

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI**  
**OLIV VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI**  
**O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI**

**«ASTRONOMIYA VA ATMOSFERA FIZIKASI» KAFEDRASI**

5140400 – Astronomiya ta'lim yo'nalishi

**MURODOVA HILOLA NAJMIDDIN QIZI**

“Disksimon galaktikalar anizotrop nostatsionar modellarining gravitatsion beqarorlik tahlili” mavzusidagi

**BITIRUV MALAKAVIY ISHI**

Bitiruvchi: H.N.Murodova

Ilmiy rahbar:

f.–m. f. n. dots Mirtadjiyeva K.T.

---

**TOSHKENT-2018**

## **Mundarija**

### **Kirish**

#### **I BOB. Disksimon galaktikar nostatsionar modellar fonida gravitatsion beqarorlik masalari**

- 1.1.§ Disksimon o‘zgravitatsiyalanuvchi sistemalarning nochiziqli, nostatsionar modellari.....
- 1.2.§ Nostatsionar modellar fonida gorizontal tebranish modalari tahlili....
- 1.3.§ Vertikal tebranish modalarining gravitatsion beqarorliklari.....

#### **II BOB. Disksimon o‘zgravitatsiyon sistemalar uchun nostatsionar anizotrop modellar tuzish muammosi**

- 2.1.§ Masalaning qo‘yilishi.....
- 2.2.§ Disksimon o‘zgravitatsiyalanuvchi sistemaning yangi tuzulma anizotrop modellari.....
- 2.3.§ Modellarining fizik parametrlarini hisoblash.....

#### **III BOB. Nochiziqli nostatsionar tuzilma modellarining gravitatsion beqarorliklari tahlili**

- 3.1.§ Yangi tuzilma modellari fonida minorasimon (0;3) vertikal tebranishning gravitatsion beqarorligi.....
- 3.2.§ Gorizontal (1;3) modasining gravitatsion beqarorlikni tadqiq qilish....
- 3.3.§ Gorizontal va vertikal tebranish modalalarining qiyosiy tahlili.....

### **Xulosa**

### **Adabiyotlar**

## KIRISH

Bizga ma'lumki galaktikalar Koinotning asosiy strukturaviy tuzilmasi hisoblanadi. Shuning uchun galaktikalar va ularning katta masshtabli tuzilmalarining yuzaga kelish sharoitlarini o'rganish astrofizika va kosmologiyaning asosiy muommasi ya'ni masalasi hisoblanadi. Galaktika yuzaga kelayotgan vaqtda biz protogalaktikaning katta masshatbdagi kollapsini boshdan kechirishini guvohi bo'lamiz. Kollaps paytida protogalaktika asta-sekin siqilib borib, bosim kuchi oshishiga olib keladi va ma'lum bir vaqtdan keyin siqilish kengayish jarayoni bilan almashadi, kengayish esa ma'lum bir vaqtdan keyin siqilish jarayoni bilan o'rin almashadi. Mana shunday tarzda protogalaktika bir necha bor siqilib kengayadi. Sistemada g'alayonlanish vaqt davomida rivojlanadi. Bu g'alayonlanishni biz sferik funksiyalar yordamida qatorga yoyamiz va uning har bir hadini moda sifatida qaraymiz. Bunda biz g'alayonlanishini gorizontal va vertikal tebranish modalari ko'rinishida o'rganamiz.

### **Mavzuning dolzarbligi va o'rganilganlik darajasi:**

Disksimon galaktikalar deb spiral va linzasimon galaktikalarga aytiladi. Ular Koinotda galaktikalar ulushining ko'pchiligini tashkil etadi. Galaktikalar disksimon deyilishining sababi ularda disk ko'rinishidagi podstrukturaning mavjudligidadir. Bu diskda turli strukturalar mavjud. Xususan, turli egrilanishlar, spiral tarmoqlar, ulagich, yadro va xalqa strukturalari bularga misol bo'ladi.

Uzoq yillar davomida galaktikalar va ularning katta masshtabli strukturalari yuzaga kelish muommolari statsionar modellar fonida nazariy o'rganib chiqilgan, lekin aslida bu jarayonlar galaktika evolyutsiyasining noxizizqli nostatsionar holatida ro'y beradi. Shu sababli Nuritdinov tomonidan birinchi bor galaktikaning noxizizqli nostatsioonar modellarini tuzish ishlari boshlangan. Biz galaktikalarning shakllanish boshlang'ich bosqichidagi fizik holatini bevosita kuzata olmaymiz. Shuning uchun bu muommoni o'rganish turli modellar tuzish va ularni o'zaro solishtirish orqali ma'lum bir fizikaviy

xulosalarni yuzaga keltirish imkonini beradi. Shu sababli ushbu ishda biz disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi sistemalar uchun yangi nohiziqli nostatsionar modelni tuzdik, hamda uning fizik parametrlarini aniqladik. Bu esa nafaqat zamonaviy astrofizikaning dolzarb muammosi u yana o'z xususiyatiga ko'ra kosmologiyaning ham zamonaviy masalasi hisoblanadi. Bundan tashqari biz yangi model fonida galaktikalarda balj va lopsaydal strukturalarining yuzaga kelishi mezonlari va mexanizmlarini aniqladik.

**Tadqiqotning maqsadi:** Disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi sistemalar uchun yangi anizotrop nostatsionar modelni hosil qilish va uning fonida ikkita-balj va lopsaydal tuzilma tebranish modalari gravitatsion beqarorligi masalasini o'rganish;

**Tadqiqot vazifalari:**

1. Aniq og'irlik funksiyasi yordamida yangi nohiziqli nostatsionar anizotrop disk modelini tuzish

$$\rho(\Omega) = C\Omega^4(1-\Omega^2)^{\frac{5}{2}}$$

va uning fizik parametrlarini hisoblash.

2. Yangi anizotrop model fonida ikki tuzilma tebranish modalariga mos ( $m=0$ ;  $N=3$ ) va ( $m=1$ ;  $N=3$ ) dispersion tenglamalar nostatsionar analoglarini hosil qilish.
3. Vertikal egrilanish ( $0;3$ ) tebranish modasining gravitatsion beqarorlik masalasini o'rganish.
4. Gorizont (1;3) tebranish modasining tahlili.
5. Gorizont va vertikal modalar gravitatsion beqarorlik inkrementlarini solishtirish.

**Erishilgan natijalar:**

1. Aniq  $\rho(\Omega) = \frac{256}{3\pi}\Omega^4(1-\Omega^2)^{\frac{5}{2}}$  og'irlik funksiyasi yordamida disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi sistemalarning nohiziqli nostatsionar anizotrop modeli tuzildi va uning asosiy fizik parametrlari hisoblab topildi.

2. Tuzilgan anizotrop model va Nuritdinovning anizotrop modelidan foydalanib chiziqli superpozitsiya prinsipi yordamida hosil qilingan tuzilma model fonida vertikal tebranishlarning (0;3) egrilanish modasi va gorizontal tebranishlarning (1;3) va (1;5) modalari uchun dispersion tenglamalarning nostatsionar anoligi hosil qilindi.

3. Balj strukturasi yuzaga keltiruvchi (0;3) modasi va lopsaydal strukturaga mos (1;3) va (1;5) modalarning gravitatsion beqarorlik masalasi o'rganildi.

4. Balj strukturasi mos moda uchun tuzilma modelning parametrlari orasida kritik bog'lanish diagrammalari hosil qilindi va ular tahlili olib borildi. Xususan diskning aylanish parametrik ushbu moda gravitatsion beqarorligida stabillash effektini berishi, superpozitsiya parametri esa disk aylanmagan holda stabillash rolini, lekin disk ma'lum bir aylanish parametriga ega bo'lganda esa destabillash rolini o'ynashi aniqlandi.  $\Omega=0,5$  bo'lgan holda esa superpozitsiya parametri moda beqarorligida ahamiyatga ega bo'lmaydi. Bundan tashqari ushbu moda beqarorligi diskning aylanishiga va superpozitsiya parametriga bog'liq bo'lmagan holda har doim aperiodik xususiyatga ega bo'lishi aniqlandi.

5. Tuzilma model fonida lopsaydal modalarning gravitatsion beqarorlik masalasi o'rganilib, olingan natijalar asosida marjinal bog'lanishlar xosil qilindi. Olingan natijalar taxlil shuni ko'rsatdiki, diskning aylanish parametri bu modalar beqarorligida distabillash effektini berishi, superpozitsiya parametri esa aksincha stabillash rolini o'ynar ekan. Tuzilma model aylanishga ega bo'lmaganda lopsaydal strukturalar boshlang'ich virial munosabatlar qiymatlariga qarab ham tebranma ham aperiodik beqarorlik mexanizmi tufayli yuzaga kelishi aniqlandi. Lekin disk aylanishga ega bo'lishi bilan bu strukturalar faqat tebranma beqarorlik mexanizmi orqali yuzaga kelishi aniqlandi.

6. Izotrop model fonida lopsaydal modalarning beqarorlik inkrementlari solishtirish shuni ko'rsatdiki, aylanish parametriga kichik qiymatlarida (1;3) modasining beqarorlik inkrementi yuqori ekanligi aylanish parametriga

qiymati ortishi bilan esa (1;5) modasi liderlikni qo'lg'a oldi. Tuzilma anizotrop fonida esa (1;3) modasi aylanish parametriga bog'liq bo'lmagan xolda liderlikni qo'lda ushlab qoldi.

7. Izotrop va tuzilma model foniga gorizontal va vertikal tebranish modalarini solishtirish natijalari qo'lg'a kiritildi. Bunda, disk aylanish parametrining kichik va o'rta mayor qiymatlarida vertical tebranishlar ustunlik qilishi, lekin aylanish parametric o'zining maksimal qiymatiga intilishi bilan gorizontal tebranishlar beqarorligi vertikalga nisbatan ustunlik qilishi aniqlandi. Diskning  $\Omega = 0.5$  holida izotrop va tuzilma anizotrop modellar ushbu modalarga nisbatan o'zlarini bir xil tutishi aniqlandi.

**Tadqiqot ob'yekti:** Disksimon galaktikalar va ulardagi balj hamda lopsaydal tuzilmalar.

**Tadqiqot predmeti:** Fazaviy modellashtirish, nochiziqli tebranishlar va dispersion tenglamalar.

**Tadqiqotning ilmiy yangiligi:** Birinchi bor disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi sistemada yangi anizotrop modeli tuzuldi va uning fizik parametrlari hisoblandi. Ushbu yangi model fonida galaktikalarda balj va lopsaydal tuzilmalarning yuzaga kelish mezoni va mexanizmi topildi.

**Tadqiqotning ilmiy-amaliy ahamiyati:** Qo'lg'a kiritilgan natijalar disksimon galaktikalarning boshlang'ich holatlarini o'rganish ularda kuzatilayotgan halqa strukturalarining yuzaga kelish fizik holatlari haqida xulosalar chiqarish imkonini beradi.

Amaliy ahamiyati shundan iboratki, ishlab chiqilgan usullar va qo'lg'a kiritilgan natijalar boshqa dinamik sistemalarga hamda sonli eksprement modellashtirishlarda boshlang'ich shart sifatida qo'llanilsa bo'ladi.

**Bitiruv malakaviy ishi:** Kirish, 3 ta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxatidan tashkil topgan bo'lib, uning umumiy hajmi 54 sahifadan iborat.

# I BOB. DISKSIMON GALAKTIKALAR NOSTATSIONAR MODELLARI FONIDA GRAVITATSION BEQARORLIK MASALALARI

## § 1.1. Disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi sistemalarning nochiziqli, nostatsionar modellari

[1] ishda Galaktikalar va qator boshqa o'zgravitatsiyalanuvchi tizimlarda katta masshtabli struktura yuzaga kelishining asosiy fizik mexanizmlardan biri bu gravitatsion beqarorlik hisoblangan. Gravitatsion beqarorliklikning ko'p turlari asosan turlicha gravitatsiyalanadigan tizimlar analitik aniq muvozanatdagi modellarini yaratish mobaynida aniqlangan. Bugungi kunga kelib, muvozanat holatdagi to'qnashmaydigan o'zgravitatsiyalanadigan tizimlar aniq modeli barqarorligi umumiy holda yakunlangan. Endilikda oldimizda turgan masala ancha murakkab, ammo ancha qiziqarli - nomuvozanatdagi nochiziqli nostatsionar to'qnashmaydigan o'zgravitatsiyalanadigan tizimlar barqarorligini o'rganilgan.

Ushbu ishning maqsadi, berilgan boshlang'ich nomuvozanat fonida shakllanadigan aniq g'alayonlanish modalari beqarorligini dastlabki nostatsionar nochiziqiligidagi rolini o'rganishgan. Bu kabi masalalar ilgariroq Eynshteyn va Kamning nochiziqli pulsatsiyalanuvchi sferik modellari uchun yechilgan. Bu yerda esa Bisnovatiy-Kogan-Zeldovich muvozanatdagi disksimon modelining nostatsionar umumlashmasi [2] ga o'xshash masalani tadqiq qilgan. Mazkur nostatsionar umumlashma xususan, [3] ishda ham keltirilgan. Quyidagi radial tebranuvchi o'zgravitatsiyalanuvchi disk fonida tebranishning ikki eng muhim modalari o'rganamiz: g'alayonlanishning barsimon va halqasimon modalari. Xulosada olingan natijalarni taqqoslangan.

Bisnovatiy-Kogan-Zeldovichning modeli nostatsionar umumlashmasi bo'lgan, disk modelining o'z tekisligida nochiziqli tebranish fonida g'alayonlanishning barsimon va halqasimon beqarorligi o'rganilgan. Quyidagi aytilgan ikki tebranish modasi uchun dispersion tenglamaning nostatsionar

analoglari mos ravishda aniqlangan. Hisoblash natijalari boshlang'ich virial nisbatning aylanish darajasiga kritik diagramma ko'rinishida keltirilgan. Bundan tashqari shu tebranish modalari gravitatsion beqarorligining inkrementlari taqqoslangan. Diskning boshlang'ich to'la kinetik energiyasi boshlang'ich potensial energiyaning 10,4% idan katta bo'lmaganda, bar moda beqarorligi vujudga kelgan. Uning mexanizmi radial harakat beqarorligi bilan bog'liq bo'lib, radial harakat beqarorligi aylanish parametrining kichik qiymatlarida  $\Omega < 0,1$  da davriy bo'lmagan xarakterga, boshqa qiymatlarda tebranma xarakterga ega ekangi aniqlangan. Hisoblashlar shuni ko'rsatadiki, modelning boshlang'ich to'la energiyasi boshlang'ich potensial energiyaning 5,2 % idan katta bo'lmaganda,  $\Omega$  ning qiymatiga bog'liq bo'lmagan holda aylana struktura radial harakat beqarorligi natijasida shakllanishi mumkinligi aytilgan.

Mazkur ishda o'zgravitatsiyalanuvchi disksning nostatsionar modelida sektorial g'alayonlanish modalari nostatsionar despersion tenglama (NDT) si olingan; model fonida shakllangan barsimon moda uchun boshlang'ich virial nisbatning aylanish parametriga kritik bog'liqligi topilgan; (2;2) modani hisoblash shuni ko'rsatdiki, agar boshlang'ich to'liq kinetik energiya boshlang'ich potensial energiyaning 10,4% idan katta bo'lmasa, radial harakat beqarorligi aylanish parametrining kichik qiymatlarida  $\Omega < 0,1$  davriy bo'lmagan xarakterga, boshqa qiymatlarda tebranma xarakterga ega bo'lishligi ko'rsatilgan; turli  $\Omega$  lar uchun barsimon beqarorlik inkrementining boshlang'ich virial nisbat qiymatiga bog'liqligi hisoblab topilgan. Bunda model aylanishi  $\Omega < (0,29; 0,49)$  intervaldan tashqarida hamisha destabillovchi rol o'ynagan; shuningdek, radial tebranuvchi disk modeli fonida halqasimon modasi uchun dispersion tenglamasi nostatsionar analogi olingan; halqa moda (4;0) uchun boshlang'ich virial nisbatning aylanish parametriga kritik bog'liqligi va bu kattaliklardan beqarorlik inkrementi topilgan; modelning boshlang'ich to'la energiyasi boshlang'ich potensial energiyaning 5,2 % idan katta bo'lmaganda,  $\Omega$  ning qiymatiga bog'liq bo'lmagan holda radial harakat beqarorligi natijasida aylana struktura shakllangan. Xulosa halqasimon beqarorlik aylanish darajasiga



bog'liq bo'lmagan holda davriy bo'lmagan xarakterga ega; ko'pchilik hollarda halqasimon beqarorlik inkrementi barsimon modadan katta bo'lgan. Xususan,  $(2T/|U|)_0$  ning istalgan qiymati uchun halqasimon moda inkrementi hamisha quyidagi sohalarda katta bo'lgan;  $\Omega < 0.05$ ,  $0.45 < \Omega < 0.55$  va  $\Omega > 0.96$ .  $(2T/|U|)_0 > 0.2$  bo'lganda barsimon moda inkrementi halqasimonnikidan katta bo'lgan, agar quyidagi shart bajarilsa  $0.2 < \Omega < 1$ .

Vanihoyat, shuni qayd etganki, noxiziqli nostatsionar model muvozanatdagi disk kabi tezlikning izotrop diagrammasiga ega ekan. Shu bilan birga yuqorida o'rganilgan tebranish modalarining boshqa nostatsionar diskning anizotrop modeli fonida o'rganish rejalashtirilgan.

[4] ishda g'alayonlanish nostatsionarlik darajasini rolini aniq modalarda baholash maqsadida kichik g'alayonlarning gravitatsion beqarorligi o'zgravitatsiyalanuvchi diskning noxiziqli nostatsionar modeli fonida tadqiqotini davom ettirgan. Oldingi ishda [5] Besnovatiy-Kogan-Zeldovichning muvozanatli izotrop modelining nostatsionar umumlashmasi bo'lgan to'qnashmaydigan diskning noxiziqli pulsatsiyalanuvchi tekisligida kengayuvchi bir qator muhim gorizonta tebranish turlarining beqarorlik masalasi [6] da o'rganilgan.

