok tashuvchilarning Fermi-Dirak taqsimot funksiyasi,  $V$ -elektronli gaz egallagan hajm.

$k=0$  nuqta atrofidagi ruxsat etilgan optik o'tishlardagi xususiy yutilish qirrasini (chekyasi) [16] yutilish koeffitsiyentining chastotaga bog'liqligi, (4.4) e'tiborga olinsa, u holda

$$\alpha(\omega) \cong \frac{C}{\omega} \sum_{j<i} |P_{civj}|^2 \rho_{civj}(\omega), \quad (4.7)$$

bu yerda  $s$  indeks o'tkazuvchanlik,  $v$ — valent zonasiga tegishli,  $C$ -muhitning sindirish ko'rsatkichi hisobiga chastotaga deyarli bog'liq bo'lmagan proporsionallik konstantasi, impulsning matritsaviy elementi  $P_{civj} = P_{civj}(0)$ ,

$$\rho_{civj}(\omega) = \sum_k \delta(E_{ci}(k) - E_{ci}(k) - \hbar\omega) \quad (4.8)$$

optik holatlar zichligi (funksiyasi). Fizikaviy tabiatiga ko'ra, bu funksiya energiya va impulsning saqlanish qonuni tomonidan ruxsat etilgan va-elektronlarning  $vj$  va  $ci$  zonalar orasida sodir bo'ladigan optik o'tishlar soni. Bu holda optik o'tish energiyasi  $\hbar\omega$  dan  $\hbar\omega + \Delta\hbar\omega$  gacha o'zgaruvchi fotonlarning yutilishi hisobiga kechadi. Elektron to'liqin vektorining tabiatan kvaziuzluksiz bo'lishi e'tiborga olinsa, u holda optik zichlik funksiyasining energiyasi  $\hbar\omega$  gacha o'zgaradigan elektronlarning  $vj$  zonadan  $s$  zonaga vertikal o'tish sonidan o'tish energiyasi bo'yicha olingan hosila sifatida qarash mumkin, ya'ni

$$\rho_{civj}(\omega) = \frac{d}{d\hbar\omega} \sum_k \theta(\hbar\omega - E_{ci}(k) + E_{vj}(k)). \quad (4.9)$$

(4.9) formula optik zichlik funksiyasi holatlar zichlik funksiyasining analogi kelib chiqadi ((3.2)-(3.3) munosabatlarga q.),

#### 4.2-§. Kvantlashgan o‘ralarda va o‘tapanjaralarda yorug‘likning bir zonalararo yutilishi

Elektronlarning valent zonasidan o‘tkazuvchanlik zonasiga optik o‘tishlari hisobiga sodir bo‘ladigan o‘tish zonalararo yoki xususiy optik o‘tish deyiladi. Bunday tur yutilish yarimo‘tkazgichlarda boshqa tur optik o‘tishlarga nisbatan sezilarli kechadi va u optoelektronika qurilmalarida alohida ahamiyat kasb etadi.

Izolirlangan kvantlashgan o‘rada elektronlarning boshlang‘ich va oxirgi holatlar to‘lqin funksiyalari zonalararo yutilishda (2.3) e‘tiborga olinsa, u holda quyidagi ko‘rinishga keladi

$$\psi_{vk_{\perp j}}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp} r_{\perp}) \varphi_{vj}(z) u_v(r), \quad (4.10)$$

$$\psi_{ck_{\perp i}}(r) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(ik_{\perp} r_{\perp}) \varphi_{ci}(z) u_c(r), \quad (4.11)$$

bu yerda  $u_v(r)$  va  $u_c(r)$ -Blox to‘lqin funksiyasining davriy tashkil etuvchisidir va u kvantlashgan o‘ra o‘stirilgan hajmiy yarimo‘tkazgichda valent zonasining shipiga va o‘tkazuvchanlik zonasining tubiga mos keladi. Bu funksiyalarga tegishli va valent zonasining shipiga va o‘tkazuvchanlik zonasining tubiga nisbatan olingan energiyalarning xususiy qiymatlari (2.8) e‘tiborga olinsa, u holda

$$E_{vj}(k_{\perp}) = E_v - E_{vj} - \frac{\hbar^2}{2m_p} k_{\perp}^2, \quad (4.12)$$

$$E_{ci}(k_{\perp}) = E_c + E_{ci} + \frac{\hbar^2}{2m_n} k_{\perp}^2. \quad (4.13)$$

Impulsning (4.6) matritsaviy elementi ifodasida (4.10), (4.11) funksiyalar e‘tiborga olinsa, u holda

$$P_{civj}(k_{\perp}) = \int_V \psi_{ck_{\perp i}}^*(r) sp \psi_{vk_{\perp j}}(r) dV = P_{cv} \cdot S_{cmvm}, \quad (4.14)$$

bu yerda

$$P_{cv} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} u_c(r) c p u_v(r) dV \quad (4.15)$$

impuls operatorining yorug‘lik vektoriga bo‘lgan proyeksiyasi matritsaviy elementi va u kvantlashgan o‘ra o‘stirilgan to‘g‘ri zonali hajmiy yarimo‘tkazgichda yorug‘likning xususiy yutilish qirrasini sohasidagi zonalararo optik o‘tish ehtimolligini aniqlaydi,  $\Omega$ -bu yarimo‘tkazgich elementar uyachasining hajmi,

$$S_{civj} = \int_L \varphi_{ci}^*(z) \varphi_{vj}(z) dz \quad (4.16)$$

egiluvchi funksiyalarning bir-birini qoplash integrali va u bir o'lchamli kvantlashgan o'ra zonasi tarmoqlari orasidagi zonalararo optik o'tish ehtimolligi uchun qo'shimcha o'tish qoidalarini beradi,  $l$ -kvantlashgan o'raning effektiv qalinligi. Bu holda tok tashuvchilarning potensial to'siq orqali tunnellanishi e'tiborga olingan. Chekchiz chuqur potensial o'ra yaqinlashishida egiluvchi funksiyalar uchun (2.5) e'tiborga olinsa, u holda qoplash integral ikki qiymatga erishadi, ya'ni

$$S_{civj} = \delta_{ij} \quad . \quad (4.17)$$

(4.17) munosabatdan qaralayotgan holatdagi zonalararo optik yutilish bir xil tartib raqamli zonalar yoki zona tarmoqlari o'rtasida borishi kelib chiqadi. Chekli balandlikli kvantlashgan strukturada elektronlarning potensial to'siq orqali tunnellanishi hisobiga yutilish har xil tartib raqamli, biroq bir xil juftlikka ega bo'lgan zonalar yoki zona tarmoqlari orasida optik o'tish sodir bo'lishi mumkin. Biroq bunday tur yutilish intensivligi bir xil tartib raqamli zonalar yoki zona tarmoqlari o'rtasida yutilishga nisbatan anchayin kuchsiz kechadi.

Yuqorida qayd qilingan (4.7)-(4.17) ifodalarga ko'ra, kvantlashgan o'rada yorug'lik yutilish koeffitseyenti xususiy yutilish qirrasida quyidagicha aniqlanadi

$$\alpha_{cv}(\omega) = \frac{2\pi e^2 |P_{cv}|^2}{nc\varepsilon_0 m_0^2 \omega V} \sum_{ij} |S_{civj}|^2 \rho_{civj}(\omega), \quad (4.18)$$

bu yerda  $\rho_{civj}(\omega)$ -(4.8) optik zichlik funksiyasi va u

$$\rho_{civj}(\omega) = \sum_{k_{\perp}} \delta(E_{ci}(k_{\perp}) - E_{vj}(k_{\perp}) - \hbar\omega) = \frac{m_{op} S}{2\pi \hbar^2} \theta(\hbar\omega - E_g - E_{civj}), \quad (4.19)$$

$E_g$ -Z-hajmiy yarimo'tkazgich ta'qiqlangan zona kengligi,  $m_{op}$  optik effektiv massa yoki optik holatlar zichligi effektiv massasi

$$1/m_{op} = 1/m_n + 1/m_p \quad . \quad (4.20)$$

Yuqorida qayd qilinganidek, optik zichlik funksiyasining energiyaviy bog'lanishi alohida olingan zona tarmoqlaridagi holatlar zichligining energiyaviy bog'lanishiga mos keladi ((3.6) ifodaga q.).

(4.19) e'tiborga olinsa, u holda (4.18) formula

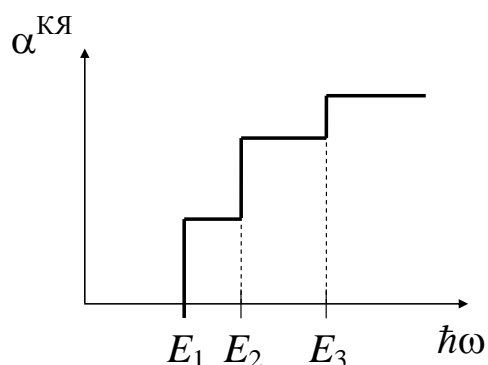
$$\alpha_{cv}^{\hat{E}_i}(\omega) = A_{cv}^{\hat{E}_i} \sum_{\beta} |S_{cv\beta}^{\hat{E}_i}|^2 \theta(\hbar\omega - E_{cv\beta}), \quad (4.21)$$

bu yerda  $E_{cv\beta} = E_g + E_{civj} = E_g + E_{ci} + E_{vj}$ ;  $\beta = (i, j)$   $j$ -tartib raqamli valent zonasi va  $i$  tartib raqamli o'tkazuvchanlik zonasi tarmoqlariga mos keluvchi kvant sonlar to'plami

$$A_{cv}^{\hat{E}_i} \approx \frac{m_{op} e^2 |P_{cv}|^2}{nc\varepsilon_0 m_0^2 \hbar E_g a} \quad (4.22)$$

-miqdoran kvantlashgan o'ra o'stirilgan hajmiy yarimo'tkazgich kattaliklari bilan aniqlanadigan va kvantlashgan o'ra  $a \approx v/S$  ning qalinligi bilan konstanta,  $S_{civj}^{\hat{E}_i}$  - (4.16) yoki (4.17) ifoda orqali aniqlangan to'lqin funksilarning bir-birini qoplash integrali.

(4.21) ifodaga ko‘ra, yorug‘likning kvantlashgan o‘rada xususiy yutilish qirradi quyidagi xossalar bilan tavsiflanadi (4.1-rasm).



4.1 -rasm. O‘lchamli kvantlashgan o‘rada yorug‘likning xususiy yutilish koeffitsiyenti spektri:  $E_1 = E_g^{KO}$ ;  $E_n = E_{cv\beta}$ .

- $E_g^{\hat{E}_i} = E_{cv1} = E_g + E_{c1v1}$  ta‘qiqlangan zona kengligi bilan aniqlanuvchi xususiy yutilish tasmasi qirradi hajmiy yarimo‘tkazgichlardagiga nisbatan, katta chastotalar sohasiga siljigandir;
- yutilish koeffitsiyenti dispersiyasi qirra sohasida, umuman olganda, zinalitabaitga ega bo‘ladi; har bir zina zonalararo yutilishga valent-zonasining bir tarmog‘idan va o‘tkazuvchanlik zonasining boshqa tarmog‘igao‘tishlarga borg‘liq bo‘lgan ulushni beradi. Shu bois yorug‘likning kvantlashgan o‘rada xususiy yutilish koeffitsiyenti bo‘zag‘a chastotalarda, hajmiy yarimo‘tkazgichdan farqli o‘laroq nolga teng;
- yorug‘likning yutilish koeffitsiyentining spektri yorug‘likning qutblanish darajasi(holati)ga bog‘liq emas va temperaturaga kuchsiz bog‘liqdir;
- markaziga nisbatan simmetrik kvantlashgan o‘ralarda zonaning yorug‘likning tarmoqlararo yutilishi qo‘shimcha, holatlarning fazoviy simmetriyasi(juft yoki toqligi)ga bog‘liq bo‘lgan tanlash qoidalari yordamida aniqlanadi, kvantlashgan o‘ralardan davriy tashkil topgan o‘tapanjarada zonalararo yutilishda elektronlarning boshlang‘ich va oxirgi holatlar to‘lqin funksiyalari (2.27) e‘tiborga olinsa, u holda

$$\psi_{vjk}(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(ikr) \varphi_{vjk_z}(z) u_v(r), \quad (4.23)$$

$$\psi_{cik}(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(ikr) \varphi_{cik_z}(z) u_c(r). \quad (4.24)$$

Bunday funksiyalarga tegishli energiyaning valent zonasining shipiga va o‘tkazuvchanlik zonasining tubiga nisbatan olingan xususiy qiymatlari (2.29) e‘tiborga olinsa, u holda

$$E_{vj}(k) = E_v - E_{vj}(k_z) - \frac{\hbar^2}{2m_p} k_{\perp}^2, \quad (4.25)$$

$$E_{ci}(k) = E_c - E_{ci}(k_z) - \frac{\hbar^2}{2m_n} k_{\perp}^2, \quad (4.26)$$

kvaziikki o'Ichamli elektronli gaz yaqinlashishida kuchsiz bog'langan kvantlashgan o'ralardan tashkil topgan kontravariant o'tapanjara uchun (4.24)-(4.26) e'tiborga olinsa, u holda yutilish koeffitsiyenti (4.21) ko'rinishda bo'ladi va izolirlangan kvantlashgan o'ra uchun

$$\alpha_{cv}^{o'p}(\hbar\omega) = A_{cv}^{o'p} \cdot \sum_{\beta} |S_{sv\beta}^{c\beta}|^2 \theta(\hbar\omega - E_{cv\beta}), \quad (4.27)$$

bu yerda

$$A_{cv}^{o'p} = \frac{a}{d} A_{cv}^{po}; \quad S_{cv\beta}^{o'p} = S_{cvj}^{o'p} \approx \frac{1}{d} \int_{d/2}^{d/2} \varphi_{cj0}^*(z) \varphi_{cj0}(z) dz. \quad (4.28)$$

Qaralayotgan o'tapanjaralar uchun yutilishning qirra sohasida xususiy yutilish xossalari, kutilganidek, alohida olingan kvantlashgan o'rada yutilishning xossalari bilan mos tushadi (4.2-rasm). Bo'sag'a chastotasida noldan farqli yutilish koeffitsiyenti kvantlashgan generatorlarda hajmiy yarimo'tkazgichlarning o'rnida o'tapanjaradan foydalanish irnkonini beradi. Minizona energiyasining dispersiyasining to'lqin vektorning  $k_z$ (2.34) bilan aniqlanuvchi komponentasiga ta'siri yorug'likning zonalararo yutilishi spektridagi zinali sohalarning "dazmollanish!"ga olib keladi (4.2-rasm).

Past temperaturalar sohasida eksitonli effektlarning ta'siri e'tiborga olinsa, u holda izolirlangan kvantlashgan o'ra va kuchsiz bog'langan kvantlashgan o'ralarda tashkil topsa,-u holda o'tapanjarada xususiy yutilishning qirrasini tabiatan o'zgaradi. 4.3-rasmda-xususiy yutilish qirrasini sohasiga tegishli yutilish koeffitsiyentining bog'langan

eksitonlar va elektronlar va kavaklarning kulon ta'siri hisobiga sodir bo'ladigan yutilish cho'qqilari e'tiborga olingan holdagi spektri tasvirlangan [1].

#### 4.3-§. Kvantlashgan iplarda yorug'likning zonalararo yutilish

Zonalararo yutilishda ishtirok etayotgan kvantlashgan iplardagi elektronlar boshlang'ich va oxirgi holatlar to'lqin funksiyalari (2.18) e'tiborga olinsa, u holda

$$\psi_{vj k_z}(r) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(ik_z z) \varphi_{vj}(x, y) u_v(r), \quad (4.29)$$

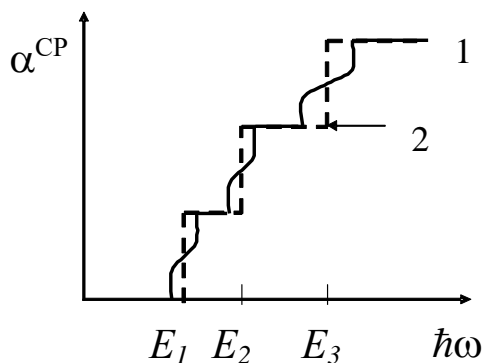
$$\psi_{ci k_z}(r) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp(ik_z z) \varphi_{ci}(x, y) u_c(r). \quad (4.30)$$

Bunday to'lqin funksiyalarga tegishli energiyalarning valent zonasining shipiga va o'tkazuvchanlik zonasining tubiga nisbatan olingan xususiy qiymatlari (2.20) e'tiborga olinsa, u holda

$$E_{vj}(k_z) = E_v - E_{vj} - \frac{\hbar^2}{2m_p} k_z^2, \quad (4.31)$$

$$E_{ci}(k_z) = E_c + E_{ci} + \frac{\hbar^2}{2m_n} k_z^2. \quad (4.32)$$

Kvantlashgan o'radan farqli o'laroq kvantlashgan ipdagi elektronli gaz bir o'lchamlidir. Bu esa kvantlashgan ipdagi zonalararo o'tishlar uchun optik holatlar zichligining va demak, xususiy yutilish spektrining



4.2-rasm. Bo'sag'a chastotalar sohasidagi xususiy yorug'likning O'ta panjarada yutilish koeffitsienti spektri: minizona dispersiyasi 1-e'tiborga olingan, 2- e'tiborga olinmagan.

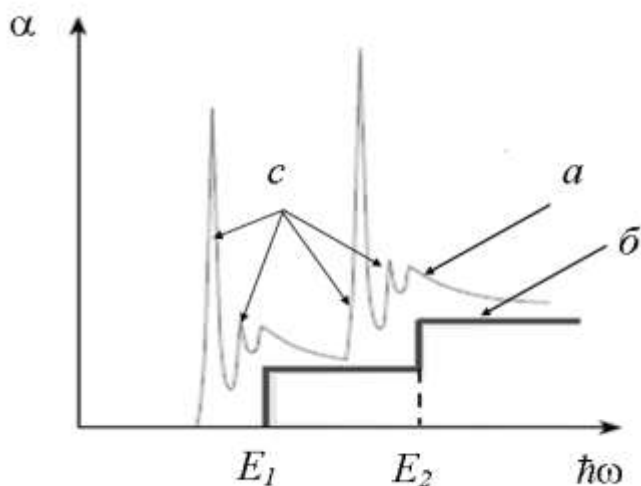
kvantlashgan o'raga nisbatan sezilarli o'zgarishiga olib keladi. (4.29)-(4.32) e'tiborga olinsa, u holda to'liq funksiyalar va ruxsat etilgan energiya uchun yutilish koeffitsiyentining elektronlarning valent zona va o'tkazuvchanlik zonalar tarmoqlari o'rtasida ruxsat etilgan optik o'tishlariga nisbatan olingan (4.7) ifodasi quyidagi ko'rinishni oladi

$$\alpha_{cv}^{KE}(\omega) = A_{cv}^{\hat{e}\hat{e}} \cdot \sum_{\beta} |S_{cv\beta}^{\hat{e}\hat{e}}|^2 \frac{\theta(\hbar\omega - E_{cv\beta})}{(\hbar\omega - E_{cv\beta})^{1/2}}, \quad (4.33)$$

bu yerda

$$A_{cv}^{\hat{e}\hat{e}} \approx \frac{(2m_{op})^{1/2} e^2 |P_{cv}|^2}{nc\varepsilon, m^2, E_g S}; \quad S_{cv\beta}^{\hat{e}\hat{e}} = S_{civj}^{\hat{e}\hat{e}} = \int_S \varphi_{ci}^*(x, y) \varphi_{vj}(x, y) dS \quad (4.34)$$

S-elektronlarning potensial o'ra orqali tunnellanish e'tiborga olingandagi kvantlashgan ip ko'ndalang kesimining effektiv yuzasi. (4.33) ifodaga ko'ra, bunday yutilish spektri (4.4-rasm) magnit maydonga kiritilgan hajmiy yarimo'tkazgichda yorug'likning ossillyatsiyalanuvchi yutilish spektriga aynandir [16]. Bu yutilish spektrlar orasidagi farqi shundaki, hajmiy yarimo'tkazgichda yutilish koeffitsiyentining ossillyatsiyasi magnit maydoni induksiyasi orqali, kvantlashgan ipda esa ikki o'lchamli kvantlashgan o'ra parametrlari bilan aniqlanadi.



4.3-rasm. O'lchamli kvantlashgan o'ra va o'ta panjarada yorug'likning xususiy yutilish qirrasidagi spektri. Eksitonli effektlar: a) e'tiborga olingan; b) e'tiborga olinmagan; s) bog'langan eksitonlarga mos cho'qqilar.

4.4-rasmda uzluksiz chiziq bilan yutilish spektri tasvirlangan. Bunda elektronlarning panjara tebranishi bilan o'zaro ta'siri e'tiborga olingan (eksitonli effektlarga e'tibor qaratilmagan). Bu o'zaro ta'sir hisobiga ossillyatsiyalanuvchi cho'qqilarning balandliklari chekli, kengligi esa ortadi.

#### 4.4-§. Kvantlashgan o'ralarda va o'tapanjaralarda yorug'likning bir zona tarmoqlariaro yutilishi

Past o'lchamli strukturalar zonasi tarmoqlarida va minizonalarda ruxsat etilgan energiyaviy sohaning mavjudligi bunday strukturalarda yorug'likning bitta zonaga tegishli tarmoqlararo to'g'ri optik o'tishlar bilan bog'liq yutilishi sodir bo'ladi. Bu zonaviy tarmoqlararo yutilish deb nomlanadi. Bunday tur yutilishning xossalari bir o'lchamli kvantlashgan o'ra, ya'ni ikki o'lchamli elektronli n-tip gaz misolida ko'rarmiz. Bunday yutilishda kechadigan optik o'tishni tavsiflovchi impuls operatorining (4.6), matritsaviy elementi (4.11) e'tiborga olinsa, u holda

$$P_{cij}(k_{\perp}) = \int_V \psi_{cik}^*(r) p_x \psi_{cjk}(r) dV = P_{cij} \cos(\nu), \quad (4.35)$$

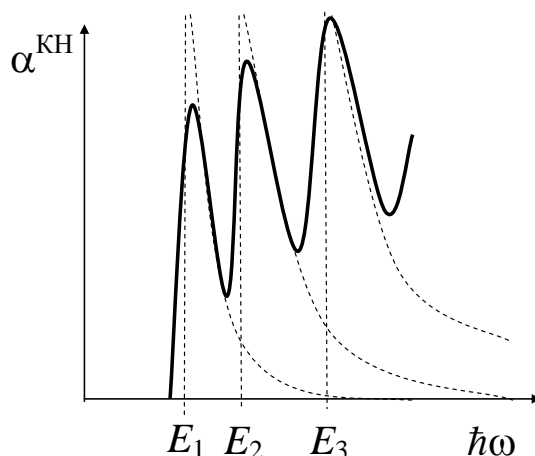
bu yerda

$$P_{cij} = \int_L \varphi_{ci}^*(z) p_x \varphi_{cj}(z) dz, \quad (4.36)$$

$\nu$ -elektrmaydon kuchlanganligi vektori bilan yorug'lik to'lqin vektori (kvantlashgan o'ra tekisligiga tik yo'nalgan  $z$  o'qi) orasidagi burchak,  $L$ -kvantlashgan o'raning effektiv qalinligi.



(4.35), (4.36) munosabatlarga ko'ra, kvantlashgan o'rada zona tarmoqlariaro



4.4-rasm. Kvantlashgan ipda bo'sag'a chastotalar sohasida yutilish spektri.

yutilishi, zonalararo yutilishdan farqli o'laroq, yorug'likning qutblanish tabiatiga bog'liqdir, ya'ni elektr maydon kuchlanganligi vektorining z-o'qi bo'ylab yo'nalgan tashkil etuvchisi bo'lganidagina yorug'lik yutiladi. Chekli chuqurlikli kvantlashgan o'ralar uchun (4.36) impuls operatorining  $i>j$  holdagi matritsaviy elementi boshlang'ich holat to'lqin funksiyalar har xil juftlikka ega bo'lganida noldan farqli bo'ladi. Cheksiz chuqur kvantlashgan o'ra yaqinlashishida to'lqin funksiya uchun (2.5) ko'rinish e'tiborga olinsa, u holda impuls operatorining zonaning tarmoqlariaro ixtiyoriy juftlikli holatlar o'rtasidagi o'tishlari uchun matritsaviy elementi nolga teng. Bundan qaralayotgan yutilish faqat chekli chuqurlikli kvantlashgan o'ralar uchun o'rinli ekanligi kelib chiqadi.

Agar elektronlarning ruxsat etilgan energiyasi uchun (4.13) va impuls operatorining matritsaviy elementi uchun (4.35) va (4.4), (4.5) e'tiborga olinsa, u holda yorug'likning tarmoqlariaro yutilish koeffitsiyenti uchun quyidagi munosabatni olamiz

$$\alpha_c(\omega) \approx A \frac{n}{\omega} \sum_{i>l} |P_{zcil}|^2 \cos(v)^2 \delta(\hbar\omega - E_{cil}), \quad (4.37)$$

bu yerda  $A = \frac{\pi e^2}{2nc\varepsilon_0 m_0^2 a}$ ;  $E_{cil} = E_{ci} - E_{cl}$ ;  $n = n_s$  -elektronlarning o'tkazuvchanlik

zonasidagi (3.10) bilan aniqlanuvchi konsentratsiyaasi, a-kvantlashgan o'raning effektiv qalinligi. (4.37) ifoda elektronlar faqat asosiy holatdagina mujassamlangan deb hisoblab olingan. Bu shart  $E_{ci} - E_{cl} > kT$  holda, ya'ni yetariicha yuqqa kvantlashgan o'ralar uchun past temperaturalar sohasida bajariladi. Bu formulaga ko'ra, kvantlashgan o'rada yorug'likning zona tarmoqlariaro yutilishi quyidagi xossalarga ega:

- ✓ bu yutilishning-spektri selektivlidir, ya'ni yutilish fotonning aniq bir qiymatlaridagina, ya'ni  $\hbar\omega_i = E_{ci1}$  shartda sodir bo'ladi;
- ✓ bu yutilish spektrining chastotasi infraqizil sohada yotadi, chunki

$$\hbar\omega_i \sim \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_n a^2} \propto E_g;$$

- ✓ spektr elektronlarning konsentratsiyasiga, ya'ni kvantlashgan o'raning legirlanish darajasiga va temperaturaga sezilarli bog'liqdir;
- ✓ yutilish koeffitsiyenli miqdoran yorug'likning qutblanishiga va qutblanish vektorining kvantlashgan o'ra devoriga nisbatan olingan oriyentatsiyasiga bog'liq;
- ✓ chekli chuqurlikli simmetriyaviy kvantlashgan o'ralarda optik o'tishlar har juftlikli holatlar o'rtasida kechadi.

Bir o'lchamli  $n$ -tip kvantlashgan o'ralardan tashkil topgan o'ta panjarada minizonalararo optik o'tishlarga bog'liq yutilish koeffitsiyenti dispersiyasining ifodasi, kuchli bog'lanish yaqinlashishida, izolirlangan kvantlashgan o'radagi kabi ko'rinishga ega bo'ladi. Bu holda (3.16) formulada  $n$  o'tapanjara minizonasining pastki holatidagi elektronlarning hajmiy muvozanatdagi konsentratsiyasi deb tushuniladi, ya'ni

$$n = n_{s1}/d, \quad (4.38)$$

$$P_{zci1} \approx \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} \varphi_{ci0}^*(z) p_z \varphi_{ci0}(z) dz \quad (4.39)$$

-impuls operatori  $z$ -komponentasining  $k_z=0$  nuqtada pastki minizona va tilgan  $i$  tartib raqamli minizonalararo optik o'tish bilan bog'liq hamda (2.27) egiluvchi funksiyalarga nisbatan hisoblangan matritsaviy elementi.

Shunday qilib, qaralayotgan o'tapanjarada yorug'likning minizonalararo yutilishining xossalari bir o'lchamli kvantlashgan o'ra, ya'ni ikki o'lchamli elektronli gazdagi zona tarmoqlariaro yutilishiga aynan o'xshashdir.

KO' va OP  $p$ -tip kvantlashgan o'ra va o'tapanjarada zona tarmoqlariaro va minizonalararo yutilishtabiatan  $n$ -tip strukturalardagi kabi bo'ladi. Bunda ham yutilish (4.37)-(4.39) formulalar orqali ifodalanadi, faqat o'tkazuvchanlik zonasi va elektronli gazga tegishli zonaviy va minizonaviy parametralari mos holda valent zonasi va kavaklarning parametrlari bilan almashtiriladi.

Elektronlarning sochilishi e'tiborga olinsa, u holda (4.37) ifodadagi delta-funksiya quyidagicha lorens funksiyasiga almashtiriladi

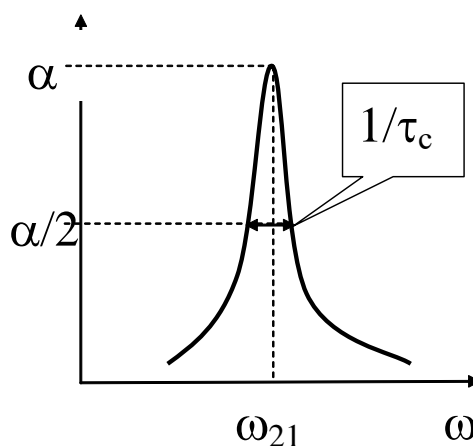
$$\delta(\hbar\omega - E_{ci1}) \approx \frac{\Delta\omega}{\pi\hbar \left[ (\omega - \omega_{ci1})^2 + \Delta\omega_{ci1}^2 \right]}, \quad (4.40)$$

bu yerda  $\hbar\omega_{ci1} = E_{ci} - E_{c1}$ ,  $\Delta\omega_{ci1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_{ci}} + \frac{1}{\tau_{c1}}\right) \approx \frac{1}{\tau_c}$ ,  $\tau_c$  - o'tkazuvchanlik zonasidagi elektronlarning relaksatsiya vaqti. Bu hol e'tiborga olinsa, u holda zona tarmoqlararo yutilishi spektrida chuqurlar balandligi va kengligi chekli qiymatli bo'ladi (4.5-rasm)

Agar minizonaning kengligi sochilishga bog'liq optik o'tishga tegishli energiyaning-noaniqligiga nisbatan miqdoran kichik bo'lsa, ya'ni  $\frac{1}{2}(\Delta_{ci} + \Delta_{c1}) \propto \tau_c$  shart bajarilsa, u holda o'tapanjarada bunday yutilish cho'qqisi shaklan o'zgarmaydi. Aksincha cho'qqi shaklan murakkab bo'ladi [18] (4.6-rasm).

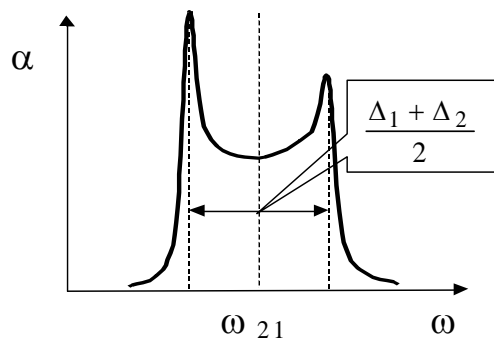
#### 4.5. IQ-nurlanish fotodetektorlari

IQ-nurlanish fotodetektorlarida faol elementlari sifatida odatda izolirlangan bir o'lchamli kvantlashgan o'ralardan yoki bir kvantlashgan o'ralardan iborat o'tapanjaradan tashkil topgan n-GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As tip fotosezgir geterostrukturalardan foydalaniladi. Agar yorug'lik elektr maydon kuchlanganligi vektori geterostrukturalar qatlamlariga tik yo'nalgan bo'lsa, u holda bunday



4.5-rasm. O'lchamli kvantlashgan o'rada zona tarmoqlariaro infraqizil yutilishning yuqori temperaturalar sohasida spektri.

strukturalarning fotoo'tkazuvchanligi IQ-yutilish hisobiga

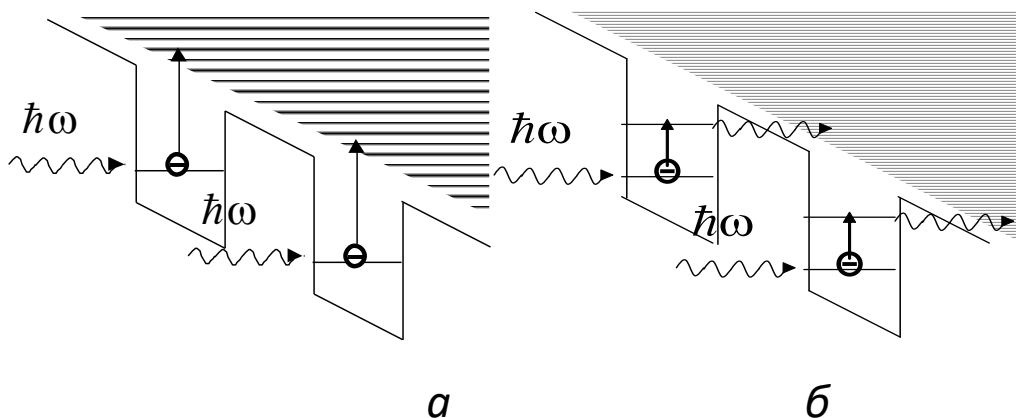


4.6-rasm. O‘ta panjarada kuchsiz sochilish jarayonida va past temperaturalar sohasida zona tarmoqlariaro IQ–yutilish spektri.

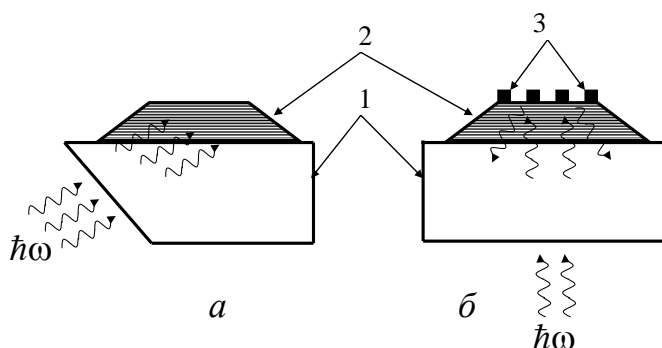
sodir bo'ladi va u ikki usulda amalga oshadi. Birinchi holda yutilish spektri elektronlarning kvantlashgan o‘ra ichida va potensial to‘siq ustida joylashgan kvaziuzluksiz energiyaviy spektrlar sohasida yotuvchi zonadagi pastki tarmoqlarda kechadigan optik o‘tishlar hisobiga hosil bo‘ladi. Bu yerda tok tashuvchilar harakatlanuvchanligi juda yuqori bo‘ladi. Bunday holda kvantlashgan o‘radagi fotoionizatsiya [4] hisobiga yutilishning keng tasmasi kuzatiladi. Uning qirrasida zona tarmoqlar pastki sathlaridan va kontinuum chetki sohalariga bo‘ladigan vertikal (to‘g‘ri) optik o‘tishlarga mos keladi (4.7 a-rasm). Ikkinchi holda selektiv yutilish spektri kvantlashgan o‘ra zonasining pastki va uyg‘otilgan tarmoqlari orasidagi optik o‘tish hisobiga sodir bo‘ladi. Bu holda tok tashuvchilarning potensial to‘siq orqali kontinuum sohasiga tunnellanishi e‘tibor olingan (4.7 b-rasm) Alohida olingan kvantlashgan o‘ra va o‘tapanjaralarning parametrlari tanlanib selektiv yoki keng tasmali ixtiyoriy to‘lqin uzunlikli IQ—spektriga tegishli fotodetektor olish mumkin.

Qaralayotgan IQ—yutilish nurlanishning qutblanish tabiatiga va kvantlashgan qatlam sirtiga nisbatan olingan oriyentatsiyasiga bog‘liq bo‘lganligi bois fotoqabul qilgich tushayotgan yorug‘likni talab darajasida qutblovchi maxsus qurilmalar bilan ta‘minlanishi zarur [1]. Buning uchun ikki usuldan foydalaniladi. Yorug‘lik fotosezgir struktura tagligiga ma‘lum bir burchak ostida tushiriladi (4.8 a-rasm). Boshqa variantda yorug‘lik taglikdan normal holda o‘tkaziladi, zaruriy qutblanish yorug‘likning difraksiya panjaradan qaytishida hosil qilinadi, chunki strukturaning sirtiga maxsus lampa o‘tqazilgan bo‘ladi (4.8 b-rasm).

Yorug‘likning qutblanishidan unumli foydalanish imkonini beruvchi fotosezgir strukturalarni olish uchun o‘tkazuvchanlik zonasidagi elektronlar energiyaviy spektri anizotrop bo‘lgan yarimo‘tkazgichlardan yoki p-tip GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As geterostrukturalar tavsiya etilgan, albatta. Biroq birinchi



4.7-rasm. Ko'ndalang elektr maydonidagi o'lchamli kvantlashgan o'rada infraqizil nurning yutilishi.



4.8-rasm. IQ-nurlanishni o'lchamli kvantlashgan o'rali fotoqabul qilgichga kiritish usullari: a –taglikka burchak ostida; b –difraksion panjara yordamida nurni yo'naltirish. Raqamlar orqali belgilashlar: 1 –taglik; 2 – o'lchamli kvantlashgan o'ra fotosezgir struktura; 3 – difraksion panjara.

holda qatlamga normal tushayotgan elektro-magnit to'liqini t'asirida elektronlar elektr maydon kuchlanganligi vektoriga tik bo'lgan qo'shimcha impuls oladi va elektronlar harakatini nazorat qilish murakkablashadi.

Ikkinchi holda esa tok tashuvchilarning energiyaviy spektri valent zonasining strukturasi ko'ra, murakkabdir: yengil va og'ir kavaklar tarmoqlaridan iboratdir. Bu hol ham qurilmaning olmossimon yarimo'tkazgichlardan foydalanishni murakkablashtiradi [18].

## 5-bob. YARIMO'TKAZGICHLI NANOSTRUKTURALARDA KINETIK HODISALAR

Past o'lchamli yarimo'tkazgichli strukturalarda kvantlashishning mavjudligi ularning nafaqat optik, hatto kinetik xossalari ham sezilarli o'zgartiradi. Bunday o'zgarishlar, dastavval, elektronlar va kavaklar energiyaviy spektr va to'lqin funksiyalarining, shuningdek sochilish jarayonining tabiati va mexanizmlarining o'zgarishi bilan bog'liqdir. Kvantlashgan o'ra va kvantlashgan iplarda zona tarmoqlarining va o'tapanjarada minizonaning mavjudligi zona tarmoqlariaro va minizonalararo sochilishga olib keladi, getorochegara va qattiq eritmalarning geterostruktura tarkibida bo'lishi ularda ham sochilishni yuzaga keltiradi, Fonon spektrining o'zgarishi elektron-fonon o'zaro ta'sir, ya'ni sochilish tabiatining o'zgarishiga olib keladi [18].

Past o'lchamli yarimo'tkazgichlar strukturalarida kinetik hodisalarning tadqiqida asosiy diqqat klassik va kvantlashgan maydonlarda elektr o'tkazuvchanlikning tahlillariga qaratiladi. Bundan tashqari magnit maydonning kvantlashgan o'rada kechadigan tashish hodisasiga ta'siri-kvantlashgan Xoll effektini yuzaga keltiradi.

### 5.1-§. Past o'lchamli strukturalarda nomuvozanatli taqsimot funksiyasi

Ma'lumki, yarimo'tkazgichlarda klassik elektr maydonda tok tashuvchilar elektro'tkazuvchanliginomuvozanatdagi taqsimot funksiyasi bilan tahlil qilinadi. Past o'lchamli yarimo'tkazgichli strukturalardava elastik sochilish hollarida bir jinsli  $\vec{F}$  elektr maydonida bu funksiya  $f_n(\vec{k})$  quyidagi Bolsman kinetik tenglamasining yechimi bo'ladi, ya'ni

$$\frac{q}{\hbar} \vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f_n(\vec{k}) = \sum_{n' \vec{k}'} w_{nn'}(\vec{k}, \vec{k}') (f_{n'}(\vec{k}') - f_n(\vec{k})), \quad (5.1)$$

bu yerda  $q$ -elektron yoki kavaklar zaryadi.  $w_{nn'}(\vec{k}, \vec{k}') = |n\vec{k}\rangle \langle n'\vec{k}'|$  holatdan sochilish hisobiga  $|n'\vec{k}'\rangle$  holatga vaqt birligida o'tish ehtimolligi,  $n$  va  $n'$ -zona yoki minizona tartib raqami. Zona tarmoqlariaro yoki minizonalararo sochilishning mavjudligi (5.1) tenglamani yechishni ancha murakkablashtiradi. Masalani soddalashtirish maqsadida keyinchalik bir minizonali yaqinlashishidan foydalanamiz. Bunda barcha tok tashuvchilar zonaning pastki (asosiy) tarmoqlarida yoki pastki minizonada sochilish amalga oshadi deb hisoblaymiz.

$\varphi(\vec{k})$  taqsimot funksiyasi miqdoran  $f_0(E)$  muvozanatdagi taqsimot funksiyasiga nisbatan kichik bo'ladigan holni yuzaga keltiruvchi kuchsiz elektr

maydon ta'sirida (5.1) tenglama bir minizonali yaqinlashishda quyidagi ko'rinishga keladi

$$q\vec{F}\vec{v}(\vec{k})\frac{\partial}{\partial E}f_0(E)=\sum_{(\vec{k})}w(\vec{k},\vec{k}')(\varphi(\vec{k}')-\varphi(\vec{k})), \quad (5.2)$$

bu yerda  $\varphi(\vec{k})=f_1(\vec{k})-f_0(E)$ ;  $E=E_1(\vec{k})$  -zonaning asosiy tarmog'i yoki asosiy minizonadagi tok tashuvchilar eneigiyasi.  $\vec{v}(\vec{k})=\nabla_{\vec{k}}E/\hbar$  -tok tashuvchilar tezligi.