Vertikal tebranish egrilangan modalariga nisbatan tezlikning anizotrop va izotrop tezlik diagrammali noxiziqli-nomuvozanatdagi disk modellarining gravitatsion beqarorligi masalasi ko'rib chiqilgan. Umumiy holda bu modellarning vertikal tebranishi dispersion tenglamasining nostatsionar analogi olingan. Asosan, katta masshtabli tebranish modalari, bundan tashqari, keng tarqalgan integral formadagi egrilik ko'rinishi, shuningdek, gumbazsimon, U-simon va pressesion tipdagi egriliklar o'rganilgan. Mazkur vertikal tebranish modalarining har biri uchun boshlang'ich virial nisbatning nostatsionar model aylanish parametriga bog'liqligining kritik diagrammalari tuzilgan. Ko'rsatilgan tebranish modalari beqarorligi inkrementlari taqqoslama analizi bajarilgan.

Mazkur ishda o'zgravitatsiyalanuvchi diskning izotrop va anizotrop nostatsionar modeli uchun vertikal egrilangan tebranish modalari dispersion tenglamasining nostatsionar analogi uchun umumiy ifodasi olindi; galaktika diski egrilanishining asosiy to'rt turi: integralsimon, U-simon, gumbazsimon va pretsession turlari o'rganilgan; izotrop va anizotrop model fonida evolyutsiyalanayotgan egrilik modalari uchun boshlang'ich virial nisbatning nostatsionar model aylanish parametriga bog'liqligining kritik diagrammalari tuzildi; o'rganilgan izotrop va anizotrop model doirasida gumbazsimon beqarorlik aylanish parametri  $\Omega$  ga bog'liqmas holda hamisha aperiodik xarakterga ega, asimmetrik va U-simon egrilanish beqarorligi  $\Omega=0$  da aperiodik xarakterga ega,  $\Omega$  ning boshqa qiymatlari uchun esa tebranma xarakterga ega; pretsession tebranish nostatsionar izotrop va anizotrop model fonida hamisha barqaror ekanligi aniqlandi; tebranish egrilik modasi beqarorligi inkrementlari virial nisbatning boshlang'ich qiymatiga va aylanish parametriga bog'liq holda hisoblandi; ularning nostatsionar modelida evolyutsiyasi davomida  $\Omega$  ning kichik qiymatlarida dastlab galaktika diskining asimmetrik egriligi paydo bo'lishi, keyinchalik U-simon egrilik shakllanishi mumkinligi, keyin esa gumbazsimon egrilanish yuzaga kelishi aniqlangan. Aylanish parametrining ortib borishi bilan gumbazsimon beqarorligi boshqa modalar bilan solishtirganda ahamiyatli bo'lib qoladi;  $\Omega$  ning kichik qiymatlarida anizotrop model egrilanishning asimmetrik va U-simon tiplariga nisbatan biroz beqaror bo'lishi aniqlandi, gumbazsimonda esa butkul teskari aksi kuzatiladi. Aylanish parametri ortishi bilan anizotrop model faqat gumbazsimon modaga nisbatan bir qadar beqaror bo'ladi, qolganlari bilan esa aksi.

[7] ishda Bisnovatyi-Kogan-Zeldovich muvozanatli diskining nostatsionar umumlashmasi hisoblangan o'zgravitatsiyalanadigan noxiziqli nomuvozanatli model fonida gorizont va vertikal g'alayonlanish modalarining muhim beqarorlik turlari o'rganilgan. Xususan, gorizont tebranishlarni o'rganish davomida ixtiyoriy sektorial g'alayonlanish uchun dispersion tenglama

nostatsionar analogi kiritilgan ekan, barsimon va halqasimon tebranish modalari beqarorlik xarakteristikalari alohida hisoblab topilgan ekan.

Spiral galaktika diskining turli gorizonta g'alayonlanishi orasida ko'p kuzatiladigan galaktika markazidan yadroning siljishiga e'tibor qaratish lozim. Xorijiy jurnallarda bu fenomen "lopsaydallik" deb ataladi (masalan, [8-11] ga qarang). Bunda galaktika yadrosining geometrik markazdan siljishi aniq ko'rinadi, bir tomondagi massa galaktikaning qarama-qarshi tomonidagi massasidan anchagina farq qiladi. Birinchi bo'lib bu hodisa "Lopsided galaxies" nomi bilan [9] maqolada ko'rsatib o'tilgan. [12-13] statistikaga ko'ra, bugungi kunga kelib spiral galaktikalarning 30% ida yadro siljishi fenomeni yaqqol ko'rinmoqda. Ko'pchilik mualliflar A1 koeffitsiyentning aniq qiymatini topish maqsadida Furrye garmonikasiga mos keluvchi analiz yo'li bilan mazkur hodisani ishlab chiqishga urinishgan. Shu nuqtai nazardan spiral galaktikalarda yadro siljishi yuzaga kelishi masalasi [14] da batafsil ko'rib chiqilgan.

Mazkur ishda azimutal to'lqin soni tanlangan qiymati  $m=1$  da izotrop va anizotrop tezlik diagrammali noxizizqli nostatsionar disk modeli fonida spiral galaktikalarda yadroning geometrik markazdan siljishi (yoki lopsaydallik) ni tadqiq qilish maqsadida asosiy keng masshtabli g'alayonlangan moda gravitatsion beqarorligi o'rganilgan. Ko'rilayotgan g'alayonlanish modalarining dispersion tenglamasining nostatsionar analogi olingan. Har bir hol uchun boshlang'ich virial nisbatning aylanish parametriga bog'liqligi kritik diagrammalari tuzilgan. Ikki model kesimida gorizonta g'alayonlangan modalarning beqarorlik inkrementlari taqqoslama tahlili amalga oshirilgan va moda beqarorlik inkrementi  $m=1$  radial to'lqin soni  $N=3$  bilan taxminan boshqa modalarga nisbatan yuqoriroq bo'lishi aniqlangan. Olingan natijalar tahlili shuni ko'rsatadiki, izotrop modelning boshlang'ich to'la kinetik energiyasi boshlang'ich potensial energiyaning 12,4% idan katta bo'lmasa, aylanish parametri  $\Omega$  ga bog'liqmas holda yadroning geometrik markazdan siljishi jarayonida radial harakat beqarorligida ahamiyatga ega. Mazkur beqarorlik  $\Omega=0$  da davriy bo'lmagan xarakterga,  $\Omega \neq 0$  da tebranma xarakterga ega. Anizotrop

model fonida boshlang'ich to'la kinetik energiyasi boshlang'ich potensial energiyaning 30,6% idan katta bo'lmasa bunday struktura yadro bilan birga shakllangan.

Mazkur ishda o'zgravitatsiyalanuvchi disk izotrop va anizotrop nostatsionar modellari uchun  $N=3$  va  $N=5$  da  $m=1$  li g'alayonlanish modasi dispersion tenglama nostatsionar analogi olingan; izotrop va anizotrop model fonida rivojlanuvchi berilgan modalar uchun boshlang'ich virial nisbatning disk aylanishiga bog'liqlik kritik diagrammalari tuzilgan; aylanmaydigan anizotrop va izotrop model kesimida moda beqarorligi (1;3) tebranma va davriy bo'lmagan xarakterga ega, modalar aylanganida esa faqat tebranma beqarorlikka ega; ikki tadqiq qilingan moda fonida beqarorlik yarimoroli kuzatiladi, shuningdek, anizotrop modelda (1;3) moda uchun beqarorlik oroli mavjud; (1;3) modalarni hisoblash natijasi shuni ko'rsatadiki, boshlang'ich to'la kinetik energiyasi boshlang'ich potensial energiyaning 12,4% idan katta bo'lmasa, aylanish parametri  $\Omega$  ga bog'liqmas holda yadroning geometrik markazdan siljishi jarayonida radial harakat beqarorligida ahamiyatga ekan. Mazkur beqarorlik  $\Omega=0$  da aperiodik xarakterga,  $\Omega \neq 0$  da tebranma xarakterga ega; (1;3) moda uchun markazdan siljigan yadroli struktura ("lopsaydallik") boshlang'ich to'la kinetik energiyasi boshlang'ich potensial energiyaning 30,6% idan katta bo'lmasa model fonida shakllangan. Model aylanganida berilgan beqarorlik faqat tebranma xarakterga ega bo'ladi; (1;3) modalar beqarorligi inkrementini barsimon va halqasimon tebranish modalari bilan taqqoslash shuni ko'rsatadiki, birinchi navbatda sistemada nochiziqli modalar fonida markaz va yadro holati orasidagi farq yaqqol bo'lgan struktura shakllanadi. Aylanish o'zining maksimum qiymatiga yaqinlashganda, izotrop model fonida aylana moda;  $0 < \Omega < 0,5$  da anizotrop model boshqa anizotrop modalar (1;3) va (0;4) bilan taqqoslaganda bir qadar beqaror bo'ladi,  $\Omega > 0,5$  da halqsimon modadan tashqari boshqalariga nisbatan izotrop model beqaror bo'lib qolgan.  $\Omega=0,5$  qiymatni qabul qilganida izotrop va anizotrop modellar o'zini barcha strukturali modalarga nisbatan bir xil tutishi aniqlangan.

[15] ishda oldingi qismlarida ko'p uchraydigan anizotrop va izotrop tezlik diagrammali nochiziqli model fonida gorizontaal [16,17] va vertikal [18] tebranish modalar hosil bo'lish strukturasi gravitatsion beqarorlik masalalarini o'rganilgan. Gorizontaal tebranishlar barsimon, halqasimon va lopsaydal struktura shakllanishi kriteriyasi topilgan edi va ular hosil bo'lish xarakterli vaqtining qaralayotgan modellarning asosiy fizik kattaliklariga bog'liqligi aniqlangan. Ko'p sonli vertikal tebranish modalari kesimida biz asimmetrik-integralsimon, U-simon gumbazsimon va pretsession tipdagi galaktika diski egrilanishi gravitatsion beqarorligini o'rganilgan. Hisoblashlar shuni ko'rsatadiki, gorizontaal turdagi tebranish modalari orasida lopsaydallik (galaktika geometrik markazidan yadroning siljishi effekti) ni yuzaga keltiruvchi modalar beqarorligi tempi hamisha boshqalaridan ustun turar ekan. Vertikal tebranish modalari holida esa diskning asimmetrik integralsimon egrilanishi boshqalaridan kuchliroq hisoblanadi, keyin U-simon egrilanish hosil bo'ladi, undan keyin esa gumbazsimon egrilanish shakllanadi, tebranishning pretsession turi esa qaralayotgan ikki beqarorlik model fonida hamisha barqaror bo'lib qolgan. Modellarning analitik yechilgan, aniq beqarorlik nazariyasi hamisha qator murakkab hollarni umumlashtirish va takomillashtirishni taqozo etgan. Ilgariroq qaralgan ikki nochiziqli nostatsionar disk modelidan bittasi ideal holat sifatida qaraladigan tezlikning faqat izotrop diagrammasiga ega, anizotropiya effekti esa haligacha alohida olib o'rganilmagan.

Anizotrop tezlik diagrammali radial nostatsionar diskning nostatsionarlikning aniq nochiziqli qonuniga ega va Bisnovatyi-Kogan - Zeldovich muvozanatli diski nomuvozanatli umumlashmasi hisoblangan umumlashgan fazaviy model yaratilgan. Gorizontaal va vertikal tebranish modalariga nisbatan umumlashgan model beqarorligi taqqoslama tahlilini o'tkazish uchun mos holda dispersion tenglama nostatsionar analogi olingan. Olingan natijalar tahlili shuni ko'rsatadiki, nochiziqli nostatsionar model anizotropiya darajasi va farqini xarakterlaydigan parametrlar diskning gorizontaal va vertikal tebranishlarida qarama-qarshi effektini ko'rsatar ekan. Shuningdek,

anizotrop va izotrop tezlik diagrammali noxiziqli model fonida gorizont va vertikal tebranish modalari taqqoslangan. Disk aylanish parametrining kichik va o'rtacha qiymatlarida tebranishning vertikal modalari gorizontga dominlanadi, aylanishning maksimal qiymatiga yaqinlashgach teskari manzara kuzatilgan.

Mazkur ishda disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi tizimning anizotrop tezlik diagrammali umumlashgan noxiziqli nostatsionar modeli ishlab chiqilgan; umumlashgan model uchun asosiy katta masshtabli gorizont va vertikal g'alayonlanish modalari dispersion tenglamasi nostatsionar analogi topildi va unga oid hisoblashlar bajarilgan; disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi tizimning umumlashgan noxiziqli nostatsionar modeli anizotropiya darajasi va farqini xarakterlaydigan  $\alpha$  va  $\beta$  parametrlar diskning gorizont va vertikal tebranishlariga qarama-qarshi ta'sir ko'rsatishi aniqlandi, aynan  $\alpha$  parametr qiymati ortib borishi bilan halqasimon (0;4), lopsaydal (1;3), N-simon (5;6) va U-simon (4;5) modalar beqarorligi inkrementi qiymati maksimum ortadi,  $\beta$  parametr qiymati ortishi bilan ularning beqarorlik tempi kamayadi. S-asimmetrik (1;4) va gumbazsimon (0;3) modalar uchun  $\beta$  parametr destabillovchi effektni beradi,  $\alpha$  parametr esa teskari, stabillovchi effekt beradi; izotrop va anizotrop model fonida gorizont va vertikal tebranish modalarining beqarorlik inkrementlari taqqoslovchi diagrammalar yasalgan; disk aylanishining kichik va o'rtacha qiymatlarida izotrop va anizotrop modelning vertikal tebranish modalari gorizont bilan ustun va aylanishning maksimal qiymatga yaqinlashgani sayin teskari manzara kuzatilishi aniqlangan; umumiy holda anizotrop model boshqa barcha o'rganilgan gorizont va vertikal tebranish modalariga, izotropga nisbatan bir qadar beqaror ekanligi topilgan, faqat  $\Omega=0,5$  da anizotrop va izotrop modellar g'alayonlanish modasiga nisbatan o'zlarini bir xil tutar ekan.

[19] ishda gravitatsion beqarorliklarning yangi turlarini izlashda koinotning oby'ektlarini aniq modeli yordamida o'rganilgan holatda asosiy rol o'ynagan. Mazkur ishda o'zgravitatsiyalanuvchi sestimalarning gravitatsion beqarorligi o'rganilgan. To'qnashmaydigan disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi

disksimon tizimning aniq analitik modellaridan biri Bisnovatiy-Kogan-Zeldovich tomonidan ilk bor yaratilgan muvozanatli Makloren diski hisoblangan. Bu modelning barqarorligi ko'p olimlar tomonidan o'rganilgan. Biroq o'zgravitatsiyalanuvchi disksimon sistemalar nostatsionar tuzilma va ularning global strukturasi faqatgina ular evolyutsiyasining nohiziqli nostatsionar fonida shakllandi. Shuning uchun [20-23] ishlarda Makloren diski radial nostatsionarlilik bilan nohiziqli nomuvozanatli hol uchun umumlashtirilgan va bu nohiziqli tebranishlar fonida bir qator katta masshtabli g'alayonlanish modalari gravitatsion beqarorligi o'rganilgan. Biroq, mazkur nohiziqli nostatsionar model ideal holatga mos keluvchi tezlikning izotrop diagrammasiga ega ekanligi aniqlangan.

Shuni qayd etib o'tish lozimki, hozirda to'qnashmaydigan disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi tizimning aniq nostatsionar modellaridan bir nechtasigina ma'lum, chunki ulardan ayrimlarigina tebranish modasi analizi uchun zarur bo'lgan dispersion tenglama nostatsionar analogiga mos keluvchi analitik xulosalarga ega. Bundan tashqari shuni aytib o'tish lozimki, o'zgravitatsiyalanuvchi sistemalar bo'yicha yetishmasligidan kuzatuv ma'lumotlarini yuqorida sanab o'tilgan modellarning kuzatuv bilan mosligini tekshirishga hali vaqtli.

Bisnovatiy-Kogan-Zeldovichning mashhur muvozanatli izotrop modelining nostatsionar umumlashmasidan foydalangan holda anizotrop tezliklar diagrammasi nostatsionar disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi tizimning yangi modeli tuzilgan. Bir xil anizotrop tezliklar diagrammasi deb ikkita aniq modellar chiziqli superpozitsiyasi sifatida olingan. Yangi modelning beqarorligi sektorial g'alayonlanish modasiga nisbatan 10-tartibgacha olingan. Tadqiqot natijalari boshlang'ich virial nisbatning aylanish kattaligi va superpozitsiya parametriga kritik bog'liqligi sifatida aks ettirilgan. Shuningdek, beqarorlik inkremetning modelning boshqa asosiy fizik parametrlariga bog'liqligi ham berilgan.

Mazkur ishda izotrop va anizotrop tezlik diagrammali disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi tizimni ikki nostatsionar fazaviy zichlik superpozitsiyasi

ko‘rinishidagi umumlashgan model yasalgan; 10-tartibgacha bo‘lgan sektorial modalar uchun dispersion tenglama nostatsionar analogi olingan, shuningdek, pulsatsiya holat fonida bu tebranish modalari beqarorligining fizik xususiyatlari o‘rganilgan; boshlang‘ich virial nisbat, beqarorlik inkrementlari,  $\Omega$  va  $\nu$  parametrlar orasida kritik bog‘liqlik topilgan. Ko‘p parametrliligi tarkibi tabiati  $\Omega$  va  $\nu$  larning turli qiymatlarida muhim ahamiyatga ega ekanligi aniqlangan. Masalan, uchburchak moda holida umumlashgan xarakteri istalgan  $\Omega$  uchun  $\nu > 0,8$  da ajralib turgan; superpozitsiya parametri oshishi bilan izotrop modeldan anizotrop modelga o‘tishda beqarorlik sohasi kamayishi kuzatilishi ko‘rsatilgan; tebranishning juft sektorial modalarida  $\nu < 0,5$  sohada beqarorlikning kichik yarimoroliga ega bo‘lishi aniqlangan. Bunda g‘alayonlanish indeksi oshishi bilan bu soha keskin kamayadi; beqarorlik inkrementlarining maksimal qiymatlari g‘alayonlanish indeksi oshishi bilan bosqichma-bosqich kamayishi aniqlandi, qachonki  $\Omega = 0$  va  $\nu \geq 0,8$ , shuningdek,  $\Omega = 1$  va  $\nu > 0,6$ ; boshlang‘ich virial nisbatning kichik qiymatli sohalarda radial orbitalar beqarorligi yuzaga keladi, uning o‘rtacha qiymatida esa tebranma beqarorlik to‘g‘ri keldi; disksimon o‘zgravitatsiyalanuvchi sistemaning evolyutsiyasini dastlabki bosqichini ifodalalovchi holi fizikasidan yetarlicha katta farq qilgan.

[24] ishda biz yuqorida nostatsionar disksimon anizotrop model fonida sektorial tebranish modalarining gravitatsion beqarorligi masalasi o‘rganilgan ekan. Sektorial g‘alayonlanishlar bilan birga beqarorligi diskda aniq katta masshtabli strukturaga ega **tesseral** tebranishlar ham mavjud bo‘ladi. Agar sektorial g‘alayonlanishlar orasida asosan, bar moda azimut to‘lqin soni  $m=2$  va radial to‘lqin soni  $N=2$  bilan yetakchilik qilsa, u holda **tesseral** g‘alayonlanishlar o‘zini spiral galaktikalarning disksimon qism sistemasi sifatida namoyon etadi. Shuni aytish joizki, kuzatilgan turli halqasimon jismlar hosil bo‘lishi  $m=0$ ,  $N=4$  va  $m=2$ ,  $N=4$  tebranish modalarining gravitatsion beqarorligi bilan bog‘liq bo‘lishi mumkin. Shuningdek, spiralsiz va hatto yardosiz toza halqasimon galaktikalar ham kuzatilgan. Bundan tashqari, kuzatishlarga qaraganda, o‘rtacha



holatda spiral galaktikalarning 30% ida yadrosi geometrik markazdan siljigan “lopsaydal” struktura kuzatilgan. Bu manzarani tahlil qilish shuni ko‘rsatadiki, mazkur hodisa g‘alayonlanish modasining beqarorligi bilan tushuntiriladi, asosan,  $m=1$ ,  $N=5$  va  $m=1$ ,  $N=7$  holda, shuningdek, aniq sharoitlarda muhim ahamiyatga ega.

Ular tomonidan o‘rganilgan [25] anizotrop tezlik diagrammali nohiziqli pulsatsiyalanuvchi tarkibli model fonida katta masshtabli tesseral g‘alayonlanish modasi gravitatsion beqarorligi Bisnovatiy-Kogan-Zeldovichning muvozanatli izotrop disk modelining nostatsionar umumlashmasi asosida o‘rganilgan. Asosiy **lesh tesseral** g‘alayonlanish modasi uchun mos keluvchi dispersion tenglama nostatsionar analogi olingan. Tadqiqot natijalari tizim aylanish darajasining turli qiymatlari uchun boshlang‘ich virial nisbatning superpozitsiya parametriga kritik bog‘liqligi sifatida keltirilgan. Shuningdek, barcha katta masshtabli g‘alayonlanish modalari uchun beqarorlik inkrementlarining taqqoslama tahlili bajarilgan.

Mazkur ishda o‘zgravitatsiyalanuvchi disk nohiziqli nostatsionar modeli fonida halqasimon va lopsaydal g‘alayonlanish modalari uchun dispersion tenglamaning nostatsionar analogi olindi; modelning fizik parametrlari orasida **marjinal** bog‘liqlik aniqlandi, shu kabi boshlang‘ich virial nisbat, aylanish darajasi, beqarorlik inkrementlari va superpozitsiya parametrlari qiymatlari orasida kritik bog‘liqlik topilgan; halqasimon va lopsaydal g‘alayonlanish modalari dispersion tenglamaning nostatsionar analogini hisoblash natijalari shuni ko‘rsatadiki, ikki model superpozitsiyasi qanaqadir rezonansni yuzaga keltiradi, natijada superpozitsiya parametrining turli qiymatlarida beqarorlik sohasi kengayadi; aylanmaydigan model kesimida barcha ko‘rilgan modalar tebranma va aperiodik xarakterga ega, u aylanganida esa  $\Omega \leq 0,5$  da (0;4) moda uchun manzara o‘shaligicha qoladi,  $\Omega > 0,5$  da bu moda aperiodik beqarorlikka ega bo‘ladi, qolgan hollarda esa tebranma beqarorlikka ega bo‘ladi; ularning nohiziqli nostatsionar modelida evolutsiyasi davomida datslab lopsaydal struktura shakllanadi, so‘ngra halqasimon struktura, keyin barsimon struktura

shakllanadi. Ammo maksimal aylanish superpozitsiya parametri ortishi bilan barsimon struktura asosiy bo‘lib qolishi topildi; aylanish ortishi bilan boshlang‘ich virial nisbat diapazoni ham ortadi, bunda o‘rganilgan strukturalar shakllanishi mumkin;  $\Omega=1$  va  $0,7 < v < 1$  da inkrementlari (1;5) bilan (0;4) va (1;3) bilan (2;4) egrilanishi kuzatilishi ko‘rsatildi, bir vaqtning o‘zi berilgan strukturalar shakllanishi mumkinligi ko‘rsatadi; aylanmaydigan model (1) da (0;4) modaga keladigan struktura shakllanishi tempi (2;4) nikidan katta. Model aylana boshlashi bilan manzara o‘zgargan.

## **§ 1.2. Nostatsionar modellar fonida gorizontaal tebranish modalari tahlili.**

Ixtiyoriy  $\Omega \neq 0$  holatida biz sonli usulda yechib boshlang‘ich virial nisbatning aylanish darajasiga boshlang‘ich virial nisbatning kritik qiymat modelining aylanish darajasi  $\Omega$  ga bog‘liqligi aniqlangan. Olingan natijadan ko‘rinib ko‘ribdiki,  $0.209 < (2T/|U|)_0 < 0.430$ ,  $0 \leq \Omega < 0.12$  da barqarorlik oroli mavjud.  $0.289 < \Omega < 0.49$ . Shu sohadan tashqari qolgan barcha qiymatlarda modellarning barcha parametr distabellashuv rol o‘ynaydi. Faqat 2ta qiymatda ( $\Omega_1 = 0.289$  va  $\Omega_2 = 0.507$ ) marjinal egri chiziq  $(2T/|U|)_0 = 1$  qiymatga boradi.  $\Omega = \Omega_1$ ,  $\lambda = 0$  chiziqli yaqinlashtirish doirasida barqaror hisoblanadi. Bu yerda chiziqli nazariyaning va nochiziqli tebranishlar modeli (1). Kollektiv harakatlar chastotalarining murakkab rezonasi bilan bog‘langan nochiziqli effekt rolini o‘ynaydi.  $\Omega_2 = 0.507$  nuqtasi esa chiziqli nazariyada yetarlicha ma’lum  $\Omega > \Omega_2$  da chiziqli va nochiziqli tebranishlar to‘liq beqarordir. NDT 8- darajasi differensial tenglamalar natijasi bo‘lib analitik yechimga ega emas. Shuning uchun, sonli usul yordamida o‘rganilgan. Shunday qilib ular tomonidan boshlang‘ich virial nisbatning aylanish parametriga kiritik bog‘liqligi aniqlangan. Olingan natijalardan shu ko‘rinib turibdiki,  $\Omega \leq 0.117$  sohada halqasimon g‘alayon modasi virial nisbatning barcha qiymatlarida barqaror.  $0.117 < \Omega < 0.3$  sohasida aylanish parametri stabillashuv ro‘lini

o‘ynaydi.  $\Omega \approx 0.3$  ( $2T/|U|_0 > 0.25$ ) da cho‘zilgan beqarorlik oroli ingichka shoxchasi bilan kuzatiladi. ( $2T/|U|_0 > 0.3$ ) bo‘lsa  $\Omega > 0.5$  sohasida barqarorlik va beqarorlik ketma-ket keladi va nihoyat  $\Omega > 0.818$  da model halqasimon g‘alayonlanishga nisbatan beqarorligi boshlang‘ich virial nisbatning barcha qiymatlarida kuzatiladi. ( $2T/|U|_0 = 1$ ) holatida  $\Omega = 0.117$  va  $0.818$  kiritik qiymatlari chiziqli barqarorlik nazariyasini yaxshi ma‘lum  $\Omega = 0.31927, 0.7071$  va  $0.79$  nuqtalarda beqarorlik nochiziqli model doirasida o‘rinli bo‘ladi. Yuqorida ko‘rilgan 2 tebranish modasi uchun marjinal bog‘lanishlarni taqqoslash qiziqarli. Ko‘rinib turibdiki, g‘alayonlanish kiritilgan qadar dastlabki nochiziqli nostonar model quydagicha ( $2T/|U|_0 < 0.2$ ). Bunda 2 tebranish moda aylanish parametriga bog‘liq bo‘lmagan holda beqaror. Shuningdek ushbu beqarorlik aperodik xarakterga ega. Yuqoridagi soha (1.2.1) tebranuvchi beqarorlik o‘rinli. Bu xarakteristik tenglamaning kompleks ifodasi ildizga egaligidan ko‘rinib turibdi. Agar  $\Omega > 0.82$ . bo‘lsa 2 tebranish modasi ham boshlang‘ich virial nisbatining har qanday qiymatida beqarordir. ( $2T/|U|_0 \approx 1$ ) holatida aylanish parametri bo‘yicha  $0.176 < \Omega < 0.507$ , qiymatlar intervalida ikkala tebranish modasi bir vaqtda barqaror bo‘ladi. Qolgan holatlarda esa hosil qilingan marjinal bog‘lanishlarning ko‘rinishi juda murakkabligi sababli bu ikki modaning umumiy tomonlarini ko‘rsatish ancha qiyin.

Bundan tashqari barsimon va halqasimon tebranish modalarining inkrementlarini solishtirish ham muhim o‘rin tutadi. Bunda beqarorlik inkrementi quydagi formula orqali ifodalanadi.

$$Inc = \frac{\ln(\|k_{\max}\|)}{P(\lambda)}, \quad (1.2.1)$$

Bu yerda  $\ln\|k_{\max}\|$  -xarakteristik tenglamaning yechimlarining modelini maksimal qiymati va  $P(\lambda)$ - pulsatsiya davri.

Lopsaydal tebranish modasi sistemaning kinematik markazini geometrik markazidan siljitadi. Umumiy holda mazkur tebranish modasi turli statsionar modellarda yetarlicha o'rganilgan bo'lib [26-28], nostatsionar pulsatsiyalanuvchi sferik model fonida faqat [29] ishda o'rganilgan. Ushbu moda uchun o'n ikkinchi tartibli differensial tenglamalar sistemasidan iborat ifodada mavhum qismining mavjudligidan uni analitik yechishning imkoni yo'q. Shuning uchun u sonli usulda yechilgan. Olingan natijalar yordamida boshlang'ich virial nisbatning modeli aylanish parametriga kritik bog'liqligi aniqlangan. Bunda aylanmaydigan model uchun  $0 \leq (2T/U) \leq 0.888$  o'rinli bo'ladi. Shu bilan birga u yerda ingichka (0.248; 0.252) barqarorlik sohasi kuzatiladi. Hisob kitoblar,  $\Omega=0$  bo'lganda to'rtta beqarorlik sohasi mavjudligini ko'rsatmoqda. Bularning aynan ikkitasi tebranuvchan  $0.484 \leq \left(\frac{2T}{|U}\right)_0 \leq 0.888$ ,  $0.253 \leq \left(\frac{2T}{|U}\right)_0 \leq 0.320$  va ikkitasi aperiodik  $0.330 \leq \left(\frac{2T}{|U}\right)_0 \leq 0.483$   $0 \leq \left(\frac{2T}{|U}\right)_0 \leq 0.248$  xarakterga ega.

Model aylanuvchan holatida esa faqatgina tebranuvchan beqarorlikka ega bo'lib, aylanish parametri asosan destabillashtiruvchi rol o'ynaydi. Aylanish parametri kuchsiz bo'lgan sohalarda marjinal egri chiziq ( $\Omega=0.029365$ ,  $\left(\frac{2T}{|U}\right)_0 \cong 1$ ) nuqtagacha boradi. Shunday qilib, statsionar modelga biror g'alayonlanish berilganda unga nochiziqli ta'sir ko'rsatishi aniqlandi. Ko'rinib turibdiki, bu effekt chiziqli kollektiv harakatlar nazariyasi va sistemaning nochiziqli pulsatsiyasi chastotalari o'rtasidagi murakkab rezonans bilan bog'langan. Ikkinchi marotaba marjinal egri chiziq  $\Omega=0.114915$  qiymatidagidaka holatga qaytishga intiladi. Boshlang'ich qiymatning ixtiyoriy qiymatida (1:3) tebranish modasi beqarorligi ( $0.360410 \leq \Omega \leq 0.652344$ ) va ( $\Omega \geq 0.803057$ ) da kuzatiladi. Xususiy holda,  $\lambda = 0$  da chiziqli yaqinlashtirishda natijalar muvozanatli modelning beqarorligi bilan mos keladi.

$m=1, N=5$  ning izotrop modeli kritik diagrammasidan  $0.2098 < \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 < 0.2163$   
 $0 \leq \Omega \leq 0.06$  barqarorlik yarimorollari mavjudligi ko‘rinib turibdi. Model aylanmaydigan holida esa ketma-ket kelgan 5 ta:  $0 < \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 < 0.198$  aperiodik,  
 $0.293 < \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 < 0.304$  tebranuvchan xarakterga ega beqarorlik sohalari mavjud.

Lekin  $\Omega \neq 0$  da ham tebranuvchan beqarorlik mavjud. Modelning aylanishi asosan  $0.498 < \Omega < 0.709$  dan tashqari sohalarda destabillashtiruvchi rol o‘ynaydi.  $0.082662 < \Omega < 0.379936$  sohada esa boshlang‘ich virial nisbatning ixtiyoriy qiymatida (1)ga nisbatan (1:5) tebranish modasiga beqarorroq  $2T/U > 0.45$  da barqarorlik va beqarorlik sohalari ketma-ket keladi.  $2T/U=1$  da esa muvozanatli modelning chiziqli nazariyasi barqarorligiga to‘g‘ri keluvchi  $\Omega = 0.06392, 0.498653, 0.70851, 0.759542$  hamda nochiziqli model doirasida rezonans beqarorligidagi kritik qiymatlar o‘rinli bo‘lgan.

Boshlang‘ich virial nisbatning aylanish parametriga kritik bog‘liqligi (1:3) dan omeganing kichik qiymatlarida beqarorlik sohasi ichida barqarorlik yarimoroli mavjudligi ko‘rinib turgan. Olingan natijalar tahlilidan esa ushbu soha diagrammani tebranuvchan  $0.808 < \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 \leq 0.828$  va aperiodek

$0 \leq \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 \leq 0.654$  sohalarga ajratishini ko‘rsatmoqda. Aylanish parametri 0 ga teng bo‘lmagan holatlarda esa faqatgina tebranuvchan beqarorlik o‘rinlidir.  $0.275003 \leq \Omega \leq 0.312495$  da barg shaklidagi uzun beqarorlik sohasi kuzatiladi. aylanish parametrining  $\Omega \geq 0.4759$  qiymatlarida anizotrop model to‘liq o‘rganilayotgan (1;3) ga nisbatan to‘liq beqaror. Boshlang‘ich virial nisbatning modelning aylanish parametriga kritik bog‘lanishidan (1;5) tebranish moda beqarorligi aylanish darajasi ortishi bilan bir tekis oshgan. Biroq,  $0.4287 < \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 < 0.4721$  sohalarda barqarorlik sohalari kuzatilgan. Izotrop model holidagiga o‘xshab bu yerda ham to‘rtta periodik va aperiodik xarakterga

ega beqrorlik sohalari mavjud.  $0 < \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 < 0.075$  va  $0.304 < \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 < 0.4287$  da aperiodik va  $0.076 < \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 \leq 0.304$  va  $0.4721 < \left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 < 0.4902$  da esa tebranish xarakteriga ega beqrorlik sohalari kuzatilgan. (1;3) va (1;5) tebranish modalari taqqoslashda eng qiziq jihati ushbu modalar yuzaga kelishining xarakterli vaqtni ifodalovchi inkrementlardir. Nochiziqli izotrop model fonida (1;3) tebranish modasi  $\Omega=0$  va  $0.4 \leq \Omega < 0.8$  da boshlang'ich virial nisbatning barcha qiymatlarida ustunlik qiladi. Lekin  $\Omega > 0.8$  (1;5) tebranish modasi inkrementi (1;3) ga nisbatan dominant hisoblanadi. Biroq, anizotrop model fonida (1;3) tebranish modasi doimo (1;5) dan ustun bo'ladi. Shunday qilib, (1;3) tebranish modasi (1;5) ga nisbatan beqrorroq deb xulosa chiqarsak bo'ladi. (1;3) va (1;5) tebranish modalari marjinal egri chiziqlarini taqqoslaganda ikkita modelda ham ketma-ket kelgan barqarorlik va beqrorlik sohalari ko'zga yaqqol tashlanadi. Xuddi shu modalarning anizotrop model fonidagi kritik diagrammasiga qarsak, uni izotrop model holatidagidan ancha farq qilishini anglash qiyinchilik tug'dirmaydi. Masaln, (1;3) tebranish modasida (1;5) da kuzatilmaydigan beqrorlik oroli mavjud. Bundan tashqari,  $\Omega > 0.48$  da anizotrop model to'liq beqror, (1;5) holida esa, beqrorlik sohasi sekin –asta oshib boradi. (1;3) modalarning boshqa katta masshtabli gorizontal tebranish modalari bilan taqqoslanishi ham katta ahamiyatga ega. Shuning uchun, (1;3) tebranish modasi inkrementini boshqa (2;2) barsimon va (0;4) halqasimon modalar bilan taqqoslangani ko'rib chiqamiz. Ta'kidlab o'tish joizki, (1;3) tebranish modasi anizotrop model fonida qolgan ikkita modaga nisbatan doimo ustunlik qiladi. Bu esa o'z navbatida sistema markazining uning geometrik markazidan siljishi qolgan ikkita tuzilma: barsimon va halqaga qaraganda oldinroq vujudga kelishini bildirgan. Biroq, izotrop model fonida bunday holat faqatgina  $0.1 < \Omega \leq 0.5$  oralig'ida kuzatilgan. Izotrop model fonida halqasimon tebranish modasi ustunligi  $\left(\frac{2T}{|U|}\right)_0 > 0.3$  va  $\Omega < 0.2$  qiymatda ham kuzatiladi. Modelning

aylanish parametri qiymati ortishi bilan paydo bo‘ladigan strukturalarning diapozoni ham kattalashadi va shu bilan birga ularning maksimal qiymatlari ham sekin-asta oshib boradi.  $\Omega=0.5$  da ham izotrop, ham anizotrop modellarda yuqorida aytilgan uchta tebranish modasi ham bir xil tabiatga ega. Izotrop hamda anizotrop modular taqqoslanishidan shuni aniqlash mumkinki, faqatgina anizotrop model fonida o‘rganilayotgan tuzilmalar ma’lum qonuniyatga bo‘ysungan. Masalan,  $\Omega < 0.5$  da kinematik markaz paydo bo‘lsa,  $\left(\frac{2T}{|U|}\right)_0$  ning kichik qiymatlarida halqasimon struktura yuzaga keladi, undan so‘ng bar shakllanishni boshlaydi. Biroq,  $\left(\frac{2T}{|U|}\right)_0$  ning katta qiymatlarida avval barsimon struktura va undan keyin halqa yuzaga keladi. Anizotrop model fonida boshlang‘ich virial nisbatning ixtiyoriy qiymatida (1;3) tebranish modasi qolgan ikkita (2;2) va (0;4) lardan doimo ustunligi ma’lum bo‘lsa, izotrop model fonida bunga o‘xshash qonuniyat umuman kuzatilmaydi. (2;2) barsimon tebranish modasi tabiati ikki model: izotrop va anizotrop model fonida ham bir xil, chunki ularning NDT lari ikki hol uchun ham birday ekan.