Past o'lchamli yarimo'tkazgichli strukturaning anizotrop tabiatligiga e'tibor qaratsak, u holda (5.2) tenglamaning yechimini tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqti tenzori yaqinlashishida izlaymiz. Bu yaqinlashishda (5.2) tenglamaning yechimi

$$\varphi(\vec{k})=q\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)\sum_i\tau_i(E)F_iv_i(\vec{k}), \quad (5.3)$$

bu yerda

$$\frac{1}{\tau_i}=\sum_{\vec{k}'}w(\vec{k}\vec{k}')\left(1-\frac{v_i(\vec{k}')}{v_i(\vec{k})}\right) \quad (5.4)$$

-tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqti tenzorining teskari effektiv massa bosh o'qlariga nisbatan olingan komponentasi. Natijada elektr tok zichligi uchun (5.3) e'tiborga olinsa, u holda

$$j_i=\frac{2}{V}q\sum_{\vec{k}}\varphi(\vec{k})v_i(\vec{k})=\sum_j\sigma_{ij}F_j, \quad (5.5)$$

$$\sigma_{ij}=\frac{2}{V}e^2\sum_{\vec{k}}\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)\tau_jv_iv_j \quad (5.6)$$

-solishtirma o'tkazuvchanlik tenzori.

## 5.2-§. Kvantlashgan o'ralarda planar tashish hodisasi

Bir o'lchamli kvantlashgan o'radagi ikki o'lchamli tok tashuvchilar gazi uchun (5.3) taqsimot funksiyasining eng oddiy simmetriya uchun nomuvozanatli ulushi

$$\varphi(\vec{k})=q\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)\tau_{\perp}(E)F_iv_i(\vec{k}), \quad (5.7)$$

bu yerda  $\tau_{\perp}=\tau_x=\tau_y$ , Bunda skalyar solishtirma o'tkazuvchanlik quyidagi ko'rinishni oladi

$$\sigma_{\perp}=\sigma_{xx}=\sigma_{yy}=qn_s\mu_{\perp}=\frac{e^2n_s\langle\tau_{\perp}\rangle}{m^*}, \quad (5.8)$$

bu yerda  $n_s$ -sirt konsentratsiyasi (3.10), kvantlashgan o'radagi ikki o'lchamli tok tashuvchilarning  $\mu_{\perp}$ -harakatlanuvchanligi,  $m^*$ -effektiv massasi,  $\langle\tau_{\perp}\rangle$ - energiyasiga nisbatan o'rtachalashtirilgan relaksatsiya vaqti va (2.8) va (3.7) e'tiborga olinsa, u holda uning ko'rinishi

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\rho_s}{n_s} \int_0^{\infty} \left( -\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\perp}(E) E dE. \quad (5.9)$$

Ma'lumki, hajmiy yarimo'tkazgichlarda sochilish elastik deb hisoblansa, u holda  $\tau_3$  relaksatsiya vaqtining energiya va temperaturaga bog'liqligi (asosiy sochilish mexanizmlari uchun) darajali funksiya kabi aniqlanadi [16], ya'ni

$$\tau_3(E) = \gamma_3 (k_0 T)^{\beta} E^{\alpha}. \quad (5.10)$$

Ikki o'lchamli tok tashuvchilar energiyaviy spektr va holatlar zichligining kvantlashish hisobiga o'zgarishi quyidagi munosabatga olib keladi [13]

$$\frac{\tau_{\perp}}{\tau_3} = \gamma a k_{\perp} = \gamma a \sqrt{\frac{2m^* E}{\hbar^2}} \sim E^{1/2}, \quad (5.11)$$

bu yerda  $\gamma$ -miqdori birga yaqin bo'lgan sonli kattalik,  $a$ -kvantlashgan o'ra qalinligi. Agar (5.10) va (5.11) e'tiborga olinsa, u holda ikki o'lchamli relaksatsiya vaqtining energiya va temperaturaga bog'liqligi

$$\tau_{\perp} = \gamma_{\perp} (k_0 T)^{\beta} E^{\alpha + \frac{1}{2}}. \quad (5.12)$$

Tuslanmagan ikki o'lchamli gaz uchun berilgan temperaturada ikki o'lchamli to'lqin vektorining o'rta qiymati  $\langle k_{\perp} \rangle = \sqrt{2m^* k_0 T} / \hbar$ , bu yerda  $k_0 T$ -tok tashuvchilar issiqlikli energiyasining o'rta qiymati. Bir zonali yaqinlashishda energiyaning o'rta qiymati zonatarmoqlari orasidagi energiyaviy oraliqdan kichik bo'ladi, ya'ni  $k_0 T \propto \pi^2 \hbar^2 / 2m^* a^2$ . Yuqorida qayd qilingan hol e'tiborga olinsa, u holda (5.11) formuladan  $\tau_{\perp} < \tau_3$  kelib chiqadi, ya'ni kvantlashishning mavjudligi relaksatsiya vaqtining miqdoran kamayishiga olib keladi. Tuslangan tok tashuvchilar gazi uchun ham ushbu mulohazalar o'rinli ekanini eslatish kifoya.

Yuqorida qayd qilingan formulalar e'tiborga olingan holda kvantlashgan o'radagi ikki o'lchamli tok tashuvchilar harakatlanuvchanligining temperaturaviy bog'lanishini tahlil qilamiz. (5.8) ifodaga ko'ra, bunday harakatlanuvchanlikning temperaturaviy bog'lanishi relaksatsiya vaqti o'rta qiymatining temperaturaviy bog'lanishi bilan tavsiflanadi. Tuslanmagan hol uchun ikki o'lchamli tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqtining (5.9) formula bilan (3.7), (3.10) va (5.12) e'tiborga olingan holda hisoblangan o'rta qiymati quyidagicha aniqlanadi

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\gamma_{\perp} (k_0 T)^{\beta} \int_0^{\infty} f_0(E) E^{\alpha + \frac{3}{2}} dE}{k_0 T \int_0^{\infty} f_0(E)} = \gamma_{\perp} (k_0 T)^{\alpha + \beta + \frac{1}{2}} \tilde{A} \left( \alpha + \frac{5}{2} \right), \quad (5.13)$$

bu yerda  $G(n)$ -Gamma-funksiya. Hajmiy yarimo'tkazgichlardagi tuslanmagan uch o'lchamli tok tashuvchilar relaksatsiya vaqti o'rta qiymatining temperaturaviy bog'lanishi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi [10]

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \gamma_3 (k_0 T)^{\alpha + \beta} \tilde{A} \left( \alpha + \frac{5}{2} \right). \quad (5.14)$$



1-jadvalda sochilishning asosiy mexanizmlari uchun  $\alpha$ ,  $\beta$  [16] va  $\delta = \alpha + \beta + 1/2$  koeffitsiyentlarning qiymatlari qayd qilingan.

Jadvalda qayd qilingan miqdorlarga ko'ra, kvantlashishning strukturada mavjudiigi alohida olingan sochilish mexanizmlariga nisbatan hisoblangan impuls relaksatsiya vaqti va harakatlanuvchanlikning temperaturaviy bog'lanishini keskin o'zgartirib yuboradi.

Ta'kidlash jozki, yuqori temperaturalar sohasida  $A^3B^5$  yarimo'tkazgichlarda sochilish asosan qutbiy optik fononlarda kechadi. Natijada ikki o'lchamli tok tashuvchilar impuls relaksatsiya vaqtining o'rta qiymati temperaturaga bog'liq bo'lmaydi. Ikki o'lchamli tok tashuvchilar gazida hajmiy yarimo'tkazgichlarga nisbatan ionli kirishmalarda sochilishda bu kattalikning temperaturaviy bog'lanishi temperaturaning ortishi bilan sezilarli ortadi, akustik fononlarda sochilishda esa sezilarsiz kamayishi kuzatiladi.

*1-jadval.* Uch va ikki o'lchamli gazli yarimo'tkazgichlarda tok tashuvchilar sochilish mexanizmlarining asosiy parametrlari

Sochilish mexanizmi	$\alpha$	$\beta$	$\alpha + \beta$	$\delta$
Akustik fononlarda (AKF)	-1/2	-1	-3/2	-1
Qutbiy optik fononlarda (QOF)	+1/2	-1	-1/2	0
Ionli kirishmalarda (tON)	+3/2	0	+3/2	2
Neytral kirishmalarda (NK)	0	0	0	+1/2

Tuslangan tok tashuvchilar gazi uchun (5.9) ifodada muvozanatdagi taqsimot funksiyasidan olingan hosila delta-funksiya bilan almashtiriladi. Shunday qilib, agar (3.15) e'tiborga olinsa, u holda ikki o'lchamli tok tashuvchilar impuls relaksatsiya vaqtining o'rta qiymati uchun

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\rho_s}{n_s} \int_0^{\infty} \delta(E - \xi) \tau_{\perp}(E) E dE = \tau_{\perp}(\xi) \sim (k_0 T)^{\beta} n_s^{\alpha+1/2}. \quad (5.15)$$

Hajmiy yarimo'tkazgichlarda tuslangan tok tashuvchilar uchun [16]

$$\langle \tau_3 \rangle = \tau_3(\xi) \sim (k_0 T)^{\beta} n_s^{2\alpha/3}. \quad (5.16)$$

Yuqorida qayd qilingan ifodalardan, agar akustik fononlarda sochilish e'tiborga olinsa, u holda uch o'lchamli tuslangan gazdan farqli o'laroq, ikki o'lchamli aynigan tok tashuvchilar harakatlanuvchanligi tok tashuvchilar konsentratsiyasi, ya'ni legirlanish darajasiga bog'liq bo'lmasligi kelib chiqadi.

Omik o'tkazuvchanlik sohasida bir o'lchamli kvantlashgan o'radagi tok tashuvchilar harakatlanuvchanligi xususida quyidagi xulosalarga kelish mumkin. kvantlashishning mavjudiigi:

- ✓ impuls relaksatsiya vaqti o'rtacha qiymatining, ya'ni harakatlanuvchanlikning kamayishiga olib keladi;

- ✓ tok tashuvchilarning tuslanmagan gazida harakatlanuvchanlik o'rta qiymatining hajmiy temperaturaviy bog'lanishi ayrim sochiish mexanizmlari uchun o'zgaradi;
- ✓ tok tashuvchilarning tuslangan gazida harakatlanuvchanlik o'rta qiymatining hajmiy tok tashuvchilar konsentratsiyasiga bog'lanishi ayrim sochiish mexanizmlari uchun o'zgaradi.

### 5.3-§. O'tapanjaralarda vertikal o'tkazuvchanlik

Yuqorida qayd qilinganidek, o'tapanjarada tok tashuvchilar nafaqat kvantlashgan o'ra yo'nalishda (lateral tashish), balki elektronlar va kavaklarning potensial to'siq orqali tunnellanishi hisobiga qatlam sirtiga tik holda (vertikal tashish) tashilishi mumkin, lateral tashishda izolirlangan kvantlashgan o'radagi tashish kabi boradi. Bir minizonali va ikki o'lchamli elektronli gaz ( $\Delta \propto k_0 T$ ) yaqinlashishida kvantlashgan o'rada tok tashuvchilarning tashishga tegishli bo'lgan barcha formulalar o'tapanjaradagi lateral tashish uchun ham o'rinalidir. Bu holda tok tashuvchilarning  $n_s$  sirt konsentratsiyasi hajmiy  $n_v$  konsentratsiya hamda ikki o'lchamli holatlar zichligi  $\rho_s$  hajmiy  $\rho_v$  holatlar zichligi bilan almashtirilishi kerak.

#### 5.3.1-§. Omik o'tkazuvchanlik sohasi

Kuchsiz bog'langan kvantlashgan o'ralardan tashkil topgan o'tapanjaradagi vertikal tashish uchun (5.7) formula nomuvozanatdagi taqsimot funksiyasi ulushi e'tiborga olinganida quyidagicha o'zgaradi

$$\varphi(\vec{k}) = q \left( -\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\square}(E) F \left( \frac{d\Delta}{2\hbar} \right) \sin(k_z d), \quad (5.17)$$

bu yerda  $v_z$  kattalik o'rniga (2.35) e'tiborga olingan holda tok tashuvchilarning o'tapanjara simmetriya o'qi yo'nalishidagi tezlik uchun olingan tezlik ifodasi joy olgan, ya'ni

$$v_z(\vec{k}) = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin(k_z d). \quad (5.18)$$

Vertikal tashishda asosiy vaqtini kvantlashgan o'rada sarflaydigan tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqtining energiya va temperaturaga bog'liqligi planar tashishdagi kabi ko'rinishda bo'ladi

$$\tau_{\perp} = \gamma_{\perp} (k_0 T)^{\beta} E^{\alpha+1/2} \quad (5.19)$$

Kuchsiz klassik maydonda vertikal tashishni tavsiflovchi va (5.6) ifoda yordamida hisoblangan (5.17) solishtirma o'tkazuvchanlik uchun quyidagi natijani olamiz

$$\sigma_{\perp} = \sigma_{zz} = q n_v \mu_{\square} = \frac{e^2 n_v \langle \tau_{\square} \rangle}{\langle m_{\square} \rangle}, \quad (5.20)$$

bu yerda

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \left( -\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) \tau_{\perp}(E) dE}{1 - \exp\left(-\frac{n_V}{N_V}\right)} \quad (5.21)$$

-vertikal tashishda qatnashayotgan tok tashuvchilar impulsi relaksatsiya vaqtining energiya bo'yicha hisoblangan o'rta qiymati,

$$\frac{1}{\langle m_{\perp} \rangle} = \frac{\rho_V \Delta}{4m_{\perp} n_V} \left( 1 - \exp\left(-\frac{n_V}{N_V}\right) \right) \quad (5.22)$$

o'tapanjara o'qi yo'nalishida harakatlanayotgan tok tashuvchilar teskari effektiv massasining energiya bo'yicha hisoblangan o'rta qiymati,  $m_{\perp}$  minizona tubidagielektronlarning (2.37) formula bilan aniqlanuvchi effektiv massasi,  $N_V = k_0 T \rho_V$  -pastki minizonaning effektiv holatlar zichligi

Tuslanmagan tok tashuvchilar gazi ( $n_V \propto N_V$ ) uchun (5.21) formula bilan hisoblangan impulsning o'rtachalashtirilgan relaksatsiya vaqti va o'rtachalashtirilgan teskari effektiv massasi

$$\langle \tau_{\perp} \rangle = \gamma_{\perp} (k_0 T)^{\beta + \alpha + 1/2} \Gamma(\alpha + 3/2), \quad (5.23)$$

$$\frac{1}{\langle m_{\perp} \rangle} = \frac{\Delta}{4k_0 T} \cdot \frac{1}{m_{\perp}}. \quad (5.24)$$

Bir minizonali yaqinlashish ( $\Delta \propto k_0 T$ ) e'tiborga olinsa, u holda (5.24) munosabatdan  $\langle m_{\perp} \rangle \propto m_{\perp}$ , ya'ni vertikal tashishda ishtirok etayotgan tok tashuvchilareffektiv massasi mirtizona tubidagi tok tashuvchilar effektiv massasining sezilarli darajada kichik miqdorli va temperaturaga to'g'ri proporsional bo'ladi. Bundan tok tashuvchilarning o'tapanjarada vertikal tashishdagi harakatlanuvchanligi planar tashishdagiga nisbatan miqdoran ortiq bo'ladi, chunki bu holda effektiv massa ortadi.

Agar (5.23) va (5.24) ifodalar e'tiborga olinsa, u holda tuslanmagan gaz uchun vertikal tashishda harakatlanuvchanlikning temperaturaviy bog'lanishi

$$\mu_{\parallel} = \frac{q \Delta \langle \tau_{\parallel} \rangle}{4k_0 T m_{\parallel}} = \frac{q \Delta^2 d^2 \langle \tau_{\parallel} \rangle}{8k_0 T \hbar^2} \sim (k_0 T)^{\beta + \alpha - 1/2}. \quad (5.25)$$

Tok tashuvchilarning tuslangan gazi ( $n_V \propto N_V$ ) uchun (5.21) va (5.22) ifodalardan

$$\langle \tau_{\parallel} \rangle = \tau(\xi) = \gamma (k_0 T)^{\beta} \xi^{\alpha + 1/2} \sim (k_0 T)^{\beta} n_V^{\alpha + 1/2}, \quad (5.26)$$

$$\frac{1}{\langle m_{\parallel} \rangle} = \frac{\Delta}{4\xi} \cdot \frac{1}{m_{\parallel}} \sim n_V^{-1}. \quad (5.27)$$

Vertikal harakatlanuvchanlik va o'tkazuvchanlik esa

$$\mu_{II} = \frac{q\Delta\tau_{II}(\xi)}{4\xi m_{II}} = \frac{q\Delta^2 d^2 \tau_{II}(\xi)}{8\xi \hbar^2} \sim (k_0 T)^\beta n_V^{\alpha-1/2}, \quad (5.28)$$

$$\sigma_{II} = \frac{e^2 \rho_V \Delta \tau_{II}(\xi)}{4m_{II}} = \frac{e^2 \Delta^2 m^* \tau_{II}(\xi) d}{8\pi \hbar^4} \sim (k_0 T)^\beta n_V^{\alpha+1/2}. \quad (5.29)$$

Oraliq tuslanishining mavjudligida tok tashuvchilar vertikal o'tkazuvchanligining konsentratsiyaga bog'liqli (5.20)-(5.22) munosabatlarga ko'ra, eksponensial bog'lanishli bo'ladi

$$\sigma_{\perp} = \frac{e^2 \rho_V \Delta \langle \tau_{\perp} \rangle}{4m_{\perp}} \left( 1 - \exp\left(-\frac{n_V}{N_V}\right) \right). \quad (5.30)$$

Konsentratsiyaning ortishi bilan eksponensial tarzda ortuvchi vertikal o'tkazuvchanlik to'la tuslanish sohasi to'yinish sohasi bilan almashadi. Bu holda o'tkazuvchanlikning konsentratsiyava temperaturaga bog'liqligi (5.29) formula yordamida aniqlanadi.

### 5.3.2-§ Mumtoz maydonlarda manfiy differensial o'tkazuvchanlik

Kuchli klassik maydonlar sohasida vertikal tok tashish o'tapanjaraning volt-amper xarakteristikasida manfiy differensial o'tkazuvchanlik (MDO) sohasi kuzatiladi. Bu effektning mavjudligi minizona energiyasining elektron kvaziimpulsiga nisbatan davriyligi bilan bog'langan, bu davriylik esa elektr maydon ta'sirida kuchsiz sochilishlarda ham struktura xossalari o'zgartirib yuboradi. Bu xossalarning sifatli tahlillarini olib borish uchun kvaziklassik tenglamalardan foydalanamiz.  $z$  o'qi simmetriya o'qi hisoblangan o'tapanjarada tok zichligini hisoblaymiz. Bunda klassik harakat tenglamasida elektr maydon ta'sirida kvaziimpulsning o'zgarishi va ishqalanish kuchiga e'tibor qaratamiz, ya'ni

$$\hbar \frac{\partial k_z}{\partial t} = qF - \hbar \frac{\delta k_z}{\tau_{II}}, \quad (5.31)$$

bu yerda  $\delta k_z$  -to'lqin vektorining muvozanat qiymatidan chetlashishi,  $\tau_{\perp}$  -impulsning bo'ylama relaksatsiya vaqtining o'rta qiymati. Bu tenglama yechimi

$$\delta k_z = \frac{qF \tau_{II}}{\hbar} \quad (5.32)$$

statsionar tokni tavsiflaydi. Tok zichligini quyidagi ifoda yordamida aniqlaymiz

$$j = 2q \sum_k f_0(E) v_z(\vec{k}) = env_d, \quad (5.33)$$

bu yerda  $E = E_{\perp} + E_{II}$  -tok tashuvchilarning minizona tubidan hisoblangan to'la energiyasi,  $E_{II}$  va  $E_{\perp} = \hbar^2 k_{\perp}^2 / 2m^*$  -mos holda kvantlashgan o'ra devor sirtiga parallel

va tik yo‘nalishdagi erkin harakat energiyalari. Agar ularda (2.35) e‘tiborga olinsa, u holda

$$E_{||} = \frac{\Delta}{2} [1 - \cos(k_z d)]; \quad (5.34)$$

$$v_z(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_{||}}{\partial k_z} = \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin[(k_z + \delta k_z) d] \quad (5.35)$$

-elektron uchun  $k_z$  ning berilgan qiymatiga mos keladigan elektr maydondagi bo‘ylama harakat tezligi,  $v_d$ -uning dreyf tezligi. Ikki o‘lchamli gaz minizonasidagi tuslanmagan tok tashuvchilaning Fermi-Dirak taqsimotidan muvozanatdagi taqsimot funksiyasi

$$f_0(E) = \exp\left(\frac{\xi - E_{\perp} - E_{||}}{k_0 T}\right) \approx f_0(E_{\perp}) \left(1 - \frac{E_{||}(k_z)}{k_0 T}\right). \quad (5.36)$$

(5.33), (5.35) va (5.36) e‘tiborga olinsa, u holda bo‘ylama dreyf tezlik uchun

$$v_d = \frac{\Delta d}{n\hbar} \sum_k f_0(E_{\perp}) \left(1 - \frac{E_{||}(k_z)}{k_0 T}\right) \sin[(k_z + \delta k_z) d] = 2v_p \sin\left(\frac{F}{F_p}\right), \quad (5.37)$$

bu yerda

$$v_p = \frac{\Delta^2 d}{16\hbar k_0 T}; \quad F_p = \frac{\hbar}{e\tau_{||} d}. \quad (5.38)$$

(5.37) formulani keltirib chiqarishda elektronlarning konsentratsiyasi ikki o‘lchamli gaz yaqinlashishida

$$n = \frac{2}{d} \sum_{k_{\perp}} f_0(E_{\perp}). \quad (5.39)$$

(5.37) formuladan bo‘ylama dreyf tezlikning elektr maydon kuchlanganligiga garmonik tarzda bog‘lanishi kelib chiqadi. Demak,  $F > F_p \cdot \pi/2$  holda elektr maydonkuchlanganligining miqdoran ortishi bilan dreyf tezlik va u bilan bog‘langan bo‘ylama tok zichligi kamayadi, ya’ni differensial o‘tkazuvchanlik manfiy bo‘ladi.

Kuchli klassik elektr maydonlarda vertikal tok zichligi-Bolsmanning (5.1) tenglamasini impulsning relaksatsiya vaqti yaqinlashishida yechish bilan aniqlanishi mumkin, ya’ni

$$\frac{q}{\hbar} F \frac{\partial}{\partial k_z} f(\vec{k}) = -\frac{f(\vec{k}) - f_0(E)}{\tau_{||}}. \quad (5.40)$$

Bu holda o‘tapanjarning teskari davriga nisbatan

$$f(\vec{k}) = f(\vec{k}_z, k_z) = f\left(\vec{k}_z, k_z + \frac{2\pi}{d} l\right) \quad (5.41)$$

davriylik chegaraviy sharti bajarilishi kerak,  $l$ -butun son. Bu tenglamaning yechimidan [19]

$$v_d = 2v_p \frac{F / F_p}{1 + (F / F_p)^2} \quad (5.42)$$

Bu formuladan ko'rinayaptiki,  $F > F_p$  shartni qanoatlantiruvchi kuchli klassik elektrmaydonlarda differensial o'tkazuvchanlik manfiy bo'lib qoladi. Bu holda dreyf tezlik, elementar nazariyadan ((5.37) ifodaga q.) farqli o'laroq, doimo musbatligicha qoladi. Kuchsiz klassik maydonlarda  $F \ll F_p$  (5.37) va (5.42) formulalardan Ohm qonuniga ko'ra dreyf tezlikning maydonga nisbatan chiziqli bog'lanishini olamiz ((5.25) ifodaga q.), ya'ni

$$v_d = \mu, F_{II} = 2 \frac{v_p}{F_p} F = \frac{e\tau_{II}\Delta^2 d^2}{8k_0 T \hbar^2} F \quad (5.43)$$

Tuslangan elektronli gaz uchun (5.28) formulaga ko'ra, maksimal dreyf tezlik uchun

$$v_p = \frac{1}{2} \mu_{II} F_p = \frac{\Delta^2 d}{16\hbar\xi} \quad (5.44)$$

(5.38) va (5.44) formulalarni solishtirishdan ko'rinadiki, elektronli gaz aynishdarajasining ortishi bilan maksimal bo'ylama dreyf tezlik miqdori kamayadi.

5.1-rasmda bo'ylama dreyf tezlikning elektr maydon kuchlanganligiga nisbatan (5.42) formula bilan ifodalanuvchi bog'lanishi tasvirlangan. (5.42) formula tahlilidan o'tapanjarada vertikal tashish uchun kuchsiz elektr maydon kriteriysi

$$0 < eFd < \hbar / \tau_{II} \quad (5.45)$$

va kuchsiz elektr maydon kriteriysi

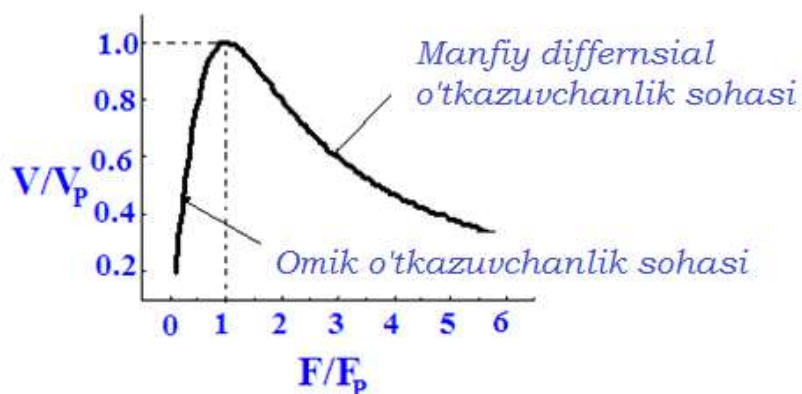
$$\hbar / \tau_{II} < eFd \propto \Delta \quad (5.46)$$

kelib chiqadi. Kuchsiz elektr maydon kriteriysiga ko'ra, tok tashuvchining o'tapanjaraning bitta davrida erishishi mumkin bo'lgan energiyasi bu maydonda energiyani noaniqlik miqdoridan kichik bo'lishi kerak.

### 5.3.3-§. Shtark lokallashishi sohasida rezonansli tunnellanish

Agar (5.46) shart kuchli elektr maydon uchun bajarilmasa, masalan bunday hol minizona tor yoki intensiv sochilishda bo'lganida kuzatilishi mumkin, u holda tok tashuvchilarning o'tapanjarada vertikal tashilishi kvantlashgan tabiatli bo'lib, qoladi. Buni tavsiflash uchun energiyaviy spektr va to'lqin funksiyalarning elektr maydon ta'sirida o'zgarishi e'tiborga olinishi zarur, shuningdek o'tish klassik statistik tasavvurdan kvantlashgan tasavvurga (asosini ehtimollik zichligi matritsasi tushunchasi tashkil etadi) o'tish talab etiladi [17]. Matematik hisoblashlarning yuqorida qayd qilingan o'ziga xos murakkabligi tufayli vertikal kvantlashgan o'tkazuvchanlikning kvaziklassik tasavvurlarga asoslangan sifatli tahlillari bilan chegaralanamiz.

Kvantlashgan elektr maydondagi bo‘ylama tok tok tashuvchilarning o‘tapanjaradagi potensial to‘siqlar orqali tunnellanishi hisobiga kechadi. Bu holda



5.1 rasm. Tok tashuvchilarning vertikal tashilishidagi dreyf tezligining elektr maydon kuchlanganligiga bog‘alanishi.

ortiqcha energiya fononlarning nurlanishi kabi uzatiladi, ya’ni namuna panjaralari tebranishining o‘zgarishiga sarflanadi yoki fotonlarning nurlanishiga olib kelishi mumkin. Bunday holda tunnellanish protsessi hisobiga yoki «shtark narvoni»-minizonaning tartib raqami o'zgaradi ((2.62) ifodaga q.), yoyinki sochilish hisobiga tok tashuvchilar ko‘ndalang kvaziimpulsi o'zgaradi. Minizona sathlarining Shtark lokalizatsiyasida (  $\Delta < eFd$  ) o'tapanjaraning bitta davrida elektronlarning tunnellanishi yaqin qo'shni kvantlashgan o‘ralar orasida kechadi.

Endi elektronning birinchi minizona va kvantlashgan o'radagi nolinch sathdan birinchi sathga (elektr maydon kuchlanganligi yo‘nalishi z o‘qining musbat yo'nalishida) tunnellanishini qaraylik. Potensial to‘siq orqali tunnellanish jarayoni uchun (2.63) e‘tiborga olinsa, u holda elastik sochilishdagi energiyaning saqlanish qonuniga ko‘ra, ko'ndalang to'lqin vektor uchun munosabat

$$E_{i0} + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2 = E_{i0} - \hbar\omega_s + \frac{\hbar^2}{2m^*} k_{\perp}^2. \quad (5.47)$$

Bu yerda,  $\vec{k}_{\perp}, \vec{k}'_{\perp}$  -elektronning boshlang‘ich va oxirgi holatlari to‘lqin vektori. Tok tashuvchilar ko‘ndalang harakati kinetik energiyasi o'zgarishi (5.47) ifodaga ko‘ra,

$$\frac{\hbar^2}{2m^*} (k_{\perp}^2 - k_{\perp}^2) = \hbar\omega_s - (E_{i0} - E_{i0}) = eFd - \Delta_{i1} = \hbar\epsilon_i. \quad (5.48)$$

Agar  $\epsilon_i \neq 0$  shart bajarilsa, u holda qaralayotgan tunnellanish norezonansli (va aksincha) deb yuritiladi. (5.48) ifodadan ko‘rinayaptiki, norezonansli tunnellanish, rezonansli dan farqli o‘laroq ko'ndalang to'lqin vektorini o'zgartirishga olib keluvchi sochilishning mavjudligi bilan tavsiflanadi. Demak, norezonansli tunnellanishning ehtimolligi va u bilan bog‘langan tok zichligi rezonansli holdagiga

nisbatan miqdoran juda kichik bo'tadi. Maydon kuchlanganligining ortishi bilan norezonansli tunnellanish ehtimolligi va unga mos keluchvi tok zichligi absolyut qiymatiga ko'ra, kamayishi kerak, chunki bu holda to'lqin vektorining o'zgarishi miqdoran ortib boradi.

Yuqorida qayd qilinganidek, bir minizonali yaqinlashishda ( $k_0T \propto E_{20} - E_{10} = \Delta_{21}$ ) vertikal, elektr tok zichligi

$$j(F) = \sum_i j_i(\epsilon_i) \quad , \quad (5.49)$$

bu yerda  $j_i(\epsilon_i)$ -elektr tokining elektronlarning birinchi minizonaning shtark narvon zinalaridan i-minizona sathlarining shtark narvonchalariga va qo'shni kvantlashgan o'ralarga tunnellanish bilan bog'liq bo'lgan parsial zichligi. Elektronli gazning elektr maydonda qizib borishiga e'tibor qaratilmasa, u holda elastik sochilish yaqinlashishida va bir jinsli elektr maydonda parsial tok zichligining  $\epsilon_i = 0$  atrofidagi sohalar uchun ehtimollik zichligi matritsasi metodiga ko'ra, hisoblangan ifodasi [13]

$$j_i(\epsilon_i) = \text{end} |\Omega_i|^2 \left\langle \frac{\tau_{\perp i}}{1 + \epsilon_i^2 \tau_{\perp i}^2} \right\rangle \cdot \begin{cases} e^{\frac{\hbar \epsilon_i}{k_0 T}} - e^{-\frac{\Delta_{i1}}{k_0 T}}, & \epsilon_i < 0 \\ 1 - e^{-\frac{(\Delta_{i1} + \hbar \epsilon_i)}{k_0 T}}, & \epsilon_i > 0 \end{cases} \quad , \quad (5.50)$$

bu yerda  $n$ -elektronlar konsentratsiyasi,  $\tau_{\perp i}(k_{\perp})$ -ko'ndalang fazaviy relaksatsiya vaqti (u miqdoran ko'ndalang impulsning relaksatsiya vaqtiga teng va tunnellanishda ko'ndalang impuls relaksatsiyasini tavsiflaydi),

$$\hbar \Omega_i = eFz_i = eF \int_{-L/2}^{L/2} \psi_{i1}^*(z) z \psi_{10}(z) dz \quad (5.51)$$

-qo'shni kvantlashgan o'ra orasidagi tunnelli o'tish ehtimolligini aniqlovchi matritsaviy element,

$$\langle \rangle = \frac{2}{n} \sum_{k_{\perp}} f_0(E_{\perp}) \quad (5.52)$$

-Fermi-Dirak muvozanatdagi taqsimot funksiyasi asosida ko'ndalang to'lqin vektori bo'yicha o'rtachalashtirish. (5.50) ifodaga ko'ra, parsial tok zichligining  $\hbar \epsilon_i = eFd - \Delta_{i1}$  (sozlash parametri)ga bog'liqligi rezonans tabiatli bo'ladi. Rezonansli tunnellanishida tokning parsial zichligi maksimumga ega bo'ladi. (5.48) e'tiborga olinsa, u holda bu miqdoran  $F_i = \Delta_{i1} / ed$  elektr maydon kuchlanganligiga mos keladigan, bunda (5.49) to'la tokning zichligi parsial tok asosiy rezonansli ulushi bilan aniqlanadi, ya'ni

$$j(F_i) \approx j_i(0) = \text{end} |\Omega_i|^2 \langle \tau_{\perp i} \rangle, \quad (5.53)$$

$\Delta \leq \hbar \epsilon_i = eFd = \hbar \omega_s \propto E_{20} - E_{10}$  shart bajarilganida, ya'ni kuchsiz kvantlashgan maydonlar sohasida (5.50) ifodaga ko'ra vertikal tok zichligi uchun



$$j(F) \approx j_1(\epsilon_1) = \frac{e^3 n d z_1^2 F}{\hbar^2} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{eFd}{k_0 T}} \right) \cdot \left\langle \frac{\tau_{\perp}}{1 + \left( \frac{eFd\tau_{\perp}}{\hbar} \right)^2} \right\rangle. \quad (5.54)$$

Ikki o'lchamli gaz ( $\Delta_1 \leq \hbar\omega_s \propto k_0 T$ ) yaqinlashishida va kuchsiz sochilishda ( $\omega_s \tau_{\perp} > 1$ ) (bu hol energiyaviy spektrning shtarkli kengayib taralishini anglatadi) vertikal tok zichligi uchun (5.54) formula oddiy ko'rinishga keladi

$$j(F) = \frac{e^2 n z_1^2}{k_0 T} \left\langle \frac{1}{\tau_{\perp}} \right\rangle \cdot F. \quad (5.55)$$

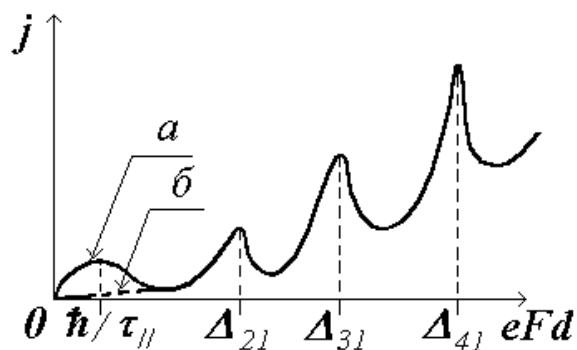
$\Delta \propto \hbar/\tau$  shatni qanoatlantiradigan va shtark kengayishli taralish e'tiborga olmaslik darajada kichik bo'lgan holga mos keluvchi kuchli sochilish ( $\Omega_s \tau_{\perp} < 1$ ) jarayonida vertikal tashish kvantlashgan va quyidagi munosabat o'rinli bo'ladi.

$$j(F) = \frac{e^4 n z_1^2 d^2}{k_0 T \hbar^2} \left\langle \frac{1}{\tau_{\perp}} \right\rangle \cdot F^3. \quad (5.56)$$

Shunday qilib, shtark lokalizatsiyasi shartida kuchsiz sochilishda tok zichligi  $F$  kattalikka, kuchsiz sochilishda esa  $F^3$  proporsional bo'ladi. Tabiiyki, kvantlashgan o'ralarning  $\Delta_1 \propto \hbar/\tau$  shartni qanoatlantiruvchi juda kuchsiz o'zaro ta'sirda past maydonlarda VAX (5.56) bilan ifodalanadi va omik o'tkazuvchanlik sohasi deyarli kuzatilmaydi [13]. Legirlanmagan o'tapanjara uchun kuchli sochilishdagi klassik maydonlar sohasida a) MDO'li kuchsiz sochilishda va b) MDO' yo'q holiday VAXning umumiy ko'rinishi 5.2 rasmda tasvirlangan.

Eksperimental natijalardan 5.2 rasmda tasvirlangan volt-ampere xarakteristika xususiy yoki kuchsiz legirlangan o'tapanjaralarda kuzatiladi. Agar kvantlashgan o'raning yuqori darajada legirlanishi tok tashuvchilar konsentratsiyasining ortishiga olib keladi va u VAXning fizikaviy tabiatini sezilarli o'zgartiradi Bu holda VAX tok zichligining monoton ortuvchi va ko'p qiymatli ossillyatsiyalanuvchi sohalari paydo bo'ladi. Oxirgi hol tabiati anod sohasida zichligi elektronli gazning o'tapanjara simmetriya o'qi yo'nalishida noturg'unligi tufayli yuzaga keladi (kuchli maydon) domenining hosil bo'lishi bilan tushuntiriladi.

MDO' (5.3-rasm) o'tapanjaraga qo'yilgan  $U$  kuchlanishning ortishi bilan bu domenning o'lchami orta boradi. Tahlillar shuni ko'rsatadiki [20], alohida olingan

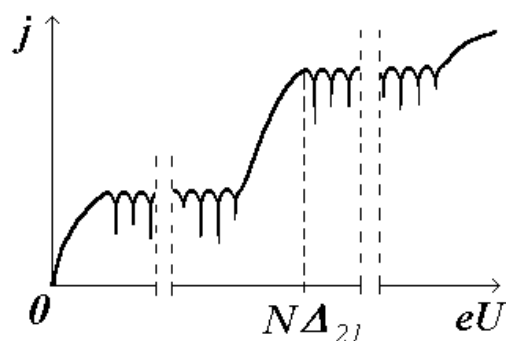


5.2-rasm. Legirlanmagan o'ta panjaraning vole-amper xarakteristikasi:a)

$$\hbar/\tau < \Delta_1, \quad b) \hbar/\tau \geq \Delta_1.$$

sohada ossillyatsiyalar soni o'ta, panjara davrlar soniga teng bo'ladi. Bundan VAXdagi har bir ossillyatsiyaga kuchli maydon domeni o'lchamining o'tapanjara davriga teng miqdorga ortishi kelib chiqadi. VAXning ossillyatsiyalar sohasiga mos keluvchi kuchlanishlarda o'tapanjaraning katod atrofida kuchsiz, anod atrofida kuchli elektr maydon hosil bo'ladi. Bu elektr maydonlar amalda bir jinsli bo'lib, ular orasidagi o'tish sohasining o'lchami o'tapanjaraning bitta davri tartibida bo'ladi.

Uzluksizlik shartiga ko'ra, kuchli va kuchsiz maydonlar domenlar orasidan o'tuvchi elektr tok zichligi miqdoran bir xil bo'lishi kerak, kuchsiz maydon sohasidagi  $\sigma_w$  kuchli maydon sohasidagi  $\sigma_h$  o'tkazuvchanlikdan miqdoran katta bo'ladi. Demak,  $\sigma_w$  o'tkazuvchanlik rezonanslitashish bilan,  $\sigma_h$  esa norezonansli tunnellanish bilan aniqlanadi. Kuchli maydon domeni o'tapanjarani butunlay qamrab olsa, u holda domen siljishining ortishi bir jinsli elektr maydon ta'siridagi norezonansli tunnellanish (o'tapanjaraning barcha davrlarida rezonansli almashinuviga bog'liq bo'lgan) tok zichligining monoton ortishiga olib keladi.



5.3.3-rasm. Legirlangan o‘ta panjara volt-amper xarakteristikasi.

Anod atrofida siljishning keyingi ortishi bilan yana kuchli maydon domeni hosil bo‘ladi. Bu holda elektronlarning birinchi minizona «shtark» sathlaridan minizonaning yuqorida joylashgan «shtark» sathlariga norezonansli tunnellanishi sodir bo‘ladi (5.3 rasm). Bunda kuchsiz maydonlar sohasida tashish rezonansli tabiatli bo‘ladi. Agar o‘tapanjaradagi yuqorida joylashgan minizonalar bo‘lmasa u holda tunnellanish "deyarli" uzluksiz spektrli va potensial to‘siq ustida joylashgan energiyaviy sohada kechadi. Shunday qilib, VAXda har bir ossillyatsiyaviy soha kuchsiz maydon domenlari sohasidagi rezonansli tashishiga va kuchli maydon domenlar sohasidagi norezonansli tashishga mos keladi. Keyingi tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki [21], kuchli maydon domenlari nafaqat anod atrofida hosil bo‘ladi, balki maydon bo‘ylab Gann effekti kabi tokning tebranishini hosil qiluvchi dreyfi sodir bo‘ladi.

#### 5.4-§. Kvantlashgan iplarning ballistik o‘tkazuvchanligi

Kvantlashishning kvantlashgan ip o‘tkazuvchanligiga ta’siri undagi ballistik tashishda, ya’ni kvantlashgan ip  $I$  uzunligi tok tashuvchilar erkin yugurish yo‘lidan kichik miqdodi Do‘lgan tashishda bilinadi [1].