### **§ 1.3. Vertikal tebranish modalarining gravitatsion beqarorliklari.**

Anizotrop model barqarorligini tahlil qilish uchun NDU sonli usulda yechilib,  $\alpha$  va  $\beta$  ning turli qiymatlari uchun beqarorlik inkrementlarining boshlang‘ich virial nisbatning bog‘lanishi o‘rganilgan. Bundan  $\beta$  ning qiymati ortishi bilan (1;4) tebranish modasining beqarorlik inkrementining maksimal qiymati ham oshishi yaqqol ko‘rinib turgan.  $\alpha$  uchun esa buning aksi kuzatiladi. Shu bilan birga  $\alpha$  ning qiymati ortishi bilan birga diskning S-simon asimmetrik egrilanish inkrementi beqarorligi ham ortadi. Beqarorlik sohalari esa sekin-asta  $2T/U$  o‘qi bo‘ylab o‘ng tarafdin chap tomonga qarab siljiydi. Shunday qilib, og‘irlik funksiyasidagi  $(\alpha+\beta)$  ning ortishiga alfanish oshishi sabab bo‘lsa, unda (1;4) tebranish modasi ko‘rilgan anizotrop model fonida ancha beqarorroq. Agar  $\beta$  ning o‘sishi bilan bog‘liq bo‘lsa, unda yuqoridagining aksi kuzatiladi. Bu

ifodaning sonli integrallash usulida olingan natijalari va  $\alpha$  hamda  $\beta$  ning turli qiymatlari uchun olingan beqarorlik inkrementining boshlang'ich virial nisbatga bog'liqligi (1;4) tebranish modasi holdagiga teskari bo'lgan holatni ko'rsatadi. Birinchidan,  $\alpha$  ning qiymati ortishi bilan (5;6) tebranish modasi beqarorlik inkrementining maksimal qiymati ham oshadi,  $\beta$  ning oshishi bilan esa, aksincha, u kamayadi. Ikkinchidan, diskning N-simon egrilanishi anizotrop model fonida  $\alpha$  va  $\beta$  ga bog'liq bo'lmagan holda, boshlang'ich virial nisbatning qiymatlari intervali butun diapozonni egallaydi. Shunday qilib,  $(\alpha+\beta)$  ning umumiy holda oshishi  $\alpha$  ning ortishi hisobiga to'g'ri kelsa, unda (5;6) tebranish modasi beqarorlik inkrementi oshadi. Agar  $(\alpha+\beta)$  ning oshishi  $\beta$  ning ortishi hisobiga to'g'ri kelsa, unda model bu tebranish modasiga nisbatan ancha barqaror bo'ladi. Bu ifodaning sonli hisob-kitoblaridan aniqlangan (0;3) tebranish modasi beqarorlik inkrementining boshlang'ich virial nisbatga bog'lanishi, shuni ko'rsatadiki, ushbu modaning tabiati ham anizotrop model fonida (1;4) holi bilan bir xil. Bu yerda ham  $\beta$  parametrik qiymatining ortishi bilan gumbazsimon beqarorlik ham oshib boradi,  $\alpha$  ning qiymati ortishi bilan esa mazkur tebranish modasi barqarorlashishi kuzatiladi. Shuning uchun,  $\alpha$  ning oshishi bilan modelning  $\beta=0$  holida beqarorlik inkrementining maksimal qiymati juda kichikligidan grafikda ham kuzatish qiyin. Shu bilan birga,  $\alpha$  ning qiymati ortishi bilan boshlang'ich virial nisbatning kichik qiymatlari diapazonida beqarorlik kuzatiladi. (5;6) va (1;3) tebranish modalarida ham (5;6) va (4;5) dagiga o'xshab, anizotrop model fonidagi halqasimon moda evolyutsiyasida kuzatilganidek  $\alpha$  parametrining ortishi destabillashtiruvchi rol o'ynashi aniqlangan.  $\beta$  ning qiymatining ortishi esa aksincha stabilashtiruvchi rol o'ynagan. Biroq,  $\beta$  uchun bunday qonuniyat  $\alpha$  parametrining hamma qiymatlarida ham o'rinli emas. Shu bilan birga,  $\alpha$  ning qiymati oshishi bilan anizotrop model fonidagi halqasimon struktura shakllanishida boshlang'ich virial nisbat qiymatlar sohasining barcha intervalida qiymatga ega.



## **II.BOB. DISKSIMON O‘ZGRAVITATSIYALANUVCHI SISTEMALAR UCHUN NOSTATSIONAR ANIZOTROP MODELLAR TUZISH MUAMMOSI.**

### **§ 2.1. Masalaning qo‘yilishi**

Galaktikaning evolyutsiyasini ularning boshlang‘ich to‘qnashmaysigan shakllanish bosqichlariga nostatsionar nochiziqli etaplarida o‘rganish jarayonida, masalan, protogalaktikalar kollapslanishi va ularning katta masshtabli strukturalari shakllanish davrida, qachonki murakkab global tebranishlar sodir bo‘lganda qaralayotgan gravitatsion sistemadagi ehtimoliy beqarorlik turlarini aniqlash juda muhimdir. Ushbu beqarorliklar nochiziqli to‘lqin jarayonlar, nochiziqli ta’sirlashish effektlari yoki galaktikalarning birlashishlaridan yuzaga kelgan bo‘lishi mumkin [30]. Eslatib o‘tamiz, birgina nazariy masalaning qo‘yilishi bilan yoki sonli eksperiment bilan ularning beqarorlik evolyutsiyalarining barcha muommolarini qamrab olishning va asosiy etaplarini kuzatishning imkoni yo‘q. Shu sababli, biz bu yerda judayam murakkab masalaning qo‘yilishiga duch kelamiz. Mana aynan nima uchun galaktikalarda ularning boshlang‘ich to‘qnashuvsiz shakllanish bosqichlaridagi notinch nostatsionar jarayonlar hamda ularning sonli eksperimental ma’lumotlari hozirgacha nazariy jihatdan juda kam o‘rganilgan. Qator zamonaviy astrofizik kuzatuvlar natijalari tahlili, galaktikalarning katta masshtabli strukturalari aynan ular evolyutsiyasining nochiziqli nostatsionar bosqichlarida, muhitning gravitatsion kollapslanish jarayoni, ularning radial va noradial tebranishlari va boshqalar, hali ham davom etayotgan paytda shakllanishini ko‘rsatadi [31].

O‘zgravitatsialanuvchi sistema deb sistema o‘zining gravitatsion maydonida rivojlanib, shu sistemani hosil qiluvchi zarrachalarning zichligi uning gravitatsion maydonini belgilaydi. Maydon o‘zgarishi esa o‘z navbatida sistemaning taqsimotini belgilaydi. Sistemaning modeli deb, uni ma’lum bir funksiya ko‘rinishida matematik ifodasini tuzishni tushunamiz. Kuzatuv

ma'lumotlari tahlili asosida shunday xulosaga kelinganki, galaktikalar va ularning katta masshtabli tizimlarining yuzaga kelish mexanizmlari quyidagicha tahlil qilinadi:

1. Galaktikalarning o'zaro qo'shilish natijalari;
2. Galaktikalararo muhitning ta'siri;
3. Galaktikalar yuzaga kelayotgandagi xususiy tebranish natijalari.

Har bir astrofizik ob'yekt o'zini tashkil qilgan masalalar taqsimotiga ko'ra rivojlanish etaplarini bosib o'tadi. Bunda biz bir qancha hollarni ko'rishimiz mumkin. Taqsimot bu zichlikdir. Fazaviy zichlik deganda oddiy fazodagi zichlik bilan birga tezlik fazosidagi taqsimot ham tushuniladi, ya'ni koordinatalar fazosi bilan tezlik fazosi birgalikda qaraladi. Agarda bu taqsimot vaqtga bog'liq bo'lsa nostatsionar holat kuzatiladi, vaqtga bog'liq bo'lmasa bu sisemada statsionar holat kuzatiladi.

Nostatsionar model deganda biz vaqtga nisbatan tushunamiz, ya'ni sistema holati vaqt davomida o'zgarib boradi va sistemani ifodalovchi funksiya vaqtga bog'liq bo'lib qoladi. Agar sistemada shiddatli, kuchli, o'zgarishlar katta masshtabda kechsa bu yerdagi jarayon noxiziqli bo'ladi, hamda bu jarayonni boshdan kechirayotgan sistema uchun tuzilgan model yon chiziqli deyiladi. Sistema izotrop va anizotrop bo'ladi. Agarda sistemada tezliklar diagrammasi bir xil bo'lsa, bu sistema izotrop bo'ladi. Agarda tezliklar diagrammasi turli yo'nalishlarda har xil bo'lsa bu sistema anizotrop bo'ladi [32].

O'zgravitatsiyalanuvchi disksimon noxiziqli nostatsionar modellar natijaviy holatidagi barqarorliklari tadqiqotlari yo'nalishi, nisbatan yosh va asosiysi, bizning nazarimizda, bugungi kunda analitik yechiladigan modellar nuqtai nazaridan qaraganda, kamida ikkita yo'l orqali rivojlantirish mumkin:

- a) Anizotrop tezliklar diagrammasiga ega model tuzish yo'li bilan ikkita noxiziqli nostatsionar konfiguratsiyalar superpozitsiyasini qarash oraqli (masalan, yaxshi o'rganilgan izotrop modelga, yangi, lekin soda anizotrop modelni superpozitsiya koeffisientini kiritish bilan qo'shish). Shunday yusinda, [33] da ushbu ishning mualliflaridan biri tomonidan allaqachon barcha bimumcha qiziqarli

g'alayonlanish tiplari o'zgravitatsiyalanuvchi notatsionar diskning anizotrop tezliklar diagrammasiga ega bitta tuzilmaviy modeli fanida o'rganildi.

- b) Bitta umumlashgan modellarni og'irlik funksiyasini birmuncha umumiy ko'rinishda tuzish. Ushbu, bizning ishimizning yakuniy qismida disk anizotrop tabiatga ega notatsionar modelning aynan bitta, yetrlicha umumlashgan seriyasi tuziladi va ushbu umumiy modelning gravitatsion beqarorligi muammolari gorizonta va vertikal tebranish modalari asosiy tiplariga nisbatan o'rganiladi.

Galaktikalar evolyutsiyasining noxizizqli notatsionar bosqichlarini tadqiq qilishda ularning nafaqat matematik natijaviy holatini ifodalovchi aniq analitik yechiladigan modellarini tuzish muommolarini tahlil qilish va ularning barqarorligini zarur g'alayonlanish turlarida o'rganish juda katta rol o'ynaydi. Hama vaqt ham bunday yondashuvning imkoni yo'q. Biroq, buni amalga oshirishning iloji bo'lgan ayrim hollarda moxizizqli hodisalar olamiga kirish, ishonch bilan sonly eksperimentning ma'lumotlarini tekshirish va muayyan astofizik muammolar bo'yicha yangi qadamlar qo'yish mumkin. Ma'lumki, galaktikalarning va ular strukturalarining shakllanish xususiyatlarini evolyutsiyasining dastlabki bosqichlarida va nodissipativ kollaps boshlanish momentlarida mos boshlang'ich shartlarda o'rganish uchun, afsuski, sonli eksperimentlarga asoslangan kompyuterdagi hisob-kitoblar yetarli emas, sababi ularda evolyutsiyaning dastlabki bosqichlarida bir qator noxizizqli effiktlarni hamda galaktika va uning podsistemasini kuzatiladigan shakliga olib keluvchi sabablar va mexanizmlarni aniqlash qiyin. Aynan shuning uchun muayyan notatsionar modellar tuzish yo'lida analitik usullar rivojiga kuchli zarurat mavjud.

Ma'lumki, aniq yechiladigan noxizizqli modellarni tuzishda, matematik masala Bolsman-Puassonning quyidagi differensial tenglamalar sistemasining yechimiga borib taqaladi:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}} + \frac{\partial \psi}{\partial \vec{r}} \bullet \frac{\partial \psi}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (2.1.1)$$

$$\Delta\Phi = -4\pi G\tau(r, t) \quad (2.1.2)$$

$$\sigma(r, t) = \iint \Psi dv_x dv_y \quad (2.1.3)$$

Bu yerda

$\Delta\Phi$  -Gravitatsion potensial;

$\tau(r, t)$ -diskning oddiy fazodagi sirt zichligi;

$\Delta$ -Laplas operatori;

G-Gravitatsion doimiy;

$\Psi(\vec{r}, \vec{v}, t)$  – fazoviy zichlik funksiyasi;

Fazaviy zichlik koordinata va tezlik bilan xarakterlanadi

Bolsman tenglamasi – nochiziqli , Puasson tenglamasi esa integro-differensial . ushbu tenglamalar sistemasining nochiziqli nositatsionar modellar doirasida yechish usullari , tabiiyki , mavjud emas. Boshqa tomondan bu tenglamaning har qanday yechimi ham uning barqarorliging nazariy tahliliga imkon bermaydi. Mana aynan nimaga ma'lum muvozanat holatidagi yechimlarni ham muayyan to'qnashuvsiz o'zgravitatsiyalanuvchi sistemalar uchun u yoki bu xarakterli tibdagi gilobal beqarorliklarni umumlashtirish ma'noga ega.

## **2.2.§ Disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi sistemaning yangi tuzulma anizotrop modellari**

Ma'lumki, nositatsionarlikning asosiy ko'rinishlaridan biri birinchi navbatda sistemaning butunligicha global radial harakati hisoblanadi. Bisnovatiy–Kogan–Zeldovich modelini aynan shunday umumlashtirish birinchi bor Nuriddinov tomonidan [33], ishda bajarilgan, u yerda ushbu disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi sistema nositatsionar modelining fazaviy zichligi quydagi ko'rinishda berilgan:

$$\Psi_i(r, v_r, v_\perp) = \frac{\sigma_0}{2\pi\sqrt{1-\Omega^2}} \left[ \frac{1-\Omega^2}{\Pi^2} \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right) - (v_r - v_a)^2 - (v_\perp - v_b)^2 \right]^{-1/2} x(R-r) \quad (2.2.1)$$

Kvadratlik potensial  $\Phi(r,t)$  da (2.2.1) tenglamani qanoatlantiruvchi iskning sirtiy zichligi quyidagiga teng:

$$\sigma(\vec{r}, t) = \frac{\sigma_0}{\Pi^2} \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}}, \quad R(t) = R_0 \Pi(t) \quad (2.2.2)$$

Bu yerda

$\sigma_0 = \sigma(0;0)$ - boshlang'ich paytdagi sirtiy zichlik ;

**$R_0$  – muvozanat holatdagi diskning radiusi**

$R$ - nomuvozanat holatdagi diskning radiusi

$\Pi(t)$ - sistemaning cho'zilish ko'fsiyenti ma'nosiga ega va quyidagi ifodaga teng:

$$\Pi(t) = \frac{1 + \lambda \cos \psi}{1 - \lambda^2}, \quad t = \frac{\psi + \lambda \sin \psi}{(1 - \lambda^2)^{3/2}} \quad (2.2.3)$$

$\chi$ - Xevisaida funksiyasi ;

$\psi$ -yordamchi o'zgaruvchi;

$\Omega$ -o'lchamsiz parameter, diskning qattiq jism kabi aylanish darajasini xarakterlaydi,  $0 \leq \Omega \leq 1$

$\lambda = 1 - (2T/|U|)_0$  – sistemaning pulsatsiyalanish amplitudasi  $0 \leq \lambda \leq 1$ ,

$\lambda=0$ , da (qachonki, boshlang'ich verial munosabat qiymati

$(2T/|U|)_0=1$  bo'lganda model Bisnovatiy-Kogan-Zeldovichning

muvozanat modeli bilan mos tushadi [34] , muvozanat holatdagi

diskga ega bo'lamiz . Nositatsionar modelda  $0 \leq \lambda \leq 1$

$v_r - \vec{r}(x,y)$ , koordinatali “zarrachalar” tezligining radial komponentalari,

$v_\perp - \vec{r}(x,y)$ , koordinatali “zarrachalar” tezligining tangensial

komponentalari.