Ballistik tashishni tahlil qilish uchun ikki metall kontaktlari orasida joylashgan va  $U$  kuchlanish ta’sir etayotgan tuslangan elektron gazli kvantlashgan ipdan o‘tadigan tok tahlilini qilamiz. 5.4 rasmga ko‘ra, bunday strukturadan o‘tayotgan elektr toki chap kontaktdan o‘ng kontakt tomon oqayotgan  $F_2 \leq E \leq F_1$  energiyali elektronlarning ballistikoqimidan iborat. Tuslanish va (2.20) energiyaviy dispersiyali elektronlar hosil qilayotgan kvantlashgan ip o‘qi bo‘ylab yo‘nalgan, ya’ni to‘lqin vektori yo‘nalishidagi bunday tok

$$I = 2 \sum_{i, k_z > 0} I_i(k_z) \quad , \quad (5.57)$$

bu yerda

$$I_i(k_z) = \frac{e\hbar k_z}{Lm^*} \Big|_{F_2 \leq E_i + \hbar^2 k_z^2 / 2m^* \leq F_1}$$

-zonaning  $i$  tartib raqamli tarmog'ida  $k_z$  to'liqin vektorli elektronlar hosil qilayotgan tok. To'liqin vektorning kvaziuzluksizligi e'tiborga olinsa, u holda (5.57) ifodaga ko'ra, aniqlangan tok

$$I = \frac{e\hbar}{\pi m^*} \sum_i \int_0^\infty k_z dk_z \Big|_{F_2 \leq E_i + \hbar^2 k_z^2 / 2m^* \leq F_1} = \frac{e}{\pi\hbar} \sum_i \{ (F_1 - E_i)\theta(F_1 - E_i) - (F_2 - E_i)\theta(F_2 - E_i) \} \sigma U,$$

bu yerda  $\theta(x)$ -(3.3) Xevisayd funksiyasi. Agar quyidagi shart bajarilsa, u holda

$$eU = F_2 - F_1 \propto |E_{i\perp 1} - E_i| \sim \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2},$$

ballistik o'tkazuvchanlik oddiy ko'rinishga keladi, yani

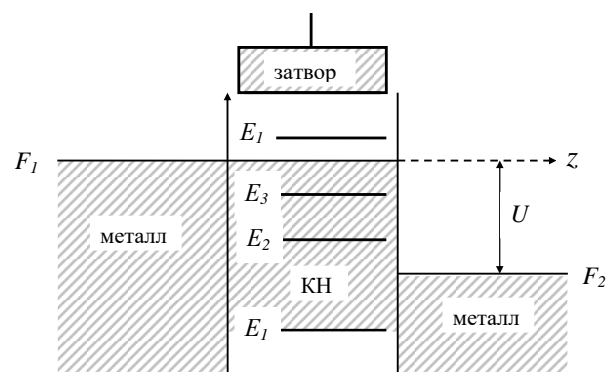
$$\sigma = \frac{e^2}{\pi\hbar} \cdot N, \quad (5.58)$$

bu yerda  $d$ -kvantlashgan nuqtaning o'rta diametri. Bu formulada  $N$  tubi  $F_2$  Fermi sathidan pastida joylashgan zona tarmog'ining elektronlar bilan band bo'lgan holatlar soni.

Olingan formula umumiy xarakterga ega va u domiy kattaliklar bilangina aniqlangan, ya'ni strukturadagi holatlar sonidan tashqari uning boshqa kattaliklariga bog'liq emas. Bu formulaga ko'ra, kvantlashgan ipning ballistik o'tkazuvchanligi  $e$  va  $\hbar$  dunyo konstantalariga karrali bo'lgan aniq qiymatlar qabul qilishi mumkin, ya'ni kvantlashgan kattalikdir. Tok tashuvchilar bilan band sathlar sonining funksiyasi sifatida ballistik o'tkazuvchanlikning sakrab-kvantlashgan tabiatli o'zgarishi kvantlashgan nuqtali strukturalarda ham kuzatish mumkin. Bunda tok tashuvchilar konsentratsiyasi Shottki strukturasi tushayotgan kuchlanish yordamida nazorat qilinadi (5.5 rasm). Qurilmadagi manfiy kuchlanishni miqdoran kamaytirish bilan undagi elektronlarning konsentratsiyasini orttirish mumkin. Natijada band bo'lgan holatlar soni ham ortadi. Bunday zona tarmoqlari orasidagi masofaning ortishi bilan ulardagi sathlar kontaktlardagi Fermi sathigiga nisbatan pasayadi [1].

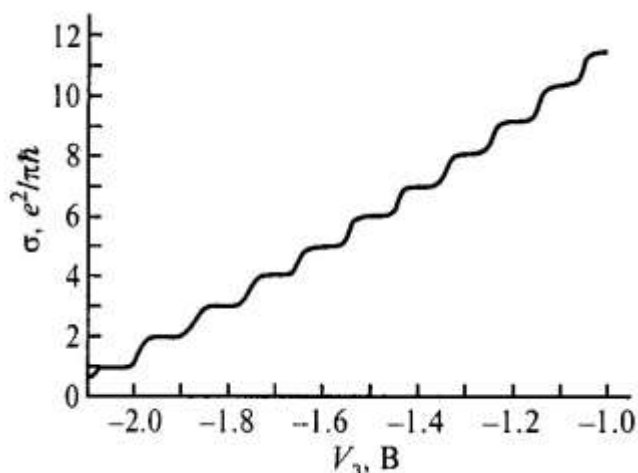
(5.58) formulaga ko'ra, kvantlashgan ipning ballistik qarshiligi struktura uzunligi va ko'ndalang kesimi yuzasiga bog'liq bo'lmaydi. Xususan, bir zonali yaqinlashishda qaralgan universal doimiyliklardan tashkil topadi [9], ya'ni

$$R = \frac{\pi\hbar}{e^2}$$



5.4-rasm. Siljirilgan kvantlashgan nuqtali strukturaning energiyaviy diagrammasi.

Ingichka (ballistik) iplarning kvantlashgan o'tkazuvchanlikka nisbatan tadqiq



5.5 rasm. Nuqtaviy kontaktli kvantlashgan nuqta o'tkazuvchanligining qurilmadagi tok tashuvchilar konsentratsiyasini aniqlash imkonini beruvchi kuchlanishga bog'liqligi [1].

qilingan eksperimentlarda tom ma'nodagi ingichka ip emas, balki ko'ndalang kesimi yetarli miqdorli ikki o'lchamli elektronli gazning ikki bo'tagini tutashtiruvchi nuqtaviy kontaktli strukturalar ishiatiladi. Rasmari bunday struktura uzunligining kengligiga nisbatan ip deb qarash mumkin bo'lgandarajada tanlanadi. Kvantlashgan o'tkazuvchanlik hundav tur strukturalarda ham kuzatilishi kerak (chunki oxirgi olingan (5.58) formula ipning shaklini yoki uzunligini o'z ichiga olgan parametrlarga bog'liq emas). Xususan, bunday natija 5.5 rasmda tasvirlangan konsentratsiyaga nisbatan olingan eksperimental natijada kvantlashgan mikrokontaktda kuzatilgan [1].

Kvantlashgan ipning kvantlashgan ballistik o'tkazuvchanligi o'lchov va nazorat qurilmalarning (asosan, ilmiy tadqiqot ishlarida) o'lchash aniqligini orttirishda qo'llanadi.

### 5.5-§. Kvantlashgan potensial o'rada kvantlashgan Xoll effekti

Kvantlashgan Xoll effekti (KXE) xoll o'tkazuvchanligi tenzori diagonal komponentalarning ayrim magnit maydonlarda nolga aylanishidir. Bu holda nodiagonal komponentalar fundamental doimiyliklarga nisbatan karrali qiymatlar qabul qiladi.

#### 5.5.1-§. Butun sonli kvantlashgan Xoll effektining mumtoz nazariyasi

Kvantlashgan o'raning XY tekisligiga parallel  $F$  kuchlanganlikli elektr maydonida va Z o'qqa parallel  $\vec{B}$  induksiyali magnit maydondagi tok tashuvchilarning statsionar harakatini tavsiflovchi tenglama

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = q \left( \vec{F} + [\vec{v}\vec{B}] \right) - \frac{m^* \vec{v}}{\tau} = 0, \quad (5.59)$$

miqdoran ishqalanish kuchi va lorens kuchi teng bo'lgan hol uchun qayd qilingan, bu yerda  $t$ -impulsning relaksatsiya vaqti. Bu tenglamaning yechimi dreyf tezlik  $v$  vektorining komponentalari bo'ladi va ular yordamida tok zichligi ham aniqlanadi, ya'ni

$$j_x = qn_s v_x = \sigma_{xx} F_x + \sigma_{xy} F_y; \quad j_y = qn_s v_y = -\sigma_{xy} F_x + \sigma_{xx} F_y, \quad (5.60)$$

bu yerda

$$\sigma_{xx} = \frac{q^2 n_s \tau}{m^* (1 + \omega_c^2 \tau^2)}; \quad \sigma_{xy} = \frac{q^2 n_s \omega_s \tau^2}{m^* (1 + \omega_c^2 \tau^2)} \quad (5.61)$$

-kvantlashgan o'ra kengligi birligida hisoblangan chiziqli xoll o'tkazuvchanligi diagonal (dissipativ) va nodiagonal tenzorining komponentalari.

Kuchli magnit maydonida ( $\omega_c^2 \tau^2 \gg 1$ ) tok tashuvchilar harakatining qat'iy hisoblari tahlillari shuni ko'rsatadiki, o'tkazuvchanlikning nodiagonal komponentasi tok tashuvchilar aylanish markazining  $\vec{F}$  va  $\vec{B}$  vektorlar yotgan tekislikka tik bo'lgan yo'nalishdagi dreyfi bilan bog'langan, diagonal tashkil etuvchilari esa sochilish hisobiga elektr maydon kuchlanganligi yo'nalishida impulsning o'zgarishi bilan bog'langan. Bunda

$$\sigma_{xx} = \frac{m^* n_s}{\tau} \cdot \frac{1}{B^2}; \quad \sigma_{xy} = qn_s \cdot \frac{1}{B}; \quad \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}} = \omega_c \tau > 1, \quad (5.62)$$

bu yerda  $\tau$ -magnit maydon induksiya vektorining funksiyasi bo'lib, u impulsni o'zgartirish faktori bo'lib hisoblanadi. Agar hajmiy yarimo'tkazgichlarda impuls relaksatsiya vaqtining magnit maydoniga bog'liqligini sochilishning odatdagi mexanizmlariga nisbatan e'tiborga olmasa ham bo'ladi, kvantlashgan o'radagi ikki o'lchamli gazda kvantlovchi magnit maydonda ((2.56) ifodaga q.) bunday bog'lanish sezilarli bo'ladi. Bu bog'lanishning o'ziga xos tarafi impuls relaksatsiya vaqtining deltasimon shaklga intilishidadir. Bunda  $B$  kattalik uchun quyidagi qiymatlari qabul qiladi deb hisoblangan

$$\frac{1}{B} = \frac{e}{2\pi\hbar n_s} v, \quad (v=1,2,\dots) \quad (5.63)$$

(5.63) formula kvantlashgan o'radagi  $n_s$  sirt zichlikli barcha tok tashuvchilar  $v$  landau sathlarini to'lasicha band qiladi deb hisoblangan. Bu sathlarga mos kelgan sirt holatlar (2.55) energiyali sathlardan ikki marta oz. landau sathlarda o'ra devori sirtida harakatini tavchisiflovchi ikki o'lchamli gazning erkin holatlar bo'lmaganligi va energiyaviy spektrning sirtga tik harakatiga bog'liq bo'lgan diskret tabiatliligi bois tok tashuvchilarning sochilishi sodir bo'lmaydi. Bu esa impuls relaksatsiya vaqtining cheksiz bo'lishidan dalolat beradi.

(5.63) shartni qanoatlantiradigan magnit maydoni uchun xoll harakatlanuvchanligi tenzorining diagonal komponentasi nolga teng bo‘ladi. Nodiagonal komponentasi esa diskret qiymatlarni qabul qiladi, ya’ni

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{2\pi\hbar} v = \sigma_0 v \quad (5.64)$$

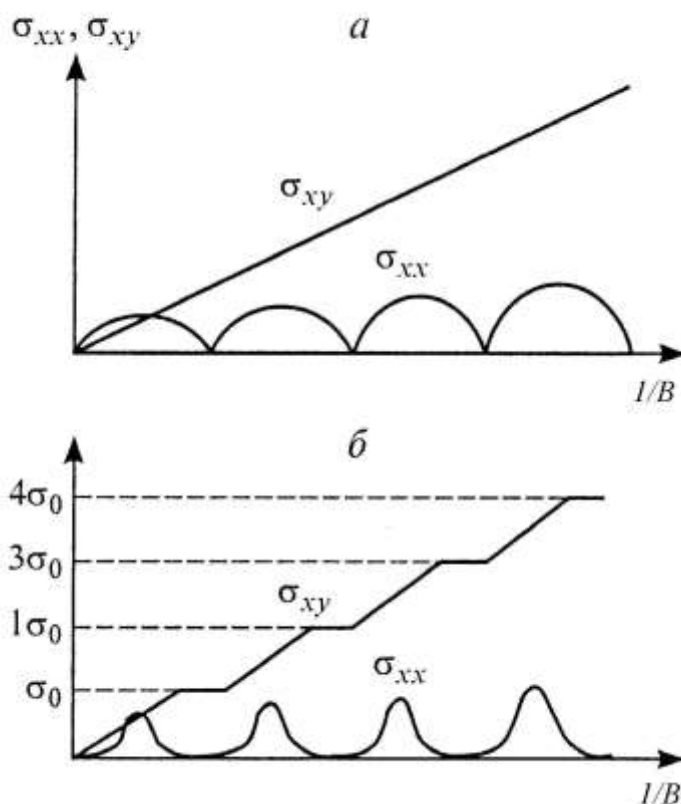
Bu formulaga ko‘ra, kvantlashgan o‘raning xoll o‘tkazuvchanligi namuna, magnit maydoni parametrlariga va temperaturaga bog‘liq bo‘lmaydi, kvantlashgan ipda (5.58) ballistik o‘tkazuvchanlik  $e$  va  $\hbar$  fundamental konstantalar orqali ifodalanadi xolos. 5.6 a-rasmda kvantlashgan o‘radagi tok tashuvchilarning xoll harakatlanuvchanligi tenzorini (5.62) formulalar bilan ifodalanuvchi diagonal va nodiagonal komponentalarining magnit maydoni induksiyasiga nazariy bog‘lanishi tasvirlangan.

### 5.5.2-§. Lokallashish effektlarining kvantlashgan Xoll effektiga ta’siri

(5.62) nazariy bog‘lanishlarning 1980 yilda o‘tkazilgan dastlabki eksperimental tadqiqot natijalari nazariy natijalardan farq qiladi. Bunday bog‘lanishlarning o‘ziga xos xususiyatlari (5.6-b rasm) o‘tkazuvchanlik diagonal komponentasining nolga aylanishi va (5.63) formula bilan aniqlanuvchi nodiagonal komponentalarning (5.64) qiymatlarini alohida tanlangan nuqtalarda emas, balki magnit maydonning katta qiymatlar oralig‘ida qabul qiladi [3, 22]. Bunday o‘ziga xoslik butun sonli kvantlashgan Xoll effekti (KXE) deyiladi va uni kashf etgan K. fon Klitsing 1985 y. Nobel mukofotiga sazovor bo‘lgan

$\sigma_{xx}$  va  $\sigma_{xy}$  komponentalarning  $1/B$  kattalikka nisbatan olingan boglanishdagi platolarning paydo bo‘lishi hozirgi zamon fizikaviy tasavvurlarga ko‘ra, tok tashuvchilar bir qismining namunada tasodifan hosil boigan, xususan, kirishmali ionlar tufayli sodir bo‘ladigan potensial ta’sirlari tufayli yuzaga keladigan lokalizatsiyasi bilan tushuntiriladi. Tok tashuvchilar lokalizatsiyasining kvantlashgan Xoll effektiga ta’sirini bilish uchun  $\sigma_{xx}$  va  $\sigma_{xy}$  kattaliklarning  $\frac{e}{2\pi\hbar n_s}$  kattalikka (qaralayotgan  $B$  magnit maydoni induksiyasida) (5.63) munosabatga ko‘ra, 5.6 rasmda tasvirlangan ko‘rinishni berishiga e’tibor qaratish kifoya. Bu yerda agar  $n_s$  ning o‘zgarishi lokallashgan holatlarning to‘lishi yoki bo‘shashiga bog‘liq bo‘lsa, delokallashgan holatlardagi tok tashuvchilar bilan aniqlanadigan o‘tkazuvchanlikning o‘zgarmasligi kelib chiqadi. Shunday qilib, lokalizatsiya bilan

bog'liq o'tkazuvchanlikda tok tashuvchilarning alohida olingan landau



5.6 rasm. Kuchli magnet maydonida  $\sigma_{xx}$  va  $\sigma_{xy}$  komponentalarning maydonga bog'liqligi: a) ideal ikki o'lchamli gaz uchun, b) eksperimental tadqiqotlar natijalari [1].

sathlaridagi qismi ishtirok etadi. Bunday tasavvurdan (5.63) formula o'rinli emasligi, chunki unda  $n$  o'rniga delokallashgan tok tashuvchilar konsentratsiyasini olish kerakligi kelib chiqadi. Biroq hisoblashlar ko'rsatadiki [1], delokallashgan tok tashuvchilar dreyf tezligi ularning tasodifan hosil bo'lgan potenslal bilan o'zaro ta'siri tufayli shunday ortadiki, (5.63) formula o'z mazmunini yo'qotmaydi, ya'ni, umuman olganda, o'rinliligicha qoladi. Shunday qilib, (5.63) formula (5.58) kabi universalligicha qoladi.

Yuqori harakatlanuvchanlikka ( $>10^6 \text{ sm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ ) ega bo'lgan ikki o'lchamli tok tashuvchili namunalarda o'ta past temperaturalarda ( $<1\text{K}$ ) elektron-elektronli o'zaro ta'sir hisobiga magnet maydonida o'zaro ta'sirlashmovchi va miqdoran kasrli effektiv zaryadga ega bo'lgan kvazizarralar hosil bo'ladi. Bunday kvazizarralarning o'zaro kesishgan elektr va magnet maydonlardagi harakatida o'tkazuvchanlik tenzori komponentalarining maydonlarga bog'liqligi. Xuddi kasrli  $\nu=k/n$  ( $n$ -toq son,  $k$ -ixtiyoriy son) parametr bilan tavsiflanuvchi butun sonli kvantlashgan Xoll effekti



kabi, kuzatiladi. Oxirgi effektdan farqli o'laroq, dastlabki hodisa kasrli kvantlashgan Xoll effekti deb nomlanadi.

Kvantlashgan iplarda ballistik o'tkazuvchanlik, xuddi kvantlashgan Xoll effekti kabi,  $e$  va  $\hbar$  fundamental dunyo konstantalarini o'ta aniqlik bilan (pretsizion) o'lchashlarda qo'llaniladi. Yuqorida qayd qilingan platosi aniq ifodalangan strukturalardagi kvantlashgan Xoll effektdan qarshilikning etaloni sifatida foydalaniladi.

## **6-bob. YARIMO‘TKAZGICHLI NANOSTRUKTURALARDA REZONANSLI TUNELLANISH**

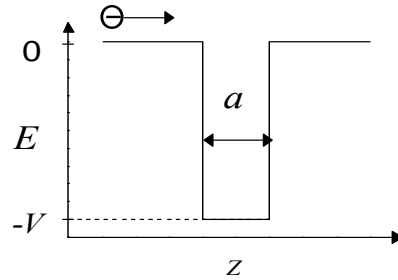
Hozirgi zamon epitaksial metodlar 1-10 nm. qalinlikli monokristalli yarimo‘tkazgichli qatlamlar va ko‘p qatlamli geterostrukturalarni hosil qilish imkoniyatini yaratadi. Bu o‘lcham miqdoran tok tashuvchilarning  $\lambda=h/p$  ( $h$ -Plank doimiyligi,  $p=m^*v$ ,  $m^*$ ,  $v$ -elektronlarning kvaziimpulsi, effektiv massa va tezligi) de-Broyl to‘lqin uzunligidan kichik bo‘ladi. Bu hol elektronning to‘lqinli tabiatini kuzatish va undan prinsipial foydalanish imkonini beradi. Unga, xususan, elektronli to‘lqinlarning interferensiyasi va unga ko‘ra, sodir bo‘ladigan kvantlashgan effektlarning kuzatilishi kiradi. Bularning ichidan yupqa (kvantlashgan) qatlamlarda elektronlar energiyasi va kvaziimpulsining kvantlashishi va elektronlarning bunday qatlamlar orqali rezonansli o‘tishini ajratish alohida mazmunga ega. Odatda bu effektlar o‘zining joylashuvi va ta’qiqlangan zona kengligi bilan farq qiluvchi qatlamli geterostrukturalarda yorqin kuzatiladi. Bunday strukturalarda elektronlarning potensial reliefi shaklan kvantlashgan o‘ra va to‘siqlarini beradi. Elektronlarning qatlamlar devorlariga tik yo‘nalishdagi tartibli harakati bo‘ylama tokning rezonansli ossillyatsiyalanishiga va struktura volt-ampere xarakteristikasi(VAX)ida manfiy differensial o‘tkazuvchanlik(MDO') sohasining sodir bo‘lishiga olib keladi. Kvantlashgan o‘ralarda elektronlarning geterochegara bo‘ylab harakatida erkin bo‘ladi va kvantlashmaydi. Bunday elektronlar ikki o‘lchamli yoki kvaziikki o‘lchamli kvaziklassik gazni hosil qiladi. Bu gazning o'ziga xos xususiyatlari elektronlarning kvantlashgan o‘ra asosida o‘stirilgan MDYaO' tranzistorlarida va geterostrukturalar asosida olingan selektiv legirlangan maydon tranzistorlarida(SLG MT)gi ko‘ndalang transportiga o‘z tasirini o‘tkazadi.

### **6.1-§. Yakkalangan potensial o‘rali va potensial to‘siqli strukturalarda elektronlarning o‘tishlari**

Kvantlashgan geterostrukturalar qatlamlari devori sirtiga ko‘ndalang yo‘nalishda o‘quvchi bo‘ylama tokning ossillyatsiyaviy tabiati aniq bir tezlik yoki energiyali elektronlarning ulardan o‘tish ehtimolligi bilan aniqlanadi. Bu ehtimollik o‘tish yoki o‘tkazish koeffitsiyent  $T$  deb nomlanadi. Bu koeffitsiyentni elektronning  $E$  energiyasi funksiyasi sifatida aniqlanishi statsionar Shredinger tenglamasini yechish bilan tahlil qilinadi.  $T(E)$  funksiyaning eng sodda ko‘rinishi bitta kvantlashgan o‘rali geterostrukturada kuzatiladi.

### 6.1.1-§. Kvantlashgan o'ra tepasidan o'tayotgan elektronlarning rezonansli tunnellanishi. O'tkazish koeffitsiyenti

O'tkazuvchanlik zonasidagi elektronning to'g'ri burchakli potensial ustida harakati to'g'risida bir o'lchamli masalasini qaraylik. Buning uchun geterostrukturaning  $z$  simmetriya o'qi bo'ylab harakatlanayotgan va berilgan  $E > 0$  energiyali elektronning  $\psi$  to'lqin funksiyasini aniqlash kerak (6.1 rasm). Effektiv



6.1 rasm. Elektronning o'lchamli kvantlashgan o'ra ustidan o'tishi.

massa yaqinlashishida bu hol uchun Shredinger tenglamasi

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right) \psi = E\psi \quad , \quad (6.1)$$

bu yerda  $V(z) = \begin{cases} -V, & 0 \leq z \leq a \\ 0, & z < 0, z > a \end{cases}$  -elektronning potensial energiyasi,  $V$ ,  $a$ -

kvantlashgan o'raning chuqurligi va qalinligi,  $V(z)$  bog'lanishga qarab butun geterostrukturani uch sohaga bo'lamiz. Bu sohalarning har birida potensial energiya har xil qiymatli, biroq o'zgarmas bo'ladi. Bunday hol uchun to'lqin funksiyani potensial to'siqqa kelayotgan va undan qaytayotgan yassi to'lqinlarning superpozitsiyasi ko'rinishida izlaymiz, ya'ni

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m^*} \cdot \frac{d^2}{dz^2} \psi_1 &= E\psi_1, \quad \psi_1 = A_1^+ e^{ikz} + A_1^- e^{-ikz} \quad (z < 0), \\ \left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \cdot \frac{d^2}{dz^2} - V \right) \psi_2 &= E\psi_2, \quad \psi_2 = A_2^+ e^{iqz} + A_2^- e^{-iqz} \quad (0 \leq z \leq a), \\ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \cdot \frac{d^2}{dz^2} \psi_3 &= E\psi_3, \quad \psi_3 = A_3^+ e^{ikz} \quad (z > a). \end{aligned} \quad (6.2)$$

bu yerda  $k = \sqrt{2m^*E} / \hbar$ ,  $q = \sqrt{2m^*(E+V)} / \hbar$ ,  $A_n^\pm$  chegaraviy shartlardan aniqlanuvchi konstantalar. Kvant mexaniksga ko'ra, [17], har bir elektron o'zining harakati davomida quyidagi ifoda bilan aniqlanadigan oqim zichligini hosil qiladi

$$j = \frac{i\hbar}{2m^*} \left( \psi^* \frac{d}{dz} \psi - \psi \frac{d}{dz} \psi^* \right), \quad (6.3)$$

bu yerda  $i$ -mavhum birlik son. Bu formulada (6.2) e'tiborga olinsa, u holda geterostrukturaning har bir sohasida elektron tomonidan hosil qilingan oqim zichligi

$$\begin{aligned} j_1 &= j_1^+ - j_1^-, j_2 = j_2^+ - j_2^-, j_3 = -ev_k |A_3^+|^2 = j_3^+, \\ j_1^+ &= -ev_k |A_1^+|^2, j_1^- = -ev_k |A_1^-|^2, j_2^+ = -ev_q |A_2^+|^2, \\ j_2^- &= -ev_q |A_2^-|^2, v_k = \frac{\hbar k}{m^*}, v_q = \frac{\hbar q}{m^*}, \end{aligned} \quad (6.4)$$

bu yerda  $j$  harfining ustidagi (+) belgi z o'qining musbat yo'nalishida, (-)-belgi esa teskari yo'nalishdagi oqayotgan elektronli to'lqin hosil qilgan oqim zichligiga mos keladi,  $v_q, v_k$ -mos holda kvantlashgan o'ra ustidan va uning ichida oqayotgan  $E$  energiyali elektron tezliklari. (6.4) ifodaga ko'ra, geterostrukturaga tushayotgan elektronli to'lqin oqimining bir qismidan o'tadi, qolgani undan qaytadi. O'tgan to'lqinlar tok zichligining geterostrukturaga tushayotgan to'lqinlar tok zichligiga nisbati o'tkazish yoki o'tish koeffitsiyenti  $T$  bo'ladi. Bu aniqlanishga ko'ra o'tkazish koeffitsiyenti tushayotgan va o'tayotgan to'lqinlarning amplitudalari orqali ifodalanadi, ya'ni

$$T = \frac{j_3^+}{j_1^+} = \frac{|A_3^+|^2}{|A_1^+|^2}. \quad (6.5)$$

Qaytish koeffitsiyenti  $R$  o'tkazish koeffitsiyenti kabi aniqlanadi, ya'ni

$$R = \frac{j_1^-}{j_1^+} = \frac{|A_1^-|^2}{|A_1^+|^2}. \quad (6.6)$$

Oqimlarning uzluksizligi:  $j_1 = j_3$  ga ko'ra, yuqorida qayd qilingan koeffitsiyentlar o'zaro bog'lanadi

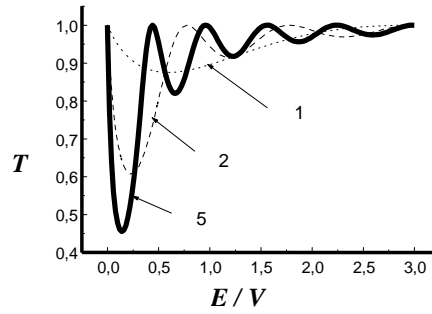
$$T = 1 - R, \quad (6.7)$$

$R$  va  $T$  koeffitsiyentlarni hisoblash uchun elektronli to'lqinlar zichliklari  $|\psi(z)|^2$  ning uzluksizlik tenglamasidan kelib chiquvchi to'lqin funksiyalar va hosilalarining "dazmollanishi"-silliq tikilish

$$\begin{cases} \psi_1(0) = \psi_2(0), \psi_2(a) = \psi_3(a), \\ \psi_1'|_{z=0} = \psi_2'|_{z=0}, \psi_2'|_{z=a} = \psi_3'|_{z=a}, \end{cases} \quad (6.8)$$

shartlaridan foydalanish kerak [17]. Bu shartlardan noma'lum amplitudalar uchun to'rtta tenglamalar sistemasi hosil qilinadi va uning yechimi tushayotgan to'lqin  $A_1^\pm$  amplitudasi bilan ifodalanadi. Bu yechimlar (6.5) formulada e'tiborga olinsa, u holda o'tkazish koeffitsiyenti

$$T \left\{ 1 = \frac{1}{4} \left( \frac{k}{q} - \frac{q}{k} \right)^2 \sin^2(aq) \right\}^{-1} = \left\{ 1 + \frac{\sin^2(aq)}{4(E/V)(E/V+1)} \right\}^{-1}. \quad (6.9)$$



6.2 rasm. Rezonansli kvantlashgan o'radan o'tishning tiniqlik koeffitsientining zarra energiyasiga bog'liqligi.

Bu formulaga ko'ra, maksimal qiymati birga teng bo'lishi mumkin bo'lgan  $T$  koeffitsiyent elektron  $E$  energiyasining ossillyatsiyalanuvchi funksiyasi bo'ladi.  $T$  koeffitsiyentining bunday bog'lanishi  $E_n$  energiyaning  $aq_n = n\pi$  shartni qanoatlantiradigan ( $n$  butun musbat son) qandaydir rezonansli qiymatlari sohasida kuzatiladi. Bunday g'ayrioddiy natijaning asosiy sababi geterochegaradan qaytgan to'lqinlarning mavjudligidir, chunki energiyaning rezonansli qiymatlarida elektronli to'lqinlar o'rtasida interferensiya sodir bo'ladi va u hisobiga bir-birini (aniq bir chegarada) susaytirishi yoki kuchaytirishi mumkin.

$E_n > 0$  holda energiyaning rezonansli qiymatlari uchun qayd qilingan shartda (6.2) e'tiborga olinsa, u holda

$$E_n = V_a (n^2 - V/V_a) \quad , \quad (6.10)$$

bu yerda  $n \geq \sqrt{V/V_a}$ ,  $V_a = \pi^2 \hbar^2 / 2m^* a^2$ , Agar  $V = n_1^2 V_a$  -bu yerda  $n_1$  butun son, u holda  $n$  kvant soni  $n > n_1$  shartni qanoatlantiradigan qiymatlarni qabul qilishi mumkin, birinchi rezonansli sath energiyasi  $E_{n_1} = E_1 = 0$  Shunday kvantlashgan o'ra rezonansli KO' deb ataladi [23].

$E$  energiyaning  $q$  to'lqin vektoriga bog'liqligi ((6.2) ifodaga  $q$ .) e'tiborga olinsa, u holda (6.9) formulani quyidagicha qayd qilish mumkin

$$T = \left\{ 1 + \frac{\sin^2 \left( \pi \sqrt{(V - V_a)(E/V + 1)} \right)}{4(E/V)(E/V + 1)} \right\}^{-1} \quad . \quad (6.11)$$

Bu formulaga ko'ra rezonansli KO' uchun  $E \rightarrow 0$  holda o'tish koeffitsiyenti  $T \rightarrow 1$ , u holda norezonansli KO' uchun  $E=0$  shartda o'tish koeffitsiyenti  $T=0$ . 6.2 rasmda rezonansli kvantlashgan o'ra uchun  $T(E)$  bog'lanish tasvirlangan  $m$  tartib raqamli egrilikka kvantlashgan o'raning  $V = m^2 V_a$  keladi. Rasmdan ko'rinayaptiki,

o'tish koeffitsiyenti nisbiy minimumlarining qiymatlari elektron energiyasining ortishi bilan birga tezroq yaqinlashadi. Ya'ni qo'shni maksimum va minimumlar oraliq parametri,  $\Delta T=1-T_{min}$  energiyaning ortishi bilan nolga intiladi, demak, o'tish koeffitsiyentining rezonansli xossalari yo'qola boradi.

### 6.1.2-§. Elektronlarning potensial to'siq orqali olishlarida rezonansli tunnellanishi o'tkazish koeffitsiyenti

Elektronning to'g'ri burchakli potensial to'siq ustidan harakati masalasi elektronning harakati to'g'ri burchakli potensial o'radagi harakati kabi yechiladi. Faqat bu holda  $V$ ning ishorasi teskarisiga o'zgartiriladi (6.3 rasimga q.). Bunda elektronning energiyasi potensial to'siq balandligidan kam bo'lmasligi kerak, ya'ni  $E \geq V$ . Bu hol e'tiborga olinsa, u holda (6.9) va (6.11) formulalarda  $V$  kattalik- $V$ ga, kvantlashgan o'ra qalinligi  $a$  potensial to'siq qalinligi  $b$ -ga almashtirilsa, u holda o'tkazish koeffitsiyenti uchun

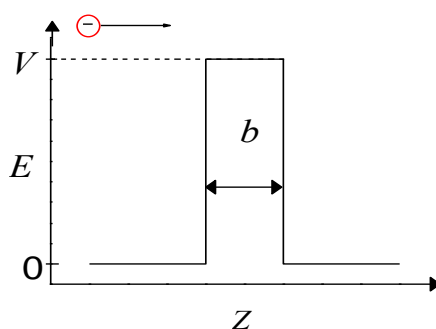
$$T = \left\{ 1 + \frac{\sin^2(bq)}{4(E/V)(E/V-1)} \right\}^{-1} = \left\{ 1 + \frac{\sin^2\left(\pi\sqrt{(V-V_b)(E/V-1)}\right)}{4(E/V)(E/V-1)} \right\}^{-1}, \quad (6.12)$$

bu yerda  $q = \sqrt{2m^*(E-V)}/\hbar$  -potensial to'siq ustidan o'tayotgan elektronning to'lqin vektori. O'tish koeffitsiyenti  $T=1$  bo'ladigan rezonansli qiymatlari uchun  $bq = n\pi$  shartda energiya quyidagicha qayd qilinadi

$$E_n = V_b \left( n^2 + V/V_b \right), \quad (6.13)$$

bu yerda  $n = 1, 2, \dots, V_b = \pi^2 \hbar^2 / 2m^* b^2$

6.4 rasmda (12) formulaga ko'ra, hisoblangan  $T(E)$  bog'lanish tasvirlangan. Grafikdagi  $m$  tartib raqamli egrilikka potensial to'siq balandligi  $V = m^2 V_b$  bo'lgan strukturaga tegishlidir.



6.3 rasm. Elektronning potensial to'siq ustidan o'tishi.

$T(E)$  o'tkazish koeffitsiyentining kvantlashgan o'ra va potensial to'sig'i ustidan o'tayotgan elektronlar energiyasiga bog'lanish grafiklari 6.2 va 6.4 rasmlarda tasvirlangan va ular bir-biridan juda sezilarli farq qilmaydi. Bu elektronning energiyasi potensial to'siq balandligiga miqdoran yaqin qiymatlarida o'tish koeffitsiyentining birga miqdoran yaqin bo'lishi bilan bog'langan:

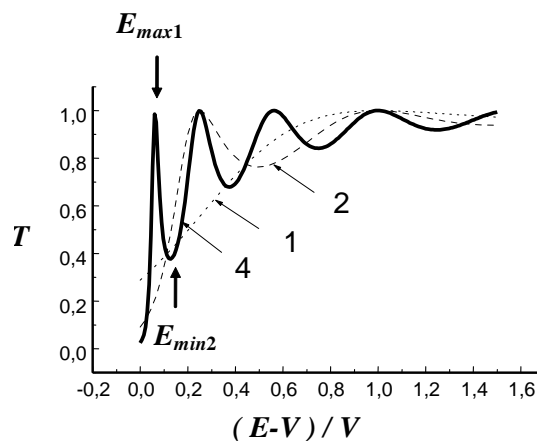
$$\lim_{E \rightarrow V} T = \left( 1 + \frac{\pi^2 V}{4V_b} \right)^{-1} . \quad (6.14)$$

2-jadvalda elektronning GaAs/AlGaAs geterostrukturaning potensial to'siq ustidan o'tish koeffitsiyentining xarakteristikalarini keltirilgan [2].

2 jadval. Elektronning GaAs/AlGaAs geterostruktura potensial to'sig'i ustidan o'tish koeffitsiyentining xarakteristikalarini

$b, \text{ nm}$	$V, \text{ eV}$	$E_{max,1}-V, \text{ meV}$	$E_{min,2}-V, \text{ meV}$	$T_{max,1}-T_{min,2}$
5	0.40	180	405	0.2
5	0.25	180	405	0.075
10	0.40	45	99	0.5
10	0.25	45	99	0.31

Jadvaldan ko'rinayaptiki, birinchi maksimum va ikkinchi minimum oraliq energiyasi  $T$  o'tkazish koeffitsiyentida potensial to'siq qalinligi va balandligining ortishi bilan orta boradi.  $E_{min,2}$  va  $E_{max,1}$  orasidagi elektron energiyasi potensial to'siq  $b$  kengligining ortishi bilan kamayadi,  $V$  balandlikka esa bog'liq bo'lmaydi. Elektron energiyasi (tezligi)  $E_{max,1} < E < E_{min,2}$  oralig'ida energiyaning ortishi bilan o'tkazish koeffitsiyentining kamayishi uchun tok va kuchlanish bog'lanishida manfiy differensial o'tkazuvchanlik (MDO) sohasining mavjud bo'lishi kerak, bu holda  $\Delta T = T_{max,1} - T_{min,2} = 1 - T_{min,2}$  va  $\Delta E = E_{min,2} - E_{max,1}$  imkon darajasida katta qiymatlarni qabul qilishi kerak.  $\Delta E$  uchun bu shart yarimo'tkazgichlarda yuqorida qayd qilingan ikki holatdagi elektronlar energiyalari bir-biridan  $k_0T$  tartibida farq bo'lishini talab etadi.



6.4 rasm. Tiniqlik koeffitsiyentining zarra energiyasiga bog'liqligi.

Demak  $\Delta E \propto k_0 T$  shart bajarilishi shart. Yuqorida qayd qilinganlar potensial to'sig'i yupqa va baland bo'lgan geterostrukturalardan tok o'tganida kuzatilishi kerak. Biroq bunday potensial to'siqni o'tish uchun elektron energiyasi to'siq balandligidan miqdoran katta bo'lishi kerak ( $E > V$ ). Bu hol bunday strukturaning VAXsida MDO' sohasining bo'lishini murakkablashtiradi. O'ra ustidan o'tish uchun bunday muammo tug'ilmaydi, chunki rezonansli KO' uchun  $V = n_1^2 V_a$  shartda  $T$  koeffitsiyentning birinchi maksimumi  $E_{\max,1} = 0$  shartda sodir bo'ladi. Ya'ni rezonansli o'ra ustidan energiyasi potensial to'siq balandligidan ozgina katta bo'lgan elektronlar ham deyarli sochilmasdan o'tadi (6.2 rasm). Shunday qilib rezonansli KO' ustidan o'tish uchun elektronlarning energiyasi nolga yaqin bo'lganida  $\Delta E = E_{\min,1}$  bo'ladi. (6.10) ifodadan bu holda  $\Delta E \sim V_a$  bo'lishi kelib chiqadi. Natijada elektronlarning o'ra ustidan o'tishlariga bog'liq bo'lgan MDO' sohasini kuzatishning quyidagi sharti kelib chiqadi

$$V_a \propto k_0 T \quad \text{yoki} \quad a^2 \propto \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* k_0 T} \quad . \quad (6.15)$$

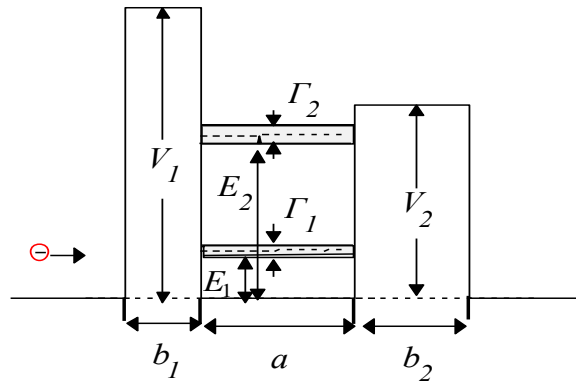
Bu shartga ko'ra, qurilmaning ishchi temperaturasi qancha katta bo'lsa, kvantlashgan o'ra shunchalik yupqa bo'lishi kelib chiqadi. Shunga o'xshash shart  $b$  qalinlikli to'siqdan elektronlarning to'siq ustidan o'tishiga bog'liq hol uchun ham olinishi mumkin, chunki (6.13) formulaga ko'ra,  $\Delta E \sim V_b$ ,  $m^* = 0,1 m_0$ ,  $T = -17K$  holda bu formuladan KO' kengligi va potensial to'siq qalinligi uchun  $a, b \ll 20$  nm. shart kelib chiqadi.

Yuqorida qayd qilingan mulohazalardan bittadan potensial o'ra va potensial to'siqdan tashkil topgan geterostrukturalar, aslida, qurilmadagi MDYaO'li elementlar sifatida foydalanish mumkinligi kelib chiqadi. Epitaksial texnologiya (molekulyar-nurli epitaksiya) ning bugungi holatida GaAs, AlAs yarimo'tkazgichlar asosida olingan  $Al_x Ga_{1-x} As$  qattiq eritmalaridan qalinligi  $1.5 \div 2$  nm, (uch va to'rt atomli) qatlamlar, balandligi (chuqurligi) 1.35 eV (GaAs/AlAs strukturalar uchun) bo'lgan potensial to'siq va o'rali geterostrukturalar olish mumkin. Biroq bunday strukturalar VAXida anomaliyalar amaliyotda qo'llaniladigan darajada sezilarli katta emas. Shu sababli bugungi kunda potensial to'siq bilan ajratilgan kvantlashgan o'ralardan iborat geterostrukturalardan foydalanish perspektivdir. Bunday strukturalarning eng soddasi ikki potensial to'sikli kvantlashgan strukturadir.

## **6.2-§ Ikki potensial to'sikli kvantlashgan struktura orali elektronlarning tunnellanishi**

Ikki potensial to'sikli kvantlashgan struktura deyilganida o'tkazuvchanlik zonasining qatlamlarga tik yo'nalishdagi profili 6.5 rasmda ko'rsatilgan besh qatlamli geterostruktura tushuniladi. Bunday strukturadan elektronlarning  $T$  o'tish





6.5 rasm. Ikki rezonansli o'lchamli kvantlashgan o'raga ega nosimmetrik strukturaning potensial reliefi.

ko'effitsiyenti, umuman olganda, ossillyatsiyalanuvchi funksiya sifatida qayd qilinadi va u, o'z navbatida, MDYaO'ning sodir bo'lishiga olib keladi. Tabiiyki, o'tkazish ko'effitsiyentini hisoblash uchun struktura orqali o'tayotgari erkin elektronlar uchun qayd qilingan statsionar Shredenger tenglamasi yechilishi talab etiladi. Bu hol yuqorida potensial to'siq va o'ra ustidan o'ta-yotgan elektronlar uchun hal etilgan edi va u, o'sha raasalaga o'xshash hal etiladi. Biroq bu holni elektronli to'lqinning potensial to'siqli kvantlashgan strukturadan o'tishini elektromagnit to'lqinning Fabri-Pero rezonatori orqali o'tishiga o'xshash hal qilish mumkin.

Rezonator yarim tiniq qirralariga ega bo'lgan tiniq plastinali qurilmadir va xuddi o'zidan aniq bir chastotali elektromagnit to'lqinni o'tkazadigan optik filtr kabi ishlashi mumkin.

### 6.2.1-§. Elektromagnit to'lqinlarning Fabri-Pero rezonator orqali o'tishi.

#### Rezonansli chastotalar

Endi elektromagnit to'lqinning ikki yassi yarim tiniq ko'zgulardan tashkil topgan Fabri-Pero rezonatori orqali o'tkazish ko'effitsiyentini hisoblaylik. Bunda yorug'likka ko'zgu sirtiga normal tushsin. 6.6 rasmda  $\vec{F}$  elektr maydon kuchlanganlikli yassi elektromagnit to'lqin tushishi sxematik tasviri keltirilgan bo'lib, unda kogerentli to'lqinlarning qaytishi, simishi va interferensiyasi bilan bog'liq bo'lgan hollarga ham e'tibor qaratilgan. Natijada tushayotgan to'lqin  $\vec{F}'$  elektr maydon kuchlanganlikli qaytayotgan va  $\vec{F}''$  elektr maydon kuchlanganlikli o'tayotgan to'lqinlarga taraladi. Masalani soddalashtirish maqsadida to'lqin sirtga tik tushayapti deb hisoblanadi. Bunda ham elektromagnit to'lqinning o'tish ko'effitsiyenti o'tgan to'lqin energiyasi oqimining tushayotgan to'lqin energiyasi oqimiga nisbati bilan aniqlanadi. Shuning uchun bu ko'effitsiyentni hisoblash maqsadida tushayotgan elektromagnit to'lqinning  $\vec{F}$  elektr maydon

kuchlanganligini avvaldan ma'lum deb hisoblab, o'tgan to'lqin elektr maydonkuchlanganligini  $F'' = F_B'' + F_D'' + F_G'' + \dots$  kabi aniqlanymiz.

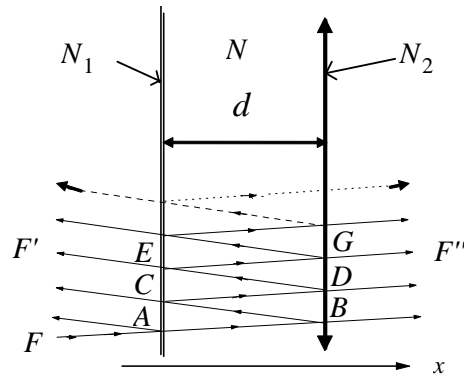
Frenel formulasiga ko'ra [17] yorug'likning normal tushishida rezonator orqali o'tgan kogerentli to'lqin uchun quyidagi munosabatni qayd qilamiz

$$F_B'' = \tilde{T}_2 F_B = \tilde{T}_2 F_A \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right) = \tilde{T}_2 \tilde{T}_1 F \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right),$$

$$F_D'' = \tilde{T}_2 F_D = \tilde{T}_2 F_C \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right) = -\tilde{T}_2 \tilde{R}_1 F_C \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right) =$$

$$= -\tilde{T}_2 \tilde{R}_1 F_B' \exp\left(i \frac{2N\omega d}{c}\right) = \tilde{T}_2 \tilde{R}_1 \tilde{R}_2 F_B \exp\left(i \frac{2N\omega d}{c}\right) = q F_B'',$$

bu yerda  $T_i = 1 - \tilde{R}_i$ ,  $\tilde{R} = (N_i - N)(N_i + N)$  -rezonatorning har xli kozgulariga mos keluvchi elektr maydon kuchlanganligi vektori amplitudsining o'tish va sochilish(qaytish) koeffitsiyentlari,  $N_i = n_i + i\chi_i$  kompleks sindirish



6.6 rasm. Elektromagnit to'lqinning Fabri – Pero rezonatori orqali o'tishi.

ko'rsatkichi,  $\omega$  – yorug'lik chastotasi,  $d$  - rezonator qalinligi (6.6 rasmga q.). Qaytgan to'lqin amplitudasi bitta shtrix orqali belgilangan, ikkita shtrix esa o'tgan uchun belgisizdir. (6.15) formula e'tiborga olinsa, u holda amplitudaning o'tish koeffitsiyenti uchun (geometrik progressiya uchun ifodasidan foydalanib) quyidagi munosabatga erishamiz

$$\tilde{T} = \frac{F''}{F} = \frac{F_B''}{F} \sum_{m=0}^{\infty} q^m = \frac{\tilde{T}_1 \tilde{T}_2 \exp\left(i \frac{N\omega d}{c}\right)}{1 - \tilde{R}_1 \tilde{R}_2 \exp\left(i \frac{2N\omega d}{c}\right)}. \quad (6.16)$$

(6.16) formuladan foydalanilsa, u holda elektro-magnit to'lqin quvvatiga nisbatan o'tish koeffitsiyent uchun

$$T = \left| \frac{F''}{F} \right|^2 = |\tilde{T}|^2 = \frac{T_1 T_2 \exp(-\alpha d)}{\left(1 - \sqrt{R_1 R_2} \exp(-\alpha d)\right)^2 + 4 \sqrt{R_1 R_2} \exp(-\alpha d) \sin^2\left(\omega \tau_0 + \frac{\varphi}{2}\right)}, \quad (6.17)$$

bu yerda  $T_i = |\tilde{T}_i|^2$ ,  $R_i = |\tilde{R}_i|^2$ ,  $\alpha = 2\omega\chi/c$  -yorug'likning rezonator ko'zgulari orasidagi muhitda yutilish koeffitsiyenti,  $\tau_0 = nd/c = d/v$  yorug'likning plastinka orqali o'tish vaqti,  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 \sim \left[ \operatorname{tg}(\varphi_i) = \operatorname{Im}(\tilde{R}_i) / \operatorname{Re}(\tilde{R}_i) \right]$ . Ko'zgu tiniqligining kichik miqdorli yaqinlashishida ( $T_1, T_2 \ll 1$ ) va kuchsiz yutilishda  $\alpha d \ll 1$  (6.17) o'tish koeffitsiyenti  $R = 1 - T$  e'tiborga olinsa, u holda sodda ko'rinishga keladi

$$T = \frac{T_1 T_2 / \theta^2}{1 + \sin^2 \left( \omega \tau_0 + \frac{\varphi}{2} \right) / \theta^2}, \quad (6.18)$$

bu yerda  $\theta = \alpha d + \frac{T_1 + T_2}{2}$ .

(6.17), (6.18) formulalarga ko'ra, o'tish koeffitsiyenti chastotaning funksiyasi sifatida ossillyatsiyalanuvchi tabiatli bo'ladi va u quyidagi tenglamani qanoatlantiradigan rezonansli chastotalarda

$$\sin \left( \omega_n \tau_0 + \frac{\varphi}{2} \right) = 0 \quad (6.19)$$

maksimumlarga erishadi.  $n$  tartib raqamli rezonansli chastotalardan  $T$  funksiya quyidagicha qayd qilinadi

$$T = \frac{4T_1 T_2}{(T_1 + T_2)^2} \cdot \frac{(Q_n / Q_{bn})}{1 + 4Q_n^2 \cdot (\Delta\omega_n / \omega_n)^2}, \quad (6.20)$$

bu yerda  $\Delta\omega_n = \omega - \omega_n$  -chastotaning rezonansli qiymatidagi chetlashishl,

$$Q_n^{-1} = Q_{pn}^{-1} + Q_{bn}^{-1}, \quad Q_{pn}^{-1} = \frac{\alpha d}{\omega_n \tau_0} = \frac{1}{\omega_n \tau_\phi}, \quad Q_{bn}^{-1} = \frac{T_1 + T_2}{2\omega_n \tau_0}, \quad (6.21)$$

$Q_n$ ,  $Q_{pn}$ ,  $Q_{bn}$ -rezonatorning  $\omega_n$  chastotaga mos keluvchi yuklangan, xususiy va tashqi unumdorligi,  $\tau_\phi = \tau_0 / \alpha d = 1 / \alpha v$  -fotonning rezonatorida yutilishi bilan bog'liq bo'lgan yashash vaqti. Agar ko'zgular tabiatan ayniy bo'lsa, ( $T_1 = T_2 = T_0$ ), u holda yorug'likning kuchsiz ( $\alpha(\omega_n) \rightarrow 0 \Rightarrow \tau_\phi \rightarrow \infty$ ) yutilishida  $T$  funksiya  $\omega_n$  chastotalar sohasida yanada soddalashadi, ya'ni

$$T(\omega) = 1 / \left( 1 + 4Q_{bn}^2 (\Delta\omega / \omega_n)^2 \right) = 1 / \left( 1 + (2\Delta\omega_n \tau_0 / T_0)^2 \right) \quad (6.22)$$

va  $\omega = \omega_n$  holda maksimal qiymatiga erishadi: birga teng bo'ladi.

Elektromagnit to'lqin o'tish koeffitsiyentining maksimal qiymatiga erishadigan o'ziga xosligini ko'raylik. Buning uchun (6.19) tenglamani yechamiz. Bunda rezonator ko'zgularini bir xil va tiniq plastinaga bo'g'lanib o'tqazilgan metall sirtga ega deb hisoblaymiz. Bu holda quyidagi munosabatlarni olamiz (6.6 rasmga q.);

$$N_1 = N_2 = N_0 \approx i\chi_0, \quad N = n + i\chi, \quad \chi_0^2 \propto n^2 \propto \chi^2.$$

Bu yaqinlashish e'tiborga olinsa, u holda ko'zgdan qaytish koeffitsiyenti uchun

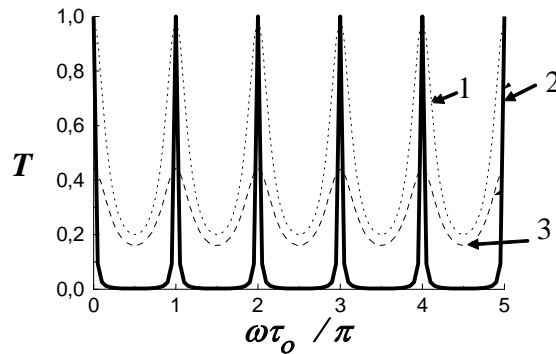
$$\begin{aligned}\tilde{R}_1 = \tilde{R}_2 = \tilde{R}_0 &= \frac{N_0 - N}{N_0 + N} = \frac{\chi_0^2 - \chi^2 - n^2 + 2i\chi_0 n}{(\chi_0 + \chi)^2 + n^2}, \\ R_0 = |\tilde{R}_0|^2 &= 1 - T_0 = \frac{n^2 + (\chi_0 - \chi)^2}{n^2 + (\chi_0 + \chi)^2} \approx 1 - 4 \frac{\chi}{\chi_0} \sim 1, \\ \operatorname{tg}(\varphi_0) &= \frac{2\chi_0 n}{\chi_0^2 - \chi^2 - n^2} \approx \frac{2n}{\chi_0} \sim 0.\end{aligned}\quad (6.23)$$

bu yerda  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_0$ .

(6.23) formulaga ko'ra, (6.19) tenglamadagi  $\varphi$  fazaga e'tibor qaratilmasa ham bo'laveradi. U holda rezonansli chastotalar uchun

$$\omega_n = (\pi / \tau_0) \cdot n = \pi v n / d = \pi \lambda_n n / T_n d = 2\pi / T_n \quad . \quad (6.24)$$

Bu formuladan ( $T_n$ - $\omega_n$  chastotali tebranish davri) rezonansli chastotalarga rezonatoridagi turg'un to'lqin quyida qayd qilingan munosabatni qanoatlantiradigan to'lqinlarning mos kelishi kelib chiqadi.



6.7 rasm. Fabri – Pero rezonatori orqali o'tish koeffitsiyentining chastotaga bog'liqligi: 1 ~  $T_0 = 1, \alpha d = 0$ ; 2 ~  $T_0 = 0.1, \alpha d = 0$ ; 3 ~  $T_0 = 1, \alpha d = 0.5$ .

$$n = d / (\lambda_n / 2) = 2d / \lambda_n \quad . \quad (6.25)$$

6.7 rasmda yorug'likning Fabri-Peru rezonatori orqali o'tish koeffitsiyentining chastotaga (6.18) formula bo'yicha ko'zgularni bir xil va faza miqdoran e'tiborga olmaydigan kichik miqdorli deb olingan yaqinlashishida hisoblangan bog'liqligi tasvirlangan. Bunda ko'zgularning  $T_0$  o'tkazish koeffitsiyentlarining har xil ekani va ko'zgularo muhitda yutilish koeffitsiyenti e'tiborga olingan. Rasmdan ko'rinayaptiki, ko'zgu tiniqligining kamayishi (ko'zguning tashqi unumdorligining ortishi) norezonansli o'tishni susaytiradi va rezonansli o'tishga deyarli o'z ta'sirini ko'rsatmaydi. Aksincha, yutilish koeffitsiyenti va rezonator qalinligining ortishi (ko'zgu xususiy unumdorligining kamayishi) koeffitsiyenti keskin kamayishiga va norezonansli chastotalar sohasida sezilarsiz kamayishga olib keladi.

## 6.2.2-§. Izolirlangan nosimmetrik kvantlashgan o‘rada elektronlarning energiyaviy spektri

Elektronning potensial to‘siqlarining qalinliklari cheksiz nosimmetriyaviy ikki potensial to‘siqli kvantlashgan strukturani tashkil qilgan izolirlangan nosimmetriyaviy kvantlashgan o‘radagi energiyaviy spektrini aniqlashning umumiy holini ko‘raylik. Buning uchun profili 6.8 rasmda tasvirlangan potensial o‘rali hol uchun qayd qilingan (6.1) Shredenger tenglamasini yechish talab etiladi, Bunda elektrori energiyasi lokallashgan harakatiga mos keladigan ( $E < V_1$ ) deb hisoblanadi. Energiyasibunday shartni qanoatlantiradigan elektronlarning potensial to‘siqlardagi to‘lqin funksiyalari so‘nunchi tabiatli bo‘ladi, (6.2) tenglama esa bu hol uchun quyidagicha qayd qilinadi

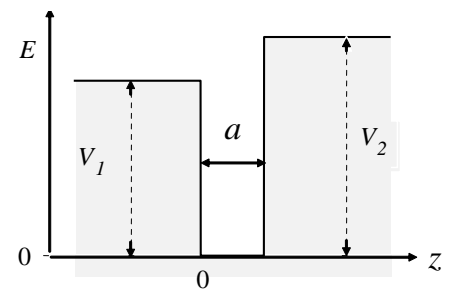
$$\begin{aligned} \left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} \psi_1 + V_1 \right) &= E\psi_1 \quad \psi_1 = A_1' e^{k_1 z} \quad (z < 0), \\ \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} \psi_2 &= E\psi_2, \quad \psi_2 = A_2' e^{iqz} + A_2'' e^{-iqz} \quad (0 \leq z \leq a), \\ \left( -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} \psi_3 + V_3 \right) &= E\psi_3 \quad \psi_3 = A_3' e^{k_3 z} \quad (z > a), \end{aligned} \quad (6.26)$$

bu yerda  $k_1 = \sqrt{2m^*(V_1 - E)} / \hbar > 0$ ,  $k_2 = \sqrt{2m^*(V_2 - E)} / \hbar > 0$  -to‘lqin funksiyaning potensial to‘siqlar sohasida so‘nish ko‘effitsiyentlari,  $q = \sqrt{2m^*E} / \hbar > 0$  -yelektronning kvantlashgan o‘radagi to‘lqin vektori,  $A_i^\pm$  - chegaraviy shartlardan aniqlanuvchi doimiyliklar. Bunday tenglamalar sistemasini yechish uchun to‘lqin funksiyalar uchun geterochegaraga nisbatan olingan va yuqorida qayd qilingan shartlardan foydalaniladi.

Natijada transsendent tenglama hosil bo‘lib, uning yordamida  $q$  to‘lqin vektor va  $E$  energiya uchun ruxsat etilgan qiymatlar sohalari aniqlanadi.

Potensial to‘siq va o‘ralardagi elektronlarning to‘lqin funksiyalaridan hamda geterochegaralarda ular uchun bajariladigan (6.8) chegaraviy shart e‘tiborga olinsa, u holda energiyaviy spektrni aniqlash imkonini beruvchi tenglamalar sistemasi hosil bo‘ladi

$$\begin{cases} A_1^+ = A_2^+ + A_2^-, \quad k_1 A_1^+ = q(A_2^+ - A_2^-), \\ A_2^+ \exp(iqa) + A_2^- \exp(-iqa) = A_3^- \exp(-k_2 a), \\ q(A_2^+ \exp(iqa) - A_2^- \exp(-iqa)) = -k_2 A_3^- \exp(-k_2 a). \end{cases} \quad (6.27)$$



6.8 rasm. Nosimmetri kvant o‘ra profili.

(6.25) tenglamadagi gamilton operatorning haqiqiy qiymatli ekani e'tiborga olinsa, u holda bu tenglamalar sistemasini hal qilish soddalashadi. Kvant mexanikasiga ko'ra, [11] kompleks qo'shmalangan  $\psi^*$  to'lqin funktsiya ham E energiyaning qaralayotgan qiymatlar sohasida Shredinger tenglamasining yechimi bo'lishini anglatadi. Shu sababdan to'lqin funktsiyani haqiqiy qiymatli deb hisoblaymiz. Buning uchun quyidagi munosabatlarga e'tibor qaratamiz

$$\begin{aligned} A_1^+ &= A_1, \quad A_3^- = A_3, \\ A_2^+ &= (A_2 / 2) \exp(i\delta), \quad A_2^- = (A_2 / 2) \exp(-i\delta), \end{aligned} \quad (6.28)$$

bu yerda  $A_i$  amplitudalar haqiqiy kattaliklar,  $\delta$ -fazaviy ko'paytma. (6.28) e'tiborga olinsa, u holda (6.27) tenglamalar sistemasi quyidagi ko'rinishda qayd qilinadi

$$\begin{cases} A_1 = A_2 \cos(\delta), \quad k_1 A_1 = -q A_2 \sin(\delta), \\ A_2 \cos(qa + \delta) = A_3 \exp(-k_2 a) \\ q A_2 \sin(qa + \delta) = k_2 A_3 \exp(-k_2 a). \end{cases}, \quad (6.29)$$

Sistemaning dastlabki ikki tenglamalaridan

$$\operatorname{tg}(\delta) = -k_1 / q, \quad (6.30)$$

$k_1$  va  $q$  kattaliklarning musbat qiymatlar sohasida  $\delta$  fazaning

$$0 \leq \delta' \leq \pi / 2. \quad (6.31)$$

Qiymatlar qabul qilishi kelib chiqadi, bu yerda  $\delta' = \delta - \pi / 2 - m\pi$ ,  $m$ -butun son. (6.29) tenglamalar sistemasida  $\delta$  faza  $\delta'$  fazaga almashtirilib, amplitudalardan qutilsa va (6.26), (6.31) e'tiborga olinsa, u holda bu tenglamalar sistemasidan

$$\begin{cases} \sin(\delta') = (q / k_1) \cos(\delta') = q / \sqrt{q^2 + k_1^2} = \hbar q / \sqrt{2m^* V_1}, \\ \sin(qa + \delta') = (q / k_1) \cos(qa + \delta') = -q / \sqrt{q^2 + k_2^2} = \hbar q / \sqrt{2m^* V_2}. \end{cases} \quad (6.32)$$

hosil bo'ladi. Bu transsendent tenglamadan funktsiyalarning davriy argumentlariga nisbatan quyidagi munosabatga ega bo'larniz

$$\begin{aligned} \delta' &= \arcsin\left(\hbar q / \sqrt{2m^* V_1}\right), \\ qa + \delta' &= \pi n - \arcsin\left(\hbar q / \sqrt{2m^* V_2}\right). \end{aligned} \quad (6.33)$$

(6.33) formula e'tiborga olinsa, u holda energiyaning qiymatlar sohasini aniqlovchi quyidagi tenglamaga kelamiz

$$q_n a = \pi n - \arcsin\left(\hbar q / \sqrt{2m^* V_1}\right) - \arcsin\left(\hbar q / \sqrt{2m^* V_2}\right), \quad n = 1, 2, \dots \quad (6.34)$$

$n$  kattalik nolga teng bo'lmasligi kerak, chunki Geyzenbergning noaniqlik prinsipiga ko'ra, kvantlashgan o'radagi elektronning energiyasi aniq, demak  $q$  to'lqin vektor nolga teng bo'lishi mumkin emas.  $\arcsin$  funktsiyaning argumenti noldan birga qadar o'zgarganligi bo'is  $V_1 < V_2$  shartda (6.33) ifodadan  $q$  uchun

$$0 < q < \sqrt{2m^* V_1} / \hbar \quad (6.35)$$

munosabat kelib chiqadi va u energiyaning  $E_n = \hbar^2 q_n^2 / 2m^*$  xususiy qiymatlari uchun yechimlarning sonini cheklaydi. Demak, nosimmetriyaviy potensial to‘siq balandligi chekli bo‘lgan kvantlashgan o‘ra energiyaning ruxsat etilgan qiymatlari sonini cheklaydi.

(6.34) tenglamaning chap tarafi qning ortishi bilan ortadi, o‘ng tarafi esa kamayadi. Bundan q uchun  $n \neq 0$  shartda tanlangan yechimi qning maksimal qiymatlar sohasida chap tarafining miqdoran o‘ng tarafiga nisbatan katta bo‘lishi kelib chiqadi, ya’ni

$$a\sqrt{2m^*V_1} / \hbar > \pi(n - 1/2) - \arcsin(\sqrt{V_1/V_2}). \quad (6.36)$$

Agar quyidagi shart bajarilsa, u holda

$$a\sqrt{2m^*V_1} / \hbar < \pi/2 - \arcsin(\sqrt{V_1/V_2}), \quad (6.37)$$

bu tenglamadan  $n=1$  holda  $a$  va  $v_1$  kattaliklarning yetarlicha kichik qiymatlarida nosimmetriyaviy kvantlashgan orada bog‘langan holatlarning bo‘lishi mumkin emasligi ham kelib chiqadi.

Elektromagnit va elektronli to‘lqinlarning o‘zaro o‘xshashligi e’tiborga olinsa, u holda ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura orqali o‘tish koeffitsiyentining elektron energiyasiga bog‘liqligi Fabri-Pero rezonatori orqali elektromagnit to‘lqini o‘tish koeffitsiyentining chastotaga bog‘liqligi kabi bo‘ladi. Elektronning ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura orqali o‘tish koeffitsiyentining rezonansli cho‘qqilari rezonansli chastotalarga yoki bunday strukturaning kvantlashgan o‘radagi xususiy holatlariga mos tushadi.

Simmetriyaviy kvantlashgan o‘ra ( $V_1=V_2=V_3$ ) uchun (6.34) tenglama avvaldan ma’lum bo‘lgan [17] ko‘rinishni oladi

$$q_n a = \pi n - 2 \arcsin(\hbar q_n / \sqrt{2m^*V}) \quad n = 1, 2, \dots \quad (6.38)$$

energiyaning  $n$  tartib raqamli holatga mos keladigan qiymatiga nisbatan (6.36) quyidagicha ko‘rinishga keladi

$$a\sqrt{2m^*V} / \hbar > \pi(n - 1) \quad (6.39)$$

va u  $a$  va  $V$  kattaliklarning ixtiyoriy qiymatlarida o‘rinli bo‘ladi. Bundan simmetriyaviy kvantlashgan o‘raning nosimmetriyaviydan, hech bo‘lmasa bitta bog‘langan holatning mavjudligi bilan farq qilishi kelib chiqadi. Umuman olganda, simmetriyaviy to‘g‘ri burchakli va chekli chuqurlikli kvantlashgan o‘rada ruxsat etilgan energiyaviy sathlar soni (6.39) e’tiborga olinsa, u holda quyidagi kattalikning butun qiymati bilan aniqlanadi

$$n = \text{integer} \left( \frac{a}{\pi \hbar} \sqrt{2m^*V} + 1 \right).$$

Cheksiz chuqurlikli ( $V \rightarrow \infty$ ) kvantlashgan o'ra uchun (6.38) tenglama analitik yechimga ega bo'ladi va u turg'un to'liqlarga mos tushadi ((6.25) ifodaga q.)

$$q_n a = 2\pi a / \lambda_n = \pi n, \quad E_n = (\hbar \pi n)^2 / 2m^* a^2. \quad (6.40)$$

Bunday holda energiyaviy spektr, xidrogen atomidagi elektronniki kabi, diskret sathlarning cheksiz to'plamidan iborat bo'ladi va u  $n$  kvant soni bilan tavsiflanadi. Biroq, agar xidrogen atomida  $E_n \sim n^{-2}$  va  $n \rightarrow \infty$  holda  $E_n \rightarrow \infty$  bo'lsa, kvantlashgan o'rada  $E_n \sim n^{-2}$  va  $n \rightarrow \infty$  shartda  $E_n \rightarrow \infty$  bo'ladi.

$E_n$  kattalikni  $V$  chekli qiymatlari uchun ham hisoblashda (6.40) formuladan foydalanish mumkin. Buning uchun (6.38) va (6.39) munosabatlardan kelib chiquvchi quyidagi shart bajarilishi kerak

$$a\sqrt{2m^*V} / \hbar \propto \pi n \quad (6.41)$$

va u kvantlashgan o'ra qalinligi va balandliklarining katta qiymatlariga mos keladi. Aksincha kvantlashgan o'rada bittagina bog'langan holat sodir bo'ladi va uning energiyasin quyidagicha hisoblash mumkin

$$E_1 = V \left(1 - a^2 m^* V / 2\hbar^2\right). \quad (6.42)$$

Ixtiyoriy ko'rinishli kvantlashgan o'ra uchun to'liq funksiyaning ko'rinishi va ruxsat etilgan energiyali sathlarning joylashishi umumiy ko'rinishdagi  $V(z)$  potensial energiya uchun qayd qilingan (6.1) Shredinger tenglamasini yechish bilan hal etiladi. Agar simmetriyaviy kvantlashgan o'ra  $\vec{F} = (0, 0, -F)$  elektr maydonga kiritilsa, u holda potensial energiya funksiyasini quyidagi (6.9 rasmga q.) ko'rinishda qayd qilish mumkin

$$V(z) = \begin{cases} V - eFz, & z < 0, \\ -eFz, & 0 \leq z \leq a, \\ V - eFz, & z > a. \end{cases}$$

Bunday holda elektronning xususiy to'liq funksiyasi Eyri funksiyasi orqali ifodalanadi [17],  $E_n(F)$  energiyaning xususiy qiymati esa to'g'ri burchakli simmetriyaviy kvantlashgan o'radagi  $V' = V - eFa/2$  chuqurlikli diskret sathlarga mos keladi. Bu elektr maydondagi kvantlashgan o'raning xususiy energiyaviy stahlari maydon ta'sir etmagandagi  $E_n$  energiyaviy sathlar kabi bo'ladi

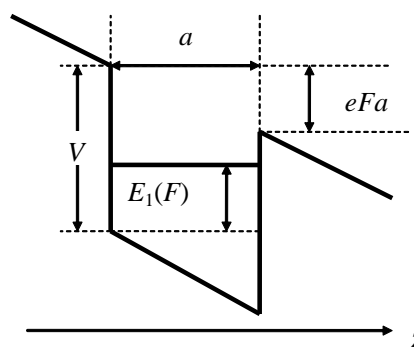
$$E_n(F) \approx E_n - eFa/2. \quad (6.43)$$

Bu formuladan kvantlashgan o'rada rezonansli sathlarning joylashuvini ko'ndalang elektr maydon bilan nazorat qilish mumkinligini anglatadi. Shuni ta'kidlash joizki, ixtiyoriy ko'rinishdagi kvantlashgan o'rada nafaqat energiyaviy sathlarning joylashuvi, balki bir-biriga nisbatan joylashuvi ham elektr maydonga bog'liq bo'ladi. Bu esa spektr elektronlarning  $E_n(F)$  sathlararo optik o'tishlar bilan bog'liq



bo'lgan zona tarmoqlariaro optik yutilish spektrining ham elektr maydonga bog'liqligidan dalolat beradi.

### 6.2.3-§. Ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura energiyaviy



6.9 rasm. Simmetrik o'lchamli kvantlashgan o'ra bir jinsli elektr maydonda.

#### sathlarning tabiiy va relaksatsion kengayib taralishi

Oraliq fazolarining kvantlashgan o'ra egallagan ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura izolirlangan hisoblanmaydi, chunki potensial to'siq va potensial o'ra qalinliklari miqdoran bir-biriga yaqindir. Bundan elektronning o'radan potensial to'siq orqali tunnellanish hisobiga boshqasiga o'tib ketishi kelib chiqadi. Kvant mexikasiga ko'ra, bu kvantlashgan o'radagi elektronning holati statsionar emasligini va energiyasi noaniq kattalik bo'lib qolganligini anglatadi, ya'ni kvantlashgan o'rali ikki potensial to'siqli kvantlashgan strukturada diskret energiyali sathlarga ruxsat etilgan tasmalar mos keladi va ularning kengligi elektronning qaralayotgan holatda yashash vaqti  $\tau$  bilan aniqlanadi. Agar o'radan tunnellanishdagi yashash vaqti ma'lum bo'lsa, u holda  $\tau_b$  tabiiy yashash vaqti va sochilishhisobiga yashash vaqti-relaksatsiyaviy yashash vaqti  $\tau_p$  orqali to'la yashash vaqti  $\tau$  quyidagicha aniqlanadi

$$\tau^{-1} = \tau_b^{-1} + \tau_p^{-1}. \quad (6.44)$$

Ikki potensial to'siqli kvantlashgan strukturadagi kvantlashgan o'rada  $E_n$  energiyali elektronning xususiy yashash vaqti (6.8 rasmga q.) har bir potensial to'siqning o'tkazish koeffitsiyentlari  $T_{1n}$  va  $T_{2n}$  orqali quyidagicha aniqlanadi

$$\tau_{bn} = \tau_{on} / \frac{1}{2}(T_{1n} + T_{2n}) = \frac{2\tau_{on}}{T_{1n} + T_{2n}}, \quad (6.45)$$

bu yerda  $\tau_{on} = a / v_n - v_n = \sqrt{2m^* E_n} / \hbar$  tezlikli elektronning kvantlashgan o'radan uchib o'tish vaqti.  $V$  balandlikli va  $b$  qalinlikli potensial to'siqdan tunnelli o'tayotgan  $E$  energiyali elektron uchun to'siqning o'tkazish koeffitsiyenti (6.12) orqali ifodalanadi, bu holda  $E < V$  shartda to'lqin vektori quyidagicha shakl almashtirilishi kerak  $q = i\chi = i\sqrt{2m^*(V - E)} / \hbar$ :

$$T = \left\{ 1 + \frac{sh^2(b\chi)}{4(E/V)(1-E/V)} \right\}^{-1}, \quad (6.46)$$

bu yerda  $sh(x)$ -giperbolik sinus. Qalin va elektronning  $E$  energiyasiga nisbatan baland potensial to'siq uchun  $b\chi = b\sqrt{2m^*(V-E)}/\hbar \gg 1$  shartda o'tkazish koeffitsiyenti uchun sodda ifoda olinadi

$$T = 16 \frac{E}{V} \left( 1 - \frac{E}{V} \right) \exp\left(-2b\sqrt{2m^*(V-E)}/\hbar\right). \quad (6.47)$$

Bu formulga ko'ra, o'tkazish koeffitsiyenti elektron energiyasining ortish bilan eksponensial kamayadi. Simmetriyaviy ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura ( $V_1 = V_2 = V, b_1 = b_2 = b$ ) uchun (6.47) e'tiborga olinsa, u holda xususiy yashash vaqti uchun

$$\tau_b = \frac{\tau_0}{T} \cong \frac{aV^2}{16vE(V-E)} \exp\left(2b\sqrt{2m^*(V-E)}/\hbar\right). \quad (6.48)$$

Bu formuladan  $E$  energiyaning ortishi bilan xususiy yashash vaqti eksponensial kamayadi  $E \rightarrow 0$  holda  $\tau_b \rightarrow \infty$ . 3-jadvalda (6.45), (6.46) formulalar yordamida hisoblangan  $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}/\text{GaAs}$  geterostruktura asosida o'stirilgan simmetriyaviy ikki potensial to'siqli kvantlashgan strukturaning pastki rezonansli sathidagi yashash vaqti keltirilgan bu yerda  $m^* = 0,067m_0, V_1 = V_2 = 0.2 \text{ eV}, E_1 = 70 \text{ meV}, \tau_0 = 8,5 \cdot 10^{-15} \text{ s}$ .  $E_1$  energiya (4.38) tenglamaga ko'ra, hisoblangan.

Yuqorida qayd qilinganidek, elektronning  $E$  energiyali holatda chekli vaqt yashash vaqtining mavjudligi energiyaning noaniqligiga, ya'ni bu sathning «taralib kengayishi»ga olib keladi. Uning  $G$  kengligi yashash vaqti bilan noaniqlik prinsipiga ko'ra aniqlanishi mumkin  $\tilde{A} = \hbar / \tau$ . Demak, (6.44) e'tiborga olinsa, u holda kvantlashgan o'rada rezonansli sathlarning to'lasicha taralishini  $\tilde{A} = \tilde{A}_b + \tilde{A}_p$  ifoda yordamida aniqlash mumkin. Bu yerda  $\tilde{A}_b = \hbar / \tau_b$  (3 jadvalga q.)-tabiiy taralib kengayishi,  $\tilde{A}_p = \hbar / \tau_p$  sathning relaksatsiyaviy kengayishi.

Ta'kidlash o'rinliki,  $\tau_p^{-1}$  to'lqin funksiyalarning kogerentligini buzuvchi barchajarayonlar kechishi ehtimolliklarining summasi. Bunga elektronning qatlam ichida va chetki devotlaridagi sochilish mexanizmlari ham kiradi. Kirishmasiz  $\text{GaAs}$  uchun  $T = 77 \text{ K}$  holda  $\tau_p \propto 10^{-12} \text{ s}, \Gamma_p \leq 0,1 \text{ MeV}$   $T = 300 \text{ K}$  holda esa  $\tau_p \approx 3 \cdot 10^{-13} \text{ s}, \tilde{A}_p \approx 2 \text{ MeV}$ .

Defektlar konsentratsiyasi va temperaturaning, shuningdek potensial to'siq tiniqligining ortishi bilan sathlarning taralib kengayishi orta boradi. ikki potensial to'siqli kvantlashgan strukturada kvantlashish sathlarining sezilarli bo'lishi uchun sathlarning taralib kengayishida ular bir-biri bilan kesishmasliklari, ya'ni

$$E_n - E_{n-1} > (\tilde{A}_n + \tilde{A}_{n-1}) / 2, \quad (E_0 = \tilde{A}_0 = 0) \quad (6.49)$$

shart bajarilishi kerak.

3-jadval.

$\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}/\text{GaAs}$  geterostruktura asosida o‘stirilgan simmetriyaviy ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura uchun elektronlarning xususiy yashash vaqti va birinchi rezonansli sohasining kengayishi

a, nm	b, nm	$\tau_b, 10^{-14}\text{s}$	$G_b, \text{meV}$
5	7	250	0,25
5	5	33	1,9
5	3	4,9	13
5	2	2,0	31
5	1	1.1	59

#### 6.2.4-§ Elektronlarning rezonansli qiymatlar sohasida ikki to‘siqli kvantlashgan struktura orqali tunnellanishi. Lorens formulasi

Endi elektronlarning ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura (6.5 rasmga q.) orqali, tashqi maydon yo‘qligida, o‘tishini ko‘raylik. Agar elektronning ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura qatlamlariga tik harakati bilan bog‘liq energiyasi ixtiyoriy potensial to‘siq balandligidan kichik bo‘lsa, u holda bunday harakati faqat elektronlarning to‘siq orqali tunnellanishi bilan kechishi mumkin. Chunki bu jarayonni o‘tkazish va qaytish koeffitsiyentlari tilida, elektron to‘lqin funksiyasi esa yassi to‘lqin orqali tavsiflanishi mumkin (effektiv massa vaqinlashishida), u holda elektronlarning ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura orqali o‘tishi (6.17) formula yordamida yoki o‘tkazish koeffitsiyenti kichik bo‘lgan yetarlicha qalin va baland potensial to‘siq uchun (6.18), (6.20), (6.22) formulalar orqali ifodalanadi. Bu formulalarda rezonansli chastota sifatida kvantlashgan o‘radagi elektronlarning yassi to‘lqin chastotalari, ya’ni  $\omega_n = E_n / \hbar$  tushunilishi kerak. Elektromagnit to‘lqinning Fabri-Pero rezonatori va elektronli to‘lqinning esa ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura orqali o‘tishidagi bunday «elektrodinamik» analogiyadan foydalanib, ikki potensial to‘siqli kvantlashgan strukturaning tashqii, xususiy va yuklamali unumdorligi uchun (6.21), (6.45) e’tiborga olinsa, u holda

$$Q_{bn} = \frac{2\omega_n \tau_{0n}}{T_{1n} + T_{2n}} = \omega_n \tau_{bn} = \frac{E_n}{\tilde{A}_{bn}}, \quad Q_{pn} = \omega_n \tau_{pn} = \frac{E_n}{\tilde{A}_{pn}}, \quad Q_n = \omega_n \tau_n = \frac{E_n}{\tilde{A}_n}. \quad (6.50)$$

Elektronning nosimmetriyaviy ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura orqali rezonansli energiyalar sohasiga o‘tishi uchun (6.20), (6.50) e’tiborga olinsa, u holda (avvaldan ma’lum bo‘lgan) lorens formulasiga ega bo‘larniz

$$T_n(E) = \frac{4T_{1n}T_{2n}}{(T_{1n} + T_{2n})^2} \cdot \frac{\tilde{A}_{bn}^2}{\tilde{A}_n^2 + 4(E - E_n)^2}. \quad (6.51)$$

Simmetriyaviy ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura uchun energiyaning  $n$  rezonansli  $E=E_n$  qiymatlarida o'tkazish koeffitsiyenti bu formulaga ko'ra, birdan kichik va u

$$T_n = (\tilde{A}_{bn} / \tilde{A}_n)^2 = (\tau_{pn} / (\tau_{pn} + \tau_{bn}))^2. \quad (6.52)$$

Bu formuladan ikki potensial to'siqli kvantlashgan strukturaning elektron energiyasining rezonansli qiymatlar sohasidagi tiniqligi elektron impulsining ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura o'qi bo'ylab yo'nalgan proyeksiyasining relaksatsiyasi bilan aniqlanadi, ya'ni elektron impulsining bo'ylama tashkil etuvchisini miqdoran o'zgartiruvchi sochilish bilan tavsiflanadi.  $\tau_{pn} \rightarrow \infty$  holda  $T_n \rightarrow 1$ , tiniqlik tasmasining taralish kengligi toraya boradi.  $\Gamma_n \rightarrow \Gamma_{bn}$ ,  $\tau_{pn} \propto \tau_{bn}$  shartda sochilishning ortishi bilan tiniqlik sustlashib borad, ya'ni  $T_n = (\tau_{pn} / \tau_{bn})^2 \rightarrow 0$ , rezonansli o'tkazish tasmasining kengligi keskin ortadi. Rezonansli sathlarning kengayishi rezonansli impulsarga ega bo'lmagan elektronlarning strukturaga yaqinlashishida sochilish hisobiga bunday impulsga ega bo'ladi, yani struktura orqali o'tayotgan elektronlarning soni ortadi. Shunday qilib, temperaturaning ortishi bilan rezonansli tunnellanishi ehtimolligi kamayishi ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura orqali o'tayotgan bunday ehtimollikli elektronlar sonining ortishi kerak.

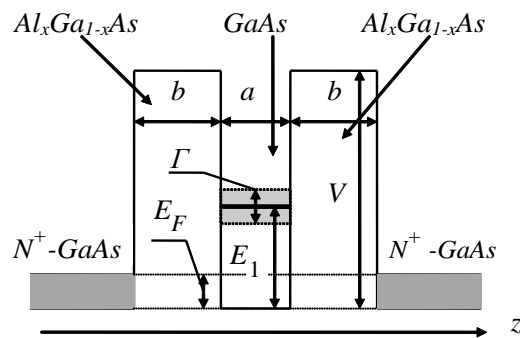
Energiyaning rezonansli qiymatlar sohasida o'tkazish koeffitsiyenti uchun qayd qilingan (6.51) formula kvantlashgan o'rada energiyaning kvazidiskretli bo'lganida ((6,49) ifodaga q.) o'rinli bo'lib, qoladi va  $\tau_p > 2\tau_0$  shartni qanoatlantiradi. Agar bu shart bajarilmasa, u holda ro'paradan kelayotgan (qaytgan) to'lqinlar nokogerent bo'ladi vakvazidiskretli spektr uzluksiz spektrga aylanadi. Bu holda elektronli to'lqinlarning kvantlashgan o'radan ko'p karrali sochilib qaytishini unutish zarur. Bu holda rezonansli tunnellanishi elektronlarning alohida olingan potensial to'siqlardan tunnellanishi sifatida qaraladi.

Ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura potensial to'siqlarning noayniyligi nafaqat kvantlashgan o'ra energiyaviy spektriga (6.2.2 bandga q.), balki rezonansli tunnellanishga ham o'z ta'sirini ko'rsatadi. Kuchsiz sochilishda  $\tau_p \propto \tau_b > \tau_0$  rezonansli sathlarning kengayishini  $\tilde{A} = \tilde{A}_b$  va (6.51) ifodaga ko'ra, energiyaning rezonansli qiymatlar sohasida o'tkazish koeffitsiyenti

$$T_n(E_n) = \frac{4T_{1n}T_{2n}}{(T_{1n} + T_{2n})^2}. \quad (6.53)$$

Bunga ko‘ra,  $T_1 \neq T_2$  shartda o‘tkazish koeffitsiyenti birga teng bo‘lishi mumkin, ya’ni potensial to‘siqlarning noayniyligi hisobiga rezonansli tunnellanishi ehtimolligi kamayadi. Chunki to‘siqning o‘tkazuvchanligi  $T_i$  uning qalinligi va balandligiga eksponensial bog‘langandir ((6.47) ifodaga q.).