Uning moduli namuvozanat koordinatalariga mos keluvchi  $r_0$  orqali

$r = \Pi(t) \cdot r_0$  shu ko'rinishda ifodalanadi. Nihoyat (2.2.1) da

$$v_a = -\lambda \frac{r \sin \psi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \Pi^2}}, \quad v_b = \frac{\Omega_r}{\Pi^2} \quad (2.2.4)$$

Bu yerda muvozanat holatdagi diskning radiusi hamma joyda 1 ga teng qiymatni qabul qiladigan ma'lum normirovka  $\pi^2 G \sigma_0 = 2R_0$  qabul qilingan. Yana shuni takidlaymizki joizki, nohiziqli nositatsioandonar model quydagicha ifodalangan davr bilan qat'iy radial tebranadi:

$$P(\lambda) = \frac{2\pi}{(1 - \lambda^2)^{3/2}} \quad (2.2.5)$$

(2.2.5) dan ko'rinib turibdiki muvozanat va nomuvozanat holatdagi modellarda tezliklar dispersiyasi izotrop hisoblanadi.

Galaktikalar va boshqa gravitatsion sistemalarning shakllanish fizikasini tahlil qilish uchun bizga birinchi navbatda, ular uchun aniq analitik yechiladigan modellar tuzish zarur. Ma'lumki, galaktikalarning disk podsystemalari sferiklaridan shunisi bilan farq qiladiki, ular galaktikalar evolyutsiyasining yetarlicha kechroq nostatsionar bosqichlarida tug'iladi va o'zida murakkab fizikaga ega turlicha nohiziqli hodisalardan iborat. Shundan kelib chiqib o'zgravitatsiyalanuvchi disksimon sistema boshlang'ich bosqichlari uchun model tuzishdi. Ushbu paragrafda biz shu muommoning tadqiqotlarini davom ettiramiz. Bizga ma'lumki, anizotrop tabiatga ega nostatsionar disksimon model tuzish uchun izotrop fazaviy zichlikni o'rtachalash kerak.  $\Omega$  parametr bo'yicha yangi anizotrop modelni tuzish uchun -1 dan +1 gacha bo'lgan oraliqda izotrop model zichligi funksiyasini og'irlik funksiyamizga ko'paytirib integrallaymiz:

$$\psi_a = \int_{-1}^{+1} \psi_i \rho(\Omega) d\Omega \quad (2.2.6)$$

Og'irlik funksiyasini quyidagi ko'rinishda qaraymiz:

$$\rho(\Omega) = C\Omega^4(1-\Omega^2)^{\frac{5}{2}} \quad (2.2.7)$$

Quyidagi normirovka shartidan foydalanamiz:

$$\int_{-1}^1 \rho(\Omega) d\Omega = 1 \quad (2.2.8)$$

U holda funksiyamiz quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$C \int_{-1}^1 \Omega^4 (1-\Omega^2)^{\frac{5}{2}} d\Omega = 1 \quad (2.2.9)$$

Integralni hisoblash uchun quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$\begin{aligned} \Omega &= \sin x \\ d\Omega &= \cos x dx \end{aligned}$$

Natijada itegral quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$C \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x (1-\sin^2 x)^{\frac{5}{2}} \cos x dx = 1 \quad (2.2.10)$$

Integralni quyidagi ko‘rinishga keltirib hisoblaymiz:

$$C \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x dx - C \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^8 x dx + C \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^{10} x dx = 1 \quad (2.2.11)$$

Yuqoridagi integralni soddalashtirib C-koeffitsientni qiymatini topamiz:

$$C = \frac{256}{3\pi} \quad (2.2.12)$$

Ko‘rsatilgan (2.2.8) normirovka shartini hisobga olgan holda, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\rho(\Omega) = \frac{256}{3\pi} \Omega^4 (1-\Omega^2)^{\frac{5}{2}} \quad (2.2.13)$$

(2.2.13) funksiyasini (2.2.6) formulaga qo‘ygan holda quyidagi fazaviy zichlikka ega bo‘lgan anizotrop funksiyani olamiz:

$$\Psi_a = \frac{128\sigma_0}{3\pi^2} \int_{-1}^1 \frac{\Omega^4 (1-\Omega^2)^2 d\Omega}{\sqrt{Q(\Omega)}} \quad (2.2.14)$$

Bu yerda  $Q(\Omega)$  funksiya doim musbat bo‘lishi kerak:

$$Q(\Omega) = 1 - \frac{r^2}{\Pi^2} - \Pi^2 [v_{\perp}^2 + (v_r - v_a)^2] + 2rv_{\perp}\Omega - \Omega^2 \quad (2.2.15)$$

Bu natijani biz quyidagi hisoblashlar orqali oldik:

Izotrop modelning zichlik funksiyasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\Psi_i = \frac{\sigma_0}{2\pi\pi\sqrt{1-\Omega^2} \sqrt{\left[ (1-\Omega^2)\left(1-\frac{r^2}{\Pi^2}\right) - (\Pi v_r - \Pi v_a)^2 - (\Pi v_{\perp} - \Pi v_b)^2 \right]}} \quad (2.2.16)$$

Bu yerda ildiz ostidagi ifoda noldan katta bo‘ladi:

$$(1-\Omega^2)\left(1-\frac{r^2}{\Pi^2}\right) - (\Pi v_r - \Pi v_a)^2 - (\Pi v_{\perp} - \Pi v_b)^2 > 0 \quad (2.2.17)$$

Bu (2.2.17) ifodani quyidagicha soddalashtiramiz:

$$1 - \Omega^2 - \frac{r^2}{\Pi^2} + \frac{\Omega^2 r^2}{\Pi^2} - (\Pi v_r - \Pi v_a)^2 - \Pi^2 v_{\perp}^2 + 2\Pi^2 v_{\perp} v_b - \Pi^2 v_b^2 > 0 \quad (2.2.18)$$

Ushbu (2.2.18) ifodaga (2.2.4) formuladagi  $v_b$  ifodaning qiymatini o‘rniga qo‘yib quyidagi ko‘rinishga keltiramiz:

$$1 - \Omega^2 - \frac{r^2}{\Pi^2} + \frac{\Omega^2 r^2}{\Pi^2} - (\Pi v_r - \Pi v_a)^2 - \Pi^2 v_{\perp}^2 + 2rv_{\perp}\Omega - \frac{\Omega^2 r^2}{\Pi^2} > 0 \quad (2.2.19)$$

Natijada (2.2.19) ifodani soddalashtirib quyidagi ko‘rinishga keltiramiz:

$$1 - \Omega^2 - \frac{r^2}{\Pi^2} - (\Pi v_r - \Pi v_a)^2 - \Pi^2 v_{\perp}^2 + 2\Omega rv_{\perp} > 0 \quad (2.2.20)$$

Bu (2.2.20) ifodani ikkala tarafini ham  $-1$  ga ko‘paytirib quyidagi natijani olamiz:

$$\Omega^2 - 2\Omega rv_{\perp} + (\Pi v_r - \Pi v_a)^2 + \frac{r^2}{\Pi^2} - \Pi^2 v_{\perp}^2 - 1 < 0 \quad (2.2.21)$$

Mos kvadrat tenglamaning  $\Omega$  ga nisbatan mos yechimi:

$$\Omega_{1,2} = rv_{\perp} \pm \sqrt{D} \quad (2.2.22)$$



Bu o‘z navbatida, quyidagi shartni bajarishni talab qiladi:

$$D = \left(1 - \frac{r^2}{\Pi^2}\right)(1 - \Pi^2 v_{\perp}^2) - \Pi^2 (v_r - v_a)^2 \geq 0 \quad (2.2.23)$$

Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$\Omega - rv_{\perp} = x \quad (2.2.24)$$

U holda (2.2.14) ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\Psi_a = \frac{128\sigma_0}{3\pi^2} \int_{-\sqrt{D}}^{\sqrt{D}} \frac{\Omega^4 (1 - \Omega^2)^2 dx}{\sqrt{D - x^2}} \quad (2.2.25)$$

Ayrim almashtirishlardan keyin biz, anizotrop tezliklar diagrammasiga ega bo‘lgan o‘zgravitatsiyalanuvchi diskning nohiziqli nostatsionar modelini olamiz:

$$\begin{aligned} \Psi_a = \frac{\sigma_0}{9\pi} & \left[ 384r^4 v_{\perp}^4 (1 - 2r^2 v_{\perp}^2)^2 + 384r^2 v_{\perp}^2 D(3 - 15r^2 v_{\perp}^2 + 14r^4 v_{\perp}^4) + \right. \\ & \left. + 144D^2(1 - 30r^2 v_{\perp}^2 + 70r^2 v_{\perp}^2) + 3360r^2 v_{\perp}^2 D^3 + 105D^4 \right] x(D) \end{aligned} \quad (2.2.26)$$

Bu yerda

$x(D)$ -Xevisayda funksiyasi simvoli.

### 2.3-§. Modellarining fizik parametrlarini hisoblash

Endi ushbu anizotrop modelning asosiy fizik xarakteristikalarini keltirib o‘tamiz. Masalan, sirtiy zichlik quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\sigma(r, t) = \iint \Psi_a dv_r dv_{\perp} = \frac{\sigma_0}{\Pi^2} \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}} \quad (2.3.1)$$

Pulsatsiyalanuvchi diskning kinetik energiyasi komponentlarini hisoblaymiz:

$$T_r = \frac{M}{2} v_r^{-2}; \quad T_{\perp} = \frac{M}{2} v_{\perp}^{-2} \quad (2.3.2)$$

Bu yerda

$M$ -sistemaning to‘liq massasi.

O'rtacha kvadratik tezliklar komponentlarining fazaviy fazo bo'yicha o'rtachalanishi quyidagicha bo'ladi:

$$\bar{v}_r^2 = \frac{1}{M} \int d\bar{r} \int v_r^2 \Psi_a d\bar{v} = \frac{2R_0^2 \lambda^2 (1 - \lambda^2) \sin^2 \Psi}{5(1 + \lambda \cos \Psi)^2} \quad (2.3.3)$$

$$\bar{v}_\perp^2 = \frac{1}{M} \int d\bar{r} \int v_\perp^2 \Psi_a d\bar{v} = \frac{17R_0^2}{60\Pi^2} \quad (2.3.4)$$

U holda energiyaning regulyar komponentlari quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$T_r^{reg} = \frac{MR_0^2 \lambda^2 \sin^2 \Psi}{5\Pi^2 (1 - \lambda^2)}$$

$$T_\perp^{reg} = \frac{MR_0^2}{12\Pi^2} \quad (2.3.5)$$

Radial va transversial yo'nalishlarda tezliklar dispersiyasini topamiz:

$$\sigma_{RV}^2 = \frac{1}{\sigma} \iint (v_r - \bar{v}_r)^2 \Psi_a d\bar{v} = \frac{7}{36\Pi^2} (R_0^2 - \frac{r^2}{\Pi^2}) \quad (2.3.6)$$

$$\sigma_{TV}^2 = \frac{1}{\sigma} \iint (v_\perp - \bar{v}_\perp)^2 \Psi_a d\bar{v} = \frac{7R^2}{36\Pi^4} \quad (2.3.7)$$

Kinetik energiyaning pulsatsiya davri bo'yicha o'rtachalangan komponentlari mos ravishda quyidagi formulalarga teng bo'ladi:

$$\langle T_r \rangle = \frac{MR_0^2}{5\Pi^2} \frac{24 - 17(1 - \lambda^2)^{1/2}}{12} \quad (2.3.8)$$

$$\langle T_\perp \rangle = \frac{MR_0^2}{10\Pi^2} \frac{17(1 - \lambda^2)^{1/2}}{12} \quad (2.3.9)$$

Ushbu (2.3.9) va (2.3.10) formulalar yodamida biz anizotropiyaning global parametri uchun quyidagi ifodani topishimiz mumkin:

$$\bar{V}(\lambda) = \frac{\langle T_r \rangle}{\langle T_\perp \rangle} = \frac{24 - 17(1 - \lambda^2)^{1/2}}{17(1 - \lambda^2)^{1/2}} \quad (2.3.10)$$

Shunday qilib, biz topgan ushbu fizik parametrlar o'zgravitatsiyalanuvchi nostatsionar diskning (2.2.26) anizotrop modelini to'liq xarakterlaydi.

**III BOB. NOCHIZIQLI NOSTATSIONAR TUZILMA  
MODELLARINING GRAVITATSION BEQARORLIKLARI TAHLILI**

**§ 3.1. Yangi tuzilma modellari fonida minorasimon (3;0) vertikal  
tebranishning gravitatsion beqarorligi**

Tuzilma nochiziqli nostatsionar disk modeli fonida vertikal tebranishlarning dispersion tenglamalari nostatsionar anoligi hosil qilish uchun, avval sentroidning tezlik komponentalari hisoblanadi, xususan birinchi jamlanma model uchun:

$$\bar{v}_x = -\frac{1}{\Pi^2} \left[ cx + \left(1 - \frac{3v}{4}\right) \Omega y \right], \quad \bar{v}_y = -\frac{1}{\Pi^2} \left[ cy - \left(1 - \frac{3v}{4}\right) \Omega x \right]. \quad (3.1.1)$$

Shunda, (3.1.1) ni hisobga olgan holda tenglamaning chap tarafi quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$L^2 h(\vec{r}, t) = \left[ \frac{1 - \lambda^2}{\Pi^2} Q''(\psi) + \frac{2\lambda \sin \psi + (4 - 3v)im\Omega\sqrt{1 - \lambda^2}}{2\Pi^3} Q'(\psi) + \right. \\ \left. + \frac{2(4 - 3v)im\Omega\lambda \sin \psi - (4\Omega^2 + 4\Omega^2 v - v)m^2\sqrt{1 - \lambda^2}}{4\sqrt{1 - \lambda^2}\Pi^4} Q(\psi) \right] \frac{h}{Q(\psi)}. \quad (3.1.2)$$

Endi (3.1.1) yordamida “bosim” tenzori komponentalari topiladi:

$$P_{xx} = \iint (v_x - \bar{v}_x)^2 \Psi d v_x d v_y = \frac{\sigma_0 [3 + (1 - v)(1 - 4\Omega^2)]}{12\Pi^4} \xi^3. \quad (3.1.3)$$

(3.1.3) ni hisobga olgan holda kvadrat qavsi ichidagi ifoda quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\frac{\sigma_0 [3 + (1 - v)(1 - 4\Omega^2)]}{12\Pi^6} \cdot [m^2 - N(N + 1) + 2] \cdot Q(\psi) \cdot P_N^m(\xi) \cdot e^{im\varphi}. \quad (3.1.4)$$

Shunday qilib, yuqorida olingan natijalar asosida birinchi jamlanma modelning NDU si topiladi:

$$\begin{aligned}
& (1 + \lambda \cos \psi) \frac{d^2 Q(\psi)}{d\psi^2} + \left[ \lambda \sin \psi + \frac{4 - 3\nu}{2} \text{im} \Omega \sqrt{1 - \lambda^2} \right] \frac{dQ(\psi)}{d\psi} + \\
& + 2 \left\{ \eta_{mN} - 1 + \frac{(4 - 3\nu) \text{im} \Omega \lambda \sqrt{1 - \lambda^2} \sin \psi}{4(1 + \lambda \cos \psi)} - \frac{2(1 - \nu) m^2 \Omega^2 (1 - \lambda^2)}{3(1 + \lambda \cos \psi)} - \right. \\
& \left. - \frac{[3 + (1 - \nu)(1 - 4\Omega^2)](1 - \lambda^2)(N^2 + N - 2)}{24(1 + \lambda \cos \psi)} + \frac{m^2(1 - \nu)(1 - \lambda^2)}{6(1 + \lambda \cos \psi)} \right\} Q(\psi) = 0. \quad (3.1.5)
\end{aligned}$$

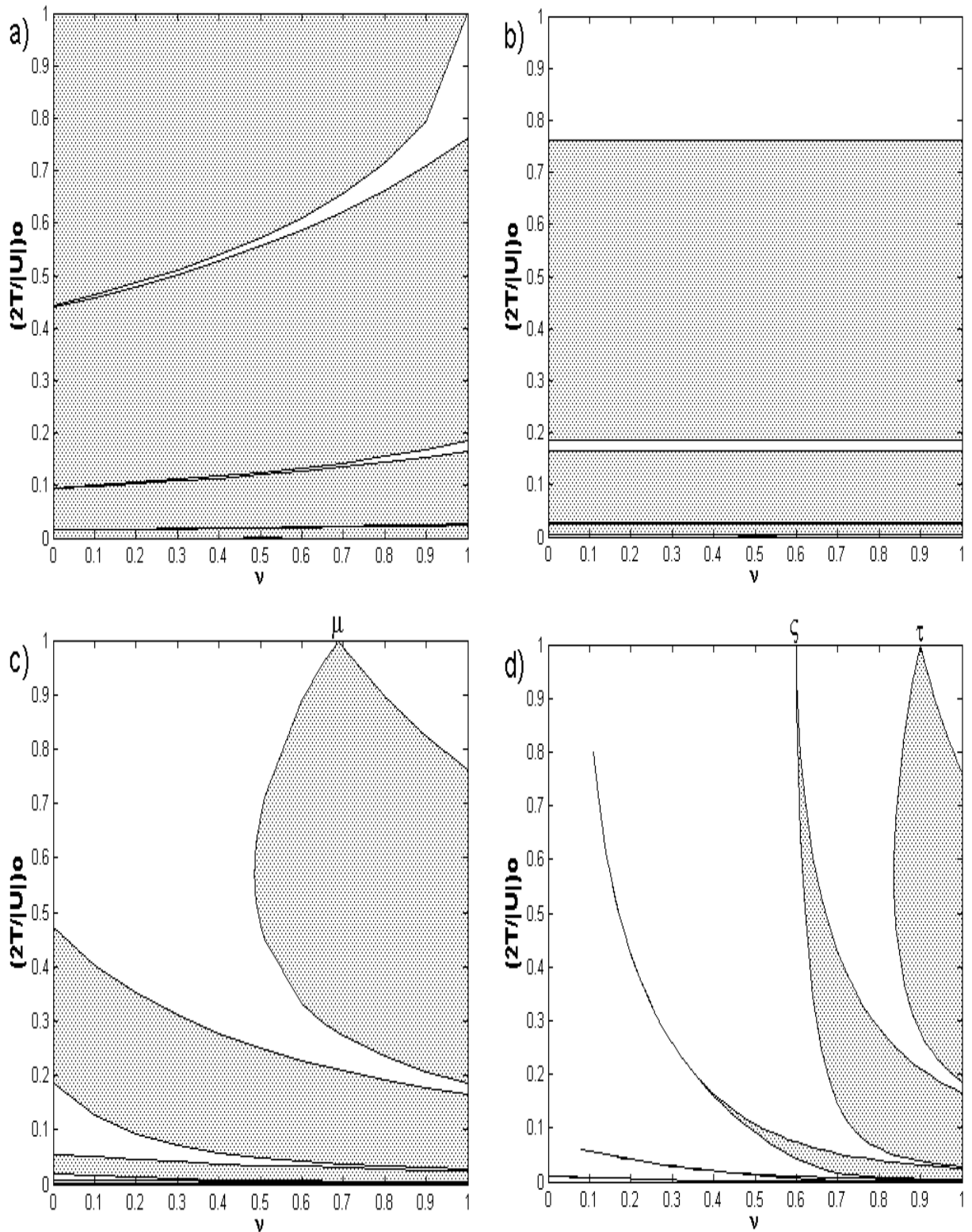
(3.1.5) ni keltirib chiqarish uchun alohida izotrop (2.4) va anizotrop (3.38) modellarni (5.33) ga mos ravishda  $\nu=0$  va  $\nu=1$  qo'yish kerak. Endi, hosil qilingan NDT (5.33) yordamida yuqoridagi vertikal g'alayonlanish modalari birinchi jamlanma model fonida tadqiq qilinadi.