Shuni qayd qilish mumkinki, rezonansli-tunnelli diodlar ikki potensial to‘siqli kvantlashgan struktura asosida o‘stirilgan ko‘p qatlamli yarimo‘tkazgichli strukturalarga asoslangan holda ishlaydi. Bunda struktura parametrlari kvantlashgan o‘rada faqat bittagina rezonansli sathning bo‘lishini ta’minlaydigan etib tanlanadi. Bu hol alohida tahlil qilishni talab etganligi bois rezonansli-tunnelli diodlarga to‘xtalib o‘tmaymiz. Masalaning to‘laligini ta’minlash maqsadida 6.10 rasmda GaAs/ $Al_xGa_{1-x}As$  geterostruktura asosida o‘stirilgan, chetki qatlamlari kuchli tuslangan elektron gazli legirlangan GaAsdan va potensial to‘siqlari legirlanmagan  $Al_xGa_{1-x}As$  qattiq eritmadan tayyorlangan besh qatlamli rezonansli-tunnelli diod tasvirlangan. Kirishmasiz GaAs kvantlashgan o‘rada bitta rezonansli  $E_1$  sath bo‘lib, uning G kengayishi:  $x=0,3$  uchun  $V \approx 0,2$  eV,  $a=5$  nm,  $b=2 \div 5$  nm,  $E_1=70 \div 80$  meV,  $G=G_b \approx 2 \div 30$  meV (3 jadvalga q.), ( $G_p(77\text{ K}) \leq 0,1$  meV,  $G_p(300\text{ K}) \approx 2$  meV).



6.10 rasm. GaAs /  $Al_xGa_{1-x}As$  geterostruktura asosida o‘stirilgan rezonansli tunnelli diod sxemasi

## 7-bob. MURAKKAB ZONALI STRUKTURALARDA O`LCHAMLI KVANTLASHISH

### 7.1. Kristallning davriy maydonidagi elektronning kvantlashgan holatlarini aniqlash

#### 7.1.1. Blox to`lqin funksiyalari uchun Shredenger tenglamasi

Real yarimo`tkazgich kristalllarida elektron statsionar holatlarining energetik spektri va to`lqin funksiyalari elektron «standart» modelida parabolik zonali holatga nisbatan anchayin murakkab ko`rinishlarda bo`ladi. Aslida yarimo`tkazgichlar (masalan, III-V yarimo`tkazgich birikmalari) o`tkazuvchanlik zonasining sezilarli noparabolik bo`lishi, valent zonasi tarmoqlarining murakkab ko`rinishda bo`lishi bilan hamda spin-orbital o`zaro ta'sir zonasining mavjudligi bilan tavsiflanadi.

Bir elektronli yaqinlashishda yarimo`tkazgichli strukturalardagi statsionar holatlarga tegishli energiyaning xususiy qiymatlar spektri va to`lqin funksiyalari quyidagi Shredenger tenglamasi bilan aniqlanadi:

$$\left[ \frac{\hat{p}}{2m_0} + V(\vec{r}) + \hat{H}^{rel} \right] |\psi\rangle = E |\psi\rangle . \quad (7.1)$$

Bu tenglamada spin-orbital o`zaro ta'sir ham e'tiborga olingan bo`lib,  $\vec{p} = -i\hbar\nabla$  - impuls operatori,  $m_0$  - erkin elektron massasi,  $V(\vec{r})$  - (tashqi magnit maydon ta'siri e'tiborga olinmaganida) ionlar va qolgan elektronlar elektrostatik maydonidagi elektronning potensial energiyasi,  $|\psi\rangle$  - elektronning ikki komponentali spinor ko`rinishdagi to`lqin funksiyasi va u elektronning spinga bog`liq erkinlik darajasi,  $\hat{H}^{rel}$  - elektronning effektiv gamiltonianiga relyativistik ulush [12]:

$$\hat{H}^{rel} = -\frac{\hat{p}^4}{8m_0^3c^2} + \frac{\hbar^2}{8m_0^2c^2} \Delta V + \frac{\hbar^2}{4m_0^2c^2} [\Delta V \times \hat{p}] \cdot \vec{\sigma} . \quad (7.2)$$

Bu yerda  $\vec{\sigma}/2$  -  $s=1/2$  spin uchun spin operatori ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ , - Pauli matritsalar),  $c$  - yorug`likning vakuumda tarqalish tezligi,  $x$  - vektoriald ko`paytma belgisi.

(7.1) ifodadagi  $V(\vec{r})$  potensial bo`lib, u geterostrukturaning har bir qatlamidagi koordinatalarning davriy funksiyasi bo`ladi va qaralayotgan qatlamga tegishli kristall panjaraning atomli tuzilishini ham tavsiflaydi. Hususan, kimyoviy xossalari ikki xil bo`lgan A va V yarimo`tkazgichlardan tashkil topgan yakka va zonaviy tuzilishi ma'lum bir sohada keskin o`zgaruvchi, shunindek bu yerdak interfeys tekisligi  $z = 0$  da joylashgan geteroo`tishda  $V(\vec{r})$  funksiya quyidagi ko`rinishda qayd qilinadi

$$V(\vec{r}) = \begin{cases} V_A(x, y, z), & z < 0, \\ V_B(x, y, z), & z > 0. \end{cases} \quad (7.3)$$

bu yerda  $V_A(x, y, z)$  va  $V_B(x, y, z)$  - A va V yarimo`tkazgich qatlamlaridagi kristall potentsiallari.

(7.3) potentsialli (7.1) tenglamani miqdoriy yechish uchun sonli yechish usullardan, masalan, bir jinsli (hajmiy) kristallarning zonaviy tuzilishini hisoblashda qo`llaniladigan metodlardan foydalanish talab etiladi. Odatda, bunday hisoblashlarda  $V(\vec{r})$  potensial model tarzda miqdorlari keyinchalik, masalan, tajriba va nazariya natijalarini solishtirish bilan oydinlashtiriladigan tuzatma parametrlari

bilan beriladi. Agar bu holni oldindan e'tiborga olish imkoniyati bo'lsa, u holda  $\hat{H}^{rel}$  operator uchun oddiy ifoda tanlash mumkin bo'ladi. Xususan, (7.2) munosabatning ikkinchi qo'shiluvchisini (7.1) tenglamaning  $V(r)$  potentsiali tarkibiga kiritish mumkin va so'ngra bu relyativistik tuzatmani aniq qayd qilish shart emas. (7.2) munosabatdagi birinchi had unchalik katta mazmun kasb etmaydi – u energetik spektrning neparabolik ko'rinishda bo'lishini ta'minlaydi xolos. Umuman olganda, bunday hol gamiltonianda yuqorida qayd qilingan hadni e'tiborga olinmasadan sodir bo'lishi mumkin. Natijada, (7.1) tenglamadagi gamiltonianga  $\hat{H}^{rel}$  hadni kiritish, aslida (7.2) munosabatdagi uchinchi hadning e'tiborga olinishi bilan ayniydir va u spin-orbital o'zaro ta'sir operatori deb nomlanadi, ya'ni

$$\hat{H}^{so} \equiv \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} [\nabla V \times \hat{p}] \cdot \vec{\sigma}, \quad (7.4)$$

$\hat{H}^{so}$  operatorning ishtirokida (7.1) gamiltonianning  $|\psi\rangle$  xususiy holatlari, umuman olganda,  $\psi(\vec{r})$  va spinga bog'liq  $|\sigma\rangle$  funksiyalarning  $\psi(\vec{r})|\sigma\rangle$  ko'paytmasi ko'rinishida bo'lmaydi va ularning chiziqli kombinatsiyasi sifatida tanlanadi. Bunda  $\hat{H}^{so}$  e'tiborga olinmaganida aynigan (tuslangan)  $E$  energetik sathlarda spin-orbital ajralish sodir bo'ladi. Qator yarimo'tkazgichlarda zonalarining spin-orbital ajralishi miqdoran ta'qiqlangan zona kenligiga teng bo'ladi. Bu esa hisoblashlarda Shredenger tenglamasidagi  $\hat{H}^{so}$  ga bog'liq hadni e'tiborga olishni talab etadi va bu hol aktual masalalardan biridir.

Geterostrukturalardagi kristall panjaralarning davriy maydonida harakat qilayotgan mikrozarralarning holatlari  $V(\vec{r})$  potentsiali (7.1) tenglamaning xususiy yechimlari, ya'ni Blox funksiyalarining chiziqli kombinatsiyasi ko'rinishida tanlanishi tabiiy. Bunda holat funksiyalar bir jinsli kristallning to'la simmetriyasiga ega bo'lishi kerak. Bu holning tavsifini keltiraylik.  $V(\vec{r})$  kristall potentsialining translyatsiyaviy simmetriyasi mavjud bo'lgan holda izlanayotgan xususiy yechimlar Brave panjarasining  $\vec{R}$  vektoriga nisbatan  $\hat{T}(\vec{R})$  translyatsiya operatorlari ta'sir etganida quyidagi shartni qanoatlantiradigan  $|\psi_{\vec{k}}\rangle$  holat funksiyalari orqali ifodalandi  $\hat{T}(\vec{R})|\psi_{\vec{k}}\rangle = e^{-i\vec{k}\cdot\vec{R}}|\psi_{\vec{k}}\rangle$ .

Translyatsiya operatori ta'sir etganida to'lqin funksiya argumentidagi  $\vec{r}$  radius-vektorni  $\vec{r} - \vec{R}$  radius-vektorga almashtiradi. Natijada Shredenger tenglamasining yechimi

$$|\psi_{\vec{k}}\rangle = e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} |u_{\vec{k}}\rangle, \quad (7.5)$$

bu yerda  $|u_{\vec{k}}\rangle$  funksiya  $\vec{r}$  kattalik  $\vec{r} - \vec{R}$  ga almashtirilganida o'z ko'rinishini o'zgartirmaydi, ya'ni u  $\vec{r}$  koordinataning  $\vec{R}$  davrli davriy funksiyasi. Bu holda (7.5) ifoda *Blox to'qini* yoki blox to'lqin funksisi deb yuritiladi, undagi  $|u_{\vec{k}}\rangle$  ko'paytuvchi *blox amplitudasi* bo'ladi. Agar elektronning spini e'tiborga olinsa, u holda  $|u_{\vec{k}}\rangle$  blox amplitudasini ikki komponentali spinor kabi qaraladi va u ikki bazis spinorlari  $|\sigma\rangle$  ning chiziqli kombinatsiyasi kabi tanlanadi. Agar  $|\sigma\rangle$  bazis spinorlari ko'rinishida elektronning spinining  $z$  o'qqa nisbatan proyeksiyasining aniq qiymatlari uchun

qayd qilingan spin holatlari tanlansa, ya'ni

$$|\uparrow\rangle \equiv |s_z = 1/2\rangle, \quad |\downarrow\rangle \equiv |s_z = -1/2\rangle,$$

u holda blox amplitudasi umumiy holda quyidagi ko'rinishda qayd qilinadi

$$|u_{\vec{k}}\rangle = u_{\vec{k}\uparrow}(\vec{r})|\uparrow\rangle + u_{\vec{k}\downarrow}(\vec{r})|\downarrow\rangle, \quad (7.6)$$

bu yerda  $u_{\vec{k}\uparrow}(\vec{r})$  va  $u_{\vec{k}\downarrow}(\vec{r})$  - koordinataning odatdagi (bir komponentali) davriy funksiyalari.

Impuls operatori (7.5) Blox funksiyasiga ta'sir etsa, u holda

$$\hat{p}|\psi_{\vec{k}}\rangle = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\hat{p}|u_{\vec{k}}\rangle + \hbar\vec{k}e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}|u_{\vec{k}}\rangle, \quad \hat{p}^2|\psi_{\vec{k}}\rangle = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\hat{p}^2|u_{\vec{k}}\rangle + 2e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\hbar\vec{k}\cdot\hat{p}|u_{\vec{k}}\rangle + \hbar^2\vec{k}^2e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}|u_{\vec{k}}\rangle.$$

(7.1) Shredenger tenglamasida  $\hat{H}^{so}$  operatorni  $\hat{H}^{rel}$  kabi tanlab va unda bu tenglamalar hamda (7.5) munosabat e'tiborga olinsa, olingan natijada  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$  kattalikka bo'lib, blox amplitudasi uchun quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz

$$\hat{H}(\vec{k})|u_{\vec{k}}\rangle = E|u_{\vec{k}}\rangle, \quad (7.7)$$

bu yerda

$$\hat{H}(\vec{k}) = \frac{\hat{p}^2}{2m_0} + V(\vec{r}) + \hat{H}^{so} + \frac{\hbar^2\vec{k}^2}{2m_0} + \frac{\hbar}{m_0}\vec{k}\cdot\hat{p} + \frac{\hbar}{4m_0^2c^2}[\nabla V \times \hbar\vec{k}]\cdot\vec{\sigma}. \quad (7.8)$$

Agar quyidagi shakl almashtirishlar bajarilsa

$$\hat{\pi} = \hat{p} + \frac{\hbar}{4m_0c^2}[\vec{\delta} \times \nabla V], \quad (7.9)$$

$$\hat{H}(0) = \frac{\hat{p}^2}{2m_0} + V(\vec{r}) + \hat{H}^{so}, \quad (7.10, a)$$

u holda (7.8) gamiltonian quyidagicha qayd qilinadi

$$\hat{H}(\vec{k}) = \hat{H}(0) + \frac{\hat{p}^2}{2m_0} + \frac{\hbar}{m_0}\vec{k}\cdot\hat{\pi} + \frac{\hbar^2\vec{k}^2}{2m_0}. \quad (7.10, b)$$

Qaralayotgan  $\vec{k}$  to'liqin vektoriga mos keluvchi (7.7) tenglama (7.10)  $\hat{H}(\vec{k})$  operatorning  $E(\vec{k})$  xususiy qiymatlari va  $|u_{\vec{k}}\rangle$  xususiy vektorlarini aniqlash masalasiga keltiriladi.  $|u_{n\vec{k}}\rangle$  chiziqli bog'lanmagan yechimlarni va ularga mos keluvchi energiyaning  $E_n(\vec{k})$  xususiy qiymatlarini  $n$  indeks bilan nomerlaymiz. Shunday qilib, qattiq jismlar fizikasidagi yarimo'tkazgich kristallaridagi zonaviy tuzilishga kelamiz: kristall panjaralarining davriy maydonidagi elektronning energetik spektri  $E_n(\vec{k})$  bilan tavsiflanuvchi zonalarning to'plamidan iborat ekani kelib chiqadi, bu yerda  $n$  zonaning tartib raqamini anglatadi.

### 7.1.2. kp-qi-qo'zg' alishlar metodi

Yarimo'tkazgichlarda tok tashuvchilar o'tkazuvchanlik zonasining tubida yoki valent zonasining shipida, ya'ni energetik spektrning qandaydir ekstremumlari atrofida joylashgan holatlarda bo'ladi. Bunday ekstremumlar, odatda, Brilliyen zonasining yuqori simmetriyali nuqtalarida joylashadi. Kelgusida bunday ekstremumga mos keluvchi to'liqin vektorni  $\vec{k}_0$  bilan belgilaymiz.  $\vec{k}_0$  nuqtaga mos keluvchi  $E_n(\vec{k}_0)$  energetik sathlarning joylashish tabiati va  $|u_{n\vec{k}_0}\rangle$  yechimlarning xossalari simmetriyalar nazariyasi metodi yordamida tahlil qilish imkoniyati



mavjud [3]. Bu usulda bajarilgan hisoblashlar va tajriba natijalarining solishtirilishi natijasida  $E_n(\vec{k}_0) - E_n(\vec{k}_0)$  energetik oraliklar qator yarimo`tkazgichlar uchun miqdoran aniqlangan. Bu hol katta amaliy ahamiyatga ega.

Kelgusida zonalarning tegra(ekstremum)lari  $\vec{k}_0 = 0$  (G nuqta yoki Brilliyen zonasining markazi) da joylashgan yarimo`tkazgichni qaraymiz. Aytaylik, G nuqtada  $E_n(0)$  energetik sathlar va  $\vec{k} = \vec{k}_0 = 0$  nuqtada (7.7) tenglamaning yechimlar hisoblangan  $|u_{n0}\rangle$  to`lqin funksiyalar (blox amplitudlar) aniq bo`lsin, ya`ni

$$\hat{H}(0)|u_{n0}\rangle = E_n(0)|u_{n0}\rangle \quad (7.11)$$

Yarimo`tkazgichda tok tashuvchilar xossalari, asosan, zonalar ekstremum nuqtasi( $\vec{k}_0$ )ga yaqin sohalarda aniqlanganligi bois  $E_n(\vec{k})$  zona va blox amplitudalarni ana o`sha sohada aniqlash kifoyadir.

Masalani hal etishda kvant mexanikasining g`alayonlar nazariyasidan foydalanish mumkin. Bunda g`alayonlantiruvchi operator sifatida (7.10, b) munosabatning o`ng tarafidagi oxirgi ikki hadni olish kerak. Bunday yaqinlashish *kp*-metod deb yuritiladi.

Budem iskat (7.7) tenglamaning  $|u_{\vec{k}}\rangle$  yechimini  $\vec{k} = \vec{k}_0 = 0$  nuqta atrofida  $|u_{n0}\rangle$  holatlarning to`la to`plami bo`yicha qatorga yoyish tarzida izlaymiz

$$|u_{\vec{k}}\rangle = \sum_l C_l(\vec{k})|u_{l0}\rangle \quad (7.12)$$

(7.7) tenglamani o`ng tarafdin  $\langle u_{l'0}|$  funksiyaga ko`paytirib, spin indeks bo`yicha summa olib va kristallning hajmiga nisbatan koordinatalar bo`yicha integrallashni bajaramiz. Bazis funksiyalarning ortonormallash sharti

$$\langle u_{l'0}|u_{l0}\rangle = \delta_{l'l} \equiv \begin{cases} 1, & l' = l, \\ 0, & l' \neq l, \end{cases} \quad (7.13)$$

e`tiborga olinsa, u holda (7.12) ifodadagi qatorga yoyish  $C_l(\vec{k})$  koeffitsiyentlariga nisbatan cheksiz sonli quyidagi tenglamalar sistemasiga ega bo`lamiz

$$\sum_l ((E_l(0) - E)\delta_{l'l} + V_{l'l})C_l \quad (7.14)$$

bu yerda

$$V_{l'l} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \delta_{l'l} + \frac{\hbar}{m_0} \langle u_{l'0} | \vec{k} \hat{\pi} | u_{l0} \rangle \quad (7.15)$$

*kp*-g`alayonlantirish nazariyasida noaniq  $E_n(\vec{k})$  va  $C_l(\vec{k})$  funksiyalar  $\vec{k}_0$  (bizning holda  $\vec{k} = 0$ ) nuqtaga nisbatan hisoblangan  $\vec{k}$  to`lqin vektorining darajasiga nisbatan yoyilgan qator sifatida izlanadi ya`ni

$$C_l(\vec{k}) = C_l^{(0)} + C_l^{(1)}(\vec{k}) + \dots \quad (7.16)$$

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + E_n^{(1)}(\vec{k}) + E_n^{(2)}(\vec{k}) + \dots \quad (7.17)$$

Bu ifodalarda yuqorigi indeks qator hadining kichiklik tartibini anglatadi.

*a) tuslanmagan zona.* Tuslanmagan sathlar  $E_n(0)$  ( $l \neq n$  holda  $E_n(0) \neq E_l(0)$  shartni qanoatlantiruvchi) uchun, kvant mexanikasidagi g`alayonlar nazariyasiga ko`ra

[1], (7.16)-(7.17) ifodalardagi dastlabki hadlari uchun quyidagi munosabatlarni qayd qilish mumkin:  $C_l^{(0)} = \delta_{ln}$ ,  $l \neq n$  holda:

$$C_l^{(1)}(\vec{k}) = \left( \frac{\hbar}{m_0} \right) \frac{(\vec{k})\vec{\pi}_{ln}}{E_n(0) - E_l(0)}; \quad (7.18)$$

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \frac{\hbar}{m_0}(\vec{k})\vec{\pi}_{nn} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{\hbar^2}{m_0^2} \sum_{l \neq n} \frac{(\vec{k} \cdot \vec{\pi}_{nl})(\vec{k} \cdot \vec{\pi}_{lm})}{E_n(0) - E_l(0)}, \quad (7.19)$$

bu yerda  $\vec{\pi}_{ln} = \langle u_{l0} | \hat{\pi} | u_{n0} \rangle$  - (7.9) impuls operatori matritsaviy elementlarining belgilanishlari. Agar  $\vec{\pi}_{nn} \neq 0$ , u holda (7.19) ifodadagi  $\vec{k}$  bo'yicha chiziqli had noldan farqli bo'ladi va  $E_n(\vec{k})$  zonaning ekstremumi  $\vec{k} = 0$  nuqtadan siljigan bo'ladi, chunki energetik spektr ekstremumi sharti

$$\frac{\delta E_n(\vec{k})}{\delta k_j} = 0, \quad j = x, y, z. \quad (7.20)$$

Qaralayotgan holda  $\vec{k} = 0$   $E_n(\vec{k})$  tuslanmagan zonaning ekstremum nuqtasi bo'ladi deb hisoblangan. Bu holda  $\vec{\pi}_{nn} = 0$  shartidan va, demak, (7.19) ifoda parabolik spektrni tasvirlaydi, ya'ni u faqat  $\vec{k}$  to'lqin vektoriga nisbatan kvadratlilik hadlardan iborat bo'ladi. Bu natijani quyidagicha qayd qilish qulaydir

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j (m^{-1})_{ij} \hbar^2 k_i k_j, \quad i, j = x, y, z. \quad (7.21)$$

bu yerda

$$(m^{-1})_{ij} = \frac{1}{m_0} \delta_{ij} + \frac{1}{m_0^2} \sum_{l \neq n} \frac{(\vec{\pi}_i)_{nl}(\vec{\pi}_j)_{ln} + (\vec{\pi}_j)_{nl}(\vec{\pi}_i)_{ln}}{E_n(0) - E_l(0)}. \quad (7.22)$$

(7.22) ifoda  $i, j$  indekslarga nisbatan simmetriyalashtirilgan ko'rinishda qayd qilingan. (7.22) kattalik elektronning *teskari effektiv massa tenzori* komponentalari deb yuritiladi.  $E_n(\vec{k})$  zona ekstremumi yaqin sohasida bu kattaliklar konstantadir.

Simmetriya nazariyasi ko'rsatadiki,  $E_n(\vec{k})$  zonalar kristall teskari panajarasidagi nuqtaviy simmetriyasiga ega bo'lishi kerak. Kristall teskari panajarasining simmetriyasi esa kristall Bravais panjarasining simmetriyasi bilan ayniydir. Brillouin zonasining G nuqtasi kristallning nuqtaviy simmetriyasiga mos keluvchi barcha shakl almashtirishlarga nisbatan invariantdir. Shakl almashtirishlar sababli unga mos keluvchi  $(m^{-1})_{ij}$  tenzor yuqorida qayd qilingan shakl almashtirishlarga nisbatan invariantdir. Amaliyotda panjarasi kub simmetriyalik kristalllar ( $T$ ,  $T_h$ ,  $T_d$ ,  $O$ ,  $O_h$  kristall sinflari) uchun yuqorida qayd qilinganidek talablardan G-nuqtada effektiv massa tenzori  $\delta_{ij}$  Kroneker simvoli bilan tavsiflanishi kelib chiqadi. Shu sababli u bitta: *1/ m kattalik bilan ifodalandi*

$$(m^{-1})_{ij} = \frac{1}{m} \delta_{ij}, \quad (7.23)$$

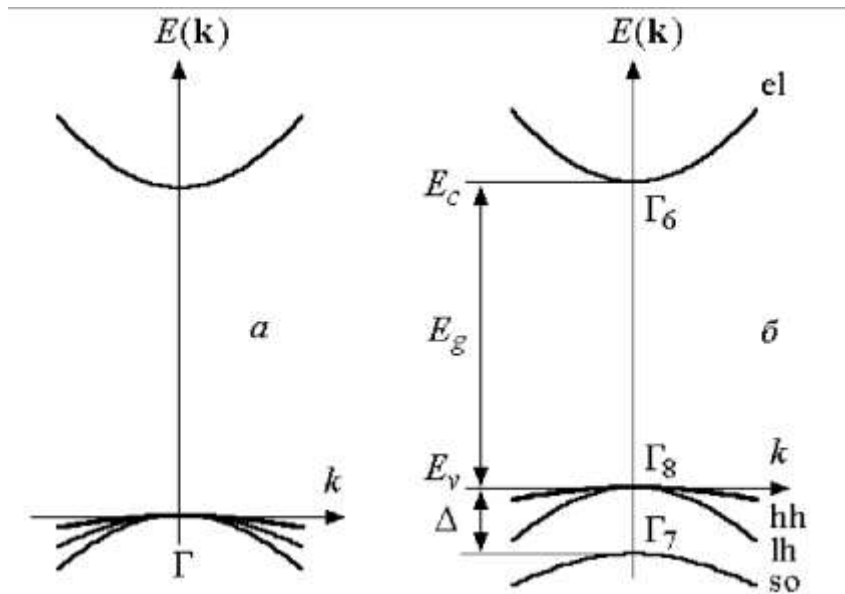
$m$  kattalik elektronning effektiv massasi deb yuritiladi. (7.23) e'tiborga olinsa, u holda (7.21) parabolik spektr izotrop bo'ladi, ya'ni elektron energiyasi  $\hbar k$  impulsning yo'nalishi bilan emas, balki son qiymati orqali ifodalanadi, ya'ni

$$E_n(\vec{k}) = E_n(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} . \quad (7.24)$$

Shunday qilib, kub simmetriyali kristallarda G-nuqta uchun izotrop effektiv massali parabolik zona modelining qo'llanilishi zona chetlarining tuslanmasligi bilan bog'liqdir. Spinga nisbatan ikki karrali tuslanish, (7.19) munosabatda bir xil energiyali holatlar, shuningbu yerdak har xil proyeksiyalariga nisbatan hisoblangan  $\vec{\pi}_{nl}$  matritsaviy element nolga teng bo'lgan hollarda, bu xulosani o'zgartira olmaydi.

*b) tuslangan zonalar.* Agar (7.18)-(7.19) ifodalarda noldan farqli bo'lgan sur'atlarga mos keluvchi ayrim maxrajlar nolga aylansa, masalan  $E_n(\vec{k})$  zona har xil tarmoqlarining ekstremumlari tuslansa, u holda (7.24)dan kelib chiquvchi xulosa o'z kuchini yo'qotadi. Bundan tashqari, va tuslanish bo'lmaganda agar ayrim energetik maxrajlar qaralayotgan energiya oralig'iga nisbatan miqdoran kichik bo'lsa parabolik yaqinlashishning aniqligi yetarli bo'lmay qolishi mumkin. Har ikkala holda ham *tuslangan* yoki *taqriban tuslangan energetik spektr* uchun qurilgan g'alayonlanlar nazariyasining hisoblash usullaridan foydalanish mumkin. Misol tariqasida zonaviy tuzilishi 7.1-rasmda tasvirlangan holning tahlillarini bajaramiz.

7.1 a-rasmda tasvirlangan zonaviy tuzilishning o'ziga xosligi spin e'tiborga olinmaganida to'rtta zonaning miqdoran bir biriga yaqin joylashuvidadir; qolgan energetik spektrlar nisbatan uzoqda joylashgan. Bu to'rtta zonaning eng yuqoridagisi tuslanmagan o'tkazuvchanlik zonasi va u uchta tarmoqdan tashkil topgan valent zonasidan energetik tirqish bilan ajratilgan. Agar spin-orbital o'zaro ta'sir e'tiborga olinmasa, u holda oxirgi qayd qilingan uchchala energetik tarmoqlar  $\vec{k} = 0$  nuqtada miqdoran bir biriga mos tushadi, ya'ni uch karrali Agar elektronning spini e'tiborga olinsa, u holda zonalar soni ikki martaga ortadi. Simmetriya nazariyasida qo'llaniladigan Kramers teoremasiga ko'ra simmetriya guruhida inversiya operatsiyasi mavjud (simmetriya markazli kristallar) kristalllarda tashqi magnit maydon ta'sir etmaganida Brilliyen zonasida energetik spektrning har bir tarmog'i spinga nisbatan ikki karrali tuslangan bo'ladi. Simmetriya markazi bo'lmagan kristalllarda Brilliyen zonasining ixtiyoriy nuqtalarida kramers tuslanishi bo'lmaydi. Bu holda sodir bo'ladigan zonalarning spinli ajralishini, tajriba ko'rsatadiki, ko'pgina hollarda e'tiborga olmasa ham bo'laveradi. Shunday qilib, ekstremumda zonalarning tuslanishini (yoki tuslanishning yo'qligini), odatda, orbital (momentga nisbatan) tuslanish bilan bog'lash mumkin.



7.1-rasm. A<sub>III</sub>B<sub>V</sub> yarimoʻtkazgichlarning zonaviy tuzilishi. *a* - spin-orbital ajralish eʻtiborga olinmagan hol; *b* - spin-orbital oʻzaro taʻsir eʻtiborga olingan hol. Bu yerda el – oʻtkazuvchanlik zonasi, hh – ogʻir kovaklar (heavy holes) zonasi, lh – yengil kovaklar (light holes) zonasi, so – spin-orbital ajralgan zona (split-off band). G<sub>6</sub>, G<sub>8</sub>, G<sub>7</sub> -  $|u_{n0}\rangle$  bazis funksiyalarning G-nuqtadagi simmetriya tiplarining belgilanishi ([3, 2 IR]).

$E_n(0)$  energetik sathlarning tuslanishi yoki taqriban tuslanishining mavjudligida cheksiz koʻp (7.14) tenglamalar sistemasi chekli tenglamalar sistemasiga aylanadi. Bu esa qandaydir *effektiv gamiltonian* -  $N \times N$  matritsani diagonalizatsiyalash masalasiga olib keladi, bu yerda  $N$  -  $E_n(0)$  energiyaga miqdoran yaqin qiymatli zonalarning soni. Bu holga batafsil toʻxtaylik. Lotin indeksleri  $a, b, \dots$  bilan  $\vec{k} = \vec{k}_0 = 0$  nuqtada miqdoran yaqin boʻlgan zonalarni, grekcha indekslar ( $\alpha, \beta, \dots$ ) bilan qolgan - «uzoqdagi» zonalarni belgilaylik. (7.14) ifodada  $l' = a$  deb hisoblasak va  $l$  boʻyicha summani  $b$  va  $\beta$  boʻyicha summalarga boʻlsak, u holda  $N$  dona tenglamalarga ega boʻlamiz, yaʼni

$$(E_a(0) - E)C_a + \sum_b V_{ab}C_b + \sum_\beta V_{a\beta}C_\beta = 0, \quad a = 1, \dots, N. \quad (7.25)$$

Xuddi shu inbu yerdak (7.14) ifodada  $l' = \alpha$  hisoblasak, u holda cheksiz tenglamalarga ega boʻlamiz

$$(E_\alpha(0) - E)C_\alpha + \sum_b V_{\alpha b}C_b + \sum_\beta V_{\alpha\beta}C_\beta = 0. \quad (7.26)$$

Ikkala tenglamalar birgalikda  $C_l(\vec{k})$  koeffitsiyentlar uchun bir jinsli tenglamalar sistemasini beradi; ular yordamida  $\vec{k} = \vec{k}_0 = 0$  nuqta atrofida joylashgan har xil zonalardagi blox holatlari aniqlanadi:

$$|\psi_{\vec{k}}\rangle = \sum_a e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} C_a(\vec{k}) |u_{a0}\rangle + \sum_\alpha e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} C_\alpha(\vec{k}) |u_{\alpha 0}\rangle. \quad (7.27)$$

$C_a$  koeffitsiyentlarni yuqori tartibli kichik  $C_\alpha$  koeffitsiyentlarga nisbatan nol inchi tartibli kattaliklar turkumiga kiradi deb hisoblash mumkin,

chunki (7.27) ifodadagi oxirgi hadlar yordamida uzoq zonalarining mos energetik oraliklarga teskari proporsional bo`lgan ulushlari aniqlanadi. Uzoq zonalar ulushiga e`tibor qaratilmasa, u holda (7.27) ifodaning o`rniga chekli hadlardan tashkil topgan quyidagi munosabatdan foydalanish mumkin

$$|\psi_{\vec{k}}\rangle = \sum_{a=1}^N e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} C_a(\vec{k}) |u_{a0}\rangle . \quad (7.28)$$

Qolgan  $C_a$  koefitsiyentlar uchun chekli sondagi tenglamalar sistemasini hosil qilish uchun (7.26) ifoda summasidagi  $\beta$  ga bog`liq hadlarga e`tibor qaratmaymiz va  $C_a$  koefitsiyentni qolgan hadlar orqali ifodalaymiz

$$C_a = (E - E_a)^{-1} \sum_b V_{ab} C_b \quad (7.29)$$

va bu ifodadan (7.25) munosabatdagi  $C_\beta$  koefitsiyentlar uchun foydalanamiz

$$(E_a(0) - E) C_a + \sum_b \left( V_{ab} + \sum_\beta \frac{V_{a\beta} V_{\beta b}}{E - E_\beta(0)} \right) C_b = 0 . \quad (7.30)$$

$E$  energiyaning  $\vec{k} = \vec{k}_0$  nuqta atrofida bizni qiziqtirgan qiymatlari  $a = 1, \dots, N$  tartib raqamli  $E_a(0)$  kattalik qiymatidan unchalik katta farq qilmasligi kerak, biroq u uzoq zonlarga tegishli  $E_\beta(0)$  energetik holatlardan sezilarli farq qiladi. Shuning uchun (7.30) ifodadagi energetik maxrajlarda  $E$  o`zgaruvchini  $a = 1, \dots, N$  kattaliklarga nisbatan o`rtalashtirilgan, miqdoran ixtiyoriy eng yaqin sathning  $E_a(0)$  energiyasiga teng bo`lgan  $E$  doimiylik bilan almashtirilishi kerak. Natijada (7.30) bir jinsli tenglamalar chekli sistemasining nolga teng bo`lmagan  $C_b$  yechimlarini aniqlash masalasi effektiv gamiltonian -  $H_{ab}^{eff}(\vec{k})$  chekli matritsaning xususiy vektorlari va  $E$  xususiy qiymatlarini aniqlovchi masalaga aylanadi, ya`ni

$$\sum_{b=1}^N (H_{ab}^{eff}(\vec{k}) - E \delta_{ab}) C_b(\vec{k}) = 0, \quad a = 1, \dots, N, \quad (7.31)$$

bu yerda

$$H_{ab}^{eff}(\vec{k}) = E_a(0) \delta_{ab} + V_{ab} + \sum_\beta \frac{V_{a\beta} V_{\beta b}}{E - E_\beta(0)} \quad (7.32)$$

bunda  $V_{\nu\lambda}$  kattaliklar (7.15) ifoda yordamida aniqlanadi.

Agar  $E_a(0)$  sathlar qat`iy tuslangan bo`lsa, u holda  $\vec{E} = E_a(0)$  va (7.31)–(7.32) masalasi energiyaning g`alayonlantiruvchi  $V$  operatorga nisbatan ikki tartibli yaqinlashishda aniqlangan xususiy qiymatini tuslangan hol g`alayonlanlar nazariyasi masalasiga keladi [1].

$V_{\nu\lambda}$  matritsaviy elementlar uchun qayd qilingan (7.15) e`tiborga olinsa, u holda  $\vec{k}$  to`lqin vektoriga nisbatan kvadratik yaqinlashishda

$$H_{ab}^{eff}(\vec{k}) = \left( E_a(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \right) \delta_{ab} + \frac{\hbar}{m_0} (\vec{k}) \vec{\pi}_{ab} + \frac{\hbar^2}{m_0^2} \sum_\beta \frac{(\vec{k} \cdot \vec{\pi}_{a\beta})(\vec{k} \cdot \vec{\pi}_{\beta b})}{E - E_\beta(0)} . \quad (7.33)$$

$H_{ab}^{eff}$  effektiv gamiltonian nodiagonal matritsaviy elementlarning mavjudligi  $a$  va  $b$  tartib raqamli zonalararo o'zaro ta'sirning mavjudligidan dalolat beradi. (7.33) ifodadagi  $\beta$  bo'yicha olingan summa ostidagi hadlar (qaralayotgan zonaning boshqa uzoq zonalalar bilan o'zaro ta'sirlar tufayli sodir bo'luvchi)  $a$  va  $b$  zonalarning noto'g'ri (novertikal) o'zaro ta'sirini ifodalaydi. Ko'rinyaptiki, zonalarning novertikal o'zaro ta'siri (7.33) effektiv gamiltonianda quyidagi munosabatlar yordamida ifodalanadi

$$(M_{ab}^{-1})_{ij} = \frac{1}{m_0^2} \sum_{\beta} \frac{(\vec{\pi}_i)_{a\beta} (\vec{\pi}_j)_{\beta b} + (\vec{\pi}_j)_{a\beta} (\vec{\pi}_i)_{\beta b}}{\bar{E} - E_{\beta}(0)}, \quad i, j = x, y, z. \quad (7.34)$$

Bunda belgilanishda (7.33) matritsa quyidagi ko'rinishni oladi

$$H_{ab}^{eff}(\vec{k}) = \left( E_a(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} \right) \delta_{ab} + \frac{\hbar}{m_0} (\vec{k}) \vec{\pi}_{ab} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j (M_{ab}^{-1})_{ij} \hbar^2 k_i k_j, \quad (7.35) \text{bu}$$

yerda  $a, b = 1, \dots, N$ .

(7.35) matritsa energetik spektrning  $N$ -zonali modelining  $kp$ -gamiltoniani deb nomlanadi.  $kp$ -metod 7.1-rasmda tasvirlangan zonalarga nisbatan qo'llanganligi bois u energetik spektrning spingan nisbatan ikki karrali tushlangan to'rtta tarmoqlardan tashkil topgan «sakkiz zonali» modelini beradi. Bu holda kristalda simmetriya markazining yo'qligi tufayli spinli ajralish e'tiborga olinmagan.

### 7.1.2. Zonalarning spin-orbital ajralishi

$T_d$  nuqtaviy simmetriyaga ega bo'lgan kristallarga xos zonaviy strukturali yarimo'tkazgichni qaraylik (7.1.-rasm).  $T_d$  simmetriya ruxli temirtosh strukturali  $A_{III}B_V$  yarimo'tkazgichli kimyoviy birikmalarga xos. Bu hol uchun ma'lumki,  $G$  nuqtada o'tkazuvchanlik zonasi tubiga mos keluvchi blox funksiyalarning orbitalnaya tashkil etuvchisi koordinataning kristallning simmetriya guruhlari bo'yicha olib borilgan shakl almashtirishlariga nisbatan invariantdir; blox funksiyasini bu xossasi, qandaydir ma'noda,  $l$  orbital kvant soni nol bo'lgan  $S$  – holatning ixtiyoriy burashga nisbatan invariantligiga o'xshab ketadi. Uch karrali (spin e'tiborga olingan holda olti karrali) tushlangan,  $G$  nuqtadagi valent zonasining shipiga mos keluvchi uchta orbital blox funksiyalari, kristall simmetriyasiga tegishli nuqtaviy guruhlarga tegishli shakl almashtirishlar ta'sirida radiusvektorning  $x, y, z$  komponentalari kabi o'zlarini tutadi. Bu hol  $P$ - triplet holatlarga, ya'ni  $l = 1$  orbital momentli holat mos keladi.

$T_d$  guruhi to'g'ri tetraedrning simmetriyaviy shakl almashtirishlaridan tashkil topgan. U kub kristallining  $[100], [010], [001]$  yo'nalishlariga parallel yo'nalgan uchta o'zaro perpendikulyar ikkinchi tartibli ( $C_2$ ),  $[111]$  tip yo'nalishlarga parallel yo'nalgan uchinchi tartibli ( $C_3$ ) simmetriya o'qlari, shunindan bu yerda  $(110)$  tip simmetriya tekisliklaridan iborat. Bu yerda va kelgusida  $x, y, z$  koordinata o'qlari  $[100], [010], [001]$  yo'nalishlar bo'ylab yo'nalgan deb hisoblaymiz.

Oxirgi (relyativistik) hadi e'tiborga olinmagan (7.10,  $a$ ) gamiltonian

spinli holatlarni o'zgartirmaydi, chunki shakl almashtirishlar faqat to'liq funksiyaning orbital qismigagina o'z ta'sirini ko'rsatadi. Shuning uchun (7.11) tenglamaning spin-orbital o'zaro ta'sir e'tiborga olinmagandagi yechimi hisoblangan  $|u_{n0}\rangle$  bazis funksiyalarni orbital va spinli ko'paytuvchilardan iborat deb hisoblash mumkin, ya'ni

$$|u_{10}\rangle = S(\vec{r})|\uparrow\rangle, \quad |u_{20}\rangle = S(\vec{r})|\downarrow\rangle, \quad (7.36)$$

$$\left. \begin{aligned} |u_{30}\rangle &= X(\vec{r})|\uparrow\rangle, & |u_{40}\rangle &= X(\vec{r})|\downarrow\rangle, \\ |u_{50}\rangle &= Y(\vec{r})|\uparrow\rangle, & |u_{60}\rangle &= Y(\vec{r})|\downarrow\rangle, \\ |u_{70}\rangle &= Z(\vec{r})|\uparrow\rangle, & |u_{80}\rangle &= Z(\vec{r})|\downarrow\rangle. \end{aligned} \right\} \quad (7.37)$$

Bu yerda  $S$  - kristallning simmetriyaviy shakl almashtirishlariga nisbatan invariant juft koordinatalar funksiyasi,  $X, Y, Z$  - kristallning simmetriyasiga tegishli nuqtaviy operatsiyalar ta'sirida o'zini radius-vektorning  $x, y, z$  komponentalari kabi tutadigan triplet toq funksiyalar. Bu to'rtala funksiyani hiqiy funksiya deb hisoblaymiz.