Gumbazsimon egrilik tebranishi ( $m=0$ ,  $N=3$ ). Jamlanma model uchun mazkur tebranish (5.33) hisobga olgan holda quyidagi NDT yordamida ifodalanadi:

$$\begin{aligned}
& (1 + \lambda \cos \psi) \frac{d^2 Q(\psi)}{d\psi^2} + \lambda \sin \psi \frac{dQ(\psi)}{d\psi} + \left[ \frac{5(1 - \nu)}{2} - \right. \\
& \left. - \frac{10(1 - \Omega^2)(1 - \lambda^2)(1 - \nu)}{3(1 + \lambda \cos \psi)} + \frac{5\nu\lambda(\lambda + \cos \psi)}{2(1 + \lambda \cos \psi)} \right] Q(\psi) = 0. \quad (3.1.6)
\end{aligned}$$

Sonli hisoblash natijalari shuni ko'rsatadiki,  $(2T/|U|)_0 \div \nu$  larning kritik bog'lanishlaridan ko'rinib turibdiki, ushbu tebranish modasi qolganlariga qaraganda barqarorroq(1-rasm). Shuni ta'kidlash joizki,  $\Omega=0.5$  da diskning mazkur gumbazsimon beqarorligi superpozitsiya parametrining  $\nu$  qiymatiga

bog‘liq emas. Yuqorida qayd etilgan modalarga nisbatan, aylanish parametri  $\Omega$  ning ortishi bilan beqarorlik sohasi superpozitsiya parametrining o‘sayotgan



1-rasm. Aylanish parametrining turli qiymatlari uchun a)  $\Omega=0$ ; b)  $\Omega=0.5$ ; c)  $\Omega=0.7$ ; d)  $\Omega=1$  (0;3) tebranish modasining boshlang‘ich virial nisbatining superpozitsiya parametriga kritik bog‘liqligi. Bu yerda  $\mu=0.68750$ ,  $\zeta=0.60$ ,  $\tau=0.90$

tomoniga qarab qisqaradi. Xuddi shuning aksini avval ko‘rilgan (5;6) tebranish modalarida kuzatilgan. Ushbu tebranish modasi  $\Omega$  va  $v$  ning barcha qiymatlarida faqat aperiodik xarakterli beqarorlikka ega.

### **§ 3.2. Gorizonta (3;1) modasining gravitatsion beqarorlikni tadqiq qilish**

Bu yerda g‘alayonlanishlarning lopsaydal modalarining gravitatsion beqarorlik muommosini o‘rganish natijalari keltirilgan. Bu modalar nohiziqli nostatsionar 1-tuzilma modelida qaralgan. Boshqa tuzil modellarda esa lopsaydal moddalarning beqarorigi deyarli shunga o‘xshagan bo‘ladi. Ushbu tuzilma modeli doirasida lopsaydal modalar uchun NDT ni chiqarish jarayonida zichlik va potensial g‘alayonlanishlari har bir qaralgan moda uchun qaralgan. Bunda tezliklar o‘rtachalashtirilgan hamda nazariy hisob-kitob natijalari bilan solishtirilgan. Shunday qilib 1-tuzil modelidagi lopsaydal modalar g‘alayonlanishining quyidagi NDT lari topildi.

Moda  $m=1; N=3$ .

$$\Lambda l_{\tau}(\psi) = \frac{3}{32} \left[ v \cdot \left( \mathbf{A}_{13}^*(\psi) - 4\mathbf{I}_{13}^*(\psi) \right) + 4\mathbf{I}_{13}^*(\psi) \right] \cdot (\lambda + \cos\psi)^{2-\tau} \sin^{\tau}\psi. \quad (\tau = \overline{0-2}) \quad (3.2.1)$$

Moda  $m=1; N=5$ .

$$\Lambda l_{\tau}(\psi) = \frac{15}{64} \left[ v \cdot \left( \mathbf{A}_{15}^*(\psi) - \mathbf{I}_{15}^*(\psi) \right) + \mathbf{I}_{15}^*(\psi) \right] \cdot (\lambda + \cos\psi)^{4-\tau} \sin^{\tau}\psi. \quad (\tau = \overline{0-4}) \quad (3.2.2)$$

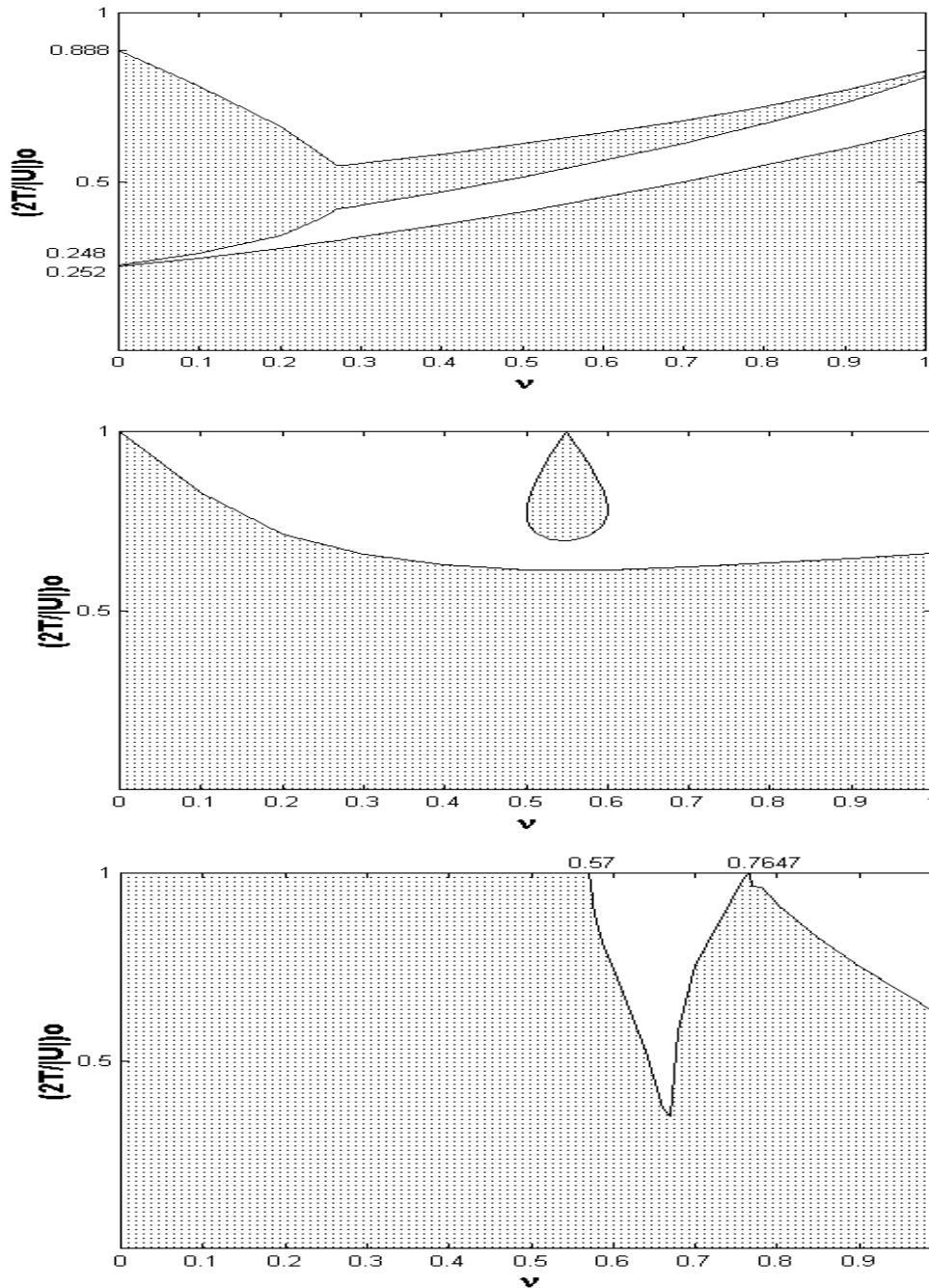
Moda  $m=1; N=7$ .

$$\Lambda_{\tau}(\psi) = \frac{35}{1024} \left[ v \cdot \left( \mathbf{A}_{17}^*(\psi) - \mathbf{I}_{17}^*(\psi) \right) + \mathbf{I}_{17}^*(\psi) \right] \cdot (\lambda + \cos\psi)^{6-\tau} \sin^{\tau}\psi. \quad (\tau = \overline{0-6}) \quad (3.2.3)$$

Bu yerda  $\mathbf{A}_{mN}^*(\psi)$  va  $\mathbf{I}_{mN}^*(\psi)$  3-ilovada keltirilgan.

(3.2.1) NDT ning sonli tahlil etish natijalari boshlang'ich virial munasabatning  $(2T/|U|)_0$  kritik qiymatlari superpozitsiya parametri  $v$  ga bog'liqlik grafigi ko'rinishida turli aylanish parametrlari uchun  $\Omega=0$ ,  $\Omega=0.5$  va  $\Omega=1$  berilgan. (1-a rasm) dagi kritik diagrammadan ko'rishimiz mumkinki, tuzilma model aylanmagan holda beqarorlik va barqarorlik sohalari bir-biri bilan almashib turadi. Shunda boshlang'ich virial munosabat superpozitsiya parametrining barcha qiymatlari uchun uzluksiz oshib boradi. Beqarorlik sohalarida boshlang'ich virial munosabat oshgan sari beqarorlik sohalarining tabiati ham o'zgarib boradi. Superpozitsiya parametri  $0.0 \leq v < 0.3$  bo'lganda 4 ta,  $0.3 \leq v < 0.3$  bo'lganda esa 2 ta o'zaro almashadigan beqarorlik sohalari mavjud. Masalan  $v=0$  bo'lganda  $0 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.24$  va  $0.33 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.48$  intervallarida aperoidik xarakterga ega bo'lgan beqarorliklar tebranma beqarorligiga o'tadi. U esa o'z navbatida  $0.26 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.32$  va  $0.49 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.88$  bu intervallarda yotadi.

(1-b rasm) da aylanish parametri  $\Omega=0.5$  bo'lgandagi kritik diagrammaga e'tibor bersak bar shaklidagi beqarorlik orolini ko'rishimiz mumkin. Bunday orol (2;4) modada xuddi shu aylanishda ham kuzatilgan. Ammo uning cho'qqisi esa ( $v=0.5501$ ;  $(2T/|U|)_0 \approx 0.999$ ). nuqtaga to'g'ri keladi. Bundan tashqari superpozitsiya parametri kattalashgan sari beqarorlikning asosiy sohasi  $v=0.56$  gacha torayadi. Keyin esa asta sekin kattalashadi.

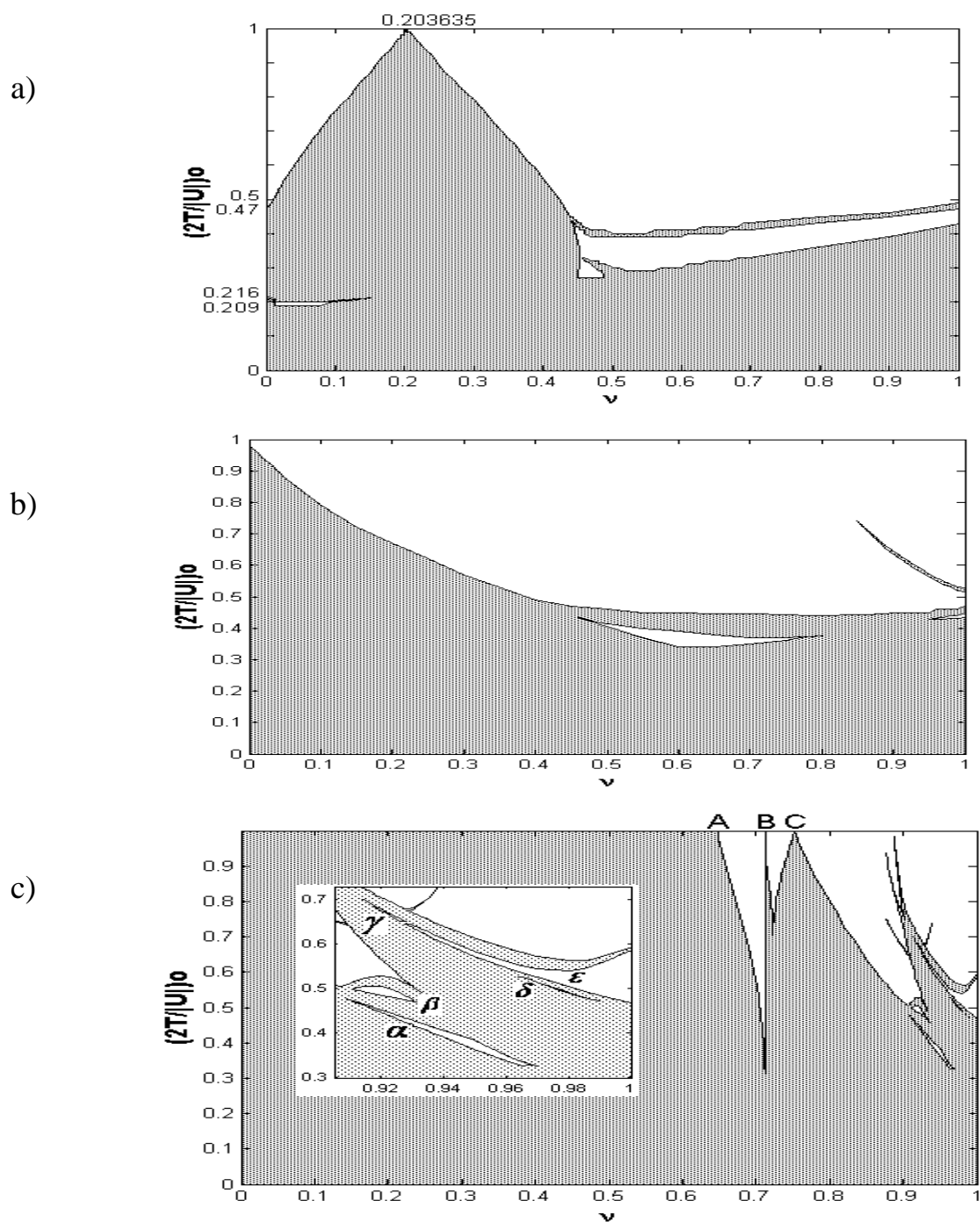


2-rasm. (1;3) modada turli aylanish parametrlari uchun boshlang'ich verial munosabatning superpozitsiya parametriga nisbatan kiritik bog'lanishlari a)  $\Omega=0$ ; b)  $\Omega=0.5$ ; c)  $\Omega=1.0$

Maksimal aylanishdagi  $\Omega=1.0$  kiritik diagramma (2-c) rasm ham rezonans effektini yuzaga keltirishini ko'ramiz. Ular natijasida beqarorlik sohasi  $\nu=0.7647$  cho'qqisiga ega bo'ladi va  $(2T/|U|)_0 > 0.35$  bo'lganda



beqaror va barqaror sohalari o‘zaro almashadi. Shu bilan birga tuzilma model aylangan holda faqat tebranma beqarorligi yuzaga keladi.



3-rasm. (1.5) modada turli aylanish parametrlari uchun boshlang‘ich munosabatning superpozitsiya parametriga nisbatan kritik bog‘lanishlari a)  $\Omega=0$ ; b)  $\Omega=0.5$ ; c)  $\Omega=1.0$  ( $A=0.649116$ ;  $B=0.712329$ ;  $C=0.752598$ ).

(3.2.2) NDT sonli tahlil qilish yordamida aylanish parametrlari  $\Omega=0$ ,  $\Omega=0.5$  va  $\Omega=1$  bo'lganda (3-rasm) boshlang'ich verial munosabat  $(2T/|U|)_0$  va superpozitsiya parametr orasidagi kiritik bog'lanishlar chizilgan. Aylanish bo'lganda  $\Omega=0$ , da kritik bog'lanish superpozitsiya parametri  $v$  ga noodatiy ko'rinishiga ega. Xususan 2 ta modellarning superpozitsiya natijasida beqarorlik sohasi  $((2T/|U|)_0 \in 0; ((2T/|U|)_0 \in 0; 0.99998)$ , nuqttagacha oshadi.  $v \approx 0.203635$  nuqtada esa boshlang'ich verial munosabatning to'liq diapazonini egallaydi.  $v$  oshishi bilan beqarorlik sohasi  $((2T/|U|)_0 \in 0; 0.45)$  orsaliqqacha shu sohada barqarorlik yarim oroli paydo bo'ladi.  $0.0 \leq v \leq 0.15$  sohada ham bararorlik yarim oroli mavjud. Ammo boshlang'ich verial munosabati juda tor. NDT ning yechimi tahlili shuni ko'rsatadiki, tuzilma model aylanganida 4 ta o'zaro almashadigan beqarorlik sohalari bor. Bu soha  $v=0.5$  shuda beqarorlik faqat operoidik harakterga ega.

$\Omega=0.5$  bo'lganda (3-b rasm). superpozitsiya parametri  $v$  oshgan sari, beqarorlik sohasi bir tekis torayib boradi. Bu parametr  $v=0.55$  qiymatga yetganda aytilgan jarayon sekinlashadi va keyinchalik hattoki biroz kattalashadi. Bundan tashqari  $0.46 \leq v \leq 0.8$  intervalda uchburchak shaklidagi barqaror sohasi paydo bo'ladi.  $v$  ning maksimal qiymatlarida esa ikki turdagi yarim orollarni kuzatish mumkin: bittasi barqaror ( $0.95 \leq v \leq 1.0$ ), va beqaror ( $0.85 \leq v \leq 1.0$ ).

Maksimal aylanishda  $\Omega=1.0$  (4.16 c)rasm beqarorlik sohasi  $v \approx 0.649116$ . gacha to'liq egallaydi. Undan keyin barqarorlik sohasi beqaror "qoziqlari" bilan bo'linadi. Ularning sababi superpozitsiya effektida. Qoziqlarning cho'qqilari  $B(0.712329; 0.99999)$   $C(0.752598; 0.999999)$  nuqtada ikkita modelning superpozitsiyasi beqarorlik effektini beradi.  $v$  o'zining maksimal qiymatiga intilganida biz ko'p sonli kichik o'lchamli barqarorlik orolini ko'rishimiz mumkin.  $\alpha(0.9092 \leq v \leq 0.970; 0.3271 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.477)$ ;  $\beta(0.911 \leq v \leq 0.937; 0.4573 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.4991)$ ;  $\gamma(0.914 \leq v \leq 0.928; 0.6522 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.7016)$ ;  $\delta(0.964 \leq v \leq 0.990; 0.4729 \leq (2T/|U|)_0 \leq 0.5276)$  hamda  $\varepsilon$  bilan belgilangan yarim orol

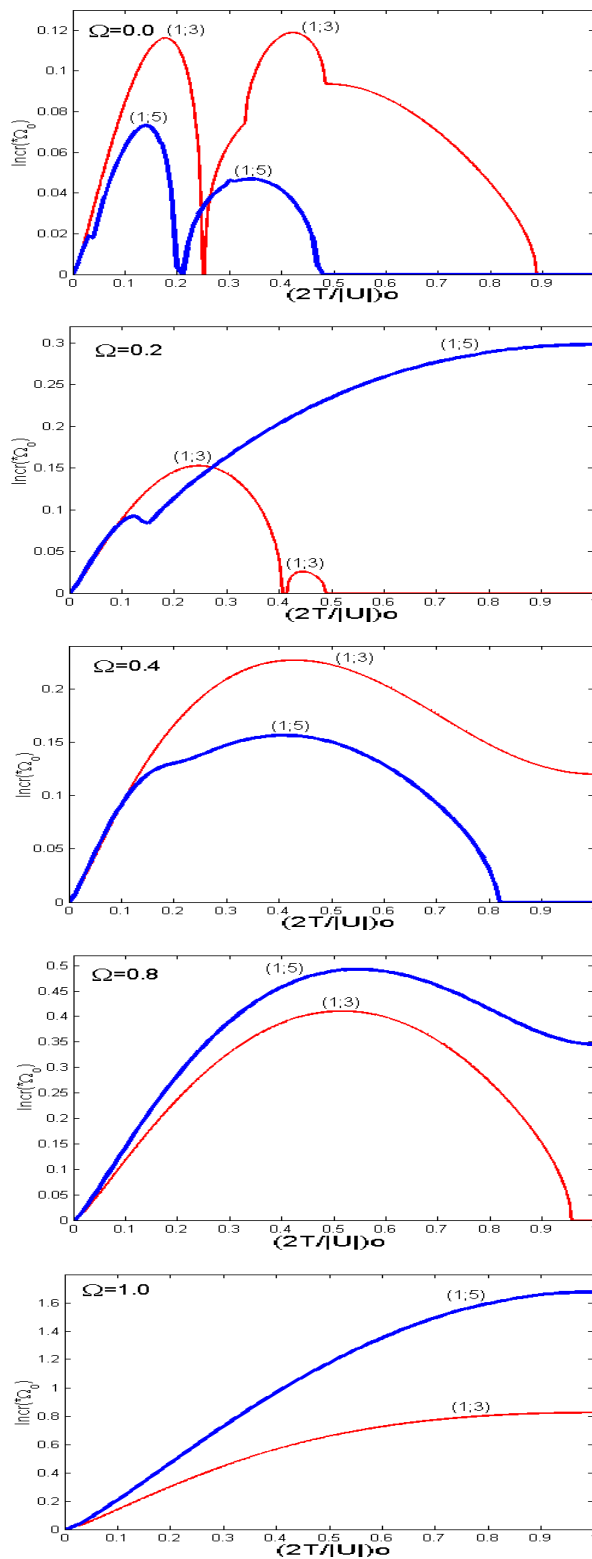
( $0.9275 \leq v \leq 1.00$ ) shu bilan birga har qanaqa aylanishda  $\Omega \neq 0$  faqatgina tebranma beqarorligi yuzaga keladi. Superpozitsiya parametriga nisbatan kiritik bogʻlanishlar keltirilmagan. Chunki uning tahlil natijalari hozir qarab chiqib tahlil qilingan natijalariga juda oʻxshash. Faqat shuni aytishimiz joizki  $\Omega = 0$  boʻlganda ham tebranma ham operoidik beqarorlik kuzatiladi. Tuzilma model aylanganida esa beqarorlik faqat tebranma harakterga ega boʻladi.

Endi beqarorlik inkrementlarini oʻzaro solishtiramiz. xususan boshlangʻich izotrop (2.4) va anizotrop (3.38) fonida (1;3) va (1;5) modalarini qaraymiz (4-rasm). Koʻrishimiz mumkinki (2;4) izotrop modeli fonida aylanish  $\Omega = 0$  va  $0.4 \leq \Omega < 0.8$  boʻlganda moda (1;3) barcha boshlangʻich verial munosabatda yetakchi boʻladi. Ammo  $0 < \Omega \leq 0.3$  boʻlganda modaning beqarorlik inkrementi (1.3) ga nisbatan kattaroq boʻladi. Shu bilan birga (3.38) anizotrop modeli fonida (1;3) moda (1;5) modadan doimo ustun keladi. Shunday qilib (1;3) modasi (1;5) modaga nisbatan oʻrtaga olganda ancha beqaror boʻladi.

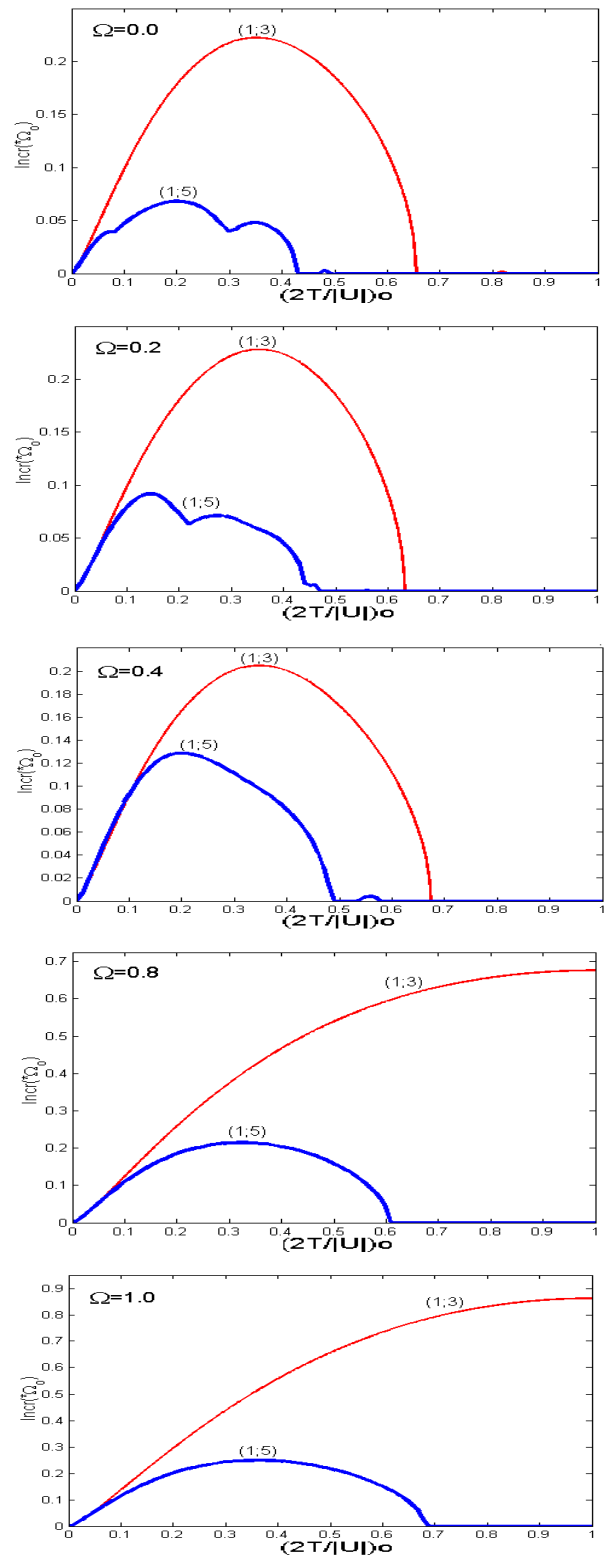
(1;3) va (1;5) modalarning izotrop modeli fonida bogʻlanishlarni koʻrsak quyidagi darhol koʻzga tashlanadi.

1. ikkala holda ham beqaror va barqaror sohalari oʻzaro almashishadi.
2. ikkala holda tor barqaror yarim oraoli mavjud (4(a) va 4(b)-rasmlar)

Ikkala modalar uchun absessiya oʻqi boʻyicha shohlanish nuqtalari bor. U modelning noxiziqli tebranishlari va zarralarning kollektiv harakatlari orasidagi rezonas tufayli noxiziqli effekt bilan bogʻliq. Anizotrop modelida qaralgan (1;3) va (1;5) modalarning kiritik diogrammalri bir- biridan katta farq qilishini koʻrishimiz mumkin. Masalan (1.3) moda uchun beqarorlik oroli bor. (1.5) modada esa yoʻq. bundan tashqari  $\Omega > 0.48$  boʻlganda (3.38) anizotrop modeli toʻliq beqaror boʻladi. (1.5) modada esa beqarorlik sohasi aylanish parametric bilan birga oshadi. Ammo ikkala modada barqaror yarimoroli kuzatiladi.



4(a)-rasm. Turli aylanish parametrlari uchun (2.4) izotrop modeli fonida (1.3) va (1.5) g'alayonlanish modalarining beqarorlik inkrementlari



4(b)-rasm. Turli aylanish parametrlari uchun (3.38) tuzilma modeli fonida (1.3) va (1.5) g'alayonlanish modalarining beqarorlik inkrementlari

Yuqorida aytilganidek (1.3) moda boshqalariga qaraganida ustun keladi. Bu bog‘lanishlarni izotrop va anizotrop modellar uchun solishtirsak quydagi ko‘ramiz:  $\Omega=0$  bo‘lganda ikkala modada beqarorlik sohasi ichida barqarorlik yarimoroli bo‘ladi hamda tebranma va aperoidik bo‘lgan ikki turdagi gravitatsion beqarorlik mavjud. Model aylanganida esa ikkala modelda faqat (1.3) modaning tebranma beqarorligi bo‘ladi. aylanish esa beqarorlikni yana kuchaytiradi. Anizotrop model fonida barqarorlik sohasi ichida beqarorlik oroli mavjud. U aylanish parametrining  $0.275003 \leq \Omega \leq 0.312495$  sohasida joylashgan. Anizotrop modelining farqli izotrop modelida  $\Omega=0.029365$ ,  $(2T/|U|)_0 \cong 1$  nuqtada rezonans effekti kuzatiladi. Agarda bu nuqtani inobatga olmasak unda  $(2T/|U|)_0 \cong 1$  sohada aylanish parametrining  $0 \leq \Omega < 0.360410$  intervalida ikkala modelda bir barqaror bo‘ladi va aksincha  $\Omega \geq 0.803057$  bo‘lganda ikkala model boshlang‘ich virial munosabatni ixtiyoriy qiymatlarida beqaror bo‘ladi.

### **3.3.§ Gorizonttal va vertikal tebranish modalalarining qiyosiy tahlili**

Agar biz tadqiqot qilinayotgan izotrop model` doirasida asimmetrik, U-simon va minorasimon egrilanish modalari marjinal bog‘lanishlarini solishtirsak, hamma hollarda “bargsimon” ko‘rinishdagi cho‘zilgan beqarorlik sohasini kuzatish mumkin. Anizotrop model` fonida esa bunday soha faqat minorasimon modada kuzatilmaydi. Bu yerda sistemadagi alohida zarrachalar harakati bilan kollektiv tebranishlar rezonansini taxmin qilish mumkin. Bundan tashqari, yana shunday xulosa qilish mumkinki, qaralayotgan modellardan qat'iy nazar minorasimon beqarorlik aylanish parametrining hamma qiymatlarida aperiodik xususiyatiga ega bo‘ladi, asimmetrik va U-simon egrilanish beqarorliklari esa bunday xususiyatga faqat  $\Omega = 0$  holida ega bo‘lib, disk aylanishga ega bo‘lganda ushbu beqarorlik tebranma xususiyatli bo‘ladi. Izotrop va anizotrop modellarni solishtirish maqsadida minorasimon, asimmetrik va U-simon modalarning beqarorlik inkrementlari qiymatlarini taqqoslash grafiklari hosil qilingan. Bu grafiklardan ko‘rinib turibdiki, aylanish parametrining kichik qiymatlarida

nostatsionar modellar fonida galaktikalar diskidagi asimmetrik egrilanish nisbatan katta inkrementga ega bo'lib, undan keyin U-simon egrilanish va faqat shundan keyingina disk markaziy qismida minorasimon egrilanish yuzaga kelishi mumkin. Diskning aylanish parametri qiymati oshishi bilan turli turdagi egrilanishning shakllanish tartiblari murakkab xarakterni hosil qiladi. Aylanish parametrining keyingi katta qiymatlarida minorasimon egrilanish beqarorligi lidirlikni qo'lga oladi. Bu yerda yana shuni ham kuzatish mumkinki, aylanish parametri  $\Omega$  ning kichik qiymatlarida anizotrop model` izotropga nisbatan asimmetrik va U-simon egrilanishlar bo'yicha beqarorroq bo'lib, minorasimonga nisbatan esa aksincha manzarani kuzatish mumkin. Aylanish qiymatining oshishi bilan anizotrop model` faqat minorasimon egrilanishga nisbatan beqarorroq bo'lib, qolgan ikki modaga nisbatan aksincha bo'ladi.

Yana shuni ham aytish mumkinki, aylanish parametri  $\Omega$  qiymatining oshishi bilan beqarorlik inkrementlarining maksimal qiymatlari sekin asta kamayib borishi, qaysiki, egrilanish tebranishlarida diskning aylanishi stabillik rolini o'ynashi ko'rinadi.

Tuzilma noxiziqli nostatsionar model` fonida qaralayotgan modalar uchun hosil qilingan marjinal bog'lanishlarni solishtirishda shu narsa ko'rinadiki,  $\Omega < 0.6$  holida superpozitsiya parametri qiymatining butun diapazoni bo'yicha barqarorlik va beqarorlik sohalari almashinib keladi. Hamma vaqt shu narsani guvohi bo'lamizki, beqarorlik sohasi barqarorlik sohasi bilan bo'linganda yechilayotgan xarakteristik tenglamaning xos qiymatining real qismi o'z ishorasini qarama-qarshiga o'zgartiradi. Yana shuni ham aytish kerakki, aylanish parametri  $\Omega$  stabillash rolini o'ynasa, superpozitsiya parametri esa destabillash effektini beradi. Aylanish parametri  $\Omega$  ning qiymatlari oshishi bilan ikki model` superpozitsiyasi hamma modalarda ma'lum bir rezonans effektini yuzaga keltirayotganining guvohi bo'lamiz, qaysiki buning natijasida beqarorlik sohasi kattalashib boshlang'ich virial` munosabat  $(2T/|U|)_0$  ning qabul qilishi mumkin bo'lgan butun diapazonini egallaydi.

Tadqiq qilinayotgan modalarning kritik diagrammalari yana shuni ko'rsatadiki, aylanish parametrining kichik va o'rta me'yor qiymatlari uchun superpozitsiya parametrining hamma diapazonida radial tebranishlar bo'lmaganida tuzilma model to'liq beqaror bo'ladi. Lekin aylanish parametri qiymatining oshishi bilan ushbu shart superpozitsiya parametrining faqat aniq ma'lum bir qiymatlar intervalida bajariladi. Bundan tashqari yana shuni ham xulosa qilish mumkinki, tuzilma model fonida minorasimon egrilanish modasi hamma vaqt aperiodik xarakterli beqarorlikka ega bo'lsa, qolgan modalar aylanish va superpozitsiya parametrlarining qiymatlariga qarab, ham aperiodik, ham tebranma xarakterli beqarorliklarga ega bo'lishadi.