(7.36)-(7.37) bazis funksiyalarga nisbatan spin-orbital o'zaro ta'sir operatorining matritsaviy elementlarini hisoblaymiz:

$$\hat{H}^{so} = \hat{L} \cdot \hat{\sigma} = \hat{L}_x \hat{\sigma}_x + \hat{L}_y \hat{\sigma}_y + \hat{L}_z \hat{\sigma}_z, \quad (7.38)$$

bu yerda

$$\hat{L} = \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} [\nabla V \times (-i\hbar\nabla)] \quad (7.39)$$

(7.39) ifodadagi  $\hat{L} \hat{L}$  operator faqat bazis funksiyalarning orbital qismiga ta'sir qiladi,  $\hat{\sigma}$  Pauli matritsalarini esa spinor ko'paytuvchilarga ta'sir qiladi. Masalan

$$\left. \begin{aligned} \hat{\sigma}_x |\uparrow\rangle &= |\downarrow\rangle, & \hat{\sigma}_y |\uparrow\rangle &= i|\downarrow\rangle, & \hat{\sigma}_z |\uparrow\rangle &= |\uparrow\rangle, \\ \hat{\sigma}_x |\downarrow\rangle &= |\uparrow\rangle, & \hat{\sigma}_y |\downarrow\rangle &= -i|\uparrow\rangle, & \hat{\sigma}_z |\downarrow\rangle &= -|\downarrow\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (7.40) \text{Shuning}$$

$$\text{uchun, masalan, } \hat{H}^{so} |u_{10}\rangle = (\hat{L}_x S) |\downarrow\rangle + (\hat{L}_y S) |\downarrow\rangle + (\hat{L}_z S) |\uparrow\rangle. \quad (7.41)$$

(7.41) ifodani  $\langle u_{10} |$  funksiyaga o'ng tarafdin ko'paytirib, so'ngra kristall hajmi bo'yicha integrallasak, hisoblashlarda spinorlarning  $\langle \sigma' | \sigma \rangle = \sigma_{\sigma'\sigma}$ ,  $\sigma, \sigma' = \uparrow, \downarrow$ , ortogonallik shartiga e'tibor qaratsak, u holda

$$\langle u_{10} | \hat{H}^{so} | u_{10} \rangle = \langle S \hat{L}_z S \rangle, \quad (7.42)$$

bu yerda

$$\langle S \hat{L}_z S \rangle = \frac{-i\hbar^2}{4m_0^2 c^2} \int d^3 \vec{r} S \left( \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial S}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial S}{\partial x} \right). \quad (7.43)$$

(7.42) natija  $\langle u_{20} | \hat{H}^{so} | u_{20} \rangle$  matritsaviy elementlar uchun ham o'rinlidir:

$$\langle u_{20} | \hat{H}^{so} | u_{10} \rangle = \langle S \hat{L}_x S \rangle + i \langle S \hat{L}_y S \rangle, \quad (7.44)$$

Ta'kidlaymizki nuqtaviy simmetriya shakl almashtirishlarga nisbatan  $\langle S\hat{L}_j S \rangle$  integrallar (bu yerda  $j = x, y, z,$ ) qandaydir vektorning (aniqroq aytganda, qandaydir psevdovektorning) komponentalariga o'xshashdir, ammo shu bilan birgalikda ular invariantli parametrlar hamdir, chunki ular simmetriyaviy shakl almashtirishlarga nisbatan invariant holda gamiltonian matritsasining tarkibiga kiradi.  $T_d$  guruhi har xil simmetriya o'qlaridan tashkil topgan, biroq yo'nalishlari bir biriga mos kelmagan o'qlar atrofida buralishlarga nisbatan invariant bo'lgan noldan farqli vektorning mavjud emasligi tufayli (7.42)-(7.44) integrallar nolga teng bo'ladi. Bunday tasavvur invariant parametrlar to'plami strukturasi kristall simmetriyasi ta'sirini e'tiborga olish imkonini beruvchi *to'g'ridan to'g'ri tekshirish* metodining bu yerda qo'llanilishiga misol bo'lib xizmat qiladi.

Bunday hol (7.43) ifodadagi integral osti ifodasi uchun ham bajarilishi mumkin. Haqiqatan ham, integralning qiymatini o'zgartirmaydigan holda koordinatalar o'qini [100] yo'nalish (masalan,  $x$  o'qi) atrofida  $180^\circ$  burchakka burish bilan bog'liq bo'lgan o'zgaruvchilarni almashtirishni amalga oshiraylik.

$$x' = x, \quad y' = -y, \quad z' = -z. \quad (7.45)$$

$T_d$  simmetriyali kristallda bunday  $C_2$ -shakl almashtirishga nisbatan  $S(\vec{r})$  Blox amplitudasi va  $V(\vec{r})$  potensial invariantdir. Biroq integral osti ifodasida  $x$  va  $u$  koordinatalar bo'yicha differensiallash simvollari mavjud. Bu holda o'zgaruvchilarni almashtirishda (7.45) o'z ishorasini o'zgartiradi (bu shakl almashtirishga nisbatan toq funksiya) va shuning uchun (7.43) integral nolga teng bo'lishi kerak.

$\hat{H}^{so}$  operatorning o'tkazuvchanlik zonasining (7.36) va valent zonaning (7.37) holatlariga nisbatan hisoblangan matritsaviy elementlarida

$$\langle S\hat{L}_i X_j \rangle \equiv A_{ij}, \quad i, j = x, y, z, \quad (7.46)$$

integrallar ishtirok etadi, bu yerda  $X_j$   $X(\vec{r})$ ,  $Y(\vec{r})$  yoki  $Z(\vec{r})$  larning biri.  $\hat{L}_i$  operator o'zini psevdovektorning komponentasi kabi,  $X_j$  esa vektorning komponentalari kabi tutganligi bois  $\langle S\hat{L}_i X_j \rangle \equiv A_{ij}$  ikkinchi tartibli psevdotenzor kabi o'zini tutadi. Bu buralishlar ta'sirida  $A_{ij}$  kattalik vektorning  $x_i x_j$  komponentalari ko'paytmasi kabi shakl almashishini anglatadi, ko'zguli tasvirlanishda esa qo'shimcha (-1) ko'paytuvchiga ega bo'ladi, ya'ni

$$A_{ij} \square (-1)^n x_i x_j, \quad (7.47)$$

bu yerda  $n$  - koordinatalar shakl almashtirishlarda bajarilgan ko'zguli tasvirlash soni, " $\sim$ " simvol esa "kabi shakl almashtiriladi" iborasini anglatadi.

$A_{ij}$  kattaliklar orasida o'zaro bog'lanmaganlarini aniqlash uchun yana to'g'ridan - to'g'ri tekshirish metodidan foydalanamiz. (7.47) munosabatdan (7.45) buralishida  $A_{xy}$ ,  $A_{yx}$ ,  $A_{xz}$ ,  $A_{zx}$  kattaliklar o'z ishorasini o'zgartirishi kelib



chiqadi. Boshqa tarafdin bu kattaliklar kristallning simmetriyaviy shakl almashtirishlariga invariant bo'lgan parametrlardir. Shu sababli ular nolga teng bo'ladi. Xuddi shuningdek bu yerda  $y, z$  koordinata o'qlariga parallel bo'lgan ikkinchi tartibli  $S_2$  simmetriya o'qlarining mavjudligidan  $A_{ij}$  kattalikka tegishli qolgan nodiagonal elementlarining nolga tengligi kelib chiqadi. [111] yo'nalishga parallel bo'lgan  $S_3$  o'q atrofidagi buralishga nisbatan simmetriya shartidan diagonal komponentalarning o'zaro tengligi:  $A_{xx} = A_{yy} = A_{zz}$  kelib chiqadi. Biroq  $T_d$  guruhda yuqorida qayd qilinganidek buralishlardan tashqari (110) tekislikka nisbatan akslantirish mavjud. Bunda

$$x' = y, \quad y' = x, \quad z' = z. \quad (7.48)$$

(7.47) shakl almashtirishlar qonuniyati va  $A_{ij}$  invariantlik sharti e'tiborga olinsa, u holda  $A_{xx} = -A_{yy}$  munosabat kelib chiqadi. Endi  $A_{ij}$  tashkil etuvchilarni bog'lovchi munosabatlar bir vaqtning o'zida  $A_{ij}=0$  shart bajarilganida o'rinli ekani kelib chiqadi.

Shunday qilib, spin-orbital o'zaro ta'sir operatorining o'tkazuvchanlik zonasi bilan bog'liq matritsaviy elementlari nolga teng bo'ladi.

Endi  $\hat{H}^{so}$  operatorning valent zonasiga nisbatan hisoblangan matritsaviy elementlariga to'xtalamiz. Bu matritsaviy elementlari quyidagi integrallar orqali ifodalandi

$$\langle X_i \hat{L}_j X_k \rangle \equiv B_{ijk}, \quad i, j, k = x, y, z, \quad (7.49)$$

Ular uchinchi rang psevdotenzorlar xossalari ayniydir:

$$B_{ijk} \equiv (-1)^n x_i x_j x_k \quad (7.50)$$

Yuqorida qayd qilingan to'g'ridan to'g'ri tekshirish metodidan foydalanib  $T_d$  simmetriyali kristallarda (7.50) psevdotenzorning noldan farqli komponentalari mavjud va har kristall uchun bittagina kattalik bilan aniqlanishi isbotlash mumkin, ya'ni

$$\left. \begin{aligned} B_{xyz} = B_{yzx} = B_{zyx} &\equiv b \\ B_{yxz} = B_{xzy} = B_{zxy} &\equiv -b \end{aligned} \right\} \quad (7.51)$$

bu yerda

$$b = \langle X_i \hat{L}_j Z \rangle = \frac{-i\hbar^2}{4m_0^2 c^2} \int d^3\vec{r} S \left( \frac{\delta V}{\delta z} \frac{\delta Z}{\delta y} - \frac{\delta V}{\delta y} \frac{\delta Z}{\delta z} \right) \quad (7.52)$$

(7.51) struktura xossasiga ko'ra  $O, O_h$  simmetriyali kristallarning, shuningdek bu yerdak izotrop muhitlarning xossalari ifodalovchi uchinchi rangli psevdotenzorlarga o'xshashdir.  $V, S, X, Y, Z$  funksiyalar haqiqiy kattaliklar, (7.52) esa mavhum kattalik. Uni  $a$  haqiqiy kattalik orqali qayd qilish mumkin, ya'ni

$$b = ia \quad (7.53)$$

Natijada  $\hat{H}^{so}$  matritsaning valent zonasiga tegishli qismi quyidagicha qayd qilinadi

	$X \uparrow\rangle$	$X \downarrow\rangle$	$Y \uparrow\rangle$	$Y \downarrow\rangle$	$Z \uparrow\rangle$	$Z \downarrow\rangle$
--	---------------------	-----------------------	---------------------	-----------------------	---------------------	-----------------------

$\langle \uparrow   X$	$0$	$0$	$-ia$	$0$	$0$	$a$
$\langle \downarrow   X$	$0$	$0$	$0$	$ia$	$-a$	$0$
$\langle \uparrow   Y$	$ia$	$0$	$0$	$0$	$0$	$-ia$
$\langle \downarrow   Y$	$0$	$-ia$	$0$	$0$	$-ia$	$0$
$\langle \uparrow   Z$	$0$	$-a$	$0$	$ia$	$0$	$0$
$\langle \downarrow   Z$	$a$	$0$	$ia$	$0$	$0$	$0$

(7.54)

Bu matritsaning xususiy qiymatlarini aniqlaylik. Ular valent zonasi shipiga mos keluvchi olti karrali tuslangan (spin e'tiborga olinganida)  $E_V$  stahga spin-orbital o'zaro ta'sir orqali ifodalangan ulushni anglatadi. Bunday xususiy qiymatlarga mos keluvchi xususiy holatlar kelgusida  $\hat{H}^{so}$  matritsani diagonallashtiruvchi yangi bazis funksiyalarlarni tashkil etuvchisi bo'ladi.

(7.54) matritsaning  $\lambda$  xususiy qiymatlari quyidagi munosabatdan aniqlanadi  $\det(\hat{H}^{so} - \lambda \hat{1}) = 0$  va u oltinchi darajali algebraik tenglamaga olib keladi, ya'ni  $(a - \lambda)^2 (2a^2 - \lambda(\lambda + a))^2 = 0$ . U to'rt karrali ildizga ega

$$\lambda_{1,2,3,4} = a \quad (7.55)$$

va ikki karrali ildizga ega

$$\lambda_{5,6} = -2a \quad (7.56)$$

Shunday qilib, spin-orbital o'zaro ta'sir G nuqtada valent zonasidagi tuslanishni qisman kamaytiradi. Natijada olti karrali tuslangan ikki (G nuqtada to'rt karrali va alohida ikki karrali tuslangan) sathlar orasida  $\Delta$  energetik tirqish hosil bo'lad va u  $\Delta = 3a$ .

Bu borada bajarilgan eksperimental natijalardan *a* musbat kattalik sifatida qabul qilish mumkin 7.1, b -rasm.

(7.54) matritsasining  $|u\rangle$  xususiy funksya(holat)larini dastlabki (7.37) bazislar bo'yicha yoyilgan quyidagi qator sifatida qaraymiz

$$|u\rangle = c_1 X |\uparrow\rangle + c_2 X |\downarrow\rangle + c_3 Y |\uparrow\rangle + c_4 Y |\downarrow\rangle + c_5 Z |\uparrow\rangle + c_6 Z |\downarrow\rangle \quad (7.57)$$

Bu yerda  $c_1, \dots, c_6$  -qatorga yoyish koeffitsiyentlari va ular quyidagi oltita tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi

$$\sum_{n=1}^6 (\hat{H}_{n'n}^{so} - \lambda \delta_{n'n}) c_n = 0 \quad (7.58)$$

$\lambda = \lambda_{1,2,3,4} = a$  holda yuqorida qayd qilingan sistema ikkita bog'lanmagan tenglamalar kabi ifodalanadi, ya'ni

$$c_1 + ic_3 - c_6 = 0, \quad c_2 - ic_4 + c_5 = 0, \quad (7.59)$$

$\lambda = \lambda_{5,6} = -2a$  shartda esa (7.58) sistema quyidagi to'rtta tenglamalarga

ekvivalentdir:

$$c_1 + c_6 = 0, \quad c_2 - c_5 = 0, \quad ic_3 - c_1 = 0, \quad ic_4 - c_2 = 0 \quad (7.60)$$

(7.59) tenglamalar 6-o'lchamli fazodagi 6-2=4 o'lchamli fazodagi  $|u\rangle$  holatlarni, (7.60) tenglamalar unga ortogonal bo'lgan 2-o'lchamli fazodagi  $|u\rangle$  holatlarni ifodalaydi. Shunday qilib,  $|u_{n0}\rangle$  yangi bazisli holatlarni cheksiz ko'p usullar yordamida tanlash mumkin. Bu holda yuqorida qayd qilingan ikki yangi (to'rt va ikki o'lchamli) fazolarda tanlangan bazis funksiyalar ortonormalangan bo'lishi kerak.

Bazisni tanlashda yana shunga e'tibor qaratish kerakki, izlanayotgan (7.57) holatlar nafaqat  $\hat{H}^{so}$  operatorning xususiy qiymati, balki  $\hat{H}^{so}$  bilan kommutatsiyalanuvchi matritsaning ham xususiy qiymati bo'la olishi kerak. Bunday matritsalaridan biri

$$\hat{J}_z = \frac{1}{a} \hat{L}_z + \frac{1}{2} \hat{\sigma}_z \quad (7.61)$$

va quyidagi ko'rinishga ega

	$X \uparrow\rangle$	$X \downarrow\rangle$	$Y \uparrow\rangle$	$Y \downarrow\rangle$	$Z \uparrow\rangle$	$Z \downarrow\rangle$
$\langle\uparrow X$	1/2	0	-i	0	0	0
$\langle\downarrow X$	0	-1/2	0	-i	0	0
$\langle\uparrow Y$	i	0	1/2	0	0	0
$\langle\downarrow Y$	0	i	0	-1/2	0	0
$\langle\uparrow Z$	0	0	0	0	1/2	0
$\langle\downarrow Z$	0	0	0	0	0	-1/2

(7.38)-(7.39) ifodadagi  $\hat{L}$  operator odatdagi kvant-mexanikaviy orbital moment  $\hat{L} = \vec{r} \times (-i\nabla)$  operatoriga ayniydir. Haqiqatan ham,  $a^{-1}\hat{L}_x, a^{-1}\hat{L}_y, a^{-1}\hat{L}_z$  matritsalar uch o'lchamli  $X, Y, Z$  bazis funksiyalarida kvant mexanikasidagi buralishlarda radius-vektorning  $x, y, z$  komponentlari kabi shakl almashuvchi hamda  $\hat{l}_x, \hat{l}_y, \hat{l}_z$  orbital moment proyeksiyalarining P-funksiyalargi nisbatan aniqlangan matritsalarini

$$a^{-1}\hat{L}_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad a^{-1}\hat{L}_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a^{-1}\hat{L}_z = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (7.62)$$

orqali ifodalandi. Triplet P-funksilar orbital momentning  $l=1$  qiymatiga mos keladi. Demak, (7.54) spin orbital o'zaro ta'sir operatorining xususiy vektorlarini aniqlash masalasi matematik nuqtai nazaridan  $l=1$  orbital momentli va  $s=1/2$  spinli elektron uchun  $\hat{L}\hat{S}$  operatorining xususiy holatlarini

aniqlashga oid masala bilan aynandir. Kvant mexanikasidan ma'lumki,  $\hat{L}_z$  operatorning xususiy vektorlari sifatida impuls va spin momentlarining vektorial yig'indisi kabi aniqlanuvchii  $\vec{J}$  to'la moment operatori va uning  $J_z$  proyeksiyasining aniq bir qiymatlariga mos keluvchi  $|J, J_z\rangle$  holatlarni tanlash mumkin. Bizning holda bu holatlar ikkita multipletni ifodalaydi. Kvant mexanikasidagi burchakli momentlarni qo'shish qoidasidan  $l=1$  va  $s=1/2$  holda to'la momentning ruxsat etilgan qiymatlari  $J=l+s, l+s-1, \dots, |l-s|$  ikkita  $3/2$  va  $1/2$  qiymatalrni qabul qiladi:

$$\left. \begin{array}{l} J=3/2, \quad k \text{ var tet:} \quad J_z = 3/2, 1/2, -1/2, -3/2, \\ J=1/2, \quad \text{doublet:} \quad J_z = 1/2, -1/2, \end{array} \right\} \quad (7.63)$$

Kristall potentsiali sferik simmetriyaga ega bo'lmasa, u holda kristall panjarasidagi zarra impuls momenti, qat'iy atyganda, saqlanuvchi kattalik bo'la olmaydi. Shunday bo'lsa-da, yuqorida qayd qilingan zonalarning spin-orbital ajralish tasvirini effektiv to'la  $\vec{J}$  moment va uning  $J_z$  proyeksiyasini tavsiflovchi  $|u\rangle = |J, J_z\rangle$  bazis holatlari terminlari bilan tushuntirilishi mumkin. Bunday holatlarni aniqlaylik.

$$\sum_{n=1}^6 \left( (\hat{J}_z)_{n'n} - J_z \delta_{n'n} \right) c_n = 0 \quad n' = 1, \dots, 6, \quad (7.64)$$

(7.61) matritsaning xususiy vektorlarini aniqlovchi tenglamalar sistemasidan  $J_z = -3/2$  holda quyidagilar aniqlanadi  $c_1 = c_3 = c_5 = c_6 = 0$ ,  $c_4 = -ic_2$ . Bunda  $|u\rangle = |J, J_z\rangle$  bazis funksiyalarning to'rt o'lchamli qismi (7.59) tenglamani o'z-o'zidan qanoatlantiradi. Ko'rinyaptiki, normalanish shartidan

$$\sum_{n=1}^6 |c_n|^2 = 1, \quad (7.65)$$

$c_2 = 1/\sqrt{2}$ . U holda  $c_4 = -i/\sqrt{2}$ , va  $|J, J_z\rangle$  to'rtta holatlarning bittasi  $J=3/2$  holat uchun quyidagi natijaga erishamiz  $|3/2, -3/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} X|\downarrow\rangle = -\frac{i}{\sqrt{2}} Y|\downarrow\rangle$ .

$J_z = -1/2$  holda (7.64) sistema quyidagi munosabatlarni beradi  $c_2 = c_4 = c_5 = 0$ ,  $c_3 = -ic_1$ .  $J=3/2$  momentli kvartet uchun bu tenglama (7.59) tenglamalar bilan,  $J=1/2$  momentli dublet uchun esa - (7.60) tenglamalar bilan to'ldiriladi. Ikki tenglamalar sistemasini yechib va normalanish shartiga e'tibor qaratisla, u holda (7.65) munosabatga ko'ra

$$|3/2, -1/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} X|\uparrow\rangle - \frac{i}{\sqrt{6}} Y|\uparrow\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} Z|\downarrow\rangle, \quad |1/2, -1/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} X|\uparrow\rangle - \frac{i}{\sqrt{3}} Y|\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} Z|\downarrow\rangle.$$

Shuning kabi (7.63) multipletlarga tegishli qolgan bazis funksiyalar hisoblanadi. Bazis funksiyalarning fazaviy ko'paytuvchilari ixtiyoriy bo'lishi mumkin. Shunday qilib aniqlangan bazis holatlarini quyida keltirib o'tamiz

$$\begin{cases} |u_{10}\rangle = |1/2, 1/2\rangle = S|\uparrow\rangle, \\ |u_{20}\rangle = |1/2, -1/2\rangle = S|\downarrow\rangle, \end{cases} \quad \Gamma_6, \quad E_c;$$

$$\begin{cases} |u_{30}\rangle = |3/2, 3/2\rangle = \frac{-1}{\sqrt{2}}(X+iY)|\uparrow\rangle, \\ |u_{40}\rangle = |3/2, 1/2\rangle = \frac{-1}{\sqrt{6}}(X+iY)|\downarrow\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}Z|\uparrow\rangle, \\ |u_{50}\rangle = |3/2, -1/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(X-iY)|\uparrow\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}Z|\downarrow\rangle, \\ |u_{60}\rangle = |3/2, -3/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(X-iY)|\downarrow\rangle, \end{cases} \quad \Gamma_8, \quad E_v = E_c - E_g;$$

$$\begin{cases} |u_{70}\rangle = |1/2, 1/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(X+iY)|\downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}Z|\uparrow\rangle, \\ |u_{80}\rangle = |1/2, -1/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(X-iY)|\uparrow\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}Z|\downarrow\rangle, \end{cases} \quad \Gamma_7, \quad E_c - E_g - \Delta; \quad (7.66)$$

Bu holatlar G-nuqtadagi  $\Delta$  spin-orbital ajralish e'tiborga olingan  $E_n(0)$  zonaning chetlariga tegishlidir.

#### 7.1.4. Keyn modeli gamiltoniani

(7.66) bazisidan foydalanib (7.35) effektiv gamiltonian matritsasining elementlarini hisoblaymiz. Bu matritsaviy elementlari, o'z navbatida, (7.9) ko'rinishdagi  $\hat{\pi}$  impuls operatorining matritsaviy elementlari kabi aniqlanadi:

$$\begin{aligned} (\pi_j)_{ab} &= \left\langle u_{a0} \left| \left( -i\hbar\nabla + \frac{\hbar}{4m_0c^2} [\vec{\sigma} \times \nabla V] \right)_j \right| u_{b0} \right\rangle = \\ &= -i\hbar \left\langle u_{a0} \left| \frac{\delta}{\delta x_j} \right| u_{b0} \right\rangle + \frac{\hbar}{4m_0c^2} \sum_i \sum_k e_{jik} \left\langle u_{a0} \left| \hat{\sigma}_i \frac{\delta V}{\delta x_k} \right| u_{b0} \right\rangle, \end{aligned} \quad (7.67)$$

bu yerda  $e_{jik}$  – antisimmetrik birlik psevdotenzor:

$$\begin{cases} e_{xyz} = e_{yzx} = e_{zxy} = 1, \\ e_{yxz} = e_{xzy} = e_{zyx} = -1, \end{cases} \quad (7.68)$$

qolgan hollar uchun  $e_{jik} = 0$ . Ta'kidlash joizki,  $\vec{k}\vec{p}$ -gamiltonianni qurish uchun ishlab chiqilgan simmetriyalar nazariyasida qudratli hisoblash usuli invariantlar metodi yaratilgan [3]. Kelgusida yuqorida qayd qilingan hisoblash usullaridan foydalanamiz.

(7.67) ifodadagi  $1/c^2$  kattalikka proporsional bo'lgan hadlar relyativistik tabiatlidir va ular  $A_{III}B_V$  yarimo'tkazgichlarning zonaviy strukturasi juda kichik nisbiy ulushlarini beradi. Ularni kelgusida (zaruriy bo'lgan hollarda) e'tiborga olamiz, biroq hozircha ularga e'tibor qaratmaymiz, ya'ni quyidagi munosabatlar o'rinli deb hisoblaymiz

$$(\pi_j)_{ab} \approx (p_j)_{ab} = -i\hbar \left\langle u_{a0} \left| \frac{\delta}{\delta x_j} \right| u_{b0} \right\rangle, \quad j = x, y, z. \quad (7.69)$$

(7.69) impuls operatorining matritsaviy elementlarini hisoblashda differensiallash  $|u_{b0}\rangle$  holatlarning faqat orbital qismiga ta'sir qilishini,  $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$  bazis spinorlar o'zaro ortogonal va birga normalanganligiga e'tibor qaratamiz. Bunday ortogonallik tufayli ayrim matritsaviy elementlar, masalan, quyidagilar nolga teng bo'ladi

$$\left\langle u_{a0} \left| \frac{\delta}{\delta x_j} \right| u_{b0} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\langle S \left( \frac{\delta X}{\delta x_j} - i \frac{\delta Y}{\delta x_j} \right) \right\rangle \langle \uparrow | \downarrow \rangle = 0.$$

Bundan tashqari, ayrim matritsaviy elementlari integral osti ifodasining toqligi tufayli nolga aylanadi. Xususan  $a, b = 3, \dots, 8$  tartib raqamli (7.66)

holatlar uchun impuls operatorining matritsaviy elementlari  $\left\langle X_i \frac{\delta X}{\delta x_j} \right\rangle = 0$

( $i, j, k = x, y, z$ ) integraldan iborat va  $X_i \partial X_k / \partial x_j$  integral osti funksiyasi  $x, y, z$  integrallash o'zgaruvchilaridan birining ishorasi o'zgarganida o'z ishorasini o'zgartirishi tufayli nolga aylanadi. Bu  $X, Y, Z$  (ular toq) funksiyalarning aniq juftlikka egaligi bilan bog'langandir.  $a, b = 1, 2$  tartib raqamli matritsaviy elementlari ham nolga teng, chunki haqiqatan ham,  $S$  - juft funksiya, shuning

uchun  $S \partial S / \partial x_j - x_j$  argumentning toq funksiyasi. Natijada  $\left\langle S \frac{\delta S}{\delta x_j} \right\rangle = 0$ . Juft

integral osti ifodalari impuls operatorining 1, 2 holatlarni 3, ..., 8 holatlar bilan bog'lovchi matritsaviy elementlarini hisoblashda uchraydi. Bunday integrallar

$\left\langle S \frac{\delta S}{\delta x_j} \right\rangle \square_{x_i x_j}$  ikkinchi rang tenzor xossalariga ega.  $x, y, z$  koordinatnalar

o'qlariga prallel bo'lgan uchta ikkinchi tartibli ( $S_2$ ) simmetriya o'qlarining mavjudligi simmetriyaviy shakl almashtirishlarga invariant bo'lgan ixtiyoriy ikkinchi rangli tenzorning nodiagonal komponentalarini nolga aylantiradi. Diagonal komponentalar, umuman olganda noldan faqrli va (111) tip o'q bo'ylab yo'nalgan  $S_3$  o'q atrofida bo'ralishlarga nisbatan simmetriyaviy bo'lishligidan bir- biriga teng bo'ladi. Bu natija nafaqat  $T_d$  simmetriya uchun, balki kubik singoniyasiga tegishli qolgan kristall sinflar uchun ham o'rinlidir. Bundan tashqari izotrop muhitning xususiyatlarini tavsiflovchi ikkinchi rang tenzorlarning tashkil etuvchilari ham shunday aniqlanadi, ya'ni ularning barchasi  $\delta_{ij}$  simvolga proporsionaldir.

Shunday qilib, impuls operatorining matritsaviy elementlari

$$\langle S | \hat{p}_x | X \rangle = \langle S | \hat{p}_y | Y \rangle = \langle S | \hat{p}_z | Z \rangle \quad (7.70)$$

kattalik bilan aniqlanadi.  $\hat{p}_j = -i\hbar \nabla_j$  operatorlarning ermitlik shartidan

$$\langle X | \hat{p}_x | S \rangle = \langle S | \hat{p}_x | X \rangle^* \quad (7.71)$$

munosabat o`rinlidir. (7.71) kattalik mavhumdir (chunki  $X_j$  va  $S$  - haqiqiy funksiyalar) va  $\langle X|\hat{p}_x|S\rangle = -\langle S|\hat{p}_x|X\rangle$ . Shuning uchun (7.70) integrallar va (7.71) tip kompleks-qo`shmalangan integrallar bitta haqiqiy  $R$  konstanta orqali

$$P = \frac{i\hbar}{m_0} \langle S|\hat{p}_x|X\rangle = \frac{\hbar^2}{m_0} \left\langle S \frac{\delta X}{\delta x} \right\rangle \quad (7.72)$$

ifodalanishi mumkin. Bu (7.69) yaqinlashishda (7.35) effektiv gamiltonianda  $\vec{k}$  bo`yicha chiziqli  $(\hbar/m_0)\vec{k} \cdot \vec{p}_{ab}$  elementlarni beradi.

Effektiv gamiltonianga  $\vec{k}$  bo`yicha kvadratik ulushlar  $\delta_{ab}/m_0$  proporsional bo`lgan hadlardan tashqari (7.34) bilan ifodalanuvchi  $(M_{ab}^{-1})_{ij}$  doimiyliklar to`plami bilan bog`langan hadlar bilan ham aniqlanadi. Bunday doimiyliklarning sonini simmetriya tasavvuriga ko`ra aniqlash mumkin [3]. Bu maqsadda (7.34) ifodadagi  $\beta$  bo`yicha olingan summani  $Ye_\beta(0)$  energiyali har bir sathning tuslanish karrasiga mos keluvchi alohida ulushlarni ifodalaovchi summalarga ajratamiz. Xususan, (7.34) ifodadagi  $g$ -karrali tuslangan  $Ye_\beta(0)$  sathning ulushini (7.69) munosabatni e`tiborga olib

$$\frac{m_0^{-2}}{\bar{E} - E_\beta(0)} \left( \sum_{\gamma=1}^g \langle u_{a0}|\hat{p}_i|u_\gamma\rangle \langle u_\gamma|\hat{p}_j|u_{b0}\rangle + \sum_{\gamma=1}^g \langle u_{a0}|\hat{p}_j|u_\gamma\rangle \langle u_\gamma|\hat{p}_i|u_{b0}\rangle \right) \quad (7.73)$$

ko`rinishda qayd qilish mumkin, bu yerda  $|u_\gamma\rangle$  - qaralayotgan tuslangan sathga mos keluvchi  $|u_{\beta 0}\rangle$  funksiyalar. Ixtiyoriy simmetriyaviy shakl almashtirishlarda  $|u_\gamma\rangle$  funksiyalar o`zlarini bitta multipletga tegishli hadlar kabi tutadi, u holda ular chiziqli shakl almashish ta'sirida boshqa energetik sathlarga tegishli xususiy funksiyalarni qayd qilmagan holda biri ikkinchisiga o`tadi. Bu hol simmetriyaviy shakl almashtirishlarda holatlar energiyasining o`zgarmas qolishi bilan izohlanadi. Qandaydir simmetriyaviy  $\hat{R}$  shakl almashtirish natijasida yuzaga keluvchi kattaliklarni shtrix orqali belgilaymiz:

$$|u'_\gamma\rangle = \hat{R}|u_\gamma\rangle = \sum_{\eta=1}^g R_{\eta\gamma} |u_\eta\rangle, \quad \langle u'_\gamma| = \sum_{\eta=1}^g R_{\nu\gamma}^* \langle u_\nu| \cdot R_{\eta\gamma} - \text{unitar matritsa, ya'ni}$$

$R_{\nu\gamma}^* = (R^+)_{\nu\gamma} = (R^{-1})_{\nu\gamma}$ . Shuning uchun:

$$\sum_{\gamma=1}^g |u'_\gamma\rangle \langle u'_\gamma| = \sum_{\eta=1}^g \sum_{\nu=1}^g |u_\eta\rangle \langle u_\nu| \sum_{\gamma=1}^g R_{\eta\gamma} (R^{-1})_{\nu\gamma} = \sum_{\eta=1}^g |u_\eta\rangle \langle u_\eta| \cdot \quad (7.74)$$

Bu tenglik ko`rsatadiki,  $|u_\gamma\rangle$  funksiyalarning shakl almashtirishlar qonuni (7.73) ifodaning transformatsion xossalariga o`z ta'sirini ko`rsatmaydi, chunki

$$\sum_{\gamma=1}^g \langle u'_{a0}|\hat{p}'_i|u'_\gamma\rangle \langle u'_\gamma|\hat{p}'_j|u'_{b0}\rangle = \sum_{\gamma=1}^g \langle u'_{a0}|\hat{p}'_i|u_\gamma\rangle \langle u'_\gamma|\hat{p}'_j|u_{b0}\rangle. \quad (7.75)$$

Bunday xulosa (7.34) ifodaga barcha, jumladan tuslanmagan sathlar tomonidan ham berilgan ulushlarga nisbatan ham o`rinlidir. Demak, (7.34)

ifodadagi barcha summaning transformatsion xususiyatlari faqat  $|u_{a0}\rangle, |u_{b0}\rangle$  bazis funksiyalarning xossalari hamda impuls operatorining vektor tabiatli ekani bilan aniqlanadi. Natijada

$$(M_{ab}^{-1})_{ij} \square \left\langle u_{a0} \left| \left( \frac{\delta}{\delta x_i} \frac{\delta}{\delta x_j} + \frac{\delta}{\delta x_j} \frac{\delta}{\delta x_i} \right) \right| u_{b0} \right\rangle. \quad (7.76)$$

(7.76) matritsaviy elementlar tahlilida, yuqoridagi kabi, bazis spinorlarning ortogonalligiga, integral osti funksiyalarining juftligiga e'tibor qaratamiz. Masalan,  $a=b=1,2$  shartda (7.76) kattaliklar ikkinchi rangli tenzorni hosil qiladi. Xususan kub singoniyali kristall uchun  $(M_{11}^{-1})_{ij} = (M_{22}^{-1})_{ij} \equiv \frac{1}{M} \delta_{ij}$  munosabat o`rinlidir, Agar yangi  $\frac{1}{m_c} \equiv \frac{1}{m_0} + \frac{1}{M}$  doimiylik kiritilsa, u holda

$$H_{11}^{eff}(\vec{k}) = H_{22}^{eff}(\vec{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m_c}. \quad (7.77)$$

Effektiv gamiltonianning  $a, b = 3, \dots, 8$  tartib raqamli ((7.69 yaqinlashish e'tiborga olingandagi) matritsaviy elementlarini batafsil ko`raylik. (7.76) ifodaga ko`ra bu elementlar quyidagi kattaliklar orqali ifodalangan

$$\left\langle X_k \left( \frac{\delta}{\delta x_i} \frac{\delta}{\delta x_j} + \frac{\delta}{\delta x_j} \frac{\delta}{\delta x_i} \right) X_l \right\rangle \square T_{kijl} = T_{kijl} \quad (7.78)$$

va u  $i, j$  indekslariga nisbatan simmetriyaviy bo`lgan to`rtinchi rang tenzor xossasiga ega. To`g`ridan -to`g`ri tekshirish metodi yordamida  $T_d$  kristall sinfi uchun barcha  $T_j$  komponentalar uchta o`zaro bog`lanmagan parametrlar orqali ifodalanadi va quyidagilar noldan farqli bo`ladi

$$T_{xxxx} = T_{yyyy} = T_{zzzz} \equiv \alpha, T_{xyyx} = T_{yzzy} = T_{zxxz} = T_{yxyx} = T_{zyyz} = T_{xzzx} \equiv \beta, \quad (7.79)$$

$$T_{xxyy} = T_{yyzz} = T_{zzxx} = T_{yyxx} = T_{zzyy} = T_{xxzz} = T_{xyxy} = T_{yzyz} = T_{zxxz} = T_{yxyx} = T_{zyzy} = T_{xzzx} \equiv \gamma.$$

Bu natija kub singoniyali boshqa kristall sinflari uchun ham o`rinlidir. Izotrop muhit uchun  $i, j$  larga nisbatan simmetriyaviy va koordinatalar uchun ixtiyoriy ortogonal shakl almashtirishlarga invariant bo`lgan  $T_{kijl}$ , tenzor faqat ikki parametrlar orqali ifodalanadi, ya'ni

$$T_{kijl}^{uzorpony} = \beta \delta_{kl} \delta_{ij} + \gamma (\delta_{kl} \delta_{ij} + \delta_{kj} \delta_{il}). \quad (7.79) \text{ ifodaalarga mos keladi, bunda}$$

$$\alpha = \beta + 2\gamma.$$

(7.34) ifodaga mos holda operatorli belgilashdan foydalansak, u holda

$$\hat{M}_{ij}^{-1} = \frac{1}{m_0^2} \sum_{\beta} \frac{\hat{p}_i |u_{\beta}\rangle \langle u_{\beta}| \hat{p}_j + \hat{p}_j |u_{\beta}\rangle \langle u_{\beta}| \hat{p}_i}{\bar{E} - E_{\beta}(0)}. \quad (7.80)$$

U holda (7.66) ifodadan  $|u_{30}\rangle$  ning aniq ko`rinishi tanlansa, u holda  $H_{33}^{eff}(\vec{k})$  matritsaviy elementga quyidagi ulush aniqlanadi



$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{4} \sum_i \sum_j k_i k_j (M_{33}^{-1})_{ij} &= \frac{\hbar^2}{2} \sum_i \sum_j k_i k_j \langle u_{30} | \hat{M}_{ij}^{-1} | u_{30} \rangle = \\ \frac{\hbar^2}{4} \sum_i \sum_j k_i k_j (\langle XM_{ij}^{-1} X \rangle - i \langle YM_{ij}^{-1} Y \rangle)_{ij} &+ i \langle XM_{ij}^{-1} Y \rangle + \langle YM_{ij}^{-1} Y \rangle = \\ \frac{\hbar^2}{4} \sum_i \sum_j k_i k_j (T_{xijx} - iT_{yijx} + iT_{xijy} + T_{yijy}) &= \frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{\alpha + \beta}{2} (k_x^2 + k_y^2) + \beta k_z^2 \right). \end{aligned}$$

Bu ifodani  $(E_a(0) + \hbar^2 k^2 / 2m_0) \delta_{ab}$  had bilan birlashtirilsa, u holda

$$H_{33}^{eff}(\vec{k}) = E_v + \frac{\hbar^2}{2} \left( \left( \frac{1}{m_0} + \frac{\alpha + \beta}{2} \right) (k_x^2 + k_y^2) + \left( \frac{1}{m_0} + \beta \right) k_z^2 \right). \quad (7.81)$$

Agar (7.79) ifodada kiritilgan  $\alpha$  va  $\beta$  konstantalarning o`rniga quyidagi yangi doimiyliklardan foydalanilsa

$$A = -\frac{\hbar^2}{2m_0} - \frac{\hbar^2}{6}(\alpha + 2\beta), \quad B = \frac{\hbar^2}{6}(\beta - \alpha) \quad (7.82)$$

u holda aniqlangan matritsaviy element quyidagicha qayd qilinadi

$$H_{33}^{eff}(\vec{k}) = E_v - \frac{\hbar^2}{2} \left( A + \frac{B}{2} \right) (k_x^2 + k_y^2) + (B - A) k_z^2$$

$H_{34}^{eff}(\vec{k})$  matritsaviy elementni shuning kabi aniqlaymiz

$$\begin{aligned} H_{34}^{eff}(\vec{k}) &= \frac{\hbar^2}{2} \sum_i \sum_j k_i k_j \langle u_{30} | \hat{M}_{ij}^{-1} | u_{40} \rangle = \frac{\hbar^2}{2} \sum_i \sum_j k_i k_j \frac{(-1)}{\sqrt{3}} (XM_{ij}^{-1} Z) - i (YM_{ij}^{-1} Z) = \\ &= -\frac{\hbar^2}{2\sqrt{3}} \sum_i \sum_j k_i k_j (T_{xijz} - iT_{yijz}) = -\frac{\hbar^2}{\sqrt{3}} \gamma k_z (k_x - ik_y). \end{aligned}$$

Quyidagi doimiylik kiritib  $D = -\frac{\hbar^2}{\sqrt{3}} \gamma$   $H_{34}^{eff}(\vec{k})$  matritsaviy elementni quyidagicha ifodalaymiz

$$H_{34}^{eff}(\vec{k}) = D k_z (k_x - ik_y). \quad (7.83)$$

Xuddi shuning kabi izlanayotgan  $H_{34}^{eff}(\vec{k})$  matritsaning (7.66) bazis funksiyalariga nisbatan matritsaviy elementlari aniqlanadi. Bu hisoblashlarda yangi konstantalar hosil bo`lmaydi. Amalda effektiv gamiltonian matritsasining uchburchak qismidagi matritsaviy elementlarni hisoblash kifoya, chunki qolgan matritsaviy elementlar quyidagi ermit shartidan aniqlanadi  $H_{ba}^{eff}(\vec{k}) = H_{ab}^{eff}(\vec{k})^*$ .