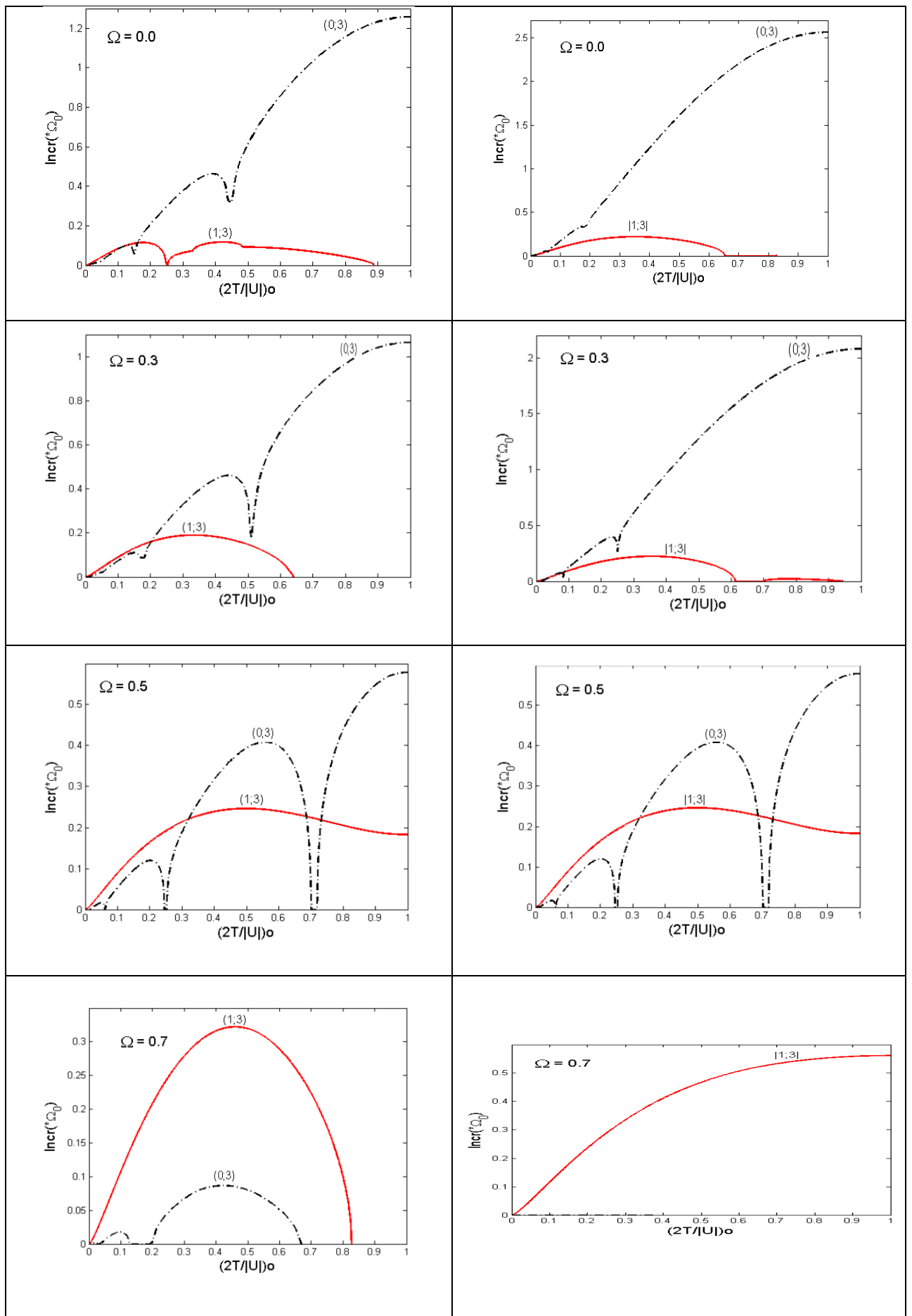
Yuqorida qayd qilingan egrilanishlarning yuzaga kelish xarakterli vaqtlarini aniqlash maqsadida ushbu modalar beqarorlik inkrementlari qiymatlarini solishtirish grafiklari aylanish va superpozitsiya parametrlarining turli qiymatlari uchun ham hosil qilindi. Ushbu grafiklardan ko'rinib turibdiki, tuzilma model fonida eng kuchli moda bu qolgan modalarga nisbatan asimmetrik egrilanish modasi hisoblanadi. Bu shuni bildiradiki, galaktika diskida N- simon asimmetrik egrilanish tuzilma model fonida qolgan egrilanish tuzilmalariga nisbatan erta yuzaga keladi. Biroq,  $v=0$  va  $\Omega < 0.7$  holida S- simon egrilanish modasi lidirlikka intiladi, lekin aylanish va superpozitsiya parametrlarining qiymatlarining yanada oshishi bilan S- simon va U- simon egrilanishlar o'zni ketma-ketligi almashadi. Yana shuni guvohi bo'lamizki, aylanish parametri  $\Omega$  o'zining maksimal qiymatiga erishganda  $v=0$  holida qaralayotgan egrilanishlar tuzilma model fonida boshlang'ich virial munosabat  $(2T/|U|)^0$  ning o'ta kichik qiymatlarining juda tor intervalida shakllanadi, biroq  $0 < v < 0.8$  holida esa diskning markaziy qismidagi minorasimon egrilanish umuman yuzaga kelmasligi mumkin.

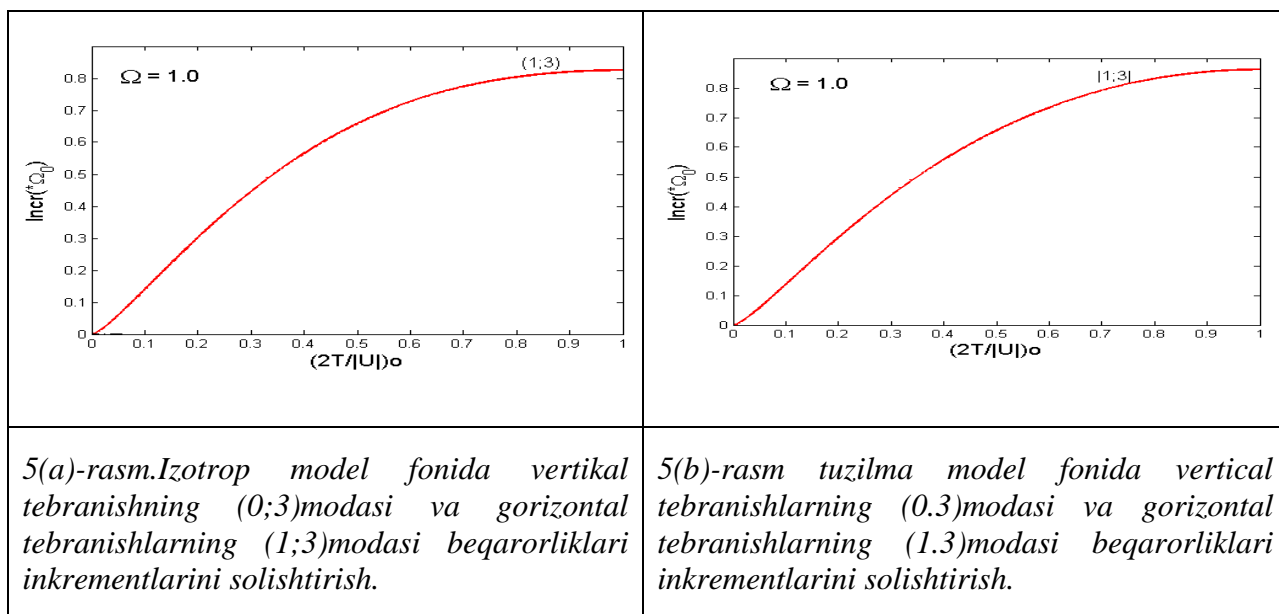
Shunday qilib, tuzilma model N- va S- simon egrilanishlarga nisbatan beqarorroq, undan keyin U-simonga nisbatan, lekin minorasimon egrilanishga nisbatan esa teskari manzarani ko'rish mumkin, ya'ni bu moda har doim nisbatan kichik beqarorlik inkrementiga ega bo'ladi. Bundan tashqari, aylanish parametri

$\Omega$  qiymatining oshishi bilan beqarorlik inkrementlarining maksimal qiymatlari asta-sekin kamayib boradi, lekin superpozitsiya parametri  $\nu$  qiymati oshishi bilan esa aksincha, beqarorlik inkrementlarining maksimal qiymatlari ko'tarilib boradi. Bu yerda ham yana shu xulosani qilish mumkinki, egrilanish tebranishlarida aylanish parametri stabillash rolini o'ynasa, superpozitsiya parametri destabillash rolini bajaradi.

Kirish qismida qayd qilinganidek, shu vaqtgacha disksimon o'zgravitatsiyalanuvchi sistemalar nochiziqli nostatsionar modellari fonida gorizontal va vertikal g'alayonlanish modalari solishtirilmagan. Bu modalarning mukammal tadqiqoti alohida shuni ko'rsatadiki, tadqiq qilingan gorizontal tebranish modalari ichida lopsaydal moda ( $m=1; N=3$ ) nisbatan lidirlik qiladi, vertikal tebranishlar holida esa asimmetrik egrilanish modasining ( $m=0; N=3$ ) beqarorlik tempi o'rta hisobda hamma vaqt boshqalariga nisbatan yuqori bo'ladi. Shundan kelib chiqib, gorizontal va vertikal tebranish modalarini qiyosiy tahlili uchun umuman olganda aynan ushbu ikki g'alayonlanish modasi hisoblash natijalarini qarash yetarlidir. Shu sababli bu yerda ko'rsatilgan modalar beqarorlik inkrementlarini solishtirish grafiklari hosil qilindi (5(a) va (b)-rasm). Ushbu grafiklardan ko'rinib turibdiki, diskning kichik va o'rta me'yor aylanish parametri qiymatlarida izotrop va anizotrop modellar fonida vertikal tebranishning egrilanish modasi (0;3) gorizontal tebranish modasi (1;3) dan ustunlik qiladi. Lekin aylanish parametri o'zining maksimal qiymatiga yaqinlashganda (0;3) modasining beqarorlik inkrementi nolga intilib, (1;3) modasi lidirlik darajasiga erishadi. Shunday qilib, bu yerda ham yana shunday xulosaga kelish mumkinki, diskning aylanishi gorizontal tebranishlarda destabillik rolini o'ynaydi, vertikal tebranishlarda esa qarama-qarshi effektni beradi. Shunga qaramasdan,  $\Omega \leq 0.5$  holida vertikal tebranishlarning (0;3) egrilanish modasi beqarorlik inkrementining maksimal qiymati  $\Omega > 0.5$  holida (1;3) gorizontal modanikidan yuqori bo'lishi e'tiborni o'ziga tortadi.







Hosil qilingan diagrammalar yana shuni ko'rsatadiki, anizotrop model` izotropga qaraganda ushbu modalarga nisbatan beqarorroqdir. Lekin  $\Omega = 0.5$  holida izotrop va anizotrop modellar ushbu modalarga nisbatan o'zlarini bir xil tutadi.

## Xulosa

Ushbu ishni bajarish davomida quyidagi natijalar qo'lga kiritildi:

1. Aniq  $\rho(\Omega) = \frac{256}{3\pi} \Omega^4 (1 - \Omega^2)^{\frac{5}{2}}$  og'irlik funksiyasi yordamida disksimon

o'zgravitatsiyalanuvchi sistemalarning nochiziqli nostatsionar anizotrop modeli tuzildi va uning asosiy fizik parametrlari hisoblab topildi.

2. Tuzilgan anizotrop model va Nuritdinovning anizotrop modelidan foydalanib chiziqli superpozitsiya prinsipi yordamida hosil qilingan tuzilma model fonida vertical tebranishlarning (0;3) egrilanish modasi va gorizontaal tebranishlarning (1;3) va (1;5) modalari uchun dispersion tenglamalarning nostatsionar anoligi hosil qilindi.

3. Balj strukturasi yuzaga keltiruvchi (0;3) modasi va lopsaydal strukturaga mos (1;3) va (1;5) modalarning gravitatsion beqarorlik masalasi o'rganildi.

4. Balj strukturasi mos moda uchun tuzilma modelning parametrlari orasida kritik bog'lanish diagrammalari hosil qilindi va ular tahlili olib borildi. Xususan diskning aylanish parametrik ushbu moda gravitatsion beqarorligida stabillash effektini berishi, superpozitsiya parametri esa disk aylanmagan holida stabillash rolini, lekin disk ma'lum bir aylanish parametriga ega bo'lganda esa destabillash rolini o'ynashi aniqlandi.  $\Omega=0,5$  bo'lgan holida esa superpozitsiya parametri moda beqarorligida ahamiyatga ega bo'lmaydi. Bundan tashqari ushbu moda beqarorligi diskning aylanishiga va superpozitsiya paramertining qiymatiga bog'liq bo'lmagan holda har doim aperiodik xususiyatga ega bo'lishi aniqlandi.

5. Tuzilma model fonida lopsaydal modalarning gravitatsion beqarorlik masalasi o'rganilib, olingan natijalar asosida marjinal bog'lanishlar xosil qilindi. Olingan natijalar taxlili shuni ko'rsatdiki, diskning aylanish parametri bu modalar beqarorligida distabillash effektini berishi, superpozitsiya parametri esa aksincha stabillash rolini o'ynar ekan. Tuzilma model aylanishga ega bo'lmaganda lopsaydal strukturalar boshlang'ich virial munosabatlar

qiymatlariga qarab ham tebranma ham aperiodik beqarorlik mexanizmi tufayli yuzaga kelishi aniqlandi. Lekin disk aylanishga ega bo'lishi bilan bu strukturalar faqat tebranma beqarorlik mexanizmi orqali yuzaga kelishi aniqlandi.

6. Izotrop model fonida lopsaydal modalarning beqarorlik inkrementlari solishtirish shuni ko'rsatdiki, aylanish parametrining kichik qiymatlarida (1;3) modasining beqarorlik inkrementi yuqori ekanligi aylanish parametrining qiymati ortishi bilan esa (1;5) modasi liderlikni qo'lga oldi. Tuzilma anizotrop fonida esa (1;3) modasi aylanish parametriga bog'liq bo'lmagan xolda liderlikni qo'lda ushlab qoldi.

7. Izotrop va tuzilma model foniga gorizontaal va vertikal tebranish modalarini solishtirish natijalari qo'lga kiritildi. Bunda, disk aylanish parametrining kichik va o'rta mayor qiymatlarida vertical tebranishlar ustunlik qilishi, lekin aylanish parametric o'zining maksimal qiymatiga intilishi bilan gorizontaal tebranishlar beqarorligi vertikalga nisbatan ustunlik qilishi aniqlandi. Diskning  $\Omega = 0.5$  holida izotrop va tuzilma anizotrop modellar ushbu modalarga nisbatan o'zlarini bir xil tutishi aniqlandi.

## ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Г. С. Бисноватый – Коган, Я. Б. Зельдович, *Астрофизика*, **6**, 387, 1970.
2. С. Н. Нуритдинов, “Динамика гравитирующих систем и методы аналитической небесной механики”, *Алма–Ата, Наука*, 1987, с. 65.
3. С.Н. Нуритдинов, К.Т. Миртаджиева, Мариам Султана, *Астрофизика*, **51**, 3, 487, 2008
4. М. Г. Абрамян, “Динамика вложенных гравитирующих систем”, Автореферат на соиск. уч.ст. док.н., *Ереван*, 1986.
5. H.W. Rix, D. Zaritsky, *Astrophys. J.*, **447**, 82, 1995
6. J.E. Baldwin, D. Lynden-Bell and R. Sancisi, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* **193**, 313, 1980
7. J. Binney and S.Tremaine, “Galactic dynamics”, *Princeton University Press*, 1987, 733 pp.
8. D.L. Block, G. Bertin, A. Stockton, P. Grosbol and A.F.M. Moorwood, *Astron. Astrophys.* **288**, 365, 1994
9. R.H.M. Schoenmakers and R.A. Swaters, *ASP Conf. Ser.* **182**, 277, 1999
10. C.J. Jog and F. Combes, *Physics Reports*, **471**, 2, 75, 2009
11. С.Н. Нуритдинов, К.Т. Миртаджиева, Мариам Султана, *Астрофизика*, **51**, 3, 487, 2008
12. К.Т. Миртаджиева, С.Н. Нуритдинов, Ж.К. Рузибаев, Мухаммад Халид, *Астрофизика*, **54**, 2, 213, 2011
13. С.Н. Нуритдинов, К.Т. Миртаджиева, Икбал Ахмад, Ж.К. Рузибаев, *Астрофизика*, **52**, 4, 643, 2009
14. Kalnajs A.J. // *Astrophys. J.*, 1972, V. 175, № 1, Part 1, p. 63-78
15. Антонов В.А. // *Учен. записки ЛГУ*, 1976, Т. 32, с. 79
16. Binney J., Tremaine S. “Galactic dynamics”, *Princeton Univ. Press*, 1987, XV, p. 733-746
17. Mirtadjieva, *Gravitation and Cosmology*, **15**, 3, 278 (2009)

- 18.И. Г. Малкин, “Теория устойчивости движения”, Москва, Наука, 1967.
- 19.С. Н. Нуритдинов, М. Усарова, “Проблемы физики и динамика звездных систем”, Ташкент, 1989, с. 49.
20. R. Buta, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **96**, p.39, 1995.
21. С.Н. Нуритдинов, К.Т. Миртаджиева, Мариам Султана, *Астрофизика*, **51**, 3, 487, 2008
- 22.К.Т. Миртаджиева, С.Н. Нуритдинов, Ж.К. Рузибаев, Мухаммад Халид, *Астрофизика*, **54**, 2, 213, 2011
- 23.С.Н. Нуритдинов, К.Т. Миртаджиева, Икбал Ахмад, Ж.К. Рузибаев, *Астрофизика*, **52**, 4, 643, 2009
- 24.М.Г. Абрамян, “Динамика вложенных гравитирующих систем”, Автореферат на соиск. уч.ст. док.н., Ереван, 1986
- 25.Г.С. Бисноватый – Коган, Я.Б. Зельдович, *Астрофизика*, **6**, 387, 1970
26. J. Binney, S. Tremaine, “Galactic dynamics”, Princeton University Press, 1987, 733 pp.
- 27.К.Т. Mirtadjieva, *Gravitation and Cosmology*, **15**, 3, 278, 2009
- 28.К.Т. Mirtadjieva, *Gravitation and Cosmology*, **18**, 1, 6, 2012
- 29.К.Т. Mirtadjieva, *Gravitation and Cosmology*, **18**, 3, 2012 (in press)
- 30.И.Г. Малкин, “Теория устойчивости движения”, Москва, Наука, 1967
- 31.К.Т. Mirtadjieva, *Gravitation and Cosmology*, **15**, 3, 278 (2009)
- 32.Г.С. Бисноватый – Коган, Я.Б. Зельдович, *Астрофизика*, **6**, 3, 387 (1970)
- 33.С.Н. Нуритдинов, М. Усарова, Проблемы физики и динамика звездных систем (Ташкент, с. 49, 1989)
- 34.R. Buta // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **96**, 39 (1995)
- 35.С.Ј. Jog and F. Combes, *Physics Reports*, **471**, 2, 75 (2009)