Aniqlangan  $H_{34}^{eff}(\vec{k})$  matritsani quyidagicha qayd qilish mumkin

(7.84)

Bu yerda

$$k_{\pm} = k_x \pm ik_y, \quad (7.85)$$

$$P = \frac{i\hbar}{m_0} \langle S \hat{p}_x X \rangle = \frac{\hbar^2}{m_0} \int d^3 \vec{r} S \frac{\delta X}{\delta x}, \quad (7.86)$$

	$ u_{10}\rangle$	$ u_{20}\rangle$	$ u_{30}\rangle$	$ u_{40}\rangle$	$ u_{50}\rangle$	$ u_{60}\rangle$	$ u_{70}\rangle$	$ u_{80}\rangle$
$\langle u_{10} $	$E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$	0	$\frac{iP}{\sqrt{2}}k_+$	$-i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$\frac{-iP}{\sqrt{6}}k_-$	0	$\frac{-iP}{\sqrt{3}}k_z$	$\frac{-iP}{\sqrt{3}}k_-$
$\langle u_{20} $	0	$E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$	0	$\frac{iP}{\sqrt{6}}k_+$	$-i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$\frac{-iP}{\sqrt{2}}k_-$	$\frac{-iP}{\sqrt{3}}k_+$	$\frac{iP}{\sqrt{3}}k_z$
$\langle u_{30} $	$\frac{-iP}{\sqrt{2}}k_-$	0	$F$	$H$	$I$	0	$\frac{H}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}I$
$\langle u_{40} $	$i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$\frac{-iP}{\sqrt{6}}k_-$	$H^*$	$G$	0	$I$	$\frac{G-F}{\sqrt{2}}$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}H$
$\langle u_{50} $	$\frac{iP}{\sqrt{6}}k_+$	$i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$I^*$	0	$G$	$-H$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}H^*$	$\frac{F-G}{\sqrt{2}}$
$\langle u_{60} $	0	$\frac{iP}{\sqrt{2}}k_+$	0	$I^*$	$-H^*$	$F$	$-\sqrt{2}I^*$	$-\frac{H^*}{\sqrt{2}}$
$\langle u_{70} $	$\frac{iP}{\sqrt{3}}k_z$	$\frac{iP}{\sqrt{3}}k_-$	$\frac{H^*}{\sqrt{2}}$	$\frac{G-F}{\sqrt{2}}$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}H$	$-\sqrt{2}I$	$\frac{F+G}{2} - \Delta$	0
$\langle u_{80} $	$\frac{iP}{\sqrt{3}}k_+$	$-\frac{iP}{\sqrt{3}}k_z$	$\sqrt{2}I^*$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}H^*$	$\frac{F-G}{\sqrt{2}}$	$\frac{H}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{F+G}{2} - \Delta$

$$F = E_v - (A + \frac{B}{2})(k_x^2 + k_y^2) - (A - B)k_z^2, G = E_v - (A - \frac{B}{2})(k_x^2 + k_y^2) - (A + B)k_z^2, \quad (7.87)$$

$$H = Dk_z k_-, I = \frac{\sqrt{3}}{2} B(k_x^2 - k_y^2) - iDk_x k_y,$$

$m_c, E_c, E_v, \Delta, P, A, B, D$  - zonaviy parametrlar.

(7.84) matritsa umumlashgan sakkiz zonali *Keyn modelining*  $\vec{k}\vec{p}$  - gamiltoniani deb yuritiladi. Bu modelda  $P$  parametr bilan bog'langan to'liq vektorga nisbatan chiziqli hadlar o'tkazuvchanlik zonasi ( $G_6$ ) va valent zonalar ( $G_8, G_7$ ) vertikal o'zaro ta'siri e'tiborga olinganligi tufayli,  $F, G, H, I$  ifodalardagi to'liq vektorga nisbatan kvadratli hadlar o'tkazuvchanlik zonasi ( $G_6$ ) va valent zonalar ( $G_8, G_7$ )ning novertikal, uzoq zonalar tomonidan indutsirlangan o'zaro ta'sir e'tiborga olinganligi tufayli hosil bo'ladi. Bunday modelda qaralayotgan har bir  $G_6, G_8, G_7$  zonalarga tegishli  $E_n(\vec{k})$  dispersiya qonuni (7.84) matritsaning xususiy qiymatlari  $Ye$  kattalikka nisbatan sakkizinchi darajali xarakteristik (sekulyar) algebraik tenglamaning ildizi (yechimi) bilan aniqlanadi, ya'ni

$$\det[H_{ab}^{eff}(\vec{k}) - E\delta_{ab}] = 0. \quad (7.88)$$

Endi (7.67) ifodadagi to'liq vektoriga nisbatan relyativistik chiziqli

hadlarni qaraymiz. Xozircha  $G_8$  valent zonasining (3, ... , 6 tartib raqamli) holatlari uchun matritsaviy elementlarni aniqlash bilan cheklanamiz. Bu hadlar  $(\hbar/m_0)\vec{k}\vec{\pi}_{ab}$  kattalikka yuqorida qayd qilingan relyativistik ulush e'tiborga olinmasa, u holda to'liqin vektoriga nisbatan chiziqli va quyida keltirilgan hadlar bo'lmaydi

$$H'_{ba}(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{4m_0^2c^2} \sum_{i,j,k=x,y,z} k_j e_{jik} \langle u_{a0} | \frac{\delta V}{\delta x_k} \hat{\sigma}_i | u_{b0} \rangle. \quad (7.89)$$

(7.89) kattalikda quyidagi integrallar mavjud

$$\left\langle X_l \frac{\delta V}{\delta x_k} X_m \right\rangle \equiv t_{lkm} \quad (7.90)$$

va u simmetriyaviy shakl almashtirishlarda o'zlarini uchinchi rang tenzor komponentalari kabi tutadi, ya'ni

$$t_{lkm} \square x_l x_k x_m. \quad (7.91)$$

Agar  $V(-\vec{r}) = V(\vec{r})$ , u holda (7.90) ifodadagi integral osti ifodasi radius vektorning bir yoki bir necha proyeksiyalarining ishorasi o'zgartirilsa, u holda o'z ishorasini o'zgartiradi va shuning uchun (7.90) integral nolga aylaniadi. Boshqacha aytganda, agar kristallning simmetriya guruhiga koordinatalar inversiyasi ( $x \rightarrow -x$ ,  $y \rightarrow -y$ ,  $z \rightarrow -z$ ) operatsiyasi mavjud bo'lsa, u holda (7.91) uchinchi rangli tenzor bunday tur simmetriyaviy shakl almashtirishlar natijasida nolga aylanishi isbotlanadi. Masalan, nuqtaviy simmetriyasi kubning to'la simmetriyasiga -  $O_h$  -guruhiga mos keluvchi Ge va Si kristallari uchun bunday hol o'rinlidir. Biroq ruxli temirtosh panjarali  $A_{III}B_V$  yarimo'tkazgichlar birikmalari kristallariga mos  $T_d$  simmetriya guruhida inversiya mavjud emas. Shu sababli bunday simmetriyali kristallarda (7.90) tenzor noldan farqli komponentalariga ega bo'ladi. Bu hol  $V(r)$  potensialda inversiya markazi bo'lmaganligi bois tekshirilayotgan kattalik ma'lum bir juftlikka ega bo'lmay qolishi mumkin va demak, bunday hollarda (7.90) munosabadagi integral osti ifodasi yuqorida qayd qilingan funksiya tabiatini yo'qotishi bilan tushuntiriladi. To'g'ridan - to'g'ri tekshirish metodiga ko'ra (7.90) tenzorning quyidagi komponentalarigina noldan faqarli va ular bir biriga bo'ladi, ya'ni

$$t_{xyz} = t_{yzx} = t_{zyx} = t_{yxz} = t_{xzy} = t_{zxy} \quad (7.92)$$

$a, b$  3, ..., 6 tartib raqamli (7.89) matritsani hisoblashda (7.92) tenglik e'tiborga olinsa va quyidagi belgilash kiritilsa, u holda

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\hbar^2}{4m_0^2c^2} t_{xyz} \quad (7.93)$$

$H'_{ab}(\vec{k})$  matritsaning (7.66) bazis funksiyalarga nisbatan hisoblangan matritsaviy elementlari quyidagicha ifodalanadi

	$ u_{30}\rangle$	$ u_{40}\rangle$	$ u_{50}\rangle$	$ u_{60}\rangle$
$\langle u_{30} $	0	$\tau k_+$	$-2\tau k_z$	$\sqrt{3}\tau k_-$

$\langle u_{40}  $	$\tau k_-$	0	$-\sqrt{3}\tau k_+$	$2\tau k_z$
$\langle u_{50}  $	$-2\tau k_z$	$-\sqrt{3}\tau k_-$	0	$\tau k_+$
$\langle u_{60}  $	$\sqrt{3}\tau k_+$	$2\tau k_z$	$\tau k_-$	0

(7.94)

Bu matritsaning elementlari  $a, b=3, \dots, 6$  tartib raqamli (7.84) matritsa elementlariga qo`shiladi.

Keyingi tahlillar ko`rsatadiki, (7.84) Keyn gamiltonianiga (7.94) ulushning e`tiborga olinishi G-nuqtadan tashqarida valent zonasi tarmoqlarining spinli ajralishiga olib keladi. Zonalarning spinli ajralishi  $T_d$  simmetriyali kristallarda (7.84) ifodada e`tiborga olinmagan  $\vec{k}\vec{p}$  - g`alayonlantirishning  $\vec{k}$  -to`lqin vektoriga nisbatan uchinchi darajali hadlar bilan bog`lash imkonini beradi. Ularning ichida norelyativistik hadlar ham bo`lib, ular eonaviy tuzilishga sezilarli ulushlar berishi mumkin [5]. Amalda spinli ajralishga bog`liq hadlar tufayli zonaviy strukturadagi o`zgarishlar e`tiborga olinmaydi.

#### 7.1.5. Keyn modelida zonaning neparabolikligi

(7.88) sekulyar tenglamaning ildizlari, umuman olganda, miqdoriy hisoblashlar bilan aniqlanadi. Biroq modeli zonaviy spektrning o`ziga xos taraflarini yoritish uchun (7.84) gamiltoniandagi arim hadlarga e`tibor qaratmaslik maqsadga muvofiq bo`ladi. Bundy nuqtai nazaridan (7.84) umumlashgan Keyn gamiltonianining qator matritsaviy elementlarini e`tiborga olinmasa yoki matritsaning o`lchamini aniq bir hollar uchun kamaytirilsa, u holda qator «Keyn modellari» uchun foydali ma`lumotlar olish imkonini beradi. Bunday hollarning ayrimlariga to`xtalib o`taylik. Buning uchun (7.84) effektiv gamiltoniandagi (7.94) relyativistik ulushga hamda tok tashuvchilar to`lqin vektoriga nisbatan kvadratli hadlarga e`tibor qaratmaylik. Bunday yaqinlashishida  $H$  va  $I$  kattaliklar nulga teng,  $F$  va  $G$  kattaliklar esa doimiy  $E_V$  kattalikka teng bo`ladi va gamiltonianda faqat zonalarning chetki qiymatlariga mos keluvchi  $E_c$ ,  $E_v$  hamda  $P$  va  $\Delta$  parametrlar qoladi. Natijada  $k = |\vec{k}|$  to`lqin vektorlarning kvadratli hadlarisiz qayd qilingan (7.84) Keyn gamiltoniani yordamida energetik spektrning izotrop modeli tavsiflanadi: bunda tok tashuvchilarning  $E_n(\vec{k})$  energetik spektri faqat  $k = |\vec{k}|$  kattalik orqali ifodalanadi. Bu esa masalani yanada soddalashtirish imkoni beradi. Xususan bunday holda energetik spektrni to`lqin vektorining tanlangan yo`nalishiga

$$k_x = k_y = 0, k = k_z > 0 \quad (7.95)$$

bog`liq holda tanlash imkonini beradi

Bunday holda (7.84) Keyn gamiltonianida  $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$  kattalikka mutanosib matritsaviy elementlar nolga teng bo`ladi va  $C_a(\vec{k})$  koeffitsiyentlar uchun qayd qilingan sakkizta bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasidan tashkil topgan hamda (7.66) bazisga asoslangan (7.28) to`lqin funksiyalarni aniqlash imkonini beruvchi (7.31) munosabat bir biriga bog`lanmagan uchta tenglamalar sistemi orqali ifodalanadi. Bu tenglamalar sistemasini quyidagicha matritsalar ko`rinishida qayd qilish mumkin

$$\begin{pmatrix} E_c - E & -i\sqrt{2/3}Pk_z & -iPk_z/\sqrt{3} \\ i\sqrt{2/3}Pk_z & E_v - E & 0 \\ iPk_z/\sqrt{3} & 0 & E_v - \Delta - E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_4 \\ C_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7.96)$$

$$\begin{pmatrix} E_c - E & -i\sqrt{2/3}Pk_z & iPk_z/\sqrt{3} \\ i\sqrt{2/3}Pk_z & E_v - E & 0 \\ -iPk_z/\sqrt{3} & 0 & E_v - \Delta - E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_2 \\ C_5 \\ C_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7.97)$$

$$\begin{pmatrix} E_v - E & 0 \\ 0 & E_v - E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_3 \\ C_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (7.98)$$

(7.98) sistemaning  $(E_v - E)^2 = 0$  xarakteristik tenglamasi ikkita:  $E_v = E$  ildizga ega bo`lib, ular tok tashuvchilar to`lqin vektoriga bog`liq bo`lmaydi. Bu yechim spinga nisbatan ikki karrali tushlangan og`ir kavaklar ( $hh$ )

$$E_{hh}(k) = E_v = const \quad (7.99)$$

energetik spektrini beradi va u  $\vec{k}\vec{p}$ -gamiltonianda kvadratik hadlar e`tiborga olinmagan yaqinlashishda dispersiyasiz bo`ladi, ya`ni tok tashuvchilar impulsiga bog`liq bo`lmaydi. Bu holda og`ir kavaklar effektiv massasini cheksiz qiymatli deb hisoblash mumkin.

(7.96) va (7.97) sistemalarning xarakteristik tenglamalari ayniydir. (7.96) va (7.97) tenglamalar sistemasini o`tkazuvchanlik zonasi (el), yengil kavaklar (lh) va spin-orbital (so) zonalarning o`zaro ta`sirlarini tavsiflaydi. Yuqorida qayd qilingan zonalarni tavsiflovchi engergetik spektrlarga tegishli har bir tarmoqlarning ikki karrali kramers tushlanganligi sababli tenglamalar sistemasining bittasini, masalan (7.96) munosabatni tahlil qilish kifoya.

Kelgusida katta qiymatli spin-orbital kengayish katta miqdorli, ya`ni  $\Delta \ll E_g$  shartni qanoatlantiruvchi yarimo`tkazgichlarni qaraymiz. Bunday holda spin-orbital kengaygan zonaga e`tibor qaratmaslik mumkin, ya`ni u

yengil kavaklar zonasi hamda o`tkazuvchanlik zonasidan yetarlicha «uzoqda» joylashgan deb hisoblaymiz. Haqiqatan ham, (7.96) tenglamalar sistemasining uchinchisidan ko`rinyaptiki, agar  $C_1$  yetarlicha kichik bo`lmagan qiymatlar sohasida yengil kavaklar zonasining shipiga hamda o`tkazuvchanlik zonasining bo`sag`asiga yaqin joylashgan holatlar kichik qiymatli bo`lmaydi. Bu holda  $\Delta$  kattalikka mutanosib bo`lganligi sababli  $C_7 \propto (E_v - \Delta - E)^{-1} C_1$  koeffitsiyent kichik qiymatli bo`ladi. Shunday qilib, (7.96)-(7.97) matritsalarda uchinchi qator va uchinchi ustun elementlarini o`chirish bilan ikki zonali (spinga nisbatan ikki karrali aynish e`tiborga olinganida to`rt zonali) izotrop energetik spektrli modelga, ya`ni sodda Keyn modeliga kelamiz.

a) ikki zonali izotrop Keyn modeli. Bu modelda effektiv gamiltonian quyidagi ko`rinishda qayd qilinadi

$$\hat{H}^{eff}(k_z) = \begin{pmatrix} E_c & -i\sqrt{2/3}Pk_z \\ i\sqrt{2/3}Pk_z & E_v \end{pmatrix}. \quad (7.100)$$

Elektronning (7.28) to`lqin funksiyalari ikkita koeffitsiyent orqali ifodalandi, ya`ni (bu holda koeffitsiyentlarning indekslarining belgilanishida bazis funksiyalar tartib raqamlariga e`tibor qaratilgan),

$$|\psi_{\vec{k}}\rangle = C_1(k_z)e^{ik_z z} |u_{10}\rangle + C_4(k_z)e^{ik_z z} |u_{40}\rangle \quad (7.101)$$

va u (7.31) ikkita bir jinsli tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi

$$\begin{cases} (E_c - E)C_1 - i\sqrt{2/3}Pk_z C_4 = 0 \\ i\sqrt{2/3}Pk_z C_1 + (E_v - E)C_4 = 0 \end{cases} \quad (7.102)$$

Bu sistemaning xarakteristik tenglamasining ko`rinishi quyidagicha bo`ladi

$$(E_c - E)(E_v - E) - \frac{2}{3}P^2k^2 = 0 \quad (7.103)$$

bu yerda  $k_z = k = |\vec{k}|$  -uch o`lchamli to`lqin vektor kattaligi ekani e`tiborga

olingan. (7.103) kvadrat tenglamaning ikki  $E = E_c - \frac{E_g}{2} \pm \sqrt{\frac{E_g^2}{4} + \frac{2}{3}P^2k^2}$  ildizi

bir biridan  $E_g = E_c - E_v$  energetik tirqish bilan ajralgan o`tkazuvchanlik zonasi (el) va valent zonasidagi (lh) energetik spektrlarni ifodalaydi, ya`ni

$$E_{el}(k) = E_c - \frac{E_g}{2} + \frac{E_g}{2} \sqrt{1 + \frac{8P^2}{3E_g^2}k^2}, E_{lh}(k) = E_c - \frac{E_g}{2} - \frac{E_g}{2} \sqrt{1 + \frac{8P^2}{3E_g^2}k^2}. \quad (7.104)$$

Energetik spektrning (7.104) ikki tarmog`ining har biri (7.102) tenglamalar sistemasining yechimlariga mos keladi. Bunday yechimlarni  $C_a$  komponentali  $\hat{C}$  ustun matritsa kabi qayd qilish mumkin. Bunday ustun matritsalarining birga normalalanganligiga e'tibor qaratilmasa, u holda

$$\hat{C}_{el}(k_z) \equiv \begin{pmatrix} C_1 \\ C_4 \end{pmatrix}_{el} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i\sqrt{2/3}Pk_z \\ E_v - E_{el}(k_z) \end{pmatrix}, \hat{C}_{lh}(k_z) \equiv \begin{pmatrix} C_1 \\ C_4 \end{pmatrix}_{lh} = \begin{pmatrix} i\sqrt{2/3}Pk_z \\ E_c - E_{lh}(k_z) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (7.105)$$

Rasman oddiy ko`ringani bilan ikki zonali model yordamida ko`p zonali Keyn modelining qator – zonaning noparabolikligi, tok tashuvchilar effektiv massasining ta'qiqlangan zona kenligiga bog`liqligi kabi o`ziga xosliklarni tushuntirish mumkin. Haqiqatan ham, (7.104) ko`rinyaptiki, energetik spektrning har ikki tarmog`ida ham elektronning energiyasi  $\hbar k$  impulsga nisbatan bog`lanishi kvadratik qonunga bo`ysunmaydi. Bunday sferik bog`lanishdan chetlashish noparaboliklik energetik spektr 7.2 rasmda tasvirlangan: Brilliyen zonasining markaziga yaqin sohalarda zonalarning dispersiya qonuniyatida parabolik munosabat kuzatiladi, chunki bu sohada (7.104) ifodani kichik miqdorli  $\frac{8P^2k^2}{3E_g^2} \ll 1$  kattalikka nisbatan qatorga yoyilib

va birinchi tartibli yaqinlashishda quyidagi munosabatlarni olish mumkin

$$E_{el}(k)|_{k \rightarrow 0} = E_c + \frac{2P^2}{3E_g}k^2 \equiv E_c + \frac{\hbar^2k^2}{2m}, \quad (7.106)$$

$$E_{lh}(k)|_{k \rightarrow 0} = E_c - E_g - \frac{2P^2}{3E_g}k^2 \equiv E_v - \frac{\hbar^2k^2}{2m}, \quad (7.107)$$

bu yerda  $m$  elektronning effektiv massasi zonalarning bunday sohalarda quyidagicha ifodalanadi

$$\frac{\hbar^2}{2m} = \frac{2P^2}{3E_g} \quad (7.108)$$

va bu ifodadan ta'qiqlangan zonaning miqdoran ortishi bilan effektiv massaning ortishi kelib chiqadi.

Zonaning noparabolikligi o`tkazuvchanlik va valent zonalaridagi tok tashuvchilar to`lqin funksiyalarining suvashib ketishi bilan tushuntiriladi. Haqiqatan ham,  $\vec{k} = 0$  nuqtada (7.105) tenglamaning yechimi oddiy ko`rinishda bo`ladi:

$$\hat{C}_{el}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{C}_{lh}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7.109)$$

valent zonasi shipi, oʻtkazuvchanlik zonasi boʻsagʻasidagi tok tashuvchilarning (7.101) toʻlqin funksiyalari faqat bittadan noldan farqli tashkil etuvchiga ega boʻladi. Toʻlqin vektorining miqdoran ortishi bilan ikki yechimlarning har birida boshqa bazis funksiyalarning «aralashmasi» paydo boʻladi, chunki (7.105) ifodadagi  $C_a$  kattalikning ikkala komponentasi ham noldan farqli boʻladi.

b) *el*, *lh*, *so* izotrop tarmoqlar uchun uch zonali Keyn modeli ((*hh*) ogʻir kavaklar tarmogʻi eʻtiborga olinmagan hol). Bu model uchun effektiv gamiltonian (7.96) tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi (agar zonaning ikki karrali kramers tuslanishi eʻtiborga olinsa, u holda (7.97) tenglamalar sistemasini qaraladi):



7.2 rasm. Ikki zonali izotrop Keyn modelida elektronning energetik spektri. a -  $k^2(E)$  bogʻlanish grafigidan olingan  $E(k^2)$  bogʻlanishning grafigi va u (7.103) dispersiya munosabatidan bajarilgan. Bu yerda  $E$  energiya va  $\vec{k}$  toʻlqin vektor oʻlchamsiz kattalik sifatida tanlangan. Zonaning neparabolikligi grafigda zonani tasvirlovchi egriliklarning nohiziqligidan hosil boʻladi. Punktir bilan  $k^2 < 0$  sohada, yaʻni toʻlqin vektorining mavhum, yaʻni taʻqiqlangan zonaga mos keluvchi qiymatlar sohasidagi  $k^2(E)$  munosabatning koʻrinishi tasvirlangan. b -  $E(k)$  munosabatning grafigi; zonaning neparabolikligi  $|E| \square E_g$  sohada egriliklarning toʻgʻrilanishga intilishida sodir boʻladi. Punktir bilan energiyaning katta qiymatlar sohasiga mos keluvchi asimptotika tasvirlangan. Spekrning bunday koʻrinishi, ayrim hollarda, «dirak» spektri deb nomlanadi, chunki natijaning relyativistik kvant nazariyasidagi elektronlar va pozitronlarning vakuumdagi energetik spektrini anglatuvchi Dirak tenglamasining natijasiga oʻxshashligi bor [12].



$$\hat{H}^{eff}(k_z) = \begin{pmatrix} E_c & -i\sqrt{2/3}Pk_z & -iPk_z/\sqrt{3} \\ i\sqrt{2/3}Pk_z & E_v & 0 \\ iPk_z/\sqrt{3} & 0 & E_v - \Delta \end{pmatrix}. \quad (7.110)$$

(7.96) va (7.97) sistemalarning xarakteristik tenglamalari energiyaga nisbatan uchinchi darajali algebraik tenglamani beradi, ya'ni

$$(E_c - E)(E_v - E)(E_v - \Delta - E) - P^2k^2(E_v - E - 2\Delta/3) = 0, \quad (7.111)$$

bu yerda  $k_z = k = |\vec{k}|$ . Bu tenglama uchta  $E_{el}(k), E_{lh}(k), E_{so}(k)$  yechimga ega bo'ladi. Ildizlarning ifodalari shaklan murakkab va shu sababli (7.111) ifodadan bevosita hosil bo'luvchi

$$k^2(E) = \frac{1}{P^2} \frac{(E_c - E)(E_v - E)(E_v - E + \Delta)}{(E - E_v + 2\Delta/3)}. \quad (7.112)$$

bog'lanishning tahlillarini bajarish qulaydir,

(7.112) funksiyalarning gorizontol o'q sifatida  $k^2$  tanlangan grafik energetik spektr tarmoqlarining  $k$  to'lqin vektoriga bog'liqligini ifodalaydi. So'ngra  $E_{el}(k), E_{lh}(k), E_{so}(k)$  munosabatlarning grafiklarini qurish imkoni yaratiladi. Bunday natijalar 7.3-7.4 rasmlarda tasvirlangan.

Barcha energetik tarmoqlar to'lqin vektorga nisbatan noparabolik bog'lanishda bo'lib, kvadratik bog'lanish to'lqin vektorning kichik qiymatlar sohasida kuzatiladi. O'tkazuvchanlik zonasining ixtiyoriy sohasida parabolik yaqinlashishdan foydalanish uchun (7.112)dagi qavsning sur'atidagi birinchi qavsdan tashqari barchasida  $E = E_c$  deb olinsa, u holda  $E - E_c \approx \hbar^2 k^2 / 2m$  munosabatga ega bo'lamiz, bu yerda  $m$  elektronning effektiv massasi quyidagi ifoda yordamida aniqlanadi

$$\frac{\hbar^2}{2m} = \frac{P^2(E_g + 2\Delta/3)}{E_g(E_g + \Delta)} = \frac{P^2}{3} \left( \frac{2}{E_g} + \frac{1}{E_g + \Delta} \right). \quad (7.113)$$

Xuddi shuningdek lh- va so-kavaklarning effektiv massalari uchun

$$\frac{\hbar^2}{2m_{lh}} = \frac{2P^2}{3E_g}, \quad \frac{\hbar^2}{2m_{so}} = \frac{P^2}{3(E_g + \Delta)}. \quad (7.114)$$

Tok tashuvchilar to'lqin vektoriga nisbatan kvadratli hadlarga ega bo'lmagan gamiltonianli Keyn modeli kam sonli noma'lum parametrlar ishtirokidagi murakkab zonaviy spektr va to'lqin funksiyalar to'g'risida ko'p ma'lumotlar olish imkonini beradi, biroq o'ziga xos kamchiliklarga ham ega. Masalan,  $E_g$  energetik tirqishning eksperimental qiymatini bilgan holda hamda bittagina  $P$  parametrqa qiymatlar berib (7.113)-(7.114) ifodalarga ko'ra bir vaqtda uchchala (el, lh, so) ekstremumlarga tegishli effektiv massalarning

eksperimentda kuzatilgan qiymatlarini aniqlash imkoniyati yo`q. Shuningdek bu modelning yana bir noqulay tarafi og`ir kavaklar ( $hh$ ) zonasining tahlilida  $\vec{k}$  ga nisbatan kvadratik hadlari bo`lmagan ( $A = B = D = 0$ ) (7.84) ko`rinishdagi Keyn gamiltoniani og`ir kavak uchun  $m_{hh} \rightarrow \infty$  shartni qanoatlantiruvchi (7.99) natijani beradi. Bunda  $v$ )  $so$ -zona e`tiborga olinmaganida uch zonali izotrop modeliga ko`ra yarimo`tkazgichning zonaviy tuzilishi parabolik  $hh$  zona va noparabolik zona  $el$ ,  $lh$  zonalardan iboratligi kelib chiqadi. Yana  $so$ -zonaga e`tibor qaratmaylik, ya`ni (7.84) gamiltonianda ( $G_7$   $so$ -zonaga tegishli) 7, 8 tartib raqamli barcha matritsaviy elementlarni e`tiborga olmaymiz. Bu hol, masalan, valent zonasining ekstremal qiymati atrofidagi sohalardagi kavaklar qaralganida, ya`ni  $|E - E_v| \ll \Delta$  shartda o`rinlidir. Bundan tashqari izotrop modelni tanlaymiz, , ya`ni (7.79) ifodada  $\gamma = (\alpha - \beta)/2$  deb hisoblaymiz. U holda (7.82)-(7.83) ifodalarga ko`ra (7.84)-(7.87) ifodalarda

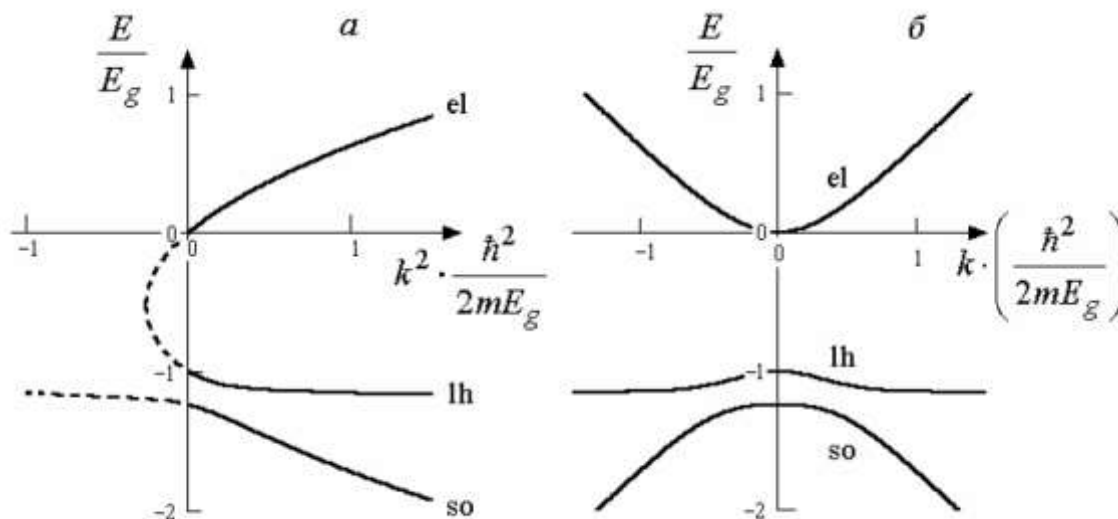
$$D = \sqrt{3}B \quad (7.115)$$

munosabatni e`tiborga olamiz.

Izotropiya modeliga ko`ra olingan natijalar quyida hol uchun ham o`rinlidir

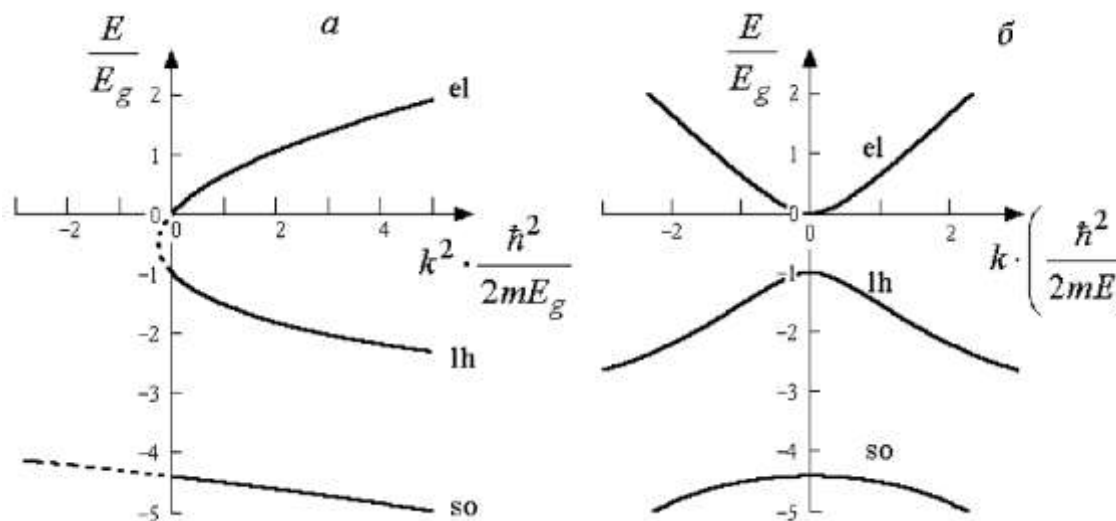
$$k_z = 0, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2. \quad (7.116)$$

Natijada qaralayotgan  $6 \times 6$  o`lchamli  $\vec{k}\vec{p}$ -gamiltonian quyidagi ko`rinishga keladi:



7.3 rasm. Uch zonali izotrop Keyn modelida elektronning energetik spektri. Model o`tkazuvchanlik zonasi ( $el$ ), yengil kavaklar ( $lh$ ) va spin-orbital kengaygan ( $so$ ) zonalarni o`z ichiga oladi. Spekrning bu yerda tasvirlanishi 7.2 rasmdagiga mos keladi, biroq elektronlarning effektiv massasi (7.113)

munosabatdan aniqlangan. Spin-orbital kengayishning nisbiy qiymati  $\Delta/E_g = 0.24$  va u *GaAs* yarimo`tkazgichiga mos keladi. Miqdoriy baholashlarda xona temperaturasida bu yarimo`tkazgichda  $E_g = 1,42$  eV,  $m/m_0 = 0,067$  – o`tkazuvchanlik zonasida elektronning effektiv massasi.



7.4 rasm. Spin-orbital kengayishning  $\Delta/E_g = 3,4$  qiymatiga nisbatan uch zonali izotrop Keyn modelida elektronning energetik spektri. Bu miqdor *InSb* yarimo`tkazgichiga mos keladi. Miqdoran baholashlarda *InSb* yarimo`tkazgichi uchun xona temperaturasida  $E_g = 0,18$  eV,  $m/m_0 = 0,013$  – o`tkazuvchanlik zonasi bo`lag`asidagi elektronning effektiv massasi.

bu yerda

$$F = E_v - (A + \frac{B}{2})(k_x^2 + k_y^2), G = E_v - (A - \frac{B}{2})(k_x^2 + k_y^2), I = \frac{\sqrt{3}}{2} Bk_z^2, \quad (7.118)$$

Umuman olganda (7.117) gamiltonian 1, 3, 5 hamda 2, 4, 6 tartib raqamli bazisli holatlarning o`zaro ta`sirini ifodalaydi, biroq bu ikki to`plam holatlar bir- biri bilan o`zaro ta`sirlashmaydi (oxirgi holga mos keluvchi matritsaviy elementlar nolga tengdir). Shuning uchun (7.66) bazisga ko`ra tanlangan (7.28) to`lqin funksiyalarni aniqlovchi  $C_a(\vec{k})$  koeffitsiyentlar uchun qayd qilingan oltita bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasidan tashkil topgan (7.31) ( $G_7$ -holatlar bundan mustasno) har biri uchta tenglamalardan tashkil topgan ikkita tenglamalar sistemasiga aylanadi. Ikki karrali kramers tuslanishiga ko`ra ikkala sistema energetik spektrning bir xil tarmoqlarini ifodalaydi. Shu sababli bitta, masalan, 1, 5, 3 tartib raqamli koeffitsiyentlar uchun qayd qilingan tenglamalar sistemasini tahlil qilish kifoya (tartib raqamlar ketma- ketligi asosiy rol o`ynamaydi).

	$ u_{10}\rangle$	$ u_{20}\rangle$	$ u_{30}\rangle$	$ u_{40}\rangle$	$ u_{50}\rangle$	$ u_{60}\rangle$
$\langle u_{10} $	$E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$	0	$\frac{iP}{\sqrt{2}} k_+$	0	$\frac{-iP}{\sqrt{6}} k_-$	0
$\langle u_{20} $	0	$E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}$	0	$\frac{iP}{\sqrt{6}} k_+$	0	$\frac{-iP}{\sqrt{2}} k_-$
$\langle u_{30} $	$\frac{-iP}{\sqrt{2}} k_-$	0	$F$	0	$I$	0
$\langle u_{40} $	0	$\frac{-iP}{\sqrt{6}} k_-$	0	$G$	0	$I$
$\langle u_{50} $	$\frac{iP}{\sqrt{6}} k_+$	0	$I^*$	0	$G$	0
$\langle u_{60} $	0	$\frac{iP}{\sqrt{2}} k_+$	0	$I^*$	0	$F$

(7.117)

Natijada hosil bo'lgan (birinchi diagonal matritsaviy elementda kvadrat had e'tiborga olinmagan holda)  $3 \times 3$  o'lchamli effektiv gamiltonian quyidagicha ifodalanadi

	$ u_{10}\rangle$	$ u_{50}\rangle$	$ u_{30}\rangle$
$\langle u_{10} $	$E_c$	$\frac{-iP}{\sqrt{6}} k_-$	$\frac{iP}{\sqrt{2}} k_+$
$\langle u_{50} $	$\frac{iP}{\sqrt{6}} k_+$	$E_v - \left(A - \frac{B}{2}\right) k^2$	$\sqrt{3} \frac{B}{2} k_+^2$
$\langle u_{30} $	$\frac{-iP}{\sqrt{2}} k_-$	$\sqrt{3} \frac{B}{2} k_-^2$	$E_v - \left(A + \frac{B}{2}\right) k^2$

(7.119)

Bunday tur soddalashtirish (7.117) ifodadagi  $m_c$  kattalikni cheksiz qiymatli deb tanlanishga ayniydir va bu hol kelgusida tahlil qilinadi.

Bu modelda  $E(k)$  uchun qayd qilingan xarakteristik tenglama quyidagi ko'rinishini oladi

$$\left(E_v - (A - B)k^2 - E\right) \left( (E_c - E)(E_v - (A + B)k^2 - E) - \frac{2}{3} P^2 k^2 \right) = 0. \quad (7.120)$$

Kub tenglama (7.120) uchchala ildizidan (7.120) ifodadagi birinchi qavsning nolga aylanishini ta'minlaydi va og'ir kavaklarning quyidagi parabolik energetik spektrini ifodalaydi

$$E_{hh}(k) = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{hh}}, \quad (7.121)$$

bu yerda

$$\frac{\hbar^2}{2m_{hh}} = A - B. \quad (7.122)$$

qolgan ikki ildizlar (7.120) ifodadagi ikkinchi qavsning nolga aylanishiga olib keladi va ular o'tkazuvchanlik zonasidagi elektronlarning va valent zonasidagi yengil kavaklarning noparabolik energetik spektrlarini beradi (7.5 rasm) va quyidagicha ifodalanadi

$$E_{el}(k) = E_c - \frac{1}{2}(E_g - (A+B)k^2) + \sqrt{\frac{1}{4}(E_g + (A+B)k^2)^2 + \frac{2}{3}P^2k^2}, \quad (7.123)$$

$$E_{lh}(k) = E_c - \frac{1}{2}(E_g + (A+B)k^2) - \sqrt{\frac{1}{4}(E_g + (A+B)k^2)^2 + \frac{2}{3}P^2k^2}. \quad (7.124)$$

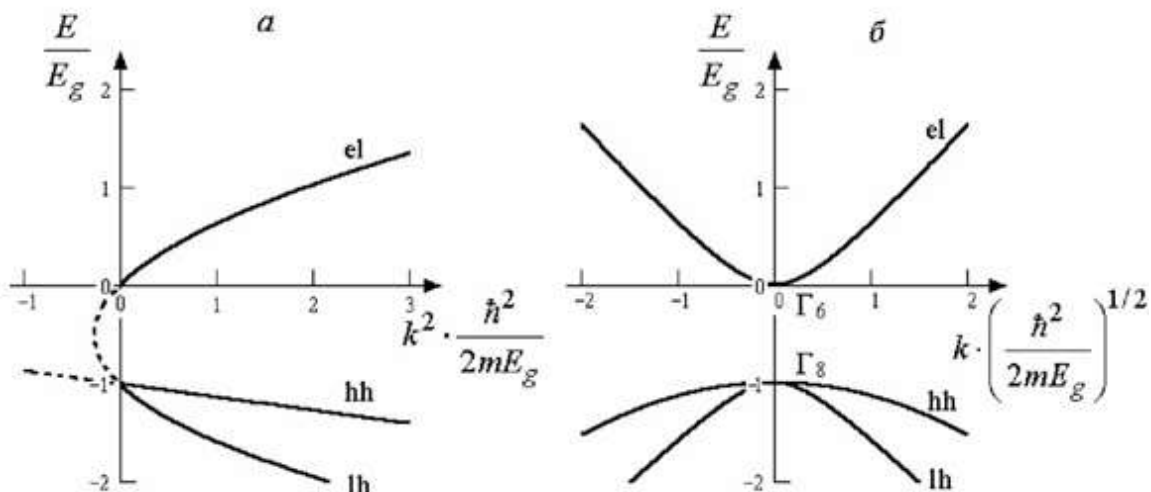
Kvadratik yaqinlashishda bu zonalar, ya'ni energetik spektrlar elektronlarning ( $m$ ) va yengil kavaklarning ( $m_{lh}$ ) effektiv massalarining

$$\frac{\hbar^2}{2m} = \frac{2P^2}{3E_g}, \quad \frac{\hbar^2}{2m_{lh}} = A + B + \frac{2P^2}{3E_g} \quad (7.125)$$

ifodalari bilan aniqlanadi

Shunday qilib, (7.119) (yoki (7.117)) gamiltonianli modelda  $P$  Keyn parametri yordamida faqat elektron va kavaklar ( $el$ ,  $lh$ ) effektiv massalari va noparaboliklik kattaligi aniqlanadi. Og'ir kavaklar ( $hh$ ) zonasi esa parabolik bo'lib effektiv massalari  $A - B$  parametr yordamida aniqlanadi.  $A$ ,  $B$ ,  $P$  uchta parametrlar  $E_g$  ta'qiqlangan zona kengligini tanlangan qiymatida  $m$ ,  $m_{lh}$ ,  $m_{hh}$  effektiv massalarning eksperimental o'rta qiymatlarini (7.122) va (7.125) ifodalarga ko'ra izotrop yaqinlashishda aniqlash imkonini beradi.

(7.119) (yoki (7.117)) munosabatdagi  $E_c$  kattalikka to'liq vektorga kvadrat bog'langan  $\hbar^2 k^2 / (2m_c)$  ulushni e'tiborga olinganida sodir bo'ladigan holni tahlil qilaylik. Bu ulush og'ir kavaklar energetik spektriga ta'sir etmaydi, biroq yengil kavaklar energetik spektrining o'zgarishiga olib keladi. Natijada yengil kavaklar uchun (7.120) munosabatdan kelib chiquvchi  $k^2$  ga nisbatan birinchi darajali tenglamaning o'rniga  $k^2(E)$  kattalikka nisbatan quyidagi kvadrat tenglamani olamiz



7.5 rasm.  $G_8$  valent zonasi uch zonal izotrop modeliga ko'ra hisoblangan  $\vec{k}$  ga nisbatan kvadratik energetik spektri. Bu modelda spin-orbital kengaygan  $G_7$  zona e'tiborga olinmagan (7.122) va (7.125) ifodalardagi  $P^2/(E_g)$ ,  $A, B$ , parametrlar miqdoran effektiv massalarning  $GaAs$  yarimo'tkazgichiga mos keladigan  $m = 0.067m_0, m_{hh} = 0.07m_0, m_{lh} = 0.5m_0$  miqdorlariga mos holda tanlangan.

$$\left(E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} - E\right) \left(E_v - (A+B)k^2 - E\right) - \frac{2}{3} P^2 k^2 = 0. \quad (7.126)$$

$k \rightarrow 0$  holda yengil kavaklar massasi hamon (7.125) ifoda yordamida aniqlanishi kelib chiqadi, biroq o'tkazuvchanlik zonasi bo'sag'asi sohasidagi elektronning  $m$  massasi ikkita  $P, m_c$  parametrlar yordamida aniqlanadi:

$$\frac{\hbar^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m_c} + \frac{2P^2}{3E_g}. \quad (7.127)$$

Natijada, (7.127) ifodadgi  $m$  massani miqdoran o'tkazuvchanlik zonasi bo'sag'asi sohasidagi elektron effektiv massasining eksperimental qiymatiga nisbatan tanlab  $P$  Keyn parametrini miqdoran tanlash imkoniyati yaratiladi va uning yordamida yengil kavaklar energetik spektrining noparabolikligini nazorat qilish mumkin bo'ladi. Masalan  $P=0$  ( $m_c=m$ ) shartda (7.126) tenglama bir biri bilan o'zaro bog'lanmagan  $el$  va  $lh$  parabolik zonalarni tavsiflaydi. Bunda tanlangan model, ya'ni (7.119) munosabat bir-biri bilan bog'lanmagan uchta bir zonal modellarning to'plamidan iborat bo'lib qoladi.  $P$  ning ( $m$  ning aniq bir qiymatiga mos keluvchi  $m_c$  ning) miqdoran ortishi bilan  $el-lh$  zonalarning o'zaro ta'siri sodir bo'ladi va bu

zonalarga tegishli energetik spektrlarda noparaboliklik sodir bo`ladi.  $m_c \gg m$  shartda yuqorida qayd qilingan (7.123) -(7.124) energetik spektrlar aniqlanadi.

(7.126) tenglamada to`lqin vektor kvadratining ikkinchi darajali hadlar paydo bo`lganligi bois bu tenglama  $k^2(E)$  ga nisbatan ikkita ildizga ega bo`ladi va ular 7.6- rasmda tasvirlangan.

Shunday qilib,  $m_c = m$  ( $P=0$ ) shartda ikki ildizning har biri spektrning alohida- alohida (parabolik energetik spektrli) tarmoqlarini ifodalaydi,  $P \neq 0$  holda esa  $k^2$  ning bitta ildizi energiyaning ixtiyoriy qiymatlarida manfiy qiymatga ega bo`ladi va bu hol aniq bir fizik mazmunga ega bo`lmaydi.

Bir jinsli hajmiy kristallning energetik spektrida  $k^2 < 0$  soha hech qanday rol o`ynamaydi. Bunday fizik mohiyatga ega bo`lmagan yechimlarning mavjud bo`lishi maqsadga muvofiq emas [6].  $m_c$  parametrning kiritilishi energetik spektrda sodir bo`ladigan noparaboliklikka katta yangilik kiritmaydi, biroq dispersion tenglamaning fizik mazmun kasb etmagan yechimining mavjudligiga olib keladi. Shu mazmunda Keyn modelidagi gamiltonianlarda  $\hbar^2 k^2 / (2m_c)$  kattalikni e`tiborga olish katta mazmun kasb etmaydi.

g)  $8 \times 8$  o`lchamli to`lqin vektorga nisbatan kvadratli hadlari bo`lmagan gamiltonianli «to`rt zonali» Keyn modeli. Bu holda (7.84)-(7.87) effektiv gamiltonianga qaytamiz va unda  $A=B=D=0$ ,  $m_c = \infty$  deb hisoblaymiz. Ma`lumki, bunday holda (7.84) gamiltonian to`lqin vektor kvadratiga bog`liq bo`lgan hadlarga ega bo`lmaydi va u har biri spinga nisbatan ikki karrali tuslangan to`rtta:  $el$ ,  $lh$ ,  $so$  va  $hh$  ( $m_{hh} \rightarrow \infty$   $m_{hh}$  massali) tarmoqdan tashkil topgan izotrop energetik spektrni ifodalaydi. (7.31) tenglamalarni bu modelda spinor-vektor ko`rinishda qayd qilish mumkin [13] va ular effektiv massa energiyaga bog`liq bo`lgan bir spinorli tenglama ko`rinishda qayd qilish mumkinligini ko`rsatamiz.

Yuqorida qayd qilingan yaqinlashishda sakkizta bir jinsli algebraik tenglamalardan tashkil topgan va (7.66) bazisda (7.28) to`lqin funksiyalarni aniqlash imkonini beruvchi  $C_a(\vec{k})$  koeffitsiyentlar uchun qayd qilingan (7.31) tenglamalar sistemasi quyidagi ko`rinishda ifodalanadi

$$\begin{cases} (E_c - E)C_1 + \frac{iPk_+}{\sqrt{2}}C_3 - i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_zC_4 - \frac{iPk_-}{\sqrt{6}}C_5 - \frac{iPk_z}{\sqrt{3}}C_7 - \frac{iPk_-}{\sqrt{3}}C_8 = 0, \\ (E_c - E)C_2 + \frac{iPk_+}{\sqrt{6}}C_4 - i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_zC_5 - \frac{iPk_-}{\sqrt{2}}C_6 - \frac{iPk_+}{\sqrt{3}}C_7 + \frac{iPk_z}{\sqrt{3}}C_8 = 0, \end{cases} \quad (7.128)$$

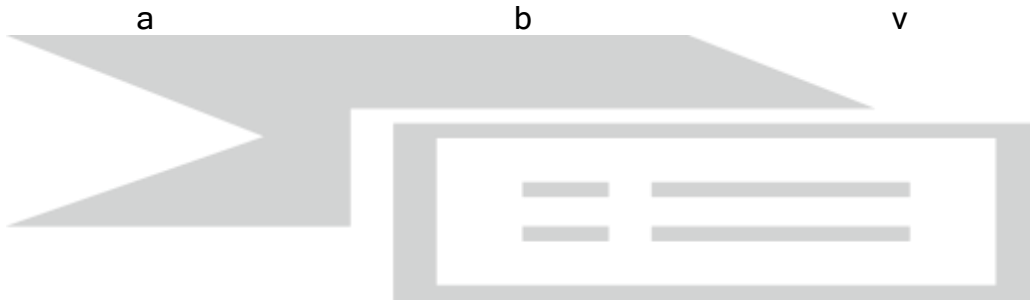
$$\begin{cases} (E_v - E)C_3 - \frac{iPk_-}{\sqrt{2}}C_1 = 0, \\ (E_v - E)C_4 + i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_zC_1 - \frac{iPk_-}{\sqrt{6}}C_2 = 0, \\ (E_v - E)C_5 + \frac{iPk_+}{\sqrt{6}}C_1 + i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_zC_2 = 0, \\ (E_v - E)C_6 + \frac{iPk_+}{\sqrt{2}}C_2 = 0, \end{cases} \quad (7.129)$$

$$\begin{cases} (E_v - \Delta - E)C_7 + \frac{iPk_z}{\sqrt{3}}C_1 + \frac{iPk_-}{\sqrt{3}}C_2 = 0, \\ (E_v - \Delta - E)C_8 + \frac{iPk_+}{\sqrt{3}}C_1 - \frac{iPk_z}{\sqrt{3}}C_2 = 0. \end{cases} \quad (7.130)$$

(7.129)-(7.130) tenglamalardan  $C_3(\vec{k}), \dots, C_8(\vec{k})$  koefitsiyentlarni

$C_1, C_2$  orqali ifodalash mumkin, ya'ni

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{-iP}{\sqrt{2}} \frac{k_-}{E - E_v} C_1, C_4 = \frac{iP}{\sqrt{6}} \frac{1}{E - E_v} (2k_z C_1 - k_- C_2), C_5 = \frac{iP}{\sqrt{6}} \frac{1}{E - E_v} (2k_+ C_1 + k_z C_2), \\ C_6 &= \frac{iP}{\sqrt{2}} \frac{k_+}{E - E_v} C_2, C_7 = \frac{iP}{\sqrt{3}} \frac{1}{E - E_v + \Delta} (k_z C_1 + k_- C_2), C_8 = \frac{iP}{\sqrt{3}} \frac{1}{E - E_v + \Delta} (k_+ C_1 - k_z C_2) \end{aligned} \quad (7.131)$$



7.6 rasm.  $k^2(E)$  ga nisbatan qayd qilingan (7.126) tenglama ikkita ildizlarining tasvirlanishi. a -  $m_c = m = 0,067 m_0$  ( $P=0$ ) holda har ikkala ildizlar  $k^2(E)$  ga nisbatan chiziqli bog'lanishli bo'ladi (parabolik energetik spektr), ularning grafiklari ikkita o'zaro kesishuvchi to'g'ri chiziq bilan tasvirlanadi. A, B,  $E_g$  parametrlar uchun 7.5 rasmda qayd qilinadi miqdorlar tanlangan; b -  $m_c = 0,07 m_0$  sharda to'g'ri chiziqning kesishishi o'rniga egriliklarning «antikesishishi» kuzatiladi. Egriliklarning bittasi  $k^2 > 0$  qiymatlar sohasida yengil kavaklarning energetik zonasini,  $k^2 < 0$  sohasidagi egrilik (punktir bilan tasvirlangan) ta'qiqlangan zonaga mos keladi. Ikkinchi egrilik (punktir) to'lasicha  $k^2 < 0$  sohada yotadi; v -  $m_c = 0,12 m_0$  holda bu egrilik  $k^2$  ning manfiy qiymatlar sohasiga yanada ichkariroqqa kirib boradi va



$m_c \rightarrow \infty$  shartda cheksizlikka intiladi.

(7.128) ifodalarda oxirgi munosabatla e'tiborga olinsa, u holda  $C_1, C_2$  koefitsiyentlar uchun quyidagi tenglamalarni olamiz

$$\begin{cases} \left[ (E_c - E) + \frac{P^2 k^2}{3} \left( \frac{2}{E - E_v} + \frac{1}{E - E_v + \Delta} \right) \right] C_1 = 0, \\ \left[ (E_c - E) + \frac{P^2 k^2}{3} \left( \frac{2}{E - E_v} + \frac{1}{E - E_v + \Delta} \right) \right] C_2 = 0. \end{cases} \quad (7.132)$$

Ko'rinyaptiki,  $C_1$  yoki  $C_2$  kattaliklarning nolga teng bo'lmaganidagi yechimlari (7.132) munosabatdagi kvadrat qavslar ichidagi ifodalar nolga teng bo'lganida mavjud bo'ladi. Bu shart yuqorida qayd qilingan uchinchi darajali (7.111) sekulyar tenglama bilan mazmunan mos tushadi. Bunday shart bajarilganida  $C_3(\vec{k}), \dots, C_8(\vec{k})$  koefitsiyentlarni ixtiyoriy qiymat qabul qiluvchi  $C_1, C_2$  kattaliklar orqali (7.131) munosabat yordamida aniqlash mumkin. So'ngra barcha koefitsiyentlar normalanish shartini qanoatlantirish kerak, ya'ni

$$\sum_{a=1}^8 |C_a(\vec{k})|^2 = 1. \quad (7.133)$$

Masalani soddalashtirish maqsadida spinor-vektorli shakl almashtirishlar qilamiz [13].  $C_1, C_2$  koefitsiyentlardan tashkil topgan quyidagi ustun matritsa-spinorni tanlaymiz

$$u = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}. \quad (7.134)$$

(7.128) sistemadagi dastlabki ikki tenglamalarda  $-iPk_j$  bilan ifodalangan koefitsiyentlarning kombinatsiyasini ajratamiz, bu yerda  $j = x, y, z$ . Bunday kombinatsiyalar quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$v_{x\uparrow} = \frac{-C_3}{\sqrt{2}} + \frac{C_5}{\sqrt{6}} + \frac{C_8}{\sqrt{3}}, \quad v_{y\uparrow} = \frac{-iC_3}{\sqrt{2}} - \frac{iC_5}{\sqrt{6}} + \frac{iC_8}{\sqrt{3}}, \quad v_{z\uparrow} = \sqrt{\frac{2}{3}}C_4 + \frac{C_7}{\sqrt{3}}. \quad (7.135)$$

(7.128)ning ikkinchi tenglamasida xuddi shuningdek quyidagi kombinatsilarni ajratib olamiz

$$v_{x\downarrow} = \frac{-C_4}{\sqrt{6}} + \frac{C_6}{\sqrt{2}} + \frac{C_7}{\sqrt{3}}, \quad v_{y\downarrow} = \frac{-iC_4}{\sqrt{6}} - \frac{iC_6}{\sqrt{2}} + \frac{iC_7}{\sqrt{3}}, \quad v_{z\downarrow} = \sqrt{\frac{2}{3}}C_5 + \frac{C_8}{\sqrt{3}}. \quad (7.136)$$

(7.135)–(7.136) kattaliklar (7.28) to'lqin funksiyasini (7.37) bazis bo'yicha qatorga yoyish koefitsiyentlari hisoblanadi. Natijada

$$|\psi_{\vec{k}}\rangle = e^{i\vec{k}\vec{r}} C_1 S|\uparrow\rangle + e^{i\vec{k}\vec{r}} C_2 S|\downarrow\rangle + \sum_{j=x,y,z} \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} e^{i\vec{k}\vec{r}} v_{j\sigma} X_j |\sigma\rangle. \quad (7.137)$$

Ular olti komponentali  $\vec{v}$  vektor-spinorni tashkil qiladi. Shu tariqa kiritilgan vektor-spinorni qo'llash bilan rasman bir juft (7.128) tenglamalar qisqacha quyidagicha qayd qilinadi

$$(E - E_c)u = -iP\vec{k} \cdot \vec{v}, \quad (7.138)$$

qolgan (7.128)–(7.130) tenglamalar sistemasi qator shakl almashtirishlar bajarilganidan so'ng quyidagi ko'rinishga keladi [13]

$$(E - E_v + \Delta/3)\vec{v} = iP\vec{k}u + i(\Delta/3)[\vec{\sigma} \times \vec{v}]. \quad (7.139)$$

(7.132) ikki tenglama va (7.131) oltita munosabatlar spinor ko'rinishda quyidagicha qayd qilinadi

$$\left( \frac{\hbar^2 k^2}{2m(E)} + E_c - E \right) u = 0, \quad (7.140)$$

$$\vec{v} = \frac{i\hbar^2 \vec{k}}{2Pm(E)} u - \frac{P\Delta}{3(E - E_v)(E - E_v + \Delta)} [\vec{\sigma} \times \vec{v}] u, \quad (7.141)$$

bu yerda

$$\frac{1}{m(E)} = \frac{2P^2}{3\hbar^2} \left( \frac{2}{E - E_v} + \frac{1}{E - E_c + E_g + \Delta} \right) = \frac{2P^2}{3\hbar^2} \left( \frac{2}{E - E_c + E_g} + \frac{1}{E - E_c + E_g + \Delta} \right). \quad (7.142)$$

$E = E_c$  shartda (7.142) kattalik (7.113) ifoda bilan aniqlanuvchi va o'tkazuvchanlik zonasi bo'sag'a sohasidagi elektron effektiv massasining teskari qiymati bilan mos keladi. Shu sababdan  $m(E)$  funksiyani energiyaga bog'liq bo'lgan effektiv massa deb nomlash mumkin.

Energetik spektrning ikki karrali Kramers tuslanishli tarmoqlari spinorning  $S_1, S_2$  komponentalari (7.140) va (7.132) munosabatlarda mavjud tenglamalarni qanoatlantirganida sodir bo'ladi.

### 7.1.6. Lattinjer gamiltoniani

$E \approx E_v$  energiyali valent zonasidagi holatlarni tadqiq qilishda, ko'pincha,  $G$  nuqtada yengil va og'ir kavaklar energetik tarmoqlarining tuslanishi asosiy rolni o'ynaydi, energetik spektrlarning noparabolikligi va alohida mavjud bo'lgan  $\Delta$  energetik tirqishli so-zonaning mavjudligi unchalik katta rol o'ynamaydi. Bunday holda bir vaqtda valent zonasi hamda o'tkazuvchanlik zonasini tadqiq qilish imkonini beruvchi Keyn modelidan faqat  $G_8$  zonani o'z ichiga olgan modelga o'tish qulaydir.

$G_8$  zona uchun qayd qilinadigan effektiv  $\vec{k}\vec{p}$ -gamiltonianni (7.66)  $|u_{30}\rangle, \dots, |u_{60}\rangle$  bazisiga nisbatan (7.84)ning qism matritsasi kabi qayd qilish mumkin:

$$\hat{H}_{r_8}(\vec{k}) = \begin{pmatrix} F & H & I & 0 \\ H^* & G & 0 & I \\ I^* & 0 & G & -H \\ 0 & I^* & -H^* & F \end{pmatrix}, \quad (7.143)$$

bu yerda to'liqin vektorga bog'liq bo'lgan  $F, G, H, I$  funksiyalar uchta (7.87) ifodalar yordamida  $A, B, D$  zonaviy parametrlar orqali ifodalanadi. Ta'kidlaymizki, qaralayotgan bitta yarimo'tkazgich uchun  $A, B, D$  parametrlar (7.84) Keyn gamiltonianida qayd qilingan  $A, B, D$  kattaliklardan miqdoran farq qiladi. Bunday farq  $G_8$  zona uchun qayd qilingan (7.33) effektiv gamiltonianida  $\beta$  bo'yicha olingan summa o'z ichiga nafaqat uzoqda joylashgan zonalarning ulushlari, balki qo'shni  $G_6$  o'tkazuvchanlik zonasi ulushini e'tiborga olish hisobiga sodir bo'ladi ( $\bar{E} = E_v$  - valent zonasidvigi to'rt karrali tuslangan energetik sathning shipiga mos keluvchi energiya). U holda (7.84) ifodadagi kabi  $G_8$  valent zonasining yaqin  $G_6$  zona bilan o'zaro ta'siri (7.86)  $P$  matritsaviy element bilan ifodalanadi.

(7.143) matritsa Lattinjer gamiltoniani deb yuritiladi. U simmetriyalar nazariyasiga ko'ra invariantlar metodi yordamida kub simmetriyali kristall panjaraga tegishli holda qayd qilsa ham bo'ladi ((7.33)  $\vec{k}\vec{p}$  -matritsaning elementlarini aniq hisoblamagan holda)

$$\hat{H}_{r_8}(\vec{k}) = E_v \hat{1} + \frac{\hbar^2}{2m_0} \left( -(\gamma_1 + \frac{5}{2}\gamma_2) \vec{k}^2 \hat{1} + 2\gamma_3 (\vec{k} \cdot \hat{J})^2 + 2(\gamma_2 - \gamma_3) (k_x^2 \hat{J}_x^2 + k_y^2 \hat{J}_y^2 + k_z^2 \hat{J}_z^2) \right). \quad (7.144)$$

Bu yerda  $\hat{1}$  -birlik  $4 \times 4$  matritsa,  $\hat{J}_x, \hat{J}_y, \hat{J}_z$  - matritsa  $J=3/2$  qiymatiga mos keluvchi impuls momenti proyeksiyalar operatorlari matritsalarini

$$\hat{J}_x = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} & 0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}} & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{J}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i\sqrt{\frac{3}{2}} & 0 & 0 \\ i\sqrt{\frac{3}{2}} & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & -i\sqrt{\frac{3}{2}} \\ 0 & 0 & i\sqrt{\frac{3}{2}} & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{J}_z = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-3}{2} \end{pmatrix}.$$

$\{\hat{J}_i, \hat{J}_k\} \equiv \hat{J}_i \hat{J}_k + \hat{J}_k \hat{J}_i$ , (7.144) munosabatdagi  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  -o'lichamsiz kattaliklar bo'lib, ular Lattinjer parametrlari deb yuritiladi va ular (7.143) ifodadagi  $A, B, D$  zonaviy parametrlar bilan quyidagicha bog'langandir

$$\frac{\hbar^2}{2m_0} \gamma_1 = A, \quad \frac{\hbar^2}{2m_0} \gamma_2 = \frac{B}{2}, \quad \frac{\hbar^2}{2m_0} \gamma_3 = \frac{D}{2\sqrt{3}}. \quad (7.145)$$

Lattinjer modelida sekulyar tenglama

$$\det[\hat{H}_{r_8}(\vec{k}) - E\hat{1}] = 0. \quad (7.146)$$

va undan

$$((F - E)(G - E) - |H|^2 - |I|^2)^2 = 0. \quad (7.147)$$

Bu tenglama kkita ikki karrali tushangan ildizga ega va ular yengil ( $lh$ ) va og'ir ( $hh$ ) kavaklarning enegetik spektrini anglatadi:

$$E_{lh, hh} = \frac{F - G}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{F - G}{2}\right)^2 + |H|^2 + |I|^2}$$

(7.87) ifoda e'tiborga olinsa, u holda

$$E_{lh}(\vec{k}) = E_v - Ak^2 - \sqrt{B^2 k^4 + C^2 (k_x^2 k_y^2 + k_y^2 k_z^2 + k_z^2 k_x^2)}, \quad (7.148)$$

$$E_{hh}(\vec{k}) = E_v - Ak^2 + \sqrt{B^2 k^4 + C^2 (k_x^2 k_y^2 + k_y^2 k_z^2 + k_z^2 k_x^2)}, \quad (7.149)$$

bu yerda

$$C^2 \equiv D^2 - 3B^2 = \frac{3\hbar^4}{m_0^2} (\gamma_3^2 - \gamma_2^2), \quad (7.150)$$

$C \neq 0$  holda yengil va og'ir kavaklar zonasi anizotrop, ularning izoenergetik sirti «gofrirovkalan» sfera tarzida bo'ladi (7.7 rasm). (7.148)-(7.149) ifodalardan ko'rinyaptiki, agar  $C \neq 0$  shart bajarilsa, u holda Lattinjer modelida og'ir kavaklar energiyasi  $\vec{k}$  to'lqin vektorga kvadratik bog'langan bo'ladi,  $k^2$  ning proporsionallik koeffitsiyenti  $\vec{k}$  to'lqin vektorning yo'nalisha bog'liq bo'ladi.

Agar  $\gamma_2$  va  $\gamma_3$  Lattinjer parametrlari miqdoran bir -biriga yaqin bo'lsa, u holda izoenergetik sirtlarning sferik shakldan katta farq qilmaydi va bu holda Lattinjerning  $\gamma_3 = \gamma_2$  shartni qanoatlantiruvchi izotrop modelidan foydalanish mumkin. Natijada

$$\hat{H}(\vec{k}) = E_v - \frac{\hbar^2}{2m_0} \left( (\gamma_1 + \frac{5}{2} \gamma_2) \vec{k}^2 \hat{1} - 2\gamma_2 (\vec{k} \cdot \hat{J})^2 \right), \quad (7.151)$$

Bunday holda  $D = \sqrt{3}B, C = 0$ , va (7.148)-(7.149) ifodala quyidagi ko'rinishni oladi

$$E_{lh}(\vec{k}) = E_v - (A+B)k^2, \quad (7.152)$$

$$E_{hh}(\vec{k}) = E_v - (A-B)k^2, \quad (7.153)$$

(7.152)-(7.153) ifodalardagi yengil va og'ir kavaklar effektiv massalari to'liqin vektor yo'nalishiga bog'liq bo'lmaydi va ularni quyidagicha qayd qilish mumkin

$$\frac{\hbar^2}{2m_{lh}} = A+B = \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma_1 + 2\gamma_2), \quad \frac{\hbar^2}{2m_{hh}} = A-B = \frac{\hbar^2}{2m_0}(\gamma_1 - 2\gamma_2). \quad (7.154)$$

(7.148)-(7.149) ko'rinishdagi energetik spektrlar inversiya markazi bo'lgan kub simmetriyali ko'pgina yarimo'tkazgichlarga xos bo'lib, ular Brilliyen zonasining markazi-  $\Gamma$  nuqtasidagi valent zonasining ekstremumida to'rt karrali tushlangan bo'ladi.

Lattinjer modeli o'tkazuvchanlik zonasini o'z ichiga olmaganligi bois u Keyn modeliga nisbatan ko'proq qo'llaniladi. Ta'kidlaymizki, bu yerda qaralgan valent zonasining tuzilishi (va tahlillari) IV guruh elementlarida tashkil topgan, masalan, kristall panjarasi  $O_h$  simmetriyali va inversiya markaziga ega bo'lgan *Ge* va *Si* tur olmossimon yarimo'tkazgichlarga qo'llaniladi, biroq ularning o'tkazuvchanlik zonasi bir- biridan farq qilishi mumkin. Xususan *Ge* yarimo'tkazgichi o'tkazuvchanlik zonasining ekstremumlari Brilliyen zonasining chetlarida joylashgan sakkizta ekvivalent *L*-nuqtalarda joylashgan, aniqrog'i (111) tur o'qlarda joylashgan. *Si* yarimo'tkazgichida esa o'tkazuvchanlik zonasi ekstremumlari Brilliyen zonasining oltita  $\Delta$ - nuqtalarida-(100), (010), (001) tur o'qlarda joylashgan.

Kristall panjaralarida simmetriya markazi bo'lmagan kristallarda spinga bog'liq energetik ajralishlar e'tiborga olinmasa Lattinjer modelidan ruxli temirtosh ( $T_d$  simmetriyali) kristallar uchun ham foydalanilsa bo'ladi. Bunday tur kristallarga III-V tur kimyoviy birikmali yarimo'tkazgichlar, masalan, *GaAs* va *InSb* kiradi. Bundan tashqari ta'qiqlangan zonasi bo'lmagan-tirqishsiz yarimo'tkazgichlar ham mavjud (masalan, *HgTe*). Oxirgi qayd qilingan yarimo'tkazgichlardagi ayrim tok tashuvchilarning (7.154) ifodadagi effektiv massasi manfiy qiymatli bo'ladi. Bu holda Lattinjer modeli  $k=0$  nuqtali tutashuvchi va egriliklari har xil ishorali bo'lgan ikki zonadan, masalan *G*-nuqtada uchrashuvchi o'tkazuvchanlik va valent zonalarini tavsiflaydi; ikkala zonaning bazis funksiyalari  $\Gamma_8$  simmetriyali yagona multiplet (kvartet)ni tashkil etadi.



7.7 rasm. Anizotropiyali Lattinjer modeli. a - Lattinjer modelida  $\Gamma_8$  valent zonalarining anizotropiyaviy energetik spektrlari; b-  $k_x, k_y, (k_z = 0)$  tekisligida tasvirlangan doimiy energiya chiziqlri.

## 7.2. Geterostrukturalarda elektronlar energiyalarining o`lchamli kvantlashish masalasida egiluvchan funksiyalar metodi

7.1 bo`limda hajmiy (bir jinsli) kristallardagi tok tashuvchilar enegetik spektrlarining tahlillari bajarildi. Kelgusida bu holni yarimo`tkazgichli geterostrukturalarda ko`ramiz.

Geterocheqaralarning tavsifi ularning atomar strukturasi aniq bilishni talab etadi va shu sababli bu hol, umuman olganda, murakkabdir. Masalani soddalashtirish maqsadida fizik-kimyoviy xossalari bir biriga yaqin bo`lgan ikkita  $A$  va  $V$  material(qatlam)larning kontakti sohasidagi keskin geteroo`tikni qaraylik. Bu holda  $A$  va  $V$  qatlamlardagi tok tashuvchilarning effektiv  $\vec{k}\vec{p}$ -gamiltonianlari  $\hat{H}^{(A)}(\vec{k})$  va  $\hat{H}^{(B)}(\vec{k})$  bir biriga mos tushadi, faqat parametrlari miqdoran farq qiladi. Bunday parametrlarga zona chetlarining  $E_{m,a}$  qiymati kiradi, bu yerda  $a$  - energetik spektr tarmog`ining tartib raqami,  $m=A,B$  - qatlamning «tartib raqami». Bu holda har ikki qatlam kontakti sohasida zona cheti  $U_a$  miqdorga o`zgaradi, ya`ni

$$U_a(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & \vec{r} \in A, \\ E_{a,B} - E_{a,A} & \vec{r} \in B. \end{cases} \quad (7.155)$$

(7.35)  $\vec{k}\vec{p}$  -gamiltonianning qolgan parametrlari zonalar orasidagi energetik tirqishlar va impuls operatorining matritsaviy elementlari bilan aniqlanadi. Umuman olganda bir qatlamdan qo`shnisiga o`tilganida  $E_{m,a}$  sath

o'zgaradi, demak,  $A$  va  $V$  qatlamlardagi energetik tirqishlar ham o'zgarishi e'tiborga olinsa, u holda (7.34) parametrlar ham miqdoran o'zgarishini e'tiborga olish kerak, biroq impuls operatorining matritsaviy elementlari va  $|u_{a0}\rangle$  bazis funksiyalarning o'zgarishiga e'tibor qaratmasa ham bo'ladi.

Strukturada geteroo'tiklarning mavjudligi uning translyatsiyaviy simmetriyasini, ya'ni bir jinsli kristall panjaralarning davriy joylashuvini ko'rsatadi. Shu mazmunda elektronning  $|\psi\rangle$  to'lqin funksiyasi geterostrukturaning hatto bir jinsli sohalarida ham (7.28) ko'rinishdagi aniq  $\vec{k}$  to'lqin vektorli Blox funksiyasi kabi qayd qilinmasdan, bunday to'lqinlarning chiziqli kombinatsiyasi tarzida qayd qilinadi. Boshqacha aytganda, agar  $A$  va  $V$  qatlamlardagi  $|u_{a0}\rangle$  ma'lum va bir xil deb hisoblasak, u holda elektronning statsionar holatlarini tavsiflovchi to'lqin funksiyalar quyidagicha qayd qilinadi

$$|\psi\rangle = \sum_{a=1}^N f_a(\vec{r}) |u_{a0}\rangle, \quad (7.156)$$

bu yerda avvaldan ma'lum  $f_a(\vec{r})$  funksiyalar har bir qatlamda koordinatalarga bog'liq bo'lib, bir qatlamdan ikkinchisiga o'tganida o'zgaradi. (7.156) munosabatdagi  $f_a(\vec{r})$  funksiyalar egiluvchi funksiyalar deb yuritiladi;  $N$  - tanlangan  $\vec{k}\vec{p}$ -modelidagi zonalarning tartib raqami.

Egiluvchi funksiyalar qanoatlantiradigan tenglamalarni topish uchun  $\vec{k}\vec{p}$ -modelning  $\vec{r}$ -(koordinatalar) tasavvuridan  $\vec{k}$ -tasavvuriga o'tish zarur. Bu holda gamiltoniandagi (7.155) zonalar o'zgarishi kiritilishi va (7.34) gamiltonianning parametrlarini koordinata ( $\vec{r}$ )ning deysinib (zinapoyali) o'zgaruvchi funksiyalar deb hisoblash maqsadga muvofiqdir.

Bunday hisoblashlar faqat bir jinsli bo'lmagan kristallda koordinataga *sust (plavno)* bog'langan (atomlar orasidagi masofada nisbiy o'zgarishi e'tiborga olmaydigan darajada kichik bo'lgan) g'alayonlantiruvchi  $U(\vec{r})$  potensial mavjud bo'lgan masalalarni hal etishda qo'llaniladi va u effektiv massa metodi deb yuritiladi [3]. Bu usulga ko'ra tashqi magnit yoki o'zgaruvchan elektr maydoni ta'siri e'tiborga olinmasa, u holda impuls tasavvuridan koordinatalar tasavvurga o'tish bosqichida effektiv  $\vec{k}\vec{p}$ -gamiltonian matritsasida  $\vec{k}$ -to'lqin vektorning tashkil etuvchilari  $-i\nabla$  differensial operatorning mos tashkil etuvchilari bilan almashtiriladi, shuningdek unga diagonal elementlar sifatida  $U(\vec{r})$  diagonal matritsa qo'shiladi. Natijada, «xususiy qiymatlar va xususiy vektorlar»ni aniqlash to'g'risida (7.31) algebraik tenglamaning o'rniga  $U(\vec{r})$  sust o'zgaruvchi

potensialdagi elektronning  $f_a(\vec{r})$  egiluvchi funksiyalariga tegishli differensial tenglamalar sistemasi hosil qilinadi va u quyidagi gamiltonian orqali tavsiflanadi

$$\hat{H}(\vec{k}) = E_v - \frac{\hbar^2}{2m_0} \left( (\gamma_1 + \frac{5}{2}\gamma_2)\vec{k}^2 \hat{1} - 2\gamma_2(\vec{k} \cdot \vec{J})^2 \right) \quad (7.157)$$

Bu natijani quyidagicha izohlash mumkin. Yuqorida qayd qilinganidek  $\vec{k}p$  -gamiltonian matritsasining  $H_{ab}^{eff}(\vec{k})$  elementlari to'liq vektorning komponentalariga darajali bog'langan bo'ladi. Agar  $\hat{H}(\vec{k})$  gamiltonianning  $\vec{k}$  argument  $-i\nabla$  operator orqali almashtirilsa, u holda  $\hat{H}_{ab}^{eff}(-i\nabla)$  operatori hosil bo'ladi, ya'ni

$$\hat{H}_{ab}^{eff}(-i\nabla)e^{i\vec{k}\vec{r}} = \hat{H}_{ab}^{eff}(\vec{k})e^{i\vec{k}\vec{r}}. \quad (7.158)$$

Xususan  $U(\vec{r}) \equiv 0$  hol uchun  $f_a(\vec{r})$  egiluvchi funksiya sifatida quyidagi yassi to'liq ko'rinishida izlash mumkin

$$f_a(\vec{r}) = C_a(\vec{k})e^{i\vec{k}\vec{r}}. \quad (7.159)$$

Bunday holda, (7.158)ni e'tiborga olinsa, u holda (7.157) differensial tenglamalar sistemasi yuqorida qayd qilingan va  $C_a(\vec{k})$  koeffitsiyentlar uchun qayd qilingan (7.31) algebraik tenglamalar sistemasiga keladi. Shunday qilib, egiluvchi funksiyalar uchun keltirilgan (7.157) tenglamalar sistemasining kristalldagi g'alayonlanmagan sohalari uchun olingan xususiy yechimi bir jinsli kristall uchun qayd qilingan (7.31)  $\vec{k}p$ -tenglamalarni qanoatlantiruvchi (7.159) ko'rinishdagi  $C_a(\vec{k})$  koeffitsiyentli yassi to'liq sifatida tanlash mumkin.

$\vec{k}p$ -modeldan k (7.157) differensial tenglamalarga olib keluvchi sodda holni qaraylik. Buning uchun bitta zonadan (spinga nisbatan ikki karrali tuslanishga e'tibor qaratilmaydi), masalan, o'tkazuvchanlik zonasidan iborat (7.24) ko'rinishdagi

$$E_c(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m}. \quad (7.160)$$

izotrop parabolik energetik spektrli modelni tanlaylik:

Bir zonali modelda  $\vec{k}p$ -gamiltonian (7.160) munosabat kabi, (7.157) sistema bu holda bitta  $f(\vec{r})$  egiluvchi funksiyaga nisbatan qayd qilingan quyidagi bitta tenglamaga keladi

$$\frac{\hbar^2(-i\nabla)^2}{2m} f(\vec{r}) + U(\vec{r})f(\vec{r}) = Ef(\vec{r}). \quad (7.161)$$



Bu tenglama odatdagi Shredenger tenglamasidan zarraning vakkumdagi  $m_0$  massasining o`rnida  $m$  effektiv massaning kelishi bila farqlanadi. Shuning uchun ko`p zonali modellarda ham egiluvchi funksiyalar uchun qayd qilingan (7.157) sistemani asoslangan yaqinlashishni effektiv massa metodi deb yuritiladi.

## Xotima

Yuqorida qayd qilingan misollar o'ta yupqa yarimo'tkazgichli geterostrukturalardagi elektronli to'lqinlarning interferensiyasiga bog'liq bo'lgan kvantlashgan hodisalar turlarining bir qisminigina o'z ichiga oladi. Shunday bo'lsa-da ayrim xulosalarni keltirib o'tamiz:

1. Ikki potensial to'siqli kvantlashgan strukturada elektronlarning rezonansli tunnellanishi protsessining kam inersiyaviyligi va bunga bog'liq holda ularga asoslanib ishlaydigan teragers chastotalar diapazonida ishlovchi o'ta yuqori chastotali qurilmalarning o'ta tezkor raqamli qurilmalarda qo'llanilishi bugungi paytda ham prespektivdir.
2. Ikki potensial to'siqli kvantlashgan strukturada rezonansli tunnellanishning o'ziga xosligi tufayli MDO' miqdoran katta bo'lgan va tok kuchini keskin orttirish imkoniyati mavjud qurilmalar yaratilmoqda va ularning ulanish tezkorligi 1 ps.dan kichikdir
3. Uchta o'ta yupqa epitaksial qatlamlardan tashkil topgan ikki potensial to'siqli kvantlashgan strukturalar olish maqsadida yuqori darajada toza sirtli kristalli strukturalar olish texnologiyasi yaratildi va ular asosida elektronlarning kvaziballistik tashishi hosil qilgan. Bu hol elektronli to'lqinlarning kogerentligini saqlagan holda temperaturaning (hatto  $T > 300K$ ) keng diapazonida effektiv rezonansli tunnellanishni hosil qilish imkoniyatini berdi
4. Ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura murakkab ko'p qatlamli geterostrukturalar-kvantlashgan o'tapanjaralarning asosini tashkil etganligi boss elektronlarning kvantlashgan energiyaviy spektr va ularning qo'shni uyachalar orqali tunnellanishiga asoslangan murakkab tabiatli elektr, optik va boshqa fizikaviy xossalardan amalda foydalanilmoqda [14,18].
5. Ikki potensial to'siqli kvantlashgan struktura nafaqat o'tapanjaralar xossalarning tahlillarini soddalashtiradi, balki kvantlashgan strukturalarning yangi analoglaridan prinsipial farq qiluvchi xarakteristikali, yangi tabiatli diodlar, tranzistorlar va boshqa qurilmalar yaratilgan. Bunga rezonansli-tunnelli diodlarning yaratilishi yorqin misol bo'la oladi.

## Adabiyotlar

1. Shik A.Ya., Bakuyeva I.G., Musxin S.F., Rikov S.A. Fizika nizkorazmernix sistem/ Pod red. A.Ya. Shika. St.-Pb.; Nauka, 2001. -160 s.
2. Tavger B.A., Demixovskiy V.Ya. Kvantovo-razmernie effekti v poluprovodnikovix i polumetallicheskiyx plenkax// UFN. 1968. T.96, № 1. - 61 str.
3. Ando T., Fauler A., Stem F. Elektronnie svoystva dvumernix system. M.: Mir, 1985. -416 str
4. Molekulyarno–luhevaya epilaksiya i geterostrukturi. Red. I. Cheng, K. Plog. M.: Mir. 1989. -584 str
5. Shik A.Ya. Poluprovodnikovie strukturi s delta sloyami// FTP. 1992. T.20. S.1161
6. Novosti nanotexnologiy, jurnal NMST. 2005 №2.
7. Fiziki viyavili samiy tverdiy material na Zemle. <http://www.inauka.ru/news/articfe84724.html>
8. Fiziki ob'yasnili izvestnuyu anomaliyu grafena. <http://www.inauka.ru/news/articfe77803.html>
9. Bogdanov K.Yu., Zakon Oma dlya uglerodnix nanotrubok. <http://www.inauka.ru/blogs/articfe78620.html>
10. Voronov V.K., Podopletev A.V. Sovremennaya Fizika Uchebnoe posobie. M: KomKniga. 2005. -512 str
11. Uchenim udalos iz grafena i vodoroda poluchit noviy material. <http://www.inauka.ru/news/articfe89223.html>
12. Demixovskiy V.Ya. Kvantovye yami, niti, tochki. Chto eto takoe? SOJ. 1997. №5. S. 80-86.
13. Shik A.Ya. Sverx reshetki-periodicheskie poluprovodnikovie strukturi// FTP. 1974. T.8. S.1841-1864.
14. Xerman M. Poluprovodnikovie sverxreshetki. M.: Mir. 1989. -240 s.
15. Musixin S.F. Bakueva L.G., Ilin V.I. i dr. Opticheskie i elektricheskie svoystva sverxreshetok Fibonachchi PbS-C, poluchennix metodom impulsnogo lazernogo napileniya. // FTP. 1995. T. 29. S. 474.
16. Anselm A.I. Vedenie v teoriyu poluprovodnikov. M.: Nauka. 1978. 615 s.
17. Davidov A.S. Kvantovaya mexanika. M.: Fizmatgiz. 1963. -748 s
18. Vorobev I.E., Ivchenko E.I., Firsov D.A. Shaligin V.A. Opticheskie svoystva nanostruktur. Ucheb. posobie. Pod red. E.L.Ivchenko i I.E.Vorobeva. St.-Pb. Nauka. 2001. -188 s.

19. Lebwohi P.A. and Tsu R. Elektrical Transport Properties in a Superlattice// J. Appl. Phys. 1970.V.41. N.6. P. 2664.
20. Prongel F. et.at. Simple model for multistability and domain formation in semiconductor superlattices// Phys. Rev. B.1994. V.50. N.3. Pp.1705-1712.
21. Kwon S.H., Grahn H.T., Ramsteiner M and Ploog K., Prengel F., Wacker A., and Schoil E, Murugkar S, and Merlin R. Nonresonant carrier transport through high-field domains in semiconductor superlattices. Phys. Rev. B.1995. V.51. Pp. 9943-9951.
22. Ivchenko E.L., Rasulov R.Ya. Nanofizikaga kirish. FarDU Nusxa ko'paytirish bo'limi. 2008. -48 b.
23. Bastard G. Wave mechanics applied to semiconductors heterostructures, Le Ulis Ed. De Phys. 1988. -360 p.
24. Pikus G., Ivchenko E. Superlattices and Other Heterostructures: Symmetry and Optikal Phenomena, Springer Series in Solid-State Sciyences, vol. 110., Springer-Verlag. Berlin. Heidelberg. 1995; second edition 1997.
25. Rasulov R.Ya., Xolitdinov X. Geteroruzilmali yarimo'tkazgichlarda fotogalvanik hodisalar. FarDU. 1992. -42 b.